HIERONYMI
CARDANI
MEDIOLANENSIS
PHILOSOPHI AC MEDICI
CELEBERRIMI
OPERVM
TOMVS QVARTVS;
QVO CONTINENTVR
ARITHMETICA, GEOMETRICA, MVSICA.
CONTENTORVM HVIVS TOMI SERIEM
Index Titulorum exhibet.

EDITIO VT CÆTERIS ELEGANTIOR ITA ET ACCVRATIOR.



LVGDVNI,
Sumptibus IOANNIS ANTONII HVGVETAN,
& MARCI ANTONII RAVAVD.

M. DC. LXIII.

CVM PRIVILEGIO REGIS.



INDEX

Librorum, Tractatuum, & Capitum Tomi Quarti.

III.

Libellus qui dicitur Computus Minor; à folio 216. ad fol. 220

IV.

Artis magnæ siue de Regulis Algebraicis.

LIBER VNVS.

V.

Ars magna Arithmeticæ.

VI.

De Regula Aliza Libellus.

Index Capitum.



HIERONY



HIERONYMI CARDANI, DE NVMERORVM PROPRIETATIBVS LIBER VNICVS.

CAPVT PRIMVM.

DE PROPRIETATIBVS VNIVS NVMERI & Secundi. Primò, De his quæ ab Euclide describuntur in Septimo & Octauo & Nono Libro suorum Elementorum.

1 NVMERORVM alij dicuntur primi qui à nullis aliis numerantur vt 7 & 43. alij compositi vt 10 quia ab aliis numerantur vt à 2 & 5 nam ducto 2 in 5 fit 10. Hoc autem in tractatu de integris declaratum est. Compositorum quidam superficiales vocantur qui à duobus producuntur vt 10 à 2 & 5 & 36 à 18 & 2 vel à 3 & 12 vel à 4 & 9. alij solidi cum componuntur ex tribus vt idem 36 cum componitur ex 6. & 3. & 2. nam ducto 3 in 6 fit 18. & ducto 8. in 2 fit 36. Igitur omnis solidus potest esse superficialis non autem omnis superficialis solidus. Nam 10 nullo modo potest dici solidus. Quidam vero numeri ex pluribus quam quatuor componuntur vt 120. ex 5.4.3.2. Sed hoc non considerat Euclides quia in continuis nihil est vltra corpus & hoc non intelligitur habere plusquam tres demonstrationes. Ideo finis Euclidis est in numeris ad solidos velut in continuis ad corpora. Superficialiũ & solidorum quidam ex æqualibus numeris constant & vocantur Quadrati. Si sint superficiales aut cubi si sint solidi 4 igitur est Quadratus: constat enim ex 2 in 2 & 9 est quadratus : constat enim ex 3 & 3 & 36 vt constat ex 6 in 6 est etiam quadratus, vt verò constat ex 3 in 12 est contentus sub genere communi, id est vocabitur superficialis. Et ita 5 est cubus constans ex 2 & 2 & 2. & 27, cubus ex 5 & 3 & 3, constans & 64 cubus, ex 4 & 4 & 4, vt vero constat ex 24.8. non est cubus sed solidi nomine tantum nuncupatur, vt vero constat ex 32 & 2 dicitur superficialis, vt vero constat ex multiplicatione 8 in 8 dicitur quadratus. Item igitur numerus quandoque potest dici cubus & quadratus & solidus purus & superficialis purus : numeri vero æquales producentes solidos cubos vocantur latera cubica seu radices cubicæ. Et producentes quadratos superficiales latera vel radices quadratæ.

Osiander vero conatus est omnes numerorum species ad Euclidis ordinem reducere & pro illo intelligere decet primum statui latus secundum quadratum, tertium cubum, quartum quadratum superficialem, 2

5	1	Vnitas.
p	2	Latus.
2	4	Quadratus.
3	8	Cubus.
4	16	Quadratus superficialis.
5	32	Superficialis oblongus.
6	64	Cubus Quadrati.
7	128	Solidus oblongus.

8	256.	Quadratus.	2^s
9	512.	Cubus	2^s
10	1024.	Quadratus Superficialis	2^s
11	2048.	Superficialis Oblongus	2^s
12	4096.	Cubus Quadrati	2^s
13	8192.	Solidus Oblongus	2^s
14	16384.	Quadratus	3^s
15	32768.	Cubus	3^s
16	65536.	Quadratus Superfic.	3^s
17	131072.	Superfic. Oblongus	3^s
18	262144.	Cubus Quadrati	3^s
19	524288.	Solidus Oblongus	3^s

id eſt qui etiam inæqualibus componitur: nam primus quadratus eſt purus ſi ſit latus eius numerus, quintum ſuperficialem oblongum, ſextum cubum Quadrati, ſeptimum ſolidum oblongum, & poſt hos ſeptem recurrunt alij ſex eodem ordine vſque ad trigeſimum, & poſt rurſus alij ſex eodem ordine vſque ad decimum nonum, & ſic in infinitum vt in figura. Qui ergo locantur in ſecundo ordine vocantur ſecundi qui in tertio autem vocantur tertij vt cubus tertius & cubus quadratus tertius, id eſt ante quem verſus vnitatem ſunt duo alij eiuſdem generis Cubus autem quadratus eſt cubus alicuius numeri ſemper quadrati aut quadratus alicuius cubi. Sed ſuperficialis oblongus eſt qui eſt ante cubũ quadrati proximus:& ſolidus oblongus qui ſubſequitur, & non ſeruant ordinem vt poſſint eſſe Relati primi vel ſecundi: quia 2048 non eſt relatum alicuius numeri, ſed 1024 qui eſt ante eum. Oportet igitur in hoc ſeruare regulas poſitas in tertio & quarto libro ſeu in libris de numeris irrationalibus & denominationibus.Hæc tamẽ regula deſeruit vltra id quod vidiſti ad quatuor & quinque, ad multiplicationem. Nam in ea adde numeros inuicem ordinis & coniunctus eſt numerus producti Exemplum volo ducere ſolidum oblongum in quadratum ſuperficialem, addo 7 & 4 numeros ordinis illorum fit 11 numerus ſuperficialis oblongus ſecundus,oſtendit autem hoc quod ſi ducas 128 in 16 fit 2048. In Diuiſione vero ſufficit detrahere numerum diuiſoris à diuidendo & relictus eſt numerus prodeuntis. Exemplum volo diuidere cubum quadrati tertium per ſolidum oblongum ſecundum detraho 13 & 18 relinquitur 5 numerus ſuperficialis oblongi.Et ſic etiam diuiſo 262144 per 8192 exit 32. In inuentione autem lateris & eſt tertia vtilitas cuius ordinis pro quadrato deinde per 2 pro cubo per 3 pro cubo quadrati per 6 numerum ordinis & exibit numerus ordinis lateris. Exemplum volo latera quadrata cubica,& cubica quadrata cubi quadrati ſecundi eius numerus eſt 12 diuido per 2, per 3,& per 6 exeunt 6 pro latere quadrato, & 4 pro cubico, & 2 pro cubico quadrato igitur latus quadratum eius eſt cubus quadrati primus & latus cubicum eſt quadratus ſuperficialis primus & latus quadratum cubicum eſt quadratus primus qui eſt indirecto 2 prodeuntis. Et ſic latus quadratum 4096 eſt 64 etiam & cubicum eſt 16 & quadratum cubicum 4.Quarta vtilitas eſt quod per hoc hoc poſſum ſcire qualis naturæ ſit quilibet numerus habito ordine, nam ſi maior ſit ſenario talis.Diuide per 6 & ſi nihil remanet eſt cubus quadrati. Si remanet 1. ſolidus eſt oblongus, ſi 2.quadratus, ſi 3.cubus,ſi 4.quadratus ſuperficialis, ſi 5. ſuperficialis oblongus,ſi 6. vero & nos addimus 11 cuius ille non meminit in ſua exempla & eſt quod poſſum ſcire quot quadrata præceſſerint,vel cubi quadrati. In quadratis proueniens per 2 oſtendit facta diuiſione quadrata & per 3 cubos,per 6 cubos quadratos,exemplum volo ſcire 4. 5. numerum in ordine qualis ſit & quot illum præcedant numeri quadrati cubi & quadrati cubi. Diuido eum per 6.& relinquitur 3. igitur ipſe eſt cubus & quia ex tali diuiſione prouenit 7,ante eum ſeptem quadrati cubici erunt. Diuido etiam per 3. exit 15. & decimus quintus numerus eſt eius latus cubicũ & ipſe etiam eſt quintus decimus cubus eius ordinis numerorum diuido etiam 45.per 2 & exeunt 22 & tot præceſſerunt numeri quadrati poſito latere numero primo.

Compoſiti igitur numeri aut æquales 3
ſunt ſuis numeratoribus vnitate computata & vocantur, perfecti vt 6. qui eſt æqualis 3.2.1. pariter acceptis à quibus numerantur & 18 qui eſt æqualis 14.7.4.2.1.numeratoribus ſuis. Quorum vero numeratores iuncti maiorem conficiunt numerum ipſo numerato: eorum nomen eſt ſuperabundans ſeu abundans, vt 12 quia 6.4 & 3 & 2 & 1 numeratur qui conficiunt 16 maiorem 12. Si vero minor ſit qui conficitur ex numeratoribus ipſo numerato dicitur numerus ille diminutus, vt 10 qui numerantur à 5 & 2 & 1 qui iuncti faciunt 8 minorem ipſo 10.

Omnis numerus numeratus ab abundan- 4
ti vel perfecto eſt abundans, vt 12 & 56. nam ſi 6. eſt perfectus igitur æquatur partibus ſuis, quare cum ille numeret numerum numeratum a. b. ſecundum eum numerum ſecundum quem numerabant 6. ductum in illum ſecundum quem 6 numerat ſuum multiplicem: & ideo quilibet illorum eſt eadem pars producti qualis eſt prior numerus numeri perfecti: ſequitur vt ex illis ſolis deficiat quartum multiplex ab vnitate. Sed ei ſuperadduntur multiplex & numerus perfectus loco eius, & etiam ipſæ partes

6 —— 7 —— 42
3. 2. 1. 21.14.
3.2.1.
7
6
54.

Igitur abundat exemplum capio 42 qui producitur ex 7 in 6 numerum perfectum igitur ſicut 3 & 2 faciunt $\frac{5}{6}$ de 6 ita ducto 3 & 2 in 1, fiunt 21 & 14, qui ſunt $\frac{5}{6}$ de 42 deinde ſupereſt ad complendum $\frac{1}{6}$ de 42 minus vnitate, ſed $\frac{1}{6}$ de 42 eſt 7. ex ſuppoſito, igitur cum 7. iam & ipſe numeret: ipſæ partes iam æquantur 42, ſed cum hoc ſupereſt ipſe numerus perfectus cum ſuis numeratoribus igitur 42 eſt abundans.

Corollarium

Corollarium ex hoc patet quod quilibet numerus numeratus à numero perfecto secundum aliquem numerum primum abundat in duplo numeri perfecti ipsius secundum numeratores ab ipso numerato, vbi talis numerus primus non fit ex numeratoribus numeri perfecti. Exemplum 30 numeratur à 6 perfecto per 5 numerum primum qui non numerat 6 dico quod partes numerantes ipsum conficiunt 42. Id est duplum numeri perfecti plus ipso numero numerato & ita 140 qui producitur ex 28 perfecto in 5 primum non numerantem 28 perfectum numerabitur à partibus conficientibus 196 quod est 56 plus numerato. Corollarium secundum sequitur etiam vt nullus numerus perfectus ab alio perfecto numero possit numerari. Nã qui numeraretur ex regula abundans esset non igitur perfectus, de composito autem demonstratio clara est.

5 Perfecti vero numeri creatio clara est vltima noni Elementorum Euclidis sume quotlibet numeros ab vnitate in continua proportione duplo sic vt aggregatum illorum

1
2 1
4—7—28. 2
4
8
16—31—496.

faciat numerum primum. Tunc vltimus illorum in aggregatum ductus producit perfectũ velut in exemplis vides, nam 7. aggregatum primi exẽpli est numerus primus, ideo ductus in 4 producit 28 perfectũ & in secundo exemplo 31 est numerus primus & est aggregatũ 1.2.4.8.16. ideo ducto 31 in 16 maximum ex his producitur 496 perfectus numerus. Corollarium ex hoc sequitur quod maximi numeri in proportione dupla cum terminetur in 2 vel 4 vel 6 vel 8 vel nunquam inuacuam notam, id est in o cæterum cum maximus in 2 aggregatum terminatur in 3 cum autem in 4 terminatur maximus numerus, aggregatum terminatur in 7. cum autem in 6 terminatur maximus numerus, aggregatum terminatur in 1. & cum maximus numerus terminatur in 8 ag-

2. 4. 6. 8.
3. 7. 1. 5.
6. 8. 6.

gregatum terminatur in 5, sed terminatorum in 5 nullus potest esse primus nisi 5 vt 15 & 25, nam numerantur a. 5. igitur omnes perfecti producuntur ex numeris terminatis in 3 & 2 vel in 6 & 1 vel in 4 & 7, sed ex 2 in 3 & ex 6 in 1 fit 6 & ex 4 in 7 fit 8 igitur omnes numeri perfecti necessario terminantur in 6 vel 8 & procedunt alternando semper, item ferme vnus inuenitur in singulis productis à 10. seu inter numeros continuè proportionales in proportione decupla, vt inter 1. & 10 inuenitur 6 inter 10 & 100. habemus 28. inter 100 & 1000 est 496 inter 1000 & 10000 habemus 8128. Sed quia regula hæc non est omnino generalis, ideo est parui momenti.

6 Omnis numerus ex serie aliqua continue proportionalium ab vnitate, cuius proximus ab vnitatete primus fuerit est numerus diminutus. Et partes illũ numerantes sic habentur detrahe vnitatem à proximo, & etiam à numero proposito & diuide residuum maius per minus quod exit est aggregatum partium numerantium. Exemplum sit 2187 ex serie

1
3) 2
9
27 2186
81 2
243
729 1093
2187

constitutorum in tripla proportione ab vnitate, & quia proximus ab vnitate est 3 numerus primus dico 2187. esse diminutum. Vt autem scias numeros à quibus numerantur detrahe. 1. ex 3 fit 2 detrahe. 1. ex 2187 fit 2186. diuide 2186 per 2 exit 1093 & omnes numeri numerantes 2187 iuncti faciunt 1093.

Omnis numerus productus ex duobus numeris primis est diminutus vel perfectus & numerãtes ipsi sunt aggregatũ ex duobus primis addita vnitate velut. 35. producitur ex 7 & 5 numeris primis ideo 35 sunt iũcti 13, id est vnitate plus aggregato illorum duorum productiuo, declaratum enim est in tractatu de integris quod numeri primi sunt inuicem primi. 7

Cum aliquis numerus producitur ex duobus numeris ad inuicem primis altero primo altero composito. Tunc aggregatum numerorum numerantium numerum productum constat ex producto numerantium compositum, in 1 p. numero primo, addito ipso numero composito, exemplum 60 producitur ex 5 & 12 inuicem primis & 5 est primus & 12 compositus, volo scire aggregatum numeratum 60. quæro aggregatum numerantium 12 vt docebo, nunc & est 16 duco igitur 16 in 1 p. quam sit 5 fit 96. nam p. de 5 est 6 ad 96 ipsum 12 fit 108 aggregatum numerorum numerantium 60. & similiter volo numeros numerantes. 12. ipse producitur ex 3 & 4 inuicem primis quorum 3 est primus & 4 est compositus. Igitur ex sexta regula aggregatum numerantium 4 est 3 nam 4 numeratur à 2 & 1 addi igitur 1. ad primum 3 fit 4 duco in 3 aggregatum numerantium 4 fit 12 addo compositum numeratorem fit 16 aggregatum numerantium 12 quod est propositum. 8

60
5—12
6—16—96—100

12
3—4
4—3—12—16

Cum vero aliquis numerus producitur ex duobus numeris quorum vnus aliũ numerat & est primus tunc sciemus aggregatum numerantiũ productum ducto numero primo producente in aggregatum numerantiũ compositum & addendo omnes numeros numerantes cõpositi qui non numero à primo. 9

Exemplum volo numeros numerantes 200 hic non poteſt diuidi ſub Ratione præcedentis regulæ. Nam ſi diuiditur per 25 & 8 quamuis ſi ſint inuicem primi, vterque tamen eorum eſt compoſitus. Ideo aſſumo 5

200
40 —— 5
50 —— 250
8
4
2
1
265

& 40. & quia 5 numerat 40 quæro primo per præcedentem regulam aggregatum numerorum numerantium 40 quod inuenio eſſe 50 duco in 5 fit 250, huic addo omnes numeros numerantes 40 qui non numerãtur a. 5 & ſunt 8. 4. 2. & 1. qui iuncti faciunt 15 addito igitur 15 ad 250 fit 265 aggregatum numerorum numerantium 200. vt patet. Corollarium ex hoc patet modus propoſito quouis numero ſciendi à quot numeris numeratur. Id eſt ſciendi aggregatum numerantium illum. Nam ex libro de integris ſcies primo an ſit primus vel non. Deinde ſi compoſitus quis ſit maximus numerans illum ex primis quo inuento ſi numerat illum ſecundum alium numerum primum, vt 341 qui producitur ex 11 in 31 ſcis aggregatum per ſeptimã regulam. Si vero numerat ſecundum compoſitum numerum, at non numeratũ ab eo, vt 280 cum producatur ex 7 in 40 vel ex. 5. in 36 ſcies aggregatũ per octauã regulam. Nam aggregatum de 40 eſt 50 igitur aggregatum de 250 eſt 440. Si vero numerat ſecundum numerum ab eo numeratum habes aggregatum per hanc regulam. Horum autem trium vnum euenire neceſſe eſt dicente Euclide omnis numerus vel eſt primus vel ab aliquo primo numeratur.

10 Compoſiti numeri ſimiles dicuntur cum producentes illos in eadem Ratione fuerint: ſuperficiales ſi à duobus, ſolidi ſi à tribus. Velut 6 producitur ex 2 & 3, qui ſunt dimidium 4 & 6 producentium 24 igitur 6 & 24 dicuntur ſuperficiales ſimiles eadem ratione 24 & 3000. ſunt ſolidi ſimiles, quia latera 24 ſunt quinta pars referendo ſingula ſingulis laterum 3000 & ſunt tria vtrinque vt vides.

6----2----3
24-----4----6

24. 2. 3. 4.
3000. 10. 15. 20.

Et nota quod 2 & 8 ſunt ſuperficiales ſimiles qua latera 2 ſunt 2 & 1 & latera 8 ſunt 4 & 2, & ratio laterum eſt vtrinque dupla & ſimiliter 2 & 16 ſunt ſolidi ſimiles, nam latera 2 ſunt 2. 1. 1. & latera 16. ſunt 4. 2. 2. & proportio vtrinque dupla.

11 Quilibet numeri ſimiles ſuperficiales ſunt in proportione duorum quadratorum: & etiam conuerſo modo qui ſunt in proportione duorum quadratorum ſimiles ſunt. Et ſimiliter quilibet ſimiles numeri ſolidi ſunt in proportione cuborum: & etiam conuerſo modo qui ſunt in proportione cuborum ſunt ſimiles. Exemplum habes in ſuperficialibus proportio 24 ad 6. eſt vt 4 ad 1 quadrati ad quadratum. Et proportio 3000 ad 24 eſt vt 125 cubi ad 1. Cubum Corollarium ex hoc patet quod diuiſo ſuperficiali per ſuperficialem ſimilem exit numerus quadratus: & diuiſo ſolido per ſolidum ſimilem exit cubus: & etiam conuerſo modo. Vt ſi ex diuiſione duorum numerorum proueniat quadratus ſuperficiales ſunt ſimiles: ſi autem cubus ſolidi ſimiles erunt exemplum habes in regula. Corollarium 2. ex hoc cognoſcuntur numeri quilibet an ſint ſuperficiales, an ſolidi ſimiles diuidendo maiorem per minorem vel minorem per maiorem. Quamquam enim proueniat fractus tamen videatur quod dictum eſt, ſed non ad intentionem Euclidis: Verum Euclides poſuit hanc regulam: ſed ſub aliis verbis.

Cum diuiſi ſint duo numeri ſuperficiales aut ſolidi ſimiles per eundem numerum & ex diuiſione ſuperficialis vnius prouenerit quadratus vel ex diuiſione ſolidi cubus: erit quod prouenit ex diuiſione alterius ſuperficialis quadratus vel ſolidi etiam cubus. Exemplum diuidantur 24 & 6 per 6 & proueniant 4 & 1 dico quod ſi 4 eſt quadratus 1. etiam eſt quadratus. Et ſi diuiſis 24 & 3000 per 3 exeunt 8 & 1000 quod ſi 8 eſt cubus etiam 1000 eſt cubus & ſic Euclides omnes numeros fractos deuitat. Ideo 54 & 16 ſunt ſolidi ſimiles quod patet facta diuiſione per 2. & ſi dicas 16 diuiſus per 16 producit cubum: & 54 diuiſus per 16 non producit cubum? Reſpondeo quod prouenit cubus, ſed non integer. Euclides autem ſupponit quod ex vtriuſque diuiſione integer numerus proueniat. 12

Omnes duo ſuperficiales ſimiles numeri inuicem ducti quadratum producunt. Et omnes duo numeri producentes quadratum ſunt ſuperficiales ſimiles. Exemplum 6 in 24 producit quadratum 144 & ſi ex 2 in 72 producitur 144 quadratus 2 & 72 neceſſariò ſunt ſuperficiales ſimiles. Hæc autem regula in ſolidis comparatis ad cubos vera non eſt. Corollarium diuiſo igitur quadrato numero per alium quempiam producetur illi ſimilis vt diuiſo 81 per 3. exit 27. & ſicut 3 producitur ex 3 in 1 ſic 27 ex 9 in 3 eſt autem laterum ratio tripla. 13

Proportio ſuperficialium ſimilium eſt vt laterum duplicata: ſolidorum autem triplicata velut proportio 24 ad 6 eſt quadrupla & laterum dupla & proportio 150 ad 6 eſt vt laterum duplicata, nam laterum proportio eſt quintupla ſuperficialium autem ipſorum viginti quincupla. Nam quintupla in ſe ducta viginti *quincuplam* producit, vt in tractatu de proportionibus oſtendimus. Et ſimiliter in cubis & ſolidis proportio 27 ad 8 eſt, vt 3 ad 2 triplicata & 3000 ad 24 vt 10 ad 2 vel 15 ad 3 vel 20 ad 4 triplicata. Et hoc eſt quoniam proportio laterum eſt quincupla & ſolidorum centum viginti quincupla. 14

25 (150-----15-----15 / 6-------3-------2) 5

Inter

15 Inter quoslibet duos superficiales similes vnus cadit medius proportionalis. Et si cadit sunt superficiales similes. Et inter quoslibet duos solidos similes cadunt duo numeri in continua proportione : & si cadunt sunt solidi similes. Exemplum superficialium, inter 72 & 2 cadit 12 inter 6. & 24 etiam cadit. 12. inter 24 & 3000. cadunt 120 & 600, vt vides à latere. Et ita si 12 cadit medius inter 24 & 6. erunt

24. 12. 6.

24. 120. 600. 3000.

24 & 6 similes superficiales. Et si inter 24 & 3000 cadunt 120 & 600 in continua proportione erunt 24 & 3000, solidi numeri & similes. Corolarium & medius inter superficiales est latus producti vnius in alterum, vt medius inter 6 & 24 est 12 latus 14. 4 producti 6 in 24. in solidis autem nunc dicam.

16 Cum fuerint duo solidi similes ex ductu cuiuslibet illorum in quadratum alterius producitur cubus. Et si cubus producatur ex ductu vnius in quadratum alterius erunt solidi, hi similes & radices horum cuborum sunt illi duo numeri medij proportionales de quibus in præcedente regula diximus. Et hæc regula non est Euclidis, sed eam addidimus propter similitudinem. Exemplum igitur sint vt dictum est 16 & 54 solidi si-

16.	54.
256.	2916.
13824	46656
24	36

miles & fiant quadrata illorum 256. & 2916 & ducantur hæc in solidos mutuo, id est 256 in 54 & 2916 in 16 & producatur 13824 & 46656. dico quod hi sunt cubi. Et eorum radices cubicæ quæ sunt 24 & 36 sunt mediæ in continua proportione inter 16 & 54, & hæc regula 13. regulæ respondet.

17 Si duo numeri similes solidi superficialésve per eundem numerum producantur aut diuidantur qui prodibunt erunt similes eodē modo, id est ex superficialibus superficiales, ex solidis solidi. Hæc ab Euclide non ponitur, sed tamen pendet vt diuiso 3000 & 24 per 4 exeunt 750, & 6 solidi similes ducto etiam 4 in 3000 & 24 producuntur 12000 & 96 solidi similes. Sic diuisis 24 & 150 su-

Solidi.

3000		24
	4	
750		6
12000		96

Superficiales.

24		150
	2	
12		75
48		300

perficialibus similibus per 2. prodeunt 12 & 75 superficiales similes & ducto. 2. in 24 & 150 producuntur eadem ratione 48 & 300 similes superficiales.

Omnes duo numeri similes vni alij eadem ratione inter se similes erunt, seu superficiales, seu solidi velut 6 & 96 sunt ambo similes 24 vt superficiales, igitur etiam inter se similes erunt superficiales, & 192 & 3000 sunt similes ambo ad 24, vt solidus est igitur & ipsi inter similes erunt solidi. Hanc etiam Euclides non demonstrauit. 18

Numeri omnes similes superficiales solidive nisi fuerint quadrati vel cubi sunt inuicē compositi. Nam si vnus alium numerat compositi sunt per Euclidem. Si non superficiales sunt in proportione duorum quadratorum per 11. regulam à quibus secundum vnum numerum numerantur. Numerus igitur ille ambos numerat igitur sunt inuicē compositi patet hoc ex dictis ibi & in 12 regula, nam 75 & 12 sunt tripli 4 & 25 quadratorum, & 750 & 6 sunt sexcupli ad cubos igitur ambo numerantur a. 6. ideo sunt inuicem compositi vel aliter quia Euclides demonstrat, quod quatuor numeri primi non possunt esse proportionales: igitur duo sunt compositi saltē & ideo numerātur à primis eiusdē proportionis. 19

Duobus numeris contra se primis tertius non potest in continua illorum proportione constitui, vt cum 5 & 7. nec cum 5 & 12. nec cum 4 & 9. in medio tamen potest. 20

Omnis numerus numerans totum & detractum numerat residuum, vt 3 numerat 105 & 21 igitur numerabit etiam 84. 21

Par numerus cum in duos diuiditur ambo sunt similes in hoc, id est vterque par est vel vterque impar. Impar vero cum diuiditur in duos diuiditur dissimiles in imparem & parem. Vt 10 quia est par cum diuiditur in 7 & 3 diuiditur in duos impares: cumque in 6 & 4 in duos pares, sed 9 cum diuiditur in 7 & 2. vnus est par alter impar: Par tres habet species pariter parem & est qui à solo binario, vt numero primo diuidi potest, & est ex serie continue proportionalium in proportione dupla, vt 2. 4. 8. pariter impar cuius dimidium est impar, vt 10 & 50. impariter par cuius dimidium est par: sed non licet diuidendo vsque ad vnitatem descendere, vt 12 & 28. 22

Adiacent huic sumptæ etiam ex Euclide consimiles quædam regulæ. Et est quod producti ex primis numeris sunt primi ad omnes exceptis producentibus, & his quos numerāt vt 35 productus ex 7 & 5 est primus ad omnes numeros quos nec 5 nec 7 numerant. 23

Omnis numerus minimus numeratus ab aliquot numeris primis numerat omnes numeros ab eisdem numeratos. Exemplum 105 numeratus à 7. 5. 3. numerat 210. & 315. quos illi numerant. Et hoc quia 105 est minimus ab illis numeratus. 24

Omnes numeri inuicem primi, sunt in sua proportione minimi, vt 35. & 52. & 5. & 7. 25

Numeri compositi inuicem non sunt in sua proportione minimi: sed à minimis suæ proportionis numerant. Vt 140. 100. 36. 24. compositi inuicem, quia 4. omnes eos numerat numerantur æqualiter à 35. 25. 9. 6. minimis suæ proportionis. 26

27 Omnes numeri quorum differentia est numerus primus sunt adinuicem primi: nisi numerus ille numeret ambos, exemplum 52 & 35, differunt in 17. numero primo & 17 non numerat 35 igitur 35 & 52 sunt inuicem primi, omnes igitur numeri vnitate differentes sunt inuicem primi.

28 Si duo numeri differant per numerum compositum & alter eorum differentiæ communicet illi erunt inuicem compositi, vt 48 & 30 differunt in 18, qui est compositus ad 30 ideo 30 & 48 sunt inuicem compositi. Vbi autem 18 non esset istorum, differentia tunc non sequitur. Vt 15 est compositus ad 8 & 15 qui tamen inter se sunt primi.

De eisdem numeris secundum Boëtium.

29 Numeri solidi superficialesque apud Boëtium alia intelliguntur ratione quam apud Euclidem. Nam quadrati & cubi apud Boëtium à forma dicuntur: apud Euclidem autem propter multiplicationis genus, ideo apud Boëtium etiam numeri primi possunt esse superficiales & solidi & pentagoni ac pyramidales. Linearis itaque quilibet numerus qui Figura non constituit & sic omnes numeri lineares dici possunt. Solus autem binarius sic linearis est quod non potest esse superficies Exemplum habes in Figura.

2. o o
3. o o o
4. o o o o
5. o o o o o

30 Superficialium quidam sunt trigoni quidam quadrati, alij pentagoni, alij exagoni. Trigoni igitur caeant sic constituta naturali numerorum serie iunge ab vnitate omnes & conflabūtur trigoni, exēplum iunge 1 & 2 fit 3 primus trigonus iungo etiam 1. 2. 3. fit 6 secundus trigonus. Iungo 1.2.3.4. fit 10 tertius trigonus, & sic de 15 & 21. Quomodo vero figuram trigonam efforment vides.

1. 2. 3. 4. 5. 6.
3. 6. 10. 15. 21.

o | o
o o o | o o
3 o o | o o o
o o o | o o o o
6 | 10

31 Quadratorum vero creatio fit ex imparium serio omnibus ab vnitate iunctis. Et ideo constant quadrati numeri apud Boëtium, alia causa quam apud Euclidem. Veruntamen sunt ipsi quadrati iidem apud ambos & in hoc conueniunt. Exemplum igitur constituta imparium serie iungo 1 & 3 fit 4 primus quadratorum, iungo etiam 1. 3. 5. fit 9. secundus quadratorum. Iungo etiam alios eodem modo vt fiant quadrati semper assumendo omnes ab vnitate impares & eos simul colligendo. Sed figura quadratorum est vt vides à latere assumptis totidem ex vtraque parte secundum longitudinem & latitudinem. Sed quadrata singula fiunt ex suis trigonis correspondentibus & præcedente vt prima figura quadratorum constat ex prima trigonorum & vnitate, secunda quadratorum ex prima secunda trigonorum, & tertia quadratorum ex tertia & secunda trigonorum iunctis capitibus aduersis vt vides.

1. 3. 5. 7. 9. 11
4. 9. 16. 25. 36.

o o | o o o | o o o o | o o o o o
o o | o o o | o o o o | o o o o o
4 | o o o | o o o o | o o o o o
9 | o o o o | o o o o o
16 | o o o o o
25

o | o | o
o o | o o | o o
o | o o o | o o o
o o | o o o o
o | o o o
o o
o

Pentagoni autem creantur ex serie numerorum ab vnitate sumpta, duobus semper intermissis inde addendo omnes ab vnitate vsque ad eū quem constituisti vltimum, forma vero illorum est quam vides. Vt autem modum illius cognoscas, scire debes quod sicut quadrati ex trigonis 32

1. 4. 7. 10. 13.
5. 12. 22. 35.

o
o o
o o
5

o | o
o o | o o
o o o | o o o
o o o o | o o o
o o o o | o o o
o o o o | 12
o o o o
22

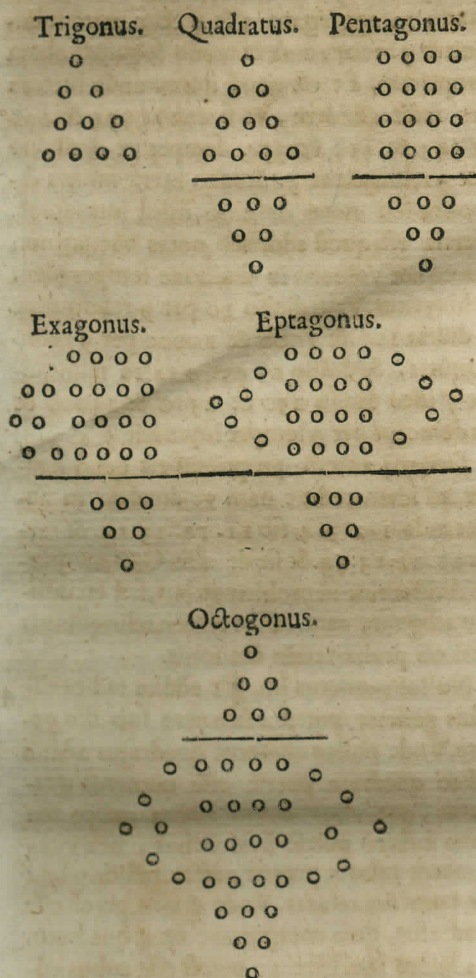
fiunt sic pentagoni ex quadratis ac trigonis: ac rursus exagona à pentagona & trigona ei correspondente. Et generaliter omnis figura fit à præcedente sui ordinis & trigona vel vnitate si nulla sit præcedens, exemplum prima eptagonarum ex secunda exagonarum & prima triangulari & tertia eptagonarum, ex tertia exagonarum, & secunda triangula. Et sic septima eptagonarum ex septima exagona & sexta triangula & sic de aliis.

Verum creatio ex numeris generalis sic habetur constitue seriem numerorum tribus semper intermissis minus ab vnitate quam sic habet numerus laterū & illos iunge sic in trigona nullum intermittens in quadrata, vnum, in pentagona, duos, in exagona, tres, in eptagona quatuor, & sic de aliis inde colligendo habebis numeros superficiales, vt in Exemplo. 33

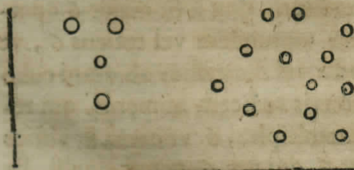
Trigoni series 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.
Trigoni numeri 3. 6. 10. 15. 21. 28.
Pentagonorum series 4. 7. 10. 13. 16.
Pentagoni numeri 5. 12. 22. 35. 51.
Eptagonorum series 1. 6. 11. 16. 21. 26.
Eptagoni numeri 7. 18. 44. 65. 91.
Quadratorum series 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13.
Quadrati numeri 4. 9. 16. 25. 36. 49.
Exagonorum series 1. 5. 9. 13. 17. 21. 25.
Exagoni numeri 6. 15. 28. 45. 66. 91.
Octagonorum series 1. 7. 13. 19. 25. 31. 37.
Octagoni numeri 8. 21. 40. 65. 96. 133.

Ratio

Ratio igitur satis manifesta est in omnibus quomodo creari debeant. Et quomodo vnusquisque ex præcedentibus oriatur sic constat, ex hoc exemplo.



34 Numeri circulares etiam dici possunt omnes, qui a. o. vel 1. vel 5. vel 6. producuntur. Nam in idé redeunt vt 5 in 5 facit 25. 11 in 11 facit 121 & 6 in 6 facit 36 & 10 in 10 facit 100 igitur 25. 36. 100. & 121. circulares possunt dici eo quod terminantur suis producentibus. Et eodem modo cubi ex his producti vt 125 & 216 & 1000 & 1331. Sphærici horum tamen Boëtius non meminit, quoniam ad Figuram non pertinent: ergo vere circulares à serie numerorum cominus ab vnitate proportionalium prodeunt, vt 1. 3. 9. 27. vel 1. 4. 16. 64. erunt igitur circulares qui ex his fiunt, in prima serie igitur 4. 13. 40. in secunda autem 5. 21. 85. forma vero hæc primorum, facile autem erit diuisis circulis secundum proportionem Figuram ostendere quæ quanto pluribus constabit numeris sic perfectior euadet.



35 Habet etiam Boëtius solidos suos quos nos corporeos, vt ab his differant qui ab Euclide describuntur vocabimus ex his primi Pyramidales constant ex numeris trigonis ab vnitate computatis, vt sic à latere vides, Figura autem cum corporea sit in plano minime referri potest.

Trigonorum series 1. 3. 6. 10. 15.
Pyramidales 4. 10. 20. 35.

Fiunt & Pyramides quadratarum & pentagonarum basium ex numeris quadratis pentagonis & exagonis ab vnitate dispositis inde collectis omnibus ab vnitate vt in superficialibus. Habet autem quodlibet cor- 36

Quadr. 1. 4. 9. 16.
Pyram. 5. 14. 30.
Pentag. 1. 5. 12. 22.
Pyram. 6. 18. 40.
Exag. 1. 6. 15. 28.
Pyram. 3. 22. 50.

pus ex his efformatum totidem superficies quotus est numerus primus pyramidalis. Vt Quadrata pyramis quinque pentagona sex, è quibus vna quæ est basis constat tot lateribus quotus est numerus superficialis primus, vt quadrata pyramis quatuor pentagona quinque cæteræ omnes superficies quæ in contrarium tendunt trigonæ sunt.

Curtæ autem pyramides dicuntur cum à perfecta pyramide abiicit prima vnitas, aut si vnitas & primus superficialis detrahantur sic 9 & 19, sunt curtæ pyramides trigonæ. Sic 13 & 29 curtæ pyramides quadratæ. Sic etiam 53 est pyramis exagona curta & in vniuersum cum pyramis eiusdem generis à pyramide aufertur, Curta pyramis, velut etiam in corporibus relinquitur. 37

Corporei autem numeri constantes sex superficiebus quadrilateris quatuor sunt generum cubi qui ex numero in suum quadratum producuntur, vt 8 ex 2 in 4 & 27 ex 3 in 9. & 125 ex 5 in 25. Bomisci qui ex tribus inæqualibus, vt cum 30 ex 5 3 & 2. produci intelligitur. Oportet autem illos esse vt hi sunt inuicem primos. Asseres quod ex aliquo quadrato in numerum latere suo maiorem fiunt, vt 80 ex 5 in 16. est autem 5 maior radice 16. Laterculi cum producuntur ex quadrato in numerum eius radice minorem, vt 48 ex 3. in 16. 38

Cum vero superficialis numerus producitur à duobus numeris sola vnitate differentibus dicitur altera parte longior vt 10 ex 5 & 4, cum vero à duobus plusquam vnitate differentibus dicitur ante longior, vt 20 cum produci intelligitur ex 10 & 2. 39

De Proprietatibus vnius numeri, vel singularium alicuius speciei.

Vnitatis hoc est primum priuilegium, nam in vnoquoque perfectorum numerorum genere collocatur. Est enim quadrata cubus, quadrata quadrati ac si deinceps. Item pentagona, exagona, atque sic deinceps. Rursus Pyramis circularis, & sphærica. Verum laterculus aut Bomiscus aut curta pyramis non est: hæc enim imperfecta gerit & contra rationem lateris quadrati cubici relati omniumque perfectarum denominationum. Secundum est quod nec multiplicando auget, nec diuidendo minuit. Tertium quod si detrahatur vel addatur cuiusque numero, diuiso maiore per minorem, qui exit tantum facit ductus per maiorem quantum illi additus, vt si ad 4 addam vnitatem fit 5 diuiso 5 40

per 4 exit $1\frac{1}{4}$ sic additus ad 5 vel multiplicatus per 5 facit $6\frac{1}{4}$. Quartum est quod si numero addatur vnitas aut detrahatur diuidaturque minor per maiorẽ proueniens tantum facit detractus à minore quantum per illum multiplicatus. Vt in exemplo diuidendo 4 per 5 exit $\frac{4}{5}$ hic ductus in 4 vel detractus à 4 producit semper $3\frac{1}{5}$. Quintum est quod si numero addatur vnitas, vel detrahatur, tantum fit diuiso quadrato maioris per minorem, quantum diuiso maiore per eundem minorem & prouentu ipsi maiori addito, vt in 4 & 5 diuido 25 quadratum 5 per 4 exit $6\frac{1}{4}$ & tantum fit diuidendo 5 per 4 & exit $1\frac{1}{4}$, & addito ei ipso maiore, scilicet 5 nam fit $6\frac{1}{4}$. Sextum est quod in eisdem tantum fit diuiso quadrato minoris per maiorem quantum si à minore detrahat quod prouenit diuiso minore per maiorem. Vt diuiso 16 quadrato 4 per 5 exit $3\frac{1}{5}$ & tantum fit detrahendo $\frac{4}{5}$, qui prouenit ex diuisione 4 per 5 ab ipso 4. Septimum est quod ipsa vnitas omnibus suis radicibus seu lateribus æqualis est. Octauum quod si latus est vnitas, ipsum æquatur singulis suis productis vt quadrato suo vel cubo. Nonum ex hoc sequitur, & est quod producta omnia lateribus æqualia sunt, tamen etiam inter se vt cubus quadrato & cubus lateri quadrato & latus cubicum lateri quadrato & sic de aliis. Decimum quod quisque duo numeri vnitatem producunt, latera etiam illorum & quadrata & cubica & relata, & sic de aliis. Item quadrata illorum cubi & relata producent semper vnitatem. Vt si 4 & $\frac{1}{4}$ producunt vnitatem 2 & $\frac{1}{2}$ eorum radices idem producent & 16 & $\frac{1}{16}$ eodem modo. Et si 5 p. ℞ 2 & 5 m̃ ℞ 2 producunt vnitatem. Igitur radices quadratæ horum, vel cubicæ, vel relatæ, vel quadrata, vel cubi horum vnitate inuicem ducta producent. Vndecimum omnis etiam numerus ea maior diuidendo minuit multiplicando auget. Et omnis ea minor, diuidendo auget & multiplicando minuit, vt si diuidas 5 per 1 exit 15, & si multiplices 5 per $\frac{1}{3}$ exit $1\frac{2}{3}$. Duodecimum ipsa supplet naturam cuiuscunque numeri in denominationibus, sic vt non indigeamus inuenta æquatione, altera operatione vt videbitur in arte magna: nam si posueris 2 105 ab initio oportebit postmodum duplicare æstimationem inuentam. Tertiumdecimum est cum duo numeri vnitate differunt ipsi necessario sunt inuicem primi, vt 4 & 5. Quartumdecimum cum fuerint quotlibet numeri ab vnitate proportionales in integris, tertius erit quadratus secundi, & quartus cubus & sic deinceps. Reliquæ proprietates numerorum continuæ ab vnitate proportionalium explicabunt in capitulo quarto. Quintumdecimum cum duo numeri æqualiter ab vnitate distiterint productum vnius in aliorum æquale est ei quod fit ducta differentia minoris in se & ea ab vnitate detracta. Vt $\frac{1}{3}$ in $1\frac{2}{3}$ producit $\frac{5}{9}$ quod est tantum quantum si duceres $\frac{2}{3}$ differentiam $\frac{1}{3}$ ab vnitate & produceret $\frac{4}{9}$, & hoc productum ab vnitate detraheres. Multæ aliæ possent proprietates his addi quas breuitatis causa omitto.

Nouenarij proprietas triplex est, ipse enim 41
æquale superfluum relinquit, siue diuidat litterarum aggregatum seu significatum per illas. Velut capio 534 si diuidatur per 9 relinquitur 3. & tantundem relinquitur diuiso 12 aggregato 5 & 4 & 3, nam relinquitur 3. etiam eodem modo sequitur altera proprietas. Et est quod immutando litteras res redit ad idem, vt si capias 534 & 435 & 543 & 453 & 354 semper ex diuisione per 9 relinquitur 3. & ideo literæ omnes dispositæ seu notæ omnino nihil immutant. Tertia est quod addendo notas vacuas non quotquot volueris in diuisione semper idem relinquitur. Vt si diuiso 10 per 9 relinquitur 1 diuiso 100. & 1000 & 10000 per 9 relinquitur 1. & diuiso 23 per 9 extra relinquitur 5 ideo diuiso 230 & 2300 & 23000 & sic deinceps per 9 semper supererit 5

Denarij autem proprietas est quod sem- 42
per ad idem redit: nam vt dicebas in numerando 1. 2. 3. 4. sic 11. 12. 13. 14. & rursus 21. 22. 23. 24. & sic de aliis. Causam quærit Aristoteles in problematibus, sed est difficile assignare eam. Nos tamen relinquimus eam ob prolixitatem orationis.

Nullus numerus integer addita radice ali- 43
cuius generis potest remanere sub illo genere. Vnde nullus numerus quadratus addita radice quadrata potest esse numerus quadratus, nec vllus cubus addita radice seu latere cubico potest fieri cubus, nec vllus numerus relatus poterit addita radice relata esse numerus relatus. Vnde 6 non potest esse quadratus, quia componitur ex 4 quadrato, & 2 latere suo. Nec 10 potest esse cubus, cõponitur enim ex 8 cubo & latere suo & similiter 54 non potest esse relatus, componitur enim ex 32 relato & 2 latere eius. Hoc autem potest ostendi nam tale aggregatum, vtpote 30 producitur ex 5. in 1. plus seipso, id est in 6. nam in se ductum producit quadratum suum, & in vnitatem seipsum igitur latus 30 est proportionale inter 6 & 5, quare non potest esse integer numerus. Quare nec fractus differentia in initio tractatus tertij. Nam ibi ostendimus quod numerus fractus integri radix esse non potest eodem modo in omnibus denominationibus vsque in infinitum, sequitur latus compositi esse minus numero radicis prioris addita vnitate, & minus priore radice. In partibus autem numerorum potest esse, vt in 3. quæst. 10. cap. 1.

Omnis numerus cubus abiectis 6 relin- 44
quit suam radicem, quæ si sit maior 6. oportet relinquere tantundem vel totiens 6, vt remaneat radix vel dic melius ab omni cubo si suam abieceris radicem numerus, qui relinquitur est multiplex. 6. vt capio. 8. abiice 2 relinquitur. 6. qui per 6. potest diuidi. Et ex 27 abiecto 3 latere suo cubico, relinquitur 24. qui est plus ad 6. & detracto ex 1331 latere suo cubico 11 relinquitur 1320 qui est multiplex ad 6. nam ex 6. in 220 fit 1320. & sic de aliis.

Omnis numerus relatus abiecta sua ra- 45
dice si sit relatus primus relinquit numerum multiplicem ad 10. vt ex 32 abiecto 2 relinquitur 30 ex 243 abicto 3 relinquitur·

tur 240 ex 16807 relato primo 7 abiecto 7 relinquitur 16800, & patet quod 30 & 240 & 16800 possunt diuidi per 10 & sunt illi multiplices.

46 Omnis numerus relatus secundus abiecta sua radice potest diuidi per 14 exemplum capio 128 relatum secundum 2 abiicio 2 relinquitur 126, qui est multiplex ad 14 nam 9 in 14 producit 126. item capio 2187 relatum secundum 3 & abiicio ipsum 3 relinquitur 2184 quod est multiplex ad 14, nam 14 in 156 ductum producit 2184. & eodem modo 78125 est relatum secundum de 5 abiecto 5 relinquitur 78120, qui potest diuidi per 14 nam ductu 14 in 5580 fit 78120.

47 Cum igitur in quadratis abiecta radice residuum per 2 possit diuidi in cubis per 6 in primis relatis per 10 in secundis relatis per 14. existimari oportet vna intrinseca denominatione abiecta radice, residuum diuidi per numerum qui ex priore diuidente & 4 iungatur. Sed tamen non sic est quia 512 est cubus cubi 2. abiecto 2 relinquitur 510. qui diuiditur a. 17. a. 10. & a. 3. & compositis, id est productis ex his semper igitur per 30 diuidi poterit. Nam per 17 non est nisi casu, vt 19683 est cubus cubi 3 abiecto 3 residuum quod est 19680 diuiditur per 30 & 40353607. cubus cubi 7 abiecto 7 diuidi potest per 30 & exit 1343120. Sed cubus quadrati & quadratus quadrati non gaudent nisi priuilegio quadrati, id est vt possint abiecta sua radice diuidi per 2 & sic de aliis paribus denominationibus à latere ipso initium numerandi sumendo.

De numeris ex 2. Elementorum Euclidis & 13. eiusdem.

48 Cum fuerit numerus in plures partes diuisus quod fit ex omnibus suis partibus in alium quempiam vel etiam in se ipsum æquale est esse quod fit ex numero diuiso in eundem alium vel in seipsum velut diuido 10 & 5. 3 in 2 quos duco in 7. exempli gratia fiunt 35. 21. 14. qui iuncti faciunt 70 & tantum fit ex 7 in 10 numerum qui diuiditur eodem modo fit si 10 ducatur in seipsum fit 100 & ex 10 in 5. 3. 2. fit 50. 30. 20. qui iuncti faciunt 100.

49 Cum fuerit numerus diuisus in duas partes: productum totius in vnam partem æquale est ductui eiusdem partis in se & in alteram iunctis simul. Vt si diuidam 10 in 7 & 3 productum 10 in 7 est 70, & hoc est æquale ductui 7 in se, & est 49. & 7 in 3 & est 21 iunctis.

50 Si numerus in duas partes diuidatur quadratum totius æquale est quadratis partium & duplo producti vnius in alteram iunctis. Vt capio 10 diuisum in 7 & 3 quadratum totius id est 10 est 100 & hoc æquatur 49 quadrato 7. 9. quadrato 3. & 42 duplo producti 7 in 3 simul iunctis. Nam 49. 9 & 42 iuncti faciunt 100.

51 Si numerus in duas partes inæquales diuidatur quadratū medietatis æquale est ductui vnius partis in altera cū quadrato differentiæ dimidij & vnius partis. Exemplum diuido 10 in 7 & 3 quadratum 5 dimidij 10 æquale est ductui 7 in 3 quod est 21 cum quadrato 2 quod est 4 est autem 2 differentia 7 partis vnius à 5 dimidio 10.

Et in eodem casu quadrata partium inæqualium iuncta sunt æqualia duplo quadrati dimidij & duplo quadrati eiusdem differentiæ. Exemplum quadrata 7 & 3 sunt 49 & 9 quæ iuncta faciunt 58 & hoc est æquale duplo 25 quadrati 5 & duplo 4 quadrati. 2. & 5 est dimidium 10 & 2 differentia & duplum 25 est 50 & duplum 4 est 8 qui iuncti faciunt 58. 52

Cumque aliquis numerus in Partes æquales diuiditur eique adiungitur alius numerus quod fit ex toto aggregato in additum cum quadrato dimidij æquale est quadrato aggregati ex dimidio & addito: Exemplum diuido 10 in 5 & 5 addo 3. fit 13 ductum in 3 facit 39 est autem 13 aggregatum & 3 additum addo ad 39. 25 quadratum dimidij fit 64 quadratum aggregati 5 dimidij & 3 additi. 53

Et in eodem casu quadratum aggregati cum quadrato additi iuncta, faciunt duplum aggregati quadratorum dimidij & aggregati ex dimidio & addito. Exemplū, quadratū 13 est 169 quadratum 3 est 9 quæ puncta faciunt 178 duplum aggregati ex 64 quadrato & 25 quadrato. 5. est autem 13 aggregatum numeri diuisi & additi & 3 additus numerus & 5. dimidium diuisi numeri, & 8 aggregatum ex dimidio quod est 5 & addito quod est 3. 54

Cumque fuerit numerus in duas partes diuisus quadratum totius cum quadrato alterius partis æquale est duplo eius quod fit ex toto in eandem partem cum quadrato alterius partis. Exemplum diuiso 10 in 7 & 3 quadratum 10 quod est 100 cum quadrato 3 quod est 9 æquatur duplo eius quod fit ex 10 toto in 3 eandem partem & est 60 cum quadrato 7 alterius partis quod est 49. nā ex 49 fit 60 fit 109 & ex 100 & 9 fit etiā 109. 55

Cumque dimiseris numerum in duas partes addiderisque toti vnum illarum partium quadratum aggregatum est æquale ductui prioris numeri in partem additam quater cum quadrato alterius partis. Exemplum diuiso 10 in 7 & 3 & addito 3 ad 10 fit 13 cuius quadratum est 169 & hoc æquale est quadruplo producti 10 in 3 quod est 120 cum quadrato 7 quod est 49. 56

Cum fuerit quantitas diuisa sic quod illud quod fit ex tota in minorem partem sit æquale quadrato maioris partis vt docebimus in 11 capitulo dicetur ea quantitas diuisa, secundum proportionem habentem medium & duo extrema. Id est quod talis proportio, est causa quod media sit proportionalis inter duo extrema est autem media maior pars: extremæ tota quantitas & minor, hanc igitur proportionem breuitatis causa sic nominabimus 5 p 5 m. exemplum si 6 diuidatur in ℞.45 m̄.3 & 9 m̄ ℞.45. 57

Si igitur toti sic diuisæ maior portio adatur erit aggregatum sub eadem proportione diuisum: eiusque portio maior prior quantitas. Exemplum ad 6 addo ℞.45 m̄ 3. fit totum 3 p. ℞.45. & eius partes sunt 6 & ℞.45. 58

℞. 45. m̄. 3 ideo ductis ℞. 45 p. 3 in ℞ 45 m̄. 3 fit 36 quadratum maioris partis. Et hæc additio in infinitum procedit.

59 Et si diuisa eodem modo quantitate dimidium totius addatur maiori parti erit quadratum aggregati quintuplum quadrato dimidij totius. Exemplum addo ad ℞ 45 m̄ 3 dimidium 6 quod 3 est fit ℞. 45 cuius quadratum est 45 quincuplum 9 quadrato dimidij totius.

Corollariũ. Ex quo patet quod idem fiet addito dimidio maioris partis ad minorem quadratum enim aggregati quintuplum erit quadrato dimidij ipsius maioris partis.

60 Cumque fuerit numerus 5 p 5 m diuisus quadratum totius & maioris partis iuncta sunt tripla quadrato maioris, vt quadratum 6. est 36 & quadratum 9 m̄℞ 45 est 126 m̄℞ 14580 & hoc cum 36 facit 162 m̄℞ 14580 & hoc est triplum 54 m̄℞ 1620 quadrati maioris.

61 Cumque fuerit numerus eodem modo diuisus quadratum aggregati ex tota & minore parte quantuplum est quadrato maioris partis. Exemplum numerus fuit. 6. minor pars 9 m̄℞ 45 totum aggregatum 15 m̄℞ 45 quadratum 270 m̄℞ 40500, & hoc est quintuplum 54 m̄℞ 1620 quadrati maioris partis quæ fuit ℞ 45 m̄ 5.

De numeris vt pendent ex his quæ nuper dicta sunt ex Euclide.

62 Si numerus 5 p 5 m. fuerit diuisus detracta minore parte ex maiore, maior erit sub eadem proportione diuisa maiorque portio eius detracta pars. Patet cum sit conuersum 58. regulæ. Exemplum ex ℞ 45 m̄ 3 abiicio 9 m̄℞ 45 fit ℞ 180 m̄ 12. igitur ℞ 45 m̄℞ 3 & 9 m̄℞ 45 & 180 m̄ 12 sunt proportionales.

63 Si fuerit numerus eodem modo diuisus, erit quod fit ex toto & maiore parte in qua demonstratum minoris æquale cubo maioris. Sit ab diuisa. 5 p. 5 m. in c maior portio eius sit, ac dico quod illud quod fit ex ba & ac in quadratum bc æquale est cubo ac, quia enim quod fit ex ab in quadratum bc æquale est ei quod fit ex bc in quadratum ac exemplum cap. quinto huius abscindatur a d æqualis b c eritque ex præcedenti ac diuisa 5 p 5 m. in detur eius maior portio a d quod igitur fit ex d b in quadratum b c æquale est ei quod fit ex ad. in quadratum ca quia ad fuit æqualis bc. Quod autem fit ex cd in quadratum ac, est per dicta in capite quinto regula eadem æquale ei quod fit ex a c in quadratum a d. quare in quadratum b c igitur quod fit ex a d & d c in quadratum a c est æquale ei quod fit ex a b & a c in quadratum b c. at quod fit ex a d & d c in quadratum, a c est æquale cubo, ac igitur cubus, ac æqualis est ei quod fit ex a b & ac in quadratum bc. Exemplum igitur diuisi. 6. in ℞ 45 m̄ 3 & 9 m̄℞ 45 & quadratum 9 m̄℞ 45 est ab m̄℞ 14580 ductum in aggregatum totius & maioris partis, quod est ℞ 45 p. 3 idem producit quod cubus ℞ 45 m̄ 3 id est ℞ 233280 m̄ 432, nam ex ℞ 45 in ℞ 14580 m̄ fit 810 m̄ à quo detracto 378 p. relinquitur 432 m̄. pari ratione ℞ 14580 est. 18m. ℞ 45 quæ ducenda est per 3 igitur productum erit. 54m. ℞ 45 igitur ducendo 126 ℞ 45 ductam per 72 p. quam 54 & sic fiet rursus 233280. Aliter & facilius ac generalius demõstratur sit a b sic diuisa in c maior portio b c & addatur d b æqualis ab. Igitur per quinquagesimã octauã regulã dc est diuisa 5p5m in 6 & eius portio maior est bd quare proportio cd ad db, vt db, ad, bc, sed eadẽ quæ fuit d b, a d, b c, a d, c a, eo quod d b est æqualis ba igitur dc. db. bc. ca. sunt quatuor quantitates continuæ proportionales per vndecimam quinti Elementorum quare ex regulis capio 6. huius quod fit ex d c in quadratum c a est æquale cubo b c. & rursus quod fit ex ac in quadratum c d æquale erit cubo d b vel b a totius.

Cum fuerit numerus in duas partes diuisus, differentia quadratorum partium, æqualis est ductui differentiæ partium in numerum diuisum. Exemplum capio 8. diuisum in 5 & 3, differentia quadratorum harum partiũ est 16. & tantum fit ex 8 numero diuiso in 2. differentiam 5. & 3. 64

Si fuerit numerus in aliquot partes diuisus quadrata partium nunquam possunt aggregare plus quadrato aggregati, nec minus eadem parte quadrati aggregati, secundum quam aggregatum ipsum diuisum est exemplũ 10. diuidatur in quatuor partes puta 4. 3. 2. & 1. quadrata iuncta, non possunt excedere 100 quadratum aggregati, nec esse minora 25 quarta parte 100 quadrati aggregati, & ita si diuideretur in quinque partes non possunt esse minora 20 parte quinta quadrati aggregati quod est 100. 65

Si numerus in duas partes diuidatur quadratum totius & differentiæ partium quadratis ambarum partium dupla esse necesse est vt si 10 diuidatur in 7 & 3 quadratum 10 quod est 10 cum 16 quadrato 4 differentiæ dupla sunt ad quadratum 7 & quadratum 3 iuncta simul & faciunt 18. 66

10
100
7 —— 3
4
16
116
49 —— 9
58

Si fuerit numerus per duo æqualia & duo inæqualia diuisus proportio aggregati maioris partis & medietatis ad aggregatum medietatis & minoris partis, est velut differentiæ quadratorum maioris partis & medietatis ad differentiam quadratorum medietatis & minoris velut capio 10. & diuido per æqualia in 5, & per inæqualia in 7 & 3, dico quod proportio 12 aggregai 7 & 5 ad 8 aggregatum 5 & 3 est vt 24 differentiæ quadratorum 7 & 5 ad 16 differentiam quadratorum 5 & 3. 67

10
7 3
12 5 8
49. 25. 9
24. 16

Cum fuerit numerus cuius quadratum dimidij sit æquale ipsi numero vel duplum, vel triplum, vel sesquialterum, tunc nullius numeri minoris illo quadratum dimidij erit æquale illi numero vel duplum aut triplum 68

plum aut sexqualiterum aut maius exemplum quadratum dimidij 4 est 4, dico quod nullius numeri minoris 4 quadratum dimidij poterit esse æquale illi numero velut quadratum primum $\frac{1}{2}$ est $2\frac{1}{4}$ quod est minus necessario quam 3 duplum $1\frac{1}{2}$ & ita quadratum dimidij 6 quod est 9 est sexquialterum ad 6, dico quod nullius numeri minoris 6 quadratum dimidij potest esse maius vel æquale sexquialtero eius numeri velut quadratum dimidij 5 est $6\frac{1}{4}$, & hoc est minus sexquialtero ad 5 & sic de aliis.

69 *Corollariũ.* Ex hac & quinta regula huius habetur quod si quis dicat inuenias duos numeros qui tantum faciant iuncti quantum multiplicati, & eorum aggregatum sit minus 4 dices quod ergo est impossibilis, quia dimidiũ 4 in se ductum producit 4 ad vnguem, igitur ex hac regula dimidium cuiuslibet numeri minoris 4, producit minus illo numero, sed quadratum dimidij cuiuslibet numeri. Est maius producto partium inuicem per quintam regulam igitur ex partibus talis numeri inuicem productis, si numerus est minor 4 producitur minus aggregato, igitur non potest produci aggregatum quare ergo est impossibilis.

70 Si numerus in duas partes diuidatur, quadrata ambarum partium, pariter excepta excedunt duplum producti vnius. In alterum in quadrato differentiæ partium. Exemplum diuido 10 in 7 & 3, horum quadrata iuncta faciunt 58. hoc excedit 42 duplum producti 7 in 3 in 16 quadrato differentiæ, nam differentia 7 & 3 14. Vnde siquis dicat diuide ℞ ℞ 8 in duas partes quarum quadrata iuncta superent duplum producti vnius in alterum in 1. dices igitur ℞ 1 & est 1 est differentia. Igitur partes sunt ℞ ℞ $\frac{1}{2}$ m̃ $\frac{1}{2}$. & ita in quadratorum formatione multas facies quæstiones.

De aliis proprietatibus numeri vt comparatur ad maiorem vel minorem se in diuidendo.

71 Cum diuersis numerum quem vis per alium numerum deinde pet plus aut minus priore diuisore erit proportio differentiæ secundi & primi prouentus ad primum prouentum velut differentiæ diuisorum ad secundum diuisorem. Exemplum diuido 60 per 3 exit 20 diuido 60 per 3 p. 7 quod est dicere 10 exit 6 qualis est proportio 14 differentiæ prouentuum primi & secundi ad 20 prouentum primum talis est proportio 7 differentiæ diuisorum ad 10 secundum diuisorem & similiter qualis est proportio 14 differentiæ prouentuum ad 6, prouentuum secundum talis est proportio 7 differentiæ diuisorum ad 3 diuisorem primum, & ita si diuidas 60 per 10 exit 6 deinde si diuidas per 10 m̃. 8, quod est dicere 2 exit 30 proportio 24 differentiæ prouentuum ad 30 prouentuum, secundum est veluti 8 differentiæ diuisorum ad 10 diuisorem primum & proportio 4 differentiæ prouentuum ad 6 prouentuum, primum est vt 8 differentiæ diuisorum ad 10 m̃ 8 quod est 2 diuisorem, secundum ideo regula vna est vt sit commutatim differentiarum prouentuum ad primum & diuisorum ad secundum vel differentiarum prouentuum ad secundum prouentum & differentiarum diuisorum ad primum diuisorem.

60	
3	20
3 p. 7	6

60	
10	6
10 m̃ 8	30

Cum dixeris $\frac{1}{5}$ numeri ductum in medietatem producit eundem numerum dices igitur talis numerus est 10 multiplicando denominatores inuicem & numeratores inuicem & diuidendo productum denominatorum per productum numeratorum exemplum $\frac{3}{4}$ numeri ductum in $\frac{5}{6}$ eiusdem producit $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{15}{24}$, ipsum numerum dices igitur numerus est $1\frac{3}{5}$ qui prouenit diuiso 24 per 15. 72

Ex hac & præcedente sequitur regula, 73
quod cum diuiseris numerum per aliquam partem suam p. aliquo numero, vt proueniat illa pars, aut diuiseris eundem numerum per alium numerum, p. parte aliqua diuisoris, vt proueniat eadem pars diuisoris, tunc pars illa est residuum cuiusdam ℞ vniuersalis, quod fit sumpta ℞ aggregati eiusdem diuidendi, cum quadrato dimidij numeri diuisoris detracta ab hac ℞ medietate diuisoris. Et sit exemplum dixit quis diuisi numerum per $\frac{1}{5}$ p. 2 & prouenit $\frac{1}{5}$ pones illum numerum 1 pos & dices quod $\frac{1}{5}$ pos est ℞ v 1 pos p. 1 m̃l 1, nam diuiso 2 fit 1 cuius quadratum 1 additum ad 1 pos facit 1 pos p. 1, cuius ℞ est ℞ v 1 pos p. 1, ab hoc detracto 1 dimidio 2 relinquitur: æstimatio de $\frac{1}{5}$ pos ℞ v 1 pos p. 1 m̃l 1, & prouentus æquatur 3. Et ideo sequitur quod 5 denominator æquiualet 1 pos diuisæ per ℞ v 1 pos p. 1 m̃l 1, & generaliter pars illa semper est ℞ numeri diuidendi addito prius quadrato dimidij numeri diuisoris, detracto eodem dimidio ab eadem ℞. Quare pars illa cum dimidio numeri additi est ℞ diuidendi addito ei prius quadrato dimidij numeri propositi.

Si numerus aliquis in duas ac duas partes 74
diuidatur fueritque proportio primæ partis secundæ diuisionis ad primam partem primæ diuisionis duplicata proportioni secundæ partis, primæ diuisionis ad secundam partem secundæ diuisionis, tunc diuisa secunda parte secundæ diuisionis, per primam partem primæ diuisionis, quod exit est Regula prouentus aggregati ex vtraque secunda parte vtriusque diuisionis diuiso tali aggregato per primam partem primæ diuisionis exemplum Capio 14. & diuiso in 2 & 12 diuisione prima, & in 8 & 6 diuisione secunda, & proportio 8 ad 2 duplicata proportioni 12 ad 6, dico quod diuisio 6, secunda parte secundæ diuisionis per 2 primum, primæ diuisionis prouentus exiens, quod est 3 est Regula eius, quod prouenit diuiso 18 aggregato 12 & 6 vtriusque partis per 2 eandem primam partem primæ diuisionis: prouenit enim

	14		
2	12	6	
8	6	3	

enim 9 quadratum 3, idem verò erit si diuiserimus 12 secundam partem primæ diuisionis per 8 primam partem secundæ diuisionis exibit $1\frac{1}{2}$ ℞ $2\frac{1}{4}$ prouentus 18 aggregati secundarum partium diuisi per eundem 8 primam partem secundæ diuisionis.

75 Cum fuerit numerus in duas partes diuisus productum vnius earum in Regula alterius æquale est ei quod fit detrahendo eandem ℞ & ℞ totius & residui quadratum ducendo in eandem Regulam & similiter ducendo eandem partem, cuius accepisti Regulam in idem residuum bis, & producta iungendo simul. Exemplum capio 9 diuiso in 5 & 4 duco 5 in 2 ℞ 4 fit 10, dico quod detracto 2 ℞ 4 ex 3 ℞ 9 totius & fit 1, quod duco 2 ℞ 4 in 1 quadratum 1 & fit 2, deinde duco 4 parte cuius ℞ accepisti in 1 residuum bis & fit 8 quod additum ad 2 facit 10, & potest demonstrari geometrice.

76 Cum diuiseris numerum in duas & duas partes inæquales productum partium minoris differentiæ excedit productum partium maioris differentiæ, in eo quod quadratum mediæ differentiæ maioris excedit quadratum mediæ differentiæ minoris, seu in producto partium minoris differentiæ detracta ab vtrisque minore parte maioris differentiæ. Exemplum capio 10. & diuido in 7 & 3, & item in 9 & 1, dico quod 21 productum 7 in 3 excedit 9 productum ex 9 in 1 in 12, quod est differentia 16 quadrati 4 dimidij 8 differentiæ 9 & 1 à 4 quadrato 2 dimidiæ differentiæ 7 & 3 vel in eodem 12, quia producitur ex 6 in 2, quæ sunt partes minoris differentiæ detracta vnitate, quæ est minor pars alterius diuisionis.

77 Si fuerit aliquis numerus diuisus in duas partes ex quarum mutua diuisione producatur pars maior semper habebis, cum p. 1 pos p. 1 æqualia tot quadratis quotus est numerus m̃ 1, & si proueniat ex mutua diuisione minor pars habebis 1 cum p. 1, quod p. 1 æqualia tot rebus quotus est numerus diuisus m̃ 1, & semper extimatio rei est ipsa proportio partiũ exemplum si diuidas 10 in duas partes ex quarum mutua diuisione proueniat ex mutua diuisione maior pars habebis 1 cum p. 1 quoad p. 1 æqualia tot rebus quotus est numerus diuisus m̃ 1, & semper extimatio rei est ipsa proportio partium. Exemplum si diuidas 10 in duas partes ex quarum mutua diuisione proueniat maior pars tunc habebis 1 cum p. 1 pos p. 1 æqualia 9 quoad & si velis vt proueniat minor pars habebis 1 cum p. 1 quoad p. 1, æqualia 9 pos & extimatio rei est proportio impar partium & potest demonstrari.

Si fuerit numerus in duos æquales & duos inæquales diuisus proportio differentiæ radicis minoris partis à radice medietatis ad differentiam radicis medietatis à radice minoris est velut aggregati radicis maioris partis & radicis medietatis ad aggregatum radicis medietatis & radicis minoris partis. Exemplum capio 338 qui diuidatur in 169 & 169 per æqualia & per inæqualia in 289 & 49, dico quod proportio 6 differentiæ 13 radicis 169 & 7 ℞ 49 ad 4 differentiam 17 ℞ 289 & 13 radicis 109 est velut 30 aggregati 13 & 17 duarum maiorum radicum ad 20 aggregatum duarum minorum idem in irrationalibus numeris. Demonstrauimus enim hoc generaliter in secundo nouæ geometriæ super nouam propositionem. 78

338		
169		
289		49
17.	13.	7
	4	6
	30	20

De proprietatibus numerorum vt pendent ex 7.8.& 9. Elementorum.

Impares numeri semper numerantur distantes à se in serie imparium per tot intermedia quotus est numerus, quo ipsi ab vnitate distant. Exemplum 1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27.29.31.33. dico igitur quod 3 superat vnitatem in 2 ideo numerabit 9 duobus intermissis, & deinde 15 duobus aliis intermissis, deinde 21 & 5 superat vnitatem in 4, ideo numerabit 15 quatuor intermissis & 25 aliis quatuor numeris intermissis, qui sunt 17.19.21.23. & ita 7 numerabit sex intermissis 21 & ita de aliis. 79

Est autem proprium numerorum quadratorum vt in qualibet proportione continua ab vnitate inchoata ipsi omnes locos obsideant impares, vt in dupla tertius ab vnitate 1.2.4.8.16.32.64. 80

HIERONY



HIERONYMVS CARDANVS,

REVERENDO IN CHRISTO PATRI DON IOANNI FRANCISCO GADIO MEDIOLANENSI, ORDINIS CANONICORVM REGVLARIVM Rectori Generali Dignissimo. S. P. D.



OGITAVI sæpè munus aliquod & pro tua Dignitate, & mea erga te obseruantia pro xenus in Saturnalibus mittere, oblata est autem mihi occasio vt & omnibus hominibus simul prodessem & nomen tibi æternum compararem, nam mensurandi & numerandi peritia quisque indiget, nec vlla Ars sine contentione, maiorem vtilitatem amplexa est, bonis perquàm necessaria, malis minimo accedens periculo, vnde miror cur tanto tempore imperfecta iacuerit. Hanc igitur operatiuam Scientiam ex ipsis Orci tenebris resurgentem Nomini tuo dicaui, vt tibi vltra egregias illas virtutes quibus ad Religionis apicem ascendisti, memoria inter mortales perennis, mihi gratiæ sempiternæ, laboris, & industriæ habeantur. Cum in alienis nihil erroris dissimulauerim. In propriis inuentionibus nihil voluntati legentium, aut operantium necessitati, commodoue desiderandum reliquerim. Quapropter cum hæc & certitudine nobilissima, & vsu vtilissima, & studio sint iocundissima, nec à religione aliena, crediderim nullum aliud opus tam celeriter à me confici potuisse quod æqualem laudem meruisset. Inter plurima igitur negotia tantum otij probati superfuit, opus edere valuerim, quod à nemine iure reprendi posset, cum aliena damnare meliora non proferenti minimè liceat, is verò qui meliora proferre potest, aut nullus est, aut talis qui potiùs ex re ipsa ab aliis laudari quàm reliquos vituperare studeat. Non enim certissima & probata scribenti liuidus obtrectator aderit, nisi qui vel non intelligat, vel ita nobis succenseat, vt potius proprio dolori quam verecundiæ, indulgendum putet Vale. In Kallendis Ianuarij 1537.

PRACTICA ARITMETICÆ Generalis omnium copiosissima & vtilissima.

QVANTAM ferat vtilitatem numerorum & mensurarum cognitio, humanus vsus docet, nam Reipublicæ administrationes, comertia, artes, domus dispensatio, ædificia, agrorum diuisiones, sine ea perfici minimè possunt vnde Pythagoricis iure merito diuinum quid inesse numeris arbitrabantur: quod & nos existimare conuenit cum Christum omnia præfiguratione numerorum compleuisse testamenti veteris Sacramenta videamus: atque eodem numero quod decimus tertius est à Natali suo munera à Magis, baptismum à Ioanne suscepit: aquam In vinum transmutauit: hicque Idem numerus Christum discumbentem cum discipulis refert. Quamobrem si diuina humanàque numeris gubernari intelligimus, non ab re fuerit vniuersam hanc doctrinam & dilucidè & sub compendio cellegisse: rogamus autem eos qui aliàs quandoque Impressuri librum fuerint aut in linguam aliam translaturi vt omni studio curent, nihil aut adimere, aut abiicere, aut permutare, cum nihil non nisi studiosè addiderimus: plurima verò & penè infinita consulto prætererimus: omnia enim quæ vel numeris vel mensura perfici possunt hoc liellbo continentur: verũ maxima & iocundissima penè infinita huius libri sensu occultiore latent: quorũ interpretatione perpetua disciplinæ auctio succedet.

Capvt Primvm.

De Subiectis Arithmeticæ.

Svbiectum Arithmeticæ numerus est integer, per analogiam quatuor subiecta sunt: videlicet numerus integer, vt 3. fractus, vt $\frac{3}{7}$. surdus, vt Radix 7. denominatus, vt census tres, quæ omnia explicabo.

1 Numeri integri sunt qui ex vnitatibus constant, & ab vnitate etiam initium sumunt, ascendunt quidem in infinitum, sed cum perueniunt ad vnitatem, amplius non possunt descendere, nullus enim est numerus vnitate minor, eius autem figuræ sunt nouem, & vna priuationis, & sunt.

nihil.	vnitas.	duo.	tria.
0	1	2	3
quatuor.	quinque.	sex.	
4	5	6	
septem.	octo.	nouem.	
7	8	9	

2 Fracti numeri sunt qui per binas literas designantur, & habent rationem ad integram conuersam: Ita quod medietas dicitur dimidium vnius, & tertia pars, vnius, & septem quintæ intelliguntur vnius: & ita designantur.

Medietas. $\frac{1}{2}$ Tertia pars. $\frac{1}{3}$

Quarta pars. $\frac{1}{4}$ Quinta pars. $\frac{1}{5}$.

3 Surdi numeri vocantur qui non possunt per se intelligi distinctè quid sint, vocantur autem surdi quia audiri non possunt, non possunt autem audiri quia proferri nequeunt: tales sunt Radix quadrata 7. & talium, cuius significatum est numerus qui in se ductus producat 7. talis autem non potest inueniri: huius quatuor sunt species. Quidam enim est numerus surdus absolutè, vt Radix 7. & ita describitur ℞. 7. Alius est Radix ligata, veluti dicam Radix 9. plus Radice 16. vult dicere 7. nam 7. componitur ex 3. & 4. quorum alter est Radix 9. & alter 16. & ita debent iungi. Designatur autem ligata Radix hoc modo. L℞. 7. p℞. 10. & similiter L℞. 9. p̄℞. 16. Tertius modus est Radix vniuersalis, & eius intentio est, vt capias Radicem vltimam, & adiicias præcedenti, & aggregati capias Radicem veluti ℞. vniuersalis 7. p̄℞. 4. vult dicere capias Radicem 4. & est 2. adde ad 7. fit 9. cuius ℞. est 3. designatur autem ℞. vniuersalis hoc modo ℞. V. 7. p̄℞. 4. vel sic (℞) 13. p̄℞. 9. & est 4. Quartus modus est ℞. distincta, veluti ℞. d. 9. p̄℞. 4. est 3. & 2. & non est tamen 5. infrà patebit.

4 Numerus denominatus est ille qui solum est numerus per similitudinem, veluti Radix, census, cubus, & tales. Comprehendit autem figuras & species vndecim. Prima est numerus & ita signatur nu. Secunda species est res siue Radix, siue la cosa, & designatur sic co. intentio igitur dicentis co. 4. vult dicere 4. radices alicuius numeri, vtpote 4. Radices 36. sunt 24. nam ℞. 36. est 6. Tertia species vocatur census est, autem census quilibet numerus in se multiplicatus, vt census 3. est 9, & census 4 est 16. Quarta species vocatur cubus & est cum census multiplicatur in ℞. veluti, cubus 3. est 27. nam 3 in 3 facit 9. & 3 in 9. facit 27. & ita cubus 4 est 64. & 5 est 125. cum igitur designatur census scribitur hoc modo ce. sed cubus hoc modo pingitur cu. Quinta species, est census, census, id est quadratum quadrati, nam census & quadrat ũsunt idẽ, veluti census census 3 est 81, nam 3 in se facit 9 & 9 in se facit 81. designatur autem hoc modo ce. ce. Sexta species vocatur relatum primum, vult dicere illud quod producitur ex quadrato alicuius numeri, in aliquem cubum, veluti cubus 2 est 8. quadratus est 4. duc. 4. in 8 fit 32. quod est census in cubum, sic autem designatur Rel. P. Septima species vocatur ab Antiquis cubus census, vel census cubi, quod est idem, & est exemplum census 2 est 4 eius cubus est 64. vel cubus 2 est 8. cuius quadratum est 64. designatur autem sic cu. ce. Octaua species est Relatum secundum, veluti cubus 2 est 8. census, census est 16. duc 8. in 16. fit 128. & 128. dicetur antiquo nomine relatum secundum, de 2. eius figura est Rel. 2. Nona species est ce. ce. ce. veluti 2 in 2 facit 4 & 4 in 4. facit 16. & 16. in 6. facit 256. qui est census census census de 2. eius figura est ce. ce. ce. Decima species est cubus cubi vt cubus 2 est 8. & cubus 8. est 512. cuius figura est cu. cu. vndecima est census relati primi, veluti relatum primum de 2 est 32. cuius census est 1024. & eius figura est ce. Relatum.

Non ignoro alios aliter nominasse, & recepisse terminos, sed hic modus est remotior à confusione exemplum omnium.

nu.	co.	ce.	cu.
2	2	4	8
ce. ce.	Rel. p.		cu. ce.
16	32		64
Rel. 2.	ce. ce. ce.		cucu.
128	256		512
ce. Rel.			
1024.			

Hic autem processus denominationum est in infinitum, sicut & numerorum, semper tamen proportionalis, seed rarissimè septima attingitur denominatio quæ est cu. ce. nedum quod transgrediamur vndecimam.

Capvt II.

De Operationibus.

Operationes autem sunt septem, Numeratio, Aggregatio, Detractio, Multiplicatio, Progressio, Diuisio, & radicum Extractio.

Cum autem Numerorum subiecta simplicia sint quatuor, permiscentur inuicem & fiunt plura, veluti numerus integer copulatur cum fracto, vel cum surdo,

vel

vel cum denominato, & fiunt mixtiones 11. vt hic.

1 Nu. Fractus
2 Nu. Surdus
3 Nu. Denominatus
4 Fractus & surdus
5 Fractus & denom.
6 Surdus & denom.
7 Nu. Frac. sur.
8 Nu. Frac. denom.
9 Nu. Surdus denom.
01 Fractus sur. & denom.
11 Nu. Fractus surdus & denom.

7 De Compositis autem intelliges per vnum capitulum tantum, de Simplicibus autem cum sint quatuor & in singulis fiant 7 Operationes, merito igitur negotium hoc absoluetur 28. capitulis simplicibus, & 38 postmodum aliis.

Capvt III.

De numeratione Integrorum.

NVmeratio est processus secundum additionem vnitatis & ei non est terminus, & exemplum est vt. 1.2.3.4.5.6. fit & numeratio conuersa, vnitatem versus veluti 50. 49. 48. 47. & ita terminatur ad vnitatem, nam infra vnitatem descendere non licet, veluti igitur numeratio fit augendo & decrescendo proportionaliter, ita & oportet considerare in numeratione terminum ad denarium: nam cum numerus excedit denarium, reuertitur ad idem veluti 1.2.3.4. post denarium fiunt. 11.12.13.14. Et ita post 20. fit 21.22.23. & 24. est ergo numerus simplex, deinde denarius, & centenarius, & millenarius, & sicut sunt 10. vnitates In denario: Ita sunt 10. denarij in centenario: & decem centenarij In millenario: & 10. millenarij in miriade: nam miriadem Græci decem millia appellabant: vnde 7. miriades erant millia septuaginta.

Et ideò Antiqui denarium vocabant continentem & valentem 10. asses qui nunc solidi appellantur. Centum igitur, denarij valebant 10. aureos nostri temporis: ex quo tamen apparet non denarios sed argenteos fuisse quidem illos quibus Dominus Iesus venditus est, nam triginta denarij fuissent solum tres conorati, quibus non potuisset emi ager figuli in sepulturam Peregrinorum: sed de hoc aliàs.

Cum autẽ transit millenarium reuertitur ad mixtionem cum aliis, vtpotè ad denarios millium, & centenaria millium, & milliaria millium, quæ vulgò milliones appelantur, & post iterum ad denarios millionum, ac centenaria reuertitur, & sic in infinitum. Prima litera à parte dextra significat numerum secundum suam figuram: Secunda verò procedendo versus sinistram decanos Tertia verò centenos: Quarta millia: Quinta miriades, siue totidem decena millia: Sexta centena millia: Septima millia millium: siue milliones: Octaua decanos millionum, siue millia miriadum, Nona centena millionum: Decima millia millionum. Vndecima littera versus sinistram significat miriades millionum. Duodecima cẽtena millia millionum. Decima tertia millones millionum. Decimaquarta decanos millionum, millionum, & ita res semper reuertitur ad idem, sine terminatione.

Et causa quare proceditur à dextra ad sinistram fuit quoniam litteræ illæ fuerunt inuentæ à Phœnicibus, quorum mos scribendi est conuersus nostro, videlicet à dextra ad sinistram sicut est motus cœli naturalis: mos autem noster est à sinistra in dextram: sed in numeris obseruamus morem Phœnicum.

Exemplum autem est hoc.

M m M.	D m M.	C m M.	o M.	CM.
6	9	4	3	9
Mirias.	M.	C.	D.	n^s.
5	4	8	5	7.

Sexmillia nongenta quadraginta tria millionum, nongenta quinquaginta quatuor millia, octingenta quinquaginta septem. Solet autem super numeros quando plures sunt apponi punctus super Quartam figuram, & super Septimam, & Decimam, & ita dimittendo figuras duas Exemplum.

7. 9. $\dot{_3}$. 6. 5. $\dot{_2}$. 8. 4. $\dot{^2_n}$. 3. 9. $\dot{_2}$. 6. 4. $\dot{_5}$. 8. 4. $\dot{_3}$.

Vbi punctus est signatus ibi numerus, deinde sunt in 2°. milla, in 3°. milliones, & sic deinceps. secunda autem littera à puncto continet semper decanos, & tertia centenos numerorum, aut milliariorum, aut denominationis, sub puncto signatæ. Est & alius numerandi modus ab antiquis in vsum habitus, & est quod. M. significat millia. c. centenaria. d. quingenta. L. quinquaginta. x. decem. v. quinque. I. vnitates, describebant igitur mille septingenta quadraginta nouem, sic. MDccil. Mille trecenta octuaginta septem sic. Mccclxxxvii.

Capvt IV.

De fractorum numeratione

NOta quod in fractis numerus superior vocatur numerator, & inferior denominator, fit autem numeratio augendo numeratorem per vnitates, derelinquendo denominatorem in suo esse, veluti. $\frac{1}{7}\frac{2}{7}\frac{3}{7}\frac{4}{7}\frac{5}{7}$. & ita in hac fit auctio semper, alia fit decrescendo, veluti. $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}\frac{1}{8}\frac{1}{9}$. & hæc decrescit semper. Et nota quod quando fit diuisio semper diuisor ponitur inferiùs, & diuidendus suprà. Vnde nihil aliud est dicere $\frac{3}{9}$ quàm. 3. diuisum per. 5. Et $\frac{4}{7}$ quàm 4 diuisum per 7. Et $\frac{7}{4}$ quàm 7. diuisum per 4. & exit. 1. & $\frac{3}{7}$ potest etiam talis numeratio ad vnitatem cõparari, & est tunc sensus $\frac{3}{7}$. Videlicet diuisa

vnitatem per 7. & aſſumptis tribus ex illis partibus.

Et ſimiliter $\frac{7}{5}$. vult dicere, diuidendo vnum, per quinque, & de talibus partibus ſeptem aſſumere. Et ita nota quod cum denominator æquatur numeratori ſemper illæ fractiones æquantur vnitati Exemplum $\frac{2}{2}\,\frac{3}{3}\,\frac{4}{4}$.

De fractionibus autem ſurdorum & denominatorum dicetur in capitulis diuiſionum.

Capvt V.

De Numeratione Surdorum.

1 Nvmerantur ſurdi quia omnis numerus ſurdus. Saltem componitur ex duabus litteris, vt. ℞. 7. nihil aliud ſignificat quam numerum qui in ſe ductus faciat 7. ſicut ℞. 9 eſt 3, quia 3. ductus in ſe facit 9, & ℞. 4 eſt 2, quia duo in duo faciunt quatuor. Cum igitur volueris numerare ſurdum augebis literam quæ eſt à dextra per vnitatem, dimittendo reliquas & hoc in ſurdis ſimplicibus, & radicibus ligatis, & vniuerſalibus, & diſtinctis vt ℞. 2. ℞. 3. ℞. 4. ℞. 5. & ita deinceps. Item L℞. 3. p℞. 7. & L℞. 3 p. ℞. 8. & L℞. 3. p℞. 9. & ita deinceps. Item ℞ V 7. p℞. 2. ℞V. 7. p℞. 3. & ℞V. 7. p℞. 4. & eſt ℞. 9. videlicet 3. Item ℞. d. 3. p℞. 5. ℞. d. 4. p℞. d. 5. p℞. 5. Et ita deinceps, ſunt etiam quidam ſurdi mixti vt 7. p℞. 5. & in his ſimiliter procedes videlicet 7. p℞. 5. 7. p℞. 6. 7. p℞. 7. 7. p℞. 8. 7. p℞. 9. & totum eſt 10.

2 Omnis autem numerus compoſitus ex duobus numeris quorum alter ſaltem ſit ſurdus vocatur binomium communiter & largè, quaſi compoſitum ex duobus nominibus. Cum autem dicimus in compoſitis ſine binomiis, ſine trinomiis. 7p. 4. velut dicere 7 additum ad 4. & eſt 11. & 5 p. 4. eſt 9. 12 p. ℞. 9m̃. ℞. 16. vult dicere addere radice 39. quæ eſt 3. ad 12 & ſunt. 15. & ab eiſdem minuere radicem 16. quæ eſt 4. fit 11. & ita ℞. 36. p. 7. m̃. ℞. 15. vult dicere 13. m̃. ℞. 15. & eſt quaſi 9. & ℞. L. 7 p. ℞. 10. vult dicere quod radices 10. & 7. ſimul aggregantur & ita ℞. L. 9. p. ℞. 16. eſt 7. & ℞. L. 25. p. ℞. 64. eſt. 13.

3 Ex hoc ſequuntur duo. Primum quod radicibus ligatis non refert mutare locum in terminis, vnde tantum eſt dicere. 7. p. ℞. 5. quantum ℞. 5. p. 7. & ℞. L. 7 p. 10. quantum L ℞. 10. p. 7. Secundum quod in radice ligata ſi vnus numerus non eſt quadratus neceſſariò talis Radix eſt ſurda, etiam quod omnes alij eſſent quadrati, veluti dico L ℞. 7. p. ℞. p. 9. p. ℞. 16. totum neceſſariò eſt numerus ſurdus.

4 Ex hoc patet quod in radicibus vniuerſalibus non eſt ita, vnde multum refert in his permutare terminos, ſecundò poteſt aliqua Radix vniuerſalis eſſe numerus ſimplex dato quod componeretur ex numeris non quadratis, veluti dicendo ℞V. 7. p. ℞. 81. vult dicere, ſume Radicem 81. & adde ad 7. & fit totum 16. cuius ℞. eſt 4. & tamen 7. nullam habet radicem, quod autem permutatione differant ex hoc exemplo collige, nam ℞V. 4. p. ℞. 25. eſt ℞. 9. videlicet 3. ſcilicet ℞V. p℞. 4. eſt ℞. 27. quæ eſt ſurda & multo maior quam 3.

In ℞. autem diſtincta eſt alia ſignificatio 5
vtpote ℞. D. 9p. ℞. 4. vult dicere 3. & 2. ſeparata. Differunt autem à radice ligata quoniam ℞L. 9p. 4. eſt 3 & 2. iuncta ſimul id eſt 5. differt autem 5 à 3 & 2 eo quod cum multiplicantur 3 & 2 diſtincta in ſe producunt 9 & 4. quæ ſunt 13. & 5 in ſe facit 15. & ideo ℞. D. 4. p. ℞. 9. in ſe ducta facit 4 p. 9. quod eſt 13. & ℞. L. 5. ℞. 9. in ſe facit 13. p. ℞. 144. hoc eſt 25. patet igitur differentia.

Et nota quod quidam intelligunt per hoc 6
℞. V. 7. p. 4. radicem 9. credunt enim quod ℞. primo poſita ſeruiat etiam ſecundo numero qui eſt 4. & non eſt ſic, & qui ponunt male ponunt, non enim intelligitur ℞. niſi ponatur

Cum autem ponuntur plures numeri &
℞. cum vna ligatura, tunc ligatura ſatisfacit 7
omnibus, veluti ℞L. 9. p. ℞. 4. p. 5. p. ℞. 22. eſt accipienda ℞. 9. quæ eſt 3. & addatur ei ℞. 4. quæ eſt 2. fit 5. cui addantur 5. qui ſunt numeri fiunt 10. cui addatur ℞. 22. fiet totum quod ſignificatur per Radicem illam 10. p. ℞. 22.

Cum autem ponitur vna ℞. V. tantum, 8
illa ſatisfacit omnibus. Exemplum ℞. V. 10. p. ℞. 16. p. 3. p℞. 64. vult dicere vt capias Radicem 64. & eſt 8. & ℞. 16. & eſt 4. & 3. numerum, & totum fit 15. & adde ad 10. fit 25. cuius ℞. eſt 5. igitur ℞. V. 10. p℞. 16. p. 3. eſt tantum 5. quia V. non facit niſi vnam ℞. vniuerſalem.

Quod ſi velles inſinuare R. V. compli- 9
catam veluti dicere R. V. 13. p. R. V. 5. p. *R Simplex,*
R. V. 14. p. R. 4. vult dicere quod ibi ſunt *valet ℞.*
3. vniuerſalitates: incipe igitur ab vltima & eſt R. V. 14. p. R. 4. cuius ſenſus eſt R. 4. quæ eſt 2. addita ad 14. facit 16. cuius R. eſt 4. deinde adde 4. ad 5. fit 9. cuius R. eſt 3. deinde pro prima radice adde 3. ad 13. fit 16. cuius R. eſt 4. igitur tota illa R. V. triplicata eſt 4. & ita diſtinguas quotquot fuerint.

Cum autem dicitur RV. 5. pR. V. 3. pR. 10
L. 49. pR. 16. pR. 4. Tunc capias omnes R. ligatas & ſunt 7. 4. 2. adiunge ad 3. fiunt 16. cuius R. eſt 4. ad primæ R. V. fit 9. cuius R. eſt 3. & illa fuit R. aggregati illius R. mixtæ, videlicet 3. cum igitur dico R. V. ligat tantum primam notam cum omnibus aliis ſequentibus, & aliæ remanent tanquam ligatæ. Vnde cum dico R. V. 7. p. R. 16. p. R. 9. p. R. 4. ſunt accipiendæ omnes R. poſt. V. præter primam, & iungendæ cum 7. & totius aggregati quod eſt 16. accipe R. quæ eſt 4. & tanrum valet R. illa vniuerſalis.

Rad. autem diſtincta non debet permi- 11
ſceri, & raro admiſcetur aliis, ſi tamen contingat ſingulis locis addenda eſt, nota variationis, aliter. D. diſtinguit omnes terminos, ſicut L. ligat. veluti

veluti ℞.D.9.p℞.4.p.5.non est aliud nisi 3. p.2.p.5.seorsim: vt dictum est.

12 Cum vero iungitur L.cum. V.vt hic ℞. L.V.10.p℞.36.p℞. V.70.p℞.121.sensus est accipe ℞.121. & est 11. adde ad 70.fit 81. accipe ℞.81.& est 9. deinde similiter accipe ℞. V. primam quæ est 4. & eam iunge cum 9.fit 13.

13 Et ex hoc ne terrearis ob difficultatem, nã per posteriora magis intelliges præcedentia,& maxima difficultas quæ accidit in surdis est ob numerationem, & ideo eâ optimè intellectâ reliquæ operationes, nullam habent difficultatem, exerceas igitur te in ea.

CAPVT VI.

De Numeratione denominationum.

OMnis denominatio numeratur numeris simplicibus non variatâ denominatione exemplum vt 1 co. 2 co. 3 co. 4 co. & 1 ce. 2 ce. 3 ce. 4 ce. & ita de aliis.

CAPVT VII.

De Additione integrorum & dicitur summa.

1 CVm volueris addere numeros integros inuicem, dispone eos incipiendo à dextra versus sinistram, vnum sub alio, ita vt si defficiant deffectus sit à parte sinistra: deinde aggrega incipiẽdo à dextra omnes litteras existentes in directo, & quod superat ex numeris scribe:& retine si supersint denarij, & aggrega numerũ illorũ, cum litteris dispositis Secundo loco, & quod superest ex numeris scribe:decanos autẽ transfer ad Tertiam litteram tanquam numeros simplices, & ita facias vt in exemplo res facilis est & vulgata & nisi esset quod volumus totam artem amplecti talem operationem dimisissemus.

7394	2
406	8
27	3
5275	9
13104	2

2 In aggregando autem libras, solidos, & denarios, oportet scire quod libra continet solidos 20. solidus autem noster denarios 12. alibi autem plures, alibi pauciores. In summa igitur denariorum quotquot duodenarij superfuerint, numero solidorum sunt adiiciendi: vbi solidus valet 18. nummos obseruabis quotiens 18. superest, totidem solidos adiicies in numero solidorum: simi-

lib. 7974 ſ. 13. d. 7
lib. 879 ſ. 12. d. 6
lib. 9400 ſ. 5. d. 7
lib. 794 ſ. 8. d 9

Summa lib. 19049 ſ. 0. d. 5

liter fiet in computandis solidis, quotiens Vigenarij exce[illegible]rint solidorum, totidem libras adiicies libris quas habes. Exemplum cape pro aliis.

Probatio aggregationis est triplex primus modus est per 7. & per 9. vt in exemplo. 3

per 9.	7965428	5
	675392	5
	4735630	1
	7439	5
	13383889	7

per 7.	7965428	2
	675392	4
	4735630	4
	7439	5
	13383889	1

Secundus modus est aggregare è conuerso vtpotè si aggregasti ascendendo aggrega postmodum descendendo, & hoc vtuntur sæpè artifices & mercatores: exemplo non indignes quia res palàm est ex exemplis superioribus, nam fit cum eisdem litteris non permutatis.

Tertius modus est quod subtractio est aggregationis probatio, nam si 17. & 29. faciunt 46. igitur detractis. 29. à 46. fient 17. exemplum est vt hic.

Aggregatio.	Subtractio.
7954328	8750001
795673	7954328
8750001	795673

Ex hoc liquet quod cum aggregatio possit fieri inter quoslibet numeros:& detractio solum inter duos: quod raro subtractio erit probatio aggregationis: sed benè aggregatio subtractionis erit semper probatio.

Exemplum aliud Tertij modi.

lib. 7964 ſ. 13. d. 5
lib. 895 ſ. 11. d. 6

lib. 8860 ſ. 4. d. 11

Aggregatio.

lib. 8860 ſ. 4. d. 11
lib. 895 ſ. 11. d. 6

lib. 7964 ſ. 13. d. 5

Subtractio.

CAPVT VIII.

De Aggregatione fractorum.

TV scis quod numerus superior vocatur numerator, & inferior denominator, multiplica igitur denominatores inuicem,& quod fit pone pro denominatore, deinde multiplica denominatorem vnius, per numeratorem alterius, & hoc vicissim, & totum aggrega pro numeratore. Exemplum volo aggregare $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{7}$ duco 4. in 7. & facio 28. pro denominatore

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \quad \frac{41.}{28.}$$

deinde duco 3. in 7. & fit 21. & similiter 5. in 4. & fit 20. & totum est 41. pro numeratore. Videlicet $\frac{41}{28}$. & est $1\frac{13}{28}$. quod si sint plures aggregabis binatim eodem modo donec compleas. Exemplum volo aggregare $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ aggrego per modum dictum Prima duo & faciunt $\frac{17}{25}$. & reliqua duo & faciunt $\frac{49}{50}$. deinde aggrego $\frac{17}{12}$ & $\frac{49}{50}$ & fiunt $\frac{1098}{360}$ & sunt integri tres & $\frac{1}{20}$ & hoc est facile.

Capvt IX.

De Aggregatione surdorum.

1 Talis aggregatio fit per hoc verbum plus vt volo aggregare ℞.7. cum ℞.10. facio ℞.7.p.℞.10. & ita ligantur & aggregantur radices vniuersales, & ligatæ, & omnes numeri surdi.

2 Alius modus est talis, aggrega numeros vt etiam duc vnū in alterum, & quadrupla, & radicem illius adde dicto aggregato, & ℞. totius est quod quæris. Exemplum volo adiungere radicem 16. cum radice 25. adiungo simul fiunt 41. duco 25. in 16. fit 400. quadruplo fit 1600. ℞. est 40. addo ad 41. fit 81. cuius ℞. est 9. aggregatum ex radice 25. & radice 16. sic dico quod ℞. 7. cum ℞. 3. facit per primum modum radicem 7. p. ℞. 3. vel per secundum modum ℞. V. 10. p. ℞. 84. & est ferè ℞. 19.

3 Cum volueris addere ℞. cubicā, alteri cubicæ, diuide maiorem cubum, per minorē, & exeuntis accipe ℞. cubicā, cui adde 1. & totū multiplica in ℞. cubam minoris, & prouentus erit aggregatū ℞. cubarū vtriusque. Exemplum volo iungere ℞. cubam 8. cum ℞. cuba 27. diuido 27. per 8. exit $3\frac{3}{8}$ cuius ℞. cubica est $1\frac{1}{2}$ addo 1. fit $2\frac{1}{2}$, duco $2\frac{1}{2}$ in 2. ℞. cubam de, 8 fit 5. aggregatum. Similiter volo iungere ℞. cubam 3. cum ℞. cuba 24. diuido 24. per 3. exit 8. capio ℞. cubam quæ est 2. addo 1. fit 3. duco in ℞. cubam de 3. fit ℞. cuba 81. aggregatum, & hæc regula tenet in ℞. quadrata etiam & ℞. ℞. Exemplum volo adiungere ℞. ℞. 96. & ℞. ℞. 6. diuido 96. per 6. exit 16. capio ℞. ℞. 16. fit 2. addo 1. fit 3. duco in ℞. ℞. 6. fit ℞. ℞. 486. & tantum faciunt ℞. ℞. 96. ℞. ℞. 6. simul iunctæ.

4 Quòd si velis adiungere ℞. cubam cum quadrata, cuba quadratum, & quadra cubum, deinde diuide maiorem per minorem, & exeuntis accipe ℞. quadratam ℞. cubicæ, minoris, & productum erit aggregatum ex ℞. quadrata vnius & cuba alterius, Exemplum volo iungere ℞. quadratam 16. cum ℞. cubā 8. igitur cuba 16. quod est quadratum fit 4096. deinde quadra 8. qui fuit cubus fit 64. deinde diuido 4096. per 64. cuius ℞. quadrata ℞. cubicæ, est 2. cui adde 1. fit 3. quem multiplicabis in 2. ℞. quadratā ℞. cubicæ 64. hoc modo: cuba 3. fit 27. quadra 27. fit 729. similiter cuba 2. fit 8. quadra 8. fit 64. multiplica 729. per 64. fit 46656. cuius ℞. quadrata ℞. cub. erit aggregatū, nam ℞. cubica 46656. est 36. cuius ℞. quadrata est 6. vel è cōuerso ℞. quadrata 46656. est 216. cuius ℞. cuba est 6. & reddit ad idem & hoc modo iungunt radices,

Capvt X.

De Aggregatione Demonstrationum.

Fit hæc similiter tribus modis sicut in surdis, vel per plus, vel per aggregationem cum multiplicatione, vel per diuisionem, nam cum aggrego 1. co. cum 7. fit Primo modo 1. co. p. 7. alio autem modo vt in surdis aggrego 1. co. cum 7. fit 1. co. p. 7. deinde multiplico. 1. co. in 7. fit 7. co. quadruplo 7. co. fit 28. co. igitur ℞. V. 1. co. p. 7. p. ℞. 28. co. est aggregatum, & similiter aggregare 4. co. cum 3. ce. facit Primo modo 4. co. p. 3. ce. Et secundo modo ℞. V. 4. co. p. 3. ce. p. ℞. 48. cu. & ita de aliis. Pro tertio modo fac tibi exemplum. 1

Cum verò adduntur plus & minus fit hoc quatuor vt vides modis infrà descriptis. 2

p. cum p. additur & fit p.
p. cum m̃. minuitur & fit illud quod superat.
m̃. cum m̃. additur & fit m̃.
m̃. cum p. minuitur & fit illud quod superat.

5. ce. p. 7. co. m̃. 4. cu. p. 8.
6. ce. p. 10. co. p. 8. cu. m̃. 10.

11. ce. p. 17. co. p. 4. cu. m̃. 2.

Exemplum volo addere 5. ce. p. 7. co. m̃. 4. cu. p. 8. cum 6. ce. p. 10. co. p. 8. cu. m̃. 10. Fit vt vides, nam addo Primo 5. ce. & 6. ce. fiunt 11. ce. & post addo 7. co. & 10. co. fiunt 17. co. p. quia ambæ erant p. deinde detraho cu. 4. qui sunt m̃ ex cu. 8. qui sunt p. remanent cu. 4. p. deinde detraho 8. ex 10. remanent 2. m̃. quia 10 fuerat m̃. & ita hoc exemplum satisfacit omnibus modis.

Capvt XI.

De Subtractione Integrorum.

Differt subtractio ab aggregatione in tribus: Primò quia subtractio est contraria aggregationi, minuit enim & illa addit quantitates: Secundò quia aggregatio fit inter quotlibet numeros, subtractio solum inter duos: Tertiò quia aggregatio fit minoris cum maiore, & maioris cum minore, detractio autem non fit nisi minoris à maiore: nam maiorem numerum, à minore, detrahere omnino est impossibile. 1

Fit aut detractio hoc modo supponendo litteras litteris in directo, à dextra versus sinistram procedendo: veluti hic, dicas igitur 9. de 13. remanent 4. & quia ad faciendum 13. addidisti 10. nam aliter non potuisses detrahere 9. illud 10. pro vnitate adde ad secundam literam videlicet

```
7948723
 486579
-------
7462144
```

delicet 7. & fiet 8. & est tantum quantum si detraxisses vnitatem à 2. quæ est littera superior : dicas ergo 8.de 12. remanent 4. & transfert vnitatem ad locum sequentem, & fit 6.&ipsum deme de 7.& remanent 1. deinde detrahe 6. ab 8. remanent 2.deinde detrahe 8. à 4.non potes : adde 10. fit 14.& detracto 8. fiunt 6.& transfer vnitatem & fiet 5.littera sequens quæ erat 4.quæ dempta à 9.fit 4. deinde quia nulla est alia littera in detractore , repones 7. & fiet numerus inferior arestum:vt vulgariter nominant.

2 Probatio fit tripliciter sicut in aggregatione per 7.& per 9.vt in hoc exemplo est

	79543	1		79543	2
per 9.	6825	3	per 7.	6825	0
	72718	7		72718	2

autem differentia ab aggregatione, quia in illa superiores iuncti debent æquari inferiori, hic autem inferiores iuncti, debent æquari superiori, quare &c. Secundus modus est vt detractio sit probatio detractionis & est quia detraxisti 6825.ex 79543.& super fuit 72718. igitur si detraxeris 72718. ex 79543. remanebit 6825. nam demptis 7. à 10.remanet 3.igitur demptis 3.à 10.remanebunt 7.Exemplum habes in superioribus. Tertius modus probandi est aggregatio , nam cum rite detraxeris semper ex duobus inferioribus iunctis fiet superior vt hic : congregaui duos inferiores , & facti sunt numerus: à quo facta erat detractio.

74328
5929
68399
74328

3 Cum verò libras, Solidos, & Denarios, volueris detrahere dispone vt in exem-

lib.	7964	s.	13	d.	7
lib.	7682	s.	17	d.	9
lib.	281	s.	15	d.	10

plo.Tunc adde solidum.7. Denariis ,& fient denarij 19. à quibus demptis 9. fiunt Denarij 10. & quia addidisti Denarios 12. superius, igitur adde solidum inferioribus , & fient solidi 18. quos non potes detrahere à 13.adde Libram, quæ valet solidos 20. fient solidi 33. à quibus demptis 18. remanent solidi 15.& quia addisti solidos 20.superioribus qui sunt libra addes libram vnam inferioribus & fient libræ 7683.quæ detractæ per superiora faciunt residuum libras 281. solidos 15. denarios 10.probatio fit per duos vltimos modos , nam primus modus solum tenet in numeris simplicibus , quomodo autem fiat probatio per 7. & per 9. exponam in capitulo de multiplicatione simplicium numerorum.

4 Si quis autem dicat valeat scutum libras 5.solidos 5. denarios 3. & facias hanc detractionem quia natura Scuti, continet

Scuti 97 lib. 2 s. 13 d. 6
Scuti 28 lib. 3 s. 11 d. 3

libras ,solidos, & denarios , quæ sunt diuersarum , tunc considera si libræ inferiores sint pauciores superioribus, fac detractionem vt suprà , non enim habet difficultatem : si verò libræ detractoris videlicet inferioris sint plus , tunc resolue vnum scutum in libras & deme a superioribus , & adde libras libris : solidos solidis : nummos nummis:postmodum perfice detractionem , Exemplum

		Sicuti valor					
		lib.	5	s.	5	d.	3
Scuti	96	lib.	7	s.	18	d.	9
Scuti	28	lib.	3	s.	11	d.	3
Scuti	68	lib.	4	s.	7	d.	6

erant Scuti 97. libræ 2. solidi 13.denarij 6. abstuli scutum qui valet libras 5. solidos 5. denarios 3. & addidi omnia suis locis : & facti sunt Scuti 96. libræ 7. solidi 18. denarij 9.à quibus detractis scutis 28.libris 3. solidis 11. denariis 3. remanent scuti 68. libræ 4. solidi 7. denariis 6.vt vides animaduerte quod in hoc casu accidit quandoque vt super sint solidi plusquam 20.aut nummi, plusquam 12.pones igitur detractis solidis 20.libram,& detractis nummis 12.solidum.

Animaduerte quod in aggregationibus talium etiam opportet animaduertere nam 5
cum libræ exuperauerint valorem scuti tunc reponetur coronatus loco earum hoc modo valeat scutus vt supra libras 5. solidos 5.denarios 3. sint hæ duæ quantitates

Scuti 754 Libræ 4 Solidi 13 d. 6
Scuti 458 Libræ 2 Solidi 19 d. 11

Primo eas simul

Scuti	754	lib.	4	s.	13	d.	6
Scuti	458	lib.	2	s.	19	d.	11
Scuti	1212	lib.	6	s.	32	d.	17
Scuti Valor.		lib.	5	s.	5	d.	3
Scuti	1212	lib.	1	s.	27	d.	14
Scuti	1213	lib.	1	s.	27	d.	14
Scuti	1213	lib.	2	s.	8	d.	2

iunges per doctrinam Septimi capituli & fient scuti 1212. lib.6. solidi 32. denarij 17. post modũ quia libræ 6.solidi 32.denarij 17. excedunt valorem scuti suppone ipsum & residua: & remanent scuti 1212. libra 1. solidi 27. denarij 14. post modum addes scutum vnum numero aureorum : pro libris solidis & denariis quos abstulisti : & fient scuti 1213. libra 1. soldi 27. denarij 14. demum quia supersunt solidi, plusquam 20. & denarij plusquam 12. reduces denarios 12.ad solidum: & solidos 20.ad libram : & fient Scuti 1213. libræ 2. solidis, denarij 2. vt in exemplo vides.

Fuisse me in hac tam vulgata re longiusculum pudet,cum tamen maior verecundia sit in minimis falli : ea propter diligentius ista pertractauimus : nam reliqua quæ sunt difficiliora etiam ad instructis legentur: facilius autem ardua peritus, quam vulgata imperitus intelligit.

Capvt XII.

De Subtractione Fractorum:

DVces denominatorem In denominatorem & quod fit est denominator residui, deinde duces numeratores vnius In denominatores alterius, & duorum multiplicatorum residuabis minorem numerum de maiore: & quod remanet est numerator. Exemplum volo $\frac{2}{3}$. de $\frac{3}{4}$ detrahere, duc 3. in 4. fit 12. pro denominatore: deinde duco 2. in 4. fit 8. & 3. in 3. fit 9. demo 8. à 9. remanet 1. pro numeratore remanet igitur $\frac{1}{12}$ ex tali detractione.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \quad \frac{1}{12}$$

Capvt XIII.

De Subtractione Surdorum.

1 FIt tribus modis Primo per minus hoc modo volo detrahere ℞. 3. ex Radice 7. dico ℞. 7. m̃. ℞. 3. & ita de aliis.

2 Alius modus est talis aggrego simul: & etiã multiplico: & multiplicatum quadruplo: & huius sumo radicem quam detraho ab aggregato Primo quæ si non potest detrahi, detractio est impossibilis: factâ detractione ℞. residui, est quæsitũ, veluti volo detrahere Radicẽ 16. ex ℞. 25. iungo 25. cũ 16. fit 41. duco 16. in 25. fit 400. quadruplo 400. fit 1600. m̃. 1600. est 40. demo à 41. remanet 1. cuius ℞. est 1. & tantùm residuatur, demptâ radice 16. quæ est 4. à radice 25. quæ est 5. remanet 1. per hoc etiam demptâ radice 3. à radice 7. fit ℞. V. 10. m̃. ℞. 84. cuius sensus est assumere radicem 84. & detrahere à 10. & residui ℞. est quod quæritur. Ex hoc patet & Capitulo Nono quod tantum est dicere ℞. 7. m̃. ℞. 3. quantum (℞) 10. m̃. ℞. 84. & similiter tantum est dicere ℞. 7. p. ℞. 3. quantum ℞. V. 10. p. ℞. 84. quare & ce.

3 Tertius modus est vt diuidas numerum per numerum, & exeuntis accipe radicem, à qua detrahe 1. & residuum multiplica per ℞. minoris, & hic modus tenet in Radicibus cubicis: & quadratis: & ℞℞. & mixtis: Exemplum de cubica volo detrahere ℞. 8. cu. ex ℞. 27. cubica: diuido 27. per 8. exit $3\frac{3}{8}$. capio radicem cu. & est $1\frac{1}{2}$. demo vnitatem remanet $\frac{1}{2}$. duco $\frac{1}{2}$. in 2. radicem 8. fit 1. & tantum residuatur detractâ ℞. cub. 8 à ℞ cub. 27. & vt vides exempla capituli noni satisfaciunt: nam operatio est eadem vt in aggregatione præcise: excepto quod in aggregatione additur 1. in subtractione aufertur.

Capvt XIV.

De Subtractione Denominationum.

1 IN denominationibus similibus fit detractio per numeros veluti 10. ce. p. 7. co. si demantur ex 24. ce. p. 13. co. remanent 14. ce. p. 6. co.

Si verò denominationes sint similes vnus tamẽ numerus maior, alter minor: fit detractio in minore secundùm totum: in maiore autẽ secundum quantitatem minoris: & residuum ponitur sub termino minus Exemplum volo subtrahere 7. ce. p. 13. co. à 10. ce. p. 4. co: dico quod remanet 3. ce. m̃. 9. co. 2

10. ce. p. 4. co.
7. ce. p. 13. co.
3. ce. m̃. 9. co.

Si verò denominationes subtrahendi sint cum termino minus, fit additio: Exemplum volo detrahere 7. ce. m̃. 9. co. ab 11. ce. p. 5. co. fit 4. ce. p. 16. co. in additione autem minus minuitur: exempli gratiâ volo addere 6. ce. p. 7. co. cum 5. ce. m̃. 9. co. fit. totum 11. ce. m̃. 2. co. regula etiam hæc tenet in surdis. Si verò naturæ sint diuersæ fit subtractio per terminum minus aut per multiplicationem prout in surdis & ita 7. ce p. 3. co. & 4. cu. facit detrahendo 7. ce. p. 3. co. m̃. 4. cu. vel per modum multiplicationis ℞. differentiæ 49. ce. p. 9. ce. p. 16. cu. ce. p. ℞. 1764. cu. ce. detractâ ℞. L. 3136. ce. Re. p. 576. ce. ce. ce. 3

Exempla istorum modorum patent vt hîc.

7. ce. p. 7. co.	7. ce. p. 12. co.
4. ce. p. 3. co.	5. ce. p. 15. co.
3. ce. p. 4. co.	2. ce. m̃. |3. co.
7. ce. p. 4. co. m̃. 9.	7. ce. m̃. 5. co. p. 7.
5. ce. p. 6. co. p. 10.	9. ce. m̃. 11. co. m̃. 3.
2. ce. m̃. 2. co. m̃. 19.	6. co. m̃. 2. ce. p. 10.

Probationes autem fiunt duobus vltimis modis capituli vndecimi.

Capvt XV.

De Multiplicatione Numerorum.

CVm volueris multiplicare numeros habeas imprimis memoriæ multiplicationem numerorum simplicium vsque ad 10. veluti 7. in 9. facit 63. deinde dispone quemlibet sub suo compari veluti. In figura vides Primò ducitur 6. in omnes literas numeri superioris: deinde ducitur 4. in easdem: deinde 9. deinde 3. vltimo 7. deducitur. In omnes litteras superioris numeri prout vides.

In hac Figura:

```
    79507864
       73946
------------
   477047184
  318031456
 715570776
238523592
556555048
------------
587928851 1344
```

Secundo considera quod decani qui supersunt in multiplicatione transferuntur ad numerum sequentem: tanquam numeri simplices, veluti in prima littera duco 6. in 4 fit 24. depono 4. & supersunt 20. qui sunt duo decani, hos seruo: cum igitur dico 6. in 6. facit 36. addo 2. pro decanis seruatis: &

& fit 38. repono igitur 8. & seruabo 3. decanos quos adnumerabo multiplicationi 6. in 8, atque ita in reliquis.

Tertiò considera quod primus numerus qui reponitur debet poni sub littera multiplicante numeri inferioris deinde procedere seriatim sine confusione ad sinistram: donec disponatur optimè vna sub alia, sicut vidisti in figura.

Probatio autem per 9. est vt colligas omnes superioris: & proiice 9. quotiens potes: deinde fac idem in Secundo numero inferiore: & residua inuicem duc: & ab eo quod fit etiam proiice 9. quotiens potes: & serua reliquum: deinde in numero producto aggregato proiectis 9. quotiens potueris, si residuatur idem numerus qui seruatus est rectè processisti, sin minus nequaquam. Exemplum in superiore: multiplicatione aggregatio numerorum est 46. deductis 9. remanet 1. in inferiore aceruus est 29. deductis 9. fit 2. duc. 2. in 1. fit 2. aggregatum producti est 65. à quo deductis 9. remanent 2.

Alia probatio fit per 7. non aggregando, sed præscindendo: vtpote dicas in superiore numero, in 7. nihil superest, in 9. supersunt 2. quæ antepos ita ad 5. faciunt 25. in quo supersunt 4. quæ anteposita ad nullitatem faciunt 40. à quo proiectis 7. fit 5. qui antepositus ad 7. facit 57. à quo deducto 7. remanet 1. & ita procedas pariformiter in omnibus: si igitur, quod superest à producto æquatur ei quod superest ex supplicatione producentium: ratio est bona: aliter est falsa. Exemplum in superiore supersunt 2, in inferiore 5. duco: 5, in 2. fit 10: supersunt 3. cum igitur in producto supersint 3. ratio est vera. Istamet probatio potest fieri per 8. per 6. & per 11. & reliquos numeros eodem modo sicut fit de 7. & probatio de 9. non verificatur in aliis numeris nota tamen quod potest esse Prima & Secunda probatio bona, & tamen multiplicatio erit mala: non tamen probatio potest esse mala, & multiplicatio

```
   36425
     792
--------
   72883
  327828
  254975
--------
28848663
```

bona hoc autem fit hoc modo: probationes istæ sunt veræ & tamen multiplicatio falsa: si igitur dubitas experiaris Primam & secundam & tertiam litteras à dextra, an benè se habeant nam falsificantur multiplicationes per 63. additum vel ablatum & omnem numerum ex eo compositum vt 126. & 630. &c.

Cum ducit n^s. in numerum, quod producitur est n^s. vt 7. in 3. fit 56.

Cum producitur numerus in decanos, productum sunt decani veluti 7. in 80. facit 56. decanos qui sunt 570.

Cum producitur numerus in centenos, productum est numerus centenorum. vt 7. in 800. facit 56. centenos qui sunt 5600.

Cum producitur numerus in millenos, vel è conuerso, productum est numerus millenorum, vt 7. in 8000. facit 56000.

Cum producitur numerus in miriades, productum est numerus miriadum vt 7. in 80000. facit 56. miriades quæ sunt 560000.

Cum producitur decanus in decanos, productum est numerus centenorum, veluti 70. & 80. facit 56. centenos videlicet 5600.

Cum producitur decanus in centenos, productum est numerus milliariorum. veluti 70. in 800. facit 56. millenos videlicet 56000.

Cum producitur decanus in millenarios, productum fit numerus miriadum: veluti 70. in 8000. facit 56. miriades videlicet 560000.

Cum producitur decanus in miriades, productum est numerus centenorum milium, veluti 70. in 80000. facit 56. centena millium videlicet 5600000.

Cum centenus producitur in centenos, quod fit est numerus miriadum, veluti 700. in 800. facit 56. miriades, videlicet 560000.

Cum centenus ducitur in milliaria, productum est numerus centenorum millium, veluti 700. in 8000. facit 56. centena millia, videlicet 5600 000.

Cum centenus ducit in miriade productum est numerus millionum, veluti 700. in 80000. facit 56. milliones, videlicet 56000000.

Cum millenus ducitur in millenos, productum est numerus millionum, veluti 7000. in 8000. facit 56. milliones, videlicet 56000000.

Cum millenus ducitur in miriades, productum sunt decani millionum, veluti 7000. in 80000. facit 56. decanos millionum, videlicet 560000000.

Cum mirias in miriadem ducitur, productum est centena millionum, veluti 70000. in 80000. facit 56. centena millionum videlicet 5600000000.

Hæc igitur si quis rectè concipiat faciliter memoria maximas supputationes perficiet.

CAPVT XVI.

De Multiplicatione & insitione Fractorum.

PRo multiplicatione duc denominatorem in denominatorem & numeratorem in numeratorem & quod fit pone pro producto veluti $\frac{2}{3}$. in $\frac{3}{4}$ facit $\frac{6}{12}$ & $\frac{2}{5}$ in $\frac{4}{7}$ $\frac{8}{35}$ vt vides in figura. 1

Probatio autem vna est vniuersalis omnibus quæ est diuisio: quæ etiam competit integris, sicut diuisionis probatio est multiplicatio: Vnde cum diuiseris $\frac{6}{12}$ per $\frac{2}{3}$ exibunt $\frac{3}{4}$ aut si diuiseris per $\frac{3}{4}$ exibunt $\frac{2}{3}$. & similiter diuiso $\frac{8}{35}$ per $\frac{4}{7}$ exibunt $\frac{2}{5}$. & diuiso $\frac{8}{35}$ per $\frac{2}{5}$ exibunt $\frac{4}{7}$.

$$\frac{2}{3} \text{———} \frac{3}{4} \quad \frac{6}{12}$$

$$\frac{2}{5} \text{———} \frac{4}{7} \quad \frac{8}{35}$$

Infilzatio vulgariter dicitur siue insitio, additioni ferè similis est, non tamen potest fieri

fieri sine multiplicatione, ob hoc dilata est declaratio eius vsque ad præsens capitulum: fit autem vt in figura multiplicando denominatorem in denominatorem & produ-

$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{82}{84}$

ctum pone pro denominatore, deinde multiplica denominatorem secundum in numeratorem Primum & adde producto numeratorem secundum & aggregatum pone pro numerarore. Exemplum volo inserere $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{7}$, primo inseram $\frac{2}{3}$ cum $\frac{3}{4}$ ducendo denominatores inuicem, fit 12. & postmodum Primum numeratorem qui est 2 in denominatorem qui est 4. fiet 8. cui adde secundum numeratorem fiet 11. igitur insitione fit $\frac{11}{12}$ similiter duco 12. in 7. fit 84. pro denominatore: deinde duco 11. in 7. fit 77. addo 5. fit 82. pro numeratore igitur insitus erit $\frac{82}{84}$. Est autem insitio additio fractionis fracti anterioris, ad fractum cuius est fractio, veluti addo $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{6}$ ad $\frac{5}{6}$ fiunt $\frac{17}{18}$ nam 2. non sunt partes vnitatis sed $\frac{1}{6}$ qui est denominator de $\frac{5}{6}$.

3 Ex hoc patet quod ex insitione nunquam peruenitur ad vnitatem vtpote si quis dicat insere $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{6}$ $\frac{7}{8}$ non attingunt ad vnitatem, quia ad $\frac{3}{4}$ deest $\frac{1}{4}$ sed $\frac{5}{6}$ non est $\frac{1}{4}$, sed tantùm $\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{4}$ igitur ad complendum vnitatem deest $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{4}$ sed $\frac{7}{8}$ sunt minus de $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{4}$ quia sunt $\frac{7}{8}$ de $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{4}$ igitur ad complendum vnitatem deest $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{4}$ quod est $\frac{1}{192}$ & ita in infinitum.

Insere tot $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ quod faciant $\frac{7}{8}$ tunc scias possibilitatem inserendi faciliter, nam si 8. denominator inserendi numerat 24. productum denominatorum inserentium quæstio est possibilis aliter non: soluitur autem Capitulo Sexagesimo sexto.

CAPVT XVII.

De multiplicatione Surdorum.

1 CVm fuerit surdus simplex ducendo in seipsum fit numerus veluti ℞. 7. in ℞. 7. facit 7. & ℞. 5. in ℞. 5. facit 5.

2 Cùm ducitur numerus surdus, in alium producitur ℞. aggregati, veluti ℞. 7. in 5. facit ℞. 35. & ℞. 9. in R. 4. facit ℞. 36. quæ est 6.

3 Cum ducitur ℞. numeri, in ℞. quadrupli, producitur duplum numeri, veluti ℞. 3. in ℞. 12. facit 6. & ℞. 5. in ℞. 20. facit 10.

4 Cum ducitur R. V. in se, producitur idem demptâ Primâ R. Exemplum R. V. 7. p. R. 4. in se facit 7. p. R. 4. quod est 9. & R. V. 9. p. ℞. 49. facit 9. p. R. 49.

5 Cum ℞. numero multiplicabis, quadrabis numerum & duces in quadratum R. id est in numerum ipsum, & R. producti est quod quæritur. Exemplum ℞. 7. in 5. quadra 5. fit 25. quadra ℞. 7. fit. 7. duco 7. in 25. fit 175. igitur ℞. 175. est productum ex 5. in R. 7.

6 Cum volueris ducere radicem & numerum in se. Tunc quadrabis vtrumque & iunges simul, pòst multiplicabis vnum productum in aliud, & quadruplabis, & huius ℞. cum aggregato Primo est productum. Exemplum R. 9. p. 2. quadra fit 9. p. 4. quod est 13. duc etiam 9. in 4. fit 36. quadrupla fit 144. ℞. est 12. addita ad 13. facit 25. tantum facit ℞. 9. p. 2. in se, nam 5. in se facit 25.

Cum volueris ducere ℞. ligatam in se fac 7
eodem modo, quadra, iunge, & multiplica, quadrupla radicem aggregato iunge: vt ℞. 9. p. ℞. 16. fiunt 9. & 16. quod totum est 25. deinde 9. in 16. facit 144. quadruplum est 576. ℞. est 24. quæ addita ad 25. facit 49. quòd si non haberet radicem, diceremus 25. p. R. 576.

Cum volueris ducere radicem ligatam 8
in aliam, quadrabis vtramque deinde multiplicabis in crucem, & R. ligata productorum est productum, veluti L℞. 9. p. ℞. 4. in L℞. 25. p. R. 36. quadra fiunt 9. p. 4. & 25. p. 36. dispone & multiplica:

Omnes igitur hæ radices sunt productum videlicet 55.

9. p̃. 4.
25. p̃. 36.

℞. 225. p̃. ℞. 324.
℞. 100. p̃. ℞. 144.

Aliud 3. p̃. ℞. 4. in 2. p. ℞. 9. quadra & dispone hoc modo, est igitur productum L℞. 81. p̃. ℞. 36. p̃. ℞. 36. p̃. ℞. 16. Videlicet 25.

3. p̃. ℞. 4.
2. p̃. ℞. 9.

9. p̃. 4.
4. p̃. 9.

℞. 36. p̃. ℞. 81.
℞. 16. p̃. ℞. 36. 9

Cùm volueris multiplicare Radices vniuersales inuicem, quadra eas suo modo per regulam quartam, & post modum quadra etiam tanquam disiunctum per vndecimam regulam, tertiò duc vnam in alteram per præcedentem, & ℞. ℞. ligatæ illius aggregati est productum. Exemplum ℞ V. 7. p̃. ℞. 4. in ℞. V. 5. p̃. ℞. 16. ducenda est, quadrentur per quartam fiunt 7. p̃. ℞. 4. & 5. p̃. ℞. 16. deinde quadrentur per viam ℞. & numeri distinctorum: & fiunt 49. p̃. 4. & 25. p̃. 16. hoc autem per modum ℞. ligatæ multiplicabis in crucem: & fiunt vt vides ℞. totius, aggregati huius. ℞. L. 1225. p̃. ℞. 784. p̃. ℞. 100. p̃. ℞. 64. ℞. igitur 1225. est 35. & ℞. 784. est 28. & ℞. 100. est 10. & ℞. 64. est 8. igitur totum est 81. cuius ℞. est 9. productum.

℞ V. 7. p̃. ℞. 4.
℞ V. 5. p̃. ℞. 16.

D. 7. p̃. ℞. 4.
D. 5. p̃. ℞. 16.

L. 49. p̃. 4.
L. 25. p̃. 16.

℞. 1225. p̃. ℞. 784.
℞. 100. p̃. ℞. 64.

Cùm volueris multiplicate Radices liga-
tas inuicem cum vniuersalibus, quadrabis 10
vnamquamque per suam regulam, Videlicet quartam & septimam & tu scis quod prodibunt in vtraque numerus, & radix, deinde quadra omnia tanquam radices disiunctas, per sequentem regulam & multiplica inuicem, & ℞℞. L. totius est productum veluti volo deducere ℞. V. 7. p̃. ℞. 4. in ℞. L. 9. p̃. ℞. 16. quadrabo per quartam regulam radicem

vniuersalem

vniuersalem, & fiet 7.p̃. ℞. 4. & quadrabo radicem ligatam per septimam regulam, & fiet 25.p̃. ℞. 576. multiplico eas in se per modum ℞. distinctæ & fient 49. p̃. 4. Et 625. p̃. 576. deinde multiplico inuicem per modum crucis & Primo 49. in 625. fit 30625. & 4. in 576. fit 2304. & 49. in 576. fit 28224. & 4. in 625. fit 2500. erit igitur productum ℞℞. L. 30625. p̃. ℞. 2500. p̃. ℞. 2304. p̃. ℞. 28224. est autem 30625. ℞. 175. ℞. 2500. nˢ 50. & 2304. ℞. 48. & ℞. 28224. est 168. adde igitur 175. & 50. & 48. & 168. fiet 441. cuius ℞. est productum: nam ℞. V. 7. p̃. ℞. 4. est 3. & ℞. L. 9. p̃. ℞. 16. est 7. & 7. ductum in 3. facit 21. Tamen si operareris per breuiorem viam, exit ℞. V. & non ℞℞. ligatæ, idem tamen est prouentus, sed vtor hoc modo ad vitandum errorem ex diuersitate operandi faciliter euenientem.

℞. V. 7. p̃. ℞. 4
℞. L. [illegible] p̃. ℞. 16

7. p̃. ℞. 4.
25. p̃. ℞. 576.

49. p̃. 4.
625. p̃. 576.

30625. p̃. 2304.
28224. p̃. 2500.

℞℞. L. 1225.
p̃. ℞. 2304.
p̃. ℞. 28224.
p̃. ℞. 2500.

11 Est etiam quoddam genus surdi, numeri quod vocatur disiunctum, veluti ℞. 9. p̃. ℞. 4. vult dicetur 2. & 3. per se, manifestum est igitur quod qui vult quadrare talem numerum, solum debet auferre Radicem veluti dicendo ℞. 6. 7. p̃. ℞. 3. quadrata facit 7. p̃. 3. differt valde à radice ligata nam quadratum ℞. 6. 9. p̃. ℞. 4. est 13. tantum vt apparet per regulam præsentem: quadratum autem ℞. L. 9. p̃. ℞. 4. est 25. & quadratum ℞. V. 9. p̃. ℞. 4. est 11. vt apparet ex quarta & septima regula.

12 Ex ductu ℞. V. vel in ℞. L. vel in numerum simplicem, vel in ℞. disiunctam, vel ex ductu ℞. L. in se, vel aliam ligatam radicem, fit semper ℞. vniuersalis.

13 Ex ductu ℞. ligatæ in numerum simplicem, Item in ℞. simplicem, Item ex ductu ℞. disiunctæ in radicem disiunctam, fit ℞. ligata.

14 Ex ductu ℞. disiunctæ in numerum simplicem, vel ℞. fit ℞. disiuncta.

15 Ex ductu ℞. disiunctæ in ℞. V. fiunt plures radices vniuersales, Et ex ductu ℞. disiunctæ in ℞. L. fiunt plures ℞. L. Nota igitur quod dixi in 12. & 13. regulis de radice disiuncta, intelligitur quod producuntur plures radices. V. vel ligatæ, non vna tantum. Ex ductu igitur ℞. 6. fiunt plures ℞. L.

16 Multiplicatio ℞. d. in omnem aliam, non est nisi multiplicatio radicis simplicis totiens iterata quot termini fuerint in ea, igitur omnis operatio eius habetur ex suis regulis.

17 Est etiam quoddam genus Radicum quod vocatur reduplicatum, & est frequentius in genere radicis ligatæ, veluti ℞ ℞. L. 16. p̃. 25. & est intentio aggrega radicem 25. & est 5. cum ℞. 16. Et est 4. & fiet 9. cuius sume ℞. est 3. igitur 3. est idem quod ℞℞. L. 16. p̃. 25. in talibus igitur quadrabis auferendo vnam Radicē: & fiet ℞. L. simplex quā si volueris quadrare, quadrabis per septimam igitur quadratū ℞℞. L. 16. p̃. 25. est. ℞. L. 16. p̃. ℞. 25. videlicet. 9. cum igitur volueris hanc radicem in aliam ducere totiens quadrabis reliquā quotiens opus habes, per hanc & Septimam ad multiplicandum & quod producetur erit (℞) cuius ℞. erit numerus productus, exemplum est facile si vndecimam intellexisti volo ducere ℞℞. L. 16. p̃. 25. in radicem V. 2. p̃. ℞. 4. duco ℞℞. L. 16. p̃. 25. in se fit ℞. L. 16. p̃. 25. & duco (℞). 2. p̃. ℞. 4. in se fit 2. p̃. ℞. 4. multiplico in seipsas. 2. p̃. ℞. 4. & ℞. L. 16. p̃. 25. quadrando vtramque secundùm doctrinam 11. regulæ fit 8. p̃. ℞. 64. & 41. p̃. ℞. 1600. duco secundum formam 11. fiet primo 328. deinde quadrando fiet 64. p̃. 64. & 1681. p̃. 1600. quæ ducta in crucem facient vt vides. ℞. igitur horum addendæ sunt a

64. p̃. 64. | 102400.
1681. p̃. 1600. |
107584. 102400.

328. & est idem quod radix multiplicati ex duobus primis videlicet 64. in 1681. capiam igitur totum numerum videlicet ℞. V. 328. p̃. ℞. L. 102400. p̃. ℞. 102400. p̃. ℞. 107584. Radices igitur 102400. sunt 320. & 320. & 107584. sunt 328. aggrega igitur 328. & 328. & 320. & 320. fiet totum 1296. cuius radix est 36. cuius ℞. est 6. igitur dicemus quòd 6. est ℞℞. numeri qui componitur ex radice vniuersali 328. p̃. ℞. L. 102400. p̃. ℞. 102400. p̃. ℞. 107584.

Ex hac regula sequitur quod radix vni- 18
uersalis in sua quadratura fit numerus simplex cum Radice: quare deuenit ad naturam Radicis ligatæ sicut & radix ligata in seipsam: quod enim producitur est quoddam medium & hoc intellige pro regula decimaquarta & decimatertia.

Secundò sequitur quòd cùm fuerint tales deducuntur per formam radicis disiunctæ inuicem in cruciando se, & est similis modus sicut si quis ducat 7. p̃. ℞. 4. In 7. p̃. ℞. 4. & similiter ducere 7. p̃ ℞. 4. In 5. p̃. ℞. 16. Nam vtrobique primo deducis numeros anteriores & posteriores, primus est numerus secundus radix numeri, deinde quadrabis terminos, & in cruciando multiplicabis: exemplum in primo 7. in 7. fit 49. & 4 in 4. fit 16. erit ergo 49. p̃. ℞. 16 deinde duces 7. in se fit 49. & ℞. 4. in se facit 4. duc 49. in 4. & 49. in 4. bis fiunt propter incruciationem duæ radices 196. videlicet 28. manifestum est igitur esse tria genera multiplicationum in talibus primarum litterarū, & producitur radix: & vltima ℞ cum primis iam quadratis vtrisque & producitur radix: & ita productio vltimarum inter se est media inter productionem primarum inter se, & primarum cum vltimis: nam communicat cum productione primarum in hoc: quod multiplicantur absque eo quod quadrantur: communicat cum

7. p̃. ℞. 4.
7. p̃. ℞. 4.

nº 49. p̃. ℞. 16.

℞. 49. p̃. ℞. 4.
℞. 49. p̃. ℞. 4.

℞. 196. p̃. ℞. 196.

℞. 49. p̃. ℞. 16. p̃.
℞. 196. p̃. ℞. 196.

℞. 81. & est. 9

productione

productione primarum in vltimas, eos quod productum eſt radix & non numerus.

19 Reciſum dicitur numerus qui ductus cum reliquo nihil facit excepto primo numero: velui reciſum de 7.p̄.℞.9.eſt 7.m̄.℞.9.& ℞. 9 p̄.℞.7.eſt reciſum de ℞.9.m̄. ℞.7. quod ergo iunctum facit remanere ſolam primam l tteram eſt reciſum vnde in quolibet eſt facile inuenire permutãdo plus loco minus:& ponendo minus loco plus vt reciſum de ℞. L.7.p̄.3.eſt ℞.L.7. m̄.3. & reciſum de ℞.7. m̄.℞.5. eſt ℞L. 7. p̄.℞. 5.& hoc nota benè cum igitur aliquis numerus producitur in ſuum reciſum:producitur primus numerus, dempto vltimo vnde ſi dico 7. p̄. ℞. 5.in reciſum facit 44. præciſe, & ℞. 7.m̄. ℞.5. in ſuum reciſum facit 2. producitur igir ut ſemper quadratum primi numeri, dempto vltimo.

7. p̄. ℞. 5.
7. m̄. ℞. 5.

40. m̄. 5.
p̄. ℞. 245.
m̄. ℞. 245.

44.

At in vniuerſali quod producitur eſt eodem modo:ſed eſt radix reſidui non numerus, vnde (℞) 7.p̄.℞.4.in (℞) 7.m̄.℞.4.producit ℞.45. ſimplicem.

Demonſtratio ſuper his omnibus fundata eſt in quarta ſecundi Euclidis demonſtrata per tertiam eiuſdem, ſecundo ſuper regulam ſequentem.

20 Omne plus in plus multiplicatum, aut minus in minus, quod producitur eſt plus, omne minus in plus, aut plus in minus quod producitur eſt minus, exemplum in hac figura. Manifeſtum eſt igitur quod remanet 40. nam 9. detractum à 49. remanet 40. plus autem 21.& 21.minus nihil faciunt.

7	p̄	3	p̄	21
7	m̄	3	m̄	21
49 m̄. 9.				

Aliud cape Exemplum.

7.m̄. ℞. 4.	m̄.℞. 196.	Productũ igitur
7.p̄. ℞. 4.	p̄. ℞. 196.	in hoc eſt 45.
49. m̄. 4.		

Aliud exemplum eſt tale.

℞. 9. m̄. ℞. 4. m̄. ℞. 64.
℞. 16. m̄. ℞. 9. m̄. ℞. 81.

℞.144. p̄. ℞.36.

Totum igitur eſt numerus qui eſt vnitas: vt patet nam ℞. 144. eſt 12 & 36. ℞. eſt 6. quod totum eſt 18. dempta radice 64. quæ eſt 8. & 81. quæ eſt 9. remanet vnitas & tantum producitur hæc regula tenet in integris fractis ſurdis & denominationibus.

21 Cùm volueris duplicare aut triplicare Radicem vniuerſalem nihil eſt quam multiplicare ℞. V. in 2. vel 3. & fit hoc modo volo multiplicare ℞.V. 7. p̄. 4. in 3. quadro ℞. V. per regulam ſuam fit 7. p̄. ℞. 4. d. quadro 3. fit 9. deinde quadro d. 7. p̄. ℞. 4. fit 49. p̄. 4. quadro 9. fit 81. multiplico 81. in 49. fit 3969. multiplico 81.in 4. fit. 324. igitur ℞. ℞. L. 3969. p̄. ℞. 324. eſt productũ 3.in ℞.V.7 p̄.℞.4.ſiue triplicatio illius ℞.Radix autem 3969. eſt 63.℞. 324.eſt.18. quæ iuncta ſimul faciunt 81. cuius ℞. 9. eſt productum: poſſes facere etiam hoc modo quadrare ℞. V. 7. p̄. 4. & fit d. 7. p̄. ℞. 4. quadra 3. fit 9.multiplica in 7. fit 63.iterum quadra ℞. 4. fit 4. quadra 9. fit 81. multiplica 81 per 4. fit 324. accipe ℞. erit igitur tale productum ℞. V. 63. p̄. ℞. 324. quod eſt dicere ℞. 81. quæ eſt 9. iſte modus eſt facilior & tenet etiam in ſuperioribus vt dictum eſt: verum non æquè benè poteſt mandari memoriæ: & productum eſt ℞. V.tantum: Primus autem modus eſt tædioſior ſed melius poteſt memoriæ comendari: & productum eſt ℞. ℞. L. & tamen productum primum & ſecundum ſunt Idem. vnde tantum valet dicere ℞℞. L. 3969. p̄. ℞. 324. quantum dicere ℞. V. 63. p̄. ℞. 324.

Quod ſi quadrare volueris ℞. V. 25. m̄. 22
℞. 16. m̄. ℞. 9. m̄. ℞. 4. quadrabis ℞. Primam tamen & fiet 25.m̄.℞.16.m̄.9.m̄.℞.4. & hæc eſt ℞. L. reducenda ad numerum per regulam infraſcriptam.

Cùm volueris reducere aliquod trinomium 23
ad quantitatem ſimplicem: facias modo, quam tenet in quadrinomiis, & quinomiis numeris, & ℞. quadratis, cubis, & ℞. ℞. ſimplicibus, & mixtis, quomodocunque propoſueris. Exemplũ ſit trinomium 3.p̄.℞. 4.p̄. ℞. ℞. 81. quod volo reducere ad numerum detrahe ex hoc trinomio quam volueris quantitatem, vt 3. vel ℞. 4. vel ℞. ℞. 81. dico quod tantum eſt multiplicare reſiduum in ſe, & à producto detrahere quadratũ numeri, aut ℞. detractæ, quantum multiplicare totum trinomium, in ſuum reciſum, auferamus ergo ℞. ℞. 81. pro exemplo, remanebit 3. p̄. ℞. 4. L. multiplica in ſe per modum ℞. L. fit 13. p̄. ℞. 144. multiplica ℞. ℞. 81. in ſe fit ℞. 81. dettahenda à 13. p̄. ℞. 144. & quia talis detractio conuenienter fieri non poteſt faciemus per regulam iungendo 81. cum 144. deinde multiplicando 81 in 144. & quadruplando per capitulum aggregationis ſurdorum iunge igitur ℞. 81. cum ℞. 144. fit ℞. 225. multiplica 81. in 144. & quadrupla fit 46656. dicemus igitur quod ex tali ſubtractione proveniet 13. p̄. ℞. V. 225. m̄. ℞. 46656. vel. ℞. L. 144. m̄. ℞. 81. p̄. 13. & æquiualent. Et ſimiliter poterimus deducere hoc trinomium reciſum in ſuum trinominum eodem modo, aufferas ℞. 81. quæ eſt m̄. & multiplica in ſe fit 81. deinde multiplica 13. p̄. ℞. L. 144. in ſe & fit 157.p̄.℞. 97344.auffer 81. de 157. remanet 76.p̄.℞.97344.igitur in duabus operationibus reduxiſti trinomiũ ad binomiũ: multiplicando ſemper quantitatem ablatam in ſe, & aufferendo à multiplicatione reſidui, & ſimiliter reducemus ℞. 97344.p̄.76.ad numerum ſimplicem detrahe 76. à ℞. 97344. & multiplica ℞.97344. in ſe & fit 97344. & ſimiliter multiplica 76. in ſe fit 5776. ſubtrahe ex 97344.productum 5776.& remanent 91568.

Igitur hoc modo poteris reducere trinomia, & quadrinomia vniuerſalia: ad numerum ſimplicem: nam ex præcedenti regula trinomium vniuerſale aut quadrinomium reducitur ad numerum & ℞.L. per primam operationem: igitur per hanc regulam reducetur ad numerum tamquam ſi foret reductum per reciſa, ex quo tandem fieri poſſunt diuiſiones prout docebo inferius.

Cùm

14 Cum volueris reducere ℞. L. ad ℞. V. maximè autem si sint diuersarum denominationum. Tunc reduces partes ad vnam eandem naturam deinde iunges producta cum multiplicatione vnius producti in alterum quadruplicata aut multiplicata per denominationem, & hoc per modum ℞. V. & ℞ illa V. erit æquiualens radici ligatæ propositæ.

Exemplum sit ℞. L. 5. p̃. ℞℞. 9. quam volo reducere in ℞. V. multiplica ℞. 5. in se facit 5. quia 9. assumitur per ℞℞. deinde multiplica ℞℞. 9. in se fit ℞. 9. iunge igitur hæc duo quadrata videlicet 5. & ℞. 9. fiunt 5. p̃. ℞. 9. deinde reduces 5. ad quadratum & fiet 25. habes igitur ℞. 25. & ℞. 9. quæ sunt eiusdem naturæ quas multiplica inuicem & fit 225. quam ℞. duplicabis, Et quia est ℞℞. erit per regulam vigesimam primam multiplicanda per 16. & fit 3600. igitur ℞. V. 5. p̃. ℞. 9. p̃. ℞℞. 3600. est tantum quantum ℞ L. 5. p̃. ℞℞. 9. & est dicere ℞℞. 3600. quæ est 60. adita ad ℞. 9. quæ est 3. & ad 5. quod totum est ℞. V. 8. p̃. ℞. 60. est ℞. dicta.

Caput XVIII.

De Multiplicatione Denominationum.

Ponas Denominationes suo ordine hoc modo.

numerus	radix	ce.	cu.
1	2	3	4
ce. ce.	Rel. P.	cu ce.	Rel. 2.
5	6	7	8
ce. ce. ce.	cu. cu.	ce. Rel.	
9	10	11	

Tunc regula est multiplica numerum in numerum, quod producitur est numerus denominationis tantum distantis à denominatione multiplcata, quantum distat denominatio multiplicans à numero, exemplum 7. ce. ducuntur in 8. cu. fiunt 56. propter numeros, relata prima nam census qui est multiplicator distat à numero per duo, ita Rel. P. distat à cubo per duo igitur fiet 56. Rel. P. item duco 7. cu. in 4. cu. ce. prouenient 28. cu. cu. nam cu. cu. distat per tres denominationes à cu. ce. sicut cubus tertius est à numero. Item 6. ce. ce. ce. in 12. census faciunt 72. ce. Rel. nam ce. Rel. est tertius à cu. ce. ce. sicut census est tertius à numero quare &c.

Caput XIX.

De Diuisione numerorum simplicium.

1 Diuisio est quotientis partis inuentio, nihil enim aliud est quærere

Exemplum primum. Exemplum secundum.

Exemplum primum.	Exemplum secundum.
796543	796543
345	867

quæ pars sit 7. de 28. quam diuidere 28. per 7. &ècontra: igitur in simplicibus hoc modo disponuntur ponitur prima littera sub prima à parte sinistra dummodo superior sit maior veluti in Primo Exemplo vides, aliter ponitur sub secunda littera veluti in Secundo Exemplo vides. 2

His dispositis quæritur quantum litera inferior superiorem numerat siue quotiens, vel si est secunda super secundam veluti in primo exemplo 3. numerat 7. bis in secundo exemplo 8. numerat 79. nouies deinde considero an secunda litera possit totiens ingredi cum superabudante, & exemplum est in primo superest in 7. diuisoper 3. vnitas, quæ anteposita ad 9. facit 19. igitur 4. ingreditur bis in 19. & quod superest est 11. qui antepositus ad 6. facit 116. igitur 5. ingreditur bis in 116. igitur reponam pro quotiente 2. in secundo autem exemplo 8. numerauit 76. nouies & superfuit 7. qui antepositus ad 6. facit 76. igitur etiam 6. ingredietur nouies 76. & superabundabunt 22. qui antepositi ad 5. faciunt 225. inuento quotiente vt in hoc exemplo pone eum à dextra vt vides, & duc in litteram primam à dextra vt 9. In 7. facit 63. deduc, 3. ex 4. quæ est superior littera superest 1. quem superpone &

0161		primum
786453		
867		9

serua 6. pro decanis deinde duc 9. in 6. & fit 54. cui adde 6. seruatos fiunt 60. detrahe. o. ex 6. fit 6. semper factâ detractione aut multiplicatione canzela litteras quas multiplicatisti aut à quibus deduxisti, pòst duc 9. in 8. fit 72. cui adde 6. seruatos vltimo & fiunt 78. deme 8. ex 9. fit 1 & 7. ex 7. fit 0. postmodum transfer diuisorem per vnam litteram versus dextram & incipe explorare quotiens Prima littera ingreditur in 16. qui suprà pontur bis, quotiens igitur

74		secundum.
1618		
796453		91
8677		
86		

esset 2. sed quia post modũ 6. non ingreditur in vnitaten bis ideò minuenda est vnitas à quotiente & hoc serua pro regula, minuendo vnitatem totiens donec omnes literæ possint ingredi in superiores, cum suis adiunctis, igitur reponam hic vnitaiem pro quotiente &. multiplicabo vt superius detrahendo & tandem superest numerus vt vides in secundo exemplo, pòst modum trasfero versus dextram diuisorem per vnam litteram vt hic & quia 8. ingreditur in 74. nouies quotiens esset 9. sed quia supersunt tantum 2. quod antepositi ad 8. faciunt 28. & 6. non ingreditur 28. nisi quater ideò demo à quotiẽ

5		tertium.
744		
16187		
796453		918
86777		
866		
8		

Probatio per 6.	Probatio per 7.
7	1
737	060
0	1

te vnitatem & fic 8. ductum igitur in 8. facit 64. qui detractus à 74. remanent 10. qui antepositi ad 8. sequentem litteram faciunt 108. igitur cum 6. ingrediatur 108. octies, manifestum est 8. esse quotientem, quod si 6. non potuisset Ingredi oportuisset demere vnitatem,& ita quotiens esset 7. atque ita dico de reliquis litteris tunc procede multiplicando per omnes litteras diuisoris, sicut fecisti prius, & detrahendo & supersunt 546. qui non possunt diuidi quia minor non potest diuidi per maiorem in integris secus in aliis.

3 Et scias quod numerus 867. appellatur diuisor, & 918. exiens & 796453. vocatur diuisus: & 547. vocatur superatio.

Et considera quod diuisio fit econtra multiplicationi, nam in multiplicatione diuisor ponitur à dextra in diuisione à sinistra.

Tertiò nota quòd plures, sunt alij modi diuidendi vt per quotientem veluti diuidere aliquem numerum per 96. est diuidere per 12. & quod exit postmodum per 8. nam ex 7. in 12. fit 96.

Quartò nota quod multiplicatio est probatio diuisionis, & econtra, sicut dixi de aggregatione & subtractione si igitur rectè diuisisti ex diuisore in exientem multiplicato, additâ superatione proueniet diuisus veluti ducto 918. in 867. additis, 547. debet produci 796453. quare &c.

Quintò nota quòd probatio per 7. & per 9. procedit inquirendo superationem in diuisore,& exeunte, & ducendo inuicem, & addendo superationem, & quod fiet erit æquale superationi ex 9. vel 7. factæ in numero diuiso.

Sextò nota quod diuisio fit completè in vno exemplo vt in tertio exemplo, licet diuiserim primum & secundum vt intelligas modum faciendi.

Septimò nota quod aliqui incipiunt multiplicare à sinistra versus dextram procedendo, est tamen modus difficilior quare derelinquitur & est prolixior etiam.

Capvt XX.

De Diuisione fractorum

1 EX hoc procedamus ad fractos, quorum diuisio est vt ducas numeratorem diuisoris in dænominatorem diuidendi, & quod producitur, est denominator exeuntis, deinde duc numeratorem diuidendi, in denominatorem diuidentis, & producetur numerator exeuntis, Exemplum volo diuidere $\frac{3}{4}$. per $\frac{2}{3}$. igitur $\frac{2}{3}$. est diuisor, duco igitur 2. in 4. fit 8. pro denominatore, & 3. in 3. fit 9. pro numeratore igitur pro-

	diuisor	diuidendus	exiens.
numerator	2	3	8
denominator	3	4	9

ducetur $\frac{9}{8}$. siue 1. & $\frac{1}{8}$. ex hoc sequitur quod exiens seruat naturam diuisi & non diuisoris quantùm ad numeratorem, & denominatorem.

2 Huius demonstratio est quòd multiplicato exeunte, per diuisorem, producetur diuisus, nam per capitulum 16. ducto $\frac{9}{8}$ in $\frac{2}{3}$ fit $\frac{18}{24}$. quod est $\frac{3}{4}$: per sequentem regulam.

Fit operatio in fractis quæ dicitur schisatio, idest deductio ad minores denominationes, manente eâdem quantitate veluti $\frac{18}{24}$. sunt idem quod $\frac{3}{4}$. attamen facilius est intelligere $\frac{3}{4}$. quam $\frac{18}{24}$. quia comprehenditur minoribus numeris, regula trahitur ex prima septimi Euclidis, detrahas numeratorē à denominatore, si numerator est minor, aut èconuerso, & quod remanet detrahe à minore, & residuum à residuo, quod si hoc modo faciendo perueneris ad vnitatem, nullus est schisator, si verò perueneris ad nullitatem, talis numerus est maximus numerans ambos, diuide igitur numeratorem & denominatorem per talem numerum, & producetur fractus minor eiusdem quantitatis, per hanc igitur operationem simul duo inueniuntur numerus schisator, & illi qui non possunt schisari. Exemplum veluti $\frac{24}{96}$ detraho 24. à 96. quotiens possum & nihil superest, igitur 24. est schisator: diuido 24. exit. 1. diuido 96. per 24. exit 4. igitur $\frac{24}{96}$ sunt $\frac{1}{4}$. item $\frac{48}{6}$ detraho 6. à 48. nihil superest, igitur 6. est schisator, diuido 48. per 6. exeunt 8. & diuido 6. per 6. exit vnitas, igitur erunt 8. vnitates & integra. Item habeo $\frac{72}{15}$ detraho 15. ex 72. remanent 12. item detraho 12. à 15. remanent 3. item 3. detraho à 12. nihil superest igitur 3. est schisator diuido 72. per 3. exitur 24. diuido 15. per 3. exit 5. igitur minor fractio est $\frac{24}{5}$. Item habeo $\frac{27}{74}$ detraho 27. à 74. remanent 20. deduco 20. à 27. remanent 7. tollo 7. à 20. remanent 6. tollo 6. à 7. remanet vnitas, igitur non possunt schisari. 3

Ex præcedentibus demonstratur omnem aggregationem augere, & omnem detractionem minuere, non tamen omnis diuisio minuit, nec omnis multiplicatio auget, sicut apparet in fractis, sed quotiens multiplicas aliquid per minus vnitate semper multiplicatum est minus multiplicante, & quotiens diuiseris aliquid per fractionem vnitate minorem, quod exit est maius numero diuiso, & quotiens aliquid multiplicatur per vnitatem aut diuiditur fit idem, multiplicato, aut diuiso: nec augetur, nec minuitur, & ita diuiso $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{3}$ fit $\frac{9}{8}$ & diuiso $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ exit $\frac{8}{9}$. 4

Capvt XXI.

De Diuisione Surdorum.

CVm volueris diuidere, radicem per radicem, diuide numerum per numerum, & quod exit est ℞. quæsitæ quadratum, veluti diuido ℞. 16. per ℞. 9. diuido 16. per 9. exit $1\frac{7}{9}$: cuius ℞. est exiens videlicet 1. $\frac{1}{3}$: sic diuideretur ℞. 7. per ℞. 3. est vt exiens sit ℞. 2. $\frac{1}{\ }$. & similiter si vis diuidere ℞L. 16. p̃. ℞. 36. per ℞. 4. diuide 16. & 36. per 4. & exibit ℞L. 4. p̃. ℞. 9. Et similiter si volueris diuidere ℞. V. 13. p̃. ℞. 9. per ℞. 4. diuide 9. per 4. exit 2. $\frac{1}{4}$. cuius dimidium ℞. videlicet ℞. $\frac{\ }{6}$ cum 3. $\frac{\ }{4}$ facit ℞. V. 3. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $\frac{6}{16}$. & est 2. exiens. 1

Cùm

2 Cùm volueris diuidere ℞.V.per ℞. simplicem, aut per numerum, quadrabis diuisorem bis & ℞.V.etiam bis, primo per modum ℞.V. secundo per modum ℞.d. deinde productum diuides per productum diuisoris, & ℞.℞.V. erit prouentus, quam reduces ad ℞.V. simplicem, accipiendo ℞. primi numeri, & ponendo eam cum residuo. Exemplum volo diuidere ℞.V. 13. p̄. ℞. 49. p̄. ℞. 25. per ℞. 9. quadro ℞. 9. bis primo fit 9. 2° fit 81. quadro ℞.V. 13. p̄. ℞. 49. p̄. ℞. 25. fit 13. p̄. ℞. 49. p̄. ℞. 25. quadro per modum ℞. distinctæ, fit 169. p̄. 49. p̄. 25. diuido per 81. exit $2\frac{7}{81}$. p̄. $\frac{49}{81}$. p̄. $\frac{25}{81}$. cuius ℞.℞.V. est prouentus: cape igitur ℞. $2\frac{7}{81}$ & est $\frac{13}{9}$. quam semper inuenies: fiet igitur prouentus ℞.V. $\frac{13}{9}$ p. ℞. $\frac{49}{81}$. p̄. ℞. $\frac{25}{81}$. posses & dimittere duas ex istis operationibus dicendo sic: diuide ce. primi numiri ℞.V. per ce. diuisoris, deinde ce. ce. omnium aliorum numerorum ℞.V. per ce. ce. diuisoris, & prouentum adde Primo, & ℞.V. Totius est prouentus: vt in Exemplo superiore ce. ℞. 13. est 13. ce. ℞. 9. est 9. diuide 13. per 9. exit $\frac{13}{9}$. deinde reduces residuum ℞.V. 13. p̄. ℞. 49. p̄. ℞. 25. ad ce. ce. & fiunt 49. p̄. 25. similiter reduces ℞. 9. ad ce. ce. fiet 81. diuide 49. & 25. per 81. exeunt $\frac{49}{81}$. & $\frac{25}{81}$. igitur ℞.V. $\frac{13}{9}$ p̄. ℞. $\frac{49}{81}$. ℞. p̄. $\frac{25}{81}$. est prouentus.

3 Cùm autem volueris diuidere ℞.V. per ℞.L. aut è contra, tunc multiplicabis diuidendum, per recisum diuidentis, ex $18.\frac{1}{7}$. Euclidis: & productum pone ad partem: deinde multiplica diuidentem etiam per suum recisum, & productum est diuisor, diuide igitur Primum productum & exiens est prouentus. Exemplum volo diuidere ℞.L.7. p̄. ℞. 3. per ℞.L. 5. p̄. ℞. 3. capio recisum diuisoris quod est L. ℞. 5. m̄. ℞. 3. multiplico ex 8. regula capituli 17. In ℞.L.7. p̄. ℞. 3. fit L. ℞. 35. p̄. ℞. 15. m̄. ℞. 21. m̄. ℞. 9. & hic est diuidendus, deinde multiplico ℞.L. 5. m̄. ℞. 3. In ℞.L. 5. p̄. ℞. 3. fit 2. diuisor: & quia diuidendum est ce. siue ℞. ce. reduco 2. in ℞. ce. quadrando, & fit ℞. 4. diuido igitur ℞.L. 35. p̄. ℞. 15. m̄. ℞. 9. m̄. ℞. 21. per ℞. 4. tanquam simplicem numerum, per simplicem: quia sunt eiusdem naturæ exit ℞.L. $8.\frac{3}{4}$. p̄. ℞. $3\frac{3}{4}$. m̄. ℞. $5.\frac{1}{4}$. & hic est prouentus: Item volo diuidere ℞.V. 7. ℞. 4. per ℞.V. 3. p̄. ℞. 1. recisum diuisoris est ℞.V. 3. m̄. ℞. 1. ex. 19. regula 17. Cap. duc in diuidendum fit ℞.℞.L. 441. m̄. ℞. 49. p̄. ℞. 36. m̄. ℞. 4. diuidendum: deinde multiplica (℞). 3. p̄. ℞. 1 in (℞). 3. m̄. ℞. 1. fit ℞. 8. deinde diuide ℞.℞.L. 441. m̄. ℞. 49. m̄. ℞. 4. p̄. ℞. 36. per ℞. 8. exibit per regulam præcedentem ducendo ℞. 8. ad ℞.℞. fit ℞.℞. 64. diuisa igitur ℞.℞.L. per ℞.℞. 64. exit ℞.℞.L. $6.\frac{57}{64}$ p̄. ℞. $\frac{36}{64}$ m̄ ℞. $\frac{49}{64}$ m̄ ℞. $\frac{4}{64}$. ℞. autem $6\frac{57}{64}$ est $\frac{21}{8}$ ℞. $\frac{36}{64}$. est $\frac{6}{8}$. ℞. $\frac{49}{64}$. est $\frac{7}{8}$. ℞. $\frac{4}{64}$. est $\frac{2}{8}$. Totum igitur est $\frac{18}{8}$. cuius ℞. est $1.\frac{1}{2}$. & hic est

diuidendus ℞.V. 7. p̄. ℞. 4.
diuisor ℞.V. 3. p̄. ℞. 1.

prouentus vt vides In figura. Scio quòd in hac figura omnia clara sunt præter prouētum multiplicationis ℞.℞.L. qui intermissis duabus

Recisum

℞.V. 7. p̄. ℞. 4. ℞.V. 3. p̄. ℞. 1.
℞.V. 3. m̄. ℞. 1. ℞.V. 3. m̄. ℞. 1.

℞.℞.L. 441. m̄. ℞. 49. ℞. 8.
p̄. ℞. 36. m̄. ℞. 4.
℞.℞. 64.

℞.℞.L. $6.\frac{57}{64}$. p̄. ℞. $\frac{36}{64}$. m̄. ℞. $\frac{49}{64}$. m̄. ℞. $\frac{4}{64}$.

operationibus describitur, pro quibus consule nonam regulam 17. capituli.

4 Cùm volueris diuidere aliquam ℞.V. vel ligatam per trinomium aut quadrinomium ligatum, reduces diuisorem per sua recisa ad numerum simplicem per regulam 23. decimiseptimi capituli, deinde multiplicabis ℞. diuidendam per eadem recisa, & productum diuide per numerum Primo productum, & exiens est prouentus: exemplum volo diuidere 10. per 3. p̄. ℞. 4. p̄. ℞.℞. 81. multiplico diuisorem per suum recisum, & fit 13. p̄. ℞.L. 144. m̄. ℞. 81. duco Idem recisum in 10. fiet 30. p̄. ℞. 400. m̄. ℞.℞. 810000. & hoc est diuidendum: iterum duco 13. p̄. ℞. 144. m̄. ℞. 81. in suum recisum quod est 13. p̄. ℞.L. 144. p̄. ℞. 81. fit ℞. 97344. p̄. 157. m̄. 81. quod est dicere ℞. 97344. p̄. 76. deinde duco 30. p̄. ℞. 400. p̄. ℞.℞. 810000. in idem recisum per 9. multiplicationes in crucem fiunt 390. p̄ ℞.L. 67600. p̄ ℞. 57600. p̄. ℞. 129600. p̄. ℞. 72900. p̄. ℞. 32400. m̄. ℞.℞. 2313441000. m̄. ℞.℞. 1679616000. m̄. ℞.℞. 5314410000. Et hoc est diuidendum per ℞. 97344. p̄. 76. multiplica eam in suum recisum & fit 97344. m̄. 5776. quod est dicere 91568. & hic est diuisor: deinde multiplicabis ℞. 97344. m̄. 76. In ℞.L. superiorem cum numero & ℞.℞. & fiet productum. L. numerus & ℞. & ℞.℞. constans ex 18. partibus, quæ quidem erit diuidenda per 91568. & exiens est prouentus quæsitus videlicet $1\frac{1}{}$.

5 Cum autem diuisor fuerit ℞.V. trinomialis, aut quandrinomialis quadrabis RV. per modum suum, & similiter diuidendum quadrabis, & habebis ℞. trinomialem aut quadrinomialem. L. diuidendam, quare per præcedentem regulam sequeris diuisionem, & quod exibit non erit prouentus sed benè ℞. eius quod exit erit prouentus, & hoc benè caue. Exemplum volo diuidere 20. per ℞.V. 25. m̄. ℞. 16. m̄. ℞. 9. m̄. ℞. 4. quadrabis vtrumque fiet diuidendus 400. & diuisor 25. m̄. ℞.L. 16. m̄. ℞. 9. m̄. ℞. 4. vnde per præcedens Capitulum & nonam regulam 17. Capituli exibit ℞.L. ex tot partibus quæ iunctæ facient 25. cuius ℞. est 5. prouentus talis diuisionis.

CAPVT XXII.

De Diuisione Denominationum

1 QVm diuisor fuerit tantum vna denominatio, diuides numerum per numerum & exiens erit numerus talis denominationis diminutæ à denominatione diuisi, p. quantum, distat diuisor à numero in

in tabula Capituli 18. exemplum diuido 56. ce. ce. ce. per 7. ce. ce. exeunt 7. ce. ce. & ſimiliter diuido 70. ce. Rel. per 10. Rel. 2. prodeunt 7. cubi: demonſtratio eſt per multiplicationem, pro his nota naturam figurarum vndecim cum dico numerum dico rem abſolutam vt cum dico 7. vnitates.

2 Cum dico Radicem dico numerum qui in ſe producere debet illum numerum cuius eſt ℞. eius figura eſt co. numeri verò nulla figura ponitur quoniam per ſe intelligitur.

Cenſus verò vult dicere quadratum talis ℞. & producitur ex ℞. in ſe ipſam ducta veluti 6. in 6. facit 36. dico quòd 6. eſt ℞. 36. cenſus.

Cubus verò dicitur productio ℞. in cenſum, veluti 2. in 2. fit 4. & 2. in 4. ſit 8. igitur 2. eſt ℞. 4. ce. 8. cubus.

Cenſus verò in cenſum eſt quadratum cenſus veluti 2. in 2. fit 4. & 4. in 4. fit 16. igitur 16. eſt cenſus cenſus de 2.

Poſt hanc ſequitur Relatum Primum nam hæc denominatio non eſt cubica, nec quadrata, eſt igitur 32. Rel. de 2. fit enim ex radice in ce. ce. vel ex cubo in ce.

Pòſt ſequitur cubus cenſus, vel cenſus cubi, cum enim cubus in ſe ipſum ducitur, fit hæc denominatio, vel cum cenſus cubatur, veluti 8. eſt cu. de 2. ductus in ſe ipſum fit 64.

Pòſt ſequitur Relatum ſecundum, & eſt quod fit ex cu. in ce. ce. veluti 128. eſt Relatum ſecundum de 2. ita enim vocatur, nam cum omnes figuræ ad vndecimam inchoando à cenſu, ſint ce. alicuius vel cu. exceptis Rel. Primo & Secundo merito relatæ appellantur.

Pòſt ſequitur cenſuscenſus cenſus veluti 256. eſt cenſus de 16. qui eſt cenſus de 4. qui eſt cenſus de 2.

Pòſt ſequitur cubus cubis vt 512. reſpectu. 2.

Pòſt ſequitur vndecima figura & eſt ce. Rel. cum enim Primum Relatum ducitur in ſe producitur ce. Rel. veluti 32. in 32. facit 1024.

Faciliter igitur memoriæ mandantur nec tranſeunt communiter hos, quia ſatis difficultatis eſt in his ipſis, quod autem ſequitur eſt Relatum Tertium.

3 Cum fuerit diuidendum aliqua denominatione minore diuidente, quod exit non nomen habens, ſed remanet in ſuo eſſe veluti diuido 9. ce. p̄. 3. co. p̄. 12. per 3. co. exibit 3. co. p̄. 1. p̄. $\frac{12}{co.}$ manifeſtum eſt quod $\frac{12}{co.}$ non eſt denominatio nomen habens notum, cum igitur ita ſit nunquam diuides per numerum ſolum, niſi iam poſſint reduci ad Capiulũ nec cum maiore denominatione nam in vno non efficies notius, in altero efficies ignotius, ſaluo caſu vbi iterum eſſet multiplicandum, tunc licet diuidere per denominationem maiorem.

4 In compoſitis modus diuidendi eſt talis: primò inuenias diuiſionem primæ denominationis per Primam regulam Capituli, & duc eam In diuiſorem & detrahe à diuidendo: poſtmodum quære idem de reſiduo & totiens itera quotiens euacuetur totum veluti volo diuidere 9. cu. p̄. 3. ce. p̄. 6. per 3. co. p̄. 1. quæro Primo per primam 3. co. quomodo ingrediuntur in 9. cu. & inuenio per 3. ce. nam 3. ce. in 3. co. faciunt 9. cu. per decimumoctauum Capitulum, duco igitur 3. ce. in totum diuiſorem fit 9. cu. p̄. 3. ce. dettaho à diuidendo remanent, 6. & quia per præcedentem regulam 6. non poteſt diuidi niſi modo communi fiet igitur exiens 3. ce. p̄. 3. co. p̄ui. $\overset{6}{}$ 1.

5 Regula eſt quidam modus vniuerſelis diuidendi veluti in ignotis tenet tamen in omnibus, & eſt diuiſorem ſub diuidendo ponere veluti volo diuidere 6. co. p̄. 7. p̄. 3. ce. per 4. co. p̄. 2. ſic facio $\frac{\text{ce.3.pin.co.6.piu.7.}}{\text{co.4.piu.2.}}$ proferuntur autem ſic per modum fractorum tres cenſus p̄. 6. co. p̄. 7. eſimi vel diuiſum de 4. co. p̄. 2.

6 Regula pauciores denomiationes, nunquam poſſunt, diuidi per plures vt ereat denominatio cognita abſolutæ.

7 Regula aliquando fienda eſt tranſpoſitio, vt inuenias quotientem, vt 3. ce. m̄. 4. æquantur 1. cu. non datur commune diuidens ſed tranſpone & deme 1. à 3. ce. m̄. 4. & fiet 3. ce. m̄. 3. adde ad 1. cu. fiet 1. cu. p̄. 1.

8 Fit aliquando additio pro diuidendo exemplum, ponitur cubus æqualis 3. ce. m̄. 2. iſti non poſſunt habere diuiſorem communem, nam diuiſor vel eſt numerus, & ſic non iuuat per Tertiam regulam, vel eſt denominatio maior, & ſic non exit notum per tertiam, vel plures denominationes & ſic non poteſt fieri diuiſio per ſextam, in hoc ergo caſu ſubtrahe vnitatem ab vtroque, & fiet cubus m̄. 1. æqualia 3. ce. m̄. 3. iſtæ regulæ loquuntur non de diuiſione vnius per alterum, nam ſi non tenerent nam non valet 3. numerat 12. & 15. igitur aliquis numerus numerat 13. & 16. aut 11. & 14. antecedens enim verum eſt & conſequens falſum, nec tenet 3. numerat 12. igitur 4. numerat 13. imò ſequitur potius oppoſitum, ſed hæ regulæ intelliguntur de æquationibus & non aliter, benè enim valet cubus æquatur ce. 3. m̄. 4. igitur cubus p̄. 1. æquatur 3. ce. m̄. 3.

9 Pro communi igitur diuidendo proponuntur in præcedentibus regulis duo exempla Primum 3. ce. m̄. 3. æqualia 1. cu. p̄. 1. Secundum eſt 3. ce. m̄. 3. æqualia 1. cu. m̄. 1.

De modo igitur diuidendi Primum conſidera quod non poteſt eſſe numerus ſimplex, nec denominatio aliqua ſimplex per Tertiam regulã, & quia ingreditur numerus in diuidendis per eandem, oportet vt ſit numerus in diuiſore, & quod ſit quotiens, communis autem diuiſor ad 3. & 1. non poteſt eſſe niſi vnitas, igitur diuiſor eſt vna deninominatio, & quia non poteſt eſſe plures vna, & cum numero per Sextam & Tertiam, & non poſſunt tranſcendere cenſum per eandem Tertiam, & numerus diuidendus eſt vnitas, igitur quotiens erit vnitas tam in denominatione quam in numero, ſed ſi ſic igitur diuiſor neceſſario eſt 1. ce. p̄. 1. vel 1. ce. m̄. 1. vel 1. co. p̄. 1. vel 1. co. m̄. 1. obſeruatis enim ſupra ſcriptis conditionibus aliter diuiſor eſſe

non

non poteſt : experiamur igitur per Quartam omnem modum & exit in diuiſione per 1.ce.p̃. 1. facta de 1. cu. p̃.1. hoc totum 1. co.p̃. $\frac{1.\text{men } 1.\text{co.}}{1.\text{ce. plu. } 1.}$ & ita nulla ſequitur æquatio.

Deinde diuiſi 1.cu. p̃. 1. per Secundum diuiſorem videlicet 1.ce. m̃. 1.& non poteſt exire aliquid rationale, nã ſi exiret numerus non poſſet per ipſum ductum in cenſum produci cubus:ſi vero radix , producerentur tres naturæ cubus , cenſus , radix, & non ſunt niſi duæ in diuidendo : ſi vero exiens eſſet cenſus , igitur produceretur cenſus cenſus:qui eſſet ſupra cubum : igitur ce. non poteſt eſſe diuiſor , quod erat probandum: relinquuntur igitur,tantum duo membra videlicet 1.co. p̃. 1.& 1.co. m̃. 1. experiamur igitur 1.co.m̃. 1.& exit diuiſo 1. cu.p̃. 1. hoc totum 1.ce.p̃.co.p̃.1.p̃. 1. co.^{2} men 1. non relinquitur igitur diuiſor niſi 1.co.p̃. 1.à quo exit 1.ce.p̃.1.m̃.1.co. diuiſo etiam 3. ce.m̃. 3.per 1.co.p̃.1.exit 3.co.m̃.3.

Pro Secundo exemplo diuiſo 1.cu. m̃. 1. per 1. co. m̃. 1.exit per quintam 1.ce.p̃. 1. co.p̃.1. & diuiſis 3.ce. m̃.3.per idem exit 3. co.p̃.3.

Igitur in Primo caſu æquantur 1. ce.p̃.1. m̃.1.co.cum 3.co.m̃.3.

Et in Secundo caſu 3.co. p̃. 3. æquantur 1.ce.p̃.1.co.p̃.1

Ex his patet æquatio per capitulum 10. & 14. & regulas algebræ inferius ponendas: vide quam ſubtiliter hoc indagati ſumus nam per 10. & 14. capitulum ſequitur tandem prima æquatio 1.ce.p̃. 4.æqualia 4.co. & in Secunda 1.ce.æquatur 2.co.p̃.2.

10 Cùm fuerint denominationes ſub quotientibus diuerſis,& fuerint denominationes pares,non erit diuiſor integer nam cum diuidis & tollis ſuperabundans non poſſunt æquari partes,& ideo fit fractum vt in exemplo 3.cu. p̃.7.ſi diuiditur per 1.co.p̃. 7. exit 3.ce.p̃. 149.m̃. 21.co. m̃. 1.co.^{10} p.^{22} 7. oportet igitur ad hoc vt exeat integer vt Secundum fit quotiens Primo in numero , vel in denominatione,exemplum primi 1.cu . p̃.1. concordant in vnitate item exemplum ſecundi vt 1.cu.m̃.8.nam 8.eſt cubus & ideo correſpondet primo in denominatione, talia poſſunt diuidi quare &c.

11 Si igitur diuideres 1.cu. m̃. 1. per 1.co.m̃. 1.exibit 1.ce.p̃.1. co.p. 1. ſi verò 1.ce.ce.m̃. 1.per 1.co.m̃.1.exibit 1.cu.p̃.1. ce.p̃. 1.co.p̃. 1.& ſi diuides 1.Rel.P. m̃.1.per 1. co. m̃.1. exibit 1.ce.ce.p̃.1. cu. p̃. 1.co.p̃.1.& ſi diuides per 2.co. m̃. 2.exibunt dimidia horum, & ſi per 3.co.m̃. 3. exibit Tertia pars,& ita in reliquis proportionaliter , & ſi diuiſeris per $\frac{1}{2}$ co.m̃. $\frac{1}{2}$ exibit duplum & ſi per $\frac{1}{3}$ co. m̃. $\frac{1}{3}$ triplum.

12 Si verò diuidas 1.cu.p̃.1.per 1.co.p̃.1.exibit 1.ce.p̃.1.m̃.1.co.& nõ procedit ad ce.ce.ſed in conuerſis tantũ & multiplicibus ac ſub multiplicibus veluti poſſumus diuidere 1.cu. p̃.1. per 2. co. p̃. 2.& p̃. 3. & poſſumus diuidere 3. cu. p̃. 3 per 2. co. p̃. 2. & ſic de aliis multiplicibus & ſub multiplicibus.

13 Cum diuidendum eſt denominationum parium & per m̃. aut imparium & per plus: habet diuiſores multos , ſi autem ècontra videlicet denominationum parium , & per plus , aut imparium & per minus habet paucos diuiſores. Exemplum igitur faciliter diuiſibilis eſt 3. cu.m̃.7. vel 1. cu. p̃. 3. ce. p̃. 2. exemplum malè diuiſibilis eſt vt 3. cu.p̃. 7. vel 1. cu. p̃.3. ce.m̃. 2.

Numerus autem quotiens , non abſolutè impedit,ſed in communi diuidendo vide decimam.

Si diuiſeris 1. ce. ce. p̃. 1. per 1. co. p̃. 1. exit 1.cu.p̃.1. co. p̃. 1.co.^{2} plu. 1. m̃. 1.ce. m̃.1. 14
& ita dico de multiplicibus & ſubmultiplicibus , ſi verò diuidas 1.ce.ce. p̃.1. per 1.co. m̃. 1.exit 1.cu.p̃.1.ce.p̃.1.co.p̃.1.p̃. 1. co.^{2} me. 1. & ita conuerſum & in multiplicibus : ſi verò diuidas 1.cu. p̃. 1. per 1. co.m̃. 1.exibit.1. ce.p̃.1.co. p̃.1. p̃. 1. co.^{2} me. 1. ſi verò dicat diuide 1.cu.m̃. 1. per 1.co. p̃.1.exit 1. ce. p̃.1. m̃.1.co.m̃. 1. co.^{2} pin. 1. & ſic proportionaliter in conuerſis & multiplicibus.

Si igitur dixerit diuiſi 1. ce p̃. 1. co. p̃. 15
1.& exiuit 1. co. p̃. 1. co.^{2} piu. 1. m̃. 1. igitur cum diuiſeris 1. ce. p̃. 1. per 1. co. p̃. 1. co.^{2} piu. 1. m̃. 1. exibit diuiſor qni erat 1. co. p̃. 1.

Dixit quis multiplicaui numerum & poſt dempſi vnitatem & duxi reliquum in 3. & fuit productum æquale cubo. m̃. 1.igitur 3. ce. m̃. 3. æquatur 1. cu. m̃. 1. quæro communem diuiſorem qui fuit 1. co. m̃. diuido 1. cu. m̃. 1. exit 1. ce. p̃. 1. co. p̃. 1. diuiſo autem 3. ce. m̃. 3. per 1. co. m̃. 1. exit 3. co. p̃. 3. igitur 1. ce. p̃. 1. co. p̃. 1. æquantur 3. co. p̃. 3. igitur 1. ce. æquatur 2. co. p̃. 2. & ita ſequere æquationem inuenies 1. co. æquari 1. p̃. R. 3.

Nunc autem ponemus quod cum diui- 16
ditur numerus per alium plus eadem parte , prouenit pars ipſa : veluti cum diuidimus 8. per 7. p̃. $\frac{1}{8}$: ipſius 8. exit ipſa octaua pars videlicet 1. qui etiam additus ad 7. facit 8. & ſimiliter 7. cum additione $\frac{1}{9}$ de 18. diuiſit 18. & prouenit $\frac{1}{9}$ de 18. & eſt ipſa additio : poſita additione 1. co. ad 7. fiet diuiſor 7.p̃. 1. co. vnde cenſus & 7. co. æquantur 18. igitur ex 49. Capitulo additio eſt 2. & ſic dicemus quod 7. p̃. 7. piu.^{8} 2. eſt æquale 7.p̃.2.

Et ponamus quod quidam dixerit 2. cu. 17
p̃.4.ce.p̃.25.æquantur 16.co.p̃.55. tunc ſcias quod ſi addantur cõmuniter 2.ce.p̃. 10. co.p̃. 5.nu. fient 2. cu.p̃.6.ce.p̃.10.m̃.30.æqualia 2.ce p̃.26.co.p̃.60. nu. diuiſor communis eſt 2.co.p̃.6.exit pro primo 1.ce.p̃. 5.pro ſecundo 1.co.p̃.10.igitur 1. ce. æquatur 1.co. p̃.5. igitur res eſt R. 5.$\frac{1}{4}$. p̃.$\frac{1}{2}$. totum igitur negotium horum capitulorum conſtat in ſciendo addere vel minuere donec inuenias communem diuiſorem , nam tunc habebis æquationem, & hoc in cubis æqualibus radicibus , & numeris vel cenſibus , & numeris: & reliquis aliis capitulis , veluti dicamus 3. cu.ſunt æquales 21. radicibus & 18. numeris: adde communiter 12. ce. & 9.co.fient 3.cu.p̃. 12.ce.p̃. 9. co. æquales 12.ce.p̃.30.co.p̃.18.nu. igitur diuiſor cõmunis eſt 3. co. p̃. 3. exiens primum 1. ce. p̃. 3. co. æqualis 4. co. p̃. 9. igitur 1. ce.

æquatur 1. co. p̃. 6. igitur per 49. capitulum res eſt 3. & ita de omnibus aliis in omni autem diuidendo ingeniare additiones & diminutiones communes reddentes denominationes quaſi ſimiles.

18 Et eſt alius modus vt diuidamus omnia per 1. co. vel p̃. 1. ce. exemplum 1. cu. 1. p̃. 8. æqualia 8. rebus: tunc cenſus p̃. $\frac{8}{1\,co.}$ erit æqualis 8. & ſimiliter 1. cu. p̃. 16. æquatur 12. radicibus igitur 1 ce. p̃. $\frac{16}{1\,co.}$ æquatur 12. numero, & diuidemus 16. per talem numerum quod quadratus & iunctus prouentui, faciat 12. & ſimiliter 1. ce. p̃. 4. æquetur $\frac{16}{1\,co.}$ tunc oportebit diuidere 16. per talem numerum quod exeat 4. p̃. quadrato diuiſoris: & operaberis per decimamſextam & decimamſeptimam regulam huius capituli & eueniet diuiſor 2. & ſeruantur etiam partes proportionales.

19 Et eſt alius modus vt faciamus ſicut fecit algebræ auctor & ponemus cubum cum ſuis additionibus, & diuidemus totam ſummam in cenſum, & ſuppoſito quod cubus fuerit 8. paruus magnus autem 216. & exibit 34. $\frac{2}{3}$ p̃. $\frac{8}{1\,co.}$ æqualia 1. ce. quare ex præcedenti erit cenſus 36. & ℞. 6. à qua detractis 2. remanent res 4. cenſus 16. cubi 64.

Capvt XXIII.

De Extractione Radicum quadratarum & cubarum in ſimplicibus

1 EXtrahitur ℞. quadrata ſignando litteras à dextra verſus ſiniſtram vnâ interceptâ, vt in exemplo volo habere radicem de 79345. ſignabo vt vides, deinde quæro numerum qui euacuet primam litteram, & ipſum in ſe multiplico & detraho à Primo vt in exemplo numerus qui in ſe ductus euacuat 7. eſt 2. duc igitur 2. in ſe fit 4. detrahe ex 7. fit 3. poſt modum dupla primum numerum qui eſt 2. fit 4. & diuide numerum ſuperabundantem vſque ad Secundum punctum & cum exiente in ſe ducto conſidera an ſuperet litreram Secundi puncti: veluti in exemplo propoſito duplo 2. fit 4. diuido 39. exit. 9. & ſuper ſunt 3 quæ antepoſita ad 3. faciunt 33. igitur 9. in ſe ductus excedit 33. accipio igitur 8. duco in 4. fit 32. demo à 39. fiunt 7. quæ antepoſita ad 3. faciunt 73. igitur hoc exuperat quadratum 8. igitur ponamus 8. duci in ſe fit 64. detraho 4. ex 3. ſuprapoſita, remanent 9. & ſeruo 7. duco 8. in 4. fiunt 32. addo 7. fit 39. detraho ex 39. remanent 00. poſtmodum duplo 28. fit 56. diuido 94. per 56. exit 1. appono igitur 1. ſub 5. vt in Tertio Exemplo vides ab hac parte, & duco 1. in ſe fit 1. detraho ex 5. fit

```
0   3
3 0 9 8 4
7 9 3 4 8
---------
2   8   1
---------
  456
```

```
3
7 9 3 4 5 | primum
---------
2   8
---------
  4
```

```
0
3 0 9
7 9 3 4 5 | ſecundum
---------
2   8
---------
  456
```

4. deinde duco 1. in 56. fit 56. detraho ex 94. remanet 38. igitur Radix talis numeri eſt 281. & ſuperſunt 384.

Per eundem modum habebis radicem huius numeri infrapoſiti quærendo numerum, qui euacuet primas duas litteras, deinde eo multiplicato in ſeipſum, & detracto, dupla & diuide & inuenies duplum ſubintrare ter operare igitur vt ſuprà.

```
0   3
3 0 9 8 4
7 9 3 4 5 | tertium.
---------
2   8   1
---------
  456
```

Probatio per 9. — Probatio per 7.

```
  6          6
1 2 1      0 1 0
  2          1
```

```
      0
      1 0 4
      6 1 6 4 7
    8 7 6 8 4 3
    -----------
      9   3   6
    -----------
      1 8 8 6
        0
```

Probatio per 9. — Probatio per 7.

```
  6          6
6 0 6      3 5 3
  0          5
```

Modus probationis eſt triplex, primus quia ductâ radice in ſeipſam & additâ ſuperatione fit numerus cuius radix quærebatur: & iſte modus eſt per multiplicationẽ. Secundus eſt per diuiſionem quia diuiſo Primo numero per radicem, exit ℞. iterum, aut vnitas plus, & ſupereſt ſupputatio. Tertius eſt per regulam 7. & 9. veluti in diuiſione, nam probatio per 9. in ſecundo numero in radice eſt o. & o. igitur productum eſt o. ſupputationis autem eſt 6. igitur totius erit ſupputatio 6. & ita eſt per 7. autẽ probatio ℞. eſt 5 duc in ſe fit 25. ſuperatio eſt 4. ſuperationis autem quæ eſt 447. ſupperatio eſt 6. quæ addita ad 4. facit 10. probatio eſt igitur 3. & ita totius probatio eſt 3. in alio autem exemplo Probatio per 9. vtrinque eſt 1. & per 7. vtrinque eſt o. 2

Poſtquam ſciuiſti radices integras conuenit, vt ſcias approximationem cum fractis & hæc operatio adnumeratur integris ob affinitatem: dupla igitur radicem & per hoc diuide ſuperans, deinde multiplica & ſuperans diuide per duplum radicis, & quod exit detrahe, ac ita continuè multiplicabis & ſuperabundans diuides per duplum radicis, & quod exit ſuper detrahes acceptâ Primâ vice in qua fit additio & quanto magis iteraueris fiet præciſior exemplum radix 20. eſt 4. & ſuperſunt 4. duplo ℞. fit. 8. diuido 4. per 8. exit $\frac{1}{2}$: à addo ad 4. fit 4. $\frac{1}{2}$ duco in ſe fit 20. $\frac{1}{4}$ igitur $\frac{1}{4}$. eſt ſuperatio hoc diuido per 9. quod eſt duplum radicis fit $\frac{1}{36}$: demo à 4. $\frac{1}{2}$ quæ erat radix fit 4. $\frac{17}{36}$: duco in ſeipſum fit 19. $\frac{28}{36}$ p̃. $\frac{289}{1296}$ hoc autem eſt 20 $\frac{1}{1296}$: diuide igitur ſuperationẽ quæ eſt $\frac{1}{1296}$ per duplum radicis & quod exit deme a 4. $\frac{17}{36}$ fiet Radix valdè proxima 20. hic numerus 4, $\frac{5473}{11592}$. 3

Pro

0
1 0 0
2 6 1 0
6 0 6 7 0 0
2 8 4 0 0 8 6 0
8 2 3 1 3 6 2 4

3 7 4

2 7 7 3 7 6
1 4 4 0 7
3 1 7
4 1

37 78
37 37
1369 1776
3
4107

Probatio per 7.

0
6 6
2
3

Probatio per 9.

0
8 8
7
5

Pro cubica autem Primo extrahenda in numeris integris ita facias: signabis à Prima versus dextram derelinquendo duas litteras, veluti in exemplo signatis punctis quære numerum qui in se ductus faciat cubice 52. & proximior est 3. nam 4. cubice ductum facit 64. qui excedit 52. igitur cubo 3. fit 27. demo ex 52. fit 25. igitur residuum vsque ad Secundum punctum est 2531. post quadrabis litteram primam quæ est 3. fit 9. deinde triplabis fit 27. suppone ita quod 2. cadat in directo 5. diuidendi. & 7. cadat in directo 3. nam semper Prima operatio incipit à Secunda antecedente punctatam litteram, deinde diuide 253. per 27. potest exire 9. & 8. & 7. sed capio 7. quia oportebit ipsum quadrare ac multiplicare per 3. ideo 8. excederet duco igitur 7. in 27. fit 189. dextraho à suppositis in directo remanent 641. deinde quadro 7. & triplico & fit 147. duco in Primum numerum fit 441. demo ex suppositis fit 2003. cubo 7. fit 343. demo ex directa littera fit 1660624. postmodum similiter quadro 37. & triplico fit 4107. suppono ita vt cadat sub 6. & quia intrat in 17. quater: pono 4. pro Tertia littera sub vltima punctata: deinde sequor ordinem propositum quadrando triplicando & multiplicando in litteras iam inuentas: & vltimo cubando semper extremam, & iste modus est generalis facilis valde demonstrabilis ex quarta Secundi elementorum.

5 In approximatione autem duc radicem in se, deinde duc productum per 3. & quod fit est diuisor superationis, exiens igitur adde pro prima vice radici habitæ, deinde duc eam radicem in se & superationem deme per numerum triplatum & quod exit deme quotiens volueris iterando. Exemplum volo radicem 11. est 2. superatio est 3. duco 2. in se fit 4. triplicabo per regulam fit 12. diuido superationem quæ fuit 3. per 12. exit $\frac{1}{4}$ addo ad 2. fit $2\frac{1}{4}$ pro prima vice: cubus eius est 11. $\frac{25}{64}$ diuido supperationem per eundem 12. exit $\frac{25}{768}$ demo ex ℞. prius habita quæ fuit $2.\frac{1}{4}$ remanent 2. $\frac{167}{768}$ ℞. valde propinqua & est secretum.

Est & alius quærendi quadratã & cubicã modus cum à proximatione in vna operatione tantum, valde bonus ac præcisus quo ego vtor & est vt in quadrata addas numero totiẽs 00, quotiens volueris inuenire præcisionẽ propinquiorem veluti si addideris 00. habebis præcisionem ad $\frac{1}{10}$ si addideris 0000. habebis præcisionem in $\frac{1}{100}$ si addideris 000000. habebis præcisionem in $\frac{1}{1000}$ & ita si addideris 00000000. habebis præcisionem in $\frac{1}{10000}$ & ita semper in dimidio nullitatum additarum.

Et similiter in cubis totiens adde 000. quotiens volueris habere præcisionem, nam si semel addideris habebis in decanis, si bis in centenis, si ter in millenis, si quater in $\frac{1}{1000}$ & ideò factâ operatione auferes in quadrata à prouẽtu toto quotiens addidisti 00. numero Primo, & in cubica totiens auferes 0 quotiens addidisti 000. & residuum erit ℞. integra & litteræ ablatæ erunt partes de 10. si semel addidisti 00. vel 000. aut de 10000. si quater addidisti 00. in quadrata aut 000. in cubica, & ita deinceps vsque ad quamuis præcisionem.

Exemplum volo radicẽ quadratã 17. præcisã in 10000. partibus tu scis quod in 10000. sunt quatuor 0000. ideò adde 00000000. ad 17. fiẽt 1700000000. ab hoc extrahe ℞. per modũ dictum, vt vides & exit ℞. 41231. & quia addidisti quater 00. aufer 4. litteras à dextra ℞. remanebit ℞. 4. $\frac{1231}{10000}$, nam litteræ ablatæ sũt numerus de 10000. volo etiam habere ℞. 85. $\frac{249}{1000}$ Præcisam ad $\frac{1}{100}$ multiplica 85. $\frac{249}{1000}$ per 1000000. & est addere 000000. fiunt 85249000. huius habeas radicem

0 0
2 0 8 4 6
1 1 9 9 8 7 1 3 0
1 7 0 0 0 0 0 0 0 0

4 1 2 3 1

8 8 2 2 4 4 6
8 8 2

$4\frac{1231}{10000}$

dicem vt vides est igitur ℞. 9233. & quia addidisti 000000. ideò debes auferre 3. litteras à dextra & erit ℞. eius 9. $\frac{233}{1000}$ de superatione autem non curabis quia omnino est

0
8 0 7
4 6 0 6 1 1 1
8 8 2 4 9 0 0 0 9

9 2 3 3

1 8 8 4 4 6
1 1 8

insensibilis & nota quod loco trium Primarum nullarum posui 249. quia sunt partes de 1000. quibus adduntur aliæ 000. & est multiplicare pe 1000000. & prouentus sunt tot. $\frac{1}{1000}$.

Exemplum pro cubica volo ℞. 17. cubicã ad $\frac{1}{10000}$ propinquam addo pro 4. nullitatibus ℞. quærendæ 12. nullitates vt dictum est & fiet 17000000000000. cuius accipe ℞. cubicam & ab ea abiicies litteras 4. pro 12. nullitatibus quas addidisti & fiet ℞. cubica vt in sequenti Figura vides, & ipsum posui ad hoc vt videres quomodo ℞. cubica præcisè extrahitur: & apposui multiplicationes ad hoc necessarias.

1 4 7   2 5 7
2 8   1 2
3675   30852

2 8 7   257
2 8 7   257
6 6 0 4 9   660041
1 9 8 1 4 7   19830123

0 1 6 1
2 8 8 8 8
1 0 6 8 4 9 4 2 6 5
3 3 7 2 7 0 2 8 8 4 8 7
9 8 0 8 8 8 7 3 9 9 4 8 2
1 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
2   5   7   1   2
1 2 8 7 8 8 3 7 1 2 3 2
7 8 6 7 4 4 7 1 8 8
1 3 9 3 1 7 0 0
1 1 8 8 7 3
9 3

Erit igitur R.cubica 17. Proximior $2\frac{5712}{10000}$ siue schissando $2.\frac{357}{325}$.

Capvt XXIV.

De Extractione Radicum in fractis tam cubicis quam quadratis.

1 Primum oportet cognoscere an fractio habeat radicem, an non, cognoscitur autem hoc modo: schisabis numeratorem & denominatorem vsque ad numeros qui amplius schisari non possint, quod si tam denominator quàm numerator habuerint R. quadratam: aut cubicam: talis fractio habebit R. eiusdem generis: si non non. Exemplum $\frac{18}{8}$ volo scire an habeant R. cubicam aut quadratam schisabo & fiunt $\frac{9}{4}$: cum igitur 9. & 4. habeant R. quadratam: igitur $\frac{18}{8}$ habebunt R. quadratam, quæ erit $\frac{3}{2}$, siue $1\frac{1}{2}$ pari ratione $\frac{8}{18}$ habebunt R. quæ est $\frac{2}{3}$. & similiter $\frac{81}{24}$ volo scire an habeat R. cubicam, schisabo per 3. & fient $\frac{27}{8}$ quorum tam denominator quam numerator habet R. cubicam igitur talis fractio habebit: R. cubicam: quod si denominator vel numerator R. habuerint: reliquus autem non habeat Talis fractio carebit R.

2 Factâ vltimâ schisatione, vel denominator, & numerator, habent R. & Tunc R. denominatoris est denominator, & R. numeratoris est numerator, tàm in cubicis quàm in quadratis vt vides in Figura.

$\frac{81}{225}$ R. $\frac{9}{15}$ quadrata $\frac{36}{121}$ R. quadrata $\frac{6}{11}$

$\frac{343}{729}$ R. $\frac{7}{9}$ Cubica $\frac{27}{64}$ R. cubica $\frac{3}{4}$

R. quadrata $\frac{3}{7}$ R. cub. $\frac{9}{16}$ R.R. $\frac{7}{9}$

3 Si verò fractio caruerit R. tunc triplex est intentio vel habendi R. veram hoc modo reponendo R. quadrata, vel R. cubica, provt vis illi fractioni, vt in tribus exemplis.

Vel vis R. proximam absolutæ, & tunc 4
multiplicabis pro quadrata denominatorem in numeratorem, & producti accipe R. quam superpone denominatori priori, & talis fractio est R. valde propinqua prioris.

Exemplum volo R. de $\frac{5}{7}$ multiplico 5. in 7. fit 37. cuius capio R. quæ est ferè 6. & eam suppono ad 7. fiunt $\frac{6}{7}$ & hæc est R. valde propinqua de $\frac{5}{7}$. & similiter volo R. de $\frac{3}{4}$ duco 3. in 4. fit 12. cuius R. est $3.\frac{1}{2}$ ferè, superponenda ad 4. reduco igitur ad integra multiplicando per 2. & fiunt $\frac{7}{8}$: nam vt dictum est cum denominator multiplicatur in fractionem producentur integra, ad propositum igitur reuertendo $\frac{7}{8}$ sunt R. de $\frac{3}{4}$ propinqua.

In cubicis autem regula hæc non tenet, sed alio modo exequenda est, quadra denominatorem, deinde multiplica In numeratorem, & R. producti est numerator, & eius denominator est denominator prioris fractionis, Exemplum volo R. cubicam de $\frac{7}{3}$ quadro 3. fit 9. multiplico in 7. fit 63. cuius R. cubica est ferè 4, & hic erit numerator, cuius denominator erit 3. igitur $\frac{4}{3}$ est R. cubica de $\frac{7}{3}$ satis præcisa, & hæc regula est vniuersalis.

Si verò velles radicem quadratam vel cubicam valde præcisam multiplicabis numeratorem & denominatorem per 100. vel per 10000. vel per 1000000: vel per 100000000. addendo solùm toto quot oportuerit & hoc in quadrata. In cubica autẽ multiplicabis per 1000. vel per 1000000. vel per 1000000000. & ita addendo 3. vel 6. vel 9. nullitates, vtrique tamen denominatori, quam numeratori: & R. quadrata vel numeratoris erit numerator: & denominatoris erit denominator & hoc tam in fractis simplicibus, quam etiam compositis, cum numeris integris. Exemplum volo radicem quadratam & cubicam de $2.\frac{1}{8}$ resoluo $2.\frac{1}{8}$ in fractiones fient $\frac{17}{8}$: quibus pro quaquadrata addo denominatori 8. nullitates,

0 0
2 0 8 4 6
1 1 9 8 6 7 1 3 6
1 7 0 0 0 0 0 0 0 0
4 1 2 3 1
8 8 2 2 4 4 6
8 8 2

& similiter numeratori, & fiunt vt vides in Figura quorum accipio R. quadratam quæ est 41231. numeratoris & 28284. denominatoris & fiet R. quadrata $2.\frac{1}{8}$ fractio talis videlicet $\frac{41231}{28284}$ siue. $1.\frac{12947}{28284}$.

Et similiter in cub. accipiem' 12. nullitates & fiet denominator hic 8000000000000. cuius R. cubica est proculdubio 20000. ponemus igitur 20000. pro denominatore & similiter adiungemus 12. nullitates ad 17 fient 17000000000000. pro numeratore cuius R. cubica quæ est 25712. ponetur pro

pro numeratore igitur ℞. cubica de $2\frac{1}{8}$. est $2\frac{1}{8}$ est $\frac{25712}{20000}$ schisma &c.

```
            1
        4 2 4 5 3
    4 1 6 7 6 1 6 4 4
    8 0 0 0 0 0 0 0 0
    .   .   .   .   .
    _________________
    2  8  2  8  4
    _________________
      4 5 6 6 4 5 6
          5 5 6
```

Capvt XXV.

De Extractione Radicum in Surdis.

IN his non indiges nisi antepositione radicis sine alio: veluti Volo radicem ℞. 7. 7. fiet ℞℞. 7. volo ℞. V. 7. p̄. 2. fiet ℞℞. V. 7. p̄. 2. volo ℞℞. L. 9. p̄. 16. fiet ℞℞. L. 9. p̄. 16. volo ℞℞. D. 9. p̄. 25. fit ℞℞. d. 9. p̄. 25. nec indiget aliâ operatione sed manet denominatio tota.

Capvt XXVI.

De Extractione Radicum in denominationibus.

1 SCias quod denominationes pares non habent radicem quadratam: Secundo scias si sint impares terminationes quadratas numerorum terminationes quadratæ, cubice 4. 5. 6. 9. o. autem omnibus modis nominantur. 1.

Nam 1. est terminator desinentium in 1. vel in 9. vt 1. in se facit 1. & 9. in se facit 81. Item 4. est terminator desinentium. in 2. vel in 8. vt 2. in 2. facit 4. & 8. in 8. facit 4. & 8. in 8. facit 64. sed 5. est terminator desinentium in 5. veluti 5. in 5. facit 25. similiter 6. est terminator desinentium in 6. vt 6. producit 36. sed 9. est terminator desinentium in 3. & in 7. & sic o. est terminator desinentium in ea: igitur in quadrata si Primus terminus & vltimus habent ℞. tunc operare inquærendo aliter non habebit: non tamen in cunctis te fugit auxilium illud commune præcedentis capituli præponendi ℞. veluti volo ℞. 2. p̄. 3. co. p̄. 1. ce. erit ℞. 1. ce. p̄. 3. co. p̄. 2. Et ita volo ℞ cubicam 17. co. m̄. 6. p̄. 3. ce. erit ℞. cubica 3. ce. p̄. 17. co. m̄. 6. in cubicis autem oportet vt denominatio sit vna vel quatuor vel septem vel decem & sic deinceps quoad species denominationum: numeraliter autem vt habeant radicem cubicam 8. vt vel 27. vel 64. tàm in Primo quàm vltimo termino.

2 Circa quod nota quod extractio radicis quadratæ. & ce. ce. & ce. ce. ce. sunt secundum vnum modum, & est extractio ℞. quadratæ. veluti ℞. 4. censuum est 2. co. & ℞. 4. ce. ce. est 2. ce. & ℞. 4. ce. ce. ce. est 2. ce. ce. vnde ℞. 1024. est 32. qui sunt 2. ce. ce. Similiter cubica & cu. cu. sunt secundum vnum modum qui est extractio ℞. cubicæ. Vnde ℞. 8. cu. cu. est duo cubi, & similiter ℞. cubica 8. cuborum est 2. co. & sic de alius veluti ℞. cubica 4096. est 16. qui sunt duo cubi de 2. qui est ℞.

Sed cubi census est vt extrahas ℞. quadratam, & exeuntis cubicam, aut è conuerso 3
cubicam, deinde exeuntis quadratam, aliquando enim ambæ, aliquando vna & non altera, aliquando nulla inuenitur, veluti 64. habet cubicam 4. cuius quadrata est 2. & habet quadratam 8. cuius cubica est 2, similiter. sed 81. habet quadratam quæ est 9. cuius ℞. cubica est ℞. ce. cu. 81. per contrarium 125. radicem habet cubicam 5. cuius quadrata est ℞. ce. cu. de 125. sed 17. & 18. & tales neutram habent.

Sed ℞. Rel. P. &. Rel. 2. est composita 4
in hoc quod oportet vtrâque diuidere per cubum, & quod exit in Rel. P. est ce. in Relatum 2. est ce. ce. veluti diuido 32. per 8. exit 4. qui est ce. de 2. & in Relatum 2. ex it. 16. qui est ce. ce. de 2. & hoc idem in compositis, veluti diuido 3. Rel. P. qui sunt 96. per 8. qui est cubus, exibunt 12. qui sunt 3. ce. & ita de partibus & multiplicibus. ce. Rel. P. vero ℞, est Rel. P. cuius ℞. est provt dixi in præcedenti regula.

Capvt XXVII.

De Integrororum progreßionibus.

PRogressio est auctio ordinem aliquem seruans, eius duo genera prima sunt Geometricum & Arithmeticum sunt autā Geometrici cōmunia ordinatis proportionibus, arithmetici ordinatis augumentis procedere, cuiuslibet horum tres sunt species, vniformis, conformis & æqualiter augens. Exemplum vniuscuiusque est hic positum.

1 Vniforme	.1.2.4. 8.26.32
Geometricum.	
2 Conforme	.1.2.6.12.36.72.
3 Æqualiter augens.	1.2.6.24.120.720.
4 Vniforme	.3.9.27. 8.243.
Vel sic	
5 Conforme	.3.6.18.36.108.
6 Æqualiter augens	.3.6.18.72.360.
7 Vniforme	.1.2.3. 5. 6.
Arithmeticum.	
8 Conforme	.1.3.7.9.13.15.
9 Æqualiter augens	.1.2.4.7.11.16.
10 Vniforme	.3.6. 9.12.15.
Vel sic	
11 Conforme	.3.5.10.12.17.
12 Æqualiter augens	.3.4. 6.9.13.

Manifestum est igitur quando vnumquodque genus vel initium sumit ab vnitate, ab alio numero, vt in exemplis posterioribus præmissis: quod fient Duodecim mem- 1
bra progressionum.

Regula si notus sit maior terminus, & minor, & augumentum, in Septimo & Decimo modo: inuenies numerum terminorum hoc modo. detrahe minimum à maximo, & residuum diuide per augumentum, & exeunti adde vnitatem, habebis numerum terminorum, exemplum Septimomodo demo

demo. 1. ab 6. fit 5. diuido per 1. quod est argumentum exit 5. addo. 1. fiūt 6. termini: exemplum in Decimo modo demo. 3. ex. 15. fit 12. diuido per augmentum quod est 3. fit 4, addo. 1. fiunt. 5. termini.

.1.2.3.4.5.6.
.3.6.9.12.15.

2 Ex hoc patet conuersum videlicet, si à numero terminorum dematur vnitas, & residuum ducatur in differentiam siue augumentum, & ei addideris minorem terminum cognosces maiorem, veluti in Exemplo termini erant 5. auctio per 3. demo. 1. a. 5. fit 4. duco in 3. fit 12. addo minorem terminum fit 15. maior terminus.

.3.6.9.12.15.

3 Pro Octauo & Vndecimo modo cum volueris scire an termini sint pares vel impares, deduc primum ab vltimo, & residuum diuide per dimidium augmentorum, si nihil superest sunt impares, si aliquod pares: exēplū dempsi 3. ex 17. in Vndecimo modo & fit 14. differentiæ autē erant 2. & 5. quæ simul aggregatæ faciunt 7. cuius dimidium est 3. $\frac{1}{2}$ diuiso igitur 14. per 3. $\frac{1}{2}$ exit 4. & nihil superest: igitur termini sunt quanquam idem esset si duplares 14. fit 28. diuide per 7. nihil superest: igitur termini sunt impares, si autem aliquod super esset essent pares, vt in octauo modo demo 1. à 15. fit 14. aggregatum differentiarum est 6. duplo 14. fit 18. diuido per 6. supersunt 4. igitur termini sunt pares. 2.

.3.5.10.12.17.

4 Ex hac habetur numerus terminorum habito primo, & vltimo & progressione, vide si termini sint impares per Tertiam regulam exime Primum ab vltimo, & residuum dupla, & diuide per aggregatum differentiæ, exeunti adde. 1. quod fit est numerus terminorum, veluti in vndecimo 3. ex 17. fit 14. quia termini sunt impares ex tertia regula, duplo igitur 14. fit 28. diuido per aggregatum differentiarum quod est 7. exit 4. addo vnitatem fiunt 5. termini. Si verò termini per Tertiam inueniuntur pares exime primam differentiā ab vltimo termino habebis penultimam & terminos impares, quare per hanc regulam numerum terminorum, quibus, vnitate addita consurgunt omnes termini, veluti exemplum in octauo modo eximo Primam differentiam ab vltimo fit 13. terminus penultimus, quare per præcedentem termini sunt quinque, igitur addito vltimo, fient termini sex.

.3.5.10.12.17.
1.3.7.9.13.15.

5 Ex hac habetur per numerum terminorum, & differentiam, & Primum terminum, vltimus terminus: quod sic apparet: si fuerint impares, detrahe vnitatem: & reliquum duc in dimidium differentiarum, & exeunti addatur Terminus primus & conflabitur vltimus: in pari verò deductā primā differentiā operaberis vt supra: vltimo inuento penultimo termino, addes differentiam secundi ad primum terminum, & conflabitur vltimus terminus, exemplum patet regulæ quartæ vel breuius loco primi termini & differētiæ addes Secundū terminum, & loco de 1. & 1. exime 2. & sic in impari detrahe 1, & adde primum terminum, at in pari detrahe 2. & adde secundum terminum exemplum in vndecimo deduco 1. à 5. fit 4. dimidium differentiarum est 3. $\frac{1}{2}$ duc in 4. fit 14. addo primum terminum fit vltimus 17. in octauo autem modo termini sunt 6. eximo 2. fiunt 4. duco in dimidium differentiarum quod est 3. fit 12. addo Secundum terminum fit 15. pro vltimo termino.

3.5.10.12.17.
1.3.7.9.13.15.

Pro Nono & decimo modo deme vnitatem à numero terminorum, & disce differentiam auctionalem maximam cui adde minorem differentiam & dimidia, & duc in residuum terminorum demptā vnitate, & consurget vltimus terminus addito primo exemplum in nono modo differentia maxima est 5. addo minimam quæ est 1. fit 6. dimidium est 3. numerus termi- est 6. deduc 1. fit 5. duc in 3. fit 15. adde primum terminum fit 16. vltimus quare similiter in duodecimo minor differentia est 1. maior 4. adde fiunt 5. dimidium 2. $\frac{1}{2}$ duc in 4. qui est numerus terminorum vnitate demptā fit 10. addo 3. primum terminum fit 13. 6

1.2.4.7.11.16.
3. 4. 6. 9. 13.

In hoc modo vltima differentia inuenitur demptā vnitate à numero terminorum, & cognitā primā differentiā per primum modum scietur vltima, nam differentiæ illæ sunt vel ex septimo, vel decimo modo: quare per primam & secundam regulam operaberis. 7

Per hoc patet conuersum sextæ regulæ, nam habitis proprio & vltimo termino, & modo progressionis: facile erit inuenire terminorum numerum, nam deduces primum terminum ab vltimo, & residuum si diuiseris per dimidium differentiarum primæ ac vltimæ exibit numerus terminorum dempto vno, aut si diuiseris per numerum terminorum dempto vno, exibit dimidium differentiarum, quo duplicato si ab eo dempseris primam differentiam, fiet vltima exemplo non indignes in tam clara re. 8

In hoc etiam inuenies maximam differentiam alio modo, subtrahe minorem terminum de maiore, residuum est aggregatū differentiarum, & prima differentia est primus terminus talis progressionis, & prima differentia est additio talis progressionis: igitur per primam regulam scies maximam differentiam. 9

At si vltimus terminus non sit notus, sed tantum numerus terminorum, scies differentiam per primam sub ductā vnitate vt dixi, exemplum termini sint, sex auctio sit per vnitatem igitur termini sunt quinque aucti per vnitatem, quare per primam notus est maximus terminus, & hic est maxima differentia. 10

Ex his habetur summa omnium terminorum in omni modo, adde in septimo & decimo modo minorem terminum maiori, & 11

& quod fit ducas in dimidium terminorum, exemplum. 3. 4. 5. 6. 7. 8. primus cum vltimo facit. 11. duc in 3. qui est dimidium terminonorum fit 33. pro aggregato, similiter 2. 5. 8. 11. 14. 17. iunge fiunt 19. duc in 3. fit 57. nam termini erant 6. dimidium eorum 3. eadem regula tenet in octauo & vndecimo si termini sint pares aliter si impares sint deme primum, & operare cum reliquis eodem modo: post adde primum veluti. 3. 5. 10. 12. 17. 19. 24. dempto primo fit. 5. minimus additus ad 24. fit 29. duc in dimidium terminorum quod est 3. fit 87. adde primum fit 90. pro aggregato.

3.4.5.6.7.8.

11

3

33

2.5.8.11.14.17.

19

3

57

3.5.10.12.17.19.24.

29

3

87

3

90

3.7.15.27.43.63.87.

7

2

5

$1\frac{2}{3}$

$2\frac{2}{3}$

84

224

7

3

21

224

2

245

12 Pro nono & duodecimo modo, deme à numero terminorum 2. residuum diuide per 3. exeunti adde 1. hoc duæ in aggregatum vltimæ differentiæ cum sua progressione producto, adde quod fit ex primo termino in numerum terminorum, quod conflatur est summa. exemplum. 3. 7. 15. 27. 43. 63. 87. termini sunt 7 demo 2. fiunt 5. diuido per 3. exeunt $1\frac{2}{3}$ addo 1. fiunt $2\frac{2}{3}$: duco in summam differentiarum habitam per vndecimam regulam quæ est 84. fit 224. duco etiam primum terminum qui est 3. in 7. fit 21. nam 7. erat numerus terminorum, addo igitur 21. ad 224. fit 245.

13 Et his habetur sumpto numero terminorum & aggregato vltimus terminus in septimo & decimo modo diuide igitur aggregatum per dimidium numeri terminorum, & ab exeunte deme primum terminum, remanebit vltimus. Idem in octauo & vndecimo modo cum pares fuerint, si impares detrahe primum terminum ab aggregato, & residuum diuide per numerum terminorum minus vnitate, quod exit dupla, & à producto aufer secundum terminum, residuum est vltimus terminus, Exemplum 90. sit aggregatum termini vero 7. minor terminus 3. deduco ex 90. fit 87. diuido per 3. & est dimidium terminorum fit 29. deduco secundum terminum qui fuit 5. remanet vltimus 24. est autem 3. dimidium terminorum qui fuerunt 7. dempto vno vt regula dicit.

Et sicut ex vndecima elicitur duodecima, 14
pro nono & duodecimo modo, ita ex decimatertia elicitur quartadecima pro nono & duodecimo modo.

Et vniuersaliter cum fuerint 5. termini 15
videlicet auctio: numerus terminorum: minor terminus: & maximus, & aggregatum, cum sunt 3. ex his noti, qualescunque sint, cognoscentur reliqui duo ignoti, in quolibet modorum.

Et ex his habemus conuersus duodecimæ 16
regulæ, cognita enim sũma & differentia maxima, & termino minore habebimus numerum terminorum, si etiam habuerimus maiorẽ, deduc igitur ex vltima differentia vnitatem, residuum diuide per 3. exeunti adde vnitatem per hoc totum multiplica maiorem terminum dempto minore, & quod fit detrahe ex summa, residuum diuide per terminum minorem, quod exit est numerus terminorum, & est Exemplum sit minor terminus 4. maior 32. differentia maior 7. aggregatum 116. progressio in nono vel duodecimo modo detraho 1. ex 7. fit 6. diuido per 3. exit 2. addo 1. fit 3. demo ex 32. maiore minorem terminum qui est 4. fit 28. duco in 3. fit 84. demo ex 116. fit 32. diuido per terminum primum qui est 4 exit 8. numerus terminorum erat igitur progressio talis. 4. 5. 7. 10. 14. 19. 25. 32. & ita in ista 4. 8. 13. 19. 26. 34. vel in hac 5. 6. 8. 11. 15. 20. 26. 33. 41. 50.

Et cum fuerint. 6. termini, vtpote, ma- 17
xima differentia, & auctio ipsa, & terminus minor & maior: & numerus terminorum, & aggregatum: & ex his 3. cogniti, & reliqui incogniti: cognoscentur incogniti factâ positione termini vnius ex incognitis per rẽ & operare per algebra, & peruenies ad cognitionem Exemplum terminorum vt 3. 4. 6. 9. 13. 18. 24. 31. 39. primus terminus est. 3. auctio. 1. maxima differentia 8. numerus terminorum 9. nam semper auctio ducta in numerum terminorum deductâ vnitate: producitur maximam differentiam vnde esset deductâ differentia, vel diuisa per auctionem, quod exit additâ vnitate producit numerum terminorum: igitur deductâ vnitate ex numero terminorum, & diuisâ maximâ differentiâ, exibit auctio ipsa, & quantus terminus, est autem maximus 39. sextus est aggregatum vt 147. & hi inueniuntur in nono & duodecimo modo, in aliis autem sunt tantum. 5. termini quoniam auctio non differt à maxima differentia quare &c.

Pro primo & quarto modo, cum diuiseris 18
terminum maximum per minimum, quod exit quali ordine est suæ progressionis denominatorum talis est numerus figurarum, Exemplum in primo modo diuido 32. per 1. exit 32 qui in ordine duplæ est ce. cu. & est sexta figura ex positis in fine primi capituli de 11. quare termini fuere 6.

1.2.4.8.16.32.

Per

Per oppositum habes terminum maiorem vt in quarto modo termini sunt 5. & Figura. 5. ex illis est ce. ce. igitur cum ce. ce. in tripla proportione fit 81. duc 81. in minimum terminum qui fuit 3. consurgit 243. qui est terminus maior. 39.27. 81.243.

19 Pro secundo & qninto considera terminos impares, aliter dimitte primum & reduces ambas proportiones ad Figuram numeri terminorum, & diuide maximum terminum per ambo, & exeuntia multiplicabis inuicem & radix est in denominatione termini.

Exemplum in quinto modo dupla & tripla sunt primæ proportiones terminus maior est 108. duco in se fiunt 11664. quadra terminum minorem fit 9. diuide 11664. exit 1296. Radix est 36. duc 2. per quintam Figuram, & 3. similiter, ex vno aduerit 16. ex altero 81. in quorum medio proportionaliter cadit 36. igitur termini sunt 5. assumenda est enim propinquitas per æqualem multiplicationem duplæ & triplæ in denominationibus. 3.6.18.36.108.

20 Pro conuerso ambas proportiones deduces ad Figuram sui termini, & producta duc in minorem terminum, & prodeuntia inuicem radix autem totius, est terminus maior.

Exemplũ in secundo modo duco duplã & triplam in quintam denominationem. fit 16. & 81. duco vtrumque in primum terminum fiunt 32, & 162. duco inuicem fit 5184. Radix est 27. 1.2.6.12.36.72.

21 Pro tertio & sexto modo, per primam regulam habes differentiam denominationum à prima ad vltimam, & omnes inuicem multiplica, deinde totum per minorem terminum, quod prouenit est enim maximus terminus. Exemplum in tertio modo. 2. 3. 4. 5. 6. ductæ inuicem faciunt 720. & in primum terminum idem, quare maximus terminus est 720.

22 Conuersum habes diuidendo maximum, per minimum, & quod exit successiue per differentias vsque ad vnitatem. Exemplum. 2. 6. 30. 210. 1850. diuide per 2. exit 945. hunc per primam proportionem exit 315. hunc per 5. exit 63. hunc per 7. exit 9. diuide 9. per 9. exit vnitas proportiones igitur 4. & termini 5.

23 In primo modo & quarto volens inuenire aggregatum, minus ex maiore detrahe, & residuum diuide per 1. m̃. denominatione, quod exit adde maiori termino, quod conflatur : est aggregatum. Exemplum. 3. de 81 : est 78. diuide per 2. exit 39. adde ad 81. fit 120. & in sexquaaltera inter 16. & 81. deduc 16. ex 81. fit 65. duc in sexquialteram quæ sic scribitur $\frac{3}{2}$ fit detractâ vnitate $\frac{3}{2}$ quare fit 130. adde ad 81. fit 211. aggregatum. 3. 9. 27. 81. 16.24.36.54.81.

24 In secundo & quinto modo multiplica differentiam vnam per aliam, à producto aufer. 1. & cum hoc residuum maximi detracto minore diuide, & quod exit multiplica per primam differentiam additâ vnitate siue sit maior siue minor, & totum adde primo termino, & hoc vbi termini sint impares & proportio multiplex. Exemplum in casu 3. de 108. fit 105. duc 3. in 2. fit 6. deduc. 1. fit 5. diuide 105. exit 21. prima differentia denominata fuit à 2. fit addita vnitate 3. duc in 21. fit 63. adde ad 108. fit aggregatum 171. 3.6.18.35.108.

In non multiplici, autem imparibus exi- 25
stentibus terminis, tres inuenias eiusdem proportionis numeros minimos, & minore à maiore detracto. In qua proportione se habet aggregatum ex duobus maioribus, ad residuum. In eadem proportione se habent quotquot alij ad suum residuum.

Exemplum 3. 4. 5. in proportionibus sexquitertia & sexquiquarta sunt minimi. subtraho 3. à 5. fit 2. maiores fuere 4. & 5. qui aggregati sunt 9. in qua igitur proportione est 9. ad 2. in eadem erit aggregatum totũ dempto minore termino ad residuum maioris dempto minore si igitur vt velim scire aggregatum progressionis quam vides deduco vt dixi in $\frac{9}{2}$ fit 144. terminum minorem fit 162. aggregatum, & hoc in terminis imparibus, cum vero fuerint pares sciuisti terminum primum esse detrahendum, deinde operaberis per regulas suprascriptas, vltimò addes ipsum & habebis aggregatum. 18.24.30.40.50.

In progressione quadratorum, accipe du- 26
plum terminorum & adde vnitatem, & diuide per 3. & quod exit multiplica per summam progressionis.

Exemplum volo quadrata ad 10.
duplica fit 20. adde 1. fit 21. diuide 1
per 3. exit 7. duc in 55. quod est 4
aggregatum progressionis ad 10. 9
exit 385. qui est numerus summæ. 16

In cubicis autem numero termi- 25 27
norum adde 1. & quadra iterum di- 36
midium terminorum in se, & duc 49
vnũ per aliud : quod exit est summa. 64
Exemplũ volo summam cuborum ad 81
10. addo 1. fit 11. quadro fit 121. 100.
diuido 10. fit 5. quadratum eius est
25. duco in 121. fit 3025. per suam : hæ duæ regulæ fuerũt fratris Lucæ optimi Arithmetici plures alias adiicere potuisse, sed sufficiunt hæ volentibus operari, cum intellexerint semper tria cognita præsupponi debere, reliqua quæ vel duo sunt vel tria ex his inquiri oportere.

Capvt XXVIII.

De Progreßione fractorum.

IN fractis non est progressio Arithmetica quia nec æqualis excessus, nam $\frac{1}{2}$ excedit $\frac{1}{3}$, In $\frac{20}{120}$: & $\frac{1}{3}$ excedit $\frac{1}{4}$, In $\frac{10}{100}$: & $\frac{1}{4}$ excedit $\frac{1}{5}$. In $\frac{6}{120}$: isti excessus nedum non sunt æquales sed nec in æquali excessu, aut proportione, nam proportio $\frac{20}{120}$, ad $\frac{10}{120}$, est dupla proportio, $\frac{10}{120}$ ad $\frac{6}{120}$ est minor dupla.

In

In proportione Geometrica, eſt progreſſio vt $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$: & ita de aliis: regula eſt vt ducas minorem terminum in Maiorem, & ſummas proportionem ſecundùm totum, veluti $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$ duc 3. in 24. fit 72. erunt igitur operationes veluti in Integris ex $\frac{1}{12}$: excepto quod minor in denominatione eſt maximus terminus & è conuerſo: veluti volo aggregatum prædictorum fractorum per vigeſimamprimam regulam præcedentis capituli, detraho 3. de 24. fit 21. denominatio erat per 2. nam erat ſub dupla detrahe 1. fit 1. duc in 21. fit 21. adde 24. fit 45. & ita ſunt $\frac{45}{72}$, videlicet $\frac{5}{8}$.

Capvt XXIX.

De Progreſſione Surdorum.

IN ſurdis autem non datur progreſſio generalis Arithmetica, nam maiorem proportionem habet ℞. 12. ad ℞. 11. quam ℞. 13. ad ℞. 12. tam in exceſſu, quàm in proportione: igitur nulla ratio dari poteſt in talibus quantùm ad progreſſionem Arithmeticam.

In Geometricis autem datur, nam ex decimaſeptima ſexti, cum ſit proportio quadrati ad quadratum, veluti lateris ad latus duplicata igitur cum quadratorum ſit proportio continua, erit & radicum igitur radices 4. 6. 9. ſunt continuæ proportionales, In his autem oportet operari per quadrata dummodo caute opereris & ſequetur inuentio ignotorum ex notis per capitulum vigeſimum ſeptimum veluti. 16. 24. 36. 54. 81. cognitâ proportione ſciemus numerum terminorum, & ex his maiorem terminum, & ex his ſuam radicem, vel operabimur per algebram, nam qualis eſt proportio cenſuum in cenſibus, talis erit radicum dimidiata in radicibus, veluti 4. 36. 324. ſunt in proportione nonupla, igitur radicum proportio eſt tripla, proportio etiam aggregati ex his eſt vt 91. ad 1. cum vero reduxeris per algebram inuenies proportionem radicũ vt 13. ad 2.

In diſtinctis autem ligatis vel vniuerſalibus non eſt operatio niſi per quadrata illarum, verùm non indigemus aliis regulis, ſed tantùm cautella in operando.

Capvt XXX.

De Progreſſione denominationum.

NOn differt progreſſio vnius denominationis qualiſcunque ſit à progreſſione numeri, veluti 1. co. 2. co. 3. co. 4. co. eſt veluti. 1. 2. 3. 4. & 1. co. 2. co. 4. co. 8. co. veluti. 1. 2. 4. 8. igitur regulæ 27. capituli in hoc tibi plenæ inſeruiunt, quod ſi non vna ſit denominatio augmentum tamen æquale adhuc ſufficit, veluti 1. ce. p̃. 2. co. 2. ce. p̃. 3. co. 3. ce. p̃, 4. co. & ſic deinceps, operare diſtinguendo cenſus à radicibus, vnicuique verò eorum, propriã progreſſionem inuenies.

Quod ſi progreſſio ſit permutatis denominationibus veluti 1. co. 1. ce. 1. cu. 1. ce. ce. atque eo modo: tunc eſt in genere geometricarum & vltrà, tres terminos æquatio non niſi compoſita aduenit ex terminis conſtans continuæ proportionalibus, quod ſi ponatur auctio in numero & denominatione, tunc erit Geometrica & Arithmetica mixta veluti 1. co. 2. ce. 3. cu. 4. ce. ce. tunc difficilis eſt quæſtio. Quod ſi auctio eſt per denominationes, & numeros, Geometrica, tunc facilior eſt inuentio veluti 1. co. 2. ce. 4. cu. 8. ce. ce. in cunctis autem his iuuat vltimum terminum diuidere per primum, aut ſubtrahere vt in Arithmetica, & operari in Geometrica per ſuas regulas vt in vigeſimoſeptimo capitulo à decimaſeptima ad vigeſimamſeptimam regulam, & in Arithmetica vſque ad decimam ſeptimam regulam: & ponamus exemplum leue, quidam ambulauit 1. co. & 2. co. & 3. co. & 4. co. & 5. co. & in totum ambulauit miliaria 100. ſequitur enim vt ambulauerit ex regulis primis 15. co. cum igitur diuiſerimus 100. per 15. exeunt 6. $\frac{2}{3}$: quare ambulauit prima die miliaria 6 $\frac{2}{3}$: & ſecunda tantò plus, & ſit in finem & alius ambulauit primâ die 1. co. ſecundâ die 2. ce. tertiâ die 4. cu. igitur ſi ponatur æquale 100. co. fient 99. æqualia 2. co. p̃. 4. ce. quare ce. & $\frac{1}{2}$ co. æquantur 24 $\frac{3}{4}$: ſequere æquationem ex capitulo ſuo, & habebis valorem rei, quod ſi 100. co. ponunt nobis valorem talem quid ponet 100. In numeris & tunc habebis æquationem in 4. terminis numero, radice, cenſu, cubo.

Capvt XXXI.

De ſeptem operationibus quæ fiunt ex integris & fractis.

CVm numerator numeri fracti eſt ma- 1
ior denominatore, numerus ille integra continet: veluti $\frac{253}{60}$ tunc igitur ſi diuiſeris numeratorem per denominatorem exiens eſt numerus æquiualens fractioni illi quod ſupereſt fractiones, veluti 253. per 60. exit 2. & $\frac{13}{60}$.

Numeri integri cum fractis commiſcen- 2
tur, vel quoniam vnus eſt integer & alius fractio: vel vnus integer & fractio, & alius fractio, vel vnus integer & fractio, reliquus integer vel vnus integer & fractio, ſimiliter & reliquus: & ſic ſunt modi 4.

Cum integrum ſimplicem cum fracto 3
ſimplici numerare vis vel denominare, potis illud duobus modis efficere: primo per adiunctionem vt 23. $\frac{7}{19}$ ſecundo reducendo integrum ad fractionem, hoc autem fit ducendo denominatore in integrum & inſuper addendo numeratorem, fractionis, & totũ ponetur pro numeratore, denominator autem manebit idem, vt in exemplo ſuperiore duco 19. in 23. fit 437. addo 7. fit 444. ſubſtituo denominatorem fiet $\frac{444}{19}$ quæ fractio æquipollet 23. $\frac{7}{16}$.

His viſis omnes operationes quæ fiunt 4
inter fractos, & mixtos, aut integros, poſſunt fieri, vel ſeparatæ: vt ducendo fractum in integrum, & poſt in fractum, vel è con

conuerſo : ita etiam de diuiſione , excepto quod diuiſio redditur difficilis , niſi fiat reductio ad eandem naturam. veluti duco 19. in 23. $\frac{7}{19}$: poſſum ducere 19. in 23. & fit 437. deinde duco 19. in $\frac{7}{19}$, & fiunt 7. totum igitur fiet 444. integra : & poſſemus etiam deducere 23. $\frac{7}{19}$ ad fractionem vnam & fiunt $\frac{444}{19}$ vt dixi deinde ducere per capitulum ſuum in 19. integra, deinde productum diuidere per denominatorem , qui etiam eſt 19. & exibunt etiam 444. integra.

5 Cùm igitur addere vis fractionem integro, reducas eam ſi maior ſit vnitate per capitulum præſens ad integra , & adde integra integris, & ſimiliter fractiones fractionibus, per capitulum ſuum ſi adſint.

6 Cum vero volueris detrahere fractiones ex integris : integra ex integris detrahe , deinde vnitatem plus : & ſubtrahe numeratorem à denominatore : & reſiduum ſuperpone denominatori , exemplum volo detrahere 23. $\frac{7}{19}$ ex 47 , demo 24. ex 47. & remanet 23. & demo 7. ex 19. & fit 12. igitur reſiduum eſt 23. $\frac{12}{19}$, quod ſi vtrinque fractio adſit primo deme vnam ex alia , per ſuum capitulum , quod ſi non potes reſolue vnitatem in fractiones , & eam adde numero ſubtrahendo deinde operare per ſua capitula ſimplicia : exemplum 17. & $\frac{13}{19}$ ex 24 $\frac{5}{7}$, deducas $\frac{13}{19}$ ex $\frac{5}{7}$ remanent $\frac{4}{133}$, & 17. ex 24. fiunt 7. vt igitur ſemper ſcias quæ duarum fractionum ſit maior , duces denominatorem vnius in alterius numeratorem in crucem, & cuius fuerit productum ex numeratore ma-

$\frac{5}{7}$ X $\frac{13}{19}$
95 91
20 $\frac{41}{24}$
14 $\frac{5}{7}$
6

$\frac{5}{7}$ X $\frac{41}{24}$
287 120
120
167
168

ius , fractio illa eſt maior , veluti 5. in 19. facit 95. & eſt maiuſquam 7. in 13. igitur $\frac{5}{7}$ eſt pluſquam $\frac{11}{19}$: ſit igitur vt velis deducere 13. $\frac{5}{7}$ ex 20. $\frac{17}{24}$ conſtat ex regula prodicta quod $\frac{5}{7}$ eſt maiuſquam $\frac{17}{24}$: quare adde ad 13. & $\frac{5}{7}$ vnitatem fiet 14. $\frac{5}{7}$: deinde iunge numeratorem de $\frac{17}{24}$ denominatori , fiet numerator fractionis $\frac{41}{24}$ igitur deduces 14. $\frac{5}{7}$ ex 20. $\frac{41}{24}$: per capitula ſua & remanebunt 6. $\frac{167}{168}$.

7 In multiplicatione autem duces integrum per numeratorem , & totum diuides per denominatorem , veluti 23. in $\frac{3}{7}$: duc 3. in 23. ſit 69. diuide per 7. exit 9. $\frac{6}{7}$: & ſi adſint fractiones multiplica poſtmodum fractionem per fractionem , ex capitulo ſuo , & iunge , & ſimiliter integra per integra.

8 In diuiſione autem conuenientius eſt vt reducas omnia ad ſuas fractiones per capitulum præſens , deinde diuides per diuiſorem per Caput 20. exiens autem reduces ad integra ſi maius ſit vnitate per capitulum præſens , ſi tamen diuiſor non contineat fractiones , operare per integra tantum. Exemplum primi volo diuidere 27. $\frac{3}{7}$ per 7. $\frac{3}{19}$ deduco ad fractiones fiunt pro diuidendo $\frac{192}{7}$ & pro diuiſore $\frac{136}{19}$ diuido igitur $\frac{192}{7}$ per $\frac{136}{19}$ & fit $\frac{3648}{952}$ reduco ad integra fiunt 3. & $\frac{792}{952}$ vel ſchiſando 3. & $\frac{99}{119}$. Si autem denominatorem diuiſoris in diuidendum & diuiſeris per numeratorem exibit exiens ſit exemplum volo diuidere 17. per $\frac{5}{7}$ duco 17. in 7. fit 119. diuido per 5. exit 23. $\frac{4}{5}$ ita volo diuidere 17. per 3. $\frac{4}{5}$ reduco ad fractionem diuiſorem fit $\frac{19}{5}$ duco igitur 5. in 17. fit 85. diuido per 19. exit 4. $\frac{9}{19}$ & ita in omnibus.

Radicum extractiones fiunt vt in integris progreſſiones reducendo ad vnum denominatorem.

Cùm verò reductio facta fuerit vt ſint omnes fractiones multiplica per capitulum ſuum deinde reduces ad integra vt in præſenti.

CAPVT XXXII.

De Integris & ſurdis mixtis.

OPeratio ſua dicta eſt, eſt enim vt in numeris ligatis quoniam ſæpius integros continent propterea non eſt alia operatio à ſurdis quod ſi times aliquando operari reduc integrum ad naturam ſurdi veluti volo reducere 7. in R. L. 9. p̃. 5. operatio etiam ſana eſt deducendo 7. in ſe fiet R. 49. deducenda in R. L. 9. p̃. 5.

CAPVT. XXXIII.

De Integris & denominatis.

NVmeri integri non variant naturam denominatorum ideò operatio eorum eſt in omnibus per capitula numerorum ſimplicium aduenientia autem manent in ſuis denominationibus in quibus erant prius vt 3. in 7. cu. p̃. 5. ce. m̃. 7. facit 21. cu. p̃. 15. ce. m̃. 21.

CAPVT XXXIV.

De Fractis Denominatoribus miſcendis.

VTerque eorum indicat vt reducatur ad integra, verùm in ſurdis neceſſitas eſt 1
minor , difficultas maior , in fractis autem difficultas eſt minor, & neceſſitas maior, quare ob temperandum eſt neceſſitati maximè cum per hoc non adueniat operatio difficilis , exemplum eſt volo deducere $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{4}$ co. p̃. $\frac{2}{3}$ ce. p̃. 7. deducas omnia per regulam fractorum veluti in capitulis ſuis & fiet $\frac{1}{12}$ co. p̃. $\frac{2}{9}$ ce. p̃. 2. $\frac{1}{3}$ numeri , quod ſi neceſſitas diuiſionis te poſtulat cum integris admixtis fractionibus veluti 3. $\frac{1}{7}$ eſt diuiſor de 4. co. p̃. 3. ce. omnia duces in 7. fit 22. diuiſor, de 28. co. p̃. 21. ce.

Quòd

2 Quòd si velis diuidere 1.ce.ce.p̃.64. per $\frac{64}{1.ce.}$ multiplica 1.ce.ce.p̃.64.in 1.ce fiunt 1.ce.cu.p̃.64.ce diuide per numeratorem qui est 64.exibit $\frac{1}{64}$ ce.cu.p̃.1.ce.

3 Quòd si fractiones denominatorum sint multiplicandæ tunc facies vt vides ducendo numeratores inuicem fiunt 14. & ducendo denominatores fiunt 1.cu. & ita fiunt $\frac{14}{1.cu.}$ quod si volueris diuide $\frac{4}{1.ce.}$ per $\frac{2}{1.ce.}$ multiplica in crucem & fient $\frac{4 \; co}{2. ce.}$ & est prouentus & similiter in additione facies per modum fracti exemplum volo addere $\frac{2}{1.ce.}$ ad $\frac{3}{1.co.}$ aptabo vt vides & multiplicabo in crucem & fient 2. in 1. co.fient 2.co.& 3.in 1.ce.fient 3.ce. deinde 1.ce.in 1.co.fiunt 1.cu.igitur additis

$$\frac{2}{1.\,co.}\quad\frac{7}{1.\,ce.}\quad\frac{14}{1.\,cu.}$$

$$\frac{2}{1.\ ce.}\ \mathsf{X}\ \frac{3}{1.\ co.}\qquad\frac{3.\ ce.pm.\ 2.\ co.}{1.\ cu.}$$

$$\frac{2}{1.\ co.}\ \mathsf{X}\ \frac{3}{1.\ ce.}\qquad\frac{3.\ co.\ men.\ 2.\ ce.}{1.\ cu.}$$

3. ce.& 2.fient $\frac{3.\ ce.p.2.ce.}{1.\ cu.}$ & similiter in detractione operaberis vt in exemplo à latere.

Capvt XXXV.

De Fractis mixtis cum Surdis.

1 CVm volueris ducere R. simplicem aut ligatam aut. D. aut. V. in fractionem aliqui tunc quadra denominatorem & eum constitue pro multiplicatore in diuisione & pro diuisore in multiplicatione deinde quadra numeratorem & multiplica in quadratum R. pro multiplicatione aut diuide pro diuisione deinde prouentum multiplica aut diuide per id quod seruasti & R. prouentus est adueniens. Exemplum volo diuidere R. L.9. P.R.4.per $\frac{3}{4}$ quadrabo 4.fit 16. quadrabo 3. fit 9. quadrabo R. L.9. p̃. R. fit

$$\frac{3}{4}\qquad\frac{R.\ L.\ 9.\ \tilde{p}.\ R.4.}{9.}\qquad 16$$

14 p̃.R. 144. diuido per 9.exeunt $1\frac{4}{9}$ p̃. R. $1\frac{7}{9}$ multiplico per 16.| fiunt $23.\frac{1}{9}$ P. R. $455.\frac{1}{9}$ igitur R. V. $23.\frac{1}{9}$ p̃.R. $455.\frac{1}{9}$ est prouentus talis diuisionis, nam diuidendo R.L.9. p̃. R.4. & est 5.per $\frac{3}{4}$ exeunt $6\frac{2}{3}$ R. autem $455\frac{1}{9}$ est $21\frac{1}{3}$ additâ ad $23\frac{1}{9}$ fit $44\frac{4}{9}$ cuius R. est $6\frac{2}{3}$ quare patet veritas.

2 Exemplum multiplicationis: quadrata R.L.vt priùs & fractione vt fiant 16. & 9. fac è conuerso præcisè vt in diuisione fecisti ducito 9. in 13.p̃. 144. per modum R. V. vt priùs fiunt 117. p̃. R. 11664. diuide hanc per 16. & exit $7\frac{5}{16}$ p̃. R.$45\frac{9}{16}$ & R.V. $7\frac{5}{16}$ p̃. R.$45.\frac{9}{16}$ & est $3\frac{3}{4}$ est quæsitum, accipe enim radicem $45\frac{9}{16}$ & est $6\frac{3}{4}$ adde ad $7\frac{5}{16}$ fiunt $14\frac{1}{16}$ cuius R.est $3\frac{3}{4}$.

3 Et si in diuisore vel multiplicatore sint integri reducas ad fractiones deinde operaberis vt supra exemplum volo diuidere R. 7. per $3.\frac{2}{3}$ reduco $3\frac{2}{3}$ ad $\frac{1}{3}$ fiunt $\frac{11}{3}$ quadra 11. fit 121. quadra 3. fit 9. diuido 7. per 121. exeunt $\frac{7}{121}$ multiplico per 9.fiunt $\frac{63}{121}$ & R.$\frac{63}{121}$ est prouentus talis diuisionis.

Pro aggregatione & detractione talium habes tres modos aggregandi primus est per p̃. vt iungam $\frac{2}{3}$ cum R. 7.dicam R. 7. p̃.$\frac{2}{3}$ alius modus est per viam incruciationis vt si $\frac{1}{2}$R. 36.cum $\frac{1}{3}$ R. iungere velis, quadra omnia fient $\frac{1}{4}$ de 36. & $\frac{1}{9}$ de 36. 4

$$\frac{\frac{1}{2}}{R.\ 36.}\qquad\frac{\frac{1}{3}}{R.\ 36.}$$

$$\frac{\frac{1}{4}}{36}\quad\mathsf{X}\quad\frac{\frac{1}{9}}{36}$$

$$4\qquad\qquad 9$$

deinde multiplica in crucem fiunt 4. & 9. igitur R. 9. p̃. R. 4. est talis additio tertius modus est modus iungendi denominationes per modum R.V.ductum suprà quare.

In extractione autem radicum in talibus scias quod si vtrumque extremum habet R. tunc potes habere in denominationibus veluti 1.ce.p̃.2.co.p̃.$\frac{1}{4}$ habet R. vel potest habere primo intuitu quia 1. & $\frac{1}{4}$ habent R. Et est idem in surdis 5

Capvt XXXVI.

De Surdis & denominationibus.

ADiunctio fit per p̃. diminutio per m̃. numeratio per propria & distincta nomina, multiplicatio perreductionem surdorum, ad sua quadrata vtendo denominatis tanquam numeris: & productum est denominatio illa vel quadratum eius secundum quod oportet. in diuisione operare per recisa, si verò diuisor sit denominatio fiunt esimi, siue per suppositionem. Radicum extractio per hoc nomen radix. progressio vniuersalis non datur, particulares autem ex suis regulis, æquationes, & positionibus, deducuntur ex algebra pro capitulo sequentia, exemplũ mutiplicationis R.3.in 4.ce.p̃.5.co. quadra R.3.fit.3. quadra 4.ce.p̃. 5. co. fiunt 16.ce.ce. p̃.25. ce. & R. D. eorum ducta in 3. vel vniuersalis facit Radicem dictam: sit igitur sensus indistincta sic, 3. In 16. ce. ce. p̃. 25. ce. facit 48. ce. ce. p̃.75. ce.quorum radices sunt illud quod producitur ex radice 3. in 4. ce. p̃. 5. co. quod si velis reducere ad radicem vniuersalem, deduc in prima multiplicatione, 4. ce. in 5. co. in crucem fient 16. ce.ce. p̃. 40. cu. p̃. 25. ce. multiplica in 3. fiet igitur R. V. L. 48. ce. ce. p̃. 120. cu. p. 75. ce. productum illud, & hoc est idem radici distinctæ 48. ce. ce. p̃. R. 75. ce. ideò operaberis caute vt secundum eundem modum summas radicem per quem est operatus.

Capvt XXXVII.

De Operatione proportionum.

1 PRoportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis inuicem certa ratio vt dixit Euclides: eſt autem duplex æqualitatis quæ ſimplex, & inuariabilis ſemper eſt veluti 5. ad 5. & diametri ad diametrum: inæqualitatis duo ſunt genera, rationale, & irrationale, dicitur autem proportio rationalis, quæ numeris deſignari poteſt: vt 7. ad 5. at irrationalis quæ non poteſt: vt diametri ad coſtam: irrationalis autem ſunt duo genera: maioris, & minoris, maioris vt diametri ad coſtam, minoris è conuerſo, ſunt autem lineæ de quibus loquitur. Euclides 6. binomia, & totidem reſidua, duo binnedialia, & duo reſidua, linea maior, & minor, potens in rationale & mediale, & potens in duo medialia, cum ſuis reſiduis, quare erunt 22. & medialis, & irrationalis in potentia, & irrationalis in actu tantum, & rationalis, quare omnes erunt 26. lineæ, de quibus in decimo Elementorum ſcriptum eſt, deinde linea diuiſa ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, igitur cum ſint 27. lineæ, quæ comparantur ſecundum proportionem irrationalem erunt 26. proportiones ſecundum progreſſionem ab vna incipientes, quare per primam regulam 27. capituli, erunt proportiones irrarionales 351. & totidem conuerſæ, quare omnes ſunt 702.

2 Rationalium vero inæqualium duo ſunt genera maius, & minus maius vt 8. ad 4. minus ècontra vt 4. ad 8. maioris autem ſpecies ſunt quinque, tres ſimplices & duæ compoſitæ, minoris totidem eis oppoſitæ, ſunt igitur maioris ſimplices multiplex vt 12. ad 4. ſuperparticularis vt 12. ad 9. ſuperpartiens vt 7. ad 5. his iunguntur multiplex ſuperparticularis vt 14. ad 3. his opponuntur ſpecies minoris inæqualitatis vt ſubmultiplex quæ eſt 4. ad 12. multiplici, & ſubparticularis vt 9. ad 12. & ſubpartiens vt 5. ad 7. & ita in omnibus dicitur multiplex cum terminus terminum multotiens continet & nihil vltrà: ſuperparticularis cum portionem vnam quæ eſt pars quota contenti veluti 12. continet 9. & 3. qui eſt tertia pars de 9. & ſuperpartiens cum continet partem quæ non eſt quota, vt 7. continet. 5. & 2. vltra qui non ſunt pars proportionalis de 5. per idem intellige reliquos duos modos cum quinque conuerſis veluti ſuperpartiens multiplex, eſt cum totum continet partem multotiens, & vltrà partem non quotam: veluti 14. continet 3. quater, & vltra hoc 2. qui non ſunt pars quota de 3.

3 Numeratio autem in talibus fit quemadmodum in fractis ſuperponendo numerum numero veluti tripla eſt vt 3. ad 1. & ideo ſic ſcribitur $\frac{3}{1}$: & ita ſubtripla è conuerſo, veluti 1. ad 3: ſic $\frac{1}{3}$: & ita ſexquialtera, vt 3. ad 2. ſic $\frac{3}{2}$, ſubſexquialtera vt 2. ad 3. ſic $\frac{2}{3}$: ex his pro operationibus nota quinque regulas.

4 Prima regula in quinque operationibus quæ ſunt numeratio, multiplicatio, diuiſio, progreſſio, & radicum extractio, tam in rationalibus quam irrationalibus: operatio fit quemadmodum in fractis, vnde numeratio fiet ſic $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{4}{1}$ ſiue: æqualitatis, dupla, tripla, quadrupla, & ſic deinceps: multiplicatio quadruplæ in quintuplam ſic $\frac{4}{1}$ $\frac{5}{1}$ $\frac{20}{1}$. & ita reliquis, per modum fractorum.

5 Regula ſecunda in additione, & ſubtractione, diuerſificati ſunt Auctores, nam campanus, & frater Lucas, credunt additionem eſſe multiplicationem, & diminutionem diuiſionem, creduntque Euclidem hoc voluiſſe, maximè cum dixit quod omnium ſuperficierum ſimilium, proportio vnius ad alteram, eſt compoſita ex proportione laterum ſiue duplicata, vnde in textu Græco In vigeſima ſexti diplaſiona poſuit. Alexander autem achilinus & volumnius, & alij, volunt eſſe rem diſtinctam, vterque verum dicit, nam cum comparatæ fuerint proportiones tantum, ita vt cadat terminus in medio, tunc compoſitio non eſt niſi multiplicatio, cum verò termini proportionis ad terminum comparantur fit additio exemplum, ſi proportio a ad b & b ad c inuicem componuntur tunc talis compoſitio non eſt niſi multiplicatio, & fit proportio quadrupla, ſed ſi a & b vterque ad c comparetur tunc fit additio & conſurgit proportio ſeptupla, & hoc eſt quod conſequitur in rebus naturalibus: nam ſi aliquis moueat nauim à proportione tripla per ſe, & ſuperueniat tali mouenti alius motor qui per ſe moueret nauim in quadrupla proportione, tunc ambo iuncti non in quadrupla cum iam per ſe ita moueat, ſed in ſeptupla mouebunt proportione, cum igitur talis modus ſit in re, modum inuenire oportet in computatione correſpondentem, & hic eſt præcisè additio vel diminutio fractorum, de quibus in ſuperioribus, vnde ſi volo addere quadruplam triplæ ſic conſtituo, $\frac{4}{1}$ X $\frac{3}{1}$ | $\frac{7}{1}$: In diminutione $\frac{4}{1}$ $\frac{7}{1}$ | $\frac{3}{1}$.

a.	b.	c.
4.	3.	1.

Cauſa erroris eſt quod Euclides, & Alchindus In propoſito non aſſumunt duas proportiones, ſed tantum vnam continentem duas in virtute duorum terminorum illi verò aſſumunt tres terminos & ita duas proportiones, vnde ſuper illo dicebat Alchindus omnis extremorum proportio dicitur compoſita ex omnibus intermediis, intelligit compoſitionem quæ eſt multiplicatio. Euclides autem duplicatam & triplicatam dixit vnde correctius locutus eſt, ſed de his nimis.

6 Regula tertia omnis proportio marioris inæqualitatis ducta in ſuam conuerſam producit proportionem æqualitatis igitur diuiſâ proportione æqualitatis, exit ſemper conuerſa, vt diuiſa proportione æqualitatis per ſexquitertiam, exit ſubſexquitertia.

7 Regula quarta cum volueris inuenire aliquid in numeris ſurdis vel denominatis, vel proportionibus, aut operationem aliquam operare illud in integris cognitis, & faciliter videbis

videbis veritatem exemplum, volo adiungere proportionem habentem medium & duo extrema proportioni habenti medium & duo extrema, capio $\frac{3}{1}$ & $\frac{4}{1}$ iungo & video quod iunguntur per multiplicationem cruciatam, & totum ponitur pro numeratore, deinde duco inuicem denominatores & quod fit est deminator, vt hic $\frac{4}{1}$ X $\frac{3}{1}$ fit $\frac{7}{1}$ con-

℞. 5. m̄. 1. ℞. 5. m̄. 1.

3. m̄. ℞. 5. 3. m̄. ℞. 5.

stituto igitur duas tales proportiones vt dixi & sint vt vides duco igitur per præcepta capituli 17. & fiet productum vt infrà.

8 Regula quinta cum in operationibus requiritur operatio vel plures superfluæ, tunc

℞. 320. m̄. 16. additio

14. m̄. ℞. 180.

Multiplicatio

6. m̄. ℞. 20.

14. m̄. ℞. 180.

tantum regrediaris in æquatione quantum processisti, veluti volo ducere ℞℞. 7. in radicem ℞. 5. reduco ad integra, ducendo bis radicem, & fit in operatione 35. igitur bis etiam addenda est radix fiet igitur ℞℞. 35.

9 In Arithmetica autem proportione, nam de Geometrica tantum locuti sumus, solum id confert scire quod ipsa capitur penes excessum, & est triplex æqualitatis vt 5. ad 5. maioris inæqualitatis vt 5. ad 3. minoris è conuerso vt 3. ad 5. est etiam irrationalis, sed hæc rara est, & difficilis operationis, exemplum tamen est, vt 5. inter 5. m̄. ℞. 3. & 5. p̄. ℞. 3. & ita attenditur penes excessum, vnde 3. 7. 11. sunt in continua proportione Arithmetica, sed de his non pertinet hic pertractare sed alibi loco suo, nam hic operationes 7. tantum in subiectis Arithmeticæ declarantur, inuenitur autem in his maximè in Geometrica similitudo proportionum, quæ proportionalitas appellatur veluti $\frac{4}{2}$ $\frac{6}{3}$. Est & tertium genus proportionalitatis musicæ siue proportionis & ipsa non inuenitur nisi in tribus terminis vt 6. 3. 2 & 6. 4. 3. nam qualis est proportio extremi ad extremum veluti 6. ad 3 talis est excessus primi supra secundum & est 2. ad 1. vtrinque dupla inuentio illius habetur sex regulis.

10 Regula prima cũ fuerint termini extremi cogniti, subtrahe minorem à maiore & residuum diuide per 1. plus proportione quod exit est terminus medius, volo inter 20. & 5. constituere medium in proportione quadrupla musica, subtraho 5. de 20. fit 15. diuido per 1. plus quadrupla quod est 5. exit. 3. addo ad 5. fit 8. terminus medius in proportione quadrupla. Et ideò dicemus quod inter duo extrema non cadit alia proportio musica quam illa quæ est sine medio etiam veluti inter 20. & 5. non cadit nisi vna proportio musica & est quadrupla: cuius terminus medius est 2.

11 Et ex hoc in quacunque proportione habebimus minimos integros, & est exemplum vt in septula semper adde 1. & fit 8. quod si additio fit par vt hic diuide per æqualia & exiens videlicet 4. est terminus minor, duc in proportione fit 28. terminus maior, igitur per primam regulam medius est 7. sunt igitur minimi 28. 7. 4. quod si numerus proportionis cum additione vnitatis est impar, vt in seculpa fit 7. ducas proportionem in ipsum, & fiet terminus maior 42. & minor ipse numerus 7. quare per primam regulam medius 12.

Quòd si maiore & medio cognitis velis 12
minorem terminum venari: si proportio data est, sufficit maiorem terminum per proportionem diuidere, quod fit est terminus minor, vt datis 42. & 12. in inuenienda sexcupla diuide 42. per 6. exit 7. terminus minor, si autem sit ignota proportio deme medium de maiori, vt hic fit 30. & pone differentiam medij termini à minore, 1. co. igitur medius terminus est 12. minue 1. co. de 12. fit 12. m̄. 1. co. pro minore termino: cum igitur sit proportio totius ad minorem veluti residui ad differentiam igitur ducta differentia minore, & est 1. co. in terminum maiorem qui est 42. fient 42. co. æquales productioni differentiæ maioris in terminum minorem, fuit differentia maior 30. ducta in terminum minorem fit 360. m̄. 30. co. addo ad 42. co. quia minus est fient 72 co. æquales 360. igitur ipsa co. est 5. detrahe eam à 12. erit minor terminus 7. vel aliter 30. est $\frac{5}{7}$ de 42. igitur diuide 12. in duas partes quarum vna se habeat ad aliam vt e. ad 5. adde minorem maiori per dicta super tertiam Euclidis fiet vt 12. ad 7. igitur minor terminus est 7. & est propria ratio, vel aliter & faciliùs adde differentiam ad terminum maiorem fit 72. duc 12. in terminum maiorem fit 504. diuide per 72. exit 7.

Et ex hoc habitis inferioribus terminis. 13
habebis terminum maiorem, cum proportione hoc modo subtrahe minorem de medio, & cum residuo multiplica terminum medium, quod fit diuide per differentiam termini minoris & differentiæ minoris quod exit adde termino medio, & conflabitur maior. Exemplum proponuntur 6. & 11. termini volo maiorem terminum & proportionem: deduco 6. ex 11. fit 5. duco in 11. & detraho ex 6. fit 55. & 1. diuido 55. per 1. exit 55. irerum: quem addo matori termino fit 66. proportio vndecupla.

Et nota quo proportio Arithmetica procedit augendo & seruatur in terminis proportionalibus, Exemplum volo continuare proportionem triplam in quinque terminis, minimi per secundam regulam sunt 2. 3. 6. duc igitur per proportionem vtrumque maiorem fient 9. & 18. igitur 2. 3. 6. 9. 18. erunt proportionales in proportione tripla, & ita continuabis in infinitum augendo sed decrescendo non.

Causa huius proportionis est quod oportet complicare duas proportiones multiplices semper, & diuersorum generum inter terminum maiorem & medium & etiam inter maiorem & minorem quia terminus maior est grauioris vocis, & ideò cum illo oportet acutiores omnes concordare,

& oportet talem concordantiã eſſe diuerſam, aliter nimis cogerentur elongari extrema vnde non ſufficerent humanæ voces & inſtrumenta maxima efficere oporteret, tertiò etiam tanta differentia vacuitatem harmoniæ afferret quare &c.

14 Des mihi 6. numeros in continua proportionalitate harmonica tunc tu ſcis quod quilibet numerus, per quot diuiditur numeros continuâ proportionalite Arithmetica differentes, tot alios exeuntes in muſica continuâ proportionalitate producit: accipio igitur quos volo in Arithmetica proportione continuæ proportionales vtpote 2. 5. 8. 11. 14. 17. & quæro numeratum ab illis, & ſit 52360. minimus: quamquam hoc non reffert: eſt enim in omnibus verum: diuido igitur ipſum per prædictos numeros, exeunt 26130. & 10472. & 6545. & 4760. & 3740. & 3080: hi igitur ſunt omnes in continua harmonica proportionalitate: probatio eſt ex capitulo ſuo nam tantum facit 26180. In 3927. quantum 15708. in 6545. & ita de reliquis.

15 Reducas omnes conſonantias ad ſuperparticularem, aut ad multiplicem: tu ſcis quod octaua dicitur diapaſon, & eſt dupla: & conſtat 8. vocibus 7. inter vallis, eſt quibus 2. ſunt ſemitonia, &. 5. toni: cum autem tranſcendis 8. voces redeunt ad idem excepta differentia duplæ: ita quod nona eſt quaſi, ſecunda & decima eſt quaſi tertia & vndecima eſt diateſſaron, & duodecima eſt diapente, & quintadecima quæ eſt biſdiapaſon, eſt quaſi diapaſon, vnde reductis primis 8. vocibus habetur regula de omnibus vſque in infinitum, ex his eſt primo tonus qui eſt vt 9. ad 8, veluti & diapaſon, eſt veluti 4. ad 2. & eſt inter vallum 8. vocum, & quia proportio 4. ad 2. componitur ex proportione 4. ad 3. & 3. ad 2. erit ſexquitertia diateſſaron conſtans eſt duobus tonis & ſemitonio minore: non tamen perfectæ nam 64 72. 81. ſunt duo toni, ad complendum ſexquitertiam deeſt 4. $\frac{1}{3}$, nam 35. $\frac{1}{3}$ eſt in ſexquitertia ad 64. igitur ſemitonium minus eſt in veritate vt 256. ad 243. quia eſt eadem v. 85 $\frac{1}{3}$, ad 81. & ſimiliter diapente erit vt 768. ad 512. adde tres tonos ad 512. fient 512. 576. 648. 729. igitur remanebit ſemitonium minus, vt 256. ad 243. namſi eadem eſt 768. ad 729. ſcilicet ſi ſexquioctuageſimam primam ad proportionem 256. ad 243. addideris, detractis 3. à 243. fiunt 240. quare conſurget ſemitoniũ minus vt $\frac{16}{15}$ & erit ſexquiquintadecima quare maius fiet vt 135. ad 128. nam 128. ad 120. 16. ad 15. & 135. ad 20. vt 9. ad 8. quare 135. ad 128. eſt ſemitonium maius: & quia maior eſt 128. ad 120. quam 135. ad 128. conſtat per participationem ſemitonium minus euadere maius, cum autem ditonus ſit vt 81. ad 64. ſublatâ ſequioctuageſima prima fiet vt 80. quare vt 5. ad 4. & hæc eſt tertia maior quare ſexta minor erit vt 8. ad 5. quia complent diapaſon: & quia addito tono ad $\frac{16}{15}$ fit $\frac{18}{15}$: & ita erit tertia minor cum participatione, proportio 6. ad 5. quare ſexta maior erit vt 5. ad 3. nam ambæ complent diapaſon conſtant igitur per additionem vel deductionem ſexquioctogeſimæ omnes conſonantiæ in minimis proportionibus.

Tonus: $\frac{9}{8}$ Semitonium minus: $\frac{16}{15}$

Semitoniũ maius: $\frac{135}{128}$ Ditonus vel tertia maior. $\frac{5}{4}$

Ditonus vel tertia minor. $\frac{6}{5}$ Diateſſaron: $\frac{4}{3}$

Diapente: $\frac{3}{2}$ Sexta maior: $\frac{5}{3}$ Sexta minor. $\frac{8}{5}$

Septima. $\frac{16}{9}$

Horum inuentor fuit Ptolomæus in ſua muſica, hæc in organis vocatur participatio, dulcem reddẽs concentum nam ſine ea duriores & aſperiores voces euadunt: canendo autem fit per depreſſionem vocis mi: vnde præterquam in diateſſaron, & diapente, & diapaſon, ſemper debet per ſexquioctogeſimam deprimi dieſim vocant in voce hanc muſici. At in tritono nulla poteſt dieſis emendare duritiem: cum conſtet inter 64. & 91. $\frac{1}{8}$ at 19. $\frac{1}{8}$ diſtat 96. qui facit ſexquialteram, & ab 85. $\frac{1}{3}$ qui facit ſex qui tertiam cum 64 tantum vt non poſſit euadere in conſonantiam, Vnde manifeſtum eſt non eſſe impoſſibile aëre leuiter nubiloſo, melodiam & concentum tanquam canentium audiri, vbi leuia tonitrua ſimul per proportionem 6. 4. 3. 2. cadem vi & numero permixta fuerint, articulatam autem vocem, naturaliter eſt impoſſibile: cum autem talia audientur permutationis ſeculi erunt indicia: at conſonatiæ ſine participatione in organis antiquis adhuc manent, nec numeris niſi magnis poſſunt deſignari, conſtat autem ſeptimam valde fore diſſonam, quoniam ſuper particulari valde remota eſt hanc requitur ſexta quæ maiorem admittit conſonantiam, quam tertia reſidua ſuper particularis eſt.

Capvt XXXVIII.

De Multiplicationibus & diuiſionibus aſtronomicis.

Cvm volueris operari in computationibus aſtronomicis, ſunt tres modi, vnus abſolutus, ſecundus ex tabula tabularum ad omnes calculationes inſeruiens tertius por tabulas ſinuum.

Et circa hoc nota quòd totus circulus cœli diuiditur in partes 360. aliqui vocant gradus, cum igitur dederis vni ſigno (Phyſicum vocant ad differentiam animalium) gradus 60. erunt ſex ſigna in toto circulo. Et quodlibet illorum continet gradus ſiue partes 60. vel qualibet pars minuta 60. vel prima, & quodlibet minutum ſiue primum, continet ſecunda 60. & ſecundum continet tertia 60. & ita vſquead decima vt quidam operantur & ordotalis eſt. 1

Signa gradus minuta ſecunda tertia &c. 2

Si igitur operatio eſt tabularis nota quod ſigna multiplicata augent denominationem

veluti

veluti ſi ducuntur in quarta fiunt tertia & ſi in tertia producunt ſecunda & ſi in minuta producunt gradus ſiue partes.

Gradus verò ducti manu tenent denominationem eius in quod multiplicantur, veluti gradus in ſecunda faciunt tot ſecunda & in prima faciunt prima vel minuta:& ita de reliquis. Minuta autem minuunt denomiationem poſt ponentes ad ſequentem vt in minuta ducta producant tot ſecunda & in ſecunda tot tertia & ita de reliquis.

3 Cum igitur volueris multiplicare incipe à ſiniſtra ducendo vnum in ſingulum ſuperiorum vſque in finem, deinde aggrega & proiice 60. & eſt exemplum infrà & nota quod ſigna in ſigna producunt numerum cuius decuplum ſunt circulationes. veluti hic 4. ſigna in 3. producunt 12. igitur circulationes integras 120. ſed raro cadunt in vſum.

Sig.	Gra.	Min.	Secunda.	Tertia.
3.	17.	19.	14.	50.
4.	15.	47.	27.	12.
68	76	56	200	750
35	255	285	210	658
	141	799	893	513
		81	459	204
			36	120
1	11	51	36	26

Quarta.	Quinta.	Sexta.	Septima.
40.			
2350	1350	600	2000
378	168	560	
228	760		
680			
14	17	53	20

Et ita etiam in hac multiplicatione ſuperſunt ſigna 120. quæ ſunt circulationes 20. ſuperſunt igitur vltra ſummam poſitam circulationes 140. quibus non vtimur niſi raro.

4 Eſt & alius modus competens etiam diuiſioni, & eſt vt reducantur omnia ad minimam denominationem, deinde multiplicentur inuicem, & numerus productus eſt numerus denominationis vltimæ producendæ: veluti volo multiplicare Sig. 3. Gra. 17. Min. 15. in Sig. 4. Gr. 28. Min. 15. Secund. 23. igitur vltimæ denominationes ſunt Min. & Secun. quæ inuicem producunt tertia reſoluo igitur Sig. 3. Gra. 17. Min. 15. in minuta & Sig. 4. Gra. 28. Min. 15. Secun. 23. in ſecunda deinde duco inuicem & producuntur tot tertia diuido autem ea per 60. & reſiduum ſunt tertia quod verò exit Secund. diuido hæc per 60. quod exit ſunt minuta reſiduum ſunt Secun. diuido minuta exeuntia per 60 quod exit ſunt Gra. & reſiduum minuta: diuido gradus per 60. & quod exit ſunt ſigna, reſiduum ſunt gradus: diuido Signa per 6. tantum quod exit ſunt circulationes, & reſiduum ſunt Signa: & pro hac diuiſione per 60. bonum eſt diuidendo abiicere litteram primam & reliquum diuidere per 6. & hoc eſt generale in omnibus diuiſoribus qui ſunt cum nullis: memento autem quòd illud quod abiecisti eſt addendum ſuperfluis decennis & in exemplo ſint.

	Reſiduum	
	Tertia.	17.
Diuiſor 60.	Secunda.	4.
	Min.	24.
	Gra.	11.
	Sig.	4.
	Circulationes.	

Tertia.	
47945608374265	7
799093472904	4
13318224548	4
221970409	1
36995068	
6165844	
6165844	

Superſunt igitur vltra citculationes 6165844. etiam vltra Sig. 4. Gra. 11. Min. 24. Secun. 4. Ter. 17.

Primo autem modo diuiſio non conuenit 5
huic autem conuenit reducas igitur diuiſorem & diuidendum in ſuas minimas denominationes, & quod exit eſt numerus ſimilis denominationi diuiſæ, ſi diuiſor ſit gradus: ſi verò minuta vno plus ſi Secun. duo plus ſi ter.tria plus & ſic de ſingulis.

Exemplum diuiſi quarta. 47954. per tertia. 2527. Exeunt 18. & ſuperſunt, 4268. dico igitur quia diuiſor fuit in ordine tertiorũ & eſt tertia denominatio à gradu, quod recedet à ſua denominatione per actionem triũ igitur cũ diuiſus fuerit in ordine quartorum fiet in ordine minutorum: erunt igitur minuta 18. & $\frac{2468}{2527}$ vnius minuti, probatio eſt quod ducta, 2527. tertia in minuta 18. cum $\frac{2468}{2527}$ vnius minuti, producunt quarta 47945.

Et pro hoc ponitur ordo denominatio- 6
num diuiſoris. Cradus. Minuta. Secunda Tertia. Quarta. Quinta. Aequat. Augent. 1. Augent. 2. Augent. 3. Augent. 4. Augent. 5. Signa autem minuunt. 1. & circulationes minuunt etiam, ſi igitur perficit aliquid Min. 37. Secun. 24. in ſex circulationibus tu ſcis quod ſex circulationes ſunt 36. Signa diuide Min. 37. Secun. 24. per 36. ſigna exeunt per regulam Min. 0. Secun. 1. Ter. 2. Quar. 20.

Operatio autem radicum, procedit vt in 7
reliquis & hic modus eſt generalis ſuper almageſtum, & oens tabulas, & operatur ſine tabulis: & caret errore: ſemper autem ſtatuas gradus ſiue partes pro medio quia non augent nec minuunt, fractiones autem tantum minuunt in multiplicatione, quantum diſtant à gradu, & tantum auget in diuiſione denominationem diuiſi, ſigna autem ècontra minuunt in diuiſione vnam denominationem, & augent in multiplicatione tantundem.

His viſis ad modum tabularum deuenio 8
quæ ſunt cum tabulis Alphonſi, & cum tabulis primi mobilis, Ioannes de blanchinis nominat eas, & credo quod inuenerit in fine Canonum ſuorum, & vſus earum ad multipli

tiplicandum est valde bonus, in diuisione autem tædiosus volo igitur vt in multiplicatione quæras numerum primum à sinistra & hoc in fronte tabulæ,& primum multiplicatoris in latere sinistro, quod occurrit in area cōmuni est quod prouenit sub denominatione dicta superius quoniā gradus faciunt gradus,& in minuta minuta,& ego ponā tabulā breuem super hoc: deinde illo remanente in in superiore parte tabulæ, quære à latere alteram denominationem & quod occurit in communi area pone, deinde quære aliam su beodem,& ita deinceps: post quære etiam secundum numerum multiplicandi in fronte tabulæ,& omnes sigilatim multiplicatoris in latere dein aggrego proiiciendo vt in primo modo & est exemplum: volo multiplicare Gra. 13. Min. 44. secun. 10. Ter. 33. per Secun. 45. Ter. 30. facio vt in Figura duco secundas 46. In omnes Figuras superiores

Gra.	Min.	Secun.	Ter.	Quar.	Quin.	Sex.
13	44	10	33			
		45	30			
	9	45				
		33	0			
			7	30		
		6	30	24	45	
			22	0		
				0	0	
					16	30
	10	25	0	0	1	30

quærendo productum in area communi sub 45. secund. & inuenio in directo 13. Min. 9. secun. 45. & in directo Min. 44. secu. 33. Ter. 0. & ita dereliquis, & tandem fit summa Min. 10. secund. 25. Ter. 0. Quar. 0. Quin. 1. Sex. 30.

9 Exemplum diuisionis volo diuidere Min. 10. Secun. 25. per Secun. 45. Ter. 30. quæro igitur sub diuisore 45. propinquius diuidendo qui fuit 10. Min. 25. secun. in area & inuenio 9. 45. duco 13. quod est è latere in 45. 30. & exit Gra. 0. Min. 9. sec. 51. Ter. 30. per regulam præcedētem, deduco, ex minutis 10. sec. 25. supersunt sec. 33. Ter. 30. quæro proximo minorem qui est 43. 0 sub diuisore 45. in cuius directo inuenio Min. 44. deduco 44. in 45. 30. & fiunt 33. 22. demo ex 33. 30. remanent Ter. 8. quæro proximius in area sub 45. & inuenio 7. 30. in directo 10. duco 30. in 10. fit 5. addo ad 7. 30. fit 7. 35. deduco ex 8. fit 25. quar. quæro proximius sub 45. & inuenio 24. 45. in directo 33. duco 33. in 30. exeunt quin. 16. Sex. 30. addo ad 24. 45. fiunt 25. Quar. 1. Quin. 30. Sex. Et ita hoc differt insensibiliter à Min. 10. Secundo 25. cum prioribus additum, & scias quod non tantum vtimur in calculationibus, diuisione sed frenquenter multiplicatione, nec præcisio in his quæritur sed valde propinquum, vt non differat à quæsito sensibiliter.

Et nunc ponam tabulam multiplicationum, ex qua etiam quid in diuisione proueniat non erit difficile intelligere, ponam igitur primum numerum tabulæ deinde secundum quid sit.

Clara est igitur multiplicationis regula, si igitur diuidantur Min. Secundo per Gra. exibunt Secun. & si diuidantur Min. Secun.

Gra. in Gra.	Sig.	Gra.
Gra. in Min.	Gra.	Min.
Gra. in Secun.	Min.	Secun.
Gra. in Ter.	Secun.	Tert.
Gra. in Quar.	Tert.	Quar.
Gra. in Quin.	Quar.	Quin.
Gra. in Sex.	Quin.	Sex.
Gra. in Sept.	Sex.	Sept.
Min. in Min.	Min.	Secun.
Min. in Secun.	Secun.	Tert.
Min. in Ter.	Tert.	Quar.
Min. in Quar.	Quar.	Quin.
Min. in Quin.	Quin.	Sex.
Min. in sex.	Sex.	Sept.
Min. in sept.	Sept.	Octaua.
Secun. in Secun.	Tert.	Quarta.
Secun. in Ter.	Quar.	Quinta.
Secun. in Quar.	Quin.	Sex.
Secun. in Quin.	Sex.	Sept.
Secun. in sex.	Sept.	Octaua.
Secun. in sept.	Octa.	Nona.
Tert. in Ter.	Quin.	Sex.
Ter. in Quar.	Sex.	Sept.
Ter. in Quin.	Sept.	Octaua.
Ter. in sex.	Octaua.	Nona.
Ter. in sept.	Nona	Decima.
Quar. in Quar.	Septima.	Octaua.
Quar. in Quin.	Octaua.	Nona.
Quar. in sex.	Nona.	Decima.
Quar. in sept.	Decima.	Vndecima.
Quin. in Quin.	Nona.	Decima.
Quin. in sex.	Decima.	Vndecima.
Quin. in sept.	Vndecima	Duodec.
Sex. in sex.	Vndecima	Duodec.
Sex. in sept.	Duodec.	Tertiadec.
Sept. in sept.	Tertiadec.	Quartadec.

per secun. exibunt Gra. & si Quuin. & Sex. diuidantur per Ter. exibunt Ter. & si per Quin. exibunt Min. & si per 6. exibunt Gra. & ita de reliquis proportionaliter prolongaui autem sermonem in hac tabula propter vtilitatem & frequentiam vsus eius.

Tertius modus multiplicandi per sinum est talis, cum enim cognitio arcuum sit per cordam dupli cuius dimidium est sinus vt à Ptolomæo in prima & secunda dictione magnæ compositionis, & ab heber, & aliis, & operatio talis vt demonstrauimus per Gr. Min. Secund. redderetur tædiosa, reduxit Ioannes de Monte Regio sinum Gra. 60. ad 60000. & ita vnus gradus continet 1000. partes, quæ diuisæ per 60. exeunt 17. ferme, igitur cum diuiduntur gradus exit Min. 0 Secund. 3. Ter. 36. igitur vni minuto respondent Secun. 0 Ter. 3. Quar. 36. quæ etiam ducta per gradus nullam possunt adducere differentiam sensibilem, neque in arcu cuius gradus superiùs, minuta à latere tabulæ describuntur nec in sinu cuius partes in area ponuntur: quod igitur laboriosissimum erat ducere exempli gratia sinum 27. Gra. 37. Min. in sinum 24. Gra. 17. Min. & diuidere per sinum 45. Gra. 14. Min. non habes nisi ducere 27813. in 24674. fit 686257962. diuidendum per 42598. sinum

ſinum Gra. 45. Min. 14. exibunt 16110. $\frac{4182}{42564}$ cuius arcus eſt Gra. 15. Min. 34. nam ei reſpondent 1601. proximæ minor eo quòd per diuiſionem prouenit vides quantâ facilitate abreuiatæ, ſunt operaiiones tædioſæ admodum almageſti, Idem & exquiſitæ facies per tabulam in qua ſupponitur ſinus totus 100000. partium: vnus enim gradus diuiditur In 1667. ferèpartes cum igitur diuiſeris 216000. tertia quæ continet vnus gradus exibunt ſecum. 2. Ter. 9. fere. Hic igitur modus magnam adducit facilitatem ſine errore ſenſibili, & potes deducere hanc tabulam ex tabula Ptolomæi, & eſt vt ducas in tabula monte regij dimidium corde arcus Ptolomæi, in 1000. hoc modo exemplum ſit arcus 10. partium cuius corda eſt Gra. 10. Min. 27. ſecundo. 32. duc in 1000. fiunt pro dimidio 5000. 13000. 46000. diuide 46000. per 60. exeunt 766. adde ad 13000. fiunt 13766. diuide per 60. & quod exit eſt 229. addenda ad 5000. fit igitur ſinus 5. graduum 5229. vt etiam à monte regio.

Patet igitur qualiter ex additione trium annullationum inducta eſt maxima facilitas in operationibus, aut ex conuerſione diuerſarum naturarum ad vnam, & eandem fractionem.

12 Vſus eſt etiam alio facilitatis genere vt in tabula cœlis mediationum generali, ac declinationum generali, & fœcunda, vt numeros ita diſpoſuerit veluti 100000. partibus conſtet ſinus totus cum igitur in ſinum tabulæ 60000. partium aliquem ex numeris illarum tabularum deduxeris, diuiſeriſque per ſinum totum: quod exit eſt in ratione ſinus partium 60000. cumque diuidere per 100000. non ſit niſi abiicere quinque litteras à manu dextra, quæ ſi 50000. exceſſerint vnitas numero reſiduo adiicitur, liquet igitur hoc ingenio diuiſionem per ſinum totum in abiectione tantùm quinque litterarum commutaſſe: memineris tamen fœcundam tabulam alio fuiſſe ingenio exaratam, in tabula etiam cœli mediationum reflexionem arcuum ex portione declinationis adnumerum multiplicandum obſeruauit, de quibus non eſt præſentis negotij: illud ſolum ſufficit in omni diuiſione numerorum, tot fore litteras à dextra abiicendas, quot fuerint nullitates in diuiſore: vt ſi per 30000. diuiſerimus quatuor litteras à dextra proiiciemus, reliquúmque diuidemus per 3. hoc modo.

Cùm igitur diuiſor fuerit ex vnitate vt 1000. vel 10000. vel 100000. ſufficiet tot abieciſſe litteràs quot ſunt in diuiſore vnitates, reſiduúmque erit numerus diuiſus & hæc fuit ratio monte regij.

742598	364
30000	2364
247532	3000

Caput XXXIX.

De Scientia multiplicationis per memoriam.

ET ſunt quidam qui volunt multiplicare 1
numeros memoriæ & conſtat hoc in tribus regulis. Cum duxeris terminum medium inter duos numeros in ſe & differentiam in ſe: & deduxeris eam à producto primo, fiet multiplicatio numerorum, ex quinta ſecundi elementorum, veluti volo deducere 27. in 33. iungo fiunt 60. medium 30. ductum in ſe fit 900. differentia 30. à 27. eſt 3. in ſe ducta facit 9. deduco 9. ex 900. fit 891. multiplicatio 27. in 33.

Cum duxeris numerum in partem fiet 2
aggregatum æquale ductui totius in totum, veluti volo ducere 27. in 63. duco 27. in 6. fit 162. duco in 3. fit 81. ad 1620. fiunt 1701. productum 27, in 63. deducitur ex tertia ſecundi Euclidis.

Cum duxeris totum, & diminutum 3
in diminutum, & aggregaueris, deinde dempſeris quod prouenit ex diminutis in addita, per crucem: habebis productum, veluti 37. in 49. totum de 37. eſt 40. d. 49. eſt 50. duco fiunt 2000. diminutum de 37. ad 40. eſt 3. de 49. eſt 1. ad 50. duc inuicem fiunt 3. addo ad 2000. fiunt 2003. duco 1. in 40. & ſunt 40. & 3. diminutum vnius in 50. additum alterius, fiunt 150. addo 40. fiunt 190. detraho ex 2003. remanent 2813. Et ſimiliter cum duxeris totum, in totum & detractum, remanebit reſiduum pro multiplicatione: volo ducere 35. in 79. duco in 80. fiunt 2800. duco 35. in 1. quo defficit 79. ab 80. fit 35. detraho ex 2800. fiunt 2765. pro producto.

Liquet autem producta denariorum in de- 4
narios eſſe centenariorum numerum, vt 30. in 70. fiunt 21. cẽtinaria, & cẽtena in centena productum eſt numerus miriadum, vt 700. in 8000. fiunt 56. miriades, videlicet 560000. & numerus in denarios productum nnmerus denariorum, veluti 17. in 70. fiunt 119. denarij, videlicet 1190. & numerus in centena producit eodem modo numerum centenorum. veluti 17. in 500. producit 85. centena, videlicet 8500. & denarij centena producunt milliaria, veluti 70. in 800. producit 56. quæ ſunt milliaria: videlicet 56000. vltra autem miriades memoriter laborare laborioſum eſt eâdem tamen ratione in infinitum procedimus.

Caput XL.

De cognitione iduum, Kalendarum, Nonarum, Feſtorum, Mobilium, Cicli, Aurei Numeri, Epactæ, Inditionis, Biſexti, locorum Solis, & Lunæ, ſine Tabulis & dicitur computus maior.

ET ex hac ſcientia prouenit nobis cognitio omnium horum faciliſſiam enim ſcis

cis quod ſunt menſes 12. in anno quorum nomina Ianuarius , Februarius , Martius, Aprilis, Maius, Iunius, Iulius, Auguſtus, September, October, Nouember, December.

2 Et in his Ianuarius, Martius, Maius, Iulius, Auguſtus, October, December, habent dies 31. ſed Februarius dies 28. ſine biſexto, cum biſexto 29. Aprilis, autem Iunius, September, & Nouember, habent dies 30. quare totus annus comprehendit dies 365. ſine biſexto, cum biſexto dies 366.

3 Sciemus autem annum biſextilem cum diuiſerimus annos Chriſti per 4. eo quòd omnibus 4. annis, currit biſextus: & ſi nihil ſupereſt à tali diuiſione, annus eſt biſextilis, ſi ſuperſunt 3. vel 2. vel 1. non erit, igitur dicemus quod 1536. eſt biſextilis, & 1540. quoniam diuiſi per 4. non habent ſuperfluum aliquid, & hoc in perpetuum.

4 Sunt etiam 12. ſigna quæ ſol perambulat in anno quorum quodlibet continet gradus 30. & ita perambulat ſol per vnum gradũm ſingulo die , dicemus igitur quod in duodecima die Ianuarij ; ingreditur Aquarium: & in duodecima Februarij, ſol ingreditur Piſces, in duodecima Martij Arietem: In duodecima Aprilis Taurum: & ſic de ſingulis: initium tamen ſumunt ſigna ab Ariete hoc modo, Aries, Taurus, Gemini, Cãcer, Leo, Virgo, Libra, Scorpio, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces: cùm igitur ſcire vis locum ſolis vide quot dies interſint inter duodecimam menſis , & diem præſentem & tot gradibus ſigni illius dices'eſſe ſolem veluti volo ſcire quot gradibus ſit ſol ſecunda Auguſti, deduces 12. Iulij ex ſecunda Auguſti, & remanent dies 21. cum igitur ſol ſit in duodecima Iulij in initio Leonis, erit in ſecunda Auguſti in gradu 21. Leonis ſcis, enim numerum dierum menſis per ſecundum dictum huius & ingreſſum ſolis in duodecimo Iulij in Leonem, per præſens dictum, vnde ſciemus locum eius.

5 Cum autem addideris vnitatem annis Chriſti, & diuiſeris per 19. quod remanebit eſt aureus numerus , caue tamen vt in his omnibus annum à Martio inchoare memineris. Exemplum in anno 1538. volo aureum numerum, addo 1. fit 1539. diuido per 19. exit 81. relinquitur nihil , aureus igitur numerus eſt 19. & ita in anno 1539. addendo ſupereſt 1. & in anno 1540. ſuperſunt 2.

6 Et ex hoc Epacta , duc ſemper aureum numerum in 11. & diuide per 30. quod remanet eſt epacta, veluti poſitus fuit aureus numerus 1538. anni 19. duc in 11. fit 209. ſubtrahe 30. quotiens potes, erit ſuperatio 29. qui numerus eſt epacta anni 1538.

7 Ciclus Solaris habetur ſuperaddendo 9. cum annis Chriſti, & aggregatum diuide per 28. quod ſuperfluit eſt numerus cicli, exemplum volo ciclum anni 1538. adiungo 9. fit 1547. diuido per 28. ſuperſunt 7. pro ciclo.

Et ex hoc habetur dies primus anni, nam cum ciclus eſt o. vel 28. tunc eſt dies dominicus, cum 1. dies Lunæ, cum 2. dies Mercurij propter biſextum: computabis igitur à ciclo per annos & habebis primam diem Ianuarij, vt in anno 1538. ciclus eſt 7. per dictum ſeptimum igitur dies prima Ianuarij eſt martis: nam ex eo quòd ciclus eſt 7. igitur in anno 1531. fuit o. & ex conſequenti dies Dominica in anno 1532. dies Lunæ, in anno 1533. dies Mercurij, quia præceſſit biſextus, in anno 1534. Iouis, in anno 1535. Veneris, in anno 1536. Sabbati, in anno 1537. Lunæ propter biſextum præcedentem: igitur in anno 1538. erit dies Prima Ianuarij Martis, & hic ordo procedit in infinitum ſtante Kalendario.

9 Et ex hoc habebimus litteram Dominicalem: nam cum ſemper die Primâ Ianuarij currat, ſi igitur ſciamus quænam dies ſit Prima Ianuarij, ſciemus quæ littera correſpondeat diei Dominicæ, veluti in anno 1538. dies Prima eſt Martis , & eſt a: igitur dies Mercurij. b. & Iouis. c. & Veneris. d. & Sabbati. e. igitur littera Dominicalis. f.

10 Et ex his kalendæ nonæ, & idus, nam prima dies cuiuſlibet Mẽſis kalendæ vocantur, dies autem antecedentes Menſis alterius præcedentis nomine dicuntur Kalendarũ, tali numero qualis eſt is quo diſtant a kalendis ipſis. Eexemplum Prima dies Maij dicitur Kalendæ Maij 30. Aprilis quæ eſt proximæ præcedens pridie Kal. Maij dicitur 29. Aprilis tertio. kal. Maij, vigeſimaoctaua Aprilis quarto Kalendas Maij, & ita kalendæ ſunt in menſe præcedente omnes per numeros ſignatæ , præter kalendas ipſas nam cum ſimpliciter dicimus kalendas Iulij, diem Prima Iulij intelligimus , nonæ autem in quolibet menſe ſunt quatuor, exceptæ in Martio, Maio, Iulio, & Octobri , in quibus ſunt ſex , incipiunt igitur in habentibus quatuor ſic , ſecundam diem dicunt quarto nonas , tertiam diem tertio nonas quartam pridie nonas, quintam diem nonis: & in habentibus ſex nonas dicunt ſecundâ die, ſexto nonas, tertiâ die quinto nonas, quartâ die quarto nonas, ita quod ſeptima die dicunt nonis: poſt ſuccedunt idus octo in quolibet menſe, vnde pro memoria facti ſunt hi verſus ;

Sex Maius nonas, October, Iulius, & Mars,
Quatuor at reliqui: tenet idus quilibet octo.

Dicemus igitur octauâ die Maij, & nonâ die ſeptimo idus , & decimâ ſexto idus.

Ita quod quintadecima die , dicemus idibus Maij poſt hæc incipiemus dicere in die ſextadecima Maij , ſeptimo decimo kalendas Iunij, & die ſeptima decima dicemus ſexto decimo kalendas Iunij, & ita deinceps vſque ad kalendas Iunij , non eſt autem differentia niſi ex parte nonarum , quæ aliquando vt dixi ſunt 6. aliquando 4. & propter hoc ponam exemplum in duobus menſibus. quorum vnus habet 6. nonas, & alius tantum quatuor , nam per habentem ſex, regulabuntur eadem ratione , Maius, Iulius & October , per reliquum qui habet tantum 4. nonas, regulabuntur reliqui ſeptem menſes.

FEBRVARIVS

FEBRVARIVS.

1 Kalendis Februarij.
2 Quarto nonas Februarij.
3 Tertio nonas Febru.
4 Pridie nonas Februar.
5 Nonis Februarij.
6 Octauo idus Februar.
7 Septimo idus Febr.
8 Sexto idus Febr.
9 Quinto idus Febr.
10 Quarto idus Febru.
11 Tertio idus Febr.
12 Pridie idus Febr.
13 Idibus Februarij.
14 Sextodecimo Kalen. Martij.
15 Decimoquinto Kalend. Mart.
16 Decimoquarto Kalend. Mart.
17 Tertiodecimo Kal. Mart.
18 Duodecimo Kal. Mart.
19 Vndecimo Kal. Mart.
20 Decimo Kal. Mart.
21 Nono Kal. Mart.
22 Octauo kal. Mart.
23 Septimo kal. Mart.
24 Sexto kal. Mart.
25 Quinto kal. Mart.
26 Quarto kal. Mart.
27 Tertio kal. Mart.
28 Pridie kal. Martij.

MARTIVS.

1 Kalendis Martij.
2 Sexto nonas Martij.
3 Quinto nonas Martij.
4 Quarto nonas Martij.
5 Tertio nonas Martij.
6 Pridie nonas Martij.
7 Nonis Martij.
8 Octauo idus Martij.
9 Septimo idus Mart.
10 Sexto idus Mart.
11 Quinto idus Mart.
12 Quarto idus Mart.
13 Tertio idus Mart.
14 Pridie idus Martij.
15 Idus Martij.
16 Septimodecimo Kalend. Aprilis.
17 Sextodecimo kalend. Aprilis.
18 Decimoquinto kal. Aprilis.
19 Quartodecimo kal. Aprilis.
20 Decimotertio Kal. Aprilis.
21 Duodecimo Kal. Aprilis.
22 Vndecimo kal. Aprilis.
23 Decimo kalend. Aprilis.
24 Nono kal. Aprilis.
25 Octauo Kal. Aprilis.
26 Septimo Kal. Aprilis.
27 Sexto Kalend. Aprilis.
28 Quinto kalend. Aprilis.
29 Quarto kalend. Aprilis.
30 Tertio kalend. Aprilis.
31 Pridie Kalend. Aprilis.

11 Et ex hoc indictio, & est vt addas annis Christi 3. & diuidas per 15. quod superest est indictio. Exemplum veluti volo in anno 1538. indictionem: addo 3. fit 1541. diuido per 15. supersunt 11. ex diuisione igitur indictio est 11. & nota quod sicut Aureus numerus, & Epacta, incipiunt à Martio eiusdem anni, ita quod per duos menses post initium anni: ita indictio incipit in mense Septembri antecedentis anni: vnde dicemus quòd in anno 1538. de mense Octobris, est indictio 12. & non 11. quia finitus est annus indictionis, qui incipit in anno 1537. de mense Septembris per contrarium dicemus quòd in mense Februarij 1538. Aureus numerus est 18. & Epacta 18. quia nondum incepit annus 1538. quia nondum peruenimus ad mensem Martij.

Ex his tandem habebis coniunctionem 12
Solis & Lunæ, & oppositionem, & quadraturam, cum Epactâ habitâ per sextum adde numerum kalendarum à Martio incipientium, & totum subtrahe à 30. & residuum est numerus dierum coiunctionis in tali mense, quod si sit minus 15. detrahe à 15. & residuum est numerus dierum oppositionis: & similiter si excedit 30. subtrahe à 45. residuum est numerus dierum oppositionis: de media semper intellige: habito die oppositionis vel cōiunctionis dies octaua ab illis est dies quadrati: exemplum in anno 1538. Epacta est 29. volo scire de mense Augusti coniunctiones & oppositiones & quadrata, addo ad 29. 6. pro kalendis à Martio ad Augustum, fiunt 35. demo ex 45. remanent 10. igitur die 10. erit oppositio, siue plenitudo Lunæ: detraho 35. ex 60. fit 25. igitur die 25. erit coniunctio Lunæ, & quia oppositio fuit in decima die addendo 7. erit quadratura in die decimaseptima & similiter detrahendo 7. à 10. remanent 3. igitur alia quadratura erit in tertia die Augusti & hoc de mediis quæ valde veris aspectibus sunt propinquæ intelligatur.

Et ex hoc locus Lunæ habito loco Solis 13
in gradu signi per quartum habeas dies à coniunctione, & eos multiplica per 4. & diuide per 9. quod exit sunt signa & partes signorum: continet autem signum hic gradus 30. Exemplum volo locum Lunæ quintâ decimâ die Augusti anni dicti, coniunctio per præcedentem fuit decima die superatio sunt dies 5. duco in 4. fiunt 20. diuido per 9. exeunt 2. & $\frac{2}{9}$: cuilibet autem nonæ parti de 30. dabis gradus 3. igitur erunt signa 2. & gradus 6. addenda loco Solis, qui fuit per quartam in Virginis gradu tertio igitur Luna erit iuxta 9. gradum Scorpij tunc, hæ rationes licet non sint admodum præcisæ, multum tamen sunt aliquando necessariæ, & iocundæ scitu, quæ autem sequitur exactior est quoniam Pascha & Festa Mobilia potiùs mediam quam hîc docui, quàm veram Lunæ coniunctionem, sequuntur: quæ in Ephemeridibus demonstratur.

Et ex hoc Carnis priuium vtrumque & 14
dies Paschæ, & Quadragesimæ initium, & finis docebitur: habeas per duodecimam coniunctionem Lunæ de mense Februarij, & scies quâ die currit per octauam & si fuerit die Martis, proximus sequens dies Martis erit carnis priuium Romanum, & si alia die erit omnino in proximo die Martis Carnis priuium Romanum: quo habito dies

dies sequens proximus est dies Cinerum : & initium Quadragesimæ Romanæ , & dies Dominicus sequens Carnis priuium Ambrosianum : deinde numera 6. hebdomodas ab eo : & habebis Pascha commune Ambrosianis & Romanis. Exemplum in anno 1538. de mense Februarij fuit Aureus numerus 18. ex 11.notando,& Epacta 18.& Kalendæ 12 igitur totum 30.non erit igitur in Februario coniunctio , demo igitur 30. de 60. remanet coniunctio in 30. die Februarij , & quia Februarius non habet nisi 28. dies erit igitur cõiunctio talis in secunda Martij:& quia kalendæ Ianuarij fuerunt in die martis,erit dies secunda Martij dies sabbati ex dierum computatione & quia in proximo die Martis est Carnis priuium Romanum , igitur Carnis priuium Romanum erit quinta Martij : & die decima Martij Carnis priuium Ambrosianum , & 11. initium Quadragesimæ : additis autem 6.hebdomadibus nostro Carnis priuio consurgit Pascha die vigesimaprima Aprilis.

15 Et ex hoc omnia Festa Mobilia , nam tribus hebdomadibus ante Carnis priuiũ Ambrosianum incipit Septuagesima , nam ipsa est ante Pascha 9.hebdomadibus,Exemplum fuit Carnis priuium Romanum ex præcedente die quinta Martij , Ambrosianum die 10. eiusdem , demo dies 21.semper ex die Carnis priuij Ambrosiani , erit Septuagesimæ initium die 17. Februarij : & cum adduntur 5. hebdomodæ ad diem Paschæ habemus diem Rogationis : vnde incipiunt 26. Maij , posito Paschate 21. Aprilis : verumtamen additis diebus 8.fiunt Ambrosianæ Rogationes, videlicet die tertio Iunij : additis autem duabus hebdomadibus fiet Pentecostes solemnitas , nam ipsa semper 7. hebdomadibus post Pascha etiam celebratur, vnde erit die 9. Iunij ad diem autem rogationum Romanarum adde 4.& habebis Ascensionem Domini. Aduentus Domini semper est in quarta Dominica ante Natiuitatem, vnde si Natiuitas sit in die Dominico , erit Aduentus Domini maximè distans à natali die , & celebrabitur vigesimaseptimâ die Nouembris : vnde ab illa die vsque ad diem natalis exclusiuè ieiunium celebratur : est autem dies natalis semper in die sequenti à quo fuit initium anni, nisi fuerit Bisextilis , si enim anni initium 1538. fuit Martis, erit dies natalis mercurij, si verò foret Bisextus , esset duabus feriis post videlicet die Iouis , habito igitur die pasce habebis reliqua Festa mobilia,vt in sequenti Tabula pro memoria disposui , nam & Corpus Christi à die Ascensionis vigesimus secundus est : & Trinitatis festum à Pentecoste 7. dies , terminum à quo excludendo.

Carnis priuium Romanum die martis sequente Lunam Februarij.

Carnis priuium Ambrosianum diebus post Romanum 5.

Dominica Septuagesimæ hebdomadibus ante Carnis priuium Ambrosianum.

A Carnis priuio Romano dies sequens Mercurij dies est Cinerum.

A Carnis priuio Ambrosiano ad Pascha hebdomadæ 6.

A Paschate ad Rogationes Romanas hebdomadæ 5. dies vnus.

A Paschate ad Rogationes Ambrosianas hebdomadæ 6. dies vnus.

A Paschate ad Ascensionem Domini hebdomadæ 5. dies 4.

A Paschate ad Pentecostem hebdomadæ 7.

A Paschate ad Festum Trinitatis hebdomadæ 8.

A Paschate ad Corpus Christi hebdomadæ 8.dies 4.

Dominica quarta semper ante diem natalis Domini dicitur Aduentus , tempus, vsque ad diem natalis dicitur aduentus , quod maximum est dierum 28. minimum 21.

Interuallum est semper tempus intermedium inter diem natalis, & Dominicam proximè præcedentem carnis priuium Romanum,in qua cantatur:esto mihi:vnde cognito carnis priuio Romano,cognoscitur interuallum:vnde in exemplo fuit carnis priuium Romanum 5. die Martij , igitur Dominica antecedens fuit 3. Martij , quare additis 6. diebus Decembris residuis post Natiuitatem , & totis Ianuario & Februario , & diebus 3.Martij, fiet interuallum dies 68. videlicet hebdomadæ 9. dies 5. quare bis aut ter legenti duo hæc capitula præcedentia non erit difficile memoria hæc omnia leuiter comprehendere , absque alio calculo : quare licèt in cursu Lunæ exactam non dederimus rationem , satis tamen ad cunctas operationes perficiendas sed nimium prolixus fui.

Caput XLI.

De Ligationibus auri & metallorum.

Sciendum est quòd marcha *auri* , vel *argenti* , continet vntias 8. vntia continet denarios ponderis 24.& denarius continet grana 24. igitur vntia continet grana 576. & Characteres sunt tales.

Marcha.	Vntia.	Denarius	Grana.
m̃	oñz	d	gra.

Et sunt duo metalla de quibus fit consideratio aurum & argentum , aurum habet mixtionem argenti quandoque , & quandoque æris,vel alterius metalli , quòd in pretio nihilo reputatur,& quandoque habet vtrumque argentum , videlicet & æs:argento autem miscetur æs , vel aliud cuius non cadit consideratio in pretio , sed in pondere , in auro quæritur quantum admiscetur de re nullius valoris , & postquam scitum est hoc: quantum de argento , in argento autem quantùm permiscetur de ære, vt sciamus quantum residui sit purum.

Porro proportionem hanc sumunt in charactis 24. pondus characti est 4. granorum ita quod illud quod est perfectissimum in pondere 24. charactorum habet etiam auri charactos 24. & nihil aliud admixtum , quantum vero defficit ex 24. charactis in pondere , de vero auro , & aliud admixtum est , eo deterius est, vt si sint characti 3. æris igitur non erunt nisi 21. auri, defficiet : igitur compositio & massa illa quæ

ex

ex particula iudicatur octauâ parte sui valoris & suæ perfectionis continet autem ex dictis tota perfectio 24. charactorum grana 96.

Quæruntur autem in his duo maxime valor massæ & consolatio monetæ de valore autem prius dicemus.

Dixit igitur quidam miscui m̃. 29. oñz. 7. d. 8. gra. 19. perfectionis charact. 19. gra. $3\frac{1}{2}$.

Et m̃. 56. oñz. 1. d. 19. gra. 22. perfectionis char. 17. gra. $1\frac{3}{4}$.

Volo scire quam perfectionem tota massa habebit & ponamus quod admixtum sit argentum, resolue primam & secundam massam in grana per viam multiplicationis & erit prima massa gra. 137875. secunda gra. $18072359\frac{1}{2}$ duco vtramque summam in suam perfectionem in grana resolutam, erat prima perfectio gra. $79\frac{1}{7}$ ducta in 137875. fiunt gra. $10961062\frac{1}{2}$ deduco secundam in suam perfectionem quæ fuit gra. $69\frac{3}{4}$ fiunt gra. $18072359\frac{1}{2}$ iungo simul fiunt gra. 29033422. diuido per 96. & sunt grana totius perfectionis ex regula trium dicenda inferiùs, prodeunt grana puri auri in tota massa $302431\frac{23}{48}$ & sunt m̃. 65. oñz. 5. d. 1. gra. $7\frac{23}{48}$: quam summam si ex tota dempseris summa quæ fuit m̃. 86. oñz. 1. d. 4. gra. 17. remanebunt argenti vel alterius metalli m̃. 20. oñz. 4. d. 3. gra. $9\frac{25}{48}$.

Si autem velles perfectionem separatæ, facile est, iunge vtramque & fiunt char. 37. gra. $1\frac{1}{4}$ diuide per medium & habebis perfectionem massæ char. 18. gra. $2\frac{5}{8}$ & hoc vbi mixtio foret æqualis. Quòd si velis perfectionem massæ mixtæ accipe grana massæ totius, & sunt 396977. & grana puri auri totius massæ & fuerunt gra. $302431.\frac{23}{48}$ dic igitur per regulam si ex illis hæc quid ex 24. char. duc 24. in $302431\frac{23}{48}$ & diuide per 396977. & exibunt char. 18. gra. $0\frac{11279}{396977}$ & hæc est perfectio huius totalis massæ.

Cognouisti igitur quantùm continent puri, & non puri, & qualis consurgat perfectio miscendo totum cum toto, & qualis consurgat perfectio miscendo æqualiter de vtraque massa simul.

Et ex his posset fieri pretium faciliter à parte ad totum, & etiam hoc potest fieri per practicam facilius non tamen præcisius.

Cum verò vsus locorum fuerit in alio ponderum genere veluti librarum continentium oñz. 12. operaberis proportionaliter, doctrina enim libri huius generalis est & omnibus inseruit: modò vsus locorum his accommodare studeas quod exercitato in hoc opere facillimum est.

Et sunt in hoc regulæ consolationis monetarum, & est consolatio compositio metallorum ad certum valorem & bonitatem, augendo vel minuendo: & in argento communiter non vtuntur charactis, sed perfectione sumpta ex vnciis, ita quod præsupponunt libram argenti fini continere oñz. 12. argenti puri, & quantò minùs continet tantùm deficit à supradicta bonitate & appellant hanc perfectionem: ligam.

1 Cùm volueris scire mixtionem duarum aut trium rationum argenti fac vt in exemplo superiore, accipiendo purum & partiendo per totam summam impuri, quod exit dicitur liga siue perfectio.

Cùm volueris ex diuersis materiebus argenti facere sine additione æris puri, vel argenti, quantitatem datam sub certa perfectione, quæ non sit maior minore: nam sic impossibile, esset vt ex argento perfectionis oñz. 5. & 7. & 10. potes facere argentum perfectionis 9. aut 7. maius autem quam 10. aut minus 5. efficere non posses, sine alia additione: igitur vide superationem partium ad argentum quod quæris, & eam æqua in minore maius, in maiore minus, vt dictum est: vt in exemplo volo ex argento 2

5	7	10	9	Vnciæ
1	1	4		
		2		
1	1	6		
		8		

perfectionis 10. & 7. & 5. facere 100. libras argenti perfectionis 9. tunc subtrahe 9. à 10. remanent 1. suppone 1. omni minori 9. & fiet 1. sub 7. & sub 5. deinde subtraho 5. & 7. ex 6. remanent 2. & 4. supponenda ad 10. & omni alio maiori 9. si esset: congrega partes fient oñz. 8. constantes, ex 6. vnciis perfectionis 5. & alia perfectionis 7. tale igitur pondus 8. vnciarum est ad 9. ligas vt volo ego tamen non oñz. 8. sed libras 100. talis argenti volebam propterea dices si oñz. 8. dant libras 100. quid dabunt oñz. 6. & 1. & 1. & Inuenies quòd ligæ 10. erunt libræ 75. ligæ 7. libræ $12\frac{1}{2}$ & ligæ 5. libræ 5. $12\frac{1}{2}$.

Cùm volueris & est quasi conuersum prioris ex diuersis datis quantitatibus per additionem mixti reducere quantitatem totam non datam ad certam perfectionem, veluti argenti lib. 50. perfectionis 3

50	60
5	6
250	360
70	
7	50
490	60
	70
	180
250	
360	
490	
1100	
180	
$6\frac{1}{9}$	

oñz. 5. & argenti lib. 60. perfectionis oñz. 6. & argenti lib. 70. perfectionis oñz. 7. addere tantum argenti perfectionis oñz. 1. quod reducam totam massam ad perfectionem oñz. 3. hæc componitur ex duabus primis regulis sine additione aliqua hoc modo, per primam regulam duc vnumquodque in suam perfectionem 5. in 50. fit

fit 250. 6.in 60.fit 360. 7. in 70. fit 490. congrega fiunt 1100. diuide per libras impuri & fuerunt 180. exit $6\frac{1}{9}$ & hæc est perfectio massæ totius : deinde per secundam regulam quære ex duabus massis quarum vna est perfectionis oñz. 1. alia $6\frac{1}{9}$ volo facere massam perfectionis oñz. 3. & inuenies quod ex illa quæ est $6\frac{1}{9}$ requiruntur 2. oñz. ex illa vnius oñz. $3\frac{1}{9}$: dic igitur per regulam 3. si 2.exit $3\frac{1}{9}$. quid exigent lib. 180. multiplica in $3\frac{1}{9}$ ipsum 180. fiunt libræ 560. diuide per 2. exeunt 280. libræ admiscendæ ex argento ligæ vnius, cum tota illa massa trium materierum vt fiat ligæ 3. & fient libræ omnes mixtæ 460. in quibus erunt argenti puri libræ 115. per idem si loco argenti perfe-

2. $3\frac{1}{9}$ 180
180
$3\frac{1}{9}$
560
2
280
180
460

ctionis oñz.1. velles æs purum miscere, inuentâ totius perfectione, quæ fuit $6\frac{1}{9}$ & acceptis superationibus argenti quæsiti sub ære, signabis $3\frac{1}{9}$: sub illa $6\frac{1}{9}$, 3. dic igitur si 3. producit $3\frac{1}{9}$: quid producet vel exigent libræ 180. duc in $3\frac{1}{9}$ fiunt vt prius libræ 560. diuidendæ per 3. & exibunt libræ 186. oñz. 8. æris miscendi, & eâdem ratione si velles massam illam ad ligam 10. per argentum purum reducere pone sic $6\frac{1}{9}$. & 12. quod est summa perfectio : sume differentiam 10. à 12. & est 2. supposita ad $6\frac{1}{9}$: & differentiam 10. ad $6\frac{1}{9}$ &

$6\frac{1}{9}$ 12
10 X 10
2 $3\frac{8}{9}$

est $3\frac{8}{9}$ supponenda ad 11. dic igitur si 2. facit $3\frac{8}{9}$, quid facient libræ 180. multiplica 180. in 3. & $\frac{8}{9}$, fiunt 700. diuide per 3. exeunt libræ 233. vnc. 4. argenti puri addendi : similiter in auro facies per charactos operando per hanc regulam quæ in virtute continet duas præcedentes.

4 Quòd si detractionem operari volueris oppositum modum in fine seruabis, volo

oñz. 17.	oñz. 10.
Char. 21.	Char. $18\frac{1}{2}$
Char. 357.	Char. 185
Char. 51.	Char. 55

ex oñz. 17. auri charact. 21. eximere oñz. 10. char. $18\frac{1}{2}$ vellem scire quid remanebit duc 17. in suam perfectionem fiunt char. 357. duc in residuum fiunt 51. superant enim charact. 3. ad totalem perfectionem deinde similiter duc char. $18\frac{1}{2}$ in 10. fiunt char. 185. & 10. in residuum fiunt 55. subtrahe purum à puro impurum ab impuro & fient puri residuum char. 172. impuritatis autem char. demi non possunt non igitur poterit fieri hæc subtractio sine æris additione, & hæc considera quantùm in vanum laborares. Quòd si perfectionis 20. auferre vel-

oñz. 17.	oñz. 10
Char. 21.	Char. 20
Char. 357	200
Char. 51	40
Char. 157	
Char. 11	

let possibile foret superfluerent, auri enim char. 157. impuritatis autem char. 11. reliqua igitur massa esset oñz. 7. perfectionis char. $22\frac{3}{7}$.

Quod si quæstio ex terminis ignotis operare per algebram secundum has regulas & æquatio demonstrabit quæsitum, veluti dixit quis adiunxi oñz. 10.auri char.nescio quantum oñz. nescio quantum alterius auri char. 10. & fuit massa char.18. oñz. nescio quantum,vel sic auri oñz. 10.char. 12.miscui auri oñz. tot quot erat numerus perfectionis charactorum, & exierunt oñz. nescio quot perfectionis char.14. vel oñz.in sexquitertia maiores characteribus in omnibus operaberis per rem cum regulis supradictis & habebis æquationem. 5

Quæstio prima Quidam dixit habui libras 2.auri, perfectionis d. 21. gra.15. volo reducere ad perfectionem d. 22. quantum auri requiritur, dictum est quod auri perfectio sumitur ex charactis modo dixi ex denariis, vt intelligeres quantum est idem modus operandi, dispone igitur perfectiones vt vides hic deinde subtrahe d.22. ex d.24. qui sunt perfectio auri puri, & fient d. 2. suppone ad aurum impurum, & similiter subtrahe d. 21. gra. 15. ex d.22. 1

Aurum purum.	Aurum impurum.
d. 24.	d. 21. gra. 15
gra. 9	Aurum fiendum d.2
	d. 22

2 9 576
9
5184
2
2592
24
108
24
oñz. 4. d. 12

remanent gra.9. quos suppone auro puro: dices igitur quod pro omnibus d. 2. auri impuri oportet addere gra.9. auri puri, dic igitur per regulam 3. si d.2. volunt gra.9. quantum volunt vnciæ 24. resolue vncias 24.in d. fiunt 576.denarij multiplica 576.in 9.fiunt 5184.diuide per 2.exeunt gra.2592. auri puri,& tantum requiritur ad hoc vt tota massa perueniat ad perfectionem 22.denariorum diuide igitur gra. 2592. per 24. exeunt, 108. & tot erunt denarij & nihil superest

pereſt, diuide etiam 108. per 24. exeunt 4. & ſuperſunt 12. igitur requirentur vnciæ 4. d.12.& ita patet.quod talis perfectio humanam imitatur conditionem, quoniam quanto perfectius tantò difficilius labes emendatur, vt ſolo igne ad veram perfectionem quod imperfectum eſt deduci poſſit, erit igitur poſtmodum aurum totum vñz. 28.d.12.

2 Quæſtio ſecunda Dixit alius habui aurum perfectionis char.15. ponderis vnciarum 14. deinde miſcui aurum neſcio quantum nec cuius perfectionis, ſed perfectio erat maior in char. 5. plus vnciis, & nunc totum eſt

oñz.14. char.15
oñz.1.co. char.1.co.p̃.5.
Pondus 336.p̃.24.co.d
Perfectio 210. p̃. 1.ce. p̃.5.co.d

336.p̃.24.co.d
18

6048.d.p̃.432.co.d

210.p̃.1.ce.p̃.5.co.d
24

d.5040.p̃.24.ce.p̃.120.co.d

char. 18. quæritur pondus & perfectio additi poſſe pondus additi 1.co.igitur perfectio erit 1.co. p̃.5. multiplica per modum primæ regulæ fuſionis quæ eſt ante primam regulam conſolationis vnc. 14. in 24. denarios, fient 336. d. multiplica 1. co. vnciarum in 24. co.d. & ſimiliter dic vnc. 14. continent char.15. pro ſingulis ſiue d. nihil refert, duc 15.in 14.fiunt 210. & ſimiliter duc 1.co.p̃.5.in 1.co.fit 2.ce.p̃.5.5. co iunge pondera & perfectiones fient 336.d. p̃. 24. co.d.in pondere, & 210.d. p̃.1. ce.p̃.5.co.d. in perfectione & hoc totum debet eſſe ad perfectionem 18.char. quare nota regulam quod ductâ totâ perfectione quæ eſt 24. in perfectionem quæ eſt 210. d.p̃.1.ce.p̃.5.co. productum debet æquari ductui perfectionis quæſitæ in totum pondus, multiplico igitur 24.in 210. p̃.1.ce.p̃.5.co.d. & fiunt 5040.p̃. 24.ce.p̃.120. co.d. æqualia 6048. d.p̃.432. co.d.igitur reduces ad cenſum vnum fient, vt vides tandem 42.d. p̃.13.co.d.æqualia 1. ce. igitur per capitulum res poſita valuit

252. p̃. 18. co. d.
210. p̃. 1. ce.p̃. 5.co.d.

42. p̃. 13. co. d.
1. ce.

℞. $84\frac{1}{4}$ p̃.$6\frac{1}{2}$ vnciarum quia tantumdem valet co. d. in d. igitur 1.co.vnciarum poſita valet tantumdẽ in vnciis, & perfectio fuit ℞. $84\frac{1}{4}$ p̃.$11\frac{1}{2}$ char.proba & videbis, & nota quod vt dixi poſſet quæſtio aliquando eſſe impoſſibilis, & tunc vel æquatio non veniet aut veniet maior quam 24.char.quod eſſe non poteſt.

3 Quæſtio tertia quidam habuit aurum perfectionis d. 20. ponderis vnciarum 40. & accepit partem eius & reduxit ad perfectionem d. 23. deinde miſcuit reſiduo & facta eſt maſſa perfectionis d. 22. quæritur quanta fuit pars primo detracta & quanta erit maſſa Similem proponit Frater Lucas & nota quod aurum in affinatione neceſſariò creſcit vel decreſcit, creſcit cum additur aurum purum vt in exemplis ſuperioribus, decreſcit cum affinatur ad copellam ſiue examen. nam aurum & argentum his duobus modis affinantur ſiue purificantur, pone igitur quòd pars detracta ſit 1.co. reduces ad perfectionem d.23. per regulam ſecundam & erit vt pro qualibet vncia impuri requirantur vñc. 3. puri igitur pro 1.co. impuri requiretur 3.co.puri fiet igitur totum aurum oñz.40. p̃.3. co.

1.co.		purum
20		24
1	23	

oñz.
40. p̃. 3 co. d. 22.
40. d. 20. p̃. 3 co. d.24.

in pondere perfectionis d. 22. funde, id eſt, multiplica perfectionem in pondus & fient 880. d. p̃. 66. co. d. auri puri & ſimiliter funde oñz. 40. perfectionis d.20. fiunt 800. quibus adde 3 co. auri fient d. 800. p̃. 72 co. d. æqualia 880. d. p̃. 66 co. d. igitur detrahe vnum ex alio fient 6 co. d. æqualia 80. d. quare 1 co. d. valet $13\frac{1}{3}$ d. auri & ita 1 co. oñz. valet oñz. $13\frac{1}{3}$ auri igitur pars detracta fuit $13\frac{1}{3}$ & aurum additum fuit oñz. 40. & tota maſſa fuit oñz. 80. & hic modus eſt longè facilior modo Fratris Lucæ vt apparet ſine comparatione.

Capvt XLII.

De Proprietatibus Numerorum mirificis.

NOn potui vnquam perſuaderi vim aliquam numeris ineſſe quod etiam in octauo Aſtronomicarum conſiderationum Galenum ſecuti confeſſi ſumus, at poſtquam Ptolomæum magne compoſitionis non vidimus demonſtrantem ſuperioribus Planetis Suturno, Ioui, Martique hoc cum Sole eſſe commune, vt reuolutiones eccentricorum ac epiciclorum ſimul iunctæ reuerſionis tempore, ſemper implent numerum reuolutionum Solis. Vnde cum Saturnus in 59. reuolutionibus Solis ad idem reuertatur, duas in eccentrico & 57. in epiciclo, & ipſe peregit reuolutiones: ſic & Iupiter in 71. reuolutionibus Solis reuertitur ipſe verò 6.in eccentrico 65. in epiciclo peregit. Mars in 79. eſſet redit 42. in eccentrico 37. in epiciclo perficiens circuitus, & licèt ſuperatio aliqua interſit communis tamen eſt:vnde partes etiam in temporibus aliis à reſtitutione numero conuenire neceſſe eſt; cum verò in his quantitatis continuæ aut proportionis nulla poſſit ratio aſſignari, ſed ſolius numeri æqualitas dicemus Deum maxima numeris alligaſſe. Vnde nec in minimis poteſtatem obtinere negandum erit.

1 Prima igitur ac demonstratiua virtutis numerorum experientia est tres Planetas superiores Soli per coniunctas numero reuolutiones singularibus æquari.

2 Secunda virtus est amicabilium numerorũ, hi sunt quorum partes vnũ numerantes mutuò alterum aggregant, tales sunt 220. 284. nam numeri 220. numerasites simul iuncti faciunt 284. & numeri 284. numerantes producunt 220. talibus autem ad amatoria homines vtuntur, verum cùm sub aliquo numero omne creatum constet, arbitrandum est quæ taliter conuenerint mutuò se diligere.

3 Sunt & numeri perfecti quibus nihil mundanis rebus conuenientius est, tales autem sunt qui constant aggregatione omnium suorum numeratorum veluti 6. numeratur à 3. 2. 1. qui iuncti faciunt 6. Et similiter 28. aggregatur ex suis numeratoribus 14.7.4. 2.1. nam iuncti faciunt 28. Gignuntur autem hi vt Euclides docet cum numeri ex proportione dupla ab vnitate iuncti numerum primum effecerint: tunc maximus in aggregatum producit numerum principem atque perfectum: veluti 1.2.4.8.16. aggregat 31. qui est numerus primus, igitur 16. ductus in 31. producit 496. numerum perfectum, hic semper vel in 6. vel in 8. terminatur: ordinem autem conditionis humanæ immutat, nam in singulis denariis inuenitur vnde 6. est in primo denario solus profectus, duc 10. in 10. fit 100. à 10. ad 100. solus 28. est perfectus, duc 10. in 100. fit 1000. à 100. ad 1000. solus 496. est perfectus, duc 10. in 1000. fit 10000. à 1000. ad 10000. solus 8128. perfectus est, ita quantò magis ab vnitate quæ Deum ostendit elongatur, eo rariores perfecti inueniuntur, in vnoquoque tamen genere vnus tantum perfectus inuenitur: hoc igitur in numero speculum mortalium rerum est fabricatum: vnde in eo maxima licet contemplari: huic autem diminuti in suo ordine quemadmodum & inopes, ac superabundantes opponuntur, diuitum specie, aut vt in complexione & compositione pleni ac pingues, dicitur numerus diminutus cuius partes numerantes non aggregant numerum illum: veluti 10. numeratur à 5.2.1. qui tantum aggregant iuncti 8. oppositus autem abundans qui superexcedit: veluti 12. numeratur à 6.4.3.2.1. quorum aggregatum est 16. maius 12. dicemus igitur 12. abundantem esse numerum 10. diminutum 6. perfectum & ita in reliquis.

4 Diuiditur autem omnis numerus in parem ac imparem, porro proprietas numeri paris est vt semper in similia diuidatur, imparis vt in dissimilia: nam 8. si diuides vtraque portio necessariò aut par erit aut impar 9. autem cum diuidis vnam partem habes parem, aliam imparem, hoc autem vniuersis semper conuenit: non enim vnquam imparem aut in duos diuides pares, aut impares: aut parem in parem & imparem.

5 Pars autem species tres sunt de quibus Euclides dixit pariter par, pariter impar, & impariter par: dicitur autem pariter par numerus qui per continuam sectionem æqualem ad vnitatem venire potest vt 16. in 8. & pòst in 4. ac in 2. & 1. per continuam diuisionem deuenit, pariter impar est cum numerus solùm semel admittit dimidiationem veluti. 2.6. 10. 14. 18. & similes: impariter par qui plures admittit diuisiones non tamen vsque ad vnitatem patitur se dimidiari, veluti 12. & 20. nam cum ex 20. ad 5. perueneris, non amplius diuisionem per æqualia admittit: Vnde patet vtrorumque aliorum generum impariter parem numerum esse participem, videlicet pariter paris, & pariter esset imparis.

Sunt & imparium quidam primi qui sola vnitate numerantur, vt 3.5.7.11. Quidam compositi qui numero aliquo numerantur vt 9. 15. & alij, est autem commune imparibus vt metiantur alios tantum à se distantes quantum ipsi ab vnitate vsque in infinitum. Exemplum 1.3.5.7.9.11.13.15. 17. 19.21. 23.25.27. 29.31.33. 35.37.39. igitur 3. distat ab vnitate per 2. numerabit igitur duobus intermissis 9. & iterum duobus 15. ac sic in infinitum: & ita 5. distat ab vnitate per 4. numerabit 4. intermissis 15. ac iterum aliis 4. imparibus intermissis 25. & sic in infinitum & ita de aliis. 6

Est autem proprium quoddam numeris primis vt vel in se ducti vel in alios primos, non reddant numerum aliis præterquam componentibus compositum, veluti 5. in se facit 25. hic ab alio quam à 5. numerari non potest. 7

Sunt & numeri compositi qui tamen ad inuicem sunt primi veluti 10. & 9. sunt compositi, nam 2. & 5. numerant 10. & 3. numerat 9. quia tamen nullus numerus est communis numerator dicuntur inuicem primi: qui autem communi numero numerantur sunt compositi veluti 5. & 20. numerantur communiter ab vno numero qui est 5. ex prima autem septimi Euclidis liquet omnes numeros qui vnitate tantum differunt esse contra se primos: aut etiam si alio numero primo differant qui ambos non numeret. Exemplum primi 39. & 40. sunt contra se primi necessariò: & similiter 32. & 39. quare &c. 8

In omni superparticulari proportione termini toti sunt in ordine suæ proportionis: quotus est numerus differentiæ maioris ad minorem. Exemplum 40. ad 30. est sexquitertia differentia est 10. igitur sunt decimi in tali proportione & 9. alij sunt ante eos vt 4. & 3. ac 8. & 6. & 12. & 9. & ita de reliquis vsque ad 40. 9

Omnis proportio inter tres terminos constituta ad proportionem minorem sensim reducitur donec ad æqualitatem perueniat hoc modo: deducas minorem terminum ex medio: ac duplum residui cum minore termino ex maiore: & hoc residuum cum primo residuo & minore termino sunt etiam proportionalia. Exemplum vt 128. 32.8. deduco 8. de 32. fit 24. pro secundo termino: duplo 24. fit 48. addo 8. fit 56. deduco ex 128. remanent 72. igitur cum 8. 32. 128. essent in quadrupla proportione erunt 8.24. & 72. in tripla eodem modo 10

reducet

reducet ad duplam, deinde ad ſimplam ſiue æqualitatis: Exemplum in ſexquialtera vt 4.6.9. deduco 4. ex 6. remanent 2. deduc 4. ex 9. remanent 5. à quo deme duplum 2. quod eſt 4. remanent 1. igitur 4. 2. 1. ſunt in dupla proportione, vnde iteratâ deductione remanebunt 1. & 1. & 1. termini omnes æquales. Idem 9.12.& 16.in ſexquitertia reducuntur ad 9.3.1. quæ eſt tripla,& ita 49.21.& 9. qui ſunt in proportione dupla ſexquitertia.

11 Sunt & numeri lineares qui eſt nullis conſtant vt cum ſeriem numerorum per additionem vnitatis intelligimus, vt 2. 3. 4.5. ſunt & ſuperficiales, alij quidem ſecundum Euclidem qui tantum multiplicatione coaleſcunt, veluti 15. & 20. latera 3. & 5. vel alterius 4. & 5. ſecundum Boëtium autem etiam aggregatione conſtant ſunt & ſolidi trinâ multiplicatione fiunt, veluti 24. ex 4. in 3. & 2. nam 4. in 3. facit 12. & 12. in 2. facit 24.

12 Sunt & numeri trigoni quadrati pentagoni, exagoni, eptagoni atque in infinitum ſuperficiales omnes, vocantur autem ita à ſuperficiebus quas implere poſſunt per vnitates, vel ſi diſponantur vnitates conuenienter formam illam referunt. Sunt igitur trigoni qui ex naturali numerorum ſerie coaleſcunt veluti 1. 2. 3. 5. 6. 7. & ita de reliquis ſemper iunctis qui ab vnitate ſunt conſurgit numerus triangularis: vt 1. cum 2. facit 3. igitur 3. eſt triangularis: adde ei ſequentem fiet 6. trigonus: adde ſequentem fit 10. trigonus: forma eſt hæc veluti.

o
o o
o o o
o o o o

13 Quadratus autem fit ex quolibet numero in ſe multiplicato, nam æquales fiunt lineationes: Vnde 4. eſt quadratum 2. & 9. quadratum de 3. & 16. de 4. & 25. de 5.

o o o o o
o o o o o
o o o o o
o o o o o
o o o o o

forma quadrati de 5.

Sicut autem ex naturali ſerie numerorum trianguli conflantur, ita ex ſerie imparium ab vnitate quadrati: vt 1. & 3 facinnt 4. qui eſt quadratus: & addito 5. fit 9. iterum quadratus: & addito 7. fit 16. iterum quadratus: & ſic de aliis.

14 Pentagoni autem ſunt qui commodè pentagonum referunt, veluti 5.12.22.35. fiunt autem iunctis quibuſlibet ab vnitate numeris duobus intermiſſis: vt 1.2.3.4.5. 6.7.8.9.10.11.12.13. iunge 1. & 4. fiunt 5. intermitte duos à 4. eſt 7. adde fit 12. intermitte duos à 7. fit 10. adde ad 12. fit 22. & ſic addendo 13. fit 35. igitur 5.12.22.35. ſunt pentagoni.

15 Sicut igitur trigoni conſurgunt ex naturali numerorum ſerie, quadrati ex eadem vno intermiſſo, pentagoni ex eadem intermiſſis duobus, ita exagoni intermiſſis tribus, eptagoni intermiſſis quatuor, quare cum numeros ſuperficiales in quocunque genere aggregare volueris ſeriem numerorum conſidera & ab vnitate omnes aggrega tot intermiſſis quotus fuerit numerus laterum figuræ dimiſſis tribus, veluti volo numerum figuræ 20. baſium, demo 3. remanent 17. igitur ad 19. addito 1. fiet figura 20. baſium, & poſthac intermittendo 17. inuenio 37. addo & fit 57. alia figura 20. baſium, vel leuius adde numerum ſemper duobus minorem cum præcedente veluti figura 20. baſium continet 20. demo 2. fit 18. quæro numerum maiorem vnitate per 18. eſt 19. & ita 19. cum vnitate facit 20. & ita 37. eſt maior 19. in 18. & ita 55. eſt maior 37. in 18. igitur 112. erit etiam talis vtroque modo res redit ad idem.

Solidorum numerorum alij pyramidales: 16
& ſi ſunt æquales ex triangularibus ab vnitate aſſumptis gignuntur: nam ordo trigonorum vt demonſtratum eſt ponitur 1. 3.6.10,15.21. igitur iunge 1. & 3. fit prima pyramis 4. iunge ei 6. fit ſecundus pyramidalis, & ita iunge 10. fit 20. pyramidalis tertius.

Eſt & aliud pyramidis genus quod baſim 17
habet quadratam aut pentagonam fit hoc per numerorum quadratorum auctionem quadratam habens baſim veluti 1.4.9.16. iunge primos fiet pyramis prima 5. & ſi addas 9. fiet ſecunda 14. atque ita tertia 30.

Pyramis autem pentagona ex pentagonis 18
numeris ſimiliter iungitur vt 1.5.12. 22. ſunt pentagoni, prima pyramis 6. ſecunda pentagonalis 18. tertia 40. atque ſic de aliis exagonis, atque eptagonis: quoniam vnaquæque à ſuis ſuperficialibus gignitur: totque in baſi poſſidet trigonos quot ſuperficies nata eſt continere: in reliquis autem ſuperficiebus quæ in conum perueniunt vnicum ſemper poſſidet trigonum.

Curtæ autem pyramides in vnoquoque 19
genere fiunt demptâ vnitate, vt in quadrato genere pyramides perfectæ erant 5. 14. 30. porro dimittamus primam quia ademptâ vnitate ex nullo conſtaret, erit igitur pyramis curta 13. & 29. & eodem modo in aliis generibus vt in pentagona 17. & 39. fient curtæ pyramides: quòd ſi proximus etiam ab vnitate numerus ſuperficialis detrahatur fiet bis curta pyramis, vt detracto à 39. etiam 5. remanebit bis curta pyramis 34. ſolis 22. & 12. pentagonis numeris conſtans: proprium enim pyramidis eſt in vnitate tanquam conum terminare ſi perfecta eſſe debet: quantò autem magis decurratur eò plus dilatatur & imperfectior euadit.

Cuborum autem generatio fit ducta radice 20
cuiuſlibet quadrati numeri in ſuum quadratum: vt 2. in 4. facit 8. cubum: & 3. in 9. facit cubum 27. & ita de reliquis.

Fiunt & laterculi numeri quotiens alius 21
numerus à radice in quadratum ducitur: vt 3. in 4. fiunt 12. & 6. in 9. fiunt 54. & ſimiliter 5. in 4. fiunt 20. omnes admodum laterum longiores aut latiores quàm profundi: attamen

attamen omnibus angulis rectis constant, & cubis sunt similes: sunt qui quinque quadratum in minus radice ducitur laterculos cum in maius asseres produci affirment: cum verò longitudo latitudo & profunditas inæqualia omnia sunt: bomiscos procreari crediderunt: veluti ductis 5. 3. & 2. inuicem producitur 30. qui bomiscus erit.

22 Sunt & numeri superficiales non æqualium laterum, diuersorum generum: veluti parte alterâ longiores: cùm duo numeri solâ vnitate differentes multiplicantur veluti 7. in 8. fit 56. qui alterâ parte longior dicitur & eodem modo 3. in 4. fit 12. Cum vero plus vnitate discrepant ante longior dicitur vt 35. ex 7. & 5. procreatur quorum differentia vnitate maior est.

23 Sunt & superficiales similes quorum latera sunt proportionalia: veluti 24. & 6. nam latera 24. sunt 4. & 6. ducta enim in inuicem producunt 24. latera autem 6. sunt 2. & 3. est autem proportio 6. ad 3. veluti 4. ad 2. erunt igitur similes numeri 24. & 6. constat autem ex hoc quòd omnes numeri quadrati inuicem similes sunt & cuncti compositi suis quadruplis vt 15. ad 60. & 21. ad 84.

24 Sunt & numeri circulares qui cum in se ducuntur reddunt in simile: tales sunt omnes producti à numeris quorum terminatio est in 0. vel 1. vel 5. vel 6. vt 5. in 5. producit 25. & 10. in 10. producit 100. & 16. in 16. producit 256. & 11. in 11. producit 121. dicetur igitur 121. circularis: & 11. centralis: & si ductus fuerit 11. in 121. qui inde producetur erit sphæricus: vt 1331. & ita 125. erit sphæricus: & 25. circularis: & 36. circularis: & 216. sphæricus, & 100. circularis, & 1000. sphæricus & ita de aliis.

25 Porro quadratis proprium videtur vt ab impari procedant, nam in quolibet genere proportionum ab vnitate inchoato tertij sunt quadrati, & quinti & septimi atque ita deinceps, cubi autem pares sunt oppositâ ratione nam in tripla 27. quartus est ab vnitate: & 64. in quadrupla, & ita de reliquis, sicut in tripla 9. quia quadratus est tertius est ab vnitate. & in dupla similiter 4. est, tertius, concluditur igitur quadratos imparium. cubos parum rationem habere, quoniam talibus ab vnitate locis semper consideant.

26 Vnitas verò cum numerus non sit & quadratum, & trigonus, & radix, & pentagonus, & pyramis, & cubus, & circulus, & sphæra esse videtur, atque in omni genere quod imperfectionem non admittit iure locari debet, nam laterculus aut altera parte longior esse non potest quamobrem diuini mysterij maximam similitudinem in ea latere necesse est, imperfectum enim nihil admitit, in omnes potest numeros, prima perfectorum est numerorum, non solum omnis perfectionis abundè capax sed in omni perfectionis genere perfectissima.

27 Sunt & proprietates numerorum quædam non contemnendæ, veluti cum duo numeri inuicem ducuntur productum est medio modo proportionale inter quadrata illorum, veluti 7. & 10. ducta inuicem producunt 70. estque 70. medium in proportione inter 100. quadratum 10. & 49. quadratum 7.

28 Et cum duo numeri aliquem multiplicauerint, aut diuiserint, erit quod fit ex duobus in eadem proportione, ducatur 10. in 3. & producitur 30. & 3. in 7. producitur 21. quorum proportio est vt 10. ad 7. & diuidatur 3. per 10. exit $\frac{3}{10}$ & 3. per 7. exit $\frac{3}{7}$, erit proportio $\frac{3}{7}$ ad $\frac{3}{10}$ vt 10. ad 7.

29 Et si diuidant se numeri inuicem erit proportio veluti primorum duplicata, veluti diuidat 10. ipsum 7 exit $\frac{7}{10}$, & 7. diuidat 10. exit 1. $\frac{3}{7}$, proportio 1. $\frac{3}{7}$ ad $\frac{7}{10}$, est veluti 10. ad 7. duplicata & hæc eadem erit vt quadrati 10. quod est 100. ad 49. quadratum 7.

30 Cumque iunxeris duos numeros, erit proportio totius ad vtramque partem, vno plus reliquæ partis ad partem, veluti 10 & 7. faciunt 17. proportio 10. ad 7. est supertripartiens septimas, igitur 17 ad 7. dupla supertripartiens septimas.

31 Et cum diuiseris totum per duas partes componentes ipsum, erunt prodeuntia in eadem proportione vt patet ex prædictis, & tantũ faciunt multiplicata quantũ aggregata, veluti diuidatur 17. per 10. & per 7. exeunt 1 $\frac{7}{10}$ & 2 $\frac{3}{7}$ quæ sunt in proportione 10. ad 7. iunctáque simul faciunt 4. $\frac{9}{70}$ & ducta etiam inuicem producunt 4 $\frac{9}{70}$, & est quid mirum.

32 Sunt numeri cretici & sunt 7. & 20. & omnes compositi ex his vt 14. 27. 34. 40. 47. 54. 60. 67. 74. 80. & sic vsque ad annum, & in his accidunt veræ & fortes crises, & dimidij horum dicuntur indicatiui vt 4. 11. 17. 24. 31. & reliqui.

Qui verò sunt extra hos duos ordines vel propter inordinationem naturæ, vel propter fortitudinem accessionis, vel propter vehementiam morbi, vel propter errorem in ægro vel astantibus, vel medicis, adueniunt, & hoc est testimonium aliud virtutis numerorum.

33 Numeri etiam superficiales similes inuicem ducti producunt semper quadratum vt 6. & 24. producunt ducti 144.

34 Omnis etiam numerus primus ad eum, quem numerat est compositus, vt 7. ad 49. & hoc nota.

35 Omnis etiam numerus quadratus ex tot imparibus componitur quotus est radix, vt 64. ex 8. imparibus, 100. ex 10. imparibus.

36 Numeri congruentes inueniuntur hoc modo capias duos numeros sola vnitate differentes vt 2. & 3. in quibuslibet enim ratio tenet iunge faciunt 5. duc vnum in alterum fiunt 6. duc 6. in 5. fit 30. quadrupla semper fit 120. congruit autem 120. ad 169. nam additus facit 289. quadratum 17. & sublatus à 169. facit 49. quadratum 7. & 169. est quadratum 13.

2	3
5	6
30	120
4	5
9	20
180	720

37 Inuenitur autem congruens ex eisdem hoc modo quadra 2. fit 4. & 3. fiunt 9. iunge fiunt 13. quadra 13. inuenisti 169. qui est

congruens

congruens, & ita semper inuenies quadratum tale quod æqualiter distabit à quadratis per additionem & diminutionem.

38 Et cum detraxeris à quadrato impari vnitatem quadratum medietatis adiunctum primo quadrato quadratum facit & hoc in infinitum, vt impar 25. demo 1. fit 24. quadratum medietatis 144. ad 25. fit 169.

39 Et hoc dicunt multi quoniam dantur numeri planetarij & nos ponemus eos, verùm in assignatione Planetarum est concursus modus tenendus, conuenit enim vt plures numeri superioribus tribuantur & sunt hi.

Luna.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Mercurius.

4	4	25	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

Iupiter.

8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	34	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57

Sol.

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

Saturnus.

37	78	29	70	21	62	3	45	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

Venus.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Mars.

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	2

Habent autem commune vt ex omni latere & transuersaliter eundem perficiãt numerum. Luna 15. Mercurius 34. Venus 65. Sol 111. Mars 175. Iupiter 260. Saturnus 350. conueniunt etiam quod nullus numerus repetitur, & quod vnitatis additione progressio firmatur ad quadratum, procedunt etiam diametraliter per æqualia augmenta omnes. Quidam etiam habent in vtraque diametro vt Saturnus series constitutas, vnum est artificio maximo talia inuenta esse, quorum vsus ad magiam pertinet.

Et est triplex proprietas in nouenario, prima quòd ipse mẽsurat æquali excessu aggregatum ex litteris congregatis & numerum significatum per illas, secunda quod nullationes non mutant superfluum eius, tertium quod æqualiter mensurat litteras vno modo & conuerso, vnde 9. in 43. & in 34. æquale relinquit superfluum quod est 7. 40

Et est proprietas in denario numero, cuius nemo adhuc rationem potuit inuenire, sicut nec in Philosophia cur lumen calefaciat cum calidum non sit, ita cur post denarium numeri iterum ad idem redeãt nec possit vltrà, alia ratio numerorum inueniri, non enim ita est vt dicunt quod nouenarius sit numerorum nouissimus, licèt denario propriam litteram non inuenerint sed nullitatem supposuerint vide in problematibus, Aristot. 41

Cum quotlibet numeros in proportione superparticulari inuenire desideres primum statue numerum talem in ordine multiplicis ei correspondentem, veluti volo quatuor numeros in sexquitertia continuæ proportionatos, accipe pro primo eorum 27. qui est quartus in ordine triplæ ab vnitate, sic 1. 3. 9. 27. & sic volo in sexquiseptima 7. numeros continuæ proportionales accipe septimum in septupla proportione sic 1. 7. 49. 343. 2401. 16807. 117649. igitur si constitueris. 117649. terminum minorem, habebis 7. terminos in continua proportionalitate 42

nalitate ſexquiſeptupla, ex nona & decima Euclidis.

43 Cùm fuerint duæ quantitates eiuſdem generis rationales ſiue irrationales & aggregatum ex ambabus per vtramque fuerit diuiſum,& perueniētia iuncta iterum diuiſa, prodibunt prima exeuntia, veluti dictum eſt de duabus quantitatibus in trigeſima prima regula iunctis,diuidamus 16.iunctum ex 10. & 6.per vtrumque exibunt $1\frac{3}{5}$. & $\frac{2}{3}$. iuncti faciunt $4\frac{4}{15}$ diuiſum $4\frac{4}{15}$ per $1\frac{3}{5}$ producit $2\frac{2}{3}$ & per $2\frac{2}{3}$ producit $1\frac{3}{5}$. & hoc volumus.

44 Et iidem iuncti producunt prima exeuntia ſi totum diuidatur per ea nam idem omnino producitur vt dictum eſt.

45 Et erit ſumma duobus plus, ac ſuperparticulari vel ſuperpartiente oppoſita proportioni partium inuicem, veluti ſi eſſet dupla proportio inter partes erit aggregatum proueniens $4\frac{1}{22}$ & ſi tripla $5\frac{1}{3}$ & ſi quadrupla $6\frac{1}{4}$. in exemplo noſtro porportio 10.ad 6. eſt ſuperbipartiens tertias, aggregatum exeuntium eſt $4\frac{4}{15}$. cuius differentia ab $1\frac{2}{3}$ eſt $2\frac{3}{5}$. eſt autem $2\frac{3}{5}$ conuerſum de $1\frac{2}{3}$. nam cum ſit proportio vnius ad alterum ſuperbipartiens tertias, erit conuerſa illius alterius ad primum ſubpartiens tres quintas,& hoc eſt tertium vniuerſale accidens eis.

46 Cúmque fuerit proportio eadem licet termini ſint maximi aut minimi ſemper exeuntia erunt eadem; vnde ex 6 & 10.diuiſo 16.prodeunt $1\frac{3}{5}$,& $2\frac{2}{3}$,& ſimiliter iidem ex 1600.diuiſo per 1000. & per 600.

47 Quòd ſi inæquales partes fuerint, nec prodeuntia nec congregata nec multiplicata perfectè integra eſſe poſſunt, vt in omnibus exemplis experiri licet, nam ſi æquales ſint tunc vtræque partes erunt 2. aggregatum vel productum 4. in reliquis regula eſt confirmata.

48 Sextum eſt quod fractio quæ vltra integra eſt vt $\frac{3}{5}$.qua $4\frac{4}{15}$. ſuperat $1\frac{2}{3}$ eſt habens eundem denominatorem qui eſt 5. à quo ſumpta eſt proportio totalis vt $1\frac{2}{3}$. ſunt enim $\frac{5}{3}$ & ita capio 9. & 3.diuido 12.exit 4. & $1\frac{1}{3}$. totū $5\frac{1}{3}$ ſuppono igitur $5\frac{1}{3}$ ſuperare 4.$1\frac{1}{3}$.& triplam in $2\frac{1}{3}$ vt ex tertio ſuppoſito declaratum eſt, vltra verò 2. eſt $\frac{1}{2}$. cuius denominatòr à tripla proportione ſumptus eſt quæ inter 9. & 3. primo aſſumptos numeros eſt conſtituta.

49 Quæ autem in duabus quantitatibus verificantur repetuntur multipliciter in tribus, quatuor,& quinque, vt à Pacciolo ſcriptum eſt, cauſa tamen omnium horum vna eſt quòd cum viciſſim diuidunt aggregatum 4. proportionales conſtituuntur quantitates.

50 Quòd ſi plures quantitates continuæ proportionales aut etiam incontinuæ conſtituantur, ita tamen quod proportiones ſint ſimiles, erit proportio primi ad tertium veluti quarti ad ſextum & ita primi ad quartum veluti quinti ad octauum.

51 Si verò continuæ proportionales extiterint, aggregatum ex omnibus per omnes terminos diuiſum, producit terminos eâdem proportione, veluti in vigeſimaſextaregula dictum eſt, vſque in infinitum, exemplum 8.12. 18.27. aggregatum eſt 65. diuido per ea exeunt $2\frac{11}{27}$. $3\frac{11}{18}$. $5\frac{5}{12}$. $8\frac{1}{8}$. horum omnium continua proportio ſexquialtera eſt, ſequere vt in præcedente regula & ad 5. & 6.& omnes extenditur quantitates.

52 Productum totius in totum æquale eſt productioni totius in omnes illius partes.

53 Productum totius in ſeipſum, æquale eſt producto cuiuſlibet partis in ſe ipſam, & in omnem aliam partem, veluti diuido 10. in 5.3.2.duco 10.in ſe fit 100.duco 5.& 3.& 2. in ſe fiunt 25.9.4.ſumma 38.duco 5.in 3.bis fit 30.duco 5. in 2.bis fit 20.duco 3.in 2.bis fiunt 12.iungo 38.30.20.12.faciunt 100.

54 Productum medietatis maius eſt producto partium inuicem inæqualium in quadrato differentiæ, vt 25.quadratum 5. quod eſt dimidium 10. maius eſt paralelogramo 8. in 2.quod eſt 16.in 9.quod eſt quadratum 3. differentiæ inter 8.& 5.vel inter 5.& 2.

55 Ex præcedente ſequitur quod omnis numerus qui ex duobus ſimilibus componitur, medietatem habet cuius quadratum ex duobus componitur quadratis veluti 30. componitur ex 24. & 6. medietas 30. eſt 15.quadratum 225.cōponitur ex 144.& 81.

56 Productum ex vtraque parte inæquali duplum eſt quadrato medietatis & differentiæ, veluti quadrata 8. & 2. faciunt 68. duplum ad 34. conſtant ex quadrato 5. quod eſt dimidium & quadrato 3. quod eſt differentia.

57 Si diuidatur quantitas per æqualia, & addatur ei alia, quadratum coniuncti ex addita & medietate, æquale eſt ei quod fit ex toto in additum, cum quadrato medietatis, vt 10. diuiſum in 5.& additum 3.totum 8. quadratum 64. duc totum cum addito & eſt 13. in additum quod eſt 3.fit 39. deinde duc medietatem quæ fuit 5. fit 25. adde ad 39. fit 64.

58 Cùm verò duxeris totū cum addito in ſe & addideris quadratū additi, fiet totū duplū ad quadratum dimidij & quadratum additi cum dimidio, veluti in exemplo 13. in ſe ductum facit 169.& 3.in ſe facit 9.quæ iuncta faciunt 178. cuius medietas 89. conſtat ex quadrato dimidij quod eſt 25. & quadrato additi cum dimidio quod eſt 64. eſt 8.qui conſtat ex dimidio & adiecto.

59 Cúmque diuiſeris numerum ſiue quantitatem nam regulæ communes ſunt in duas partes, & duxeris vnam in aliam deinde productum per aggregatum ex eo quòd prouenit per diuiſionem mutuam vtriuſque partis, fiet totum æquale quadratis ambarum partium idem de iunctis ſimul. exemplum diuido 13. in 5. & 8. deinde multiplico 8. in 5. fit 40. diuido 8. per 5.exit $1\frac{3}{5}$, diuido 5.per 8. exit $\frac{5}{8}$, aggrego 1.$\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{8}$: & fiunt $2\frac{9}{40}$:duco in 40.prius productū & fiunt 89. & hoc æquatur quadratis ambarum partium nam 8. in ſe facit 64.& 5. in ſe facit 25.quæ iuncta faciunt 89.

60 Cúmque diuiſeris numerum in duo, erit quadratum totius & vnius partis ſimul iuncta, æqualia ductui totius in eandem partem bis & quadrato alterius partis, exemplum diuido 8. in 5. & 3. duco 8 in ſe fit. 64. duco 3. in ſe fit 9. adde ad 64. fit 73.

duc

duc 8. in 3. bis fit 48. duc 5. in se fit 25. adde 48. fit 73.

61 Cumque diuiseris numerum & addideris alium æqualem vni parti eius, erit quadratum totius compositi æquale ductui prioris numeri in partem adiectam quater, cum quadrato alterius partis, exemplum diuido 8. in 5. & 3. addo 3. æquale vni parti, totum fit 11. quadratum eius 121. hoc est æquale ei quod fit ex 8. in 3. quater quod est 96. nam 4. in 24. producit 96. addito ergo quadrato 5. alterius partis & est 25. totum fit 121.

62 Cum fuerint tres numeri ab vnitate continuæ proportionales erit secundus radix quadrata tertij, & si fuerint quatuor erit secundus ℞. cubica quarti & ita de aliis.

63 Cum diuiseris eundem numerum in duas quantitates maioris differentiæ & duas minoris, paralelogramum minoris differentiæ partium, maius erit reliquo quanto quadratum mediæ differentiæ maioris, excedit quadratum mediæ minoris.

64 Cùm fuerint duo numeri quadrati productum eorum erit quadratus, vt 4. in 9. facit 36. igitur 36. quadratus est.

65 Cum fuerint duo numeri cubi qui inde producetur erit cubus, veluti 8. in 27. facit 216. qui est cubus de 6.

66 Si fuerint numeri continuæ proportionales erunt & quadrati eorum continuæ proportionales, & similiter cubi, eritque proportio quadratorum veluti priorum numerorum duplicatà, cuborum verò veluti priorum numerorum proportio triplicata.

67 Cùm fuerint duo numeri superficiales similes habebunt tertium in continua proportionalitate medium, quòd si habuerint erunt similes.

68 Si fuerint duo numeri solidi similes duos habebunt intermedios numeros In continua proportionalitate dispositos, quod si habuerint erunt solidi similes,

69 Possibile est duos numeros superficiales similes, esse contra se primos vt patet ex præcedenti vt 8. & 27.

70 Si numerus quadratus quadratum numerum numeret, radix radicem numerabit, si non, non, & similiter de cubis.

71 Numerorum superficialium similium, proportio est ex laterum proportionibus composita, quòd si sint similes erit proportio eorum veluti quadrati alicuius ad aliquem quadratum: eritque lateris ad latus duplicata.

72 Numerorum verò solidorum proportio similiter ex proportionibus laterum constat, dicitúrque proportio octo quantitatum: quæ si similes fuerint erit proportio alterius ad alterum, veluti alicuius cubi ad aliquem cubum: ac veluti lateris ad latus proportio triplicata.

73 Si in aliqua proportionalitate continua fuerit aliquis numerus quadratus, tertius semper ab illo quintus & septimus & sic in infinitum erit quadratus, quod si aliquis fuerit cubus quartus & septimus & decimus & sic in infinitum semper erit cubus.

74 Si fuerit proportio duorum numerorum superficialium veluti quadrati ad quadratum, ipsi erunt similes, & similiter solidorum si fuerit proportio sicut cubi ad cubum ipsi erunt similes.

Si fuerit proportio quadrati numeri ad alium numerum, sicut erit: & similiter si fuerit cubi ad numerum veluti cubi ad cubum, ille alius numerus erit cubus. Ex hac sequitur quòd in proportione quæ est inter numerum quadratum & non quadratum nunquam inuenientur duo numeri quadrati & hæc est clauis decimi Euclidis admirabilis 75

Omnis ℞. quadrata numeri cubi est numerus cubus. 76

Si fuerint plures numeri continuæ proportionales in sua proportione minimi, aggregatum ex omnibus ad quemlibet illorum erit primus. 77

Si fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus ad secundum tantum esse secundum ad tertium est impossibile: Hâc regulâ facilè seiungi poterunt quæstiones numerorum integrorum ab his quæ solis surdis perfici possunt, quæ doctrina ex septimo & octauo & nono Euclidis excipitur. Et nota quod non dixi *integris* aut *fractis*, quoniam omnis quæstio solubilis per numeros fractos, potest etiam solui per integros, & ideò non separaui vnum ab altero. 78

Omnis numerus minimus numeratus ab aliquot numeris, numerat omnes numeros numeratos ab illis, veluti 105. numeratur à 3. 5. & 7. & est minimus quem illi numerant, numerabit ergo omnes numeros numeratos à. 3. 5. 7. vsque in infinitum. veluti 210. & 315. 79

Omnes numeri compositi & in sua proportione non minimi, numerantur à minimis eiusdem proportionis æqualiter veluti 24. 36. 100. & 140. qui sunt in proportionibus sexquialtera & dupla superbipartiens septem nonas, & superbipartiens quintas, numerantur à 6. 9. 25. & 35. qui sunt in eisdem proportionibus minimi, per eundem numerum qui est 4. 80

Ex hac etiam dicemus quod cum fuerint duo numeri, & inter eos alij duo vel tres vel quolibet continuæ proportionales totidem inter alios in eadem proportione existentes inueniri necesse est: ex quo sequitur quod inter duos numeros existentes in proportione duorum minimorũ, inter quos non cadit numerus medio modo proportionalis, nunquam cadet numerus aut numeri vsque in infinitum, veluti inter 3. & 5. non cadit numerus aut numeri in continua proportionalitate igitur non cadent inter vllos existentes in proportione 5. ad 3. vt inter 40. & 24. & hoc vsque in infinitum. 81

Sequitur etiam quod cum inter duos numeros solum vnâ proportione vnus cadat intermedius, & alia duo, & alia tres. Ita in alia proportione existẽtibus illæ proportiones inter mediæ cadere non possunt: veluti dicam inter 9. & 4. cadit 6. & 9. & 4. sunt in proportione dupla sexquiquarta: igitur non cadet medium in proportione sexquialtera inter terminos sub alia proportione existentes, & vniuersaliter omni proportioni compositæ similitatæ sunt in numero terminorum suæ componentes: & hoc etiam in surdis: & ita 82

si

si statuas 10. & 2. solum vno modo licebit vnum intermedium terminum inuenire, vel aliâ proportione certâ & datâ: vel tres alia
83 & sic de singulis.

Sequitur etiam quod cum ex coniuncta & disiuncta & æqua proportionalitate de quibus dicetur sit proportio totius aggregati terminorum vnius proportionis, ad aggregatum alterius, veluti termini ad terminum: sic etiam in continuis proportionalitatibus vt dictum est etiam in regula hac: veluti si congreges 140.100.36.24.simul faciunt 300 & itẽ 35.25.9.6.faciunt 75. proportio 300. ad 75.est veluti 140.ad 35.& 100.ad 25.& 36.ad 9.&24. ad 6. Vnde ex hac soluuntur illæ inumerabiles quæstiones difficiles diuidendi numeros in partes continuæ proportionales cum certis conditionibus, nam supponere potes nihil esse diuidendum sed operatio fiat cum conditionibus in numeris per te inuentis, deinde congrega & per regulam 3.habebis partes illius numeri eodem modo proportionatas, ita quod conditio diuisionis nihil addit in difficultate nisi in certis casibus terminatæ quantitatis.

84 Cùm diuiseris numerum in partes per numerum, & post per plus aut minus, erit proportio differentiæ aduentus secundi, ad primum, veluti totius diuisoris ad primum diuidentem Exemplum diuido 12.per 4. exit 3. diuido modo per 4. p̄. 2. exit 2. differentia est 1. qui est medietas de 2. & tertia pars de 3. ita 2. additum ad diuisorem est medietas de 4. primi diuisoris: & tertia pars de 6. secundi diuisoris: sicut igitur prouentus secundi ad primum, diuisoris primi ad secundum & econuersò si quis igitur dicat diuisi rem per 4. & prouenit decima census: quod si diuiderem per 6. erit per regulam 6. ad 4. veluti decimi census ad prouentum secundum fac per regulam trium & exibit $\frac{1}{15}$ census: & si dicat vellem diuidere per 3. eodem modo sicut 3. diuisoris secundi ad primum diuisorem 4. ita decimæ census prouentus primi ad prouentum secundum duc 4. in decimam census fit $\frac{4}{10}$ diuide per 3.exit $\frac{2}{15}$ census. Ex hac regula diuides per p̄. & m̄. ad libitum.

85 Omnium quatuor, quantitatum continuæ proportionalium proportio aggregati earum ad coniunctũ ex secunda & tertia, est veluti primæ & tertiæ simul ad secundam vt 8. 12.18. 27. aggregatum 65. aggregatum ex secunda & tertia 30 proportio 65. ad 30. veluti 26. aggregati ex prima & tertia ad 12. quantitatem secundam & similiter proportio tertiæ & quartæ ad primam & secundam veluti tertiæ ad primam superiùs etiam generalius hoc diximus experiare,à coniuncta enim proportionalitate pendet.

86 Prouentus vnius quantitatis diuisæ per quotlibet quantitates, siue continuæ siue incontinuæ proportionales, sunt eodem modo proportionales.

87 Si fuerint 4.quantitates incontinuæ tamen proportionales, quarum superficiales numerus primæ in secundam, æquetur quadratis tertiæ & quartæ pariter acceptis, erunt quadrata primæ & secundæ inuicem ducta,tantum quantum quod fit ex earum superficie in quadrata tertiæ & quartæ pariter accepta. Exemplum 4. & 2. sunt in proportione dupla ℞. 40. & ℞. 10. similiter ex trigesima regula huius: igitur cum ℞. 40. in ℞. 10. producat 20. qui est æqualis quadratis 4. & 2. pariter acceptis, dico quod quadrata ℞. 40. & ℞. 10. inuicem ducta & sunt 400. æquantur ductui eius quod fiebat ex ℞. 40. in ℞. 10. & fuit 20. in quadrata 4. & 2. pariter accepta nam 20.in 20.producit 400.

Cùm fuerint 4.quantitates continuæ proportionales, quod ex ductu primæ in secundam & producti in tertiam ac iterum producti in quartam æquum erit ductui superficialis numeri producti ex prima in quartam, & secunda in tertiam veluti 8.12. 18. 27. duco 8. in 12. fit 96. & hoc in 18. fit 17. 28. hoc. iterum in 27. fit 46656. duco 8. in 27. fit 216. & iterum 12. in 18. fit 216. duco 216. in 216. & fit 46656. 88

Cùm fuerint 4.quantitates quomodolibet sumptæ erit quadratum aggregati earum æquale quadratis singularum partium & ductui vniuscuiusque in reliqua omnes, verificatur & hoc in omnibus quantitatibus & pendet ex quinquagesimatertia regula ibi habes exemplum de 5. 3. 2. 89

Omnium trium quantitatum continuæ proportionalium cubus secundæ quantitatis, est æqualis ductui omnium quantitatum inuicem: veluti 4. 6. 9. cubus 6. est 216. duco 9. in 6. fit 54. duco 54. in 4. fit 216. 90

Omnium trium quantitatum continuæ proportionalium ex quarum diuisione alicuius numeri prouentus congregati ipsarum aggregato æquari debeat, media illius numeri radix erit nam est eædem necessariò eueniunt quantum aggregatum est idem ex supposito, & proportio exeunti eadem ex regula quadragesima nona, quare cum semper productũ ex primo in tertium sit æquale quadrato secundi ex his quæ dicentur in regula 3. quantitatum igitur cōuenit vt medius sit radix numeri diuidendi. 91

Cùm fuerint aliquot quantitates quomodolibet inuicem ductæ, si productum diuidatur per vnam reliquarum, productum adueniet: veluti 3. 5. 7. producunt 105. igitur diuiso 105. per 7. exit productum 5. in 3. quod est 15. & diuiso 105. per 5. exit productũ de 7.in 3.quod est 21.& ita de omnibus. 92

Et similiter deriuatur hoc quod cum fuerint tres quantitates continuæ proportione, quod fit ex duabus maioribus iunctis in minorem duarum, Idem fiet ex duabus minoribus iunctis in maiorem, veluti 12. 6. 3. & 10. & 5. iunge 12, & 6. fit 18- duc in 5. fit 90. & sic ex 3.& 6. iunctis in 10. fit etiam 90. 93

Pendet hæc ex dicendis in regula 3.cum fuerint tres quantitates continuæ proportionales, quod ex ductu vniuscuiusque partis in alteram fiet, si diuidatur per duplatum aggregatum omnium, exibit secunda quantitas, veluti 4.6.9. productum 9. in 4. & 6. est 90. & 6. in 4.& 9. est 78. & 4. in 9. & 6. est 60. iunge fiunt 228. diuide per duplum aggregati quod est 38. 6. quantitas secunda. 94

Sunt

95 Sunt & numeri climaterici à septem climatibus deducti auerroès ita existimat hominibus perniciosi, nos autem in libro de rerum varietate declarauimus non 7. sed 20. & 9. esse considerandos, veluti 20. 40. 60. 80. & 9. 18. 27. 36. propterea 63. & 80. & 81. sunt valde perniciosi cum duæ numerorum series maleficæ cohæreant in ætate deffecta.

96 Sunt & qui oblectentur puerilibus numeris aut distinctis aut similibus veluti 222222. vel 353535. quos multiplicando aduenire desiderant, hoc si diuiseris numeros habebis ex quorum multiplicatione proueniant stultum est enim talibus nugis operam dare.

97 Cùm volueris diuidere numerum aliquem in duas partes tales quod diuisâ vtrâque parte per reliquam exeuntia iuncta faciant vt pote 4. vel alium numerum, tunc diuides 4. vel numerum quem euenire desideras in duas partes tales quod inuicem multiplicatæ producant vnitatem, & tales partes erunt prouentus partium numeri primo propositi se mutuò diuidentium. Exemplum diuide 12. in duas partes ex quarum mutua diuisione proueniat 5. $\frac{1}{5}$ tunc diuide 5 $\frac{1}{5}$ quod vis prouenire in duas partes quæ inuicem multiplicatæ producant 1. & tales erunt 5. & $\frac{1}{5}$ nam 5. & $\frac{1}{5}$ inuicem ductæ faciunt 1. dico igitur quod prouentus partium 12. mutuo se diuidentium aggregantes 5 $\frac{1}{5}$ in prima sui diuisione producent 5. & $\frac{1}{5}$ & erunt 10. & 2.

98 Cùm volueris diuidere 12. gratia exempli in duas partes ita quod maiorem diuisa prodeat aliquis numerus puta 5. tunc adde semper 1. ad numerum quem prouenire desideras & per ipsum diuide diuidendum, qui exit est minor pars quâ detractâ à numero diuiso relinquitur maior Exemplum volo vt ex diuisione maioris partis 12 per minorem exeat 5. addo 1. ad 5. fit 6. diuido 12. per 6. exit minor pars quæ est 2. hanc subtraho ex 12. remanent 10. diuiso igitur 10. per 2. exit 5. & ita per hanc & præcedentem potes diuidere quemlibet numerum in duas partes tales quod vna per alteram diuisa prodeant duo numeri aggregantes quemvis numerum operando primo per præcedentem deinde per hanc.

99 Cum diuiseris vnum numerum per alium: & diuiseris vnum numerum per alium tertium numerum per prouentum, & hunc prouentum vltimum addideris tertio numero, & totum diuiseris per primum diuiseris per primum diuisorem: quod exit est tantum quantum aggregatũ prouentuum tertij numeri diuisi per primum & secundum. Exemplum sit 24. quem volo diuidere per 2. & 3. diuido 3. per 2. exit 1. $\frac{1}{2}$. diuido 24. per 1. $\frac{1}{2}$ exit 16. addo 16. & 24. fiunt 40. diuid 40. per 2. exit 20. & tamen prouenit diuiso 24. per 3. & per 2. exeunt enim 12. & 8. quæ iuncta faciunt 20. & idem procedit si diuideres 2 per 3. exit $\frac{2}{3}$ diuide 24. per $\frac{2}{3}$ exit 36. adde ad 24 fit 60. per 3. exit 20. vt prius. Et ita in

24
2 3
1 $\frac{1}{2}$
16
40
2
———
20
———

denominationibus volo diuidere 1. cu. pe 1. ce. p̄. 1. co. & per 1. co. p̄. 1. diuido 1. ce. p̄. 1. co. p̄. 1. exit 1. co. diuido 1. cu. per 1 co. exit 1 ce. addo ad 1. cu. fit 1 cu. p̄. 1. ce. diuido 1. cu. p̄. 1 ce. per 1. co p̄. 1. exit 1. ce. & hoc est quod prouenit ex aggregato prouentus 1 cu. diuisi per a. ce. p̄. 1 co. & 1 co. p̄. 1.

1 cu.
1. ce. p̄. 1. co. 1. co. p̄. 1.
1 co.
1 ce.
1 cu. p̄. 1 ce.
1 c. p̄. 1.
———
1 ce.

Cùm volueris diuidere numerum vt partes certum multiplicatæ producant numerum quadra medietatem illius numeri diuidendi & à producto auferes numerum quem vis producere & ℞ residui addita & diminuta à dimidio constituit tales pirtes. 100

Veluti volo diuidere 7. in duas partes quæ inuicem multiplicatæ producant 10. diuido 7. per æqualia fiunt 3 $\frac{1}{2}$ quadrato 3 $\frac{1}{2}$ fit 12. $\frac{1}{4}$ detraho 10. remanent 2 $\frac{1}{4}$ capio radicem 2 $\frac{1}{4}$ & est 1 $\frac{1}{2}$ detraho à 3 $\frac{1}{2}$ fit 2. addo ad 3. $\frac{1}{2}$ fit 5. & ita partes quæ multiplicatæ producunt 10. sunt 5. & 2.

Et ex hoc sciemus diuidere numerum in 101
duas partes quarum quadrata iuncta faciant determinatum numerum quadrabimus enim diuidendum & ab eo quadrato auferemus numerum quẽ volumus quod aggregent quadrata partium & residuum diuidemus per æqualia deinde per præcedentem taliter diuidemus numerum diuidendum quod partes inuicem multiplicatæ producant illam medietatem tales partes erunt quæsitæ videlicet quarum quadrata iuncta facient numerum propositum.

Exemplum volo diuidere 7. in duas partes quarum quadrata faciant 29. quarto 7. fit 49. detraho 29. remanent 20. diuido 20. fiunt 10. tunc per præcedentẽ diuidam 7. in duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 10. & tales erunt 5. & 2. igitur 5. & 2. erunt partes quæsitæ quarum quadrata iuncta sunt 29.

Et ex his habebimus duos numeros quo- 102
rum quadrata iuncta faciunt certum numerum, & ex ductu vnius in alterum quicunque alius numerus producatur vt volo duos numeros quorum quadrata iuncta sint 30. & productum vnius in alterum sit 9 $\frac{1}{2}$ duplica 9 $\frac{1}{2}$ fit 19 adde ad 30. fit 49. accipe ℞. quæ est 7. tunc per centesimam regulam diuides 7. in duas partes quæ inuicem multiplicatæ producant 9 $\frac{1}{2}$ & tales erunt quantum quadrata iuncta faciunt 30. & ita faciliter soluitur quæstio quæ per algebram est difficilior, potest etiam solui per quantitatem surdam.

Et ex hoc etiam habebimus quod si quis 103
dicat diuide gratiâ exempli 10. in duas partes ita quod aggregatum prouenientium ex mutua diuisione, cum diuiserit quadrata vtriusque partis, prodeuntia faciant iuncta puta 16. sufficit diuidere 10. in duas partes quæ inuicem ductæ faciant 16. & tales erunt 8. & 2. ex quarum mutua diuisione producitur aggregatum 4. $\frac{1}{4}$ cum igitur diuiseris quadrata 8. & 2. & quæ sunt 64. & 4. per

per $4\frac{1}{4}$ & exeuntia iunxeris fiet aggregatum 16. vt patet.

104 Cum fuerint quotlibet quantitates proportionales continuæ vel incontinuæ, tantum producitur ex extremis inuicem ductis quantum ex intermediis: veluti sint. 16. 24. 36. 54. 81. tantùm fit ex 16. in 81. & est 1296. quantùm ex 24. in 54. & quantùm etiam ex 36. in se, nam omnibus modis producitur 1296. & ita 4. & 3. & 20. & 15. multiplica 4. in 15. fit 60. & 3. in 20. fit idem ideò, si fuerint tres quantitates continuæ proportionales tantum producitur à media in se ipsam quantum ex extremis inuicem: veluti 4. 6. 9. tantum facit 4. in 9. quantum 6. in se, & ita de aliis & ex hac orta est regula 3. quantitatum ad mercaturas vtilis & tenet regula hæc generaliter in omni proportione.

105 Cum quadruplum producti ex duabus quantitatibus inuicem ex totius quadrato detraxeris residui ℞. est differentia illarum, veluti productum 5. in 3. est 15. quadruplum eo. detrahe à quadrato aggregati 5. & 3. quod est 8. cuius quadratum est 64. remanent 4. cuius ℞. est 2. differentia.

106 Maiore duarum quantitatum diuisa per minorem, & exeunte multiplicato per maiorem, productum est æquale ei quòd aduenit diuiso quadrato maioris per quantitatem minorem: veluti capio 10. & 2. diuido 10. per 2 exit 5. multiplico 5. in 10. fit 50. & tantum prouenit diuiso quadrato 10. quod est 100. per 2.

107 Cùm diuiseris totum per suas partes, & prouenientia iunxeris erit prouentuum aggregatum maius aggregato prouentuum partium se mutuo diuidentium semper in 2. exemplum 3. & 12. conponunt 15. diuide 15. per 3. exit 5. & per 12. exit $1.\frac{1}{4}$ iunge 5. & $1\frac{1}{4}$ fiunt $6.\frac{1}{4}$: & ideo diuisis 12. per 3. & 3. per 12. exibit $4\frac{1}{4}$ quod est minus quam $6\frac{1}{4}$ in 2. & hoc erat quod volumus.

108 Cúmque volueris numerum diuidere vt productum certam proportionem obtineant ad diuisionem vnius partis per alteram, veluti volo diuidere 100. in duas partes ita quòd vnâ multiplicatâ per aliam, fit nonupla ad id quod fit diuisâ vnâ per aliam tunc minor pars erit ℞. illius proportionis, & ideò cum ℞. nonuplæ sit 3. erit minor pars 3. & maior 97. vnde multiplicato 97. per 3. fit 291. diuiso 97. per 3. exit $32\frac{1}{3}$: & 291. ad $32.\frac{1}{3}$ est in proportione nonupla.

109 Cùm autem volueris inuenire duos numeros ex quorum multiplicatione proueniat puta 14. & differentia quadratorum sit 45. gratiâ exempli. diuide differentiam quæ est 45. fit $22.\frac{1}{2}$ quadra fit $506.\frac{1}{4}$: quadra 14. fit 196. iunge simul fiunt $702.\frac{1}{4}$. accipe ℞. $702.\frac{1}{4}$ & est $26.\frac{1}{2}$. adde eam dimidio differentiæ & est $22\frac{1}{2}$. fiunt 49. cuius ℞. est 7. & 7. est maior numerus diuide igitur 14. per 7. exit 2. & 2. est minor, & ambo producunt 14. inuicem multiplicati & differentia quadratorum est 45. vt propositum est.

110 Cùm volueris diuidere numerum in duas partes ita quod aggregatum ex quadratis ambarum, excedat productum vnius in alteram, in certo numero, veluti volo diuidere 10. ita quòd quadrata partium simul iuncta faciant 37. plus producto vnius in alteram, diuide 10. fit 5. multiplica in se fit 25. subtrahe 25. ex 37. remanent 12. hunc semper diuide per 3. exit 4. cuius ℞. addita & detracta ex 5. facit 7. & 3. partes quæsitas.

Sint tres numeri vtpote 17. 13. 5. & velim diuidere 13. in duas partes, ita quod vna diuisa per aliam prouentus iuncti faciant numerum qui ductus in 5. producat 27. tunc dices igitur diuidendo 17 per 5. exibit $3\frac{2}{5}$ & hoc erit aggregatum prouentuum, dices igitur per regulam nonagesimamseptimam huius capituli diuide 13. in duas partes ex quarum mutua diuisione prouentus aggregati faciant $3.\frac{2}{5}$ & hic modus regrediendi est valde vtilis in operationibus algebræ. 111

Si quis assumat tres numeros vtpote 10. 24. 102. & dicat diuide 10. in duas partes ex quarum mutua diuisione prodeant duo alij numeri diuidentes 24. in duas partes aggregantes 102. tunc diuide vltimum numerum qui est 102. per secundum qui est 24. exit $4.\frac{1}{4}$. deinde diuide 10. in duas partes ex quarum mutua diuisione consurgit $4.\frac{1}{4}$ per regulam nonagesimamseptimam huius capituli & tales partes erunt 2. & 8. diuide mutuò consurgunt 4. & $\frac{1}{4}$ diuide 24. per $\frac{1}{4}$ exit 96. diuide 24. per 4. exit 6. iunge 6. ad 96. fiunt 102. quod est propositum. 112

Quadrata duorum numerorum iuncta æqualia sunt ductui aggregati ex diuisione mutua in productum vnius in alterum: veluti 4. & 6. iungo quadrata illorum faciunt 52. diuido 4. per 6. exit $\frac{2}{3}$: & diuido 6. per 4. exit $1\frac{1}{2}$: iungo fiunt $2\frac{1}{6}$ duco $2\frac{1}{6}$ in 24. quod est productum 4. in e. fiunt 52. vt prius. 113

Cum fuerint duo numeri sola vnitate differentes & maior per minorem diuisus fuerit, exiens tantùm facit aggregatus maiori quantum in maiorem multiplicatus: veluti diuido 5. per 4. exit $1.\frac{1}{4}$ qui additus ad 5. vel in eum multiplicatus facit idem quod est $6.\frac{1}{4}$. 114

Et his duabus regulis formari possunt diuersi casus, & impossibiles, qui tamen ignoratis his regulis possibiles existimabuntur.

Si fuerint duo numeri vt pote 24. & 10. & detrahatur minor à maiore vtpote 10. a 24 fiet 14. residuum: quòd si detrahatur a quadrato dimidij minoris demptâ vnitate & est 16. nam est dimidium 10. demptâ vnitate remanet 4. cuius quadratum est 16. dempto igitur 14. residuo à 16. remanent 2. cuius 6. acceperis ℞. & addideris ad medietatem 10. p̄. 1. & est 6. fiet 6. p̄. ℞. 2. & detraxeris à medietate 10. m̄. 1. & est 4. fiet 4. m̄. ℞. 2. & differentia 6. p̄. ℞. 2. & 4 m̄. ℞. 2. est 2. p̄. ℞. 8. dico igitur quod multiplicando 6. p̄. ℞. 2. in 4. m̄. ℞. 2. & addendo differentiam quæ est 2. p̄. ℞. 8. producetur 24. qui est numerus maior, ducere autem 4. m̄. ℞. 2. in 6. p̄. ℞. 2. & addere differentiam non est nisi detrahere diffe- 115

rentiam

rentiam quæ est 2.p̃.℞.8.ex 24.& remanebit productum 4:m̃.℞.2.in 6.p̃.℞.2.& hoc nota detrahe igitur 2.p̃.℞.8.ex 24. fit 22.m̃.℞.duco 6.p̃.℞.2.in 4.m̃.℞.2.fit 22.p̃.℞.32.m̃.℞.72.sed 22.p̃.℞.32.m̃.℞.72.est 22.m̃.℞.8.quia detractâ ℞.32. ex ℞.72. relinquitur ℞.8.per dicta in capitulo de subtractione surdorum.

116 Si sint duo numeri vtpote 24.& 10. & velis diuidere 24. in duas partes in quarum medio cadat 10. in continua proportionalitate, quadra dimidium maioris quod est 12. fit 144. detrahe quadratum minoris quod est 100. remanet 44. cuius ℞. addita ad 12. & diminuta faciet duos numeros inter quos 10. cadit in medio in continua proportionalitate, & erunt 12.p̃.℞.44.& 10.& 12.m̃.℞.44. quare producto 12.p̃.℞.44.in 12.m̃.℞.44. fiet quadratum 10. quod est 100. & ita patet quod eadem operatione diuisisti 24. in duas partes quarum multiplicatio tantùm facit inuicem quantum minor quantitas in se ducta.

117 Cùm fuerint duo numeri quorum maiorem in duas diuidere volueris partes, quarum quadrata iuncta æqualia sint quadrato minoris numeri: tunc detrahe quadratum dimidij maioris à duplo quadrati dimidij minoris, & residui ℞. iuncta & detracta à dimidio maioris perficiet partes. Exemplum sint 14.& 10.volo diuidere 14. in duas partes quarum quadrata faciant iuncta 100. quod est quadratum 10.diuido 14.fit 7. diuido 10. fit 5. duco 7.in se fit 49.duco 5.in se fit 25.duplico 25. fit 50.detraho 49.ex 50.remanent 1. accipio eius ℞. quæ est 1.quam addo ad 7.detraho à 7.fiunt partes illæ 8.& 6.

118 Cùm aliquis numerus numerat totum numerabit dimidium & quartam partem, & octauam partem, & sic in infinitum, & ita duplum quadruplum octuplum & sic in infinitum: veluti 3.numerat 15. per 5. numerabit & $7.\frac{1}{2}$ per $2\frac{1}{2}$: & $3\frac{3}{4}$ per $1\frac{1}{4}$: & $1\frac{7}{8}$ per $\frac{5}{8}$: & ita numerabit etiam 30. per 10.& 60.per 20.quare ex hoc sequitur.

Quòd si sint 6.cu.m̃.4.ce.æqualia 34.co.p̃.24. igitur erunt 6.cu.m̃.4.ce.p̃.34.co.p̃.24.duplum de 6.cu.m̃.4.ce.addo igitur 24. ce. communiter, & est addere 12.ce.vnicuique parti: fiet totum 6.cu.p̃.20.ce.p̃.34.co.p̃.24. hoc autem potest diuidi per 3.co.p̃.4.& exeunt 2.ce.p̃.4.co.p̃.6. quare numerabit 3.co.p̃.4.dimidium eius etiam quod fuit 6.cu p̃.8.ce per dimidium quod est 1 ce.p̃.2.co.p̃.3.sed 3.co.p̃.4. numerant 6.cu.p̃.8.ce.per 2.ce.ex suo capitulo: igitur 2 ce.æquantur 1.ce.p̃.2.co.p̃.3.igitur 1.ce.æquatur 2.co.p̃.3.igitur tandem à primo ad vltimum si 6.cu.m̃.4.ce. æquantur 34.co.p̃.24.erit 1 ce. æqualis 2.co.p̃.3.igitur res valet 1.p̃.℞.4. si igitur 6.cu. æquantur 4.ce.p̃.34.co.p̃.24. valor rei est 1 p̃.℞.4.& est 3.

Omnis etiam numerus numerans totum & detractum numerat residuum. veluti si 4. numerat 24.& 16. numerabit etiam residuum quod est 8.

119 Cùm volueris diuidere aliquem numerum in duas partes ita vt quadrata iuncta cum multiplicatione vnius in alteram faciant aliquem numerum puta 28. tunc quadra illum numerum qui sit puta 6.fit 36.& ab eo detrahe 28.remanent 8. deinde quadra dimidium maioris radicis id est 6. cuius dimidium est 3. fit 9. ab eo detrahe 8. remanet 1.cuius ℞.est 1.addita ad 3 facit 4. dempta à 3.facit 2. & ita diuisimus 6. in 4. & 2.quorum quadrata iuncta sunt 20. additâ multiplicatione 2.in 4.fit 8. totum igitur 28.

120 Cùm volueris diuidere aliquem numerum in 4.partes quarum quadrata, sint dupla ad quadrata reliquarum partium: tunc differentia intermediarum quantitatum est æqualis minori quantitati exemplum diuide 15. in 4. quantitates quarum quadratum duarum iuncta sint duplum quadratis reliquarum duarum, tunc vides quòd illæ partes sunt 7.4.3.1. & ita quadrata 7.& 1. iuncta sunt 50.& quadrata 4.& 3.iuncta sunt 25. quod est dimidium de 50. igitur differentia 4.& 3. est 1.& 1. etiam est quantitas minor, & hæc regula non tenet nisi in integris & non tenet etiam in conuersis.

121 Cùm autem volueris diuidere numerum vt quod fit ex ductu ℞.partium inuicem impleat aliquem numerum, veluti volo diuidere 20.ita quod ℞.partium inuicem ductæ faciant 8. tunc quadrabis dimidium 20.& est 10.fit 100. à quo deme quadratum 8. quod est 64. remanet 36.cuius ℞. est 6.quæ addita ad 10. dimidium 20.& detracta facit 16.& 4. numeros componentes 20.quorum ℞.inuicem ductæ producunt. 8.

122 Cùm volueris diuidere numerum puta 10. ita quod partes inuicem ductæ faciant aliquem numerum, plus suâ radice, vtpote 6.p̃.℞.6. multiplica dimidium diuidendi in se quod est 5.in se facit 25.à quo auferes 6.p̃.℞.6.remanebunt 19.m̃.℞.6. cuius cacipe ℞,V.& est ℞.V.19.m̃.℞.6.hanc & edda minue à 5.quod est medietas fient dictæ partes 5.p̃.℞.V.19.m̃.℞.6.& 5.m̃.℞.V.19.m̃.℞.6., & hæc inuicem ductæ faciunt 6.p̃.℞.6.& iunctæ etiam faciunt 10.& ita in reliquis.

123 Differentia duorum numerorum diuisa per aggregatum radicum producitur radicum differentia, & è eontra: vnde ductis inuicem differentia duarum radicum cum aggregato earundem producitur differentia numerorum, veluti si quis dicat diuide 10. per 3.p̃.℞.19. respondebis quod exibit ℞.19.m̃.3. nam 10.est differentia inter 19.& 9. quarum radices sunt ℞.19.& 2. igitur diuiso 10. qui est differentia numerorum, per aggregatum ℞.9.& 9.& est 3.p̃.℞.19. prouenit differentia radicum 19.& 9.& est ℞.19.m̃.3. quare patet exemplum.

124 Cùm volueris diuidere 34. ita quod residua radicum sint 2.quadrabis 2. fit 4.detrahe ex 34.fit 30.diuide 30.fit 15. multiplica in se fit 225.dimidia etiam 34.fit 17. quadra fit 289.detrahe 225.ex 289. remanent 64.cuius ℞.est 8.addita ad 17. dimidium diuidendi & detracta ostendit 25.& 9.partes 34. quarum radices differunt in 2.cumque

in aliqua regula ex omnibus his quæstio ad finem non potest deduci nec in numeris, nec in surdis, tunc talis quæstio est impossibilis quare aduerte.

125 Cùm volueris diuidere 10. ita quod radices partium iunctæ faciant 4. exempli gratiâ: multiplica 4. in se fit 16. detrahe 10. remanent 6. diuide 6. fit 3. multiplica 3. in se fit 9. multiplica etiam 5. dimidium maioris in se fit 25. detrahe 9. à 25. remanent 16. cuius ℞. est 4. quæ addita & diminuta à 5. facit 9. & 1. quorum radices iunctæ sunt 4.

126 Cùm fuerint duæ quantitates à quarum maiore detractis aliquot radicibus, tantum producatur quantum additis totidem radicibus minori, tunc numerus productus est medio modo proportionalis, & è contra: veluti capio 25. & 9. & aufero duas ℞.25. & sunt 10. remanent 15. & adde duas ℞.9. ad 9. fit 15. igitur 9. & 25. sunt habentia 15. medio in continua proportionalitate, & ita 4. & 10. & 25. sunt continuè proportionalia, & ideò 10. est 3. ℞. m̄. de 25. & 3. ℞. p̄. de 4. nam ℞. 25. est 5. & triplum est 15. detractum à 25. remanent 10. & ℞. 4. est 2. triplum est 6. additum ad 4. facit 10.

127 Et ponamus quod diuidam aliquem numerum puta 12. in 8. & 4. gratiâ exempli, ex quorum diuisione mutua prodeunt 2. & $\frac{1}{2}$: nam 8. diuisum per 4. producit 2. & 4. diuisum per 8. producit $\frac{1}{2}$: deinde accipe quemuis numerum vtpote 40. dico quod aggregatum ex quadratis partium prioris numeri id est 4. & 8. & est 80. diuisum per aggregatum prouentuum quod est $2\frac{1}{2}$: & est 32. nam diuiso 80. per $2\frac{1}{2}$ exit 32. dico igitur quod proportio 40. numeri assumpti vltimo ad ipsum 32: est veluti aggregati prouentium 40. diuisi per 8. & 4. & est 15. ad primum numerum qui fuit 12. nam 40. ad 32. est sexquiquarta sicut 15. ad 12.

128 Cum diuiseris vtpote 20. per 4. erit 5. & similiter multiplicato 20. per 4. fiunt 80. dico quòd tantum faciet ducere 5. in 80. quantum 20. in se: nam vtroque modo producitur 400. & similiter tantùm faciet diuidere 80. per 5. quantum ducere minorem quantitatem in se nam vtroque modo prouenit 16.

129 Si duæ quantitates vnam multiplicent aggregatum vero productorum ab illarum producto diuidatur, erit prouentus adueniens æqualis aggregato prouenientium ex illa quantitate diuisa per ambas: veluti habeo 5. & 3. quos multiplico in 7. fiunt 56. prouenienti iuncta deinde multiplico 3. in 5. fiunt 15. diuido 56. per 15. exeunt $3\frac{11}{15}$: & tantum proueniet diuiso 7. per 3. & per 5. & iunctis prouenientibus nam diuiso 7. per 3. exit $2\frac{1}{3}$: & diuiso 7. per 5. exit $1\frac{2}{5}$ qui iuncti faciunt $3\frac{11}{15}$.

130 Cum aliquis numerus in seipsum cubicæ ducitur, tantum fit quantum ex partibus suis cubicæ ductis, atque vtraque earum in alterius quadratum semel, & in superficiem vnius in alterum bis: vnde manifestum est cubum totius æqualem esse cubis ambarum partium & ductui vtriusque partis in alterius quadratum triplicato, veluti fit 10. cuius cubus est 1000. & diuidatur 10. in 7. & 3. deinde cubetur 7. fit 343.

10	1000	
7	7	Partes
343	27	cubi
49	9	quadrati
3	7	Partes
147	63	productum
441	189	triplum
343		
27		
441		
189		
1000	Summa	

cubetur 3. fit 27. iunge fiunt 370. deinde quadra 7. fit 49. multiplica per 3. fit 147. triplica fit 441. adde ad 370. fiunt 811. deinde quadra 3. fit 9. duc in 7. fit 63. triplica fit 189. adde ad 811. fiunt 1000. præcisè.

Ex hoc patet quod cubus numeri maioris superat cubum minoris in cubo differentiæ, & triplo eius quod fit ex quadrato differentiæ in minorem numerum & quadrato minoris numeri in differentiam. 131

Cubus medietatis alicuius numeri excedit productum ex maiore parte illius numeri in quadratum partis minoris, in eo quòd componitur ex minore in quadratum differentiæ & differentia in quadratum dimidij, exemplum diuido 10. in duas partes æquales & fit 5. & duas inæquales & sint 7. & 3. dico quod cubus 5. & est 125. excedit productum 7. in quadratum 3. quod est 9. & est 63. in producto differentiæ quæ est 2. in quadratum dimidij quod est 25. & fit 50. & producto minoris partis quæ est 3. in quadratum differentiæ quod est 4. & est 12. nam 50. & 12. faciant 62. quæ iuncta cum 63. faciunt 125. & ita in aliis. 132

Cubus medietatis exceditur à producto minoris partes in quadratum maioris, ab eo quod fit ex differentia in quadratum medietatis, detracto eo quod fit ex maiore parte in quadratum differentiæ, igitur cubus medietatis cum eo quod fit ex quadrato medietatis in differentiam, æquatur producto minoris partis in quadratum maioris, & ex maiore in quadratum differentiæ veluti 7. in se facit 49. & 3. in 49. facit 147. & 7. in 4. quod est quadratum differentiæ facit 28. adde ad 147. fit 175. & tantùm est cubus 5. & est 125. cum eo quod fit ex quadrato 5. in differentiam, quadratum 5. est 25. in 2. facit 50. additum ad 125. fit 175. 133

Cubus omnis medietatis æquatur producto partium inæqualium inuicem & in medietatem cum eo quod fit ex medietate in quadratum differentiæ veluti diuido 10. fit 5. item in partes inæquales fit 7. & 3. multiplico 7. in 5. fit 35. in 3. fit 105. & multiplico differentiam in se fit 4. & pòst multiplico 4. in 5. fit 20. adde ad 105. fit 125. & tantus est cubus 5. 134

Cùm

135 Cùm fuerint 3. numeri quorum primus sit maior secundo & volueris primum diuidere per talem numerum vt exiens æquetur tertio numero addito ei quod prouenit diuiso secundo per eundem diuisorem veluti sit 36. primus numerus 4. secundus 16. tertius volo diuidere 36. per talem numerum vt exiens æquetur 16. & ei quod prouenit diuiso 4. per eundem diuisorem tunc detrahe 4 secundum numerum ex 36. primo remanent 32. diuide 32. per 16. exit 2. numerus quæsitus nam diuiso 36. per 2. exit 18. & diuiso 4. per 2. exit 2. qui additi ad 16. faciunt 18.

136 Omnium duorum numerorum excessus quadrati maioris ad quadratum minoris tantus est quantus est numerus productus ex aggregato illorum differentiam eorundem veluti capio 7. & 4. quadratorum differentia est 33. nam quadratum 7. est 49. & quadratum 4. est 16. quorum differentia est 33. dico igitur quod 33. producitur ex aggregato 7. & 4. & est 11. in differentiam 7. & 4. & est 3. nam 3. in 11. facit 33. & ita de aliis.

CAPVT XLIII.

De Mysticis numerorum proprietatibus.

SVnt & diuinæ quædam numerorum virtutes religione ac rerum ipsarum ordine celebratæ, quas qui intelligit ad arcana secretiora penetrare poterit, vnde illa Hierarchiarum cœlestium diuina Dionysij Areopagitæ ennarratio explicari poterit: in genere autem sacri Codices hos celebrant numeros: In primis vnitatem provt superius explicauimus post. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 20. 21. 22. 24. 25. 30. 38. 40. 42. 46. 50. 60. 72. 77. 80. 83. 99. 100. 112. 120. 150. 153. 200. 300. 400. 500. 600. 666. 1000. 10000. 12000. 100000. 144000. 1000000. 100000000. 1000000000. Omnes autem numeri sunt 54. quos non ab re scire puto non solum ob Sacræ Paginæ intellectum & diuinæ Maiestatis reuerentiam, sed etiam ob futurorum euentuum cognitionem cum singula propria habeant significata 1. Deum propriæ ostendit atque quæ ex eo fidem, Baptisma, congregationem, pacem. 2. mandata, fœdus, Christi naturam: diuisionem bonorum & malorum 3. Diuinas personas, leges diuinam, moralem, naturalem, Christi mysteria & perfectionem omnem nam eo comprehenduntur principium medium finis futurum præsens præteritum dimensionis & animæ sufficientia. 4 in præfigurationibus Euangelistarum & sacri Codicis mysteriis tribuitur finem etiam nostrum quantum ex 4. coalescimus elementis, & in illa redimus, plagas etiam orbis. 5. in Mosayca perfectione, in vulneribus Christi: 6. eâ feriâ creatus mundus, Christus passus, eâ ætate in mundum venit: vitæque humanæ cursus demonstratur. 7. dona Spiritus sancti requiem & sabbatum vetus Testamentum & vniuersalem Ecclesiam. 8. futuræ resurrectionis ostendit mysterium, & beatitudinem. 9. ordines Hierarchiarum, & Christi passionem, & imperfectionem significat, quantum à denario deficit. 10. perfectionem signat, vnde numerus fuit præceptorum, & complementum ordinum cœlestium ostendit, vnde decima dragma humanum genus redimẽdum declaratur. 11. defectum & præuaricationem legis, & vocatos ad diuina nouissimè præsignat. 12. Apostoli, Patriarchæ, Principes, fontes, lapides à Iordane sublati in altari positi: Prophetæ iudicium sedebunt enim iudicaturi 12. domus Israël: vnde etiam cophinorum numerus superfuit in testimonium. 13. apparitionem Domini notat, Stella enim eo die apparente Magi adorauerunt. 14. Passionem Christi ex immolatione Agni, decimaquarta Luna Aduentum Domini in carne, & duplicata Spiritus sancti dona ostendit. 15. Ascensionem ad diuina ex gradibus in canticis Psalmorum, perfectionemque vitæ huius & complementum vtriusque Testamenti in Passione Domini. 16. Prophetas complectitur omnes, 4. maiores qui sunt Esaias, Hieremias, Ezechiel, Daniel, & 12. vocatos minores & choros merito Sanctorum vtriusque Testamenti. 17. lauacrum baptismi ex Noë figura diluuij. 18. perfectionem operum in triplici statu. 20. geminatam gratiam mandatorum Dei ex dilectione cum charitate, vt in Iacob ad labam designatur. 21. trium hebdomadum Danielis mysterium ostendit, subsidium diuinæ bonitatis post præteritas calamitates. 22. cognitionem perfectam diuinæ Scripturæ, nam totidem libris Testamentum vetus absoluitur. 24. mysteria superna ex laudantibus senioribus indicat, absolutúsque numerus est vtriusque Testamẽti sapientes ostendens. 25. Apostatæ à fide cognoscuntur vt Ezechielis. c. octauo. at 30. vitam connubialẽ sanctam attestatur, & maturam perfectionem operũ, & præciosam Christi venditionem insinuat. 38. imperfectam & languidam charitatem erga Deum, & homines, ostendit, infirmamque fidem vnde Plaraclitus 38. annis ad Piscinam sedebat. 40. omni expiationi accommodatur, Ieiunio, pœnitentiæ, vnde Quadragesima etiam ab hoc dicta, & omnia quibus expiatio fieri solet Quadragesimo absoluuntur vt etiam sic pestis contagione suspectos perfectis diebus 40. absoluamus 40. annis Propheta fletũ commemorat quasi expleto Iam expiationis tempore tẽpus liberationis à Domino iure debeat impetrari. 42. peregrinationem vitæ huius & seculi generationes & longanimitatem Dei in præferendis peccatis nostris ostendit: eò delata Ierosolyma vt in præfiguratione Leonum ostẽsum fuerat per Helisæum in Betel. 46. ædificationem Templi ex qua incarnatio ac generatio Christi designabatur nam 6. in 46. faciunt dies 276. at 50. est relaxationis. Vnde Iubilæus eo anno statuitur: plenissimámque quietem à resurrectionis die: promulgationẽ etiam Dei mandatorũ ostendit 60. est viduorum designatrix vt in parabola seminis & & perfectam mandatorum Dei custodiam demonstrat, constat enim ex. 10. ac. 6. multiplicatis. 72. Disipulorum Christi numerus non

absque mysterio, nam vt per superbiam in 72.linguas sermo in Babel diuisus est, ita per vnitatem fidei 72. Discipulis linguarum facta est vnitas, & cum innumeri legantur 70 viros electos quibus Deus spiritum infunderet ac 70.palmæ Discipulorum præfiguratrices, nihil hoc moueat cum veteris Testamenti imperfecta sit quædam imago, eius quod in nouo per gratiam perfici debuit. 77. summam peccatorum multitudinem & immensæ diuinæ misericordiæ testimonium figurat. 80. Circumcisionem antiquæ legis. 83. etiam illius Sacerdotium designat. 99. iustorum numerum quemadmodum in parabola ouium præfiguratur: vnde peccatorum iustificatorum adiecta prædita oue numeri perfectio in 100.ostenditur: per quem etiam virginitatis candor 112. post Resurrectionis redemptionem æternæ lætitiæ ac beatitudinis imago est: vnde etiam Psalmus ille iugiter Dominum à pueris edocet laudandum 120. non vitæ omnino sed potiùs pœnitentiæ expectatio est: vnde ad Noë non spiritum vltra id temporis in carne dimissurum promittit: fuit enim antequam fieri archa inciperet ad Noë admonitio hæc: porro arca 100. annis perfecta est: vt consummatio operum humanæ vitæ & mutatio seculi per hoc ostenderetur: est & in 120. complementum humani mysterij, cum ad diuina conuertitur: 120.annorum mortuus Moses, & in 120. homines primo cecidit Spiritus sanctus: tanta fuit altitudo Templi: habet enim perfectionem in vtroque Testamento cum ex naturali numerorum serie ad 15.vsque consurgat: mysterium etiam 150.psalmorum coæquatione, probat: & absolutionis peccatorum, tot enim diebus terra diluta à diluuio fuit 153. sanctam electorum Ecclesiam piscatione præfigurat 200. perfectionem omnem naturalis sapientiæ ostendit 300. crucis mysterium per thau designatũ: & liberationem ac victoriã per Gedeon demonstratam per Christũ expletam volunt: & quidam per 318. Abrahæ vernaculos Niceni Conciliũ quo hostilis hæresis fusa est designari, nam in eo totidem fuere Episcopi 400. duram seruitutem 500. quietis perfectionem figurat 600. completam humanorũ operum seriem atque vltimam perfectionem cõmonstrat sed 666. numerus totius perfectionis postquam Pseudo-propheta regnare ostenditur Maumethes, vnde Apocalypsis decimotertio numerus enim hominis est & numerus eius 666. verum dices Maumethes anno salutis 621. legem promulgauit anno 634. mortuus est potius vt in secundo astronomicarum lucubrationum demonstratum est anno salutis 619. & mortuus est sexcentesimotrigesimosecundo at plurimi existimant eum 63.vitæ anno vita functum: cum sexcentesimotrigesimosecundo annorũ esset 34. erit igitur vt 63. annus vitæ Maumethi sit 661. aut secundùm Euangelistam, igitur numerus perfectus pro imperfecto supponitur, aut vt ibidem dicitur hic sapientia est, quòd habet intellectum computet numerum bestiæ, sed de hoc in Christi, vita pleniùs differemus suo loco: satis nunc sit per bestiam Maumethem hoc certo argumento demonstrari: viuumque Prophetiæ spiritum tam euidenti euentu fidei nostræ fundamenta probare: ac librum illum Euangelistæ Ioannis esse genuinum. 1000. consumatam fœlicitatem & sæculi huius plenitudinem ac quasi solidam refert, est enim cubus 10. significat & temporum plenitudinem, vnde in Psalmis quod mandauit in mille generationes, copiosam etiam multitudinem & indefinitum numerum signat ac magnitudinem diuinæ potestatis, nam mille anni sicut dies hesterna.

Vt in Psalmis: caducam etiam nostram elationem paruifacit 10000. numerus exercitus est finitus: pro in determinata cœlestium agminum multitudine 12000. sacratus numerus electorum ex stirpe Abraham siue etiam Testamenti veteris sanctos, vnde duodecies congestus 144000. quasi numeratorum ostẽdit, quorum comparatione noui Testamenti infinita multitudo esse prohibetur, vnde ait post hoc vidi turbam magnam &c. 100000. verò & 1000000. numeri sunt maximè multitudinis ac perfectionis, porrò secundus mille quadratus est, vnde multiplicatam & completam perfectionem designat primus autem 10. constat miriadibus, vt infinitam illam multitudinem certâ perfectione adhuc multiplicatam esse cognoscamus 100000000. autem & 1000000000. maximam & extremam indicant potestatem, verum vltimus solidam atque perfectam: nam mille millia millium: millenarij cubus sunt: atque ex vno, decem litteris tanquam perfectis, triplicatâ perfectione perfecti per vnitatis simplicitatem, & numeri quandam humanam incomprehensibilitatem, vniuersa in Deo constare comprehendique ostendit: & sicut posteriores nouem litteræ ad primam comparatæ per se nihil sunt quæ à Deo ipso prodeunt quamquam immensâ eius bonitate maximam, & multitudinem & perfectionem ostendant, eius attamen comparatione nihil omnino sunt ac sine omni priuatâ virtute ad eius tantum ornamentum constituta creduntur vt quæ vnitate fuerat simplicissima Deitas, comparatione omnium aliorum infinita etiam esse cognoscatur.

Porrò cùm numerum inter hos maximos imperfectum videris perditorum multitudo ostenditur, quemadmodum ex occisis in castris Senacherib, & in pestilentia Dauidica præfiguratum est, nam sicut iustorum ordo est atque constitutus numerus ita perditorum inconstans & inordinata multitudo. Habent & numeri quos diximus ab vnitate ad 150. Psalmos, non solùm ad numeri naturam correspondentes ac coæquatos, veluti centesimus duodecimus Psalmus 112. numeri significationi conformis fit, verùm & ad impetranda à Deo postulata singularem gratiam habere creduntur: vt etiam scripsit Athanasius, verum quia de conformitate ac similitudine à Cassiodoro descripta, sunt licèt non tam vtilia euidentiora tamen sunt, & fidei nostræ simul Arcanum magnum atque testimonium.

CAPVT

Capvt XLIV.

De Irrationabilibus quantitatibus.

1 Est autem linea rationalis actu atque potentiâ vt 10. & omnis alius numerus ℞. autem 10. & omnium numerorum non quadratorum est irrationalis actu: attamen potentia rationalis. Irrationalis autem potentia & actu est ℞.℞. 10. & pleræque quantitates binomiales vt ℞. 3. p̃. ℞. 2. non tamen omnes nam ℞. 8. m̃. ℞. 2 potentia rationalis est, quoniam eius quadratum est ℞. 4. quod est 2. rationale.

2 Cùm autem numerus his conformis est lineis, easdem sumit proprietates, cùmque aliquis numerus in se ducitur quadratumque medietatis adiungitur, totius verò aggregati ℞. excipitur, ac ab ea dimidium numeri aufertur, quod relinquitur est maior pars numeri secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisi, veluti 10. quadratum est 100. quadratum medietatis 25. adde ad 100. fit 125. ℞. 125. m̃. 5. est maior pars 10. diuisi secundùm aliam proportionem, minor inuenitur factâ commutatione veluti hoc modo detrahe ℞. 125. m̃. 5 ex 10. fit per capitulum detractionum surdorum 15. m̃. ℞. 125. sunt igitur ex diffinitione illius diuisionis data sexto Euclidis 10. & ℞. 125, m̃. 5. & 15. m̃. ℞. 125. tres quantitates continuæ proportionales, quarum duæ minores iunctæ faciunt 10. & sequitur etiam ex regula quod maior quæ est 10. ducta in minorem quæ est 15. m̃. ℞. 125. tantùm facit quantùm media in se ipsam, poterat tamen inueniri ex algebra, sed hic modus est ei proprius.

3 Cum igitur addita fuerit maior portio toti lineæ adhuc numerus erit diuisus eâdem proportione, fietque quod fuerat totum portio maior, & additum minor, exemplum addo à 10. ℞. 125. m̃. 5. fiet 5. p̃. ℞. 125. diuisa eo modo cuius portio maior erit 10. & minor ℞. 125. m̃. 5 vnde ductis 5. p̃. ℞. 125. in ℞. 125. m̃. 5. fiet præcisè 100. quod est quadratum 10. & ita hæc additio procedit in infinitum.

4 Quòd si maiori parti dimidium totius addatur quadratum compositæ erit quincuplum ipsi quadrato dimidij, veluti in prima diuisione addo 5. ℞. 125. m̃. 5. fit ℞. 125. cuius quadratum medietatis, & verificatur etiam conuersum huius.

5 Quòd si minori portioni quantum est dimidium maioris adiiciatur erit quadratum compositi quincuplum quadrato dimidii maioris portionis, vt in exemplo minor portio fuit 15. m̃. ℞. 125. adde ei dimidium maioris fit 15. m̃. ℞. 125. p̃. ℞. V. 37. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. 781. $\frac{1}{4}$ ex cuius multiplicatione fiet necessario etiam per dicta de proportionalibus quantitatibus quincuplum quadrati ℞. V. 37. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 781. $\frac{1}{4}$ operare provt docui.

6 Et etiam erit quadratum totius cum quadrato minoris partis triplum quadrato maioris partis fuit totum 10. quadratum 100. minor pars 15. m̃. ℞. 125. quadratum 350. m̃. ℞. 112500. igitur totum 450. m̃. ℞. 112500. igitur quadratum maioris partis erit 150. m̃. ℞. 12500. quod triplicatum facit 450. p̃. ℞. 112500. quòd si rationalis linea diuidatur secundùm hanc proportionem fiet vtraque portio tàm maior quàm minor irrationalis ex speciebus residui.

In inuentione autem aliarum irrationaliũ & sunt binomiorum genera 6. residuorũ totidẽ medialis maior & minor duo bimedialia & duo residua potens in rationale & mediale & potẽs in duo medialia & duo residua quæ sunt 23. sequi debes capitulũ suum & ideò ponam vnum exemplum nam non intelligenti plura nihil proficient intelligenti autem vnum sufficit nam non quæruntur nisi ad scientiam contentorum in Euclide in 10. lib. at ibi Theorica earum habetur, practica hìc vnico colligitur exemplo. 7

Si fuerit binomii longior portio breuiore potentior augmento quadrati, lineæ eidem longiori communicantis in longitudine fueritque breuior ipsa positæ rationali communicans vocabitur binomium secundum requiruntur igitur ad hoc vt sit binomium secundum conditiones tres, nam in diffinitione vniuersali binomij data in proportione 30. decimi dixerat binomium ex duabus potentia tantum rationalibus cõmunicantibus constare, Quæro igitur numerum quadratum quid sit 4. aufero vnitatem fit 3. duco 4. in 3. fit 12. igitur 12. constat ex quadrato 3. qui est 9. & residuo ad quem 12. se habet sicut quadratus 36. ad quadratum 9. erit igitur ℞. 12. p̃. 3. binomium secundum & eius maior portio ℞. 12. Et minor 3 nam minor est rationalis quia numerus, & maior rationalis potentia tantùm & potentior minore in quadrato ℞. 3. commensurabili ℞. 12. cum conditionibus suis.

Circa autem has irrationales aduertendum est quòd ex quantitate rationali ducta in irrationalem semper producitur quantitas irrationalis. 8

Quòd si ducatur primum binomium in numerum vel non ducatur ℞. erit binomium. 9

Et ℞. binomij secundi per se vel ducti in numerum erit bimediale primum, ducamus igitur 3. in ℞. 12. p̃. 3. & fiet ℞. 108. p̃. 9. igitur erit ℞.℞. 108. p̃. 9. bimediale primum vel etiam ℞.℞. 12. p̃. 3. 10

Et similiter ℞. tertij est bimediale secundum. 11

Et ita linea maior est ℞. binomij quarti. 12

Et potens in rationale & mediale est ℞. binomij quinti. 13

Et potens in duo medialia est ℞. binomij sexti. 14

Et similiter diuiso quadrato binomij per lineam rationalem, adueniet binomium primum ex conuersione igitur cum inuentio binomiorum facilis sit non erit difficilis aliarum quinque irrationalium inuentio. 15

Omnes prætereà lineæ cuique ex 27. lineis communicantes ex illo genere existunt vnde vnâ habitâ infinitæ habebuntur intellige- 16

tellige igitur quòd omnis numerus communicans longitudine mediali numero est numerus medialis & ita de reliquis 26.

17 Cùm igitur residua omnia 11. linearum sint eadem per detractionem qualia illa per coniunctionem nota erunt omnia residua veluti residuum secundum est ℞. 12. m̃. 3. & ℞. 108. m̃. 7. & ita de aliis.

18 Et non est possibile alios numeros residuis adiungere vt fiant in natura in qua erant antequam subtractio fieret.

19 Cúmque ducitur numerus in residua per ordinem aut non ducitur ℞. productorum est residuum in ordine binomiorum residui primi residuum absolutè, secundi residuum mediale primum tertij residuum mediale secundum quarti linea minor, quinti linea vel numerus qui cum rationali componit mediale, sexti numerus qui cum mediali componit mediale, & ita 9. m̃. ℞. ℞. 108. erit residuum mediale primum & ita etiam diuisis productis per lineas rationales vel numeros exeunt residua sub ordine dicto.

20 Sunt etiam omnes hæ lineæ 26. demptâ lineâ diuisâ secundum proportionem habentem medium & duo extrema omnino inuicem incommunicantes atque ita constitutæ vt nulla sub alterius ordine constituatur veluti binomium non potest esse residuum nec binomium secundum nec linea medialis. Et nota quòd ex binomiorum exemplis colligitur Fratrem Lucam non sua sed aliena scripsisse, atque non probè intellecta ex quibus longè maior difficultas ex sua declaratione adducitur quàm in textu Euclides puro habeatur.

21 Cùm fuerit datus numerus & volueris eo supposito latera trigoni quadranguli exagoni decagoni & pentagoni inuenire pone quòd sit diameter & sit exempli gratiâ 10. diuide per æqualia & fit 5. latus exagoni.

22 Item duc in seipsum 10. fit 100. diuide fit 50. & ℞. 50. est latus quadrati.

23 Item duc 10. in se fit 100. duc 5. in se fit 25. detrahe à 100. fit 75. & ℞. 75. est latus trigoni.

24 Item diuide 5. in $2\frac{1}{2}$ & quadra vtrumque, & fiet totum $31\frac{1}{4}$ à quo detracto $2\frac{1}{2}$ fiet ℞. $31\frac{1}{4}$ m̃. $2\frac{1}{2}$ latus decagoni & hoc non est nisi diuidere semidiametrum secundùm proportionem habentem medium & duo extrema.

25 Vltimò quadra latus decagoni fiet $38\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $312\frac{1}{2}$ cui adde quadratum semidiametri quod est 25. fit $63\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $312\frac{1}{2}$ cuius ℞. est latus pentagoni, videlicet ℞. V. $63\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $312\frac{1}{2}$.

26 Circumferentiam habebis vt Archimedes docuit inter duas proportiones 22. ad 7. minorem, & maiorem tripla & 10. septuagesimis primis, Ita. enim inuenit eam Archimedes & ita posita diametro 10. habebimus latera hoc modo & periferiam.

Diameter 10. periferia inter 31. & $\frac{3}{7}$ & $31\frac{29}{71}$ trigonus ℞. 75. exagonus 5. quadratum ℞. 50. decagonus ℞. 31. $\frac{1}{4}$ m̃ 2 $\frac{1}{2}$ pentagonus ℞. V. 63. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 312. $\frac{1}{2}$ latera habent, vnde per regulam 3. supposita diametro quantùm vis reliqua sex subito inuenies.

Et similiter suppositâ diametro sphæræ 27
10. duc in se fit 100. diuide erit 50. eius ℞. est latus octocedri.

Item diuide 100. per 3. exit 33. $\frac{1}{3}$ eius 28
℞. est latus cubi.

Duplica etiam 33. $\frac{1}{3}$ fit 66. $\frac{2}{3}$ eius ℞. est 29
latus tetracedri.

Diuide etiam 100. per 5. exit 20. detra- 30
he radicem à 10. fit 10. m̃. ℞. 20. cuius dimidium est 5. m̃. ℞. 5. quadra fit 30. m̃. ℞. 500. adde 20. fit 50. m̃. ℞. 500. eius ℞. V. est latus ycocedri.

Diuide etiam ℞. 33. $\frac{1}{3}$ secundùm pro- 31
portionem habentem medium & duo extrema & erit eius portio maior ℞. L. 41. $\frac{2}{3}$ m̃. ℞. 8. $\frac{1}{3}$ latus duodecedri.

Diameter sphæræ 10. latus tetracedri ℞. 66. $\frac{2}{3}$ latus octocedri ℞. 50. latus cubi ℞. 33. $\frac{1}{3}$ latus ycocedri ℞. V. 50. ℞. 500. latus duodecedri ℞. L. 41. $\frac{2}{3}$ m̃. ℞. 8. $\frac{1}{3}$ Ex his apparet quòd latus ycocedri est linea minor & duodecedri residuum vnâ igitur ex his 6. lineis inuenta reliquæ per regulam trium haberi poterunt.

Et scias quod numeri propinqui diuisioni 32
secundum proportionem habentem medium & duo extrema augentur in infinitum semper appropinquando magis proportionaliter seruatâ differentiâ vnitatis veluti primo. 3. & 2. adde 2. ad 3. fit 5. ad 3. adde 3 ad 5. fit 8 ad 5 adde 5. ad 8 fit 13. ad 8. adde 8 ad 13. fit 21 ad 13. adde 13 ad 21 fit 34. ad 21. vnum duc 34. in 13. fit 442. duc 21. in se fit 441. componitur autẽ 34. ex 21. & 13.

Capvt XLV.

De Regula trium quantitatum.

HÆc vulgo dicitur regula del 3. & est clauis mercatorum.

Et fundatur in Euclide cum enim fuerint 1
4. quantitates quarum. proportio primæ ad secundam sit vt tertiæ ad quartam quod fit ex secunda in tertiam est æquum ei quod fit ex prima in quartam, igitur diuiso eo quod fit ex secunda in tertiam per primam exibit quarta exemplum si massa argenti ponderis 70. librarum venit 400. aureis quantum veniet massa 100. librarum primus terminus est 70. libræ secundus terminus est 400. aurei tertius terminus est 100. libræ quartus terminus est pretium quod quæritur ducto igitur secundo in tertium & diuiso per primum exibit pretium quæsitum, duc igitur 400. in 100. fit 40000. diuide per 70. exit pretium aureorum 571. $\frac{3}{7}$.

Cum autem fuerit proportio primi ad se- 2
cundum veluti tertij ad quartum siue Geometrica siue Arithmetica, exit proportio primi ad tertium sicut secundi ad quartum & dicitur permutata vt 6. ad 4. sicut 15. ad 10. igitur 6. ad 15. veluti 4. ad 10. & in Arithmetica 8. ad 6. veluti 12. ad 10. igitur 8. ad 12. veluti 6. ad 10. & similiter erit conuerso modo secundi ad primum veluti quarti ad tertium vt 6. ad 4. veluti 15. ad 10. igitur

10.

10. ad 15 vt 4. ad 6. & similiter in Arithmetica : & erit etiam coniuncto modo primi & secundi ad secundum veluti tertij & quarti ad quartum vt 6. & 4. sunt 10. ad 4. sicut 15. & 10. quæ sunt 25. ad 10. & similiter euerso modo vt coniuncti 6. & 4. ad 6. ita 15. & 10. ad 15. vtraque enim proportio superbi partiens tertias, & similiter diuisim primi ad secundum veluti tertij ad quartum igitur primi vel secundi ad residuum secundi & primi, sicut tertij vel quarti ad residui tertij & quarti veluti 6. ad 4. veluti 15. ad 10. igitur 6. ad 2. quod est residuum de 10. & similiter 4. ad 2. sicut 10. ad 5. & conuerso modo in omnibus : & similiter Arithmeticæ : verum Arithmetica proportio in inuentione quarti termini non tantum sexto etiam erit proportio aggregati primi & secundi diuisi per alterutrum sicut aggregati tertij & quarti diuisi per alterutrum, & etiam consimiles proportionibus primis veluti aggregatum 6. & 4. est 10. & 15. & 10. est 25. diuide 10. per 4. exit 2 $\frac{1}{2}$ & per 6. 1. $\frac{2}{3}$ quorum proportio est sexquialtera vt 6. ad 4. & similiter diuiso 25. per 10. exit 2 $\frac{1}{2}$: & per 15. exit 1 $\frac{2}{3}$ igitur exeuntia sunt eadem & in eadem habitudine sexquialtera : & si diuiseris exeuntium congregata per alterutram partem, exibunt ijdem, proportione, veluti congrega 2 $\frac{1}{2}$ & 1 $\frac{2}{3}$ fiunt 4 $\frac{1}{6}$ per 2 $\frac{1}{2}$ etiem exeunt 1 $\frac{2}{3}$. & diuisa per 1 $\frac{2}{3}$. exibunt 2. $\frac{1}{2}$ quæ sunt æqualia primis exeuntibus erunt igitur 7. hæ regulæ obseruandæ quibus primus secundus tertius quartus terminus mutant locum & nomen : semper autem ex secundo in tertium ducto diuisoque per pri-
3 mum exibit quartus.

Animaduerte igitur vsum regulæ ipsius multiplicem fore primò cùm dicimus si ex hoc prouenit illud puta ex 6. prouenit 4. quid proueniet ex 10. tunc modus est simplex & remanet 6. primus terminus 4. secundus 10. tertius quare sequere regulam.

4 Secundus modus est cum dicis si 6. prouenit ex 4. ex quo proueniet 10. hic modus est conuersus primo & fit 4. primus terminus, 6. secundus prouentus tertius terminus, & 10. quartus igitur ducto quarto qui est 10. in primum qui est 4. fit 40. diuiso per 6. secundum terminum exibit 6. $\frac{2}{3}$. pro tertio, nam sicut ducto primo in quartum diuiso per secundum exit tertium ita ducto primo in quartum & diuiso secundo in tertium exit secundus & ducto secundo in tertium & diuiso per primum exit quartus & ducto secundo in tertium & diuiso per quartum exit primus terminus, igitur hic modus est conuersus primo modo.

5 Tertius modus est cum dicimus si exb. producitur 4. à quo proueniet 10. tunc 6. est terminus primus & 4. secundus & prouentus tertius & 10. quartus duc 10. quatum in 6. primum fit 60. diuide per 4. secundum exibunt 15. pro tertio termino, & est prouentus quartus est huic oonuersus vt si dicam si 6. producitur à 4. quod producet 10. erit 4. terminus primus 6. secundus 10. tertius duc secundum in tertium fit 60. diuide per primum fit 15. terminus quartus nota igitur quod actiuum producens semper in impari locatur loco : productum verò vel passiue significatum in pari loco videlicet in secundo vel quarto & semper multiplicatio fit ex passiuo vno in actiuum alterius & diuiditur per terminum reliquum notum, quod prouenit est terminus ignotus.

His perfectè intellectis non est difficile 6.
omnia per hanc regulam solubilia dissoluere veluti si quis dicat vendo rem hanc denariis 10. lucratus sum 15. pro. 100. quæro quanti veniit, dic per coniunctam ex pretio vendidi 10. & prouenit ex 100. aggregatum quod est 115. igitur ducto 10. in 100. fit 1000. diuisum per 115. exit 8 $\frac{16}{23}$ probatio autem fit per partes proportionales : dicendo si 100. fit 115. hoc enim est lucrum 15. pro 100. crescit decima parte & vigesima sui. nam 10. est decima pars 100. & 5 est vigesima pars, adde igitur decimam partem 8 $\frac{16}{23}$ quæ est $\frac{4}{5}$ $\frac{8}{115}$, & vigesimam quæ est $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{115}$ fiet totum addendum 1 $\frac{35}{115}$, & sunt 1 $\frac{7}{23}$, addita ad 8 $\frac{16}{23}$ fiunt 10. præcisè quod erat probandum.

10. 15. 100.
10. 100. 115
115. 100. 10.

100
10

1000

115
8 $\frac{16}{23}$

Et similiter dixit quis vendebam 3. pro 4. lucratus sum 10. pro 100. si venderem 5. pro 6. quod fiet, dices igitur fit $\frac{4}{3}$ facit 110. quod faciet 1 $\frac{6}{5}$ duc igitur 110. in 1 $\frac{6}{5}$ & fiet 132. diuide per $\frac{4}{3}$ & est multiplicare per 3. & diuidere per 4, exit 99. & quia capitale supponitur 100. igitur si fit 99. prodit vnam pro 100, vel sic & redit da idem si ex $\frac{4}{3}$ fit 110. quid fiet ex $\frac{6}{5}$ duc 6. in 3. fit 18. pro termino secundo & 110. pro tertio & duc 4. in 5. fit 20. pro quarto duc 18. in 110. fit 1980. diuide per 20. exit 99. & est idem & ita nihil in hac causa proponi poterit quod non faciliter soluatur intellectis terminis actiui & passiui cum 7. modis variationum. 7.

modus primus
$\frac{4}{3}$ 110 $\frac{6}{5}$

110
$\frac{6}{5}$

132
$\frac{4}{3}$

modus secũdus
$\frac{4}{3}$ X $\frac{6}{5}$
20 : 110. 18

110.
18

1980
20

99

Caput XLVI.

De Regula 6. quantitatum.

Diximus de regula 4. quantitatum in veritate quam trium appellauimus vt vsitato vocabulo intelligeremur ab omnibus, hanc autem vero nomine non diminuto 6. quantitatum appellauimus quantum non habet vsum nominis alienum hâc vtitur maximè Ptolomæus in almagesto: Heber autem facilius ad 4. reduxit quantitates, & similiter Ioannes de Monte Regio, verùm ob hominis reuerentiam, & quantum Heber non postmodum superpleuit in omnibus,

omnibus, visum est mihi Alchindi & Ptolomæi vestigia sequenti admirabilem virtutem proportionis in 6. terminis constitutæ declarare quam modernorum quidam sibi vindicauerant.

1 Cùm igitur fueris proportio primi ad secundum composita ex proportione tertij ad quartum & quinti ad sextum consurgent primo combinationes compositionum possibilium 360. ex quibus 36. erunt necessariæ 12. impossibiles, & reliquæ inutiles.

Cum igitur composita fuerit proportio

	60	primus	
	10	secundus	
4	tertius	15	quintus
2	quartus	5	sextus

primi ad secundum ex proportione tertij ad quartum & quinti ad sextum erit proportio primi ad secundum composita ex proportione primi ad sextum & quinti ad quartum veluti primus terminus sit 60. secundus 10. tertius 4. quartus 2. quintus 15. sextus 5. manifestum est proportionem sexcuplam componi ex tripla & dupla.

Similiter componitur ex proportione 4.

60/10 — 15/2, 4/5

60/4 — 10/2, 15/5

ad 5. & 15. ad 2.

Componetur etiam proportio primi ad tertium ex proportione secundi ad quartum & quinti ad sextum nam proportio quindecupla est 60. ad 4. composita ex quincupla 10. ad 2. & tripla 15. ad 5.

Et similiter erit quarto composita ex proportione secundi ad sextum & quinti ad quartum constat enim quindecupla 60. ad 4. ex dupla 10. ad 5. & proportione 15. ad 2. ductum 15. in 10. facit 150. & 2. in 5. facit 10. proportio 150. ad 10 quindecupla est.

60/4 — 10/5, 15/2

Componitur quinto proportio primi ad quintum ex proportione secundi ad sextum & tertij ad quartum veluti 60. ad 15. ex 10. ad 5. & 4. ad. 2.

60/15 — 10/5, 4/2

Et similiter eadem ex secundi ad quartum & tertij ad sextum veluti 60. ad 15. ex 10. ad 2. & 4. ad 5.

60/15 — 10/2, 4/5

Componetur septimò proportio secundi ad quartum ex proportione primi ad tertium & sexti ad quintum veluti 10. ad 2.

10/2 — 60/4, 5/15

componitur ex 60. ad 4. & 5. ad 15. nam 10. ad 2. quincupla est, ductum 60. in 5. producit 300. & 4. in 15. producit 60. proportio 300. ad 60. est quintupla.

Et similiter componitur proportio secundi ad quartum ex proportione primi ad quintum & sexti ad tertium.

10/5 — 60/15, 2/4

10/5 — 60/4, 2/15

Componitur nonò proportio secundi ad sextum ex proportione primi ad quintum & quarti ad tertium veluti 10. ad 5. componitur ex 60. ad 15. & 2. ad 4.

Et similiter secundi ad sextum ex primi ad tertium & quarti ad quintum.

Vndecimò componitur ea quæ est tertij ad quartum ex proportione primi ad secundum & sexti ad quintum veluti 4. ad 2. ex 60. ad 10. & 5. ad 15.

Et eadem componetur ex proportione primi ad quintũ & sexti ad secundũ.

4/2 — 60/10, 5/15

4/2 — 60/15, 5/10

Tertiodecimo componetur tertij ad sextum ex primi ad secundum & quarti ad quintum veluti 4. ad 5. ex 60. ad 10. & 2. ad 15. nã ducto 60. in 2. fit 120. & 10. in 15. fit 150. est autẽ 120. ad 150. veluti 4. ad 5. quoniam ducto 4. in 150. fit 600. & idem ex 5. in 120.

4/15 — 60/10, 2/15

Et similiter tertij ad sextum exprimi ad quintum & quarti ad secundum.

4/5 — 60/15, 2/10

Quintodecimo componitur proportio quarti ad quintum & secundi ad primum, & tertium ad sextum veluti 2. ad 15. ex 10. ad 60. & 4. ad 5.

2/15 — 10/60, 4/5

Et similiter componetur eadem ex proportione secundi ad sextum & tertij ad primum veluti 2. ad 15. ex 10. ad 5. & 4. ad 60. ducto enim 10. in 4. fit 40. & 5. in 60. fit 300. proportio est 40. ad 300. veluti 2. ad 15.

2/15 — 10/5, 4/60

Decimoseptimò componitur proportio quæ est quinti ad sextum primi ad secundum & quarti ad tertium veluti 15. ad 5. ex 60. ad 10. & 2. ad 4.

15/5 — 60/10, 2/4

Quare vltimò componetur proportio quinti ad sextum ex proportione primi ad tertium, & quarti ad secundum.

15/5 — 60/4, 2/10

Cum igitur conuersæ harum ex conuersis componantur & sint directæ 18. erunt conuersæ totidem, quare omnes 36. reliquæ autem non componuntur videlicet primi ad quartum nec ad sextum nec secundi ad tertium nec ad quintum nec tertij ad quintum nec quarti ad sextum cum igitur 2

sint

ſint & conuerſæ totidem erunt duodecim quæ omnino non componentur: compoſitionem hîc multiplicationem non aggregationem intelligere oportet.

3 Manifeſtum eſt igitur quam & irrationalibus quantitatibus hæc ab Alchindo, cuius Auerrois meminit demonſtrantur; ſunt autem inter compoſitionis huius neceſſaria termini ſex & tres proportiones, quarum vna compoſita & duæ componentes.

4 Cùm autem ex proportionibus duæ cognitæ fuerint, detracta vel aggregata: alia conſurgit: exemplum proportio tripla componatur ex dupla & ea quæ eſt inter a & b. conſtituo notas in terminis ſic $\frac{32}{11}$ diuido vnam per aliam videlicet triplam per duplam exit $\frac{3}{2}$ quæ notat ſexquialteram talis igitur erit inter a & b. quæſita: nam hîc non vtitur aggregatione nec detractione: ſed tantùm multiplicatione & diuiſione.

5 Cum autem ex terminis fuerint noti vnus cum ſua proportione cognoſcetur reliquus veluti ſit terminus 6. proportio quadrupla quæ ſic ſcribitur $\frac{4}{1}$ diuide 6. per 4. & multiplico exiens quod eſt $1\frac{1}{2}$ ad 1 & fit hoc modo $1\frac{1}{2}$ terminus alter & ſit iterum terminus ille notus 6. proportio $\frac{5}{2}$ diuido 6. per 5. exit $1\frac{1}{5}$ duco in 2. fit $2\frac{2}{5}$ terminus alius.

6 — 4 — $1\frac{1}{2}$
1 — $\frac{1}{2}$ — 1 — $1\frac{1}{2}$

6 — 5 — $1\frac{1}{5}$
2 — $\frac{2}{5}$ — 2 — $2\frac{2}{5}$

6 Et cùm fuerint termini noti conſurgit proportio, veluti 5. & 3. ſuperpone illum alteri cuius proportione quæris ad alterum veluti ſi 5. ad 3. hoc modo $\frac{5}{3}$ ſi 3. ad 5. hoc modo $\frac{3}{5}$.

7 Et cùm fuerint noti 5. termini & non cognoueritimus proportionem propter difficultatem, nam neceſſariò ſcita erit, ſed tantum velimus præſupponere cognitum quod proportio componitur ex proportionibus. tunc ſciemus etiam ſextum terminum hoc modo, conſtitue terminum ignotum ſextum conuertendo per regulas Alchindi, deinde duc tertium in quintum & totum hoc per ſecundum & quod producitur diuide per productum primi in quartum & exibit ſextum. Exemplum ſit proportio 60. ad 10. compoſita ex proportione

60 | primus
10 | ſecundus
15 | tertius — 6 | quintus
5 | quartus — 3 | ſextus

60 | primus
10 | ſecundus
6 | tertius — 15 | quintus
3 | quartus — 5 | ſextus

tertius 6
quintus 15

90
ſecundus 10

900

primus 60
quartus 3

180

900

180

ſextus 5

primus 5
ſecundus 6
tertius | 15 — 10 quintus
quartus | 3 — 60 ſextus
15
10

150
6

900

5
900 — 3
15 — 15

60

15. ad 5. & 6. ad 3. neſciam proportiones propter laborem ſed tantum quinque terminos & ignotus ſit ſextus qui ſit puta 5. duco tertium in quintum fit factâ transmutatione 90. duco in ſecundum fit 900. duco primum in quartum fit 180. diuido 900. per 180. exit 5. & hæc eſt vera operatio in almageſto quantum proportiones non quæruntur ſed ſufficit ſcire quantum componitur eſſet enim operatio tædioſa: quod ſi neſcires primum exempli gratiâ tu ſcis quod in quintodecimo modo componitur proportio quarti ad quintum ex proportione tertij ad ſextum & ſecundi ad primum igitur primus terminus obtinet ſextum locum ordinabo igitur ſic primum 5. ſecundum 6. tertium 16. quartum 3. quintum 15. ſextum 60. & duco 15. in 10. fit 150. duco in ſecundum fit 900. duco primum in quartum fit 15. diuido 900. per 15. exit 60. pro ſexto termino & primo quæſito ante tranſpoſitionem.

Vltimo autem ſcire oportet quod cum duo termini inuicem æquantur in proportione tunc ſex termini ad 4. reducuntur deductis terminis æqualibus exemplum ſit proportio a ad b. compoſita ex proportione C ad D & E ad F & ſint A & B æqualia ſequitur vt per modum decimumquintum proportio D ad E componatur ex C ad F & B ad A ſed proportio B ad A cùm ſit æqualitatis nihil addit nec minuit igitur proportio D ad E eſt veluti C ad F igitur erit conſtituta in quatuor terminis & ſimiliter ſit a æquale C eritque ex ſeptimo modo proportio ſecundi ad quartum compoſita ex proportione primi ad tertium & ſexti ad quintum ſed proportio primi ad tertium nec addit nec minuit igitur proportio ſecundi ad quartum eſt veluti ſexti ad quintum & ita per præcedens capitulum ſcitis tribus terminis ſciemus quartum abſque labore: & ſi quartus æquetur primo: tunc non eſt 8

A
B)
C — E
D — F

DE
CF — BA

Vltimum.
(A B
(C D — EF

BD
AC — FE

via

via per hunc modum & ſimiliter ſi primus æquetur ſexto aut ſecundus tertio aut quinto aut tertio quinto aut tertius quinto aut quartus ſexto tunc modus iſte non valet in aliis autem modis omnibus valet vnde hîc modus monte regij licet ſit longe facilior in expertis à primo tamen modo multum vniuerſalitate defficit.

Capvt XLVII.

De Prima & ſecunda regula Kataim.

INtentio regularum eſt in virtute regulæ Trium quantitatum ita quod in tribus quantitatibus cognitio perfecta eſt in regulis cataym imperfecta.

Eſt autem primæ regulæ dignotio ſimplex cõpoſitæ verò minùs facilis, maior autẽ difficultas eſt cognoſcere quantum regula poſſit: & qui caſus ſubiaceant illis. Intelligendum eſt igitur quòd quantitates irrationales, & quæ perueniunt ad ſurdas radices; non ſubiiciuntur regulis cataym: nec proportiones fundatæ in pluribos quam quatuor quantitatibus, nec quæ difforme ſeruant augmentum, ſed tantùm ea quæ ſubiiciuntur regulæ trium quantiatum.

Fundamentum autem primæ regulæ eſt quod ipſa ſeruit tantum tribus quantitatibus verum habet vicem regulæ trium bis aſſumptæ & ita eſt quaſi regula 3. duplicata veluti ſi quis dixerit poſui quantitatem aureorum apud trapezitam, & in decem annis reſtituit mihi quingentos aureos, erat autem redditus ſex aureorum pro centum: hîc habes vnam quantitatem notam & eſt 500. aurei pro ſecunda. Et habes proportionem & eſt 6. aurei pro centum, & ſunt $\frac{6}{100}$ & habes tempus 10. annorum quæritur igitur prima quantitas ſupponatur quod capitale fuerit 200. aurei igitur in. 6. annis producent 72. erunt ergo 272. aurei in. 6. annis, & nos volebamus 500. ſumus igitur in caſu quatuor quantitatum prima eſt 272. ſecunda eſt 200. tertia 500. duc ergo ſecundã in tertiam & fiunt 100000. diuide per 272. & exeunt aurei 367. $\frac{11}{17}$. Quòd ſi quis dicat emi aliud argentum perfectionis oñz. 9. aureis 7. pro libra, deinde emi aliud argentum pro. 6. aureis pro libra, quæro quantæ perfectionis erat, pone quod fuerit perfectionis octo hîc ſunt tres quantitates notæ. 9. 7. 6. quarta autem ignota quæ eſt 8. quæ ſupponitur dic ergo ſi 9. produxit 7. quod producet 8. duco 8. in 7. fit 56. diuide per 9. exit 6. $\frac{2}{9}$: & nos volebamus 6. dic ergo iterm ſi 6. $\frac{2}{9}$ producit 8. quod producet 6. duc 6. in 8. fit. 48. diuide per 6. $\frac{2}{9}$ exit 7. $\frac{5}{7}$ potuit & hoc fieri per regulã trium dicendo ſi 7. producit 9. quod producet 6. duc 6. in 9. fit 54. diuide per 7. exit 7 $\frac{5}{7}$ ſupponuntur etiam aliquando 4. quantitates notæ & loco duarum cognitarum duæ ſuppoſititiæ. Exemplum emi libras argenti perfectionis. 9. aureis 7. emi 25. libras, aureis 100. quæritur perfectio hîc ſunt quatuor termini noti vt vides ex quibus reductio fiet ad. 3. diuidendo aureos 100. in libris 25. erit ergo valor quatuor aureorum pro libra argenti ſolue vt præcedentem & erit perfectionis 5 $\frac{1}{7}$.

Exemplum generale quodam volebat molere ſtaria 500. tritici quando cicius poterat adiit molitorem habentem molas 5. vnam molentem ſtaria 7. aliam 5. aliam 3. aliam 2. aliam vnum in qualibet hora. volo ſcire in quot horis moletur triticum ponamus quod in tribus horis igitur prima mola habebimus 21. ſecunda 15. tertia 9. quarta 6. quinta 3. ſumma eſt 53. & nos volebamus 50. dic igitur ſit 53. producit 3. quid producet 50. duc 3. in 50. fit 150. diuide per 53. exeunt horæ 2. $\frac{46}{53}$ & ita de reliquis & parum plus poteſt hæc regula.

Secunda autem regula dicitur compoſita & in hac proueniunt 4. quantitates falſæ duæ ſupponuntur. Et 2. inueniunt quæ auautem inueniuntur aut ambæ excedunt quæſitum ambæ ſunt minores, in his duobus caſibus exceſſus aut diminutiones inuicem minuuntur, ſi verò inuentum excedat quæſitum & aliud minuat ſimul iunguntur, deinde habebis duas alias quantitates quarum prima eſt exceſſus falſarum poſitionum, ſecunda exceſſus aduentuum tertia poſt hæc eſt differentia aduentus proximioris ad veritatem quæſitam, erunt ergo 7. quantitates ex quarum 4. primis inueniuntur tres poſtremæ ex 3. poſtremis inuenitur veritas ſiue differentia proximioris poſitionis ad veritatem: ſit autem exemplum vnum triplicacatum ſecundum 3. modos pro cunctis ſatisfaciens. Quidam dixit fuerunt 4. agricolæ ſtipendium à Domino merentes primus quantitatem vnam, ſecundus duplum plus 2. quàm primus, tertius triplum plus quam primus p̃. 3. quartus quadruplum primi p̃. 4. euntes domum inebriati in caupona miſcuerunt pecunias mane autem litigabant acerſito Arithmetico quæſiuit ſummam & inuenit aureos 100. quæ erat tota ſumma omnium denariorum à Domino acceptorum, queritur quot debentur vnicuique. ponamus igitur quod primus habuerit aureum a Domino ſecundus igitur habuit 4. aureos tertius 6. & quartus 8. ſumma eorum 19. & nos volebamus 10. differentiam eſt 81. poſſe igitur 81. ſub 1. hoc modo $\frac{1}{8}$: ſecundo ponas quod primus habuerit 3. aureos ſecundus habebit 8. tertius 12. quartus 16. igitur ſumma ex 39. differentia à 100. eſt 61. pone igitur econtrariò differentiam ſuperiùs & terminum poſitum inferiùs hoc modo $\frac{61}{2}$ pones igitur hos 4. terminos ordine iſto vt in crucem poſiti poſitis & differentiæ differentiis cohæreãt hoc modo videlicet, cùm igitur 81. & 61. defficiant ambo à termino quæſito igitur deme 61. ab 81. & fiet differentia differentiarum 20. & ſimiliter ſubtrahe 1. de 3. & fit 2. manifeſtum. eſt ergo quod 20. prouenit ex 2 nos autem volumus 61. duc 61. in 2. & diuide per 20. & fit 6. $\frac{1}{10}$ & tantum habuit primus pro ſecunda poſitione & eſt 9 $\frac{1}{10}$ ſecundus 20. $\frac{2}{10}$ tertius 30. $\frac{3}{10}$ quartus 40. $\frac{4}{10}$ ſumma eorum eſt centum.

		20
1		61
	X	
81		3
		2

Ponamus iterum quòd quis poſuerit primo

mo 10. ſecundus habebit 22. tertius 33. quartus 44. ſumma eſt 108. differentia 9. pone ſub 10. hoc modo deinde pone primus habuerit 12. ſecundus habebit 26. tertius 39. quartus 52. ſumma 129. differentia 29. ponenda ſuppoſitum 12. hoc modo & quia ambæ differentiæ ſunt plus ſubtrahe vnam ab alia 9. à 29. Et remanet 20. pone ſuper differentiam minorem quæ fuit 9. & ſimiliter detrahe 10. à 12. remanet 2. pone ſub 9. dic ergo ſi 20. producit 2. quid producet 9. duc 2. in 9. fit 18. diuide per 20. exit $\frac{9}{10}$ detrahe à poſito minore fit 9. $\frac{1}{10}$ pro primo vt priùs.

20		
10		29
	X	
9		12
2		

Tertio ponatur quod primus poſuerit 3. & facta eſt differentiam 61. minor diſpone vt prius hoc modo deinde ponamus quod poſuerit 10. & prouenit differentia 9. maior, hoc modo igitur cum prima differentia ſit minor, & ſecunda maior : iunge per regulam quam diximus & fiet 70. deinde ſubtrahe 3. de 10. remanent 7. & diſpone in directo minoris differentiæ ſemper : manifeſtum eſt ergo quod 70. differentia prouenit ex 7. igitur ex quo proueniet 9. duc 9. in 7. fit 63. diuide per 70. exit $\frac{9}{10}$ ſubtrahe à termino proximiore poſitionis quia differentia minor excedit poſitum ſubtrahe igitur à 10. remanet 9. $\frac{1}{10}$ pro primo vt prius & ſic habebis alios terminos.

		70
3		9
	X	
61		10
		7

Et nota quod non multùm me extendo in his quia omne quod poteſt ſolui per has poſitiones longè melius ac facilius ſoluitur per algebra & ideò habent regulas algebra de quibus nunc dicam ferè ſuperflue ſaluo caſu integritatis nam in hoc algebra eſt indiferens, poſitio autem licet etiam ſit indifferens attamen faciliùs accommodatur integris.

Secundo nota quod multos caſus ponit Frater Lucas ſolubiles per hanc ſecundam poſitionem qui tamen ſolui nequeunt vllo modo vt patet de quæſtione aſinorum porcorum caprarum & pecorum & de pluribus aliis niſi quis vtatur regulis particularibus vt patebit ante penultimo capite libri huius.

CAPVT XLVIII.

De Primis ſimplicibus poſitionibus algebræ.

IN algebra conſiderantur denominationes videlicet numerus, res vel radix : cenſus & cubus, & cenſus, cenſus, & reliqua dicta in primo capitulo quod autem magis conſideratur eſt numerus res ce. & ce.ce. de reliquis autem dicemus in. C. quinquaſimoprimo. Prima igitur conſideratio eſt ſimplicium veluti cum dicimus numerus æquatur rebus vel cenſibus & in hoc cadunt modi decem.

Primus cùm numerus æquatur rebus, diuide numerum per res quod exit eſt valor rei, exemplum 10. co. æquantur 45. numero igitur diuide 45. per 10. exit 4 $\frac{1}{2}$: & res ipſa tantum valet, pro quo notandum eſt quod poſitio ſemper fere fit ſuper rem tanquam communiorem aliquando autem ſed raro ponitur cenſus nunquam autem ponitur numerus.

Secundus cum numerus æquatur cenſibus diuide numerum per cenſus, & quod exit eſt valor cenſus cuius radix eſt res veluti 40. ce. æquantur 10. numeris diuide 10. per 40. exit $\frac{1}{4}$ cuius radix $\frac{2}{1}$ valor rei quod ſi non haberet radicem diceres ℞. $\frac{1}{4}$ eſt valor rei.

Tertius cum numerus æquatur cubis diuide numerum per cubos & radix cubica aduenientis eſt valor rei, veluti cubi 3. ſunt æquales 24. igitur res eſt radix cubica de 8. diuiſo 24. per 3. radix autem cubica 8. eſt 2. igitur res eſt 2.

Quartus cum fuerit numerus æqualis cenſui cenſus, diuide numerum per cenſum cenſus & quod aduenit eſt valor cenſus cenſus, cuius radix radicis eſt res quæſita veluti 48. ce. ce. æquantur 3. numero diuide 3. per 48. exit $\frac{1}{16}$ valor ce. ce. cuius radix eſt $\frac{1}{4}$ & eſt cenſus cuius radix eſt $\frac{1}{2}$ valor rei.

Quintus eſt vt ſit res æqualis ſenſibus, tunc diuide res per cenſus & quod exit eſt valor rei. exemplum 27 co. æquantur 3. ce. diuide 27. per 3. exit 9. valor rei cuius cenſus eſt 81. qui triplicatus facit 243. æquale 27. co nam 27. in 9. facit 243.

Sextus eſt vt res æquentur cubis, diuide res per cubos qnod exit eſt valor cenſus, cuius radix ex valor rei, veluti 4. cubi æquales 36. co. diuide 36. per 4. exit 9. valor cenſus : cuius radix eſt 3. valor circa quod nota quod in ſequenda æquatione in his & in omnibus capitulis etiam compoſitis & etiam imperfectis reducenda eſt denominatio maxima ad vnitatem ſi ſit co. diuiſio fit per eam : & ſi ce. fit diuiſo per cenſum, & ſi ce. ce. reducitur ad vnitatem per diuiſionem : quod ſi contingat maiorem denominationem eſſe vnitate minorem, deduces in omnibus modis & capitulis ad vnitatem per multiplicationem : veluti $\frac{1}{3}$ ce. æquatur. 12. numero igitur duc omnia per denominatorē fractionis cēſus & eſt 3. & fiet ce. æqualis 36. & res æqualis 6. & hoc in omnibus ſed quia rariùs accidit de fractione quàm multitudine ideò regulæ ponuntur de diuiſione ſed vbi ponitur diuiſio ſtāte maiore denominatione minore vnitate, vbi reduces eam ad vnitatē per multiplicationem vt dixi vel etiam per multiplicationem & diuiſionem ſimul, veluti ſi dicamus $\frac{3}{4}$ ce. eſt æquale 1 $\frac{11}{16}$ duc primo in denominatorem fient 3. ce. æquales 6. $\frac{3}{4}$, deinde diuide per 3. ce. 6. $\frac{3}{4}$ exit 2 $\frac{1}{4}$ velor cenſus, radix eſt 1 $\frac{1}{2}$ valor rei.

Septimus cum fuerint res æquales cenſibus cenſuum, diuide res per cenſus cenſuum & exiens eſt valor cubi, cuius radix cubica eſt valor rei. veluti 13. ce. ce. æquantur 39. rebus diuido 39. per 13. exit 3. valor cubi & radix cubica 3. eſt valor rei.

Octauus cum fuerint cenſus æquales cubi diuide cenſus per cubos exiens eſt valor rei, veluti 12. ce. æquantur 3. cubis diuide 12. per 3. exit. 4. valor rei cuius quidem tres cubi.

cubi 3.in 64.sunt 192.& 12.census idest 12. in 16. facit 192.

Nonus cùm fuerint census æquales ce. ce. diuide census per ce. ce. exibit valor census cuius radix est res quæsita, veluti 4. ce. ce. æquantur 20. ce. diuide 20. per 4. exit 5. valor census & ita radix eius est valor rei res igitur est ℞. 5.

Decimus cùm fuerint cubi æquales ce. ce. diuide cubos per ce. ce. exiens est valor rei, & ita proportionaliter in reliquis denominationibus degradando ad inferiorem, omnia autem capitula simplicia quæ sunt 55. suppositis 11. denominationibus ex hoc capitulo sunt perfectè nota.

Et circa hoc nota quod non est aliud ducere 7. in ℞. 4. quam eius septem radices assumere & econuersò & ita tantùm est radix 196. quantùm 7. radices 4. & sunt 14. vtrobique & ita nihil aliud est diuidere ℞. 196. quàm assumere septimam partem eius, & hoc est æquale & idem vni radici 196. diuisi per quadratum 7.

Capvt XLIX.

De Capitulis compositis minoribus.

1 Tria sunt capitula opposita minora & sunt hoc cum numerus & radix æquantur censibus: reduc vt dixi semper censum maiorem denominationem ad vnitatem multiplicando vel diuidendo vel faciendo vtrumque, & tunc dimidia radices & duc in se: & producto adde numerum cuius excipe radicem, cui adde dimidium radicum: & quod aggregatur sub forma numeri est valor rei veluti. 10. radices & 24. numeri æquantur censui: dimidia 10. fit 5. duc in se fit 25. adde 24. numerum fit 49. accipe radicem quæ est. 7. ei adde dimidium radicum pro numero & fuit 5. additum ad 7. facit 12. & est valor rei nam 10. radices sunt 1. in 12. faciunt 120. additis 24. fiunt 144. & hoc æquatur quadrato vno rei nam quadratum 12. est 144.

2 Secundus cum census & numerus æquantur rebus, dimidia radices & quadra & ab eo deme numerum & residui accipe radicem quam adde vel minue à dimidio radicum & quod conflatur aut residuatur est valor radicis: veluti census & 30. numerus æquantur. 13. radicibus dimidia 13. exit $6\frac{1}{2}$ duc in se fit $42\frac{1}{4}$ subtrahe 30. fit $12\frac{1}{4}$, radix est $3\frac{1}{2}$ hanc adde ad $6\frac{1}{2}$ dimidium radicum vel minue ex vna parte res valet 10. ex alia 3. & in vtroque verificatur nam census 10. est 100. additis. 30. fiunt 130. æqualia 13. radicibus nam 13. in 10. faciunt 130. & similiter si res ponatur 3. idem euenit nam census est 9. additis 30. fit 39. & ita etiam 13. radices sunt 39. nam 13. in 3. facit 39.

3 Tertius est cum census & res æquantur numero: tunc diuide res & quadra & ei adde numerum aggregati accipe radicem, à qua detrahe dimidium radicum quod remanet est valor rei census & 10. radices æquantur 39. dimidia 10. radices fiunt 5. duco in se fit 25. adde 39. fit 64. cuius radix est 8. detraho dimidium remanet. 3. valor rei nam census est 9. decem radices 30. iuncta faciunt 39.

Quòd si 64, non haberet radicem diceres ℞. 64. m̃. 5. & ita in aliis dicendum erit.

4 Et cum accidit in secundo modo quod numerus non possit detrahi à quadrato dimidij radicum, tunc casus est impossibilis; & ita dico in omnibus modis algebra cum adest particula impossibilis vel in reducendo, vel in æquando capitulum, quæstio est impossibilis.

5 Et cum acciderit quòd in simplicibus vna denominatio æquetur sibimet: vel sunt æquales numero & tunc quæstio est perfecta veluti si 4. co. tunc scias quòd illud quod primo posuisti est quæsitum in numero absque alio valore: si posuisti 4 co. res quæsita est 4. & si 1 co res quæsita est. 1. & ita de aliis: quod si sint numero inæquales, quæstio est impossibilis veluti 4 co æquales 12 co, vel 3. ce. æquales 4 ce. casus est impossibilis.

6 Et ex his capitulis reducuntur. 8. alia capitula per solam diminutionem denominationum veluti si dicamus ce. ce. æquatur cubis & censibus, tunc igitur dic census æquatur rebus & numero, & ita es in primo capitulo compositorum dictorum, & similiter si dixerit relatum primum & ce. ce. æquantur cubis: tunc dices igitur census & res æquantur numeris, & ita sumus in tertio capitulo vel modo prædictorum: & ita vniuersaliter cum fuerint tres denominationes sequentes tunc habebimus reductionem ad hos tres modos habebimus igitur modos alios. 8. trigeminatos & erunt. 24. & cum his tribus 27. iam igitur explicauimus modos. 82.

Capvt L.

De Tribus modis compositis maioribus.

1 Componitur autem census cum censu & numero tribus modis vt suprà diximus proportionalibus quorum primus est Cum numerus & census æquantur ce. ce. dimidia census & quadra, & adde numero & radicem exime, cui adde dimidium censuum, & quod aggregatur est valor census, & radix eius est valor rei. Exemplum dixit census census æquabitur 6. censibus & 27. numero diuido census fiunt 3. duco in se fiunt 9. adde ad 27. fiunt 36. radix est 6. adde dimidium censuum videlicet 3. fit 9. census, cuius radix est 3. valor rei.

2 Cum numerus & ce. ce. æquantur censui, tunc dimidia, census & quadra à quo deme numerum & residui radicem ex dimidio censuum minue aut adde, & quod conflatur aut residuatur est census valor, cuius radix est valor rei, dicamus quod ce. ce. & 45. æquentur 14. censibus dimidium 16. est 7. duc in se fit 49. deme 45. remanent 4. radix est 2. addita ad 7. facit

facit 9. cuius radix est 3. res quæsita: vel deducas 2. ex 7. fit 5. census, & ℞. 5. est res, duc igitur censum 5. in se facit 25. adde 45. fit 70. & est 14. census nam 14. in 5. facit 70.

3 Cum ce.ce. & ce. æquantur numero tunc diuide census & quadra & ei adde numerum aggregati accipe radicem, à qua detrahe dimidium censuum & residuum est valor census, & eius radix res veluti ce. ce. & 4. ce. æquantur 117. diuido census fiunt 2. ducti in se faciunt 4. addo 117. fit 121. radix eius est 11. à qua detraho dimidium censuum 2. remanent 9. census, cuius radix est 3. res quæsita : hæ omnes regulæ & capitula præcedentis vno carmine declarantur in quo modus primus verbo primo exponitur, operatio eius secundo verbo tertio verbo tertius modus exprimitur quarto operatio tertij modi quinto secundus modus sexto & septimo operatio secundi modi : veluti cum dico rancor minue dami rancor vult dicere radicem censui & numero æqualem, igitur dimidiatis radicibus & quadratis verbum secundum minuere docet numerum à quadrato tertium verbum dami docet quod factâ detractione potes adiungere dimidio radicum, & minuere, nam da. addere docet mi minuere, carmen est tale. Cerno dabis. Necro dami Rancor minue dami, in capitulis autem autem compositis loco censuum substitue ce. ce. & loco radicum ce. & loco valoris rei ponatur valor census.

4 Et ex his tribus modis habebuntur alij 18. per deductionem ad minorem denominationem & 9. alij 18. per denominationem & 9. alij per similitudinem omnes igitur 30. additi ad 82. fiunt modi noti 112.

Porrò per similitudinem additur talis vt
5 numerus & census census æquentur ce. ce. ce. & tunc diuidam ce. ce. & medietatem ducam in se & quadrato addam numerum & totius radici addam dimidium ce. ce. & totum quod fiet erit ce.ce. & eius radix census, cuius radix est res quæsita, veluti fuit census census census æqualis 12. census census & 64. diuido 12. fiunt 6. duco. in se fiunt 36. addo 64. fiunt 100. radix 100. est 10. cui addo dimidium censuum census fiunt 16. & hic est valor census census quare 4. radix]16. est valor census : & 2 radix 4. valor rei, & ita patet veritas 9. capitulorum de compositorum.

Capvt LI.

De Modis omnibus Imperfectis.

1 Svnt & alij modi perfectæ cognitionis veluti cum cubus census, & cubus, & numerus æquantur, tunc prouenient correspondentes eodem modo æquationes modis capitulorum quadragesiminoni & quinquagesimi excepto quod illud quod proueniet erit cubus, & radix cubica prouentus erit res quæsita. Exemplum cubus census æquatur 20. cu. & 189. numero, diuide 20. fit 10. duc in se fit 100. adde ad 189. fit 289. radix 17. adde dimidium cuborum fit 27. & radix cubica 27. est valor rei, habes igitur capitula tria in hoc vnde per degradationem, alia 12. sunt igitur capitula hæc 15. iungenda ad 112. fiunt nota capitula vndecim denominationum omnia 127.

Et cum considerauerimus combinationes capitulorum 11. denominationum, fient per 27. capitulum omnes 2036. quod sciemus ex hac regula : sume tot terminos in dupla proportione quot sunt denominationes vt sic 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. deinde per idem capitulum scies aggregatum & est 2047. à quo deme numerum terminorum 11. & remanebunt combinationes omnes 2036. ita etiam sciemus combinationes 7. planetarum esse 120. nam maximus terminus est 64. aggr gatum 127. deme 7. remanent 120. combinationes, computatis omnibus tam binariis quam ternariis quam quaternariis & omnibus possibilibus in talibus casibus : & similiter hâc ratione sciemus omnes possibiles ex litteris non geminando aliquam dato. enim quod sint 22. erunt 22. termini in dupla quare maximus 2097152. & aggregatum 4194303. quare deductis 22. erunt dictiones omnes 4194281. & ita inter quatuor sunt 11. Combinationes & hoc intellige de differentibus in substantia & non in ordine vnde dictiones, quia ordine variantur multò plures fiunt.

Ad propositum in 2036. combinationibus sunt 55. simplices & hæ omnes notæ & sunt binariæ quaternariæ autem & quinariæ & reliquæ sunt ignotæ ternariæ autem omnes sunt 495. ex quibus 24. modi cogniti sunt qui 72. regulis supersunt modi 471. ignoti cum regulis suis quæ sunt 1413.

Est & modus pulcher operandi per quantitatem surdam vt in exemplis.

Fuerunt 3. socij quorum primus dixit 2
secundo & tertio datæ $\frac{1}{2}$ eius quod possidetis habembo 32. secundus dixit primo & tertio datæ $\frac{1}{3}$ habebo 28. tertius dixit primo & secundo datæ $\frac{1}{4}$ habebo 31. pone quod secundus habuerit 1 co. tertius vnam quantitatem surdam igitur primus habuit 32. m̄. $\frac{1}{2}$ co. m̄. $\frac{1}{2}$ quan. & secundus 28. m̄. $10\frac{2}{5}$ p̄. $\frac{1}{6}$ co. m̄. $\frac{1}{6}$ quan. & tertius 31. m̄. 8. p̄. $\frac{1}{8}$ quan. m̄. $\frac{1}{8}$ co. quod est dicere primus habuit 32. m̄. $\frac{1}{2}$ co. m̄. $\frac{1}{2}$ quan. secundus $17\frac{1}{3}$ p̄. $\frac{1}{6}$ co. m̄. $\frac{1}{6}$ quan. tertius 23. m̄. $\frac{1}{8}$ igitur pone in directo duas vltimas quantitates hoc modo secundus $17\frac{1}{3}$ p̄. $\frac{1}{6}$ co. m̄. $\frac{1}{6}$ quan. loco 1 co. tertius 23. m̄. $\frac{1}{8}$ co. p̄. $\frac{1}{8}$ quan. loco 1. quan. detrahe erit $\frac{5}{6}$ co. æqualia $17\frac{1}{3}$ m̄. $\frac{1}{6}$ quan. & $\frac{7}{8}$ quan. detrahe erit $\frac{5}{6}$ co. æqualia $17\frac{1}{3}$ m̄. $\frac{1}{6}$ quan. & $\frac{7}{8}$ quan. æqualia 23. m̄. $\frac{1}{8}$ co. igitur $\frac{5}{6}$ co. & $\frac{1}{6}$ quan. æquatur $17\frac{1}{3}$ & $\frac{7}{8}$ quan. p̄. $\frac{1}{8}$ co. æquatur 23. differentia est $5\frac{2}{3}$ quibus $\frac{7}{8}$ quan. p̄. $\frac{1}{8}$ co. superant $\frac{5}{6}$ co. & $\frac{1}{6}$ quan. detraho reducendo ad idem genus fiunt $\frac{17}{24}$ quan. superantia $\frac{17}{24}$ co. in $5\frac{2}{3}$ igitur 17. quan. superãt 17. co. in 136. igitur 1. quan. superat 1 co. in 8. diuiso 136. per 17. pone igitur quod secundus habuit 1 co. tertius habuit 1 co. p̄. 8.

igitur habuerunt ſecundus & tertius 2 co. p̄, 8. primus habuit 32. habuerunt 36. & quia ſecundus habuit 28. cum tertia parte reliquorum, reliqui autem habent 36. igitur tertia pars fuit 12. deme ex 28 igitur ſecundus habuit 16. & quia habuit rem igitur res eſt 16. & tertius habuit 8. p̄. 1 co. igitur tertius habuit 24. & quia primus habuit 28. m̄. 1. co in vltima æquatione & 1 co. eſt 16. igitur primus habuit 12. ſecundus 16. tertius 24.

3 Si quis dicat 20. quan. æquantur 1. co. quam. p̄. 12. co. vult dicere quod 20. altera alicuius ſuperficiei & cum hoc 12. lateribus reliquis poteſt autem hoc eſſe dupliciter vel quod latera per ſe quæ ſunt æqualia ſuperficiei & lateribus ſint maiora ideſt quod quan. ſit maior la co. & poteſt eſſe minor ponamus igitur vel facere quantitatem mi-

Mi. 8 Ma.

20. quan. ———— 12 co. p̄. 1 co. quan.

7

19

norem & rem ſiue la co. maiorem tunc diſpono vt vides & detraho minorem à maiore videlicet 12. de 20. remanet 8. deinde quia volo quod quan. ſit minor de co. accipio quem volo numerum minorem puta 7. multiplica in differentia quæ eſt ad 8. & eſt 1. fit 7. diuide per minorem numerum qui eſt 12. addito ipſo 7. exit $\frac{7}{19}$ & quia poſuiſti quantitatem minorem de la co. igitur quan. eſt 7. & la co. eſt $7\frac{7}{19}$ proba & veniet.

4 Quòd ſi velis facere in hoc caſu quantitatem maiorem & la co. minorem tunc

Ma. 8 Mi.

20. quan. ———— 12 co. p̄. 1 co. quan.

9 11 33 $3\frac{2}{3}$

33 9

$3\frac{2}{3}$

accipe differentiam vt prius deinde numerum ea maiorem quem vis vtpote differentia eſt 8. capio 11. remanent 3. duco in prædictum numerum fiunt 33. deinde ſubtrahe 11. à 20. remanent 9. diuide 33. per 9. exeunt $3\frac{2}{3}$ cum igitur la co. fuerit 11. erit vt quantitas ſit $3\frac{2}{3}$ p̄. videlicet $14\frac{2}{3}$.

Alius etiam modus inuenitur ſoluendi hanc æquationem in duobus numeris ſub quacun-

Ma. 8 Mi.

20 quan. ———— 12 co. p̄. 1. co. quan.

5

5 $\frac{2}{40}$ $\frac{3}{24}$ $\frac{3}{15}$ $\frac{64}{15}$

que proportione volueris ſint igitur 20 quan. æquales 12 co. p̄. 1. co. quan. & velim inuenire hoc in proportione puta 5. ad 3. tunc accipio differentiam quæ eſt 2. quam duco in 20. fit 40. duco etiam 3. minorem numerum in 8. differentiam fit 24. addo ad 40. fit 64. diuido per productum 3. in 5. quod eſt 15. exit $4\frac{4}{15}$ hunc numerum multiplica per 3. & per 5. & habebis quantitatem $21\frac{1}{3}$ & la co. $12.\frac{4}{5}$ proba & inuenies & hoc vbi velis quod quam. ſit maior de la co. ſi autem poneres quod res eſſet maior vt in primo exemplo non poteſt ſolui in omni proportione ſed tantum in illa in qua proportio minoris termini numeri quærendi ad differentiam eſt maior quàm minoris termini propoſiti ad differentiam.

Exemplum proportio 12. ad 8. eſt ſex-

Mi. 8 Ma.

20 quan. ———— 12 co. p̄. 1 co. quan.

X .5.

7 $\frac{2}{24}$ $\frac{5}{40}$ $\frac{7}{35}$.

$\frac{24}{16}$ $\frac{16}{35}$

quialtera iuuenias igitur proportionem quamuis maiorem ſexquialtera & adde minorem numerum maiori tunc inter minorem poſſibile erit hoc facere exemplum proportio 5. ad 2. eſt maior ſexquialtera igitur addo 2. ad 5. fit 7. dico quod in proportione 7. ad 5. verificabitur quæſitum hoc modo duco 12. in differentiam 7. ad 5. quæ eſt 2. fit 24. deinde duco 8. in minorem terminum qui eſt 5. fit 40. detrahe 24 ex 40. remanent 16. multiplica 5. in 7. fit 35. diuide 16. per 35. exit $\frac{16}{35}$. duc in 5. fit $2\frac{2}{7}$. & hìc eſt valor quantitatis, duc $\frac{16}{35}$ in 7. fit $3\frac{1}{5}$ & hìc eſt valor de la co.

Quòd ſi numerus ſeparatus ſit minor coniuncto ſuper 12 co. æquantur 20. quan. p̄. 1. co. quan. ſoluitur autem dupliciter aut per numerum ſicut duo præcedentes modi.

Exemplum 12 co. æquantur 20. quan. p̄. 1. co. quan. vel 12. quan. æquantur 20 co.

8

12 co ———— 20. quan. p̄. 1 co. quan.

X

5 60

7 —— 12 56 $\frac{4}{84}$

56 60

p̄. 1 co. quan. nihil refert. tunc ponamus quod velim ſoluere quæſtionē in proportione aliquâ, oportet quod proportio illa ſit minor quam 12 ad 8. & eſt hoc conuerſum præcedentis vbi oportet vt ſit maior ſit igitur proportio minor ſexquialtera hæc 7. ad 5. adiungo ſimul fient termini 12. & 7. duco 7. in 8. fit 56. duco 10. in 5. fit 60. detraho 56. ex 60. remanent 4. duco 7. in 12. fit 84 diuido 4. per 84. exit $\frac{1}{21}$. duc in 7. fit $\frac{1}{3}$. duco $\frac{1}{21}$ in 12. fit $\frac{4}{7}$. igitur la co. valet $\frac{4}{7}$. & quantitas valet $\frac{1}{3}$. & ita 12 co. ſunt $\frac{48}{7}$, quod eſt $6\frac{6}{7}$. & 20. quan. ſunt $6\frac{2}{3}$ s & 1 co. quan. eſt $\frac{4}{21}$. & $6\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{21}$ faciunt $6\frac{6}{7}$, quod eſt propoſitum, in caſu autem vbi non potuiſſes detrahere 56. ex 60. non potuiſſet hoc verificari in dicta proportione videlicet quæ eſt inter 7. & 12. nec proportio 12. ad 8. videlicet minoris termini ad differentiam fuiſſet maior proportione 7. minoris termini propoſiti, ad 5. differentiam propoſita cuius oppoſitum aſſerebatur.

5 Si verò volueris soluere per numerum suppositum vt in exemplo facies nam hæ regulæ sunt generales & tenent in omnibus,

8

12 co. ——————20. quan. p̃. 1 co.quan.

$\frac{5}{7}$ $\frac{5}{13}$ 13 $\frac{5}{65}$

sint igitur 12.co.vt prius æquales 20. quantitatibus, & 1 co. quan. tunc constitue vt vides in figura, deinde cape quemuis numerum vtpote 5. maiorem aut minorem differentia non reffer, dumodo non sit maior 12. adde ad differentiam quæ fuit 8. fit 13. duc in 5.fit 65. detrahe 5. a 12. nam propter hoc dixi non oportere esse maiorem minore termino remanent igitur 7. diuide 65. per 7. exit $9\frac{2}{7}$ differentia igitur cum supposueris 5. esse la quan. erit la co. $14\frac{2}{7}$ & Vnde 12 co. sunt $171\frac{3}{7}$.& 20. quan. sunt 100. & 1 co. quan. est $71.\frac{3}{7}$.quæ iuncta faciunt $171\frac{3}{7}$.

6 Quòd si quis dicat 4 co.& 3.quan.æquantur 1 co. quan. duc per primam sexti elementorum 4.in 3.fit 12.

1 co. quan.

4 co. ——————— 3. quan.

12

metorum 4.in 3.fit 12. deinde accipe quem vis numerum vtpote 48. nam infiniti esse possunt & diuide illum per 12. exit 4. cuius accipe radicem quæ est 2. quam multiplica in 3. fit 6.& in 4. fit 8. & tales sunt numeri quæsiti. nam 3. quan. sunt 24. & 4 co. sunt 24. qui iuncti faiunt 48. & 48. est 1 co. quan. nam 6. 18. facit 48. erit igitur la co. 6.& la quan. 8. porro conditionem eliges appositam in numero diuidendo quæ si desit quilibet assumi potest, & hæ 6. regulæ aureæ dici possunt per quas maximè in mercatura infinitæ quæstiones dissolui possunt faciliter & sunt mediæ inter kataim & algebra.

7 Quòd si dicat ce. æquatur ℞. V. 3. ce. p̃. 4. igitur quadrando erit 1 ce. ce. æqualis 3 ce. p̃. 4.

Item si dicat 6 co. æquantur ℞ V. 22 co. p̃. 100. igitur quadrando erunt 36 ce. æquales 22 co. p̃. 100.

Item si dicat 10. æquatur ℞. V. 20 co. p̃. 60. igitur quadrando erunt 40. æqualia 20 co. & res erit 2.

Item si dicat 10. æquatur ℞. V. 12. ce. p̃. 52. fient igitur quadrando 48. æqualia 12 ce.

Item si dicat 10. æquatur ℞ V. 6 ce. p̃. 38 co. fient igitur quadrando 100. æqualia 6. ce. p̃. 38 co. sequere capitulum (necro) fiet valor rei ℞. L. 461. m̃. 19.

Item si dicat 10. æquatur ℞. L. 6 ce. p̃. ℞. 24. dic igitur per transpositionem 10. m̃. ℞. 24. æquantur ℞. 6 ce. quadra vtrunque fient 6. ce. æquales 124. m̃. ℞. 9600. diuide 124. m̃. ℞. 9600. per numerum censuum qui est 6. exibit $20.\frac{2}{3}$ m̃. ℞. $266\frac{2}{3}$ valor census igitur valor rei est ℞. V. $20\frac{2}{3}$ m̃. ℞. $266.\frac{2}{3}$ vel dic & redit ad idem igitur co. ℞. 6. æqualent 10. m̃. ℞. 24. diuide per numerum de le co. exibit vt prius ℞. V. $20.\frac{2}{3}$ m̃. ℞. $266\frac{2}{3}$.

Item si dicat 10. æquiualet ℞. L. 12 co. p̃. ℞. 24. igitur 10. m̃. ℞. 24. æquatur ℞. 12 co. quare 12 co. æquiualent 124. m̃. ℞. 9600. & res valebit $10\frac{1}{3}$ m̃. ℞. $66\frac{1}{3}$.

8 Quòd si dicat ce. p̃. 4. æquatur ℞ V. 10 ce p̃. 24. sic soluitur multiplica vtrumque in se & fit 1 ce. ce. p̃. 18. ce. p̃. 16. æqualia 10 ce. q. 14. manifestum est autem quod hoc habet æquationem.

Item si dicat ce. æquatur ℞. L. 4 ce. p̃. ℞. 9. fac sic accipe ℞. 4 ce. quæ sit co. ℞. 4. & sunt 2 co. sed operabor absque numero dices igitnr ce. æquatur co. ℞. 4. p̃. ℞. 9. operare per cerno diuidendo & operando vt debes in capitulo suo.

Et si dicat ce. p̃. 4. æquatur ℞. L. 9. ce. p̃. ℞. 4. similiter accipe ℞. 9. ce. & est co. ℞. 9. item detrahe ℞. 4. ex 4. fit 4. m̃. ℞. 4. dices igitur quod ce. p̃. 4. m̃. ℞. 4. æquatur co. ℞. 9. per rancor diuide ℞. 9. exit ℞. $2\frac{1}{4}$ quadra fit $2\frac{1}{4}$. detrahe 4. m̃. ℞. 4. fit L. $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 4. m̃. 4 adde hoc tanquam Radicem. V. dimidio ℞. fiet valor rei ℞. L. $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞ V. $2.\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 4. m̃. 4.

Item si dicat 6 co. æquantur ℞. L. 18 co. p̃. ℞. 36. reduc ad 1 co. diuidendo per 6. fiet 1 co. æqualis ℞ L. $\frac{1}{2}$ co. p̃. ℞. 1. quare cum 1 co. in hoc casu possit poni 1 ce. quia ℞. est ce. erit 1 ce. æqualis ℞. L. $\frac{1}{2}$ ce. p̃. ℞. 1. igitur cum ℞. $\frac{1}{2}$ ce. sit co. ℞. $\frac{1}{2}$ fiet 1 ce. æqualis co. ℞. $\frac{1}{2}$. p̃. ℞. 1. diuide numerum co. fit co. ℞. $\frac{1}{8}$. quadra fit $\frac{1}{8}$. adde numero fiet ℞. L. 1. p̃. $\frac{1}{8}$. adde per capitulum, cerno, dimidio radicum fiet valor 1 co. ℞. L. $\frac{1}{8}$ p̃. ℞. V. $\frac{1}{8}$ p̃. ℞. 1. hanc igitur radicem cum in se multiplicaueris fiet 2. præcisè, igitur 3. est census & quia census positus fuit loco co. erit ipsa co. 2.

Item si dicat 6 co. æquantur ℞. L. 4. ce. p̃. 12. vel ℞. 144. idem est soluitur sic dicendo: igitur 6 co. æquantur co. ℞. 4 p̃. 12. igitur 6 co. m̃. co. ℞. 4. æquantur 12. diuide 12. per 6. m̃. ℞. 4. & quod exit est valor rei.

Item si dicat 6 co. æquantur ℞. vli 10. ce. p̃. 104. quadra 6 co. fiunt 36 ce. quadra ℞. V. fit 10 ce. p̃. 104. detrahe 10 ce ex 36 ce. fiunt 26. ce. æqualia 104. & ce. erit 4. & ℞. est la co. videlicet 2.

Item si dicat 3. ce. æquantur ℞. 12. co. igitur quadra fient 9. ce. ce. æqualia 12 co. igitur schisa per co. fient 9 cu. æqualia 12. reduc ad vnum cubum erit cu. 1. æqualis $1\frac{1}{3}$ igitur res valet ℞. cu. $1\frac{1}{3}$. videlicet aliter diuide ce. per co. exit co. hanc multiplica in ce. fit cu. reduc ad 1 ce. fiet 1 ce æqualis ℞ $1\frac{1}{3}$ co. igitur cu. æqualis est $1\frac{1}{3}$. eodem modo si dicat cu. æquatur ℞. 22. co. diuide cu. per co. exit ce. multiplica ce. in cu. fit P. Rel. & ℞. Rel. P. 32. est valor rei & ita de aliis.

9 ℞. numeri numerus est, vt ℞. 10. est ℞. 10. ℞. censuum est co. vt ℞ 7. ce est co. ℞. 7. ℞. ce. ce. est ce. veluti ℞. 10. ce. ce. est ce. ℞. 10. ℞. co. est quid proportionale nam si æquatur numero erit valor rei diuisis co. per numerum quod exit est pars co. exemplũ ℞. 6. co. æqualis 12. diuide 6. per 12. exit $\frac{1}{2}$.

igitur $\frac{1}{2}$ co. æquatur ℞. 600. & hic eſt valor in co. ſi vis valorem in numero diuide numerum per co. & exiens multiplica in eundem numerum & quod exit eſt valor rei. Exemplum ℞. 6. co. æquantur 12. diuide 12. per 6. exit 2. multiplica 2. in 12. fit 24. & 24. eſt valor rei. Item in primo modo 10. æquatur ℞. 4. co. diuide 4. per 10. exit $\frac{2}{5}$ & ℞. 4. co. erit $\frac{2}{5}$ co. vel ſi vis in numero diuide 10. per 4. exit 2 $\frac{1}{2}$. muliplica 2 $\frac{1}{2}$ in 10. fit 25. valor rei. Quòd ſi ℞. co. æquetur ad co. nulla eſt differentia ad id in quo ℞. ce. æquiualet cenſui vt ℞. 18. co. æquiualet 3. co. igitur ℞. 18. ce. æquiualet 3. ce. reduc ad vnum fit 1. ce. æqualis ℞. 2. ce. ſed ℞. 2. ce. per prædicta eſt co. ℞. 2. igitur ce. valet co. ℞. 2. diuide ℞. 2. per 1. exit ℞. 2. & hic eſt valor rei. igitur cenſus valet 2. ſed quia poſuimus ce. ex co. igitur co. valet 2. & ita ℞. 18. co. eſt 6. æquiualens 3. co. nam 3. in 2. facit 6. Quòd ſi ℞. co. æquiualeat ce. reduc ad 1. ce. & erit ℞. co. ℞. cubica ipſius numeri, veluti 1. ce. æquatur ℞. 7. co. erit ipſa co. ℞. cu 7. in numero, & ita ſi cu. æquatur ℞. 7. co. erit valor rei ℞. Rel. Prima 7. in numero, in reliquis ſchiſa & habebis

10 Declarauimus autem quod ſi res æquiualet ℞. co. habebis numerum veluti ſi 1. co. æquiualet ℞. 4. co. erit vt 1. ce. æquiualeat ℞. 4. ce. & ſunt co. ℞. 4. igitur co. valet ℞. 4. igitur cenſus valet 4. & quia poſuimus quod erat co. eſſe ce. igitur co. valebit 4. & 1. co. quod eſt 4. æquiualet ℞. 4. quod eſt ℞. 16. & eſt 4. nunc autem cognito valore co. in numero per regulam nonam quod ſemper cognoſcitur volo ſcire valorem ℞. co. in co. exemplum diximus quod 1. ce. æquiualet ℞. 7. co. igitur res valet ℞. cubicam 7. volo modo ſcire ℞. 7. co. quid ſit in numero: & 1. co. quid valeat in

1 co.	℞. cu. 7.	℞. 7. co.
1 cu.	7	7. co.
1 ce. cu.	49.	343 cu.
		49
		16807 cu.
		1 ce. cu.
		16807
		7
		2401

exit 16607. diuidendum per 1 cu. &

℞. cu. 49.	℞. cu. 7.	℞. qua. 7. co.
49	7	7. co.
2401	49	343. cu.
℞. cubica		49
		16807. cu.
		2401
		7. cu.

℞. co. fac per regulam 3. dicendo ſi 1. co. valet ℞. cu. 7. quid valebit ℞. 7. co. quadra & cuba omnes terminos fient 1 ce. cu. p̃. 49. p̃. 343. cu. duc ſecundum in tertium fient 16807. cu. diuide per primum quia 1 cu. eſt 7. igitur diuiſo 16807. per 7. exit 2401. huius igitur ℞. cubica quadrata, eſt valor ℞. 7. co. dicemus quod valor ℞. 7. co. in numero, eſt ℞. quadrata ℞. cubicæ 2401. & eſt ℞. cu. 49. vel breuius cuba ℞. cu. 7. fit 7. duc in 7. co. fit 49. co. aufer co. & remanebit valor ℞. 7. co. ℞. cu. 49. habes igitur quod 1 co. valet ℞. cu. 7. & quod ℞. 7. co. valet ℞. cu. 49. dic igitur iterum per regulam 3. Si ℞. cu. eſſet ℞. cu. 7. quid eſſet ℞. 7. co. duc vt priùs & fiet tandem 1 co. valens ℞. quadrata ℞. cubicæ 7. cu. vel breuius dic 1 co. valet ℞. cu. 7. & ℞. 7. co. valet ℞. cu. 49. duc ℞. 7. co. in ſe fit 7. co. cuba denominationem fit 7. cu. cuius ℞. quadrata eſt quæſitum.

Si fuerint duo numeri quorum alterius quadratum in reliquum ductum producat terminatum numerum: ſemper ℞. cubica numeri producti, erit ſecunda quantitas uat tertia continuæ proportionalis interduos primos numeros ſecunda ſi minor numerus fuerit in ſe ductus, deinde productum in maiorem tertia autem vbi maior numerus fuerit in ſe ductus, deinde productum in minorem.

Exemplum ſint 2. & 8. numeri dicti; & ducatur 2. in ſe fit 4. deinde productum quod eſt 4. in alium numerum quod eſt 8. fit 32. dico quod ℞. cubica 32. eſt ſecunda quantitas proportionalis poſt 2. inter 2. & 8. ita quod inter ℞. cubicam 32. & 8. caderet alia quantitas in continua proportionalitate, & ipſa eſſet ℞. cu. 128. eſt igitur ℞. cu. 32. ſecunda quantitas proportionalis, quod ſi quadrares 8. 11

2 | ℞. cu. 32. | ℞. cu. 128. | 8.

& eſt quantias maior, fiet 64. duc in minorem quæ eſt 2. fit 128. erit igitur ℞. cubica 128. tertia quantitas proportionalis continuæ inter 2. & 8. & ita in omnibus, vnde ſi quis dicat diuide 10. in duas parte s ex quarum vna in ſe multiplicata, deinde in aliam fiat 32. reſpondebis conſiderando quantum ex illis partibus illa qua in ſe multiplicatur neceſſario eſt minor, & hoc cognoſces ex centeſimatrigeſima ſecunda & centeſimatrigeſima tertia regulis quadrageſimi ſecundi capituli dices igitur quod ℞. 32. erit ſecunda quantitas continuæ proportionalis inter illas partes quòd ſi dixiſſet quod producerent 144. quia maior numerus in ſe ducitur ideò dices quod ℞. cubica 144. erit tertia quantitas inter illas partes, & eſt notabilis regula valde.

Cùm fuerint quatuor quantitates continuæ proportionales: erit proportio primæ ad tertiam veluti proportio primæ ad ſecundam duplicata: proportio autem primæ ad quartam erit vt primæ ad ſecundam triplicata proportio etiam primæ ad tertiam erit ſicut quadrati primæ ad quadratum ſecundæ & ſimiliter proportio primæ ad quartam erit ſicut cubi primæ ad cubum ſecunde exemplum ſint quantitates illæ 16. 8. 4. 2. proportio 16. ad 4. eſt quadrupla & hæc eſt ſicut 16. ad 8. duplicata nam duæ duplæ faciunt quadruplam, & talis etiam erit 256. quadrati primæ, ad 64. quadratum ſecundæ nam vtranque quadrupla eſt 12

&

& similiter proportio 16. ad 2. est octupla & hæc est triplicata ad proportionem quæ est 16. ad 8. nam dupla in duplam facit quadruplam, & quadrupla in dupla facit octuplam, & ita triplicata dupla, producitur octupla & similiter cubus de 16. & est 4096. est octuplus ad cubum de 8. qui est 512.

13 Si fuerint 4. quantitates continuæ proprotinales & cubaueris aggregatum secundæ & tertiæ, & ipsum cubum diuiseris per triplum aggregati secundæ & tertiæ addito aggregato primæ & quatræ, & exiens detraxeris ex quadrato medietatis aggregati secundæ & tertiæ residui ℞. adita dimidio aggregati secundæ & tertiæ residui ℞. addita dimidio aggregati secundæ & tertiæ ostendit tertiam quantitatem: & de tracta ostendit secundam, exemplum sint 8. 12. 18. & 27. quatuor quantitates continuæ proportionales, coniunctum ex secunda & tertia est 30. cubus eius est 27000. diuide 27000. per triplum aggregati ex secunda & tertia addito aggregato primæ & quattæ, triplum aggregati ex secunda & tertia est 90. nam 30. fuit aggregatum secundæ & tertiæ, adde igitur ad 90. agregatum primæ & quartæ & est 35 fit totum 125. diuide 27000. per 125. exit 216. quadra dimidium aggregati secundæ & tertiæ & fuit aggregatum 30. dimidium 15. quadratum 15. est 225. detrahe 216. prouentum ex 225. remanent 9. cuius ℞. quæ est 3. addita ad 15. dimidium aggregati, facit 18. tertiam quantitatem, & detracta a 15. remanent 12. pro secunda quantitate.

14 His visis scire quod numerus co. ce. cu. sunt semper apud algebra continuæ proportionalia: & ideò cùm fuerint capitula talia numerus co. ce. æqualia cu. vel numerus ce. cu. æqualia co. vel numerus co. cu. æqualia ce. vel co. ce. c. æqualia numero vel numerus co. æqualia ce. cu. vel numerus ce. æqualia cu. & co. vel numetus cu. æqualia ce. & co. in his 7. modis est ac si diceres sunt 4. quantitates continuæ propotionales & tot ex primis & secũdis & quartis æquantur tot ex tertiis & ita de aliis, & cu. hoc. tales quantitates ita sunt quod prima est ℞. secundæ & secunda tertiæ, & tertia quartæ, oportet enim in talibus semper reducere ab 1. numerum: sicut enim in ternariis maiorem denominationem ad vnitatem reducimus, ita in quaternariis minorem denominationem si igitur quis dicat cu. 1. p̄. 3. ce. æquantur 9. co. p̄. 10. numero dices igitur reducendo numerum ad vnitatem 1. p̄. $\frac{9}{10}$ co. æquatur 1. cu. p̄. $\frac{3}{10}$ ce. & in hoc admirari ordinem rerum decet nam cum talia sint in continua proportionalitate, omnis quæstio quantumcumque improportionalis reducitur per algebra ad suam proportionalitatem miro artificio, ita vt prius quæstio improportionata ad proportionem, reducatur, deinde ex proportione tandem ad notitiam, & hæc est quam voluimus.

15 Cum fuerint duo numeri iuncti primus & secundus æquales aggregato tertij & quarti: erit differentia primi ad tertium veluti quarti ad secundum, atque etiam differentia primi ad quartum velutitertij ad secundum differentia etiam primi ad secundum erit quantum aggregatum amborum dempto duplo ipsius secundi veluti 7. & 10. componunt 17. item 3. & 14. componunt 17. dico igitur quod differentia 7. ad 3. est

primus	secundus	aggregatum
7	10	17
tertius	quartus	aggregatum
3	14	17

veluti 14. ad 10. & est 4. & similiter differentia 7. ad 14. est veluti 3. ad 10. & est 7. item differentia 7. ad 10. est quantum aggregatum quod est 17. dempto duplo secundi & est 20. nam 17. est 3. minus quam 20. & ita 7. est 3. minus quam 10. & ita 10. est maius 7. in 3. & hoc est tantum quatum aggregatum quod est 17. dempto duplo minoris quod est 14. nam differentia vtrinque est 3.

Staute inter 2. & 3. terminum vnum sic 16

primus	secundus	tertius
2	℞. 6.	3

operare multiplica 2. in 3. fit 6. & ℞. 6. est terminus medius in continua proportinalitate.

Statue inter 2. & 3. tres terminos in continua proportionalitate primo statue terminum per præcedentem, & fient 2. ℞. 6. & 3. deinde multiplica terminum medium in vtrumque extremorum, & ℞. produ-

primus	secundus	tertius	qurtus	quitus
2.	℞℞. 24.	℞. 6.	℞℞. 54.	3.

ctorum erunt reliqui duo termini: duco igitur ℞. 6. in 2. fit ℞. 24. & ℞. ℞. 24. est secundus terminus, & similiter multiplica ℞. 6. in 3. fit ℞. 54. & ℞℞. 54. est quartus terminus.

Statue inter 2. & 3. duos terminos continua proportionalitate, quadra 2. fit 4.

primus	secundus	tertius	quartus
2	℞. cu. 12.	℞. cu. 18.	3

duc in reliquum qui est 3. fit 12. & ℞. cubica 12. est secundus terminus quadra etiam 3. fit 9. duc in reliquum terminum fit 18. & ℞. cubica 18. est tertius terminus.

Statue inter 2. & 3. quinque terminos continuæ proportionales, statues per primum modum terminum vnum quod erit ℞. 6. &

Primus	Secundus	Tertius	Quatrus
2	℞. cu. ℞. qua. 96.	℞. cu. 12.	℞. 6.
Quintus	Sextus	Septimus.	
℞. cu. 18.	℞. cu. ℞. quad 486.	3	

hic erit quartus terminus, deinde per proximum modum statue inter 2. & ℞. 6. duos terminos continuæ proportionales, atque per eandem duos inter ℞. 6. & 3. multiplica igitur 2. in se fit 4. in ℞. 6. fit ℞. 96. igitur ℞. cubica ℞. quadratæ 96. est secundus terminus & similiter quadra ℞. 6. fit 6. multiplica in 2. fit 12. & 12. & ℞. cu. 12.

erit teruis terminus, & similiter quadra ℞. 6. fit 6. duc in 3. fit 18. & ℞. cu. 18. est quintus terminus: & similiter quadra 3. fit 9. duc in ℞. 6. fit ℞. quadrata 486. cuius ℞. cuba est sextus terminus.

Statue inter 2. & 3. quatuor terminos continuæ proportionales: cuba 2. fit 8. duc 2. in 3. fit 6. duc 6. in 8. fit 48. & ℞. Rel. P. 48. est secundus terminus pro quinto cuba 3. fit 27. duc 2. in 3. fit 162. & ℞. Rel P. 162. est terminus quintus pro tertio autem quadra secundum terminum vt in tertio modo fecisti circa quod nota

Primus | Secundus
2 | ℞. Rel. P. 48.
Tertius
℞. cu. ℞. Rel. P. 273248.
Quartus
℞. cu. ℞. Rel. P. 1259712.
Quintus | Sextus.
℞. Rel. P. 162. | 3

quod nil aliud est quadrare ℞. Rel. Primam 48. quam quadrare 48. & prouentus ℞. Rel. Prima est quadratum ℞. Rel. primæ 48. & itain cubicis, & radicibus radicum: & aliis surdis. aut denominationibus, quadra igitur 48. fit 2304. multiplica in quintum & est 162. fit 373248. & ℞. cubica ℞. Rel. primæ huius numeri est tertius: pro quarto multiplica ℞. Rel. Primam 162. in se, & fit 26244. multiplica in secundum terminum qui est 48. fit 1259712. & ℞. cu. ℞. Rel. primæ huius numeri est terminus quartus.

Possunt & talia inueniri per vnitatem, & regulam. vt facit Frater Lucas. item per Algebra. verum difficilius & periculosius hac enim via nihil melius potest inueniri.

17 Diuide 10. per 3. m̃. ℞. cu. 5. hæc non potest solui per capitulum diuisionis surdorum, sed indiget arte & regulâ generali

10   3. | m̃. ℞. cu. 5. | ℞. cu. $\frac{25}{27}$

3. p̃. ℞. cu. 5. p̃. ℞. cu $\frac{25}{27}$
3. m̃. ℞. cu. 5.

---

9. m̃. ℞. cu. 25. p̃. ℞. cu. 25.
m̃. ℞. cu. $\frac{125}{27}$ & est $7\frac{1}{3}$

---

3. p̃. ℞. cu. 5. p̃. ℞. cu. $\frac{25}{27}$
10.

---

30. p̃. ℞. cu. 5000. p̃. ℞. cu. $925\frac{25}{27}$
$7\frac{1}{3}$ $\frac{10648}{17}$

$4\frac{3}{11}$ p̃. ℞. cu. 12. $\frac{93}{1531}$ p̃. ℞. cu. 2. $\frac{463}{1331}$

---

tali inuenias tertium terminum in continua proportionalitate 3. & ℞. cu. 5. & hoc fit per præcedentem, quadra ℞. cu. 5. fit ℞. cu. 25. diuide per 3. & quia 25. est cubus cuba 3. fit 27. diuide 25. per 27. exit $\frac{25}{27}$. & huius ℞. cuba est tertius terminus. quo inuento multiplica diuidendum & est 10. & diuisorem & est 3. m̃. ℞. cu. 5. in recisum diuisoris & est 3. p̃. ℞. cu. 5. addito. proportionali & est ℞. cu. $\frac{25}{27}$. multiplica igitur 3. m̃. ℞. cu. 5. in 3. p̃. ℞. cu. 5. p̃. ℞. cu. $\frac{25}{27}$, & fit 9. m̃. ℞. cu. 25. p̃. ℞. cu. 25. m̃. ℞. cu. $\frac{125}{27}$ sed ℞. cu. 25. p̃. & m̃. nihil faciunt, igitur productum erit 9. m̃. ℞. cu. $\frac{125}{27}$. hoc autem necessariò semper habebit ℞. cu. & est $1\frac{2}{3}$ detrahe ex 9. remanet diuisor $7\frac{1}{3}$. multiplico etiam 10. in 3. p̃. ℞. cu. 5. p̃. ℞. cu. $\frac{25}{27}$ & fit productum 30. p̃. ℞. cu. 5000. p̃. ℞. cu $925\frac{25}{27}$ diuide hoc per 7. $\frac{1}{3}$ cubando $7\frac{1}{3}$ fit $\frac{10648}{27}$. diuide igitur 30. per 7. $\frac{1}{3}$ exit 4. $\frac{3}{11}$. diuide ℞. cu. 5000. per ℞. cu. $\frac{10648}{27}$ exit ℞. cu. 12. $\frac{93}{1331}$ diuide etiam ℞. cu. 925. $\frac{25}{27}$. per ℞. cu. $\frac{10648}{27}$. exit ℞. cu. $2\frac{493}{1331}$. erit igitur prouentus diuisionis factæ de 10. per 3. m̃. ℞. cu 5. hoc totum 4. $\frac{3}{11}$ p̃. ℞. cu. 12. $\frac{937}{1331}$ p̃. ℞. cu. $2\frac{463}{1331}$. & hanc regulam habui à Magistro Gabriele de Aratoribus Arithmeticam Mediolani publicè docente. 18

Cum prouenerit æquatio in qua sit radix numeri quadrata vel cubica, vel ℞℞. non impediet te ab æquatione siue sit adiunctus numerus siue non.

Item nihil impedit ℞. quadrata censuum, nec censuum census, quia ℞. quadratæ censuum sunt co. numero ℞. numeri censuum veluti ℞. 6. ce. sunt co. numero ℞. 6. idest accipere tot co. quantus est numerus ℞. 6. & similiter ℞. 9. ce sunt co. numero ℞. 9. idest co. 3. Item ℞. census census sunt census numero ℞. census census veluti ℞. 10. census census numero ℞. 10. Et similiter ℞℞. census census veluti ℞. 10. census census sunt co. numero ℞. ℞. 10. & similiter ℞. cubica cuborum nihil impedit: quia talis ℞. est co. numero ℞. cubicæ numeri cuborum: veluti ℞. cubica decem cuborum est co. numero ℞. cubicæ 10. in omnibus igitur his est solutio non habens impedimentum. Exemplum census & tres numeri æquantur duabus ℞. cubicis octo cuborum est ac si diceres census & tres numeri æquantur tot co. quot sunt duæ Radices cubicæ de 8. diuide igitur duas de 8. per (Rancor) & fit vna ℞. cubica de 8. multiplica eam in se & fit vna ℞. cubica 64. à qua detrahe numerum qui est 3. & fit ℞. cubica 64. m̃. 3. hoc totum adde dimidio radicum & est vna ℞. cubica de 8. & fiet valor rei vna ℞. cubica de 8. p̃. ℞. cubica 64. m̃. 3. & ita res valet 3. Et nota quod cum multiplicas duas ℞. cubicas de 10. in se fiunt 4. ℞. cubicæ de 100. quadrando vtrumque extremum.

Item nota quod 4. ℞. cubicæ de 100. sunt ℞. cubica 6400. quod inuenitur cubando 4. fit 64. deinde multiplicando 64. in 100. fit 6400.

℞. autem quadrata vel cubica de la co. Item ℞. cubica census. Item ℞. quadrata cuberum. Item ℞. cubica censuum census impediunt æquationem quin fuerit in pluribus terminis quàm duobus. Exceptis quibusdam casibus inferius dicendis.

Quando cubi, & ℞. quadrato cuborum, æquantur numero, aut cubi & numerus, ℞. quadratæ cuborum. aut ℞. quadrata cuborum, & numerus, æquantur cubis. tunc capitula hæc habent solutionem. in omnibus his. pone ℞. cuborum ex vna parte, & & cubos & numerum ex alia, & quadra

vtramque

vtramque partem per ſe , & fient cubi æquales ce. cu. p̄. numero.

Exemplum ℞. 3. cu. p̄. 1. æquantur 36. dices igitur tranſponendo ℞. 3. cu. in ſe fit 3. cu multiplica 36. m̄. 1. cu. in ſe fit 1 cenſus cu. p̄. 1296. m̄. 72. cu æqua partes fient 1 cenſus cu. p̄. 1296. æqualia 75. cu. ſequere capitulum de compoſitorum dimidiando 75. cu. fit 37. $\frac{1}{2}$ multiplica in ſe fit 1406. $\frac{1}{4}$ detrahe 1296. remanent 110. $\frac{1}{4}$. cuius accipe ℞. quæ eſt 10 $\frac{1}{2}$. & eam ſubtrahe veluti adde ad 37 $\frac{1}{2}$ fit 27. vel 49. & ℞. cubica 27. eſt valor rei. vel ℞. cubica 47. nam vtroque verificatur , & ita in reliquis duobus caſibus.

Eſt & alia exceptio quin ℞. cuborum, & cenſus , æquatur rebus, vel ℞. cuborum , & res, æquantur cenſibus : vel cenſus , & res , æquantur ℞. cuborum. tunc ſchiſando eſſet ac ſi diceres res & numerus æquantur ℞. cenſuum. & ſimiliter poteſt ſolui alio modo ponendo ℞. cuborum ex vna parte , & cenſus & co. ex alia : & fient cubi æquales cenſibus , & rebus : & ideò ſchiſando habebis æquationem.

Aliquando etiam vitatâ vnâ multiplica-
21 tione aſſequimur æquationem. Exemplum quidam luſit in natalitiis feſtis & prima die lucratus eſt tot pecunias quot habebat ſecundâ autem die lucratus eſt Radicem eius quod habuerat primâ die & duos aureos plus tertia autem die lucratus eſt tantùm quantum fuit quod producitur ex pecuniis primæ & ſecundæ diei. Et cum numeraſſet pecunias primæ ſecundæ & tertiæ diei inuenit ſe habere aureos 49. quæritur igitur quot aureos habuit in prima die. pone igitur quod habuerit primâ die $\frac{1}{2}$ cenſus igitur ſecundâ die habebat 1 cenſus quod eſt duplum eius & tunc lucratus eſt radicem eius p̄. 2. igitur lucratus eſt 1. co. p̄. 2. in tertia autem die ſi multiplicares 1. cenſus p̄. 1. co. p̄. 2. in ſe & adderes producto ipſam radicem. fieret totum aurei 49. ſed talis multiplicatio non reciperet æquationem dices igitur ſi 1. cenſus p̄. 1. co. p̄. 2. Cum eius quadrato , æquantur 49. igitur 1. cenſus p̄. 1. co. p̄. 2. æquabuntur tali numero qui in ſe multiplicatus atque multiplicationi additus faciat 49. ergo ſecundam poſitionem & dic 1 cenſus p̄. 1. co. æquantur 49. igitur per capitulum ipſa co. valet ℞. 49. $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ habes igitur quod 1. cenſus p̄. 1 co. m̄ , 2. æquantur ℞. 49. $\frac{1}{4}$. m̄. $\frac{1}{2}$. quare 1. cenſus p̄. 1 co. æquabuntur ℞. 49 $\frac{1}{4}$ m̄. 2 $\frac{1}{2}$. igitur per capitulum iterum diuides 1 co. & fiet $\frac{1}{2}$. quadra & fit $\frac{1}{4}$ adde ad radicem ligatam 49. $\frac{1}{4}$. m̄. 2. $\frac{1}{2}$. fit ℞. 49. $\frac{1}{4}$. Cuius accipe ℞. & erit ℞. ℞. V. ligatæ 49. $\frac{1}{4}$. m̄. 2. $\frac{1}{4}$. à qua detrahe $\frac{1}{2}$ pro dimidio Radicum erit valor rei ℞℞. V. L. 49. $\frac{1}{4}$ m̄. 2 $\frac{1}{4}$ m̄. L $\frac{1}{2}$. & quia poſuimus quod haberet $\frac{1}{2}$ cenſus primâ die multiplicabimius ℞℞. V. L. 49 $\frac{1}{4}$ m̄. 2. $\frac{1}{4}$ m̄. L $\frac{1}{2}$. Et producti medietas eſt quantitas areorum quos habuit primâ die.

22 Eſt & aliud genus radicum de quibus non meminimus anno ob difficutatem earum & vocantur radices pronicæ , & ſunt tres minor media : & maior & minor eſt quin aliquis numerus in ſe ductus deinde additus producit alium numerum , veluti 2. eſt ℞. pronica minor de 6. & 3. de 12. & 4. de 20. & 5. de 30. & 6. de 42.

Pronica media eſt cum aliquis numerus in ſe cubicæ ducitur deinde additur ℞. ipſa, tunc aggregati illius primus numerus eſt ℞.

Pronica media : veluti 2. eſt ℞. pronica 10. & 3. de 30. & 4. de 68. & 5. de 130. & ita de aliis, nam 5. in ſe cubicæ ductus producit 125 & additis 5. fiunt 130.

Pronica maior eſt cum numerus aliquis in ſe ductur : & producto additur ℞. numeri multiplicati : & hoc modo dicemus quod 2. eſt ℞. pronica 18. & 3. de 84. & 4. de 260. & ita de aliis , in prima autem numerus æquatur 1. ce. p̄. 1. co. in ſecunda numerus æquatur 1. cu. p̄. 1. co. in tertia autem numerus æquatur 1 ce. ce. p̄. 1. co.

Differentia cubi â cubo quorum vnitas eſt 23
differentia ſic cognoſcitur , multiplica ℞. vnius per ℞. alterius , & productum tripla, & adde vnitatem & hæc eſt differentia , Exemplum cubus 2. eſt 8. volo ſcire cubum 3. duco 2. in 3. fit 6. fit 18. adde 1, fit 19. & hæc eſt differentia igitur dicemus quòd cubus 3. eſt 27 nam 8. & 19. faciunt 27. & ita cubus ℞. cu. 10. p̄. 1. eſt ex hac ℞. cu. 2700. p̄. ℞. cu. 270. p̄. 1. Radicis autem cubicæ 10. cubus eſt 10. igitur cubus ℞. cu. 10. p̄. 1. eſt 11. p̄. ℞. cu. 2700. p̄. ℞. cu. 270. ſed per aliam viam cubus ℞. cu. 10. p̄. 1. eſt 11. p̄. ℞. cu. 800. p̄. ℞. cu. 80. p̄. ℞. cu. 100. p̄. ℞. cu. 10. igitur dicemus quòd ℞. cu. 2700. p̄. ℞. cu. 270. eſt tantum quantum ℞. cu. 800. p̄. ℞. cu. 80. p̄. ℞. cu. 10.

Regula de Modo.

Eſt etiam regula de Modo à me appellata, 64
quoniam ex ipſa habentur regulæ infinitæ in rebus maximè mercantilibus , & potes replere librum ex ipſis in vno menſe diuerſarum operationum , quæ omnes regulæ diuerſæ videbuntur : & ita Frater Lucas, Borgias , Fortunatus , fecerunt libros pro Neotericis inſtruendis , & ita tu lector poteris quotidie nouas regulas & inuſitatas fabricare.

Modus eſt talis ſolue quæſtionem quamuis per algebra deinde detrahe la co. & ſerua operationes eaſdem in terminis ſuis, & erit regula generalis.

Exemplum brachia panni viridis 7. & brachia. 3. nigri , valent libras 72. atque eodem pretio brachia 2. panni viridis , & brachia 4. panni nigri valent libras 52. quæritur pretium vtriuſque ſolue per la co. hoc modo, pone quòd brachium primi panni viridis valeat 1. co. igitur 7. brachia valent 7. co. igitur 3. brachia panni nigri valent reſiduum quod eſt 72. m̄. 7. co. diuide per 3. brachia panni nigri exit valor 1. brachij panni nigri 24. lib. m̄. 2. $\frac{1}{3}$ multiplica per brachia 4. panni nigri ſecundæ poſitionis fiet valor panni nigri libros 96. m̄. 9. $\frac{1}{3}$ co. & quia 1. brac. panni viridis valet 1. co. igitur 2. brachia valent 2. co. igitur brachia 2. panni viridis & 4. nigri valent 96. libras m̄. 7. $\frac{1}{3}$ co. quare cum valeant lib. 52. erunt lib. 96. m̄. 9 $\frac{1}{3}$ co. æquales lib. 52. deme 52. ex 96. fient

44.& tot libras valent $7\frac{1}{3}$ co. quare res valet 6. & quia quannus viridis positus est va-

Viride	Nigrum
7	3. lib. 72.
2	4. lib. 62.
7 co.	72. m̃. 7 co.
	3
	24. m̃. $2\frac{1}{3}$ co.
	4
	96. m̃. $\frac{1}{3}$ co.
	2. co.
	96. m̃. $6\frac{1}{3}$ co.
	52
	44. m̃. $7\frac{1}{3}$ co.
	$7\frac{1}{3}$
	6

lere 1.co. pro brachio, erit pretium 1. brachij panni viridis lib.6.& quia erant 7. brachia valebant lib.42.& quia brachia 7.viridis & 3.nigri valebant 72.lib.igitur brachia 3.nigri valent residuum de 82.& sunt libræ 30.quare 1.brachium panni nigri valet lib. 10.igitur pannus viridis valet lib.6.& niger. lib.10.pro brachio.

Viridis		Niger.	
bra. 7.	bra. 3.	lib.	72.
bra. 2.	bra. 4.	lib.	52.
7		72.	
3		3	
$2\frac{1}{3}$		24.	
4		4	
$9\frac{1}{3}$		97.	
2		52.	
$7\frac{1}{3}$		44.	

Reduc modo ad regulam, & dices, in talibus diuide quantitatem brachii panni maiorem, & pecunias seorsum, per quantitatem panni minorem, videlicet diuide 72. & 7. per 3. exeunt 24 & $2.\frac{1}{3}$: & hæc multiplica per numerum panni eiusdem generis in secunda positione & fuit 4.& fiunt 96. & $9.\frac{1}{3}$. detrahe numerum alterius panni & est 2.ex producto brachiorum & est $9.\frac{1}{3}$ & libras 52. ex libris vltimo productis & sunt 96. remanebunt brachia $7\frac{1}{3}$ ex parte brachiorum, & lib. 44. ex parte librarum: diuide lib. 44. per brachia $7\frac{1}{3}$ exibunt lib. 6. pro brachio: & tantùm valebit 1. brachium panni plurium brachiorum idest panni virides, & in similibus casibus habes regulam pulcram generalem & ita infinitas conficere potes

Et regula per quam extrahuntur omnes hæ regulæ ex superioribus capitulis, vocatur regula de modo nobilis supra omnes regulas.

Exemplum aliud vides hîc abreuiatum & facilè diuide 5. & 18. per 3. & exeunt $1\frac{2}{3}$ & 6. multiplica per 7. fiunt $11\frac{2}{3}$ & 42. detrahe numeros superiores qui sunt 4. & 24. in directo fiunt $7\frac{2}{3}$ & 18.

Velutum.	Rasum.	Duc.
5	3	18.
4	7	24.
$1\frac{2}{3}$		6.
$11\frac{2}{3}$		42
4		24
$7\frac{2}{3}$		18.
Valor	2 $\frac{8}{23}$	Veluti

Diuide 18. per $7\frac{2}{3}$ exeunt $2\frac{8}{23}$ valor veluti.

Ex vndecima & duodecima regulis vigesimisecundi Capituli liquet, quod cum 25
diuiseris 1. cu. p̃. 1. per 1 co. p̃. 1. exit 1 census p̃. 1. m̃. 1. co. Item cum diuiseris 1. cu. m̃. 1. per 1 co m̃. 1. exit 1. census p̃. 1. co. p̃. 1. Ex decimasexta autem regula huius capituli liquet, quod cum diuiseris 1. cu. p̃. 8. per 1 co. p̃. ℞. cu. 8. exibit 1 census m̃. co. ℞. cu. 8. p̃. ℞. cu. 64. in numero & ita si diuideres 1 cu. p̃. 7. exibit diuisor 1 co. p̃. ℞. cu. 7. & facta diuisione exibit 1 census m̃. ℞. cu. 7. p̃. ℞. cu. 49. in numero. Et ita si diuiseris 1 cu. m̃. 8. per 1 co. m̃. ℞. cu. 8. exibit 1 census p̃. co. ℞. cu. 8. p̃. ℞. cu. 64. in numero. & modus est talis volo diuidere 1 cu. p̃. 8. per 1 co. p̃. ℞. cu. 8. dico, quod exibit 1. ce. m̃. co. ℞. cu 8. p̃. ℞. cu- 64. in numero diuido primo 1. cu. per 1 co. exit 1 census deinde multiplico per modum diuisionis integrorum 1. census in 1. co. p̃. ℞. cu. 8. fit 1 cu. p̃. ℞. cu. 8. census cu. detraho ex diuidendo remanent m̃. m̃. cu. 8. census census cu. p̃. 8. hdc diuido etiam per 1. co. diuisoris exit m̃. ℞. cu. 8. cu. & est m̃. co. ℞. cu 8. multiplico m̃. co. ℞. cu. 8. in diuisorem fit m̃. ℞. cu. 8. census cu. m̃. co. ℞. cu. 64. detraho ex m̃. ℞. cu. 8. census cu. p̃. 8. remanent p̃. co ℞.

p̃. co. ℞. cu. 64. p̃. 8.
m̃. ℞. cu. 8. census cu. p̃. 8.
1 cu. p̃. 8.
1 co. p̃. ℞. —— cu. 8.

1 ce. m̃. co: m̃. cu. 8. p̃. ℞. cu. 64.
1 cu.
p̃. ℞. cu. 8, census cu. m̃. co. ℞. cu. 64.
p̃. co. ℞. cu. 64. p̃. 8.

cu. 64. p̃. 8. & hoc est quia m̃. detractum à p̃. remanet p̃. igitur diuido co. ℞. cu. 64. per 1. co. exit ℞. cu 64. duco ℞. cu. 64. in diuisorem exit co. ℞. cu. 64. p̃. 8. detraho ex suprapositо residuo nihil remanet.

Si quis igitur dicat per quid debeo diuidere 1 cu. p̃. 7. dico diuide per 1 co. p̃. ℞. cu. 7. si dicat per quid debeo diuidere 1. cu. m̃. 5. dico diuide per 1 co. m̃. ℞. cu. 5. si dicat diuidendo 1 cu. p̃. 7. per 1 co. p̃. ℞. cu. 7. quid exibit dico semper quære inter 1. numerum cubi & 7. numrrum plus aut minus duas quantitates continux proportionales per decimam sextam regulam & erunt ℞. cu. 7. & ℞. cu 49. si igitur diuidis per 1 co. p̃. ℞. cu. 7. exibit 1 census m̃. co. ℞. cu. 7. p̃. ℞. cu. 49. quod si diuidis 1 cu. m̃. 7. per 1. co. m̃. ℞. cu. 7. exibit 1. census p̃. co. ℞. cu. 7. p̃. ℞. cu. 49.

26 Ex hac ſequitur in duobus capitulis Algebræ quæ ſunt cubus & numerus æqualia co. Item cu. æqualis co. & nu. quotiens ipſæ res fuerint 1. p̄.quàm nu. aut duplum rerum ſit 8. p̄. quàm nu. aut triplum rerum ſit 27. p̄. quam nu. aut quadruplum rerumſit 64. p̄. quàm nu. & ita deinceps res multiplicatæ per aliquem nu. excedant ipſum nu.in cubo numeri. multiplicantis veluti ſi multiplicauerimus per 3. exceſſus ſit in 27. & ſi per 4. in 64. & ſi per 5. in 125. Et ita de aliis aut etiam ſi econuersò, videlicet quod res duplicatæ & additæ numero faciant 8. aut triplicatæ & additæ numero faciant 27. aut quadruplicatæ & additæ numero faciant 64. in his omnibus caſibus ſemper reducemus rem ad capitulum notum hoc modo.

Si res & nu. æquantur cubis reducemus omnia ad vnum cubum deinde detrahemus res à numero ſi res ſint 1 p̄. quam nu. aut detrahemus duplum rerum à numero ſi duplum rerum ſit 8.p̄. quam nu. Et ita de triplo & aliis deinde ponemus res cnm numero detracto per viam p̄. & reſiduum adiungemus cubo & erunt æqualia & habebunt communem diuiſorem 1 co. p̄. ℞. cu. numeri additi ad cubum, & ex vna parte exibunt cenſus co. & nu. & ex alia nu. Vnde æquatio erit manifeſta.

Exemplum ſint, 3. cu, æquales 24. co p̄. 21. Reduco ad 1. cu. fit 1. cu. æqualis 8. co. p̄. 7. nu. & quia 8. excedit 7. in 1. detraho 8. ex 7. remanet 1. addo ad 1. cu. fit 1. cu. p̄. 1 addo 1. ad 7. fit 8 ſit ergo 1. cu. p̄. 1. æqualis ad 8 co. p̄. 8. Vel aliter & facilius transfer numerum qui eſt 7. ad cubum dices igitur ſi 8. co p̄. 7. æquantur ad 1. cu. igitur 1. cu. m̄. 7. æquatur ad 8. co. adde vtrique parti 8. pro numero & fient 8. co. p̄. 8. æquales ad 1. cu. p̄. 1. diuide igitur 1. cu. p̄. 1. per 1. co. p̄. 1. & exit 1 cenſus m̄. 1 co. p̄. 1. diuide 8 co. p̄. 8. per 1 co. p̄. 1. exit 8. igitur 1 cenſus p̄. 1. m̄. 1. co. æquatur 8. igitur 1. cenſus p̄. 1. m̄. 1. co. æquatur 8. igitur 1. cenſus æquatur ad 1. co. p̄. 7. igitur res valet per capitulum $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 7 $\frac{1}{4}$.

Aliud exemplum, ſint cubi 3. æquales 15. co. p̄. 6. reduc. ad vnum cubum, erit igitur 1. cu. æqualis 5. co. p̄. 2. & quia duplum 5. eſt 10. & 10. excedit 2. qui eſt numerus in 8. dicemus igitur transferendæ ſi 1. cu. æquatur ad 5 co. p̄. 2. igitur .1 cu. m̄. 2. quatur 5 co. dupla 5. fit 10. adde vtrique parti fit 1. cu. p̄. 8. æqualis ad 5. co.. p̄. 10. inuenias communem diuiſorem per præcedentem qui erit 1 co. p̄. 2. quia 2. eſt ℞. cubica de 8. diuide 1 cu. p̄. 8 per 1. co. p̄. 2. exit 1 cenſus m̄. 2 co. p̄. 4. per vigeſimam quintam regulam diuide 5. co p̄. 10. per 1. co p̄. 2. exit 5. igitur 1 cenſus p̄. 4. æquatur ad 2 co. p̄. 5. igitur 1 cenſus æquatur 2. co. p̄. 1. igitur res valet 1. p̄. ℞. 2.

Si verò 3. cu. æquantur 15 co. p̄. 36. tunc reduc ad 1. cu. & fiet 1 cu. æqualis 5. co. p̄. 12. triplica 5. fit 15. adde ad 12. fit 27. cum igitur 27 ſit cubus de 3. erit 27. cubus quæſitus & 3. ℞. cubica 27. res quæſita.

Cum vero cubus & numerus fuerint æqualia rebus vtpote 3. cu. p̄. 21. ſunt æqualia 24. co. reduc ad 1. cu. & fit 1.cu.p̄.7 æqualis 8 co. & quia differentia eſt 1. detrahes 8. numerum rerum ex vtraque parte & fiet 1. cu. m̄. 1. æqualis 8 co. m̄. 8. quare communis diuiſor erit 1 co. m̄. 1. diuiſo igitur 1 cu. m̄. 1. per 1 co. m̄. 1. exibit 1 cenſus p̄. 1. co. p̄. 1. diuiſo etiam 8 co. m̄. 8. per 1. co. m̄. 1. exibunt 8. igitur 1 cenſus p̄. 1 co. p̄. 1, æquantur 8. igitur 1 cenſus p̄. 1. co. æquantur 7. quare per capitulum Algebræ (necro) res valebit ℞. 7. $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$.

Aliud exemplum, ſint cubi 3.p̄.6. æquales 15 co. igitur 1. cu. p̄. 2. æquabitur 5. co reducendo ad 1. cu. dupla igitur 5. numerum de le co. fit 10. detrahe 10. ex vtraque parte fiet 1 cu. m̄. 8. æqualis 5. co. m̄. 10. igitur communis diuiſor eſt 1 co. m̄. 2. diuide 1. cu. m̄. 8. per 1 co. m̄. 2. exit 1 cenſus p̄. 2. co p̄. 4. diuide 5 co. m̄. 10. per 1. co. m̄. 2. exit 5. igitur 1. cenſus p̄. 2 co. p̄. 4. æquatur 5. quare 1 cenſus p̄. 2. co. æquatur 1 igitur res valet ℞. 2. m̄. 1. cuius cubus eſt ℞ 50. m̄. 7. igitur 1 cu. p̄. 2. eſt ℞. 50. m̄. 5. Et tantùm ſunt co. 5. nam 5. in ℞. 2. m̄. 1. facit ℞. 50. m̄. 5. verificatur etiam vbi res fit 2. & cubus & ſicut & in (Rancor) eſt duplex æquatio.

Eſt etiam aliud genus æquationis & eſt 27
vt 1 cu. p̄. 7. co. æquetur 4. cenſus p̄. 4. & tunc transferendo vnitatem fiet 1. cu. p̄. 7. co. m̄. 1 æqualis 4 cenſus p̄. 3. quare 4. cenſus p̄. 3. m̄. 7 co. æquabitur 1 cu. m̄. 1. igitur diuiſis partibus per 1 co. m̄. 1. fient 1 cenſus p̄. 1. co. p̄. 1. æqualia 4 co. m̄. 3. quare 1 cenſus p̄. 4. æquabitur 3 co. Et ita res eſt in capitulo.

Et ſimiliter ſi ponatur 1 cu. p̄. 1. co p̄. 2. æqualis 4. cenſus reduces 1. cu. ad m̄. 1. & fiet 1. cu. m̄. 1. æqualis 4 cenſus m̄. 1. co. m̄. 3. quo diuiſo per 1 co. m̄. 1. exibunt 4 co. p̄. 3. æquales 1. cenſus p̄. 1 co. p̄. 1. quare erit 1 cenſus æqualis 3 co. p̄. 2. & erit in capitulo minore compoſitorum.

Et ſimiliter ſi fuerint 7 co. m̄. 3. æquales ad 1. cu. p̄. 3 cenſus reducendo ad 1. cu. m̄ 1. fiet 1. cu. m̄. 1. æqualis 7. co. m̄. 3. cenſus m̄. 4. quare diuiſo per 1 co. m̄. 1. exibunt 4. m̄. 3. co. æqualia ad 1 cenſus p̄. 1. co. p̄. 1. igitur erit 1 cenſus p̄. 4. co. æqualia 3. Et erit in capitulo.

Et ſimiliter ſi fuerint 1. cu p̄. 4. co æqualia 4 cenſus p̄. 1. reducendo ad 1. cu. m̄. 1. fiet 1. cu. m̄. 1. æqualis 4. cenſus m̄. 4. quare diuiſo per 1 co. m̄. 1. fient 1. cenſus p̄. 1 co. p̄. 1. æqualia 4. co quare 1 cenſus p̄. 1. æquabitur 3. co.

Et ſimiliter quotiens & eſt regula generalis fuerint cu cenſus co. & nu. ita diſpoſita quod duo ex his æquetur duobus ex aliis fuerintque duo inuicem æqualia ſemper habebimus æquationem exemplum 3. cu. p̄. 3. æquentur 7. cenſus p̄. 7 co. æquatio erit manifeſta ſchiſando per 1. co. p̄. 1. & ſimiliter ſi dicas 3. cu. p̄. 7. co. æquantur ad 7, cenſus p̄. 3. igitur 3. cu. m̄. 3. æquantur 7. cenſus m̄. 7 co.

Et ſimiliter 2. cu p̄. 5. cenſus æquantur 10. co. p̄. 16. igitur 1. cu. p̄. 2 $\frac{1}{2}$ cenſus æquabitur 5. co. p̄. 8. igitur tranſponendo 1.

cu.

cu. m̃. 5. æquabitur $2\frac{1}{24}$ censu s m̃. 5. co igitur diuidendo per regulam vigesimamsextam præcedentem per 1 co. m̃. 2. fiet 1 census p̃. 1 co. p̃. 1. æqualis $2\frac{1}{2}$ co. p̃. $2\frac{1}{2}$ igitur 1. census æquabitur $1\frac{1}{2}$ co. p̃. $1\frac{1}{2}$ Et erit in capitulo.

Et similiter si fuerit 1. cu. p̃. 3. æqualis 4. census p̃. 2. co. habebimus, æquationem reducendo ad 1. cu. p̃. 1. Et fient 4 census p̃. 2 co. m̃. 2. æquales 1. cu. p̃. 1 quare diuidendo per 1. co. p̃. 1. fient 4. co. m̃. 2. æquales 1 census m̃. 1. census m̃. 1 co. p̃. 1. quare 1 census p̃. 3. æquabitur 5. co. Et erit in capitulo.

Et similiter si fuerint 4 census p̃. 6 co. p̃. 1. æqualia 1. cu. reducemus ad 1. cu. p̃. 1. Et remanebunt 4 census p̃. 6. co. p̃. 2 æqualia 1. cu. p̃. 1. Vnde diuidendo per 1. co. p̃. 1. fient 4. co. p̃. 2. æquales ad 1. census m̃. 1. co. p̃. 1. itaque erit 1. census æqualis 5 co. p̃. 1. Et erit in capitulo.

Et similiter si fuerint 1. cu. p̃. 2 census æquales 2. co. p̃. 3. reducemus ad 1. cu. p̃. 1. & fient 1. cu. p̃. 1. æqualia 2 co. p̃. 4. m̃. 2. census quare diuidendo per 1. co. p̃. 1. fient 4. m̃. 2. co. æqualia 1. census m̃. 1. co. p̃. 1. quare 1. census p̃. 1. co. æquabitur 3. Et erit in capitulo.

Et similiter euenient æquationes per re-

diuidendus	1. cu. p̃. 1.	diuidendus
diuisor	1. co. p̃. 1.	exiens
exiens	1 census m̃. 1. co. p̃. 1.	diuisor

diuidendus	1. cu. m̃. 1.	diuidendus
diuisor	1 co. m̃. 1.	exiens
exiens	1 census p̃. 1 co. p̃. 1.	diuisor

liqua duo diuidentia de 1. cu. p̃. 1. & de 1. cu. m̃. 1. Et ego ponam ambos diuisores vtriusque.

Et scias quod quando res æquantur cubis & numeris tunc capitulum habet duplicem semper solutionem, veluti si dico dico quod 1. cu. p̃. 2 æquatur 5 co. nam res potest valere 2. & cubus erit 8. & cubus plus 2. est 10. & 5. co. sunt etiam 10. & similiter diuisione factâ per 1 co m̃. 2. fit 1 census p̃. 2. co. p̃. 4. æqualis 5. quare res valebit ℞. 2. m̃. 1. & in vtroque casu verificatur quod 1. cu. p̃. 2. æquatur 5 co. siue ipsa res ponatur 2. siue ℞. 2. m̃. 1 & hoc est simile quando res æquantur censui p̃. nu. & ita etiam quando census æquatur censui censui p̃. nu. & vniuersaliter semper quando denominatio media per se æquatur extremis iunctis semper æquatio oritur duplex & res habet duplicem valorem & in vtroque verificatur & ita etiam dicemus quod quando census æquabitur cu. p̃. nu. valor census erit duplex

28 Si fuerint duæ quantitates quarum aggregatum per ambas diuiseris & prouenientia iunxeris & totum duxeris in productum vnius in alteram quod fiet erit æquale quadrato aggregati exemplum capio 8. & 27. iungo simul fiunt 35. diuido 35. per 8. exit $4\frac{3}{8}$ diuido 35. per 27. exit $1\frac{8}{27}$ iungo $4\frac{3}{8}$ & $1\frac{8}{27}$ fiunt $5\frac{145}{216}$ dico quod si hoc ducatur in 216. quod est productum ex 8. in 27. fient 1225. & hoc est æquale quadrato 35. videlicet aggregati.

Et si fuerint 3. quantitates continuæ proportionales quadratum prouentus aggregati earum diuisi per secundam quantitatem est æquale aggregato prouentuum aggregati diuisi per singulas illarum: exemplum capio 4. 6. 9. aggregatum est 19. diuido 19. per 6. & est secunda quantitas exit $3\frac{1}{6}$ quadro $3\frac{1}{6}$ fit 10. $\frac{1}{36}$ & hoc erit æquale prouentui 19. aggregati diuisi per 4. & per 6. & per 9. diuido 19. per 4. exit 4. $\frac{3}{4}$ diuido 19 per 6. exit 3. $\frac{1}{6}$ diuido 19. per 9. exit $2\frac{1}{9}$ iungo $4\frac{3}{4}$. $3\frac{1}{6}$. faciunt 10. $\frac{1}{56}$. ex hoc sequitur quod aggregatum ex prouentibus diuisionis aggregati trium quantitatum continuæ proportionalium per omnes illas est semper quadratum quia est quadratum quantitatis prouenientis ex aggregato diuiso per secundam quantitatem, sequitur secundo quod cognito aggregato & quantitate secunda proportionali cognoscam omnes partes videlicet reliquas duas & etiam aggregatum prouentuum aggregati diuisi per omnes illas partes veluti si aggregatum est 19. & quantitas secunda 6. scio quod aggregatum prouentuum erit $10\frac{1}{36}$ videlicet quadratum $3\frac{1}{6}$ qui prouenit diuiso 19. per 6. & similiter dicam quod si aggregatum sit 10. & secunda quantitas 3. quod aggregatum diuisionis 10. per omnes illas quantitates erit $11\frac{1}{9}$ quadratum videlicet $3\frac{1}{3}$.

Et si fuerint 4. quantitates continuæ proportionales & diuiserimus aggregatum per vnamquamque illarum & iungamus prouentus & totum multiplicauerimus in productum primæ in quartam aut secundæ in tertiam, fiet tale productum æquale productioni totius aggregati ex omnibus 4. quantitatibus in seipsum. Exemplum capio 8. 12. 27. quæ iunctæ faciunt 65. diuido 65. per 8. exit $8\frac{1}{8}$ & per 12. exit $5\frac{5}{12}$ & per 18. exit $3\frac{11}{18}$ & per 27. exit $2\frac{11}{27}$ iungo simul & fiunt $19\frac{121}{216}$ multiplica $19\frac{121}{216}$ per 216. quod est productum ex prima in quartam idest ex 8. in 27. vel ex secunda in tertiam duco igitur $19\frac{121}{216}$ in 216. fiunt 4225. & hoc est æquale quadrato 65. aggregati ex omnibus.

Et si fuerint quatuor quantitates continuæ proportionales productum aggregati ex prima & quarta in aggregatum ex prima & secunda erit æquale ei quod fit diuiso aggregato primæ & quartæ per secundam & per tertiam seorsum. Deinde aggregatis prouentibus & ductis in quadratum secundæ, veluti sint quantitates illæ 8. 12. 18. 27. iunge primam & quartam fiunt 35. iunge primam & secundam fiunt 20. multiplica 20. in 35. fiunt 700. dico quod tantum faciet quadratum secundæ quantitatis & est 144. in aggregatum prouentus 35. diuisi per secundam & tertiam quantitatẽ diuide igitur 35. aggregatum primæ & quartæ per 12. exeunt $2\frac{11}{12}$ diuide 35. per 18. exit $1\frac{17}{18}$. iunge simul fiunt $4\frac{31}{36}$ mulptiplica $4\frac{31}{36}$ in 144. fit 700. & eodem modo si veles ponere 27, primam quantitatem & 18. secundam & 12. tertiam & 8. quartam erit. enim prouentus diuisionis 35. aggregati ex prima & quarta per 12. & 18. tertiam & secundam quantitatem vti supra $4\frac{31}{36}$ &

hic

hic ductus in 324. quadratum secundæ facit 1575. & tantum facit productum ex aggregato primæ & secundæ & est 45. in aggregatum primæ & quartæ & est 35. nam 35. in 45. facit 1575. & hæ duæ regulæ vltimæ docent modum solutionis capitulorum trium quæ sunt cu.cen.æqualia numero & cu. nu. æqualia census & census nu. æqualia cu &. ideò diligenter nota eas.

Omnis ℞. cubica numeri quadrati est numerus quadratus, & est conuersa septuagesimæsextæ regulæ quadragesimisecundi capituli veluti ℞. cubica 64. est 4. qui est quadratus. 2.

Nota etiam quod sicut numerus quadratus persæpè componitur ex duobus numeris quadratis ita cubus ex tribus cubis vt 216. qui est cubus de 6. componitur ex 125. & 64. & 27. qui sunt cubi de 5. & 4. & 3.

Cum volueris diuidere 12. in duas partes continuè proportionales cum 1. fac sic dimidia 12. fit 6. duc in se fit 36. item duc 6. dimidium in reliquum numerum fit 6. detrahe 6. ex 36. remanent 30. quem serua.

12
6 ———————— 1
6

36
6
30

$6\frac{1}{2}$
$3\frac{1}{2}$
3

12
1
13
$6\frac{1}{2}$
$42\frac{1}{4}$
30
$12\frac{1}{4}$
$3\frac{1}{2}$

deinde iunge etiam 12. & 1. fiunt 13. dimidia fit $6\frac{1}{2}$ quadra fit $42\frac{1}{4}$ detrahe 30. prius seruatum ex $42\frac{1}{4}$ remanent $12\frac{1}{4}$ huius accipe radicem quæ est $3\frac{1}{2}$ detrahe ex $6.\frac{1}{2}$ dimidio aggregati remanent 3. & 3. additus & diminutus à 6. dimidio maiori, ostendit partes quæ sunt 3. & 9. si vero numerus non diuidendus esset maior dimidio diuidendi vt si diceret diuide 12. in duas partes in continua proportionalitate cum 27, est maior quam 6. dimidium 12. multiplicabimus 27, in dimidium 12. quod est 6 fit 162. detrahe 36. quadratum dimidij

12
6
36

27
162
36
126

27
12
39
$19\frac{1}{2}$
$380.\frac{1}{4}$
126
$506\frac{1}{4}$
$22\frac{1}{2}$

ex 162. remanent 126. deinde iunge 27. & 12. fit 39. dimidium est $19.\frac{1}{2}$ duc in se fit $80\frac{1}{4}$ adde ei 126. seruatum fit $506\frac{1}{4}$ huius radix est $22.\frac{1}{2}$ detrahe $19\frac{1}{2}$ dimidium aggregati ex $22\frac{1}{2}$ remanent 3 & 3. additus & diminutus à 6. quod est dimidium numeri diuidendi ostendit partes erunt igitur partes 3. & 9. quæsitæ Et si dicas nomine sine hac regula potuit fieri hæc operatio per algebra dico quod sic imo hæc est regula de modo, quâ tamen vtitur replicando in denominationibus quia facere positionem de positione adducit confusionem, & ideò, si quis dicat, diuide 10. in duas partes proportionales cum 4 co. operabimur per regulam de modo positam, & tamen non possumus operari per algebra, & ita faciemus regulas de modo in omnibus casibus vbi voluerimus facere positionem in denominationibus, & hæc regula est quasi conuersa centesimæ decimæ sextæ quadragesimisecundi capituli.

Si fuerint 3. quantitates continuè propor- 03
tionales diuidatur quod aggregatum primæ & tertiæ per vnamquamque illarum prouenientia iuncta & ducta in productum primæ in tertiam sunt æqualia ductui aggregati ex prima & tertia in aggregatum omnium trium quantitatum veluti sint. 4. 6. 9. aggregatum primæ & tertiæ quod est 13. diuisum per vnamquamque illarum producit $3\frac{1}{4}$. $2\frac{1}{6}$. $1\frac{1}{9}$. hæc iuncta faciunt $6\frac{31}{36}$ multiplico $6\frac{31}{36}$ in quadratum secundæ vel in productum primæ in tertiam quod est 36. fiunt 247. & tantum producitur ex aggregato primæ & tertiæ quod est 13. in aggregatum omnium trium quantitatum quod est 19. fit. enim 247.

Omnium 3. quantitatum continuè proportionalium si aggregatum primæ & tertiæ diuidatur per primam & secundam statuendo primam quamuis ex extremis quantitatem, prouenientia iuncta & multiplicata in productum primæ in tertiam, tantum faciunt quantum aggregatum primæ & tertiæ in aggregatum secundæ & tertiæ. exemplum sint. 4. 6. 9. quantitates continuè proportionales & ponatur prima quantitas 9. secunda secundæ 6. tertia 4. & diuidatur aggregatum primæ & tertiæ quod est 13. per primam & secundam quæ sunt 9. ℞ 6. & proueniunt $1\frac{4}{9}$ & $2\frac{1}{6}$ quæ iuncta faciunt $\frac{11}{18}$ dico quod hoc aggregatum ductum in productum primè in tertiam quod est 130. tantum facit quantum aggregatum primæ & tertiæ quod est 13. in aggregatum secundæ & tertiæ quod est 10. nam 10. in 13. faciunt 130. & similiter accidit si facias 4. quantitatem primam 6. secundam 9. tertiam nam diuiso 13. per primam & secundam proueniunt $3.\frac{1}{4}$ & $2\frac{1}{6}$ quæ iuncta faciunt $5\frac{5}{12}$ hæc ducta in productum primæ in tertiam quod est 36. faciunt 195. & tantum producitur ex aggregato primæ & tertiæ quod est 13. in 15. aggregatum secundæ & tertiæ.

Et similiter si aggregatum primæ & secundæ per primam & tertiam seorsum. deinde exeuntia iungantur & tale aggregatum ducatur in productum primæ in tertiam producetur tantum quantum fit ex aggregato primæ & secundæ in aggregatum primæ & tertiæ posita prima quacunque ex duabus volueris extremis, exemplum sint. 4. 6. 9. iungatur 4. & 6. & fiunt 10. diuidatur 10. per

per primam & tertiam & ſunt 4. & 9. & exeunt $2\frac{1}{2}$ & $1\frac{1}{6}$ iunge fiunt $3\frac{11}{18}$ duc in productum primæ in tertiam quod eſt 36. fiunt 130. & tantum producitur ex aggregato primæ & tertiæ in aggregatum ſecundæ & tertiæ nam aggregatum ſecundæ & tertiæ eſt 13. & aggregatum primæ & tertiæ eſt 10. & 10. in 13. facit 130. & ita eiam eſſet vbi 9. poneretur prima quantitas & 6. ſecunda & 4. tertia.

Ex his ſequitur quod tantum aggregatur ex diuiſione aggregati primæ & tertiæ per ſecundam & tertiam quantum ex diuiſione aggregati primæ & ſecundæ per primam & tertiam & ſimiliter tantum ex diuiſione aggregati primæ & tertiæ per ſecundam & primam quantum ex diuiſione aggregati ſecundæ & tertiæ per primam & tertiam exemplum ponamus 9. 12. 16. & ſint eo ordine vt vides in figura dico quod diuiſo aggregato primæ & tertiæ quod eſt 25. per ſecundam & tertiam & ſunt 12. & 16.

prima ſecunda tertia.
9 12 16

25
12 16
$2\frac{1}{12}$ $1\frac{9}{16}$
$3\frac{31}{48}$

9 12 16
21
9 16
$2\frac{1}{3}$ $1\frac{5}{19}$
$3\frac{31}{48}$

9 12 16
25
9 12
$2\frac{7}{9}$ $2\frac{1}{12}$
$4\frac{31}{36}$.

9 12 16
28
9 16
$3\frac{1}{6}$ $1\frac{2}{3}$
$4\frac{31}{36}$

& exeunt $1\frac{9}{16}$ & $2\frac{2}{12}$ quæ iuncta faciunt $3\frac{31}{48}$ tantum aggregatur ex diuiſione aggregati primæ & ſecundæ & eſt 21. per primam & tertiam exeunt. enim $2\frac{1}{3}$ & $1\frac{5}{16}$ quæ iuncta faciunt $3\frac{31}{48}$. Et ſimiliter diuiſo aggregato primæ & tertiæ & eſt 25. per primam & ſecundam & ſunt 9. & 12. exeunt $2\frac{7}{9}$ & $2\frac{1}{12}$ quæ iuncta faciunt $4\frac{31}{36}$ & tantum prouenit diuiſo aggregato ſecundæ & tertiæ & eſt 28. per primam & tertiam quæ ſunt 9. & 16. exeunt. enim $3.\frac{1}{9}$ & $1\frac{3}{4}$ quæ iuncta faciunt $4\frac{31}{36}$.

Et ſimiliter cum diuiſerimus aggregatum primæ & ſecundæ per ſecundam & tertiam & prouenientia iunxerimus productum ex hoc aggregato in quadratũ ſecundæ quantitatis, tantum erit quantum aggregatum primæ & ſecundæ ductum in ſeipſum & hoc poſitâ primâ quantitate quia volueris exemplum ſint 4. 6. 9 & ponatur prima & ſecunda 4. & 6. & fiunt 10. diuide hoc aggregatum per ſecundam & tertiam & exeunt $1\frac{2}{3}$ & $1\frac{1}{9}$ iunge fiunt $2\frac{7}{9}$ multiplica in quadratum ſecundæ quod eſt 36. & fient 100. & tantum fit ducto aggregato primæ & ſecundæ & eſt 10. in ſe & fit 100. nec pluribus modis poteſt fieri combinatio quin reuertatur res ad regulam duarum quantitatum quæ eſt tenetur in non proportionalibus hæc autem regulæ propriæ ſunt tribus quantitatibus continuæ proportionalibus.

Cumque fuerint quatuor quantitates con- 31

8 12 18 27
27 18
8 12

35 30
12 18 8 27
$2\frac{11}{12}$ $1\frac{17}{18}$ $3\frac{3}{4}$ $1\frac{1}{9}$
$4\frac{31}{39}$ $4\frac{31}{36}$

tinuæ proportionales aggregatum primæ & quartæ diuiſum ſecundam & tertiam tantum facit ſi iungantur prouentus quantum diuiſo aggregato ſecundæ & tertiæ per primam & quartam iunctis prouentibus veluti ſint quatuor quantitates 8. 12. 18. 27. continuæ proportionales & diuidatur aggregatum primæ & quartæ per ſecundam & tertiam & exeuntia iungantur quæ ſunt $2\frac{11}{12}$ & $1\frac{17}{18}$ fiunt $4\frac{31}{36}$ & idem prouenit diuiſo aggregato ſecundæ & tertiæ quod eſt 40. per primam & quartam quæ ſunt 8. & 27. exeunt $3\frac{3}{4}$ & $1.\frac{1}{9}$ quæ iuncta faciunt $4\frac{31}{36}$.

Cum fuerint aliquot quantitates continuæ proportionales ac totidem aliæ ſub eadem vel diuerſa proportione continuæ proportionales. Eruntproducta ex illis ſiue directè ſiue conuerſim continuæ proportionalia vt vides in exemplis.

Ex hoc ſequitur quod cum nu. co. cenſus cu. cenſus cenſus ſint continuè proportionalia quod quotiens aſſumuntur in numeris continuè proportionalibus ſiue directè ſiue conuerſim erunt etiam continuè proportionalia; & ita ſiue dixero 1.. cu. p̄. 3 cenſus p. 9 co. p̄. 27. ſiue eſt contra 27. cu. p̄. 9. cenſus p̄. co. p̄. 1. ſemper hæc erunt continuà proportionalia ſiue incipiant ab vnitate ſiue non.

Omnium quatuor quantitatum continuè proportionalium proportio totius aggregati ex omnibus quatuor ad aggregatum primæ & quartæ eſt veluti aggregati primæ & tertiæ ad aggregatum ipſum, demptâ ſecundâ, aut aggregati ſecundæ & quartæ ad ipſummet aggregatum dempta tertia veluti ſint 8. 12. 18. 27. aggregatum eſt 65. ita ſe habet ad aggregatum primæ & quartæ quod eſt 35. veluti aggregatum primæ & tertiæ quod eſt 39. ad ipſummet aggregatum quod eſt 39. demptâ ſecunda quæ eſt 18. remanet 21. proportio igitur 65. ad 35. eſt ſicut 39. ad 12. Et ſimiliter ſicut 26. ad 14. pendet ex octuageſimaquinta quadrageſimiſecundi capituli.

Omnium quatuor quantitatumcontinuè proportionalium proportio aggregati ſecundæ& tertiæ ad aggregatum primæ & quartæ eſt veluti ſecundæ ad aggregatum primæ eſt tertiæ dempta ſecunda aut tertiæ ad aggregatum ſecundæ quartæ dempta tertia.

Omnium

Omnium quatuor quantitatum continuæ proportionalium proportio aggregati primæ, secundæ & quartæ ad secundam & tertiam est composita ex proportione primæ ad aggregatum primæ & secundæ item ex proportione aggregati primæ & tertiæ dempta secunda ad ipsam secundam.

Omnium quatuor quantitatum continuæ proportionalium proportio aggregati primæ & quartæ ad secundum est composita ex proportione aggregati primæ & tertia dempta secunda ad secundum, & proportione aggregati secundæ & tertiæ ad eandem secundam verum hic intelligimus de compositione quæ est multiplicatio in præcedenti de compositione quæ est aggregatio proportionum exemplum proportio 35. aggregati primæ & quartæ ad 12. secundam componitur ex proportione 14. aggregati primæ & tertiæ

prima	secunda	tertia	quarta
8	12	18	27

$\frac{35}{12}$ | $\frac{14}{12}$ $\frac{30}{12}$

dempta secunda ad 12. secundam & proportione secundæ & tertiæ & est 30. ad secundam & est 12. nam ducto 12. in 12. fit 144. & ducto 4. in 30 fit 1420. quorum proportio est veluti 12. ad 35.

Cumque fuerit quantitas diuisa secundum proportionem habentem medium, & duo extrema & interposueris inter eas partes vnam quantitatem in continua proportionalitate, erunt quadrata duarum partium minorum, simul iuncta æqualia quadrato tertiæ.

32 Cum verò cu, & nu. æquantur ce. tunc numerus censuum erit necessariò prima & quarta quantitas continuæ proportionales & ℞. cubica numeri erit secunda ex quatuor quantitatibus continuæ proportionalibus & tertiam intelligere oportebit & prima ex illis quæ erit pars numeri censuum est res quæsita. Exemplum 1. cu. p̃. 64. æquantur 18 ce. tunc 18. qui est numerus censuum est aggregatum ex prima & quarta quantitate continue proportionali & ℞. cu. 64. est secunda quantitas & prima quantitas erit res quæsita, tertia autem quantitas erit supponenda 1 co. & ita 1. cu. p̃. $9\frac{3}{8}$ æquantur 4 ce. tunc 4. est aggregatum ex prima & quarta,

prima	secunda	tertia	quarta
$2\frac{1}{2}$.	℞. cu. $9\frac{3}{8}$	℞. cu. $5\frac{5}{8}$.	$1\frac{1}{2}$.

& ℞. cu. $9\frac{3}{8}$ est secunda quantitas vt vides in exemplo & prima est valor rei.

Et ex hoc sciemus conuertere cu. p̃. nu. æqualia ce. in cu. p̃. nu. æqualia co. hoc modo dicamus quod 1. cu. p̃. 64. æquantur 18. ce. ponemus ℞. cu. 64. secundam quantitatem per regulam præsentem & secundam quantitatem 1 co. & multiplicabimus tertiam in se, & fit 1. ce. & diuidemus pro-

prima	secunda	tertia	quarta
18. m̃. $\frac{cen.}{ra.\ cu.\ 64.}$	℞. cu. 64.	1 co.	$\frac{cen.}{ra.\ cu.\ 64.}$

ductnm per secundam cubando vtrumque & fiet 1. cu. ce. diuidendum per 64. & exibit ℞. cu. $\frac{1.\ cu.\ ce.}{64}$ quaræ conuertendo per regulas præsentis capituli fient $\frac{ce.}{ra.\ cu.\ 64.}$ nam ℞. cubica cu. cen. est ce. quaræ quarta quantitas erit $\frac{cen.}{ra.\ cu.\ 64.}$ & ideo prima quantitas erit 18. m̃. $\frac{cen.}{ra.\ cu.\ 64.}$. Ex regula autem 28. præsentis capituli ducto aggregato secundæ & primæ quantitatis & est ℞. cu. 64. p̃. 28. m̃. $\frac{cen.}{ra.\ cu.\ 64.}$ in aggregatum primæ & quartæ & est 18. fit 324. p̃. ℞. cu. 373248. m̃. ce. ℞. cu. $91\frac{1}{8}$ & hoc debet æquari diuisioni aggregati primæ & quartæ & est 18. per secundam & tertiam multiplicatè in quadratum secundæ: porro diuidere tale aggregatum per secundam deinde multiplicare per quadratúm secundæ non est nisi multiplicare secundam in tale aggregatum igitur supradicta multiplicatio æquatur ductui secundæ in aggregatum primæ & quartæ & est ℞. cu. 373248. cum eo quod fit ex quadrato secundæ in prouentum talis diuisionis factæ per tertiam, est autem diuisio 18. per 1 co. exiens $\frac{18}{1\ co.}$ hoc multiplica in quadratum secundæ quod est ℞. cu. 4096. exit $\frac{ra.\ cu.\ 23887872}{1\ co.}$ igitur fient 324. p̃ ℞. cu. 373248. m̃. ce. ℞. cu. $91\frac{1}{8}$ æqualia $\frac{ra.\ cu.\ 23887872}{1\ co.}$ p̃. ℞. cu. 373248. quare detracta ℞. cu. 373248. communi & residuo ducto per 1 co. fient 324. co. æquales ℞. cu. 23887872. p̃. cu. ℞. cu. 91. $\frac{1}{8}$ igitur habes cu. & nu. æqualia rebus, veruntamen, tunc res non est prima quantitas, sed tertia, & ideò ex hoc non sequitur æquatio, nisi quia cubi & numerus æquantur rebus, & quia secunda quantitas est cognita, quia ℞. cubica numeri ideò quadrando secundam quantitatem, & diuidendo per tertiam habebimus primam quantitatem, quæ est res quæsita.

Cum fuerint quatuor quantitates pro- 33
portionales quarum duarum vltimarum ad duas primas sit proportio dupla erit proportio talis ℞. 2. & si fuerint 6. numeri continuæ proportionales & sint tres primos erit proportio talium. ℞. cubica 2. & si sint 8. & 4. vltimi sint dupli ad 4. primos erit talis proportio ℞℞. 2. & ita si sint decem erit proportio ℞. Rel. P. 2. & ita si sint in proportione tripla erit proportio ipsa ℞. 3. in 4. terminis. & ℞. cu. 3. in 6. terminis. & ℞℞. 3. in 8. terminis. & ℞℞. Rel. P. 3. in 10. terminis & ita de aliis exemplum.

Si quis dicat diuide 5. & 10. primum in tres numeros, & secundum in alios tres qui omnes sint continuæ proportionales dices igitur cum aggregatum quartæ & quintæ & sextæ sit duplum ad aggregatum primæ secundæ & tertiæ nam 10. est duplum ad 5. igitur erunt in proportione ℞. cubicæ 2. dicas igitur pone quod prima pars sit 1. secunda igitur erit ℞. cu. 2. igitur tertia erit ℞. cu. 4. & quarta ℞. cu. 8. & quinta ℞. cu. 16. & sexta ℞. cu. 32. deinde dices per regulam 3. si 1. p̃. ℞. cu. 2. p̃. ℞. cu. 4. esset 4. quid esset ℞. cu. 2. multiplica ℞. cu. 2. in 4. & fit ℞. cu. 128. diuide per 1. p̃. ℞. cu. 4. per regulam præsentis capituli & inuenies partes singulas ad vnam ad vnam & est

fortis regula & quæſtio niſi homo ſit expertus.

Cumque fuerint duo numeri quomodolibet productum quartæ partis quadrati minoris in maiorem æquabitur ſemper producto eiuſdem quartæ partis in differentiam maioris & minoris cum additionem quartæ partis cubi ipſius minoris & quod dico de quarta parte dico de tertia & aliis partibus. Exemplum ſint 5. & 8. quadratum 5. eſt 25. eius quarta pars eſt $6\frac{1}{4}$ ducta in 8. facit 50. & tantum facit ducto $6\frac{1}{4}$ eadem parte quadrati de 5. in 3. differentiam inter 5. & 8. & fit $18\frac{3}{4}$ addendo quartam partem cubi de 5. cubus eius eſt 125. cuius quarta pars eſt $31\frac{1}{4}$ quod additum ad $18\frac{3}{4}$ facit 50. & ſimiliter accipio $\frac{1}{3}$ quadrati de 5. & eſt $8\frac{1}{3}$ duco in 8. fit $66\frac{2}{3}$, duco idem $8\frac{1}{3}$ in differentiam duorum numerorum quæ fuit 3. & fit 25. cui addo tertiam partem 125. cubi de 5. & eſt $41\frac{2}{3}$. fit $66\frac{2}{3}$ vt prius.

Ex præcedenti regula colligitur modus diuidendi 10. aut alium numerum in duas partes. Ita quod diuiſo quadrato primæ per ſecundam & quadrato ſecundæ per primam exeuntia iuncta faciant $17\frac{13}{21}$ diuide 10.

primus	ſecundus
10	$17\frac{13}{21}$
5	
25	25
	$7\frac{13}{21}$
10	
3	
30	$190\frac{10}{21}$
$17\frac{13}{21}$	$47\frac{13}{21}$
$47\frac{13}{21}$	4

fit 5. quadra fit 25. duc in differentiam 10. & $17\frac{13}{21}$ quæ eſt $7\frac{13}{21}$ fit $190\frac{10}{21}$ quem ſerua: deinde tripla 10. fit 30. adde $17\frac{13}{21}$ fit $47\frac{13}{21}$ diuide $190\frac{10}{21}$ per $47\frac{13}{21}$ exit 4. cuius ℞. quæ eſt 2. addita & diminuta à dimidio numeri propoſiti quod eſt 10. oſtendit partes 7. & 3. nam quadratum 7. eſt 49. diuiſum per 3. exit $16\frac{1}{3}$: item quadratum 3. eſt 9. quod diuiſum per 7. facit $\frac{2}{7}$: iunge $16\frac{1}{3}$ & $1\frac{2}{7}$ faciunt $17\frac{13}{21}$. memineris tamen quod ex tali aggregato nunquam prouenit numerus minor diuidendo nec maior quadrato diuidendi. Vnde non poteſt eſſe ſecundus numerus minor 10. nec maior quam 100.

34 Cum volueris facere ex vna ℞. duas in quacumque proportione volueris vt ex ℞. 7. volo facere vnam ℞. L. in proportione 5. ad 3. ſic facito aggrega 5. & 3. fa-

℞. 7			
5	25	7	175
3	9	7	63
8	64		
175			
64			
$2\frac{47}{64}$	$\frac{63}{64}$		

ciunt 8. habes igitur tres numeros 8. & 5. & 3. quos omnes quadra & fiunt 25. & 9. & 64. multiplica duos minores per 7. diuidendum fient 175. & 63. diuide per 64. quadratum aggregati & exeunt $2\frac{47}{64}$ & $\frac{36}{93}$ dicemus igitur quod tantum eſt dicere ℞. 7. quantum ℞. L. $2\frac{47}{64}$ p̄. ℞. $\frac{63}{64}$ & ita in cubicis cubando proportionaliter tenet & tales partes vt dixi ſunt in proportione 5. & 3. Et ſi velles diuidere in tres partes tunc ſit exemplum volo diuidere ℞. 10. in tres partes habentes ſe in proportione 7. 5. 3. primo aggrega 5. & 3. fit 8. diuide igitur per modum præſentem ℞. 10. in duas partes exiſtentes in proportione 8. ad 7. aggrega 8. & 7. fiunt 15. quadra omnes tres numeros fiunt 64. 49. 225. duc duos

m̄. 10			
7. 5. 3			
7. 8			
8	64	640	$2\frac{38}{45}$
7	49	490	$2\frac{8}{45}$
15	225		
5	25	$71\frac{1}{9}$	
3	9	$25\frac{3}{5}$	
8	64		
	$1\frac{1}{9}$	$\frac{2}{5}$	

minores in 10. fiunt 640. & 490. diuide per quadratum aggregati fient $2\frac{38}{45}$ & $2\frac{8}{45}$ igitur ℞. horum componunt ℞. 10. & ſunt in proportione 8. ad 7. deinde quia 8. componitur ex 5. & 3. quadrabis 5. & 3. & fient 25. & 9. & ſimiliter quadrabis 8. & fiet 64. multiplica 25. in $2\frac{38}{45}$ qui fuit pars correſpondens ad 8. & fiet $71\frac{1}{9}$ multiplica 9. in $2\frac{38}{45}$ fiunt $25\frac{3}{5}$. diuide per 64. exit $1\frac{1}{9}$ & ſimiliter diuide $25\frac{3}{5}$ per 64. exit $\frac{2}{5}$ dico igitur quod ℞. $2\frac{8}{45}$ & ℞. $1\frac{1}{9}$ & ℞. $\frac{2}{5}$ componunt ℞. 10. & ſunt in proportione 7. 5. 3. commodè referendo & ita procedit in infinitum.

Regula de duplici.

Quando aliquis ponit quæſtionem in pluribus numeris & non nominat aliquem illorum tunc oportet vti regula quæ vocatur de duplici etiam à me in lucem cum pluribus aliis edita & inuenta & eſt vt poteſtas aggregatum illorum numerorum 1 co. deinde per hoc inueſtigabis ſummam illorum poſt inuenta ſumma quæres per aliam poſitionem vnumquemque eorum per ſe & hoc modo in pluribus poſitionibus abſolues quod in vna ferè eſſet impoſſibile exemplum, inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta ſint 20. & ducto vno in alterum additiſque numeris ipſis producatur 10. quæritur quales erunt illi numeri. Si igitur faceres poſitionem de vno non poſſes ponere alterum ſi vero ſoluere velles dicendo vnus ſit 1 co. alius $\frac{10}{1}$ co. non eſſet verum quia deeſſent numeri & dato quod eſſet verum peruenires rariſſime ad capitula nota: & vix aliquando ad decompoſita, fac ergo ſic pone quod aggregatū numerorum ſit 1 co. & quia productum vnius in alterum eſt cū ipſis numeris 10. igitur deptis ipſis numeris quod ſunt 1 co. remanebit productū vnius in alterū 10. m̄. 1 co. & quia quadratū totius per quinquageſimātertiā regulam quadrageſimiſecundi capituli æquatur quadratis partium cum duplo vnius in alterum 45

terum & duplum vnius in alterum eſt 20. m̃. 2 co. quia productũ vnius in alterum fuerat 10. m̃. 1 co. quadrata etiam iuncta faciunt 20. ex ſuppoſito igitur 1 ce. quadratum totius æquabitur 40. m̃. 2 co. quare res valebit per capitulum compoſitorum ℞. 41. m̃. 1. & hæc erit ſua numerorum qua habita dic diuide ℞. 41. m̃. 1. in duas partes quarum vna in alteram ducta faciat 11. m̃. ℞. 41. hæc eſt enim productio vnius in alterum eo quod 10. ſupponebatur aggregatum numerorum cum productione igitur ſublato aggregato quod eſt ℞. 41. m̃. 1. ex 10. remanet productum vnius in alterum 11. m̃. ℞. 41. diuide igitur per regulam centeſimamprimam quadrageſimi ſecundi capituli ℞. 41. m̃. 1. in duas partes æquales & vna erit ℞. 10 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ quadra fit 10$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 10$\frac{1}{4}$ detrahe 11. m̃. ℞. 41. ex 10$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 10$\frac{1}{4}$ fit ℞. 41. m̃. 10$\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ quare idem eſt per præcedentem vel per dicenda in quæſtione ſeptuageſima nona ℞. 10$\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ huius igitur ℞. detractâ ex dimidio numeri oſtendit partes : fuit dimidium numeri ℞. 10$\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ à quo dempta ℞℞. 10$\frac{1}{4}$ m̃ $\frac{1}{2}$ fiet minor numerus ℞VL. 10$\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞VL. ℞. 10$\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ maior autem ℞VL. 10$\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞VL. ℞. 10$\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ quod eſt intentum. Circa hæc nota quod licet in centeſima prima regula quadrageſimiſecundi capituli dictum ſit quomodo aliquis numerus diuidatur in duas partes quarum quadrata iuncta faciant aliquem numerum datur tamen modus facilior & eſt hic volo exempli gratia diuidere 7. in duas partes quarum quadrata ſimul iuncta faciant 29. diuide 7. fit 3$\frac{1}{2}$ quadra fit 12$\frac{1}{4}$ detrahe ex dimidio 29. quod eſt 14$\frac{1}{2}$ remanet 2$\frac{1}{4}$ cuius ℞. quæ eſt 1$\frac{1}{2}$ addita & detracta à 3$\frac{1}{2}$ facit partes illas quæ ſunt 2. & 5.

Regula de Medio.

36 Operamur autem aliquando per regulam quæ vocatur de Medio & hæc abſoluit nos à pluribus operationibus & forma regulæ talis eſt pone $\frac{1}{2}$ quam pro aggregato numeri quærendi deinde diuide $\frac{1}{2}$ quan. in duas partes quarũ vna eſt 1 co. alia $\frac{1}{2}$ qua. m̃. 1. co. deinde multiplicamus inuicem partes & productum fit $\frac{1}{2}$ co. quan. m̃. 1 ce. deinde operamur

$\frac{1}{2}$ quan.

1 co. $\frac{1}{2}$ quan. m̃. 1 co.

addendo aut minuendo numerum. Poſt ponimus $\frac{1}{2}$ co. quan. tanquam ſit $\frac{1}{2}$ co. & operamur per capitulum compoſitorum aut ſi multiplicatio ſit geminata per capitulum compoſitorum maiorum in tribus modis deſcriptis diuidendo $\frac{1}{2}$ co. quan. & fit $\frac{1}{4}$ qnadra fit $\frac{1}{16}$ adde aut minue à numero fit totum ℞. vniuerſalis addenda dimidio radicum aut minuenda. Deinde quadrabimus vtramque partem & accipiemus aggregatum vtriuſque partis in quo ſemper annihilatur multiplicatio incruciata quia vna eſt m̃. alia p̃. & hoc totum adde quantitati ſecundæ quærendæ & ℞. totius m̃. $\frac{1}{2}$ aut plus : eſt quæſitum , & ad diſcernendum quidam operantur per trigeminatas quantitates admodum fractorum.

Exemplum inuenias duos numeros quorum multiplicatio inuicem faciat 8. & quadrata iuncta ſint cum ipſis numeris 27. pone quod aggregatum ex numeris ſit $\frac{1}{2}$ quan. hoc diuide in duas partes quarum

$\frac{1}{2}$ quan.
1 co. $\frac{1}{2}$ quan. m̃. 1 co.
$\frac{1}{2}$ co. quan. m̃. 1 ce. 8
$\frac{1}{4}$ quad. $\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$ m̃. 8.
℞. L. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̃. 8
℞. L. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̃. 8

vna ſit 1 co. alia erit $\frac{1}{2}$ quan. m̃. 1 co. & quia multiplicatio debet facere 8. multiplica 1 co. in $\frac{1}{2}$ quan. m̃. 1 co. fit $\frac{1}{2}$ co. quan. m̃. 1 ce. & hoc æquatur 8. igitur $\frac{1}{2}$ co. quan. æquatur 1 ce. p̃. 8. diuide $\frac{1}{2}$ co. ex capitulo rancor fit $\frac{1}{4}$ quadra fit $\frac{1}{16}$ minue numerum vt in capitulo rancor minue fit $\frac{1}{16}$ m̃. 8. igitur hoc totum minue & adde dimidio radicum per ipſummet capitulum fit $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{16}$ m̃. 8. & $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{16}$ m̃. 8. his adde ℞. capiendo eam abſolutam & poſt vniuerſalem fit vna pars ℞L. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̃. 8. alia ℞L.

℞. L. $\frac{1}{4}$ m̃. V. $\frac{1}{16}$ m̃. 8.
℞. L. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̃. 8.

$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ p̃. 8.
$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ p̃. 8.

$\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{16}{27}$
℞. 43 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$ p̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ m̃. 8. & quia thema dicit quod numeri debent quadrari ideo quadrabuntur vtrique hoc modo vides $\frac{1}{16}$ p̃. $\frac{1}{16}$ p̃. 8. & $\frac{1}{16}$ p̃. $\frac{1}{16}$ p̃. 8. nam aliæ incruciationes cadunt quia vna eſt p̃. alia m̃. & ſunt æquales , iunge igitur hæc duo producta & fient $\frac{1}{4}$ p̃. 16. quibus adde 27. & fient 43 $\frac{1}{4}$ huius igitur ℞. m̃. $\frac{1}{2}$ eſt numerus quæſitus id eſt aggregatum eſt igitur aggregatum ℞. 43 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{4}$ diuide igitur per centeſimam regulam quadrageſimiſecundi capituli ℞. 43. $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ in duas partes ex quarum multiplicatione proueniat 8. & operaberis complementum quæſiti , ſed illud poſtmodum eſt extra propoſitum.

Et hanc habui à Magiſtro Gabriele de Aratoribus , qui eam habuit à Fratre Luca , & eſt ingenioſa valde hic autem Magiſter Gabriel fuit ille qui impulit me vt componerem hunc librum. Exempla regulæ videbis in quæſtionibus , regula autem dupli à me inuenta eſt facilior quidem ſed plura præſupponit. Hæc autem ſi per ſe ſumatur longè eſt vniuerſalior.

Capvt LII.

De Societatibus.

Res Societatum leuis est; constat enim ex quinque ex capitali partium, ex redditu proportionali, ex tempore mansionis, ex existimatione personarum, & aggregato toto quod corpus appellatur societatis.

1 Et circa hoc vnum tantum particulare conuenit scire quod cum portiones non æquantes vnitatem iunguntur, semper aggregatum ex denominatoribus pro vnitate statuendum est, veluti 4. societatem ineunt primus vult dimidium, secundus tertiam partem, tertius quartam: quartus quintam: totius lucri, tu scis quod $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}$ implent $\frac{77}{60}$ vnius integri, non igitur est possibile ex re quæ tantum est 60. dare 77. diuidemus igitur 77. dando primo partes 30. & secundo 20. & tertio 15. & quarto 12. seruabitur enim proportio inter eos qualis fuit inter $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}$. nam sicut $\frac{1}{2}$ est duplum ad $\frac{1}{4}$ ita 30. ad 15. & sicut $\frac{1}{2}$ est dimidio maior $\frac{1}{3}$ ita 30. continet 20. & dimidium eius & ita si vnus vellet $\frac{1}{2}$ & alius $\frac{1}{3}$ & hoc est minus integro: diuide productum ex 2. in 3. & est 6. per 2. & 3. exibunt iidem, qui iuncti ponentur pro denominatore, habebit igitur primus $\frac{3}{5}$ & secundus $\frac{2}{5}$, reducendo ad regulam dicemus posito quod essent partes datæ $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}$: quæ sumptæ in 12. habente illas partes faciunt 13. si 6. & 4. & 3. quæ fuerunt partes de 12. diuiso per $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$. faciunt 1. diuisum per 13. quid erunt $\frac{6}{12}\ \frac{4}{12}\ \frac{3}{12}$. & fient $\frac{6}{13}\ \frac{4}{13}\ \frac{3}{13}$. & hoc est dicere si $\frac{1}{12}$ fiat $\frac{1}{13}$ quid fient $\frac{6}{12}\ \frac{4}{12}\ \frac{3}{12}$, & fient $\frac{6}{13}\ \frac{4}{13}\ \frac{3}{13}$: regula igitur practica est vt ducas denominatores inuicem vtpote $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ fiunt 12. deinde per vnumquodque denominatorum primi, secundi & tertij, & fient pro primo 6. pro secundo 4. pro tertio 3. & hoc serua, deinde iunge simul, & aggregatum pone pro denominatore quod est 13. & numerum seruatum pro numeratore hoc modo $\frac{6}{13}\ \frac{4}{13}\ \frac{3}{13}$ quare. Et pro fundamento huius opinionis existimant quod si quis dicat si 3. esset medietas 4. quæ esset sexta pars de 12: dicunt quod medietas 4. est 2. igitur 3. esset 2. si igitur 3. esset 2. quid fiet 12. & fiet per regulam 3. ducto 2. in 12. fit 24. diuiso per 3. fit 8. eius sexta pars est $1\frac{1}{3}$, igitur si 3. esset medietas 4. sexta pars 12. esset $1\frac{1}{3}$. & similiter si 5. esset quarta pars 30. peto 2. cuius esset tertia, pars quarta pars 30. est $7\frac{1}{2}$, igitur si 5. esset $7\frac{1}{2}$, 2. cuius erit tertia pars tripla 2. fit 6. duc in $7\frac{1}{2}$ fit 45. diuide per 5. fit 9. igitur 2. esset tertia pars de 9. quod probatur per conuersum dicendo si quarta pars 30. est 5. tertia pars 9. quid erit, diuide per quartam partem 30. & est $7\frac{1}{2}$, productum ex 5. in 9. quod est 45. exit 6. cuius, tertia pars est 2.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
	12	
3	4	6
13	13	13

Et hic est sensus dicentis si 3. esset medietas 4. quæ esset sexta pars de 12. & hoc ex virtute sermonis, quod si diceret si medietas 4. esset 3. quænam esset sexta pars 12. tunc esset totum conuersum, esset enim sensus. si 2. esset 3. quænam esset sexta pars 12. duc 12. in 3. fit 36. diuide per 2. fiet 18. eius sexta pars, est 3. igitur vno modo est $1\frac{1}{3}$, & alio modo. 3. nam subiectum sermonis quod est 2. augetur: hoc modo autem 3. fit subiectum sermonis, & minuitur: cum igitur quis dicit si 3. esset medietas 4. intelligitur diminutio, & si dicat si medietas 4. esset 3. intelligitur auctio, primus enim terminus quod profertur est res quæ augetur aut minuitur, considera igitur si secundus terminus est maior primo fit auctio, si minor diminutio: & semper secundus terminus debet duci per tertium. Et diuidi per primum: sed oportet etiam intelligere benè quis sit tertius terminus multiplicandus, Frater autem Lucas credidit hos ambos sensus in eodem sermone posse contineri atque ita distinxit. Verum hoc non est ita: sermo enim Mathematicorum abhorret ambiguitatem. verum sunt res hæ contentiosi hominis, & non optimi Arithmetici, cum vero qui talibus sermonum decipulis studet reiicere tanquam inutilem debemus, cum igitur dicimus primus debet habere $\frac{1}{2}$, secundus $\frac{1}{3}$, tertius $\frac{1}{4}$, clarum est quod proportio eadem seruanda est hoc vtroque sensu posito necessario euenit, & etiam secundum opinionem nostram quæ est multum ab his distincta: verum cum dicimus si 3. esset medietas 2. quænam esset sexta pars 12, tunc est alius sensus verior istis nam neque 2. totum vsque ad 3. augeri debet, nec 3. in totum diminui vsque ad 2. sed ambo debent ad alterum accedere ita quod fiant æquales, Nam & natura rerum ita est quod vtroque termino variatio æqualis esse debet, & similiter si dicamus si ex ductu 3. in 2. fiat 4. nam hoc non est aliud quam 3. esse medietatem 4. nam quælibet medietas duplata perducit suum totum: quid igitur erit sexta pars 12. & hoc demonstratur clarè in superficie cuius vnum latus est diuisum in 3. aliud in 2. & superficies sit 4. in veritate: nam duplatum 3. hoc modo producit 4. in hoc igitur veriore sensu ducemus 3. in 2. in apparentia fit 6. & quantum ponitur 4. diuide verum positum per positum falsum & est diuidere 4. per 6. fit $\frac{2}{3}$: accipe ℞. eius & eam duc in omnes terminos quos quæris & habebis eos, duc $\frac{2}{3}$ in 9. fit 6. & erit 3. ℞. 6. & similiter duc ℞. $\frac{2}{3}$ in 2. fit $2\frac{2}{3}$ & ℞. eius erit 2. & sic dicemus quod 12. erit ℞. 96. & eius sexta pars erit ℞. $2\frac{2}{3}$: & ita si quis dicat si ex 3. in 4. fieret 7. quantum fieret ex 2. in 6. duc 3. in 4. fit 12. diuide 7. per 12. exit $\frac{7}{12}$: & eius ℞. ducenda erit in omnes terminos, quadrabimus igitur 3. 4. 2. 6. fient. 9. 16. 4. 36. ducti in $\frac{7}{12}$ faciunt $5\frac{1}{4}$: & $9\frac{1}{3}$: & $2\frac{1}{3}$: & 21: erit igitur 3. ℞. $5\frac{1}{4}$: & 4. erit ℞. $9\frac{1}{3}$: & 2. ℞. $2\frac{1}{3}$: & 6. ℞. 21. igitur ex 2. in 6. fiet quantum ex ℞. $2\frac{1}{3}$ in ℞. 21. & fit ℞. 49. quæ est sicut etiam ex 3. in 4. & hic modus seruit Almagesto & veritati: & superficiebus & nos demonstrauimus aliàs ipsum, & confert ad habendam veritatem in pluribus quæsitis cum reliqui tantum sint ad ostentationem: & vbi modus hic in Societatibus

quod

quod tamen rariſſimè accidit differentiam ab aliis adduceret ipſo & non aliis attendere debes.

2 Veniendo igitur ad exemplum ſocietatum ponam diſtinguentia modos quinque licèt ferè in omnibus capitale, corpus, & tempus, & redditus, neceſſariò præſupponantur, perſona autem extimatione depræhenditur, ſufficient autem exemplum vnum tantum per quæ omnia hæc compræhendentur. Diuites duo mercatores ſocietatem inierunt in Calendis Ianuarij 1536. Primus poſuit aureos 1000. & voluit $\frac{2}{3}$ totius lucri: & ſecundus poſuit aureos 700. & contentus fuit accipere $\frac{1}{3}$: ſuperuenit autem in Calendis Auguſti tertius ſocius qui dixit ego ponam perſonam & aureos 100. & ipſi duo primi computauerunt lucrum factum in menſibus 7. cum capitali, & inuenerunt quod reſpectu totius ſi ille poneret quod promiſerat poterat dari $\frac{1}{4}$ totius lucri hàbitâ proportione eius qui trahebat $\frac{1}{3}$ cum aureis 700. reſpectu totius capitalis primi quod fuit 1700: & ita conuenerunt quod primus haberet $\frac{8}{15}$ ſecundus $\frac{4}{15}$ tertius $\frac{1}{5}$ totius lucri à Calendis Auguſti vſque quo duraret ſocietas, quod illud quod aquiſitum fuerat per 7. menſes priores in fine haberetur pro capitali reſpectu tertij & quod haberet diuidi per duos primos ſub conditione prima inter eos facta in capite igitur anni 1537. ideſt in fine, perditum fuit inuentarium factum in Calendis Auguſti & inuenerunt vltra totum capitale trium ſociorum quod fuit 1800. aureornm lucrum aureorum 800. computato lucro facto in primis 7. menſibus, cum igitur neſcirent ipſum quæſitum fuit quantum vnicuique deberetur & quanti æſtimata eſt perſona illius.

Primus 1000. menſes $24\frac{2}{3}$.
Secundus 700. menſes $24\frac{1}{3}$.
Tertius 100. & perſonam menſes $17\frac{1}{4}$.

Pone igitur res cognitas hoc modo vt vides per ordinem cum ſuis temporibus. Ignota autem ſunt lucrum 7. menſium & æſtimatio perſonæ. Cum igitur ſecundus habeat $\frac{1}{3}$ totius ex $\frac{7}{17}$ quos poſuit, quid poſuit tertius vt haberet $\frac{1}{4}$, reduces $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ ſimul & fient pro primo $\frac{8}{15}$, pro ſecundo $\frac{4}{15}$, pro tertio $\frac{3}{15}$, & eſt $\frac{1}{5}$, ſi igitur $\frac{1}{3}$ fit ex $\frac{7}{17}$ præcedentibus capitalis, ex quo fiet $\frac{1}{5}$, duc $\frac{1}{5}$ in $\frac{7}{17}$ fiunt $\frac{7}{85}$, diuide per $\frac{1}{3}$ exeunt $\frac{21}{85}$, tantum igitur poſuit tertius computata perſona & aureis 100. reſpectu aliorum: reliqui autem qui poſuerant 1700. & lucrum 7. menſium poſuerunt $\frac{64}{85}$ reſiduum videlicet totius capitalis. Pone igitur quod lucrum 7. menſium fuerit 1 co. igitur capitale duorum primum fuit 1700. p̃. 1 co. & hoc eſt æquale $\frac{64}{85}$ totius capitalis, dic igitur ſi 1700. producit 1 co. in 7. menſibus, quid producet totum capitale cum tertio in 17. menſibus, hoc autem facies in tribus vicibus per regulam 3. dicendo ſi 1700. p̃. 1 co. ſunt $\frac{64}{85}$ capitalis $\frac{21}{85}$ capitalis quid erunt: duc 21. in 1700. p̃. 1 co. fiunt 35700. p̃. 21 co. diuide per 64. exeunt $\frac{21}{64}$ co. p̃. $557\frac{13}{16}$: hoc adde ad capitale duorum fiet $2257\frac{3}{16}$ p̃. 1 co. $\frac{21}{64}$.

Dic poſtmodum ſecundo, ſi 1700. lucratur 1 co. quid lucrabitur $2257\frac{13}{16}$ p̃. 1 co. $\frac{21}{64}$ in totidem menſibus videlicet 7. duc 1 co. in $2257\frac{13}{16}$ p̃. 1 co. $\frac{21}{64}$ fient $2257\frac{13}{16}$ co. p̃. 1 ce. $\frac{21}{64}$: & hoc eſſet diuidendum per 1700. ſed quia quærimus lucrum 17. menſium duc totum per 17. fient ce. $22\frac{37}{64}$: p̃. $36125\frac{13}{16}$ co. diuide per 7. exibunt ce. $3\frac{10}{448}$ p̃. $5160\frac{93}{112}$ co. hoc igitur diuide per 1700. exeunt $\frac{289}{152320}$ ce. p̃. $3\frac{6813}{190400}$ co. cui adde 1 co. quæ fuit lucrum aquiſitum ante Calendas Auguſti, fiet totum lucrum $4\frac{6813}{190400}$ co. p̃. $\frac{289}{152320}$ cenſus, & hoc debuit æquari toti lucro quod fuit 800. aureorum: reduces ad cenſum primo multiplicando omnia per 152320. & fient ce. 289. p̃. $609825\frac{2}{5}$ co. æqualia 121856000. aureorum, igitur diuide omnia per 289. fiet 1 ce. p̃. $2110\frac{1177}{1445}$ co. æqualia $421647\frac{1}{17}$ ſequere æquationem per capitulum res valet ℞. $1534801\frac{702278381}{2413756900}$ m̃. $1055\frac{177}{2890}$: & hoc fuit lucrum primorum 7. menſium, quod detrahe à totali lucro videlicet aureis 800. remanet lucrum menſium 17. hoc $1855\frac{177}{2890}$ minus ℞. $1534801\frac{702278381}{2413756900}$ & hoc debet diuidi, dando primo $\frac{8}{15}$: & ſecundo $\frac{4}{15}$: & tertio $\frac{1}{5}$, reliquum autem quod fuit ℞. $1534801\frac{702278381}{2413756900}$ debet diuidi ita quod primo dentur $\frac{2}{3}$, & ſecundo $\frac{1}{3}$, Veniendo ad approximationem nam res mercaturæ hoc poſtulant nec manent in quantitatibus ſurdis: excipe ℞. $1534801\frac{702278381}{2413756900}$ & eſt $1238\frac{2157}{2476}$ à qua detrahe $1055\frac{177}{2890}$ remanent aurei 183. cum $\frac{2897739}{3577820}$: hoc autem eſt diuidendum ita vt primo $\frac{2}{3}$ & ſecundo $\frac{1}{3}$ adueniat fient igitur primo $122\frac{1031826}{3577820}$ ſecundo autem $61\frac{515913}{3577820}$ reſiduum autem eſt aurei $616\frac{600081}{3577820}$. ex quibus dando primo $\frac{8}{15}$ ſecundo $\frac{4}{15}$ tertio $\frac{1}{5}$ fiunt primo $328\frac{2270280}{3577820}$ ſecundo autem aurei $164\frac{1135440}{3577820}$ tertio autem $123\frac{851581}{3577820}$: iunctis igitur partibus primi in 7. & in 17. menſibus & ſimiliter ſecundi fient primo aurei $451\frac{624886}{3577820}$ ſecundo autem aurei $225\frac{2101353}{3577820}$ & tertio quod prius videlicet aurei $123\frac{851581}{3577820}$: ex quibus conflatur ſumma aureorum 800. Modo autem videamus quanti perſona fuit extimata lucrum primum fuit aurei $183\frac{2897739}{3577820}$ additis 1700. capitalis fiunt $1883\frac{2897739}{3577820}$ tertius igitur poſuit $\frac{21}{85}$ huius ſummæ duc totum in 21. & fiunt $39543\frac{60852519}{3577820}$ diuide per 85. exeunt $465\frac{1473568}{3577820}$ & quia poſuit aureos 100. in pecunia igitur perſona fuit extimata pro reliquo videlicet aureis $365\frac{1473568}{3577820}$ quare totum corpus ſocietatis in fine debuit appellari quod eſſet aureorum $2965\frac{1473568}{3577820}$: aliqui autem hoc primo inueniunt deinde per ipſum dant lucra verum poſui modum hic faciliorem quo perfectè intellecto ſcies inuenire & ſoluere omnes quæſtiones ſocietatum.

Capvt LIII.

De Societatibus bestiarum.

SOlent diuites dare colonis bestias vt pecudes & vacas eâ conditione vt post certum tempus diuidant capitale & lucrum, vel prouentum: nam loco bestiarum Agricola non solum curam, sed & cibum ponit. Vnde in certo tempore conuentionis Dominus & agricola diuidunt totum capitale, & prouentum, per æqualia: vel saltem ad datas portiones: sæpè tamen & colonus aliquam partem ponit.

Totum igitur negotium consistit in duobus, Primo in temporis inuentione, & hæc habetur per modum fusionis metallorum prout dictum est in capitulo suo, quæres igitur omnia residua temporum & ea duces in capita animalium, & totum diuides per capita animalium, & quod exit est tempus. Exemplum quidam dedit 100. pecudes ad tenendum 5. annis, deinde post biennium dedit 300. eadem conditione, deinde post annum & medium 150. alias ea conditione: quæritur quando hic dicetur tenuisse 5. annis omnes pecudes, & ita quãdo finita erit pactio: quando igitur posuit 150. pecudes deficiebant anni $1\frac{1}{2}$ pro complendo tempus 100. pecudum: duc $1\frac{1}{2}$ in 100. fit 150. & similiter quando posuit easdem 150. deficiebant anni $3\frac{1}{2}$ ad complendum tempus 300. pecudum duc 300. in $3\frac{1}{2}$ fit 1050. vltimo ad 150. deficiebant anni 5. duc 150. in 5. fiunt 750. iunge simul fiunt omnes peccudes 150. 1050. 750. & ita fient omnes 1950. diuide per aggregatum pecudum & est 550. & fient anni $3\frac{6}{11}$ & tanto tempore tenebit omnes peccudes à die in qua recepit vltimas 150, prædices igitur societatem finiti ab initio inchoando annis $7\frac{1}{22}$: probatio est vt reducas totum & pecudes inuicem & fiet summa 2750. temporis & pecudum in vltima autem pecudum 150. datione, iam præcesserat pecudum & temporis summa 800. igitur deductis 800. ex 2750. remanent 1550. quamobrem cum sint 550. pecudes ad complendum 1950. requiruntur anni $3\frac{6}{11}$.

100	300
$1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
150	1050
	150
	5
	750
150	
1050	
750	
1950	
550	
$3\frac{6}{11}$	

Secundum est quod cum fienda sit diuisio ante tempus vel post, deme partem positam ex parte habenda & residuum duc in tempus societatis, & diuide per tempus pactionis: & talem partem dabis colono vltra debitam proportionem potes & idem facere ducendo in residuum animalium, exemplum Dominus posuit pecudes 100. colonus nihil: debuit infra 5. annos capitale & prouentus diuidi per æqualia quia igitur colonus nihil posuit aduenit ei medietas tota propter tempus annorum 5. duc igitur in casu in quo accideret diuisio in annis $3\frac{1}{2}$: si 5. anni dant $\frac{1}{2}$ quid dabuit $3\frac{1}{2}$ duc $3\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{2}$ fiunt $1\frac{3}{4}$: diuide per 5. exeunt $\frac{7}{20}$, & hæc erit pars coloni reliquum erit Domini quod est $\frac{13}{20}$, & idem redit faciendo de pecudibus ponamus, quod pecudes illæ in annis $3\frac{1}{2}$ factæ essent 300. igitur pars coloni esset 150. in 5. annis. dic igitur si anni 5. dant pecudes 150. quantum dabunt anni $3\frac{1}{2}$ in 150. fiunt 525. diuide per 5. & erunt pecudes 105. & hic est $\frac{7}{20}$ de 300. quare vno & alio modo idem redit. Quod si colonus posuisset vaccas 8. Dominus 32. & deberent diuidere in annis tribus, accidit autem vt cogerentur diuidere in 28. mensibus, fac. Vt dictum est ponamus quod tunc fuerint capita 76. deme $\frac{1}{5}$. quod est pars coloni in capitali, nam 8. est $\frac{1}{5}$ de 40. ex $\frac{1}{2}$ & hoc est quod debet ei in 3. annis remanent $\frac{3}{10}$, duc in 28. menses fiunt $\frac{84}{10}$ mensium, diuide per 36. menses exeunt $\frac{7}{30}$, dabis igitur colono pro parte sua primo $\frac{1}{5}$ totius deinde $\frac{7}{30}$ & hoc totum est $\frac{13}{30}$ totius, duc 13. in 76. fiunt 988. diuide per 30. exeunt $32\frac{14}{15}$, & tot debentur colono, reliquæ Domino: hoc eodem modo facies si tempus transgressum fuerit parte coloni detracta prius, de reliquo idem operaberis secundum Fratrem Lucam. Exemplum posuit Dominus 100. pecudes, colonus nihil vt diuideretur grex per $\frac{1}{2}$ in 4. annis, colonus tenuit 7. annis, & fuerunt pecudes 700. da primo 350. colono, deinde diuide reliquas 350. in medium fiunt 175. duc 175. in 3. & est tempus vltra primam conuentionem, fient pecudes 525. diuide per 4. exeunt $131\frac{1}{4}$, adde ad 350. habebit colonus $481\frac{1}{4}$: Dominus residuum $218\frac{3}{4}$.

Capvt LIV.

De Pensionibus domorum cum mutuo censu.

QVidam locant domos accipiendo pecuniam antè, & regula in hoc non exponetur nisi per exemplum, quidam accepit domum pro libris 23. singulo anno & dedit Domino domus libras 60. donec extinguerentur libræ illæ & post è domo discessurus ita quod de libris 60. volebat 5. pro 100. & est $\frac{1}{20}$: sicut solet fieri singulo anno quæritur, quando finietur & locatio.

Ad hanc interrogationẽ est triplex solutio sicut & triplex intellectus, vel enim vult 5. pro 100. absolutè, ita quod incepto anno alio non vult trahere nisi ex capitali, vel vult trahere ex capitali & redditu, vel vult quod intelligatur portio temporis pro portione lucri, & licet duo primi modi hic non videantur differre quantum redditus pecuniæ est minor redditu domus dabo tamen tibi exemplum differentiæ: quidam dedit 1000. aureos hac conditione vt persolueret aureos 20. ex domus ficto & acciperet aureos 50. propter pecunias datas, tunc si loquimur de redditu simplici illi 1000. aurei crescent continue aureis 30. sine differentia sic in 10. annis essent 1300. aurei si verò sit redditus capitalis tunc in primo anno habebit aureos 1030. in secundo $1061\frac{1}{2}$, in tertio $1094\frac{3}{40}$, & ita de aliis, de hoc igitur videbitur in capitulo suo.

Remanent

Remanent igitur duo modi vel quod intelligamus ex pecuniis partem temporis pro toto anno computari, & hoc modo soluit Frater Lucas & non conuenit modus talis est, ex 60 libris primo anno lucratur 3. fiunt 63- deducas 23. remanent 40. in secundo anno ex 40. libris deducuntur 2. & fiunt 42. deme 23. remanent 19. & quia ille retinet 19. libras tertio anno licet non toto quia cuius extinguntur dat tamen Frater Lucas redditum totius anni videlicet $\frac{19}{20}$ vnius libræ, fiunt igitur libræ 19 $\frac{19}{20}$ & qualis pars est 19 $\frac{19}{20}$ de 23. talem partem accipies de anno quæ faciliter habebitur ducendo 19 $\frac{19}{20}$ & similiter 23. per denominatorem & fient $\frac{300}{400}$ vnius anni & ni tanto tempore locatio nec finietur hoc modo.

Si vero rectius velis examinare vt sicut ille non habet censum è domo nisi pro tempore locationis. ita alius non debet trahere ex pecuniis pro toto si finiantur ante ipsum, dic igitur vt prius pro duobus primis annis: in tertio remanebunt 19. libræ quas prometeri facies tantum pro tempore quo ille manebit in domo, cum igitur census domus sit libræ 23. oportebit igitur vt tempus illud sit tale quod faciat promereri ex redditu totius anni & est $\frac{19}{20}$ talem partem quæ addita ad 19. proportionem obtineat ad 23. qualis est pars. ipsum tempus totius anni.

Hanc autem partem inuenies ex regula centesimatrigesimasexta capituli 42. sic detraho $\frac{19}{20}$ ex 23. fit 22 $\frac{19}{20}$ diuido per 19. exit 1 $\frac{61}{380}$ siue $\frac{441}{380}$ & hic est numerus quæsitus, nam acceptà parte siue diuiso 23. per $\frac{441}{380}$ exeunt 19 $\frac{161}{441}$, diuiso autem $\frac{9}{20}$ per $\frac{441}{380}$ exeunt $\frac{161}{441}$, quæ addita ad 19. faciunt 16 $\frac{61}{441}$ Vnde nota quod diuidere $\frac{19}{20}$ per $\frac{441}{380}$ non est nisi econtrario diuidere 380. per 20. & quod exit ducere in 19. & fit 361. & ponere numeratorem 441. diuisoris, pro denominatore, & hoc nota exemplum aliud volo diuidere $\frac{17}{24}$ per $\frac{47}{96}$ dico è conuerso facias diuide 96. per 24. exit 4. duc in 17. fiunt 68. & ita $\frac{68}{47}$ exibunt ex tali diuisione, igitur in proposito fuerunt $\frac{441}{380}$ de 23. & solui 19 $\frac{161}{441}$ & hoc fuit tanta pars de 32. quantum fuit tempus de anno. videlicet $\frac{8740}{19143}$ posset etiam fieri per rem sed est difficilior.

Capvt LV.

De Transmutationibus.

Res transmutationum cognoscitur in quatuor modis. Primus est vt sit simplex. Secundus vt sit cum parte pecuniæ. Tertius est vt sit cum expectatione temporis, & ex his componitur quartus modus & est vt sit cum parte pecuniæ, & expectatione temporis simul. In his autem modis 6. quæruntur primum quando æqualiter fiat transmutatio secundum si facta sit ex quo facta est. Tertium quis lucratur aut Perdit & quantum quantum quantum pro 100. quintum ex quo debet fieri vt lucratur certam portionem sextum quomodo fieri debet aut facta fuit nam hæc semper sunt. Item vt lucretur tantum pro centum sunt igitur modi omnes 24. sunt & alij modi sed ex his pendent omnes enim minutias velle exponere est infinitum si igitur quis dicat quidam vult dare lanam valoris 10. pro 12. ego habeo talam valoris 7. quantum ponere debeo dic si 10. producit 12. quid producet 7. duc 7. in 12. fit 84. diuide per 10. exit 8 $\frac{2}{5}$ & hoc est pretium.

Secundum dixit quidam posuit lanam valoris 10. pro 12. & recepit telam valore 8. $\frac{2}{5}$ & fuit transmutatio æqualis quantum tela valuit duc conuerso modo 8 $\frac{2}{5}$ in 10. fit 84. diuide per 12. exit 7. & tantum valuit.

Tertium quidam dedit quod valebat 5. pro 6. & recepit quod valebat 14. pro 17. dicitur autem valor duplex: aut pretium quo in pecunia vendi solent merces: aut pretium quo res ipsa prius aut facta aut empta fuit à mercatore, vtrouis modo nil refert, & potest vtrumque capitale appellari. Quæro igitur quis lucratur ex eis: & quantum: primo quære pretium æquale per primam dicendo si 5. producit 6. quid producet 14. duc 14. in 6. fit 84. diuide per 5. exit 16 $\frac{4}{5}$: & tantum debuit ponere quod valuit 14. & posuit 17. igitur ex 14. vel ex 16 $\frac{4}{5}$ lucratur $\frac{1}{5}$. nam 17. excedit 16 $\frac{4}{5}$ in $\frac{1}{5}$

Quartum & si volueris scire quantum pro centum, ille de 17. lucratur: vel intelligis de capitali idest respectu 14. vel de pretio appretiato & est 16. $\frac{4}{5}$: vtroque autem modo duc $\frac{1}{5}$ in 100. fiunt $\frac{100}{5}$ hoc si diuiseris per 16 $\frac{4}{5}$. exibit verum pretium lucri quod erit 1 $\frac{4}{21}$ si vero diuiseris per verum capitale exibit appretiatum: verum capitale est 14. diuide $\frac{100}{5}$ per 14. & est dicere diuide 20. per 14, exit 1 $\frac{3}{7}$: & hoc est lucrum appreciatum: quin igitur dicis ex 16 $\frac{4}{5}$ lucratur $\frac{1}{5}$ hoc est verum pretium, quia vendet ex illa commutatione in pecunia quod vendidisset 16 $\frac{4}{5}$ vendet 17. & ita lucrabitur $\frac{1}{84}$ de suo capitali si vero dicas quod lucratur $\frac{1}{5}$ de 14 hoc non est verum quia illud $\frac{1}{6}$ in rei veritate tanto minus vendet in pecunia numerata quanto ille quia dedit 5. pro 6. appreciauit $\frac{1}{5}$ quod in rei veritate tamen valebat $\frac{1}{6}$ in pecunia numerata siue igitur dicas lucratur de 14 $\frac{1}{6}$ siue de 16 $\frac{4}{5}$ lucratur $\frac{1}{5}$ idem est, nam vtrumque est $\frac{1}{84}$: ad inueniendum igitur verum lucrum in capitali quin diximus lucratur ex 16 $\frac{4}{5}$ ipsum $\frac{1}{5}$ volo scire quid in rei veritate lucretur: duc lucrum $\frac{1}{5}$ per capitale 14. fiunt $\frac{14}{5}$ hoc diuide per appretiatum quod est 16 $\frac{4}{5}$ exeunt $\frac{1}{6}$, & tantum lucratur in veritate & ita declaro hoc.

Sit vt vnus ponat quod valet 4. pro 7. & alius quod valet 5. pro 7 certum est quod facta commutatione ille qui dedit 4. & recepit 5. lucratur $\frac{1}{4}$ sui capitalis in veritate & hoc est 25. pro 100. sequere igitur regulam dicendo si 5. ponitur 7. quantum ponetur 4. exibunt 5. $\frac{3}{5}$ igitur ex 4. lucratur residuum 1 $\frac{2}{5}$, illud tantum residuum in pecunia non est nisi 1. tantum: duc igitur 1 $\frac{2}{5}$ in 4. fit $\frac{28}{5}$, diuide per 5 $\frac{3}{5}$, exit præcise 1. igitur tamen lucratur, pro inueniendo quantum pro 100. dic fit 5. $\frac{2}{5}$ lucratur

tur 1 $\frac{2}{3}$, quid lucrabitur 100. vel ſi 4. lucratur 1. quid lucrabitur 100. & vtroque modo redit idem quod eſt 25.

Quintum cum dixerit quidam dedit lanam valoris 4. pro 5. vellem dare pannum valoris 7. ita vt lucrarer $\frac{1}{7}$ de capitali, iam ego expoſui quod ſi commutatio ſit fienda æqualiter 7. ponetur 8 $\frac{3}{4}$. tu autem vis $\frac{1}{7}$ lucri in capitali, adde ſemper illud lucrum capitali tuo, & erat 7. fiet 8. dic igitur ſi 4. ponitur 5. quantum ponetur 8. & exibunt 10. dic igitur quod ſi tu poſueris 7. pro 10. lucraberis præciſe $\frac{1}{7}$ tuorum & regula eſt pulcra.

4 Pro 5
7 $\frac{1}{7}$ 8
4. 5. 8
8
5
—
40
4
—
10

Cuius verificatio eſt ex experimento pone enim quod dederit 21. cum 7. ponatur 10. ponetur 30. ille igitur dabit 30. appræciatum & quia ponit 4. valere 5. dabit 24. igitur ille dedit 21. in valore pecuniæ: & recepit 24. & ita recepit 3. quod fuit ſeptima pars capitalis ſui, & tranſmutatio fuit æquata in 30. quare &c.

Ex hoc habetur valor & lucrum pro cen-
6 tum ſit in exemplo quod ille det 4. pro 5. ego volo lucrari 15. pro 100. & habeo lanam valoris 7. vel pannum dico ſi 100. dat 15. quid dabit 7 dabit 1 $\frac{1}{20}$ adde hoc per quintam ad 7. fiet 8 $\frac{1}{20}$, dic ſi 4. ponitur 5. quantum ponam 8 $\frac{1}{20}$: & fiet 10 $\frac{1}{16}$. & tantum ponam 7 valere, dabo igitur pannum valoris 7. pro 10 $\frac{1}{16}$ & recipiam quod valet 4. pro 5. & vltra lucrabor 15. pro 100.

Et cum dixerit quidam dabo lanam va-
7 loris 4. pro 5. & volo quintam partem pretij in pecunia numerata, quæritur quantum debeo ei ponere, pannum valoris 7. debes ſcire quod illud quod perſoluis in pecunia emis cum igitur das quintã partem pretij appretiati, illud totum debet detrahi ex capitali illius, cum igitur $\frac{1}{5}$ de pretio appreciato quod eſt 5. ſit 1. detraho 1. ex capitali ſit 3. nam erat 4. da igitur in commutatione 3. & non 4. nam illud 1. vendit, & quia ponit 4. valere 5. & recepit 1. igitur remanet creditor de 4. cum dederit. 3. regula eſt igitur diuide pretium appretiatum quod eſt 5. per partem quam vult in pecunia & eſt $\frac{1}{5}$ & exit 1. hoc detrahe à pretio capitalis, & appretiati & fit 4. & 3 dic igitur ſi 3 fit vel ponitur 4. quid ponetur 7. & fiet vt debeat poni 9 $\frac{1}{3}$, dabis igitur $\frac{1}{5}$ in pecunia numerata, & pro reſiduo tantum de lana vel panno in valore 9 $\frac{1}{3}$, quæ valebant in pecunia numerata 7. tantum quod compleas ſummam quam accepiſti.

8 Quod ſi dixerit è conuerſo volo à te qui ponis 4. valere 5. habere $\frac{1}{5}$ in pecunia numerata, & reſiduum volo dare quod valet 7. vellem ſcire quantum debeo augere pretium, tunc tu ſcis quod ille qui dabit $\frac{1}{5}$ in pecunia emet $\frac{1}{5}$ de tuo capitali, & dabit $\frac{1}{4}$ de ſuo reſiduo per dicta in capitulo quadrageſimoſecundo, ſi igitur dicat dabo $\frac{1}{5}$ totius quod accepero, tantum eſt quantum ſi diceret dabo $\frac{1}{4}$ totius lanæ in pecunia tunc igitur econuerſo facias cape $\frac{1}{4}$ de 5. & adde ad 4. & ad 5 fiunt 5 $\frac{1}{4}$ & 6 $\frac{1}{4}$ dic igitur ſi 5 $\frac{1}{4}$ fit 6 $\frac{1}{4}$, quid fiet 7. & fiet 8 $\frac{1}{3}$, & tantum debet ponere quod valet 7. accipiendo ab illo $\frac{1}{5}$ pecunia totius ſumma. nota igitur quod qui recipit pecunias detrahere debet vt in ſeptima regula à capitali partem illam, qui vero dat addere capitali vt in hac regula.

Quod ſi dicat pecuniam & non partem 9
puta aureos 20. vide. aureos 20. quota pars ſint de tota ſumma deinde operare per illam partem.

Quòd ſi ponat vltra hoc certum lucrum, 10
tu ſcis per quintum vel ſextum modum addendi capitali lucrum quod vis: in ſeptima igitur regula primo adde lucrum deinde auferes partem pecuniarum ex toto: in octaua autem regula primo addes partem pecuniarum deinde lucrum & hoc bene aduerte quia ſeptima & octaua regula ſunt contrariæ.

Si igitur quis dicat volo permutare libras 11
1738. piperis valoris aureorum 20. pro 100. & volo decimam partem in pecunia & lucrari in hac tranſmutatione 20. pro 100. & ille habet zinziber valoris 13. aureorum pro 100. & vult ponere 15. in tranſmutatione, quæritur quantum debeo appreciare piper tunc primo quæres decimam partem reſidui quæ pars ſit & hoc dempta vnite per octauam & addes nonam partem de 15. & eſt 1 $\frac{2}{3}$, ad 13. & ad 15. & fient 14 $\frac{2}{3}$, & 16 $\frac{2}{3}$, dices igitur ſi 14 $\frac{2}{3}$ fit 16 $\frac{2}{3}$, quid fiet 20. duc 20. in 16 $\frac{2}{3}$ & fiunt $\frac{1000}{3}$ diuidenda per $\frac{44}{3}$, exeunt 22 $\frac{8}{11}$, poſt dic per ſextam ſi 100. dat 20 quid erit 20. & erit 24. habes igitur quod piper debet poni 22. $\frac{8}{11}$, vt habeas decimam partem in peccunia, & debet poni 24. vt lucreris 20. pro 100. vt igitur habeas vtrumque dices ſi 20. ponitur 22 $\frac{8}{11}$. quid ponemus 24. per decimam regulam, & per quintam & ponemus 20. valere 27 $\frac{3}{11}$, deinde dices 1738. libræ piperis valent mihi 20. aureis pro 100. igitur valent 347 $\frac{3}{5}$, ſi igitur 20. valet 27 $\frac{3}{11}$, quid valebunt 347 $\frac{3}{5}$, & valebunt 474. præciſè aureos, cape decimam partem & eſt 47 $\frac{2}{5}$, Et hoc habebit in pecunia, reſiduum erit 426 $\frac{3}{5}$, quia igitur ille dabit zinziber pro 15. aureis pro 100. diuide 426 $\frac{3}{5}$ per 15. exeunt 28 $\frac{11}{25}$, igitur duc in 100. habebit libras zinziberis 2844. præciſè, & aureos 47 $\frac{2}{5}$, & lucrabitur 20. pro centum cuius probatio eſt facilis nam clarum eſt quod totius ſummæ habuit decimam partem in pecunia, & de reliquis conditionibus reſtat ſolum demonſtrare quod lucretur 20. pro 100. & eſt quinta pars capitalis ſui, fuit capitale ſuum 347 $\frac{2}{5}$, eius quinta pars eſt 69 $\frac{13}{25}$, addita ad 347 $\frac{3}{5}$, fient 417 $\frac{3}{25}$: ſi igitur probauero ipſum recepiſſe tantum pro pecunia numerata conſtat propoſitum, accepit autem zinziberis libras 2844. quæ valebant aureis 13. per 100. igitur valuit zinziber 369 $\frac{18}{25}$, aureorum, Et dedit in pecunia numerata 47 $\frac{2}{5}$, iunge fiunt præciſè aurei 417 $\frac{3}{27}$. quod fuit probandum. nec amplius expectes tam prolixa exempla cum hoc ſit extra propoſitum noſtrum.

Eſt

12 Est cum quis dixerit accepi quod valuit 6. pro 7. & sub termino solutionis mensium 4. volo dare quod valet 8. pro 9. quantum temporis expectare possum, scias quod proposito hæc vel intelligitur absolutè & tunc dicimus si $\frac{1}{6}$ nam hoc est lucrum dantis 6. pro 7. fit ex 4. videlicet mensibus, ex quo fiet $\frac{1}{8}$, nam hoc est lucrum dantis 8. pro 9 duc $\frac{1}{8}$ in 4. fit $\frac{1}{2}$, diuide per $\frac{1}{9}$ & exit 3. Et ita tribus mensibus deberet expectare & hæc regula notabilis est dico tamen quod in transmutationibus locus hîc non plenè satisfacit quantum non æquabuntur ex hoc partes, nam ille qui dat 6. pro 7. si. daret 54. daret pro 63. & ille qui dat 8. pro 9. dando 56. dabit pro 63 manifestum est autem quod ad pretia posita transmutatio est æqualis, capitalium autem differentia est: ille igitur qui dat 56. perdit 2. de 56. in vno mense, igitur perderet in vno anno 24. de 56. Et ita perderet 42 $\frac{6}{7}$, pro 100. & ita esset iactura magna, dico igitur quod volendo facere transmutationem æqualem nihil deberet expectare, & adhuc perderet quantum autem, sic dignoscitur, dic primo 6. in mensibus 4 quantum crescet dando 5. pro 100. crescet per vigesimam sui in anno, igitur in mensibus 4. per sexagesimam igitur 6. fiet 6 $\frac{1}{10}$, dic igitur si 8. fit 9. quid fiet 6 $\frac{1}{10}$ fiet 6 $\frac{69}{80}$, igitur cum fiat 7. lucrabitur $\frac{11}{80}$ dic igitur per quartam si 6 $\frac{69}{80}$, lucratur $\frac{11}{80}$, quid lucrabitur 6 $\frac{1}{10}$, & inuenies, quod lucratur $\frac{671}{5490}$. pro quo nota hanc regulam diuidendi fracium.

Cum denominator diuisoris numerauerit denominatorem prodeuntis duc exiens in numeratorem diuisoris & hîc erit denominator diuidendi, cuius numerator est numerator diuidendi, & est conuersa regulæ in fine capuli quinquagesimiquarti vt in exemplo, ductis $\frac{11}{80}$ in 6 $\frac{1}{10}$ fiunt $\frac{671}{800}$ diuidendũ per 6 $\frac{69}{80}$, quod est dicere $\frac{549}{80}$, igitur diuide $\frac{671}{800}$ per $\frac{549}{80}$ diuide 800. per 80. exit 10. duc in 549. fiunt 5490. & super ipsum pone 671. fiet $\frac{671}{5490}$. & tantum lucrabitur ille qui dat 6 per 7. etiam vltra proprium prouentum expectationis mensium 4.

13 Et ex hoc habebimus scientiam veri lucri in transmutationibus temporalibus, & sit exemplum quidam dedit quod valuit 5. pro 6. expectaturus infra menses 6. vt reciperet quod valet 6. pro 7. quæritur quantum lucratur pro 100. in anno, & est casus pulcher & adueniens, & solutio est facilis operaberis conuersò modo dicendo si 7. venit ex quo veniet 6. & fiet ex 5 $\frac{1}{7}$. igitur cum prodeat ex 5. tantum lucratur $\frac{1}{7}$, ex 5. in 6. mensibus quare 5 $\frac{5}{7}$ pro 100.

14 Quod si quis dicat dedit quod valuit 4 $\frac{1}{2}$ pro 100. expectando menses 8. & recepit quod appretiatum fuit 15. cum expectatione mensium decem. Quæritur secundum primum modum dantis ad tempus suppositâ æqualitate transmutationum quantum valuit illud quod positum est 15. dic igitur 6. ad 4 $\frac{1}{2}$ lucratur $\frac{1}{3}$ in 8. mensibus, igitur si 8. menses dant $\frac{1}{3}$, quid dabunt 10. menses & erit $\frac{5}{12}$, ille igitur qui dat pro 15. lucratur $\frac{5}{12}$ capitalis sui igitur per trigesimam regulam quadragesimisecundi capituli 17. fit ex 12 dic igitur si 17. fit ex 12. ex quo fiet 15. duc 15. in 12. fit 180. diuide per 17. exit 10 $\frac{10}{17}$, & tantum valebat quod posuit 15. & posui exemplum Fratris Lucæ vt intelligeres facilitatem & certitudinem operandi nostram.

15 Et ex decimatertia postquam operatus fueris per septimam & octauam cognosces acceptâ parte transmutationis in pecunia numerata, & dato vel accepta termino totius aut residui, quantum lucrum fiet pro 100. in anno, & reliqua componendo casus innumerabiles, sed caue ne te decipiat sensus duplex duodecimæ regulæ propterea si quærens tentat solue vt vis, vtraque. enim sustentabilis est, si verò amice quærit distingue ambiguitatem, & vide in quo sensu velit, si autem ad opus venire desiderat consulet secundo modo, nam in primo accipiendo fit iactura, dando vsura.

16 Et ex his scire oportet quos si quis dicat dedi quod valebat 5. pro 9. & accepi quod valebat 7. pro 9. certum est quod in capitali primus lucratur $\frac{2}{5}$, & secundus perdit $\frac{2}{7}$, sui capitalis quæritur igitur quantum plus addidit primus in capitali secundo, tunc solutio facilis est duc capitalis inuicem veluti 7. in 5. fiunt 35. & pone pro denominatore, deinde iunge ea vtpote 5. & 7. faciunt 12. duc in differentiam vnius ab altero fiunt 24. igitur dicemus quod primus melius reddidit suum capitale quam secundus in $\frac{24}{35}$. circa quæ nota quod tantum vnus lucratur in capitali, quantum alius perdit, & aliud est semper differentia communis dantis & accipientis, veluti dans 7. & recipiens 5. perdit 2. & illos. 2. lucratur alter, & ita dans 100. & recipient 110. lucratur 10. quos alter fortius perdit. Secundo nota quod amittens perdit data proportione quam ille aquirat, & hoc in vnitate minu patet ex trigesima regula quadragesimisecundi capituli nam si accipiens. 110. & dans 100. lucratur decimam partem sui, vel 10. pro 100. ille qui dat 110. & recipit 100. perdit vndecimam partem sui, nam 10. est vndecima pars 110. & ita perdit 9. $\frac{1}{11}$ pro 100, & similiter qui dat 120. & recipit 100. perdit sextam partem suorum, & accipiens lucratur quintam, & ita proportionaliter plus lucratur acquirens quam dans perdat; & hoc in vnitate, tertio notandum quod illud est quod acquiritur aliud est proportio secundum quam acquiritur, nam in commutatione acquisitum & perditum semper sunt æqualia proportiones autem vnitate differunt, patet ex primo & secundo notando vnde si aliquis lucratur 10. pro centum in commutatione, nam in aliis non tenet alter qui commutat perdit 6 $\frac{1}{11}$, igitur primus addit in capitale 19 $\frac{1}{11}$, pro 100. & hoc est idem quod $\frac{21}{110}$ qui proueniunt ex regula quam docui, nam tantum producitur ex 19 $\frac{1}{11}$ in 110. quantum ex 21. in 100. & ideo sunt partes secundum 5 $\frac{5}{21}$, & hoc bene nota.

17 Si igitur quis dicat addidi 19 $\frac{1}{11}$ plus in capitali meo quam fecerit ille qui mecum transmutauit tu scis quod ex 19 $\frac{1}{11}$ duas tales efficere oportet partes quæ ductæ per

numeros

numeros ſola vnitate differentes producant 100. veluti in exemplo 19. $\frac{1}{11}$ diuiſum facit hoc quod ductum in 10. & 11. producit 100. partes autem erunt 10. & 9. $\frac{1}{11}$, ex quibus ſequitur per dicta quadrageſimi ſecundi capituli quod tales partes erunt proportionales & ita diuidam etiam 36 $\frac{2}{3}$ hoc modo in 20. & 16 $\frac{2}{3}$, nam 20 in 5. producit 100. & 16 $\frac{2}{3}$ in 6. producit 100. & talis eſt proportio 20. ad 16 $\frac{2}{3}$, ſicut 6. ad 5. dixit igitur quidam dedi 4. pro 5. & recepi proportione quod valebat 10. & addidi in capitale reſpectu ſocij 83 $\frac{1}{3}$ per 100. quæro quantum poſuit quod valuit 10. pone igitur quod 83 $\frac{1}{3}$ debet diuidi in duas partes modo ſupradicto, quæ ductæ in duas alias ſola vnitate differentes, producant 100. igitur diuiſo 100. per duas illas quantitates exibunt partes quæ ſimul iunctæ faciunt 83 $\frac{1}{3}$, ſit igitur pars vna 1 co. alia expoſitio erit 1 co. p̃. 1. diuidatur 100. exibunt $\frac{100}{1\,co}$ & $\frac{100}{1\,co.\,piu.\,1.}$ iungantur, & fit hoc per modum iungedi fractiones ducendo in crucem & totum ponendo pro numeratore, & ducendo denominatores inuicem & ponetur pro denominatore, fiet igitur coniunctum $\frac{200\ co.\ p.\ 11.\ 100.}{1\ ce.\ p.\ 11.\ 1\ co.}$ & hoc æquatur neceſſariò ex dictis in principio huius regulæ cum 83 $\frac{1}{3}$ reduc ad integrum deducendo ambas partes per 1 ce. p̃. 1 co. fient 200 co. p̃. 100. æqualia 83 $\frac{1}{3}$ ce. p̃. 83. $\frac{1}{3}$ co. igitur deduco 83 $\frac{1}{3}$ co. ex 200. co. remanent, 117 $\frac{2}{3}$ co. p̃. 100. æqualis 83 $\frac{1}{3}$ ce. reduco ad cenſum. vnum fiunt 1 ce. æqualis 1 $\frac{2}{3}$ co. p̃. 1. $\frac{1}{5}$, ſequere æquationem fiet valor rei ℞. $\frac{169}{100}$ p̃. $\frac{7}{10}$, & hoc eſt præciſe 2. & alia pars eſt 1 p̃. igitur fuit 3. diuide igitur 100. per 2. exit 50. diuide per 3. exit 33. $\frac{1}{3}$, iuncti faciunt 83 $\frac{1}{3}$, dic igitur quod pro 100. recepit 150. & ita lucrabatur $\frac{1}{2}$, videlicet 50. pro 100. & ille perdiderat $\frac{1}{3}$ dando 150. pro 100. & tertia pars. 100. eſt 33 $\frac{1}{3}$ & ita tantum predidit per 100. vnde hic addidit in capitale lucrando reſpectu illius qui perdit 83 $\frac{1}{3}$ modo videndum eſt quantum lucratur dando 4. pro 5. & manifeſtum, eſt ex dictis quod tantum lucratur quartam partem & non dimidium, oportet igitur quod loco. 5. recipiat. 6. in capitali ab altero nam ſic dando 4. & recipiendo 6. lucratur dimidium ſui & ita 50. pro 100. & quia ille non dat niſi pro cambio 5. igitur ille dabit capitale 6. pro 5. & recipiet 4. tantum pro. 5. igitur perdet tertiam partem ſui capitalis, & quia dat 10. dices ſi 6. dat 5. quid dabit 10. & inuenies quod dabit 8 $\frac{1}{3}$, & ego addam in capitale 83 $\frac{1}{3}$ pro 100. reſpectu illius.

Ex hoc cognoſcitur quantum in mercatura ingenium & induſtria valeat, & quanto difficilior & implicata ſit ſolutio talis quæſtionis à Fratre Luca poſitæ, verum minus arduum eſt inuentis addere.

18 Libra Madiolanenſis eſt vnciarum 13. Venetiis. libra veneta eſt Monpolerij vnciarum 9. libra Monpolerij eſt Ianuæ vnciarum 15. $\frac{1}{3}$, quæritur libra Ianuæ quot erit vnciarum Mediolani diſpone ſemper ſic per ordinem duc omnes inferiores inuicem fiunt 20736. hoc diuide per productum ſuperius ſeper dimittendo illud quod quæris vtpote quot vnciarum Mediolanenſium ſit libra ianuen-

$$12 \quad \frac{13}{12} \quad \frac{9}{12} \quad \frac{12\frac{1}{3}}{12}$$

Med. Ven. Mon. Ian.

ſis, potes autem diuidere primo per 13. deinde per 9. deinde per 15 $\frac{1}{3}$ vel per productum ſimul. Idem enim exit productum igitur fuit 1794. diuido per ipſum 20736. fiunt vnciæ 11 $\frac{1002}{1794}$ & totcontinet libra ianuenſis vnciarum Mediolanenſium, ſi autem velles ſcire contrarium videlicet quot vnciarum ianuenſium eſſet libra Mediolanenſis, tunc dic ſi 11 $\frac{1002}{1794}$ producit 12. quid producet 12. duc 12. in 12. fit 144. & hoc diuide per 11 $\frac{1002}{1794}$, & idem proueniet ſi duxeris omnes terminos ſuperiores diuidendo per vnum minus ex inferioribus veluti diuidendo 1794. quod fuit productum trium ſuperiorum per 144. productum duorum inferiorum vnde exibunt vnciæ 12 $\frac{11}{24}$ & ita dico idem de centenariis, pone numeros diuerſitatis ſemper ſuperius, & centena inferius, & regula eſt eadem preciſè & hoc eſt valde vtile in tranſmutationibus & mercimoniis quare &c.

Cum volueris ſcire in tranſmutationibus inæqualibus quanta pars pecuniæ ſit danda. & à quo diuide pretia appretiata, per differentiam inter pretium verum & appretiatum, in ſingulis, Et cui aduenit minus illi contingit dare pecuniam, deinde diuide prouentum minorem per maiorem, & quod exit eſt pars danda de mercibus, reſiduum debet dari in pecunia numerata. Exemplum quidam dedit argentum valoris 4. pro 5. & recepit lanam valoris 6. pro 7. quæritur quanta pecunia debet ſarciri Cambium hoc, & quomodo, clarum eſt quod 5. & 7. ſunt pretia apretiata, differentia 5. ad 4. eſt 1. & 7. à 6. eſt 1. diuido 5. & 7. per ſuas differentias exeunt iidem videlicet 5. & 7. igitur ille qui dat 6. pro 7. debet recipere pecuniam quia 6. eſt maior quam 5. Ad ſciendum autem quantum diuide minorem prouentum qui eſt 5. pet maiorem qui eſt 7. & exeunt $\frac{5}{7}$. & tantum dabit ille argento, Et reliquum quod eſt $\frac{2}{7}$ debet dare in pecunia numerata, & ita Cambium fiet æquale recipiendo totam lanam pro valore Cambij. 19

$$\overset{1}{4.}\ \text{Pro } 5. \qquad \overset{1}{6.}\ \text{Pro } 7.$$

$$\frac{5}{1} \quad \frac{7.}{1.}$$

$$5 \quad 7. \qquad \frac{5}{7} \quad \frac{2}{7}$$

Capvt LVI.

De Cambiis.

Ntequam veniamus ad cognitionem cambij ſcire oportet omnes gentes habere duo genera pecuniarum, fixum & mobile, pecunia fixa eſt quæ proportinem ad ſuas partes numquam mutat veluti Mediolani, Aureus cameræ valet ſemper libras 1

libras 4. libra solidos 20. solidus nummos paruos 12. & ita aureus valet solidos 80. & nummos 960. & venetiis aureus cameræ valet semper libras 6. solidos 4. & libra valet solidos 20. & solidus nummos paruos 12. igitur aureus valet solidos 124. & nummos 1488. & grossos etiam vocant $\frac{1}{24}$ aurei vnius, vnde valet solidos 5. nummos. 2. quod est dicere nummos 62. Pecuniæ autem mobiles duplices sunt aureæ & argenteæ, & hæ mutant valorem non tantum respectu fixarum, quantum etiam repectu suarum partium, velut aureus valebat solidos primo 85. Mediolani, deinde tantum auctus est vt nunc valeat 120. & similiter Venetiis aureus, aliquando valuit solidos 124 & nunc valet 140. & etiam est mutatio respectu mobilium, nam aureus Mediolani valuit 4. testonos plus solido vno & nunc valet plus solidis 8. nam 4. testones valent solidos 112. igitur auctum est pretium aurei super pretium argenti quod fuit quarta pars aurei, est etiam auctio diuersa in monetis, nam solidi argenti non dico fixi, sed est genus monetæ, nunc valet 12. nummos sicut prius valebat, & tamen solidi nihil vnde eâ ratione solidus deberet valere nummos 16. & non valet nisi 12. Moneta igitur aurea Mediolani multorum & diuersi pretij pro nunc supponamus eum valere libras 6. Mediolanenses & testones asses siue solidos 28. & Floreni solidos 84. & Mozenighi solidos 20. modo Venetiis aurei valent libras 7. Floreni solidos 20. 96. Mozenighi solidos 20. hæc sufficiant pro exemplis commutandarum monetarum.

2 Aduerte secundo quod cambia monetarum dupliciter considerantur penes proportionem excessus de qua inferius dicam, & penes æqualitatem veram quam dico consistere in auro sub æquali bonitate & pondere: vnde dico quod aurei 100. Mediolani, sunt iidem etiam Venetiis, & Lugduni, per tres causas prima est facilitas defferendi de vno loco ad alium cum modico labore, impensa: periculo, & timore corruptionis, vnde dato quod minus valerent Venetiis quam Mediolani possent defferri modica iactura, secunda causa est quia licet minus valeat in vno loco quam alio, etiam reliquæ monetæ minus valent & merces, nam æstimatio auri secundum communem cursum reliqua omnia proportionaliter secum trahit: tertio quia si velles æqualitatem reducere ad aliud monetæ genus aut ad fixam & tunc propter valoris in vna regione variationem in mobilibus, aliquando peruenires ad iacturam vel lucrum tertiæ partis non est igitur melior æqualitas quam commutatio in diuersis locis auri eiusdem bonitatis & ponderis, qui autem aliter sentiunt grauiter errant.

3 Ex hoc trahitur proportio monetæ fixæ vnius loci ad monetam fixam alterius, veluti aureus valet Venetiis libras 7. Mediolani. 6. igitur cum proportio 7. ad 6. sit sexquisexta, erit libra Mediolanensis sexquisexta Venetæ, & ita valebit solidos $23\frac{1}{3}$ Venetos, & assis Mediolanesis valebit 14 nummos Venetos, & libra Veneta valebit $\frac{6}{7}$ libre Mediolanensis, quod est dicere solidos 17. $\frac{1}{7}$, & ita ex auro poteris reliqua ad proportionem reducere.

4 Et nota duo primum quod omnes ferè contractus fiunt in genere monetæ fixæ veluti promitto 100. aureos Mediolani, intelliguntur libræ 400. & non 600. & ita Venetiis 620. & non 700. nota secundo quod campsores habens quædam genera separata moneteæ fixæ vt marcas & vncias auri.

5 Ex quibus conuenit eum qui cambiare vult in genere quolibet cambij scire tria, primum quod talis est proportio libræ ad libram, sicut solidi ad solidum nummi ad nummum, & hoc vbi libra contineat asses 20. & assis nummos 12. alterum est quod oportet scire valorem cuiuslibet monetæ tamen fixæ quam mobilis, & proportionem inter eas, & æqualitatem quæ dicta est in auro, & excessum lucri in dando & accipiendo genera pecuniarum, & similiter vsum proprium campsorum in suis monetis fixis, de tali autem lucro dicemus inferius tertio quod sicut per monetam fixam fiunt cambia venditiones & pacta, ita omnes solutines fiunt cum moneta mobili non fixa, nam moneta fixa est res tantum imaginaria, & solutio in pecunia fixa intelligitur altero 4. modorum vel dare tantum de moneta fixa loci contractus in moneta secundum valorem loci contractus, veluti Mediolani accipio libras 100. redditurus Lugduni libras 100. Mediolanenses in pecunia, sub valore quo Mediolani valet & hoc contingit raro, secundus modus est accipio libras 100. Mediolani daturus Venetiis libras centum Mediolanenses cursu monetæ Venetiis, & hoc rarissime aut nunquam contingit, tertius modus est accipio libras 100. Mediolani daturus libras $116\frac{2}{3}$ Venetas ex moneta currente Mediolani, hoc nunquam credo contingit, quartus modus est accipio libras centum Mediolani daturus Venetiis libras $116\frac{2}{3}$ ex moneta Veneta & hoc accidit quandoque.

6 Frequentus autem contingit vt inter distantia commutatio fiat in pecunia mobili, & hoc duobus modis primus accipio aureos 100. Mediolani totidem vel eius valorem nunc redditurus Venetiis in pecunia Veneta, secundus est accipio aureos centum totidem redditurus Venetij sub valore tempore illo Venetiis in pecunia Veneta, sunt etiam modi alij rari, vtpote quod accipio aureos centum Mediolani redditurus valorem Venetiis, quem nunc valent in pecunia Mediolãnensi, quartus accipios aureos 100. Mediolani redditurus totidem aut eorum valorem tunc Venetiis in pecunia Mediolanensi.

7 Cum volueris scire commutationem inter duo loca habes eam ex dicendis, inter tria autem & 4. & plura ex duobus cognoscetur ac ex duobus, vtpote sit Cambium inter Mediolanum Lugdunum & Brugis, iam doctus es rationem Mediolani & Lugduni, deinde Lugduni & Brugis, vnde sciemus etiam commutationem Mediolani & Brugis, & vniuersaliter cum sciuntur quælibet duo scitur etiam compositio ex illis, reducendo vtpote monetam Mediolanensem

sem & Brugis ad Lugdunensem, tanquam communem & hoc benè nota.

8 Et nota regulam generalem quod in omnibus cambiis & transmutationibus, tantum vnus perdit quantum alius acquirit, & econtra, vnde si ego aquiro decem alius, perdit 10. & ita cognito lucro vnius cognoscitur damnum alterius, & ideo vna regula sufficit pro lucro & damno: memento tamen quod si vnus aquirit 20. pro 100. alius perdit $16.\frac{2}{3}$ pro 100. vnde si vis scire vnum per aliud dicas 120. dat 100. quid dabit 100. & habebis $83\frac{1}{3}$ & ita econtra si $83\frac{1}{3}$ dat 100. quid dabit 100. & dabit 120. igitur tam in substantia quam in proportione, cognito lucro cognoscitur damnum & econtra.

9 Cambium igitur quadruplex est minutum reale siccum & fictum. Cabium minutum est transmutatio diuersarum pecuniarum in vno loco eodem, veluti si vadam ad trapezitam & defferam aureos, & recipiam moceníghos pros valore aureorum, & circa hoc consuetum est dare ipsi campsori. 1. pro 100. vel vnum solidum pro aureo, & si summa sit magna, dant vt plurimum minus vt 1. pro 200. & talis vtilitas est licita, si autem quis defferat adulteri nam aut mancam monetam ad incidendum, tunc non est amplius cambium sed venditio.

10 Cambium reale est acceptio pecuniæ in vno loco pro data in altero loco, & quantum est ad communem vtilitatem & neccessarium ad mercaturam, igitur est licitum, omne enim neccessarium est licitum, vnde etiam militia est licita: & hoc vbi ritè exerceatur & absque dolo & concussione.

11 Et ponamus quod ego indigeam pecuniis Lugduni, & habeam eas Mediolani, numerabo ipsas Mediolani Campsori vel Mercatori & ego vocor tunc Dator vel Cambiator, & recipiens vocatur Principalis, quia est principaliter Debitor, & talis scribit litteras ad amicum suum Lugduni, quas dat mihi, vt ego mittam eas Lugduni ad amicum meum qui mediantibus literis eam pecuniarum summam ab amico Principalis exigat, vnde in tali cambio requiruntur quatuor personæ, videlicet dator, & amicus datoris, & principalis, & amicus principalis, vel saltem tres & hoc vbi egomet reciperem litteras, & irem Lugdunum ad exigendum pecunias ab amico principalis tunc non vterer amico aliquo & ideò essemus tantum tres.

12 Et circa hoc considerandum est quod Cambiator incurrit tria pericula vtpotè ego qui do pecunias, ne vel principalis me decipiat cui dantur, secundum ne amicus principalis nolit eas exbursare, tertium ne amicus mei datoris aut non restituat mihi, aut remittat pecunias in qua remissione cadunt pericula. Circa secundum horum nota quod multotiens contingit amicum principalis nolle pecunias vel non posse restituere amico datoris, & tunc amicus datoris remittit datori tria, videlicet litteras cambij, & protestationem petitæ pecuniæ & negatæ ab amico principalis, & valorem pecuniarum in loco in quo debuit fieri restitutio, circa quod nota quod fere semper restitutio pecuniarum fit secundum valorem loci in quo debet fieri restitutio, & non loci in quo primitus fuerant exbursatæ, quod si amicus principalis neget dare pecunias, tunc amicus principalis remittit tria dicta, quibus mediantibus dator exigit pecunias quas principali dederat ab ipso principali sub forma valoris non loci in quo sunt, sed vbi fienda erat restitutio, veluti dedi marcham auri valoris aureorum 65. Mediolani, alicui mercatori reddenda & amico meo Lugduni, & ibi valebat tunc in tempore restitutionis marcha auri aureos, 68. in Cambio, tenetur principalis vbi ille non reddiderit amico Lugduni aureos 68. reddere mihi Mediolani aureos 68. & ita tres plus quam à me receperit.

Et circa hoc nota quod consuetudo reddendi pecunias puta aureos 68. pro marcha auri Lugduni, est dimidium in tot aureis & dimidium in moneta argentea, & hoc est secundum plurimum, nam diuersorum locorum diuersi mores. 13

Circa tertium nota quod secundum plurimum cum ego dederim Mediolani, 65. aureos postmodum Lugduni, si reddiderit per litteras cambij tunc ego habebo aureos 65. Lugduni vel parum plus quos oporteret habere Mediolani, ideo oportet me ingeniari in traducendo dictas pecunias Mediolanum, vel per aliud recambium dando eas Lugduni alicui qui det litteras soluendi eas per amicum Mediolani, & hoc est optimum si contingat, secundus modus est vt transmitantur pecuniæ actualiter Mediolanum & hic est cum periculo, tertius est vt emantur merces his pecuniis & transmittantur Mediolanum & ideò est commune adagium cum tracta semper est remissio. 14

Forma autem talium litterarum breuis est admodum continens intus tempus, diem, nomen Cambiatoris & amici cambiatoris & nomen principalis, locum in quo fit Cambium, & causam extra autem locum vbi debet fieri restitutio: & nomen amici principalis, cui literæ diriguntur. 15

Quod si per primas non soluunt replicant alias eiusmodi sensus, & per eadem verba ferè nisi quod adiiciunt si per primas vel per alias non soluistis per has soluetis &c.

Exemplum litterarum Cambij.

1537. Die 10. Decembris Mediolani.

Soluetis per has primas ANTONIO DE RAVDE *vncias viginti auri Lugdunensis in proximis nundinis pro totidem receptis, hic à Domino Francisco de Olgiate & ponetis ad computum nostrum, Deus à malo vos custodiat.*

Vester Ludouicus de Castello, Mediolani.

Extra autem obsignata Epistola sigillo, ita vt infrà posui scribitur.

Domino Alphonso de Traurellis & sociis Lugduni.

Ex

Ex hoc patet quod talis Cambij finis propriè est transmutatio pecuniæ de loco ad locum.

16 Sunt autem Cambiatores vt plurimum ipsi campsores: aliquando autem est è conuerso videlicet quod cambiatores sunt mercatores, & principales campsores, ita quod trapezitæ aliquando à mercatoribus accipiunt pecunias, alio loco restituendas, sunt igitur duo modi & vnusquisque diuersificatur dupliciter, vel enim dans pecunias indiget cambio, vel recipiens pecunias indiget cambio. Sunt etiam alij duo modi non ita ordinarij quando aliquis qui non est mercator sed nobilis accipit pecunias existens extra patriam reddendas per suos amico Campsoris in patria vel cum antequam discedat è patria dat pecunias Campsori restitendas in loco ad quem vult peregrinari, sunt igitur modi.6. vt infra.

Campsor dat Mercatori petenti vt reddat Lugduni Mercator amico Campsoris.

Campsor dat Mercatori sponte vt reddat Lugduni Mercator amico Campsoris.

Campsor dat nobili petenti vt reddat Lugduni nobilis amico Campsoris.

Campsor recipit à Mercatore offerente vt reddat Lugduni Campsor amico Mercatoris.

Campsor recipit à Mercatore requisito vt reddat Lugduni Campsor amico Mercatoris.

Campsor recipit à nobili offerente vt reddat Lugduni Campsor ipsi nobili pecunias.

His visis conditio fit melior aut deterior quinque causis, id est, quod vnus cogetur soluere 12.pro 100.alius tantum duo, alius nihil, alius lucrabitur 2. vel tria pro 100. dico de recipiente pecunias, nam ille qui dat rationabiliter debet semper lucrari, eo quod exponit periculo suas pecunias, & etiam priuat se facultate vtendi eis, & mille occasionibus in quibus posset habendo suas pecunias lucrari, conditiones sunt hæ.

17 Prima est persona nam campsor quia propriè est ad hoc officium plus vult à mercatore, quam mercator à campsore, & mercator etiam plus à nobili, quam nobilis à mercatore, nam nobilis est valde remotus ab officio.

Secunda est quærentis Cambium nam licèt pecunias tamen quia quæritur Cambium in propriam vtilitatem deterior fit conditio quærentis quam eius à quo requiritur, tertia conditio est mora temporis quanto, plus enim vult vti pecuniis tanto plus exigit vtilitatis cambiator, à principali quarta conditio est acceptio pecuniæ in loco vbi est penuria vel abundantia & similiter redditus, nam Cambiator plus vult si det pecunias in loco vbi maior sit inopia pecuniarum, quam in loco vbi debent restitui, quod si in loco vbi dat sit abundantia, & in loco vbi recepturus est sit penuria pecuniarum, tunc libenter dat & cum omni modica vtilitate. Quinta causa est accidentalis vtpote quod in tempore bellorum magis timent credere suas pecunias, & etiam ex conditione recipientis qui sit pauper, aut infidus, aut contumax solutor, aut sit persona nimis potens, fit etiam causalis auctio de qua nunc dicam & fit etiam ex eleuatione pecuniæ vel defensione in loco in quo debet recipi, de qua formabo casum. Omnibus igitur his causis grauatur vtilitas dantis, aut leuis fit, vt quandoque pluribus concurrentibus ille qui recipit lucretur etiam vtilitatem à datore, & vidi vsque ad 10.pro 100. & hoc maxime contingit in nobilibus, qui volunt peregrinari & volunt recipere suas pecunias cum sunt in loco ad quem vadunt, ita quod campsor recipiens non potest habere vtilitatem de pecuniis propter paruam moram, & etiam quandoque non habet quod faciat ex eis, vnde videns illius necessitatem si debet recipere pecunias vult solum restituere 90. aureos pro centum receptis, & ita nobilis ille perdit 10.pro 100.

Circa quæ nota duo primum quod casualiter cambia augentur hoc modo congregantur in nundinis mercatores descripti, & imponunt quantitatem conuenientem vtilitatis diuersam respectu diuersorum locorum, veluti quod marca auri pro Mediolano valeat siue soluatur scutis 68. & pro Brugis 62. & ita statuunt in commune commodum pretia cambiis, & ideò talis auctio est fortuita, quandoque maior & quandoque minor, secundum quod mercatores & solertes campsores conantur trahere pecunias ex locis vbi est copia earum, & reponere ad loca vbi est inopia, & hoc diuersis ingeniis & quandoque actuali pecuniarum transmissione, si itinera sint secura, nam in locis vbi est pecuniarum inopia & plures petunt, & cum maiore dantis vtilitate accipiunt, vnde lucrum dupliciter augetur. Fit etiam aliquando iactura Cambiatori ex permutatione pecuniarum in valore inter tempus in quo exbursauit pecunias, & tempus in quo recipit amicus suus ab amico principalis, & hoc diuersis modis. 18

Cambium igitur reale fit 2.modis vel cum vtilitate certa: vel sine ea, cum certa veluti cum vult 3.vel 4.pro centum de firmo, vterque autem istorum modorum fit quatuor modis quorum primus est vt Cambiator det certam summam aureorum sine extimatione, recepturus eandem, vel parum, plus, aut minus in eadem ratione aureorum, vtpote vncias auri pro vnciis, marchas pro marchis, aureos solis pro aureis solis, & hic modus vt dictum est propinquior aliis est æqualitati, qui tamen non intelligunt vera Arithmetice fundamenta putant se grauiter damnum pati si aureus decrescat, aut lucrari si crescat secūdus est cum sine certo lucro æstimant aurum sub minori æstimatione Cambij, quam possit esse & volunt recipere sub æstimatione Cambij currente, exemplum marcha auri valet aureos 65. in pondere, nec minus valere potest, dant igitur 65.aureos recepturi marcam auri in nundinis proximis valore quo æstimabitur in Cambiis, tunc autem valebit in Cambio id est volenti accipere ad Cambium, aureos 71. & ita cogetur debitor soluere aureos 71. cum acceperit 65. 19

& dicunt quod hoc lucrum est in certum, non quidem incertum est lucrum sed bene quantitas lucri, tertius modus est cum campsor dat scutos centum in auro sub pretio magnæ æstimationis Mediolani, vtpote librarum 570. & non nominat aureos sed libras, deinde vult Venetis libras totidem Mediolanenses, verum cum in ratione minutæ monetæ credatur quod 3. libræ Mediolanenses, sint 4. Venetæ, eo quod solidus Mediolanensis est 1 $\frac{1}{3}$ solidi Veneti, vnde cogetur restituere $\frac{1}{3}$ plus in libris Venetis videlicet libras Venetas 760. cumque scutum valeat solidos 135. habebis scutos 112 $\frac{16}{23}$, vel eorum valorem quo poteris redimere dictos scutos, & ita in paucis mensibus lucratur 12 $\frac{16}{27}$ pro centum, & non videtur fœnerari, quartus modus est cum campsor dat Venetiis valorem, aureorum centum & sunt Mozenighi 583 $\frac{1}{3}$, nam aureus vt diximus valet libras 7. & Mozenighus solidos 24. & vult Mediolani totidem Mozenighos quot valent aurei 100. & sunt 600. & ita ex 583 $\frac{1}{3}$ lucratur 16 $\frac{2}{3}$. hi sunt modi plerumque vsitati, fiunt & alij plures prout discurrenti patebit, nam per regulas dicendas cognoscentur, verum vt plurimum his modis semper aliquid firmæ vtilitatis etiam annectunt.

20 Fiunt & in cambiis doli multi per quos ignari expilantur, & inter plurimos paucos recensebo ne tam velle docere videar, quam arguere. Primus est cum cambio incerto in secundo modo ex dictis, copulant 2. vel 3 pro centum, nam vt diximus cambium illud semper lucratur per se, addere autum lucro firmo cettam etiam vtilitatem, est vsura, & ita in omnibus aliis modis vbi perdere est impossibile, secus in expositis iacturæ vt in primo modo secundus est cum vsuram accipiendam auferunt ex capitali, vtpote accipis cambium 100. aureorum ad 10. pro 100. & ipsi detrahunt ex capitali illos decem & ita numerant 90. & volunt recipere 100, quanobrem non 10. pro 100. sed 11 $\frac{1}{9}$. accipiunt, nam 10. est nona pars de 90. & ita soluis 1 $\frac{1}{9}$ plus pro 100, quam conuenisti, tertium est quod proponunt tempus vsque ad nundinas vnius mensis, tanquam sit trium, nam computum absolutum, non super tempus accipiunt, quartus est quod pacta in monetis, in aureis ignotis modis ponunt, per quæ miser principalis duplum magis soluit sæpius quam existimet.

21 Fiunt autem aliquando in realibus cãbiis & longe frequentius in siccis fœnora intolerabilia, vt cum dant marcham auri & volunt aureos 75. nam hoc est soluere 61 $\frac{7}{13}$ pro cẽtum & plus, quia est ad caput 3. mensium & hoc est horribile ciuitatibus, & principes hæc tolerare non deberent, nam hoc est ruina nobilium, & ciuium, deus maxima ciuitatibus flagella propter hoc immitit, & roma quæ gentium victrix fuit, ob magna fœnora & Imperium simul amisit & libertatem polione vendente, & vos O miseri mortales non recordamini quod *nihil prodest homini, si vniuersum mundum lucretur, animæ vero suæ detrimentum in inferno patiatur.*

Cum vero aliquis qui non est campsor 22 dat pecunias campsori, vt eas recipiat alibi ab amico campsoris, tunc nihil certum accipere potest quia eo quod sponte dat non nisi propter tempus accipit, cum autem ipse nullas substineat expensas propter hoc non potest accipere vtilitatem à campsore quin sit vsura.

Cambium siccum fit precise vt reale in litteris & pactis, verum litteræ non deffe- 23 runtur alio nec amicus principalis qui debet persoluere est aliquis talis ei amicus in veritate solitus exbursare vnquam pecunias pro eo, sed persona ficta & ideo remanent litteræ apud datorem, vsque ad tempus solutionis, tunc autem dato cum ficta protestatione, & litteris, & valore cambiorum, tanque misisset litteras repetit pecunias à principali, & ita ibidem recipit vbi exbursauerat, est igitur tanquam sit cambium reale quod solutionem in alieno loco non fuerit sortitum, & quandoque faciunt venire litteras ab amico datoris in veritate protestantes,

Est autem hoc cambium constitutum propter tria, ad vitandam infamiam, peri- 24 culum, & palliandam conscientiam, nam sic propter cambij nomen non fœnatores sed campsores appellantur, fugiunt legis periculum vsuram intercipientis, & non leuem pœnam imponentis, atque inter cætera capitali nedum vsuræ amissionem, haberentur etiam infames nec possent confieri hoc autem nomine à religiosis absoluuntur, aut ignaris talium rerum, aut libros non querentibus vtrum possint sed quomodo possint absoluere.

Quod autem cambium siccum sit vsura pessima paret 4. rationibus, prima est quod 25 cessat in eo causa finalis cambij realis facientis ipsum licitum, & est translatio pecuniæ de loco ad locum, hæc autem cessat cum solutio fiat in eodem loco in quo etiam pecuniæ fuerunt acceptæ, secunda est quia ex tribus periculis cambij realis siccum vitat duo vltima propter primum autem non conceditur vtilitas quia tale periculum est etiam commune mutuo in quo non licet quidquam exigere, igitur cambium siccum est vsura, hæc autem pericula cambij realis ordine suo superius diximus, tertia quia cum maiori tempore plus exigit, & cum minore minus sed temporalis exactio vsura est ex pecunia, quarta quia si fiat scriptura talis vt præcisè iacent eorum conuentiones, tunc non admittetur repetitio pecuniæ à lege, sed pro vsura habebitur, igitur cum mutatio scripturarum stante conuentione eadem, faciat contractum magis licitum quam prius, imo addat malum malo, patet cambium siccum esse viridem vsuram, hoc etiam quidam vocant cambium mortuum.

Cambium autem fictum est deterius sicco in parte, & in parte non, si enim fiat 26 ad terrorem contumacis debitoris quoquomodo licitum est, si autem vt exigatur est pessimum, fit autem hoc modo cum in contractibus etiam licitis timemus ob debitoris contumatiam in solutione indutias dari,

apponunt

apponunt pactum vt ad damnum debitoris quantumcunque magnum liceat creditori eas pecunias ad Cambium accipere, quarum vsuram debitor ipse postmodum persoluere conuincitur, tunc igitur exacto termino conniuens creditor cum amico aliquo campsore, aut mercatore, fingit pecunias pro ea summa accipere litteras, amicos tempusque constituunt aliquando quidem in terrorem sæpius in debitoris etiam iacturam intendentes, vnde vt diximus ex fine vel licitum, vel illicitum redditur, forma autem omnium excepto figmento, est qualis in reali & sicco fieri solet.

27 Quantum autem ad casus ponam tantum necessarios, nam stultum est in rebus seriis casus exponere impossibiles maxime multos. Quidam igitur voluit litteras Cambij à campsore Mediolani pro aureis, 500. quos exbursauerat ei vt reciperet eos Venetiis: campsor voluit. 5. pro 100. quæritur pro quanta summa esse debent, adde semper exactionem quæ est 5. supra id cuius est exactio videlicet 100. & fit 105. & dic si 105. dat 100. quid dabunt 500. duc 500. in 100. fit 50000. diuide per 105. exeunt $476\frac{4}{21}$, & tot erunt. Solutionum autem genera duo sunt, aut enim tenemur dare certam pecuniam vtpote florenos Rhenenses & nil aliud, & tunc non est consilium in re omnino necessaria aut tenemur dare valorem; & ita reducimus ad libras loci in quo fit solutio, vel faciemus solutionem in alio genere librarum nihil refert, dummodo pacta sint talia, cum igitur solutio est fienda in aliquo genere monetæ fixæ, & habes duo vel tria genera monetæ mobilis diuersi valoris respectu solutionis, & respectu loci in quo fienda est solutio, vel à quo pecuniæ mittantur, semper vnica satisfacies regula, quæ est duc valorem pecuniæ in genere soluendorum, per 100. & diuide per valorem in genere retinendorum, & quod exit serua, & ita fac in omnibus deinde considera maiorem & talis pecunia quæ produxit maiorem danda est reliqua retinenda, post detrahe vnum ab alio, & differentiam duc in centum, & diuide per terminum minorem, quod exit est lucrum pro centum in capitali, deinde si vis totale lucrum duc lucrum pro 100. in totum capitale & diuide per centum.

28 Exemplum aureus valet Mediolani solidos 120. & Mozenighus solidos 20. Venetiis autem vt dictum est aureus valet solidos de suis 140. & Mozenighus 24. & ponamus quod debeam dare vni libras 300. Venetas, & ego sim Venetiis vel Mediolani nihil refert, tunc quæritur quali moneta aureis-ne an Mozenighis melius sit debitum persoluere, valor auri in genere soluendorum est 140. solidi, duc igitur in 100. fit 14000, diuide per 120, & est valor aurei in genere retinendorum, nam retines ipsum si vis, expenditurus in valore Mediolanensi, exeunt igitur $116\frac{2}{3}$. & similiter duco 24. qui est valor Mozenighi in genere soluendorum in 100. fit

Primum Exemplum.

Aureus	120	140	$116\frac{2}{3}$
		100	
Mozenighus	20	24	120

Differentia, $3\frac{1}{3}$

$116\frac{2}{3}$ $3\frac{1}{3}$ 100 — $2\frac{6}{7}$
100 $2\frac{6}{7}$ 300 — $7\frac{5}{7}$

2400. diuido per 20. & est valor in genere retinendorum, vis enim retinere vt expendas Mediolani, exeunt 120. igitur cum 120. sit maius $116\frac{2}{3}$, igitur per regulam melius est dare Mozenighos, quam aureos: & si quæras quantum detrahe $116\frac{2}{3}$ à 120. remanent $3\frac{1}{3}$, dico igitur & nota benè quod in omnibus $116\frac{2}{3}$ lucraris $3\frac{1}{3}$: dic igitur si $116\frac{2}{3}$ lucratur $3\frac{1}{3}$: quid lucrabitur 100. & inuenies quod lucratur $2\frac{6}{7}$: pro 100. idest ex omnibus 100. libris Venetis lucratur libras $2\frac{6}{7}$ Venetas dando Mozenighos, si autem vis scire quid in libris 300. lucretur dic si 100. dat $2\frac{6}{7}$ quid dabit 300. duc $2\frac{6}{7}$ in 300. & diuide per 100. exit $7\frac{4}{7}$.

Et ponamus quod valor sit idem, sed debitum sit in libris 300. Mediolanensibus, & sim Venetiis tunc valor soluendorum est valor Mediolanensis, dispone igitur ipsum ante vt supra sed è conuerso ita vt 29

Secundum Exemplum.

Aureus.	40	1120	$85\frac{5}{7}$
		100	
Mozenighus	24	20	$83\frac{1}{3}$
			$2\frac{8}{21}$

$83\frac{1}{3}$. $2\frac{8}{21}$. 100 — $2\frac{6}{7}$
00, $2\frac{6}{7}$. 300. $7\frac{4}{7}$

valor retinendorum sit post duc igitur 120. in 100. fit 12000, diuide per 140. exit $85\frac{5}{7}$ & similiter duc 20. in 100. fit 2000. diuide per 24. exit $83\frac{1}{3}$, igitur cum $85\frac{5}{7}$ excedat $83\frac{1}{3}$ erit melius dare aureos, quam Mozenighos detrahe minus à maiori remanet differentia $2\frac{8}{21}$ & ideo dic si $83\frac{1}{3}$ dat $2\frac{8}{21}$ qui dabit 100. & dabit $2\frac{6}{7}$, & tantum lucrabitur videlicet pro omnibus 100. libris Mediolanensibus lucraberis $2\frac{6}{7}$ libras Mediolanenses, & hoc est verum lucrari pro 100. si autem vis pro tota summa duc 300. in $2\frac{6}{7}$, & diuide per 100. exit $7\frac{4}{7}$.

Moderni Arithmetici in hoc grauiter errant, cogita modo nostrorum conditionem temporum, quam si in rebus tam apertis & in quibus fallaciam accidere posse negat Aristotiles, ita grauiter delirant, quid credis faciant Medici, Iureconsulti, ac alij Artifices, quibus in erroribus reclamandi semper angulus aliquis relictus est, nobis autem cum erramus res ipsa obstat, detegit, coarguit amentiam nostram, sed ne videamur silentio accusare, publicum operandi modum demonstremus, si igitur in primo Exemplo quid melius & quantum sit explorare velis constitue econtrario quam feceris in ratione nostra prima, videlicet valorem retinendum ante, & exbursandum post 30

 veluti

veluti in figura & non reffert quod hic poſuerim libras 7.& 6.in prima ratione, 140. & 120. ſolidos. Idem enim eſt potuiſſes &

Tertium Exemplum

Aur.	7	6	144
	X		
Mozen.	24	20	140
	108		$\frac{4}{1600}$
168.	4.	100.	— $2\frac{8}{21}$

ibi operari per libras vt hic, & hic per ſolidos nihil enim reffert quantũ præcisè idem redit, duc igitur in crucẽ vt vides 7. in 20.& fit 140.& 6.in 24. fit 144. ſubtrahe vnũ ab alio remanent 4 poſt duc 7. in 24.fit 168. diuide 68. per 4. exit 42.igitur lucratur $\frac{1}{42}$ ſi vis ſcire quantũ pro 100.dic ſi 168. lucratur 4. quid lucrabitur 100. & inuenies quod lucrabitur $2\frac{8}{2}$, & nos poſueramus quod lucrabatur $2\frac{6}{7}$. per conuerſum in ſecundo exemplo ſituant econuerſo, vt vides & ducunt vt prius & fit vt lucretur $3\frac{1}{3}$ pro 100. nos autem expoſuimus quod lucratur $2\frac{6}{7}$, pro 100.igitur cauſa eſt quod ipſi faciunt lucrari in primo Exemplo libras $2\frac{8}{21}$ Mediolanenſes ex capitali 100. Venetarum

Quartum. Exemplum

Aur.	6	7	140
	X		
Mozen.	20	34	144
	120		$\frac{4}{120}$
120.	4.	100.	$3\frac{1}{3}$

& in ſecundo Exemplo faciunt lucrari libras $3.\frac{1}{3}$ Venetas, pro quibuſlibet 100. Mediolanenſibus, hoc autem non eſt lucrum pro 100.cum lucrum ſit alterius rationis capitali, nam libra Mediolanenſis vt dictum eſt maior eſt ſexta parte librâ Venetâ, quod autem ita ſit declaro in ſecundo Exemplo, & eſt probatio operationis, ſi velis ſoluere libras 300. Mediolanenſes cum aureis 50. perſolues, item cum Mozenighis 300. ſi igitur ſoluas cum Mozenighis ſuperſunt aurei 50. qui valent Venetiis libras 350. ſi autem ſolueris cum aureis ſuperſunt-mocenighi 300.qui valent libras 360.igitur lucraris modo libras 10. Venetas ex 300.Mediolanenſibus, vel 350. Venetis modo libræ 10. Venetæ non ſnnt de 350. Venetis, vel de 300. Mediolanenſibus, niſi $2\frac{6}{7}$ pro 100.& non $3\frac{1}{3}$, igitur patet erroris manifeſtatio, hæc ratio tamen inſeruit volenti ſcire quantum lucratur pro 100.de alia moneta reſpectu ſuæ, vtpotè cum dicimus quod ſi aureus hic valeret 84.ſolidos, & in prouincia groſſos 36. & florenus Rhenenſis hic ſolidos $62\frac{1}{2}$,& in prouincia groſſos 26. tunc vt vides in figura, dicemus, lucrum fore pro omnibus 100.ſolidis Mediolanenſibus groſſum $1\frac{9}{35}$ prouincialem non eſt tamen hoc ſcire lucrum proprie pro 100.& ita dicas, in reliquis, ſi autem volueris ſcire quantum lucratur aureus vel florenus aut Mozenighus in primo Exemplo aut in ſecundo adde ſortem ad 100. &

Quintum Exemplum.

Aur.	84.	36	2250
	X		
Flor.	$62\frac{1}{2}$	26	2184
	5250		66
			5250
5250.	66	100.	$1\frac{9}{5}$

duc ipſam in valorem retinendorum pecuniæ retentæ & diuide per 100.addita ſorte, quod exit eſt lucrum pecuniæ retentæ, veluti in primo Exemplo duc 120. in $2\frac{6}{7}$ fit $\frac{2400}{7}$: diuide per $102\frac{6}{7}$, exit $3\frac{1}{3}$, & tot ſolidos Mediolanenſes lucratur aureus ſimiliter in ſecundo duc 24 in $2\frac{6}{7}$ fit $\frac{480}{7}$ diuide per $102\frac{6}{7}$ exit $\frac{2}{3}$. & ita Mozenighus lucratur $\frac{2}{3}$ ſolidi Veneti, in tertio autem & quarto modo, duc lucrum per valorem ſoluendorum pecuniæ retentæ, & diuide per 100. quod exit eſt lucrum pecuniæ retentæ veluti in tertio exemplo du co 140. in $2.\frac{8}{21}$, fiunt $\frac{7000}{21}$. diuide per 100. exeunt $\frac{70}{21}$. quod eſt $3\frac{1}{3}$ & tantum lucratur aureus de ſolidis Mediolanenſibus, ita in quarto duc $3\frac{1}{3}$ per 20. fiunt $66\frac{2}{3}$, diuide per 100. exeunt $\frac{2}{3}$ & ita mocenighus lucratur $\frac{2}{3}$, ſolidi Veneri.

Et quantum dictum eſt quod aliquis ac- 31
cepit ſcutos 53. à Campſore Mediolani, in tempore quo ſcutum valebat ſolidos, 102. dedit autem campſor ſub hoc pretio recepturus totidem ſcutos Lugduni ſub valore ſolidorum 101. tempore autem ſolutionis reſcripſit amicus campſoris quantum non potuit habere ſcutos 53. ab amico principalis, & quod ſi quis velit aures 53. Lugduni perſoluturus Mediolani quod volunt ſcutos 61. cogitur autem principalis ſoluere ſcutos 61. Mediolani,eo autem tẽpore ſcutum valebat ſolidos 114. quæritur in ratione librarum quantum ſoluit pro 100.fac hoc modo duc ſcutos 53. in ſolidos 101. fiunt 5353. reduc in libras fiunt 267.libræ 13. ſolidi, & quia vult ſcutos 61.& ſunt valoris 114. ſolidorum duc 61.in 114. fiunt 6954.ſolidi, dic igitur ſi 5353. fit 6954. quid fiet 100. duc 100.in 6954. fit 695400. diuide per 5353. exit $129\frac{4863}{5353}$. lucratur igitur $29\frac{4863}{5353}$ pro centum, & quia non habuit pecunias iterum per litteras cambij contus eſt debitum protrahere, & ſic quater in anno replicauit, & dicitur communiter cambium de cambio, quæritur quantum in anno perſoluet pro centum, & ponamus quod fractio illa ſit vt eſt fere $\frac{8}{9}$ dic igirur ſi 100. producit 29. $\frac{8}{9}$ quid producet $129\frac{8}{9}$ & producet $38\frac{41}{50}$, fere adde igitur ad $29\frac{8}{9}$, fiunt $68\frac{32}{45}$, ferè & hoc eſt lucrum 6. menſium, dic igitur pro aliis ſex menſibus ſi 100. dat $68\frac{32}{45}$ quid dabit $68\frac{32}{45}$ duc in ſe ſit $4721\frac{439}{2025}$ diuide pro 100.exit $47\frac{1}{5}$ ferè, cui adiice $68\frac{32}{45}$ quos lucratur pro 100. in menſibus 6. fit lucrum vltimorum 6. menſium $115.\frac{41}{45}$, quibus adiice $68\frac{33}{45}$ primorum 6. menſium, fiunt $184\frac{28}{45}$,& tantum lucratur pro 100.in anno, ſi vis ſcire quantum ſoluet ex aureis 53. receptis, in ratione librarum, dic ſi 100. lucratur $184\frac{28}{45}$, quid lucrabitur 5353. & lucrabitur ſolidos $9883\frac{41}{50}$, quare ſoluet cum capitali ſolidos $15235\frac{41}{50}$, igitur re-

ceptis

ceptis libris 267. solidis 13. cogitur restituere in vno anno libras 761. solidos 15. & tamen ille non est pactus vsuram aliquam nisi solidum vnum pro scuto, & hoc est licitum, reliquum dicunt esse in fortunæ potestate, quantum si ille solueret Lugduni ferè nihil passus esset detrimenti in prima vice, videlicet in primo Cambio, & ex hoc patet etiam quod Cambium siccum est quasi duplex Cambium, & in secundo magis nocet quam in primo quia fingunt quod ille qui est accepturus pecuniam Lugduni tãquam persoluturus Mediolani, eo quod Lugduni tunc propter nundinas est inopia pecuniarum, quod oportet vt cum tanto damno recipiat, & hoc est quod dixit bene Saluator, quod filij seculi prudentiores sunt filiis lucis.

Et licet per secula futura & in diuersis regionibus varientur, modi horum Cambiorum, nil minus hæc regula bene intelligenti in sempiternum seruiet, nam non expertus non indigebit, experto autem licet modus varietur, cum infinitis subiaceat differentiis ista sufficient.

32 Aurei 4 sunt 5 Rhenenses. 6. Rhenenses sunt 3 dupli. 7 dupli sunt 41 testones, quatuor testones sunt Scutum. 2 Scuti sunt 11. Mozenighi, quæritur 100. Mozenighi quot sunt aurei, dicta fuit regula in transmutationibus. Verum quia casus hic est di-

$$\frac{4}{5}\quad\frac{6}{3}\quad\frac{7}{41}\quad\frac{4}{1}\quad\frac{2}{11}\qquad 100$$

.24. 168. 672. 1344. 134400.
.15. 615. 615. 6765. $19\frac{191}{451}$

uersus declaramus regulam ex hoc fore generalem dispone vt in Figura vides duc 4. in 6. fit 24. duc 24. in 7. fit 168. duc 168. in 4. fit 672. duc 672. in 2. fit 1344. duc 1344. in 100. fit 134400. & hic est numerus diuidendus post duc 3 in 5. fit 15. duc 15. in 41. fit 615. duc 615. in 1. fit 615. duc 615. in 11. fit 6765. & hic est diuisor, diuide igitur 134400. per 6765. exeunt $19\frac{391}{451}$, & tot habebit aureos pro 100. Mozenighis.

Et hæc dicta sint de Cambiis ob magnam eorum vtilitatem & iacturam, ac nomen celebre vsumque frequentem, reliqua autem absolues per capitula superiora ex quibus incertæ quæstiones faciliter soluuntur.

CAPVT LVII.

De Redditibus & Recompensationibus.

1 ANtequam ad expositionem accedam duo sunt obseruanda, quæ etiam maxime capitulo sequenti inseruiunt primum vt cum redditum inuestigare volueris operare per vnam libram non solum ob facilitatem verum ob vnitatis proprietatem, cum enim fuerint quotlibet numeri aut quantitates ab vnitate continuæ proportionales semper secunda erit ℞. quadrata tertiæ, & cubica quartæ, & ℞℞. quintæ, & ℞. relata sextæ, & ℞. cubica ℞. quadratæ septimæ, & ℞. Relata secunda ipsius octauæ, & ℞℞℞. nonæ, & ideo cognita vnitate, & tota eius operatione, cognoscimus per multiplicationem simplicem quod prouenit ex tali quantitate, & hæc est causa etiam cur in positionibus ponimus 1 co. & non plures, secundum est quod semper laborabis in libris & fractionibus nunquam deducendo ad solidos nec nummos, vt quidam Arithmetici faciunt: donec ad finem operationis non perueneris, sic enim tutius ab errore, facilius ac certius, ac breuius operaberis, in qua regula communiter practici Arithmetici errant ita vt pueri cum rationem operationum non intelligant è ludo relato pede, omnium quæ ibi didicerint penitus obliuiscuntur, impossibile enim est Arithmeticum bonum esse nisi altero trium modorum, vel quod in perpetua sit operatione sicut sunt magistri, qui licet non vere hanc artem calleant ob quotidianam tamen exercitationem multa scire videntur.

Secundus modus est vt discat omnes operationes cum ratione ex Theorica, & hoc est rarum quia requiritur magister multum eruditus. In tota Mathematica, & ingenium discipuli maximum, & perseuerantia diutina cum ipso Magistro, & ideò sunt rari in hoc non solum discipuli sed etiam Magistri. Tertius modus est vt habitis principiis per aliquod compendium quale est liber hic doctrinam diligendo aliqui fiant perfecti, nam quod hucusque scriptum est ab aliis non possunt multum prodesse, & ideò ab hoc tempore ante, inuenientur multi præclari Aritmetici si multi fuerint studiosi.

Sunt igitur duo hîc inquirenda, pri- 2
mum quid sit redditus & est auctio debiti ad creditorem, ex re possessa, veluti tu possides aureos centum ex meis, aut domum aut villam teneris reddere vltra aureos 100. domum, aut villam, singulis annis aliquid puta aureos 10. recompensatio autem est eius contrarium, vt pote possides aureos 100. ex meis, ea conditione vt decedant singulis annis aurei 10. ita quod in annis 10. nihil restituere tenearis, est autem quilibet horum duplex simplex, & ad caput anni dicitur autem simplex quando redditus non coniungitur capitali, ita quod semper capitale remanet idem & redditus remanet idem singulis annis, verum coaceruatur, exempla dedi tibi aureos 100. vt soluas simpliciter 10. aureos singulis annis, ponamus quod non currat solutio intra quinquennium, tunc non solues tamen nisi 10. aureos singulis annis, & in quinquenio debebis aureos 50. Redditibus autem ad caput anni est vt redditus primi anni adiiciatur capitali, & ex toto accipias redditum secundi anni, sub eadem portione, & ita adiicias redditum, secundi anni capitali, & totum fiet capitale pro tertio anno & ita de singulis exemplum, dedi tibi 100. liuras ad caput anni, ad 10. pro 100. igitur dices qui dat 10. pro 100. facit redditum esse $\frac{1}{10}$ capitalis pro anno, igitur primo ad 100. adde $\frac{1}{10}$, fiunt libræ 100. quibus pro secundo anno adde $\frac{1}{10}$ capitalis fiunt 121.

quibus adde pro tertio anno $\frac{1}{10}$ totius aggregati & fit 133 $\frac{1}{10}$, & ita pro quarto anno adde $\frac{1}{10}$ partem fient 146 $\frac{41}{100}$, & ita vides quod redditus iungitur capitali, & quod plus crescit census quam in simplici redditu fit etiam hic redditus ad caput mensium eodem modo, sicut ad caput anni.

3 Recompansatio autem fit cum ille qui dat pecunias vtitur re aliquâ debitoris, vtpote domo illius aut persona, secundo cum Creditor exigit pecunias ante tempus, veluti in primo exemplo do 100. aureos recompensandos ad 10. pro 100. in quolibet anno, ex domo tua quam possideo, & fient vt dicemus anno primo aurei 90. $\frac{10}{11}$. Exemplum secundi debeas mihi aureos 300. in capite anni venio & dico si dederis nunc recompensabo 10. por 100. & est dicere dabis mihi tantum, quod si acciperes à me pro vno anno ad 10. pro 100. solueres capitale, tunc igitur dabis aureos 272 $\frac{8}{11}$, & hoc est quia si darem tibi aureos 272. $\frac{8}{11}$, ad 10. pro 100. in anno tunc deberes mihi aureos 300. præcisè in capite anni, igitur recompensando ad 10. pro 100. reuertentur aurei 300. ad 272 $\frac{8}{11}$, est autem recompensatio duplex vna simplex, Et opponitur simplici redditui siue merito, alia ad caput anni & opponitur redditui ad caput anni, simplex est cum capitale decrescit opposito modo auctioni simplici per terminos in proportionalitate positos, veluti auctio simplex ad 10. pro 100. fit ad 110. in primo anno, igitur duc 100. in se fit 10000. diuide per 110. exit 90. $\frac{10}{11}$, in secundo autem anno 100. fieret 120. igitur duc 100. in se fit 10000. diuide per 120. exit 83 $\frac{1}{3}$, & ita de reliquis: in recompensatione autem ad caput anni est decrementum oppositum auctioni ad caput anni, duc igitur 100. in se & productum diuide per augumentum & proueniet recompensatio, veluti 100. in primo anno fit 110. & ideo in recompensatione fit 90. $\frac{10}{11}$, vt in simplici, pro secundo autem anno 100. fit 121. vt dictum est duc 100. in se fit 10000. diuide per 121. exit 82 $\frac{78}{121}$, & ita regula generalis est in vtraque, quod redditus designat recompensatione͂, suæ speciei.

4 Alia regula est quod sicut in redditu ad caput anni magis augetur capitale, ita in recompensatione ad caput anni magis minuitur capitale quam in simplici recompensatione, patet ex dictis. Si igitur quis dicat recompensa mihi 100. libras simpliciter ad 10. pro 100. in 5. annis, tu scis quod in ficto simplici 100. lucratur 50. ad 10. pro 100. in annis 5. duc 100. in se fit 10000. diude per 150. exit 66. $\frac{2}{3}$, & tot fient: Si autem dicat recompensa ad caput anni, tunc promerere ad caput anni fiunt 161. $\frac{15}{1000}$ duc 100. in se fiunt 10000. diuide per 161 $\frac{15}{1000}$ exeunt 62 $\frac{7419}{5000000}$.

5 Et ideò nota tria primum quod in merito composito siue ad caput anni duplici via vti possumus vel via vnitatis vt dictum est, vel vt mercatores faciunt facere tabulas mariti vsque ad annos 20. pro singulis meritis, incipiendo a $\frac{1}{2}$ pro 100. & procedendo vsque ad 40. pro 100. & tabulæ fiunt vt plurimum ad 10. vsque distinctæ, deinde à

Tabula decima meriti ad 5. pro 100.

libræ	anni 1 l.	s.	d.	2 l.	s.	d.	3 l.	s.	d.	4 l.	s.	d.
1.	1.	1.	0.	1.	2.	1.	1.	3.	2.	1.	4.	4.
2.	2.	2.	0.	2.	4.	1.	2.	6.	3.	2.	8.	6.
3.	3.	3.	0.	3.	6.	2.	3.	9.	5.	3.	12.	10.
4.	4.	4.	0.	4.	8.	2.	4.	12.	7.	4.	17.	2.
5.	5.	5.	0.	5.	10.	3.	5.	15.	9.	6.	1.	6.
6.	6.	6.	0.	6.	12.	4.	6.	18.	11.	7.	5.	10.
7.	7.	7.	0.	7.	14.	4.	8.	2.	1.	8.	10.	2.
8.	8.	8.	0.	8.	16.	5.	9.	5.	3.	9.	14.	6.
9.	9.	9.	0.	9.	18.	5.	10.	8.	4.	10.	18.	9.
10.	10.	10.	0.	11.	0.	6.	11.	11.	6.	12.	3.	1.
20.	21.	0.	0.	22.	1.	0.	23.	3.	1.	24.	6.	3.
30.	31.	10.	0.	33.	1.	6.	34.	14.	7.	36.	9.	4.
40.	42.	0.	0.	44.	2.	0.	46.	6.	1.	48.	12.	5.

10. ad 20. sufficit vna tabula, & ita a 20. ad 30. vna tabula, ponuntur autem redditus in fronte tabulæ, & anni vsque ad 20. superius, & pecuniæ vsque ad 10000. lateraliter ita quod vsque ad 10. distinguuntur libræ, deinde à 10. vsque ad 100. procede per 10. & à 100. vsque ad 1000. per centena, à mille vsque ad 10000. per 1000. & Exemplum vnum tale est quale vides meritum procedit à $\frac{1}{2}$ vsque ad 10 per auctionem $\frac{1}{2}$, deinde ad 40. per decemnas, Anni vero vsque ad 20. libræ vsque ad 10000. & in area primo ponuntur libræ, deinde asses, vel solidi, vltimo nummi. Exemplum volo scire libras 3. in annis 3. ad 5. pro 100. ad caput anni. quot fient & inuenies in directo earum sub 3. annis in hac tabella libras 3. solidos 9. nummos 5. & ita facilite operantur sola indigentes aggregatione, secundo nota quod in merito simplici non indiges tabulis, sed operare per vnitatem, tertio quod in simplici redditu, menses computantur pro parte anni, velut dedi 100. aureos pro annis 3. & mensibus 6. ad 10. pro 100. reddet igitur aureos 135. Videlicet 100. pro capitali & 30. pro annis tribus, & 5. pro 6. mensibus.

Nota autem quod in merito ad caput anni si adsint menses operaberis per recompensationem simplicem, & in recompensatione ad caput anni per meritum simplex, vtque hoc pateat intellige, quod si ego accipio à te & aureos 100. vt restituam infra annos 3. & dem tibi 20. pro 100. ad caput anni deinde ex voluntate partium vis recipere in annis 2. mensibus 6. tunc certum est quod pro anno primo debentur aurei 20. pro secundo 24. pro tertio 28 $\frac{4}{5}$ igitur si tenuissem annis 3. fuisset debitum aureorum 172 $\frac{4}{5}$, cum capitali, si autem tenuissem annis 2. debitum fuisset tantum 144. in mensibus autem 6. debitum esset aurei 14 $\frac{2}{5}$, videlicet medietas totius anni, in eo autem tempore non tenerer nisi reddere aureos 144. non autem illos 14 $\frac{2}{5}$, quia dato quod teneam capitale pro aliis sex mensibus vltimis, non soluam nisi alios 14 $\frac{2}{5}$ in fine tertij anni, igitur prima medietas est mihi debita vsque ad finem anni, si igitur numero eam ante menses 6. debet recompensari, & hoc est quia redditus est ad caput anni, quo meritum lucratur, sicut igitur accipiendo capitale ante 6

tem pus

tempus deberet recompensari. Ita accipiendo redditum debet recompensari, quia etiam ex redditu alium redditum trahis, ideò in simplici redditum hoc non tenet vt dictum est, sed tantum solutio currit pro tempore possessionis pecuniæ.

His visis & benè discussis erunt 4. modi vel enim census simplex est, vel recompensatio simplex, & in his duobus operaberis simpliciter, veluti dixi superius vel meritum est ad caput anni & tunc facies meritum pro annis completis, ponendo menses pro anno vno. & serua, deinde huic toto adde etiam meritum defficientium mensium, eadem ratione, & duc primum meritum in seipsum, & diuide per secundum, quod exit est summa quæsita, exemplum volo promereri libras 100. ad 20. pro 100. pro annis 2. mensibus 6 primo promerearis pro annis 3. completis, fiunt $172\frac{4}{5}$, & hoc est primum meritum, deinde vides quod menses 6. defficiunt à complemento anno per alios 6. menses capio igitur menses 6. qui residui sunt ad complendum annum tertium & ita si fuissent anni 2. menses 4. caperem menses 8. & vt breuiter dicam residuum. Igitur promerebo $172\frac{4}{5}$, per menses. 6. ad 20. pro 100. & fient $190\frac{2}{25}$, duco igitur $172\frac{4}{5}$ in se fiunt $29859\frac{21}{25}$, diuide pro $190\frac{2}{25}$ exeunt $157\frac{1}{11}$, quod est dicere libras 157. solidos 1. nummos 9. $\frac{9}{11}$, & hic est sen sus Fratris Lucæ, licet litterà videatur corruptâ, & modus incertus quem ipse dedit.

Ad Caput anni
100
20
pro annis 2.
mensibus 6.

pro anuis 3.
$172\frac{4}{5}$.

pro annis 3
mensibus 6
$190\frac{2}{25}$

$162\frac{4}{5}$
$172\frac{4}{5}$

$29859\frac{21}{25}$
$190\frac{2}{25}$
$157\frac{1}{11}$

Quod si compensatio sit ad caput anni,
8 tunc fac econuerso promerere menses defficientes, deinde à toto compensationem per sigulos auferes annos, & residuum est quod quæris.

Exemplum volo compensare libras 100. ad 20. pro 100. per annos 2. menses 9. tunc menses defficientes à tribus aunis sunt 3. cum igitur compensatio sit ad caput anni vt supponitur promerere simpliciter per regulam in tribus mensibus, fient libræ 105. nam 3. menses sunt quarta pars anni, igitur compensa libras 105. ad 20. pro 100. ad caput anni, & hoc est vt dicas si 105. fit $125\frac{1}{4}$, igitur compensando dices si $125\frac{1}{4}$, fit 105. quid fiet 105. vel facilius dic si 5. fit 6. compensando 6. fit 5. tunc duc 105. in 5. fit 525. diuide per 6. exit $77\frac{1}{12}$, & hoc pro anno vno, deinde iteruA duc $87\frac{2}{1}$ in 5. fit $437\frac{1}{2}$ diuide per 6. exit $62\frac{11}{12}$, & hoc erit pro duobus annis duc etiam $72\frac{11}{12}$ in 5. fit $364\frac{7}{12}$, diuide per 6. exit $60\frac{55}{72}$ & tot fient, potuimns & in præcedenti modo abbreuiare opus hoc modo sed noluimus, vt intelligeres fundamentum regulæ, non est enim opinio in facilitate sed in dando rationem, quia ea intellectum mille supersunt modi facilitandi opus, vt in exemplo dicto nunc.

9 Eadem autem rationes fient quin meritum aut compensatio fierent ad capita mensium: tunc enim comple capita sicut in annis fecisti deinde operare compensando in meritis vel promerendo in compensationibus, per tempus quod de est ad complementum temporis capitum completorum.

10 Et autem quidam modus compensandi per practicam, in simpli compensatione quem hîc describo, & hoc per exemplum vniuersale: volo compensare simpliciter libras 117. ad 10. pro 100. pro annis 2. mensibus 3. primo quidem vt dictum est promerebor libram. 1. ex regulis positis & fiet $1\frac{11}{20}$, duco in 117. fient $181\frac{7}{20}$, subtrahe capitale & fit $64\frac{7}{20}$, pone igitur capitale superius, & meritum infrà, & considera qualis portio sit meritum ipsius capitalis, & vides quod $\frac{11}{20}$, pones igitur $\frac{11}{20}$ lucri sub eo, & sunt vt vides libræ 35. solidi 7 nummi 10. & huius etiam summæ $\frac{11}{20}$ & fient omnes vt vides, deinde subtrahe inferiorem à superiore. atque residuum à superiore, vsque ad capitale, & quod relinquitur est compensatum ex libris 117. ad 20. pro 100. in annis 2. mensibus 3. deduco igitur primo 1. ab 3. fit 2. deduco 2. ab 6. fit 4. deduco 4. ab 11. fit 7. & ita relinquitur compensatum tandem libræ 75. solidi 9. denarij siue nummi 8. & hoc idem fit alio modo deducendo 117. in se fit 13689. diuide per $181\frac{7}{20}$, exeunt libræ 75. solidi 9. nummi 8. quare &c.

11 His intellectis debes scire quod quatuor sunt consideranda capitale, & lucrum, & tempus, & prouentus idem dico de compensatione & ex his cognitis quibuslibet tribus cognoscitur quartum, exemplum ponamus vt dictum est quod quis dicat compensaui libras 117. simpliciter ad 20. pro 100. per annos 2. menses 3. & prouenerunt libræ 75. & solidi 9. nummi 8. residuum autem ad 117. fuit illud quod fuit compensatum in illo tempore, tunc habes quatuor capitale & est libræ 117. lucrum vel damnum & est 20. pro 100. tempus & est anni 2. menses 3. prouentus & est libræ 75. solidi 9. nummi 8.

lib. 117. solidi.
64 7. nummi
35 7. 10
19 9. 3
10 14. 0
5 17. 8
3 4. 8
1. 15. 7
19. 7
10. 9
5. 11
3. 3
1. 9
11
6
3
1

2
4
7
1. 2
2. 1
3. 10
6. 11
12. 8
1. 2. 11
2. 1. 9
3. 15. 11
6. 18. 1
12. 11. 1
22. 16. 8
41. 10. 4
75. 9. 8

igitur quibuslibet tribus ex his cognitis, cognoscitur quartum verum tamen cum ponimus capitale ignotum quæstio est extraordinaria: & soluitur per positionem, reliquæ tres in quibus aut tempus, aut lucrum, aut prouentus, sunt ignota: sunt ordinarie, fiunt & aliæ sex quæstiones in

quibus duo termini tantum cogniti præsupponuntur, & reliqui quæruntur, omnes hæ soluuntur per positionem, sunt igitur quæstiones 3. ordinariæ, & 7. extraordinariæ, omnes 10, & quia possunt esse de merito simplici, vel ad caput anni, vel compensatione simplici, vel ad caput anni fient quæstiones in singulis quatuor modis 19. quare omnes erunt 40. è quibus 12. ordinariæ, & 28. extraordinariæ. possunt & cum his addi aliæ difficultates, vt ponendo ℞. & talia quæ inquirere pulchrum est describere autem operosum & tædium affert legentibus ob hæc vna tantum quæstione erimus contenti.

12 Quidam dedit libras 100. & recepit in 21. mensibus libras 200. & fuit mutuum ad caput anni, quæritur lucrum idest quantum pro 100. lucrabatur, & similiter si dicat ad 10. pro 109. in 21. mensibus, quantum fient, tunc quia dixit quod in 21. mensibus quæritur prouentus supposito, lucro id pro 100. in anno, ad caput anni igitur considera quod 21. menses continentur præcise quater in 7. annis, quæro igitur lucrum singulis annis & fiet primo anno 110. & secundo 121. & tertio $133\frac{1}{10}$, & quarto $346\frac{41}{100}$, & quinto $161\frac{51}{1000}$, & sexto $177\frac{1561}{10000}$, & septimo $194\frac{87171}{100000}$ & quia reducenda sunt ad vnitatem ex dictis in principio diuide 100. per 100. exit 1. diuide $194\frac{87171}{100000}$ per 100. exeunt $1\frac{9487171}{10000000}$, cum igitur inter hos terminos constituere oporteat tres alios in continua proportionalitate, quoniam 21. quater ingreditur 84. qui sunt menses 7. annorum, erit igitur ex dictis lucrum 21. mensium & est secundus terminus ℞℞. quinti quare quum sit $1\frac{9487171}{100000000}$ erit ℞℞. eius prouentus vnius libræ, cum igitur velim prouentum 100. librarum duc 100. in ℞. ℞. illius ducendo 100. in se fit 10000. deinde 10000. in se fit 100000000. duc post 100000000. in dictam fractionem fit 194871710. cuius ℞. ℞. est prouentus librarum 100. in 21. mensibus & ita soluemus per conuersum primam, verum cautum in operando esse oportet memento tamen illius cautelæ operandi per vnitatem & facies magna.

CAPVT LVIII.

De Solutionibus & Reductionibus.

1 CVm volueris persoluere debitum, & quod dicitur vulgari nostro sermone facere computum, tunc iunge capitalia vnius & redditus, atque item alterius si ratio sit ad caput anni, & subtrahe vnum ab alio residuum est capitale, quod si sit ratio simplicis redditus, tunc iunge capitalia separata, & redditus separatos, & subtrahe posteriora à prioribus, & primo à redditibus, deinde à capitali & si superfuerit plusquam sit capitale totum integrum, tunc ipsum manebit, & redditus ponentur separati, & dabo Exemplum in vtroque.

Exemplum simplicis meriti ad 10. pro 100. in anno.

Dedi Antonio die primo Mai. 1531.

c Lib. 700. red. 291. 13. 4.
Item primo Septembris 1532.
c Lib. 850. red. 240. 16. 8.
Item primo Februarij 1534.
c Lib. 200. red. 28. 6. 8.

Recepi ab Antonio primo Martij 1532.
c Lib. 400. red. 133. 6. 8.
Item primo Maij 1533.
c Lib 600. red. 130. 0. 0.
Item primo Nouembris 1535.
c Lib. 260. red. 43. 6. 8.

Et ponamus quod velim facere computum pro die primo Iulij 1535. dispono redditus in directo singulis à die mutui, ad diem computi, vt vides nota tamen quod sæpe vnus dat cum merito, & alius non, sed tantum soluit, & tunc semper animaduertere debes diligenter ne capitale decrescat, aliter fieret fraus debitori, exemplum quidam dedit libras 1000. ad 10. pro 100. simpliciter in Calendis Ianuarij, deinde recepit libras 300. in Calendis Iulij alterius anni, tunc cum in Calendis Iulij sit redditus tantum librarum 150. illius qui dat libras 1000. cum igitur recipiat libras 300. igitur decrescet capitale per 150. libras quæ sunt solutæ vltra 150. redditus, & ita à prima die Iulij in antea non soluet nisi 10. pro 100. de capitali residuo quod est 850. & ita libras tantum 85. ad propositum iunge capitalia per se & redditus per se vt vides.

Capitale meum lib. 1750. Redditus meus lib. 560. f. 16. d. 8.
Capitale Antonij lib. 1260. Redditus Antonij lib. 306. f. 13. d 4.

His visis iunge capitale & redditum vtriusque separatè vt vides.

Capitale meum lib. 2310. solidi. 16. d. 8. cum Redditu.
Capitale Antonij lib. 1566. solidi. 13. d. 4. cum Redditu.
Residuum meum est lib. 744. solidi. 3. d. 4.

Memento autem quod si lib. 744. essent plures meo capitali primo quod fuit 1750. tunc subtraheres capitale primum & residuum poneretur pro Redditu, & capitale maneret summa prima: Exemplum si Residuum fuisset lib. 1900. tunc detractis 1750. remanerent 150. quæ essent pro Redditu & 1750. esset capitale, & hoc est quia in simplici merito non voluimus trahere meritum ex merito, sed meritum separatur à capitali.

In merito autem ad caput anni, secus est: 2
semper enim iunguntur capitalia cum suis redditibus & subtrahitur minus à maiore, Residuum sit capitale, & in hoc differt à merito simplici, differt etiam in hoc quod accipis

Redditus

Redditus ad caput anni, non vt in simplici provt diximus in capitulo præcedente in reliquis autem est omnimoda similitudo, propterea exemplum præcedens sufficiet & scias quod in his menses omnes supponuntur dierum 30. sublata omni inæqualitate & ita in reliquis rationibus mercatorum.

3 Cum autem volueris reducere plures terminos ad vnum terminum istud fit per modum consolationis monetarum, & vt ducas terminos in summam pecuniæ, & producta congreges, & totum congregatum diuide per aggregatum pecuniarum, exéplum quidam debet mihi libras 20. hinc ad menses 9. & libras 60. hinc ad menses 7. & libras 180. hinc ad menses 13. quæritur si deberet soluere totam summam quando deberet soluere, dico quod debes ducere vt vides pecunias in menses vtpote libras 20. in menses 9. fiunt 180. & ita de reliquis deinde congrega totum & diuide per aggregatum pecuniarum quod est 260. libræ, exeunt menses 11. dies 9. & in tanto tempore debebit dare eam summam & hoc est fundamentum rationis de quo etiam in societatibus bestiarum dictum est.

20.	9	180
60.	7.	420
180.	13.	2340
		2940
		260
		11. 9

4 Et quia hoc facere in summa magna operosum est, inuenta est abreuiatio fingendo meritum & capiendo terminum minorem, & offerendo ab aliis terminis, & pro reliquo promerendo, deinde promerendo totam summam, & primum dabo exemplum abbreuiationis primæ vt in casu superiore quidam debet vt prius libras 20. in mensibus 9. & ita de reliquis aufero 7. qui est minor terminus ex 9. remanent 2. ita aufero 7. ex 13. remanent 6. dispono vt in figura, & duco vt prius debitum in menses fiunt vt vides 1120, diuido per aggregatum in quo tamen computo libras 60. licet non multiplicauerim eas exeunt menses 4. dies 9. qui sunt tempus in quo ille debebit post post primum terminũ videlicet 7. mésium, dare omnes libras, 260. addo igitur menses 7. ad menses 4. fient vt prius menses 11. dies 9.

20.	2.	40
180.	6.	1080.
60.	0.	
		1120
		260
		4. 9
		7.
		11. 9

Fit igitur ex hoc modo etiam abreuiatio vt vides, quidam debet vt infrà. Semper priorem summam cum termino pone sine

In Calendis Februarij	1537.	lib. 700.
meritum.		lib. o. s. o. d. o.
In Calendis Augusti	1538.	lib. 600.
meritum.		lib. 90. s. o. d. o.
In Calendis Iunij	1539.	lib. 464.
meritum.		lib. 108. s. 5. d. 4

merito, deinde promerere secundam summam quæ est libræ 600. ad 10. pro 100. non quia non possis aliter promereri, sed quia. 10. pro 100. est commodior terminus, igitur cum à kalendis Februarij 1537. qui est primus terminus solutionis, ad Kalendas Augusti anni 1538. sint menses 18. igitur ad 10 pro 100. libræ 600. promerebuntur libras 90. & eadem ratione cum à Kalendis Februarij 1537. ad kalendas Iunij 1539. sint menses 28. libræ 464. merebuntur libras 108. solidos 5. denarios paruos 4. & ita si essent alij & aliæ peccuniæ faceres eodem modo, primum autem terminum nunquam promereberis, quia frustrà id fa- deinde congrega meritum quod est libræ 198, solidi 5. nummi 4. & vide quantum temporis exigatur vt libræ 1764. ad 10. pro 100. mereantur libras dictas 198. solidos 5. nummos 4. tu scis quod libræ 1764. in anno merentur libras 176. solidos 8. & in mense qui est duodecima pars anni libras 14. solidos 14. & in die solidos 9. nummos $9\frac{1}{5}$, igitur in anno vno & mense vno diebus 15. fere promerebitur, quare adde vt dixi primo termino qui est Kalendarum Februarij annum vnum mensem 1. dies 15. fiet terminus talis solutionis die decimasexta Martij 1538, & hoc est quod quærebamus & sumus assecuti duplici abreuiatione.

5 Quod si quis partem dictorum denariorum acceperit, velis vero residui scire terminum, veluti in superiore exemplo conclusimus quod talis quantitas debebitur ei die decimasexta Martij 1538. modo ponamus quod in kalendis Octobris 1537. acceperit libras 300. & in kalendis Ianuarij 1539. libras 400 tunc debes promereri libras 300. acceptas à die receptionis, & est in Kalendis Octobris 1537. vsque ad 16. Martij 1538. ad 10. pro 100. & sunt mense 5. dies 16. & erunt libræ 13. solidi 16. numi 8. deinde subtrahe libras 300. de 1764. remanent libræ 1464. vide in quanto tempore libræ 1464. merentur libras 13. solidos 16. nummos 8. & inuenies quod ad 10. pro 100. merebuntur in mense vno diebus 4. igitur quia exbursauit libras 300. ante tempus, adde mensem vnum dies 4. ad decimamsextam Martij, fiet terminis exbursandi libras 1464. die 20. Aprilis 1538. & similiter libræ 400. in mensibus 9. diebus 14. merentur libras 31. solidos 11. nummos $1\frac{1}{3}$ detrahe 400. à 1464. remanent 1064, vide libras 1064. in quanto tempore merentur libras 31. s. 11. d. $1\frac{1}{3}$ & erit in mensibus 3. diebus 17. nota igitur quantum exbursauit libras 400. post diem 20. Aprilis 1538: ideo subtrahe dictos menses 3. dies 17. à die 20. Aprilis, erit tempus excursandi libras 1064. die tertia Ianuarij 1638. & si dicas quid iuuat hoc tempore vltimæ exbursationis cum iam præterierint, dico quod à dicta tertia die Ianuarij aurrit interesse in antea.

CAPVT.

Caput LIX.

De Lucris & damnis.

ET in mercatura accidunt differentiæ secundum additionem ex vna parte, & diminutionem ex alia, & hoc vt plurimum quinque modis primus est cum emitur res ad pondus mensuram aut numerum, deinde detrahitur aliquid ex dono, vel consuetudine, vel varietate ponderum, aut additur, & quærimus in hoc lucrum, aut damnum, aut modum emptionis, & reliqua.

Secundus est cum posita tali, variatione volumus scire modum emendi aut vendendi ad terminatum lucrum.

Tertius est cum fit traductio mercaturæ de loco ad locum cum vectigalibus, & expensis æquorum, & maximè etiam cum permutatione monetarum.

Quartus est cum fiunt additiones aut detractiones, vt pote per inuentionem bursæ pet additionem diminutionemve inter loquentes per itinera.

Quintus est cum emimus res ad tempus vendendas, in quo tempore fiunt minores in quantitate & pondere, & similibus: vt vinum, frumentum, & volumus scire lucrum ad tempus computato merito capitalis.

Circa quæ notanda sunt duo, primum quod ea quæ emuntur sunt in triplici differentia aut enim emuntur numero, vt coria, pelles, aut pondere vt aromata & metalla, aut mensura vt frumenta & grana reliqua, potest addi quartum genus æstimatione, vt gemmæ, verum quia de hoc non potest certa ratio reddi arithmetica ideò tres primi modi tantum, cadunt in considerationem.

Secundum est quod res quæ venduntur 5. modis deteriore conditione fiunt, aut enim decrescunt ob rem inutilem additam veluti propter cortices lapillos puluerem & hæc dicitur tara, aut ob rem non æquè vtilem & minoris pretij, vt cum res vetusta admiscetur nouæ, & cum gariofili grossi admiscentur subtilibus, aut tertio propter donum veluti cum venditur pannus pro quibuslibet 7. brachiis, dant $\frac{1}{4}$, & cum venduntur aromata & alia dant aliquid doni, vt ex consuetudine alliciant mercatores appellant & tale quid consuetum, & est idem, quarto cum in venditione & emptione soluitur vectigal. quinto cum accedunt expensæ aliæ conductionis & talium & nota duas diuersitates circa hoc.

Primam quantum vel res accipitur est meliore conditione veluti cum donum accedit emptori, vt pote emo lanam & ipsi dant pro quibuslibet 100. libris doni 3. libras vnde donum quandoque bonum, tara semper mala est quia nulli conducit. Secunda diuersitas est quod vel agrauationes sunt super rem iam detracta tara aut dono, aut super rem à qua nondum detracta sunt talia.

1 His visis cum tara computamda est ad 100. vel ad 1000. duc eam in summam & à producto aufer duas litteras à dextra, si est tara pro 100. aut tres si sit pro 1000. & residuum est tara quam auferes à capitali, ita tamen quod si litteræ duæ ablatæ excesserint 50. aut tres excesserint 500, ponendæ sunt pro libra vna, si autem minores fuerint pro nihilo ponuntur.

Exemplum 100. lanæ valet scutos 7. & habet taræ libras 5. pro 100. quæritur quantum valebunt libræ 3897. fac vt in figura

Exemplum primum taræ.

3897
5
194 | 85
195
3702 | 7
259 | $\frac{14}{100}$

duc primo 3897. in taram fiunt 19485. & quia tara est pro 100. abscinde duas litteras à dextra remanent 194. & quia 85. est plus 50. ponam libram 1. fiet igitur tara libræ 195. quam aufero ex 3897. fiunt 3702. quas duco in pretium quod est aureorum 7. fiunt 25914 & quia pretium est pro 100. aufero duas litteras remanent 259 $\frac{14}{100}$ scuti, quare &c. quod si adessent in pretio libræ, & solidi, fac eodem modo deinde reduces solidos ad libras, & libras ad aureos.

Si vero non fit tara sed donum tunc adde donum ad 100, & duc summam totius in pretium & diuide per 100. addito dono, exemplum æs 5. valet aureos 52. pro 1000. & adduntur doni lib. 25. pro milliari, quæritur pretium librarum 26800. fac vt in figura duc aureos 52. in summam æris fiunt 2

Exemplum secundum doni.

26800
52
1393600
1025
1359 $\frac{25}{41}$

1393600. & quia pretium est pro milliari adde ad 1000. donum quod est 25. diuide 1393600. per 1025. exit pretium aurei 1359. & $\frac{25}{41}$, quod si velles reducere $\frac{25}{41}$ aurei in libras & solidos duc 25. numeratorem in valorem aurei qui sit solidorum gratia exempli 112. fient 2800. diuide per 41. exeunt 68. & sunt libræ 3. solidi 8. & quia supersunt solidi vnius $\frac{12}{14}$ duc eodem modo 12. in nummos solidi, qui sunt 12. fient 144. diuide per 41. exeunt nummi $3\frac{1}{2}$ fere, ex hoc patet quod donum & tara non eodem modo pensantur, nam prima ratio de lana si facta fuisset per viam doni peruenisset aureorum summa $259\frac{4}{5}$, causa differentiæ est quod donum est vltra 100, & tara intra 100, exemplum si quis debeat dare 100. libras zinziberis, & cum 5. lib. doni, tunc dat libras 105. sed si det cum tara dat tantum 100. & in illis 100. includuntur libræ 5. inutiles, quod igitur dat donum dat 105.

pro

pro 100. & qui dat taram dat 100. pro 95. plus igitur importat tata quam donum, cum fuerint æqualia.

3 Ex hoc ſequitur quod varietas librarum ſi ſit ad detrimentum reducitur ad taram, ſi ſit ad lucrum ad donum, & hoc in exemplo libræ 100. Venetæ produnt 8. pro 100. Mediolani & acquirunt 8. pro 100. Piſis, dico quod ille qui vult computare libras venetas ad Mediolanenſes, debet facere per modum taræ, qui autem vult facere computum ad modum Piſanæ, debet facere per modum doni, multiplicando tamen vt in exemplo lib. 100. ſtanni Piſis venditur aureis 6. quantum valebunt lib. 500. Venetæ: creſcentes 8. pro 100. Piſis, adde 8. ad 100, fit 108. & dic ſi 100. valet 6. quid valebunt 108, & valebunt $6 \frac{12}{25}$, duc in 5. fiunt $32 \frac{2}{5}$ vel aliter dic ſi 100. fit 108. fient igitur 500. libræ 540. Piſis, ſi igitur 100. valet 6. quid valebunt 540 & valebunt $32 \frac{2}{5}$, at cum decreſcunt vt diximus fiunt præciſè per modum primum videlicet pe taram.

4 Cum autem accedunt vectigalia, aut expenſæ, conductiones, & talia tunc facies rationem computatis omnibus in tota ſumma. deinde mundabis à dono, & tara, & poſt modum ſcies verum pretium.

Exemplum lib. 100. croci habent taræ libras 4. doni autem libras 4. pretium pro 100. eſt lib. 813. quæritur quantũ valebunt lib. 193. iam mundatæ, adde donum ſupra 100. & fiunt 105, & detrahe taram à 100. fiunt 96. dic igitur ſi 100. fit 96. quid fiet 105. duc 105. in 96. fiunt 10080. diuide per 100. exeunt $100 \frac{4}{5}$. deinde dic $100. \frac{4}{5}$ fiunt ex 100. quid fiet ex 193. duc 193 in $100. \frac{4}{5}$: fiunt $19454 \frac{2}{5}$ diuide per 100. exeunt 104. libræ & unciæ $6 \frac{66}{125}$ & hoc eſt purum quod vendi poteſt, deinde quia emiſti cum dono, dic ſi 105. valet libris 903. quid valebunt libræ 193. croci, duc 193. in 903. & diuide per 105. & fiunt $1659 \frac{84}{105}$: & hoc eſt pretium librarum 194. vnciarum $6 \frac{66}{125}$ croci.

Oportet autem in talibus vti ſolertia, & frequenti vſu, ne quis decipiatur, vtendo è conuerſò regulis, facile enim aut decipitur, aut hæſitat inexpertus.

5 His autem viſis ſi differentia ſit in monetis, ſcies vtilitatem per capitulum de Cambiis, & ſi ſit in ponderibus reduces per capitulum tranſmutationum, hæc autem duo in vltimam operationem relinquere licet, potes tamen & per modum taræ ponderum diuerſitatem aut doni, computare, ita tamen vt taram poſt taram, & non per coniunctionem, & donum poſt donum inuenias.

6 Cum autem admiſcetur aliquid inutilis non tamen omnino, ſed vilioris pretij, tunc ſepara vnum ab alio, & inuenies pretium & taram cuiuſlibet, & poſt congrega omnia ſimul, & ſit exemplum gariofilis continentur gariofili groſſi libræ 12. pro 100. & piperis libræ 7. pro 100. & tara eſt libræ, 2. pro 100. & pretium gariofilorum eſt aureorum 48. pro 100. & groſſorum aurei 36: & piperis aurei 28. quæritur quantum valebunt libræ 3727. tunc dic ſi 100. dat 12. & 7. quid dabunt 3727. & dabunt groſſorum 44824. abciſis duabus litteris videlicet $447 \frac{6}{27}$ & piperis $260 \frac{89}{100}$: eritque reſiduum videlicet libræ $3018. \frac{8}{100}$. & ita inuenies taram per prædicta, ducendo tres terminos videlicet $447 \frac{6}{25}$ & $260 \frac{89}{100}$ & $3018 \frac{87}{100}$ in 2. & abiiciendo duas litteras deinde detractâ tarâ per regulam trium inuenies pretium in vnoquoque.

7 Cum autem volueris ſcire modum emendi aut vendendi ad terminatum lucrum, tunc ſcias eſſe quatuor modos, aut enim emptione, aut venditione, aut venditio ex venditione, aut emptione cognoſcitur, hoc autem dupliciter aut cum permutatione lucri, aut ſine ea, & hoc etiam dupliciter, aut in ſimili pondere, aut ex groſſo volumus cognoſcere minutum exempla ſunt hæc.

1 Quanti emetur lana vt vendita aureis 6. pro 100. lucrari poſſim 20. pro 100. igitur dices ſi 120. fit ex 100. ex quo fiet 6. & duc 6. in 100. fit 600. diuide per 120, exit 5. & tanti emetur videlicet 5. aureis pro 100.

2 Emi lanam pro 5. & lucratus ſum 10. pro 100. vellem emere tanti vt vendita pretio lucrarer 20 pro 100. igitur per primum exemplũ quando lucrabatur 10. tunc 110. fiebat ex 100. & ideo cum eodem pretio vendantur vtroque modo, igitur dices ſi 120. fit ex 100. ex quo fiet 110. & erit ex $91 \frac{2}{3}$, cum igitur 100. quod fuit in primo capitale fit 110. lucror 10. pro 100. & cum $91 \frac{2}{3}$ fit 110. lucratur 20. pro 100. igitur dic ſi 100. fit ex $91 \frac{2}{3}$, ex quo fiet 5. & fiet ex $4 \frac{7}{12}$.

3 Emi lanam quam vendendo aureis 6. lucratus ſum 5. pro 100 quanto pretio vendenda erit vt lucrer 20. pr 100. dices igitur aurei. 6. habent rationem 105. qui autem vult lucrari 20. pro 100. vult facere 120. dic igitur ſi 105. fiet 120. quid fiet 6. duc 120. in 6. fit 720. diuide per 105. exit $6 \frac{6}{7}$.

4 Vendidi lanam aureis 6. lucratus ſum 5. pro 100 vendendo 7. quantum lucrabor, adde lucrum primum ad 100. fit 105. diuide per 6. exit $17 \frac{1}{2}$: duc in 7. fit $122 \frac{1}{2}$: auferas 100. remanent $22 \frac{1}{2}$: lucrum pro 100 vel aliter dic ſi 6. producit 105. quid producet 7. duc 7. in 105. fit 735.: diuide per 6. exit $122 \frac{1}{2}$ ablato 100. remanent $22 \frac{1}{2}$ pro 100. lucrum.

5 Vendidi lanam aureis 10. pro 100. & perdidi 10. quæritur quanti emi dic igitur ſi 90. fit ex 100. ex quo fiet 10. duc 10. in 100. fit 1000. diuide per 90. exit $11 \frac{1}{9}$.

6 Emi lanam quam vendidi 6. aureis, quod ſi emiſſem aureo minus lucratus forem 20. pro 100 dic igitur per primum exemplum igitur ſi empta fuiſſet aureis 5. ad hoc vt vendendo pro 6. lucraretur 20. pro 100. ſed ex quæſito dignoſcitur quod fuit empta aureo vno plus igitur empta fuit aureis 6. pro 100. & ita bellus iſte Interrogator nihil lucratus fuit.

7 Emi lanam tanti & tanti vendidi, quod ſi emiſſem aureo vno minus & vendidiſſem aureo vno plus, lucratus fuiſſem 40. pro 100. gitur qui lucratur 10. pro 100. facit ex 10

co. 11. co. igitur 10. co. est capitale & 11. co. pretium venditionis, adde aureum fit 11 co. 7. 1. deme aureum fit 10. co. m̃. 1. & quia lucratur 40. pro 100. igitur $\frac{2}{5}$ pretij emptionis, igitur 14 co. m̃. 1. $\frac{2}{5}$: æquantur 11 co. p̃. 1. quare res valet $\frac{4}{5}$ aurei, & pretium primum fuit 10 co. igitur aurei 8. & venditio aurei $8\frac{4}{5}$. lucrum 10. pro 100. si empta fuisset 7. aureis & vendita $9\frac{4}{5}$: fuisset lucrum 40 pro 100. quare solutio clara est posset & per cataym fieri.

8 Emi piper aureis 24. vel libris 144. pro 100. quanti vendetur vncia vt lucrer 50. pro 100. tu scis quod si debeo lucrari 50. pro 100. oportet vt 100. fiat 150. dic igitur si 100. fit 150. quid fiet 144. & fiet libræ 216. dic igitur libræ 100. piperis debent vendi 216. libris quare libra vna piperis valebit solidos 43. denarios paruos $2\frac{2}{5}$, igitur vncia piperis valebit solidos 3. nummos $7\frac{1}{5}$, & tantum debet vendi.

9 Vendidi piper solidis 4. pro vncia, & lucratus sum 40. pro 100. quanti emptum est 100. librarum piperis, dic 140. fit ex 100. igitur 4. fit ex $2\frac{6}{7}$, per regulam trium, & hoc est capitale vnciæ, igitur capitale libræ est solidi $34\frac{2}{7}$, igitur capitale librarum 100. piperis est libræ 171. solidi 8. nummi $6\frac{6}{7}$.

10 Vendidi 4. clauos pro 5. nummis, & lucratus sum 10. pro 100. quot nũmis vendã 10. clauos vt lucrer 12. pro 100. primo reducas ad eundem dicendo si 4. venduntur 5. quantum vendentur 10. & vendentur $12\frac{1}{2}$, & hoc pretio lucrarer 10. pro 100 at ego volo 12. pro 100. dices igitur per quintum exemplum capitale est $11\frac{4}{11}$, igitur per tertium exemplum dic si 100. fit 112. quid fiet $11\frac{4}{11}$ & fiet $12\frac{8}{11}$ igitur lucratur 12. pro 100. vendendo 10. clauos pro nummis $12\frac{8}{11}$, hæc leuior via in talibus, potest etiam fieri per rem & aliis modis.

Memento autem in talibus ne numerum rei vendite, cum numero pretij componas, quantum in maximos incideres errores.

11 Claui 4. venditi 5. nummis dant lucrum 12. pro 100. eodem modo & lucro quot dabis clauos pro nummis 60. clara est quæstio si 5. dat 4. dabunt 60. nummi 48. clauos, sed si dicat quot habebo aut dabo pro nummis 60. vt lucrer 20. pro 100. tunc tu scis quod si pro quinque nummis das 4. clauos & lucraris 12. pro 100. igitur claui 4. valent nummos $4\frac{13}{28}$: dices igitur quod claui 4. valent nummos $4\frac{13}{28}$: deinde dices si 120. fit ex 100. ex quo fiet 60 & fiet ex 50. capitali, dic igitur si $4\frac{13}{28}$ dant 4. clauos, quid dabunt 50. nummi duc 50. in 4. fiunt 200. & diuide per $4\frac{13}{28}$ & exeunt $44\frac{4}{5}$: & tot habebit clauos.

12 In temporalibus vero mercimoniis, vtpote vino: & frumento, quatuor debes animaduertere primum est pretium, secundum sunt expensæ, tertium est tempus intercedens inter emptionem & venditionem, quartum est decrementum rei, vinum enim decrescit nona parte à tempore vindemiæ vsque ad æstatem, frumentum autem fere quadragesima parte, si rete gubernetur: sit ergo exemplum vnum.

Exemplum quidam emit lini libras 2000. pro 5. solidis singulas libras deinde accessit expensarum & vectigalium pars trigesima infra 3. annos cum non potuerit vendi decreuit centa parte ponderis, in vectigalibus prouendendo iterum oportet soluere trigesimam partem, quæritur quo pretio libra lini debet distrahi vt mercator lucretur 10. pro 100. singulis annis, Tunc considera primum pretium quod fuit librarum 500. deinde adde trigesimam partẽ & sunt libræ 16. solidi 13. nummi 4. est ergo capitale libræ 516. solidi 13. nummi 4. & quia vult lucrari 10. pro 100. singulis annis adde ei libras 155. pro merito, & fient libræ 671. solidi 13. nummi 4. & quia linum fuit libræ 2000. & diminutum fuit centa sui parte igitur remanserunt libræ 1980. & quia persoluenda est pretij trigesima pars pro vectigali vt remaneant libræ 671. solidi 13. nummi 4, semper diuide pretium per 1. m̃. quam sit pars, diuide igitur per 29. exeunt libræ 23. solidi 3 nummi $2\frac{18}{29}$: quæ omnia adde ad libras 671. solidos 13. nummos 4. fient libræ 694. solidi 16. nummi $6\frac{18}{29}$, diuidendæ per 1980. & exeunt s. 7. nummi $0\frac{73}{330}$ fere & eo pretio vendetur lib. lini vt lucretur vt dictum est, & ita poteris formare 100. casus diuersos.

Quæstiones autem inuentionis lucri 13
in itineribus cum indeterminatio capitali soluuntur per rem, siue per la co. aliquando etiam per cathaym, similiter & inuentionis bursæ, & mutuarum interrogationum, suntque magis curiose quam vtiles quapropter differemus earum pertractationum ad capitulum extraordinarium interrogationum.

CAPVT LX.

De Ratione librorum tractandorum

Solent mercatoribus quatuor libri esse 1
necessarij, inuentarium Memoriale, ephemerides siue diurnale, & Magnus siue Magistralis.

Inuentarium est in quo mercator cuncta quæ possidet describit ordine suo primo nummos, deinde gemmas merces, supelectilia domus ædes, agros, hoc in abscondito tenetur.

Memoriale est in quo dierum acta obiter & diffuse describuntur, venditiones, emptiones, mutua, locationes, & talia Diurnale est liber in quo ea quæ in memoriali diffusè scripta sunt & sine ordine seriatim & breuiter magnaque diligentia conscribuntur.

Magnus liber siue magistralis est, in quo ea quæ in memoriali scripta sunt rescribuntur compendiose, habet hic quinternionem alphabetico discrimine exaratum, quo facilius libri magistralis acta possint inueniri, & hic quinternio tabula solet appellari.

Sunt autem communia memoriali, diur- 2
nali, & magistrali libro, vt omnes eodem Charactere signentur exterius, vt pote cruce, vel A, vel B, ita quod liber magistralis A correspondet memoriali & diurnali

li A, tabulam etiam A insignitam habet vt facilius inueniantur credita conuentiones: est etiam commune vt singulis actionibus præponatur tempus in anno, mense, & die, pactum, nomen eius cum quo conuenisti, quantitas pecuniæ aut datæ aut promissæ, quantitas & genus rei venditæ vel emptæ, verum hæc breuius in libro magistrali describuntur, est etiam commune vt diurnale refferat se ad librum memorialem, & magistralis ad diurnalem & magistralis posterior ad anteriorem, veluti liber magistralis B, ad librum magistralem A, refferendo folium & caracterem libri, est etiam commune omnibus libris vt folia singula singulis numeris seriatum distinguntur ne fraude excerpi possint.

3 Porro libro magistrali præcipua sunt vt primo genus pecuniæ exprimat quo rationes describuntur, veluti libras, aut florenos, aut scutos, secundum vt ex vna parte capitale constituat creditorem, bursam vero aut capsam debitricem, nam capitale totum est quod homo habet, bursa verò nihil habet. Ideò bursa quidquid habet debet capitale quidquid dat recipere debet tertium quod tantum ponatur in debito capsa vel bursa, quantum in credito capitale vt semper sint æqualia.

4 Considerare etiam oportet creditum à sinistra libri, debitum à dextra ex aduerso poni debere, atque semper sub eodem genere pecuniæ sub quo inchoatus liber est perseuerare neminemque debitorem in libro scribere nisi ipso debitore præsente, aliter liber falsi insimulabitur, quantum etiam rerum tabernæ siue apothecæ distraxeris, capitale aut apothecam pro ea summa scribes creditricem, capsam vero nummo accipientem debitricem: econtra autem quantũ impensarum emendo merces feceris, creditricem capsam tabernam debitricem scribes.

5 Est etiam considerandum ea quæ transferuntur siue ex memoriali in diurnalem, siue ex diurnali, in magistralem librum, siue ex interioribus foliis in posteriora, siue ex vno libro in alium, esse vna linea transuersali cancelanda, nam vnius actionis vnus debet esse contractus tantum, Vnde cancelatæ annotationes tamquam intermortuæ, non cancellatæ autem pro viuis habentur, ipsæ vero annotationes iam rescriptæ signaculo insigniri debent, vt iam translatæ intelligantur.

6 Porro actiones quæ magistrali successiuè libro inscribuntur dierum ordine procedere debent, ne falsi crimen liber suscipiat: quod si iam pluribus partitionibus descriptis desit locus alias subscribendi, in posteriorem locum post vltimam siue illius, siue alterius partitionem, trasferenda erit summa crediti aut debiti aut residui in locum post vltimam partitionem proxime vacuum: Ita vt quatuor seruentur primum vt posterior partitio folij à quo detracta est memoriam faciat, secundum vt proximæ vltimæ partitioni succedat, tertium ne vacuum spatium relinquatur, aut incongruè inter posteriores inseratur loci aut temporis ordine permutato quartum vt quamquam locus adsit initio tamen libri permutato non priori sed posteriori ascribatur.

Quod si error intercesserit credito oppo- 7
situm debitum ascribatur, debito creditum pro eadem summa eodemque die, deinde tam creditum quam debitum linea obducta canceletur mox signo crucis in erroris memoriam fulciatur, ac demum loco suo partitio illa sicut debet scribi scribatur, memineris autem in opposita adiecta partitione memoriam erroris recensere.

Cum autem libros examinare volueris 8
quamlibet partitionem perscrutare diurnalis, atque libri magni, atque punctis aut signis adnotatis facile præcipies an in libro magno aliqua superabundet an defficiat partitio, quæ in diurnali non inueniatur, quod si deffuerat vel supabundauerit partitio aliqua per oppositam sicut dictum est partitionem emendabitur, memoria tamen facta obliuionis aut iterationis ne cum dies libro magno inscriptus prior fuerit præcedentibus partitionibus posterius signatus falsi suspicionem adducat, in obliuione tamen sola sufficit adiectiò crediti vel debiti mentione obliuionis habita nulla etiam opposita adiecta partitione, dum autem hæc geruntur nihil diurnali sub his diebus, aut libro magno inseras, sed memoriali tantum in sequentes Ephemeridem & Magistralem librum partitiones illas reducturus.

Vtilitas autem diurnalis est ordinatim ea 9
quæ confusa sunt in memoriali ostendere, Magistralis autem dispersas partitiones cuiuscunque debitoris aut creditoris in vnum redigere tabulæ autem nomina creditorum & debitorum facile inuenire examinis vero duæ sunt vtilitates prima scire an recte librum magistralem descripseris, secunda quantum lucri aut iacturæ contigerit intelligere, quæ quidem ex differentia dati & recepti colligitur, datum si superauerit iacturæ loco habetur, si receptum lucri quod quod si datum atque acceptum inæqualia fuerint in his detractis residuis aut adiectis vbi opportuerit, summa tam crediti quam debiti diligenter habita tunc libri error significatur, cum necessarium sit tantum tibi deberi quantum dederis, tantumque debere quantũ acceperis. Vtilitas autem translationis de libro in librum est coniuncta necessitati, quantum nec primus liber recipere amplius potest, & si adderentur plura confusio pareretur, ea etiam que in libro primò diffusa sunt & sub pluribus partititonibus, ad vnam partitionem in secundo libro cmpendiose redigũtur opportet autem seriatim & cõpendiose folia primi libri commemorando omnes eiusdem hominis partitiones, in vnam redigere atque examinis libri prioris vtilitatem, aut iacturam in inuentarij fine adiicere bonum est.

In translationibus autem mutua debet 10
esse memoria librorum & foliorum ita vt in priore libro creditorem ponas debitorem respectu secundi libri, in secumdo autem creditorem pro creditore & debitorem pro debitore dispones, nam cancelatio primi libri æquationẽ præsuponit crediti & debiti, creditum aboleri non potest nisi per oppositũ debitum,

debitum, & econtra debitum per creditum aboletur, igitur neceſſe eſt debitorem in primo libro fieri creditorem, & è contra reſpectu ſecundi libri, eſt etiam aduertendum vt omnes partitiones quæ ex libro in librum transferuntur in primo quidem ſub die translationis conſcribantur in poſteriore autem libro ſiue nouo ſine die.

11 Rerum vilium & mutuorum ſub breui tempore datorum aut acceptorum nulla fiet quanquam magni ſint pretij memoria in libris ſed in paruo quodam rerum quotidianarum libello.

12 Litteræ autem ſuis ſaculis pro diuerſitate locorum ſignabuntur, vnicuique loco ſuus aſſignabitur loculus, alligantur autem ordine ſuo in faſciculum ſecundum tempora, atque cuilibet anno faſciculus aſſignatur exterius anno ſignato in faſciculo, & ſuper epiſtolam nomine & cognomine eius qui eam miſit.

Hæc autem experto aut operam talibus danti ſufficiunt ei autem qui talia non tractauit etiam ſi vniuerſum hunc librum in hac, materia conſumpſero, non exiſtimo poſitura.

CAPVT LXI.

De Extraordinariis & Ludis.

IN hoc capitulo 4. tractabimus, primo quidem itinerum quæſtiones Secundo quæſtiones pártium. Tertio rationes ludorum in diuidendo. Quarto de ludis ipſis & eorum opteſtate.

1 In itineribus tria ſunt conſideranda capitale, numerus itinerum, & prouentus, & licèt ex quibuſlibet duobus poſſit cognoſci tertium, nihil minus conſueuerunt ex prouentu & numero itinerum quærere capitale, & hoc eſt quia lucrum eſt incertum, & ideò ponemus tantum vnum exemplum Quidam ibat ad nundinas & quotiens reuertebatur refferebat triplum capitalis, iuit autem ter & vltimo rediit cum capitali ipſo & quadrato & cubo capitalis, tunc dices quod iuit cum 1 co. & quia triplicauit ſemper vltimo rediit cum 27 co. & hæ ſunt æquales 1 co. 1 ce. 1. cu. detracto igitur 1 co. de communi fient 26 co. æquales 1 ce. 1. cu. quare 1 ce. p̄. 1. co. æquatur 26. igitur capitale fuit R. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$, & ita alias ſolues, verum ſi numerus itinerum ſit incognitus, conare integra inuenire, quod ſi non æquentur, proximo maiorem & minorem numerum indagabis, demùm præciſionem, factâ poſitione aſſequeris.

2 In quæſtionibus partium ſiue burſæ 4. animaduertantur numerus habentium, nam quanto minor tanto facilior, minimus numerus eſt 2. maximus autem non datur ſecundum an ſit poſitio per terminatam quantitatem, aut per partem cognitam aut per partem comparatam exemplum patebit infra, tertium an ſit quæſtio ſimplex aut compoſita, quartum vt non vnâ poſitione ſed pluribus inueniatur.

3 Propter primum quæramus in duobus ob facilitatem diſcentium & ponamus exemplum in triplici diuerſitate ſecundi modi, dicat igitur primus ſecundo, ſi dederis 5. ex tuis habebo quadruplum reſidui, & ſecundus primo ſi dederis 4. ex tuis habebo quadruplum reſidui tui, tunc pone quod primus habeat 1 co. igitur dato 5. fit 1 co. p̄. 5. & hoc eſt quadruplum reſidui igitur reſiduum eſt $\frac{1}{4}$ co. p̄. 6 $\frac{1}{4}$, cui ſi addantur 4. fiunt $\frac{1}{4}$ co. p̄. 10 $\frac{1}{4}$, & hoc eſt quadruplum ad 1 co. m̄. 4 igitur 4 co. m̄. 16. æquantur $\frac{1}{4}$ co. p̄. 10 $\frac{1}{4}$, redducas ad integra fient 16 co. m̄. 64. æquales 1 co. p̄. 41 igitur 15 co. æquales 105. & res valebit 7. & tantum habuit primus ad de ei 5. fit 12. & hoc eſt quadruplum ad reſiduum quod eſt 3. addito igitur 5. fit 8. igitur primus habuit 7. & ſecundus 8.

4 Secundum de parte cognita dicat primus ſecundo, ſi dederis dimidium tuorum habebo triplum reſidui tui, & ſecundus primo, ſi dederis quantum eſt dimidium illius quod popoſcis, habebo ſeptuplum, tunc operare vt in prima & adueniet quælibet quantitas, quia hic modus ſecundus eſt ligatus, & ideo caue ne quæſtio ſit impoſſibilis, quod plerumque accidit, velut ſi loco ſeptupli dixiſſet quincuplum, aut triplum aut omnem alium numerum à ſeptuplo.

5 Tertium veluti ſi primus dicat ſecundo ſi dederis partem talem tuorum, qualis tui ſunt meorum, habebo quintuplum reſidui tui, ſecundus dixit primo ſi dederis talem tuorum portionem qualis eſſet illud quod à me petiſti, totius aggregati quod eſſes habiturus, haberem ego decem, pone quòd primus habeat numerum quemuis & ſit 12. & ſecundus habebit 1 co. duc 1 co. in ſe fit 1 ce. diuide per 12. exit $\frac{1}{14}$. ce. & hoc erit talis pars de 1 co. qualis eſt 1 co. de 12. ex quadrageſimo ſecundo capitulo iunge $\frac{1}{12}$ ce. cum 12. fit 12. p̄. $\frac{1}{13}$ ce. & hoc eſt quintuplum ad reſiduum quod eſt 1 co. m̄. $\frac{1}{12}$ ce. igitur 1 ce. p̄. 144. eſt quintuplum ad 12 co. m̄. 1 ce. quare 1 ce. p̄. 144. æquatur 60 co. m̄. 5. ce. & ita 1 ce. p̄. 24. æquatur 10 co. igitur res valet 4. igitur habes quod neceſſaria eſt proportio tripla inter primum & ſecundum nam primus habuit 12. fac igitur poſitionem ſecundo, & pone quod primus habeat 3 co. igitur ſecundus habebit 1 co. vel 1 co. $\frac{1}{2}$ propter duplicem ſolutionem, rancor minue dami, ponamus modo de tripla, & quia in exemplo ſuperiore 1 $\frac{1}{3}$ quod dabat ſecundus primo, eſt decima pars 13 $\frac{1}{3}$. quod erat aggregatum da igitur decimam partem 3 co. ad 1 co. fiunt 1 co. $\frac{3}{10}$, æqualia 10. igitur res valet 7 $\frac{9}{13}$, & tantum habuit ſecundus, & quia primus habuit triplum igitur habuit 23 $\frac{1}{13}$.

6 Compoſita vero eſt veluti ſi dicat primus ſecundo ſi dederis 4. de tuis, habebo quincuplum reſidui tui, & ſecundus primo ſi dederis talem tuorum partem qualis eſt 4. de meis habebo duplum reſidui tui, tunc non fac poſitionem niſi ſuper vnum terminum, & dicas ponam quod primus habeat 5 co. quia dixit de quintuplo ad vitandum fractos, adde ei 4. fiunt 5 co. p̄. 4. & hoc

hoc eſt quintuplum reſidui, igitur reſiduum eſt 1 co. p̃. $\frac{4}{5}$ adde ei quod dedit habebit 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ accipe igitur talem partem de 5 co. qualis eſt 4. de 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ igitur ex tribus quantitatibus proportionalibus inuenietur quarta ducendo 5. co. in 4. fit 20 co. diuide per 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ fiunt $\frac{20\ co.}{1\ co.p.4.\frac{4}{5}}$ adde ad 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ & hoc erit duplum reſidui quare fient 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ p̃. $\frac{20\ co.}{1\ co.p.4.\frac{4}{5}}$ æqualia duplo illius videlicet 10 co. m̃. $\frac{40\ co.}{1\ co.p.4.\frac{4}{5}}$ & ita 4 $\frac{4}{5}$ p̃. $\frac{20\ co.}{1\ co.p.4\frac{4}{5}}$ æquantur m̃. $\frac{40\ co.}{1\ co.p.4\frac{4}{5}}$ duc omnia in diuidentem qui eſt 1 co. p̃. 4 $\frac{4}{5}$ fiunt 24 $\frac{4}{5}$ co. p̃. 23 $\frac{1}{25}$ æqualia 9 ce. p̃. 43 co. $\frac{1}{5}$ m̃. 40 co. igitur 9 ce. æquantur 21 $\frac{1}{5}$ co. p̃. 23. $\frac{1}{25}$, quare ce. æquatur 2 $\frac{5}{9}$ co. p̃. 2 $\frac{14}{25}$ igitur res valet 3 $\frac{1}{5}$ & cum poſuerim primum habere 5 co. habuit igitur 16. vnde ſequendo propoſitum ſecundus habuit 8.

7 Dixit primus ſecundo da mihi medietatem p̃. 2. habebo nonuplum reſidui tui dixit ſecundus primo da mihi tertiam partem p̃. 3. habebo triplum, pone quod ſecundus habeat 2. co. dando medietatem p̃. 2. remanebit cum 1 co. m̃. 2. & quia primus habet nonuplum huius reſidui habebit 9 co. m̃. 18. detrahe quod accepit & fuit 1 co. p̃. 2. remanebit 8 co. p̃. 20. accipe tertiam partem p̃. 3. & eſt 2 $\frac{2}{3}$ co. m̃. 3 $\frac{2}{3}$ & da primo & habebit 4 $\frac{1}{3}$ co. m̃. 3 $\frac{2}{3}$ & hoc eſt triplum ad 5 $\frac{1}{3}$ co. m̃. 16 $\frac{1}{3}$, & ita 4 $\frac{2}{3}$ co. m̃. 5 $\frac{1}{3}$ æquatur 16 co. m̃. 49. igitur 11 $\frac{2}{3}$ co. æquatur 45 $\frac{2}{3}$, quare res valet 4. & ſecundus habuit 2 co. quare habuit 8, & primus 12.

8 Dixit primus ſecundo ſi dederis medietatem habebo ſeptuplum, reſidui tui dixitque tertio ſi dederis $\frac{1}{3}$ tuorum habebo ſexcuplum, dixit ſecundus tertio quod fit ex vno in alterum eſt triplum primo igitur primus habet $\frac{1}{3}$ ſuperficiei productæ ex ſecundo in tertium addito dimidio ſecundi habet ſeptuplum igitur ante habuit ſexcuplum, igitur triplum ad ſecundum & quia habuit cum $\frac{1}{3}$ tertij ſexcuplum, igitur ante habuit quadruplum igitur ad totum ſexquitertium, primus igitur ad ſecundum habuit triplum, & ad tertium ſexquitertium habuit, igitur primus 12. ſecundus 4. tertius 9. quod ſic probatur pone ſecundo 1 co. igitur primus habebit 3 co. & tertius 2 $\frac{1}{4}$ co. & erunt 2 $\frac{1}{4}$ ce. triplum 3 co. & æqualia 9 co. & 1 ce. æquabitur 4 co. igitur res valet 4. & tantum habet ſecundus quo inuento habes alios.

9 Dixit primus ſecundo ſi darem tibi $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{4}$ meorum, deinde reſtitueres $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{7}$ aggregati eſſemus pares, pone quod vnus habeat 1 co. & ſecundus 1. quan. & inuenies ſimul aut ſolutionem aut impoſſibilitatem, veluti eſt in propoſito quæſito, & ideò tales quæſtiones ſunt tentatiuæ, nam cum reſiduatur aliquid ex vtraque parte quæſtio eſt ſoluta aliter eſt impoſſibilis.

Soluitur & hæc quæſtio alio modo per debitum & eſt pulcherrima tum ex ſolutione tum ex modo ſoluendi, & talis poteſt proponi Magiſtris, pone quod primus habeat debiti quod vis puta 6. ſecundus crediti 1 co. da $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ primi ad ſecundum habebit primus 1. debiti & ſecundus 1 co. m̃. 5. da $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{7}$ huius primo habebit $\frac{12}{35}$ co. m̃. 2 $\frac{5}{7}$, & ſecundus habebit $\frac{23}{35}$ co. m̃. 3 $\frac{2}{7}$. & hæc ſunt æqualia, igitur $\frac{4}{7}$ æquatur $\frac{11}{35}$ co. & res valebit 1 $\frac{9}{11}$ & tantum habuit ſecundus crediti primo habente ſolum 6. debiti.

Pars. Tertius minimus.

5 | $\frac{7}{1}$ | $\frac{7}{8}$ — 5 — 40 $\frac{5}{7}$ 5 | $\frac{5}{7}$ |

10 Cum dixerit quis ad mihi talem tuorum partem qualis 5. eſt meorum, habebo ſeptuplum reſidui, tunc neceſſe eſt quod totius aggregati habeat $\frac{7}{8}$, eo quod ad reſiduum quod eſt $\frac{1}{8}$ habebit ſeptuplã proportionem adde igitur vnitatem parti & pone pro denominatore, deinde duces denominatorem in numerum quem petit & eſt 5. fit 40. diuide per numeratorem exit 5 $\frac{5}{7}$, terminus minimus de quo poteſt verificari problema, tunc aſſume quem vis numerum iſto maiorem & duc in ſe ipſum, deinde proportionem in differentiam & diuide maiorem per minorem, & habebis reliqum exemplum accipio 10. & detraho 5 $\frac{5}{7}$ habeo 4 $\frac{2}{7}$, duco 10. in ſe & habeo 100. duco 4 $\frac{2}{7}$ in 7. habeo 30. diuido 100. per 30. exit 3 $\frac{1}{3}$, vnus igitur numerus eſt 10. alius eſt 3 $\frac{1}{3}$, dico igitur quoniam 5. eſt dimidium 10. capio dimidium 3 $\frac{1}{3}$ & eſt 1 $\frac{2}{3}$ addo ad 10. fit 11 $\frac{2}{3}$, & hoc eſt ſeptuplum ad 1 $\frac{2}{3}$ reſiduum, & eſt regula Fratris Lucæ bona.

Poſſumus etiam idem operari per quantitatem ſurdam & rem prout docui in capitulo quinquageſimo ſecundo & eſt leuius.

11 Dixit primus ſecundo ſi dederis talem tuorum partem, qualis eſt 4. de meis, habebo quincuplum reſidui tui, dixitque tertio ſi dederis talem tuorum partem qualis 5. de meis habebo ſexcuplum reſidui tui, dixit ſecundus tertio quadratum primi eſt tantum quantum id quod fit ex noſtris inuicem, vide per præcedentem minores terminos ſecundi & tertij & erunt pro ſecundo 4 $\frac{4}{5}$, & pro tertio 5 $\frac{5}{6}$: pone igitur quod primus habeat 1 co. duc eam in ſe fit 1 ce. diuide per 1 co. m̃. 4 $\frac{4}{5}$ ductam in proportionem & fiet $\frac{1\ ce.}{5\ co.\ men\ 24.}$ & tantum habet ſecundus & pro tertio ſimiliter diuide 1 ce. per proportionem quæ eſt 6. ductam in in 1 co. m̃. 5 $\frac{5}{6}$ fiet $\frac{1\ ce.}{6\ co.\ men\ 35.}$ duc igitur vnum in alterum quia hoc debet æquari quadrato primi & eſt quadratum primi 1 ce. æqualis $\frac{1\ ce.ce}{30\ ce.\ piu.\ 840.\ men\ 319\ co.}$ duc partes per denominatorem fiet 1 ce.ce. æqualis 30 ce.ce. p̃. 840 ce. m̃. 319 cu. ſchiſa per cenſum & eſt reducere ad denominationem & æqua fient 29 ce. p̃. 840. æqualia 319 co. quare ce. & 28. $\frac{28}{29}$, æquatur 11 co. quare p̃. rancor minne dami : valet res 5 $\frac{1}{7}$ p̃. R̷. 1 $\frac{33}{116}$ & tantum habuit primus alij autem

autem inueniuntur faciliter replicando poſitionem & dando primo loco de 1 co. valorem qui eſt $5\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{33}{116}$, quare &c.

12 Dixit primus ſecundo ſi dederis partem tuorum qualis eſt 3. meorum habebo 10. plus tuo reſiduo, dixit ſecundus primo ſi dederis talem partem tuorum qualis eſt 4. meorum habebo 6. plus, tuo reſiduo, pone quod habeant 1 co. ambo igitur quando habebit primus 10. plus ſecundo tunc primus habebit $\frac{1}{2}$ co. p̄. 5. & ſecundus $\frac{1}{2}$ co. m̄. 5. & quando ſecundus habet 6. plus primo habebit $\frac{1}{2}$ co. p̄. 3. & primus $\frac{1}{2}$ co. m̄. 3. igitur differentia vtrorumque eſt 8. à plus ad minus, diuide 8. per regulam vt tantum faciant partes inuicem ductæ quantum facit 3. pars prima in 4. partem ſecundam & ſunt 12. erit igitur per Algebra vna pars 6. & alia 2. componentes 8. & producentes 12. igitur ſecundus dabit primo 2. cum igitur ſit talis pars 2. de ſecundo, qualis 3. de primo, igitur erit proportio primi ad ſecundum veluti 3. ad 2. fac igitur tertio poſitionem dando primo 3 co. ſecundo 2 co. aufer 2. ex 2 co. remanent 2 co. m̄. 2. adde primo fiunt 3 co. p̄. 2. & hæc differentia eſt 10. igitur 3 co. p̄. 2. æquantur 2 co. p̄. 8. quare 1 co. valet 6. & primus habuit 3 co. igitur habuit 18. & ſecundus 12. & ita ſoluuntur per 3. poſitiones, quas aliter ſoluere eſt ferè impoſſibile fundatur autem ſolutio quoniam proportio totius ad totum, eſt veluti omnium partium conſimilium ad quaſcunque partes conſimiles.

13 Quantum ad rationem ludorum ſciendum eſt quod in ludis non habet conſiderari niſi terminus ad quem & hoc in progreſſione diuidendo totum per eaſdem partes exemplum duo ludunt ad decem vnus habet 7. alius 9. quæritur in caſu diuiſionis non finiendo ludum quantum quiſque debet habere ſubtrahe 7. à 10. remanent 3. ſubtrahe 9. à 10. remanet 1. progreſſio 3. eſt 6. progreſſio 1. eſt 1. dabis igitur diuidendo totum depoſitum in 7. partes 6. partes habenti 9. & 1. partem habenti 7. ponamus igitur quod poſuiſſent aureos 7. ſinguli, tunc totum depoſitum eſſet 14. ex quibus 12. contingunt habenti 9. & 2 habenti 7. ludos, quare qui habet 7. perdit $\frac{5}{7}$ capitalis. Aliud exemplum ponamus quod ludus ſit ad 10. & vnus habeat 3. alius 6. ſubtrahe fiunt reſidua 7. & 4. progreſſio 7. eſt 28. progreſſio 4. eſt 10. igitur totius ſummæ dabo habenti 6. ludos 28. partes, & habenti 3. dabo partes 10. & ita diuidam totum depoſitum in 38. partes, & ille qui habet 3. perdit $\frac{9}{19}$ ſui capitalis.

14 Ratio autem demonſtratiua ſuper hoc eſt quod ſi facta diuiſione iterum ludus eſſet inchoandus, partes haberent deponere idem quod receperunt ſtante conditione, & ſit in exemplo primo quod quis dicat volo ludere, hac conditione vt tu non poſſis vincere niſi vincas 3. ſine intermiſſione, & ſi ego vinco vnum volo vincere, & deponat ille qui vult vincere 3. ludos aureos 2. quantum habet deponere alius dico quod deponet 12. ratio nam ſi ad vnum ludum haberent ludere ſufficeret ponere 2. & ſi duos, haberet ponere triplum, ratio quia vincendo ſimpliciter 1. ludos vinceret 4. ſed hic ſtat cum periculo perdendi ſecundum victo primo, igitur lucrari debet triplum, & ſi ad 3. ſexcuplum, quia duplicatur difficultas, igitur haberet ponere 12. & iam accepit 12. & ille 2. igitur diuiſio fuit conueniunter facta: & hoc vbi ſeparatio eſſet de voluntate partium, aliter ſi ſit cauſa habentis plus diuiditur per æqualia ſi cauſa habentis minus perdidit totum.

Duo ludebant vnus ponebat 4. contra 5. 15
alius 13. contra 16. quæritur quis meliore poſuit conditione, hoc fit per regulam trium: ducendo 5. in 13. fit 65. diuide per 4. exit $16\frac{1}{4}$ & contra $16\frac{1}{4}$ debuit ponere ille qui poſuit 13. cum igitur poſuerit contra 16. poſuit deteriore conditione quàm ille qui poſuit 4. contra 5. ſi vis ſcire quantum pro 100. dic ſi 13. capitale producit $\frac{1}{4}$, quid producet 100. & producet $1\frac{12}{13}$, & tanto deteriore conditione poſuit addit poſtmodum Frater Lucas quod hoc eſt veluti in tranſmutationibus & bene dixit.

Quidam vult ludere ad primum pro ſe, & 16
vult ponere 12. contra 1. quæritur ad quot debet ludere ſocius, quæras progreſſionem de 12. pro ſumma per Rem nam capio rem & diuido per æqualia fit $\frac{1}{2}$ co. adde ad eam $\frac{1}{2}$ per regulam fit $\frac{1}{2}$ co. p̄. $\frac{1}{2}$, duc in 1 co. fit $\frac{1}{2}$ ce. p̄. $\frac{1}{2}$ co. æqualia 12. igitur 1 ce. p̄. 1 co. æqualia 24. quare res valet ℞. $24\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$, & hic eſt maior terminus igitur cum ℞. $24\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ ſit maior 4. & minor 5. dices quod ludendo ad 4. luderet meliore conditione quàm ille qui ludit ad 1. & ludendo ad 5. luderet deteriore conditione quàm ſocius.

Quidam pauper ibat ad domum diuitis ſin- 17
gulo die vt luderet aureum vnum, hoc modo, quod cum pauper perdebat aureum ceſſabat à ludo, ſi vincebat continuabat ad ſingulos ludos, & ille ſemper deponebat quantum habebat pauper vſque ad 4. ludos, deinde ceſſabant & ſit exemplum primo ludo diues deponebat aureum, ſi vincebat finiebatur ludus pro illa die, ſi perdebat pauper habebat 2. aureos, vnde in ſecundo ludo deponebat diues aureos 2. ſi vincebat adhuc finitus erat ludus, ſi perdebat pauper habebat 4. aureos, vnde diues deponebat aureos etiam ipſe 4. & ita in quarto ludo deponebat 8. ſi igitur diues vincebat, pauper amittebat 7. iam lucratos, & vnum de ſuis aureis ſi viciſſet tunc auferebat 16. aureos, 15. videlicet ſuperlucratos, quæritur igitur continuando pluribus menſibus hoc modo, pari exſtente fortunâ & ſcientiâ ludi, quis ludit meliore conditione, & quantum pro 100. clara eſt reſponſio progreſſio de 4. eſt 10. igitur non deberet diues ponere niſi 10. aureos, & iam perdit 15. igitur peiore conditione ludit diues quam pauper, & quia 5. eſt medietas 10. igitur conditio eſt deterior 50. pro 100. continuando igitur pauper multum lucrabitur, ita quod in anno lucrabitur 182. aureos, quia dimidium depoſiti, quod ſi fortuna ſit diſpar etiam longe melius quia omnis proportio addita maiori

iori, & minori æqualiter, auget magis supra maiorem quam supra minorem, & ita remotis fraudibus, & scientia æquali existente, impossibile quasi esset pauperem non vincere, verum pauperes aliquando impedit timor, aut lætitia, diuides autem non cum tanto affectu ludunt, & ideo securius, &c.

18 Et ex his dicamus de ludis aliquid & sunt memoratiui, veluti quando quis vult intelligere numerum excogitatum, facit vt adiiciat medietatem quod si non potest facit vt compleas, deinde facit iterum adiicere medietatem, & si non potest facit vt compleas, deinde proiicit. 9. & quotiens proiicis totiens 4. inuenitur in numero excogitato, & causa est quia proportio 9. ad 4. est composita ex duabus sexquialteris, potest igitur accidere quadrupliciter & dabo tibi exemplum in 4. modis, cogitet primo 17. adde dimidium fit 25 $\frac{1}{2}$, & quia est fractio comple fit 26. adde fit 39, proiice 9. quater igitur duc 4. in 4, fit 16. & quia fractio fuit primo loco igitur habuit 17. addendo vnitatem ad 16. cogitet secundo etiam 18. adde dimidium fit 27. dimidium fit 40. $\frac{1}{2}$ comple fractionem fit 41. proiice 9. quater duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit secundo loco adde 2. fit igitur 18. & ita cogitauit cogitet tertio etiam 19. adde dimidium fit 28 $\frac{1}{2}$ & quia habet fractionem comple fit 29. adde dimidium fit 43 $\frac{1}{2}$ comple fit 44. proiice 9. fit hoc quater duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit primo & secundo loco adde 3. fiet numerus cogitatus 19. cogitet quarto 20. adde dimidium fit 30, adde dimidium fit 45. diuide per 9. exit 5. duc in 4. fit 20. & quia nulla fuit fractio, ideò dices quod cogitauit 20. & hoc est generale. Et similiter cognoscunt annulum vbi fuerit absconsus inter plurimos homines. ei in qua manu, digito, & articulo. Et similiter inter tres res quis habeat distingunt, cum 18. tabulis, aut lapillis. Et similiter cognoscunt cartam numero cogitatam per ternam diuisionem in quatuor, & similiter ponūt quotquot voluerint tabulas in circuitur & excipiunt albas dimittentes nigras, fit autem in 15. tabulis albis & totidem nigris sed potest fieri in quolibet numero, & dicitur ludus Ioseph, qui cum hoc sociis vt dicunt per sortem vt illi putabant mortem iniunxit, ipse quia inopiā premebantur cum socio tantum seruatus est, & disponunt quotquot lapillos in circuitu & per duas contrarias numerationes faciunt exire cogitatum ex illis, & hic inter cæteros non intelligentibus est mirabilis, licet sit res simplex, & fiunt ludi mentales & sunt vt vnus habet 1. 3. 6. potestate: alius. 2. 4. 5. & vadant ad 100. aut vnus 1. 3. 5. 8. 9. alius 2. 4. 6. 7. 10. & vadunt ad 100. qui perfecerit vincit, & sunt magnæ inuentionis, & ego inueni æquitando & sine aliquo auxilio cum socio potes ludere & memoriam exercere, & adsunt loca fallaciarum, & triumphi, & vacua in vnoquoque, vt non minor sit ludo schacorum mentali quantum igitur longum & inutile esset infinitas numerorum differentias in ludis referre ob hæc pertransimus ita tamen vt scias horum duorum vltimorum eum qui fit per 1. 3. 6. minorem alium qui fit per. 1. 3. 5. 8. 9. maiorem appellari, fit etiā dando. 6. 2. 1. vtrique lusori imaginando fritillum & huius memoriæ & ingenij non est finis, ita vt etiam cum ipso fritillo, non parum sit optimè lusisse, fit etiam ludus transitus, fit & intercipiens, fit & ludus proportionalitatum dispositus in fine Arithmeticæ Fratris Iordani, sed de his satis.

Pertinet & ad extraordinarias quæstiones adiicere quasdam interrogationes vt panis in valore frumenti solidorum 100. fit vnciarum 9. quando valet solidos 140. quot debet fieri vnciarum, duc 100. in 9. fit 900. diuide per 140. fit vnciarum 6 $\frac{3}{7}$: & ideo est ac si diceres si 140. fit 100. quid fiet 9. & patet quod est conuersa in operatione ad alias est tamen in similibus regula generalis. 19

Caput LXII.

De Datis.

Data dicuntur cognita cum ignota ex notis cognoscuntur, veluti cognosco quidem 10. & quid sit medietas, igitur cognosco etiam quid sit medietas. 10. quæ est 5.

Cognoscere qua dupliciter dicitur & omnibus his modis dicitur datum primo modo perfectè & nominatim, & hoc modo cognoscimus 7. & omnem numerum integrum, vel fractum, aut perfectè non tamen nominaliter veluti cum cognosco Rꝫ. 7. aut omnem quantitatem irrationalem, tertio modo cum cognoscimus secundum propinquum veluti cum scio cordas arcuum vel motus cœlestes, nam non sciuntur præcisè nisi admodum paucæ & hoc modo dicimus quod hoc cognitum insensibiliter differt ab incognito quod est vera quantitas, & hoc vtuntur Astronomi, & præcipuè Ptolomæus, quarto dicimus datū inter duas quantitates notas veluti cū dicimus quod proportio circūferentiæ ad diametrum est minor quàm 22. ad 7. & maior tripla & $\frac{10}{71}$, & hoc est dicere quod est maior quam 223. ad 71. & hic modus est quo vtitur Ptolomæus ad constituendam cordam vnius gradus, per cordam gradus & dimidij, & per cordam arcus trium partium ex quatuor vnius gradus, & hoc vtitur Ioannes Monte Regius contra Nicolaum de Cusa, & de his datis præfertur quidam liber Euclidi ascriptus. 1

His visis in quolibet quatuor modorum cognoscimus aut differentiam, aut quantitatem, aut proportionem, & tunc vel differentia cognoscitur ex duabus quantitatibus cognitis, aut ex duabus proportionibus cognitis, aut ex quantitate & proportione cognitis, & similiter aut quantitas cognoscitur ex quantitate & differentia, aut quantitate & proportione, aut ex proportione & differentia, & similiter aut cognoscimus proportionem est duabus quantitatibus, aut ex quantitate & differentia, & ita sunt 8. modi, & fit cognito, etiam in trigonis & 2

quantitatibus continuis & de his protractauit Ioannes Monte Regius.

3 Cum fuerint duæ quantitates cognitæ erit differentia earum cognita detrahendo minorem à maiore, quod relinquitur est differentia.

4 Cum fuerint duæ quantitates cognitæ, erit proportio cognita inter eas diuidendo enim vnam per aliam exit proportio diuisæ ad diuidentem.

5 Cum fuerit quantitas & differentia cognita, erit & reliqua cognita: addendo vel minuendo differentiam, veluti 7. excedit in 3. quantitatem aliquam, igitur illa quantitas est 4.

6 Cum fuerit quantitas & proportio cognita, erit & alia quantitas cognita, veluti proportio sit tripla, & numerus sit 7. duc proportionem in numerum fit 21. cognitum.

7 Cum fuerit quantitas & proportio cognita, erit etiam differentia cognita, nam per præcedentem erit alia quantitas cognita quare per tertiam harum differentia cognita, veluti 3. cum proportione septupla producit 21. à 3. est 18. igitur septupla proportio cum 3. producit differentiam 18.

8 Cum fuerit quantitas cum differentia cognita, erit etiam proportio cognita, nam per quintam harum erit quantitas cognita: quare per quartam harum erit proportio cognita, vt sit 7. cum differentia 13, igitur addo 13. ad 7. fit 20. diuido 20. per 7. exit proportio $\frac{20}{7}$.

9 Cum fuerit proportio & differentia cognitæ, erit quantitas vtraque cognita, hoc autem fit conuenienter per algebra, veluti sit differentia duarum quantitatum 7. proportio autem tripla, tunc pone quod vnus habeat 1. co. alter habebit neccessario 3. co. adde differentiam minori fiet 1. co. p̄. 7. æqualis 3 co. igitur 7. æquatur 2 co. igitur res valet $3\frac{1}{2}$, adde differentiam fit $10.\frac{1}{2}$ quorum proportio est tripla, potest etiam fieri per regulam sed non curo, multiplicare regulas, vbi algebra satisfacit.

10 Cum fuerint duæ proportiones cognitæ erit differentia proportionum cognita, patet detrahendo vnam ab alia, altero duorum modorum 3, vt dictum est capitulo suo, fit autem faciliter vno modo diuidendo quantitatem vnam per ambas proportiones, duæ exeuntes sunt in proportione quæ est differentia, veluti sit proportio 20. ad 7. & 5. ad 3. multiplico 10. puta, per 7. & diuido per 20 exit $3\frac{1}{2}$, & similiter duco 3. in 10. fit 30. diuido per 5. exit 6. dico igitur quod proportio quæ relinquitur detracta vna ab alia per modum compositionis, & non aggregationis est proportio 6. ad $3\frac{1}{2}$, & eadem 12. ad 7. quod demonstratur ex diuisione proportionum habita in capitulo trigesimo septimo, hoc modo ducito 7. in 5. fit 35. & 3. in 20. fit 60. igitur diuidendo

$$\frac{20}{7} \times \frac{5}{3} \qquad \frac{60}{35}$$

proportionem 20. ad 7. per proportionem 5. ad 3. exit proportio 60. ad 35 quæ est eadem cum proportione 12. ad 7. & ad $3\frac{1}{2}$.

11 Cum fuerint duo cognita duobus modis tertium quod cognoscitur non cognoscetur nisi infirmiore modo, & hoc in omnibus veluti 7. cognoscitur perfectè & cum nomine, & ℞. 3. cognoscitur sine nomine, igitur differentia eorum, & similiter proportio sine nomine cognoscentur, & ita incognitum semper sequitur debiliorem partem, & ita area circuli dato quod diameter cognoscatur perfectè quia tamen circumferentiæ proportio ad diametrum non est cognita nisi quarto modo non cognoscetur nec area nec circumferentia nisi illo quarto modo, & ita de reliquis possibile tamen est per accidens cognosci aliquid fortiori modo quam sint illa per quæ cognoscitur, veluti sit latus trigoni ortogonij oppositum recto ℞. 7. aliud vero continens rectum sit ℞. 3. cognita ambo & sequitur quod tertium continens angulum rectum erit ℞. 4. quod est 2. & ita cognitum perfectè & nomine, cum tamen ea per quæ fuit cognitum essent tantum cognita sine nomine, sed hoc non est nisi contingenter.

12 Cumque fuerit trigonus cuius sit angulus & duo latera continentia nota, erunt reliqua quatuor videlicet duo anguli reliqui, latus reliquum, & area cognita si tamen angulus non sit contentus à lateribus cognitis tunc oportet scire an angulus reliquus non contentus à lateribus sit an non recto minor, tunc erunt etiam reliqua etiam cognita, cum vero fuerint duo anguli cogniti, erit proportio omnium laterum cognita, quarto cum fuerint cum hoc latus vnum cognitum erunt omnia latera non solum ex proportione inter ipsa cognita sed etiam absolutè data, quod si tria latera cognita fuerint erunt etiam tres anguli cogniti & area, cumque fuerit area cognita & duo latera cognita & angulus contentus scitus in hoc an sit acutus vel non erunt reliqua cognita, & similiter area cognita & duobus angulis erunt etiam latera cognita, & cognita area & latere & angulo, cognoscuntur reliqua, patet igitur quod tribus cognitis ex triangulo, reliqua quatuor cognoscuntur, particulariter autem hæc docentur à Ptolomæo per circuli circumscriptoné, & ab Geber & à Ioanne Monte Regio in libro *de Triangulis*, & talis cognitio plerumque est secundi modi deinde reducitur ad tertium & sunt octo regulæ.

CAPVT LXIII.

De Mensuris superficierum.

1 OPortet circa hoc cognoscere duo, primum quod omnes superficies vel sunt trigonæ vel plurilateræ vel tetragonæ vel circulares perfectè vel irregulares.

Pro mensura agrorum intellige primò nomina longitudinalium & latitudinalium laterum: deinde superficierum: deinde quid proueniat ex vno in alterum.

Mensuræ longitudinales.

Giucata continet
12. Brachia

Brachium

Brachium continet
12. Vncias
Vncia continet
12. Puncta

Productio.

Mensuræ superficiales.

Practica continet
24. Tabulas.
Tabula continet
12. Pedes.
Pes continet
12. Vncias.
Vncia continet
12. Puncta
Punctus continet
12. Atomos.

Pertica producitur ex sex giucatis in longitudine & 4. in latitudine, aut 8. in longitudine & 3. in latitudine, aut 12. in longitudine & 2. in latitudine, & vniuersaliter cum latera producunt 24. tabulas producunt perticam, & hæc est maior mensura Mediolanensis licet Paduæ vtantur campis, & Romæ vtebantur iugeribus, & sunt mensuræ perticâ maiores, prudens autem mensurator traducet regulas inferius dicendas ad modum mensurandi suæ regionis, impossibile enim est & tædiosum ponerere diuersitatem vsus cunctarum nationum cum vna regula cunctis satisfaciat.

Giucata in Giucatam
Producit Tabulas
Giuchata in Brachia.
Producit Pedes.
Giucata in Vncias
Producit Vncias.
Giucata in Puncta
Producit Puncta.
Brachia in Brachia
Producunt Vncias.
Brachia in Vncias
Producunt Puncta.
Brachia in Puncta
Producunt Atomos.
Vncia in Vncias
Producit Atomos.
Vncia in Puncta nihil Producit sensibile multo etiam minus puncta in puncta.

2 Cum igitur figura est circularis metiaris diametrum, deinde triplica & adde septimam partem, & habebis circumferentiam, deinde duces dimidium circumferentiæ in dimidium diametri, & habebis aream. Exemplum sit diameter agri circularis quanquam rarò inueniatur 28. giucatarum, tripla addendo septimam partem fient 88. giuchatæ, & tanta est circumferentia cuius cape dimidium & est 44. & duc in dimidium diametri quod est 14. fiunt Tabulæ 616. quas diuide per 24. exeunt perticæ 25. Tabulæ 16. & tanta fuit area illius circuli.

3 Quod si superficies data sit quatuor laterum præcisè & omnium angulorum rectorum, tunc duces vnum latus longitudinale in latitudinale & quod producitur est area, veluti sit area longitudinis 40. giucatarum, latitudinis 17. giucatarum, duc 17. in 40. fit 680. tabulæ, diuide per 24. exeunt perticæ 28. tabulæ 8. & tantus erit ager, sed caue benè vt anguli sint præcisè recti: aliter ex minima differentia in maximum incideres errorem, & propterea bonum est operari per viam triangulorum, dimitiendo etiam agrum ab angulo ad angulum directè per medium, deinde operando per viam triangulorum vt infra exemplificabo.

Quod si figura sit trigona quomodolibet 4
dummodo latera sint ex rectis lineis, tunc dimetiaris omnia & congrega ea simul, deinde aggregatum dimidiabis & ab eo dimidium cuiusque lateris seorsum detrahe & fient tria residua: deinde duc illud dimidium aggregati in residuum vnum, & productum in aliud residuum, & productum in tertium residuum, deinde accipe radicem producti & hæc erit area.

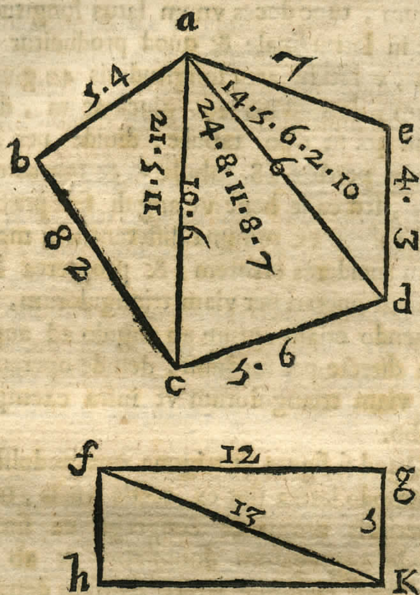
Exemplum sit in superficie A,B,C,D,E, trigonus A, B, C, quem volo metiri & sit latus ab giucare 5, brachia 4. & latus B,C, giucare 8. brachia 2. & latus A,C, giucatæ 10. brachia 6. tunc aggrega omnia fient giuchare 24. dimidium est giucare 12. detrahe latera singula remanebunt vt in figura.

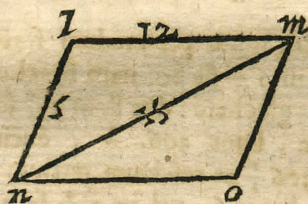
	Latera	Residuum.
	giuc. 5. brac. 4.	giuc. 6. brac. 8
12. Giuchatæ	giuc 8. brac. 2.	giuc. 3. brac. 10
	giuc. 10. brac. 6.	giuc. 1. brac. 6

Multiplica igitur per modum fracti videlicet 12. in $6\frac{2}{3}$ fit 80. nam brachia 8. sunt $\frac{2}{3}$ vnius giuchare: duc 8. in $3\frac{5}{6}$ secundum residuum, fiunt $306.\frac{2}{3}$, ducito tertio ipsum $306\frac{2}{3}$ in residuum tertium quod est giuc. 1. brac. 6, vel in $1\frac{2}{3}$ fit 460. præcisè, huius radix est tabulæ 21. pedes 5. vnciæ 11. & tanta fuit area.

Et circa hæc scire conuenit reducere par- 5
tes nominatas in fractiones & econtra, veluti volo reducere tabulas 21. pedes 5. vncias 11. in tabulas & fractiones, tunc tu scis quod tabula continet 12. pedes: & pes continet 12. vncias, duc igitur 12. in 12. fit 144. igitur tabula continet 144. vncias, cum igitur sint 5. pedes erunt 60. vnciæ ducendo 12. in 5, deinde adde 11. vncias fient 71. igitur cum vnciæ in tabula sint 144. erunt Tabulæ 21. & $\frac{71}{144}$ vnius Tabulæ.

Per idem si adessent puncta, duceres 12. in 144. & fierent 1728. puncta, & post duceres numerum pedum in 144. & vnciarum in 12. & congregares simul addendo puncta & totum esset numerator & denominator esset 1728: exemplum sint Tabulæ 5. pedes 7. vnciæ 9. puncta 6. duc 7. in 144. fiunt 1008. duc 9. in 12. fiunt 108. adde ei 1008. fiunt 1116. adde puncta 6. quæ habebas erunt 1122. & ita erunt Tabulæ 5. & $\frac{1122}{1728}$ vel schisando Tabulæ 5. & $\frac{187}{288}$ vnius Tabulæ.





Et per contrarium sint Tabulæ 5. & $\frac{187}{288}$ volo reducere fractionem aliam ad pedes vncias puncta semper duces numeratorem in 12. diuidendo per denominatorem.

Exemplum duco 187. in 12. fiunt 2244. diuide per 288. exeunt 7 & tot sunt pedes & supersunt 228. duc itreum 228. in 12. fiunt 2736. diuide per 288 exeunt 9. vnciæ, & supersunt 144. duc iterum 144. in 12. fiunt 1728. diuide per 288. exeunt 6. puncta præcisè & ita de aliis.

Et nota quod alij faciunt giucatam tantum 6. brachia & alij vocant quod ego dixi brachia pedes sed ego duplicaui numerum giucatæ vt seruaretur proportio vna ad alleuiandum laborem, & appellaui brachium quod alij dicunt pedem, ad differentiam pedis qui est superficies & duodecima pars Tabulæ ad vitandum æquiuocationem, & hoc etiam Lector conaberis facere nam æquiuocatio nominis plerúmque parit aut ambiguitatem aut etiam errorem.

6 Et nota quod maior area quæ possit contineri à duabus lateribus trigoni est quando angulus contentus fuerit rectus, & quanto fuerit angulus contentus remotior à recto idest obtusior aut acutior, tanto area erit minor.

7 Cum autem fuerit mensuranda area superficiei multilateræ vt pote. A, B, C, D E, tunc resolue eam in triangulos veluti A, B, C, &. A, C, D, &. A, D, E, quorum primus est Tabulæ 21. pedes 5. vnciæ 11. vt probatum est, pari ratione secundus. A, C, D, cum latera iuncta sint 25. dimidium 12 $\frac{1}{2}$ differentiæ laterum 2. & 3 $\frac{1}{2}$ & 7. duco 12, $\frac{1}{2}$ in 2. fit 25. deinde in 7. fit 175. deinde in 3 $\frac{1}{2}$ fit 612 $\frac{1}{2}$ cuius ℞. est colligenda hoc modo, quadrupla 612 $\frac{1}{2}$ fit 2450. deinde adde 6. nullationes fit 2450000000. cuius cape ℞. quæ est 49497. a qua proiice tres litteras à manu dextra capiendo primo dimidium quod est 24748. erit ℞. 24 Tabulæ erunt Tabulæ 24. pedes 8. vnciæ 11. puncta 8. atomi 7. & similiter sciemus superficiem trigoni. A, E, D, quoniam erit productum ex dimidio laterum 209. $\frac{1}{8}$ in residua cuius ℞. est 14 $\frac{23}{50}$ vel Tabulæ 14. pedes 5. vnciæ 6. puncta 2. atomi 10. igitur aggregabimus omnes triangulos & fient perticæ 2. Tabulæ 12. pedes 8. vnciæ 4. puncta 11. atomi 5. & tanta erit superficies illa pentagona.

Quod autem hæc ratio de traingulis vera sit capiamus superficiem rectam gulam. F, G, H, K, cuius. F, G, est 12. & G, K, 5. igitur area erit 60. per dicta superius, nam & per hanc regulam erit 60. Nam diagonalis F, K, erit ℞. 169. quare erit 13: igitur dimidium aggregati laterum erit 15. & residua 2. & 3. & 10. duco 15. in 2. fit 3. & 30. in 10. fit 300. & 300. in 3. fit 900. cuius ℞. est 30. area trianguli, cum igitur paralelogrãmum componatur ex 2. & traingulis æqualibus erit area paralelogrammi 60. quod erat probandum, posset etiam demonstrari sed non est hîc locus sed in libro de trigonis.

Quod autem mensura per quadrilatera quæ in vsu est sit periculosa demonstratur in Romboide. L, M, N, O, cuius si duo latera inuicem multiplicentur fieret area 60. & tamen quia anguli sunt aliqualiter acuti non est tanta, cum enim diagonalis, sit 15. erit dimidium aggregati laterum 16. quare differentia 11. & 4. & 1. ducantur in 16. fiunt 704. cuius ℞. est Tabulæ 26 $\frac{53}{100}$ ergo duplum est parum plus 53. tabulis, patet igitur quod esset error 7. tabularum in 60. quare ex minimo errore angulorum consequitur error sensibilis, securissima igitur est via mensurandi per trigonos & præcisa valde licet non expertis videatur aliqualiter difficilior. 8

Si vero superficies sit irregularis & obliquis lineis circunducta, tunc reducitur ad triangulos eodem modo, sed magna cum diligentia, vt nihil sensibile extra lineas rectas relinquatur, verum operatio postmodum est eadem. 9

Est etiam modus mensurandi figuras aliquas particulares per regulas infra scriptas. 10

Trigonus cuius duo latera sint æqualia sic mensurantur, duces dimidium lateris inæqualis in se, & ipsum auferes à quadrato vnius laterum æqualium & residuum multiplicabis per quadratum dimidij lateris inæqualis producti ℞. est area trianguli. Exemplum sit trigonus cuius duo latera singula sint 6. & tertium inæquale sit 10. capio dimidium 10. quod est 5. & duco in se ipsum fit 25. quadro vnum latus fit 36. auffero 25. ex 36. fit 11. residuum. duco 11. in 25. fit 175. & ℞. 275. est area Trianguli. 11

Trigonus ortogonius cognoscitur ductis inuicem lateribus angulum rectum continentibus productis medietas est area triãguli exemplum sint trigoni ortogoni latera rectum angulum continentia 3. & 4. multiplico 4. in 3. fit 12. eius medietas est 6. area Trianguli. 12

Pro mensuratione autem figurarum æquialterarum

æquilaterarum atque æquiangularum scias primo ex diametro circuli circunscribentis talem figuram inuenire latus ipsius figuræ, & conuerso, quod practicè cognoscitur ex tabula ista.

Diameter circuli circunscribentis.	10000.
Latus trigoni.	8660
Latus quadrati.	7071
Latus pentagoni.	5878
Latus exagoni.	5000
Latus eptagoni.	4339
Latus octogonui.	3827
Latus nonanguli.	3420
Latus Decagoni.	3090
Latus Vndecagoni.	2817
Latus duodecagoni.	2588
Latus tredecagoni.	2394
Latus quatuordecagoni.	2225
Latus quindecagoni.	2079

Cognita igitur diametro alicuius circuli si vis scire latus figuræ multiplica diametrum in numerum figuræ & perticæ 4 literas à dextra & residuum est latus superficiei & literæ abiectæ erunt partes de 10000 fractorum : exemplum sit circulus cuius diameter sit 13 , volo scire latus vndecagoni multiplico 13. in 2817. fiunt 36621. abiicio 4. litteras àdextra remanent 3 $\frac{6621}{1000}$ & hoc erit latus vndecagoni , & est regula generalis in omnibus.

13 Ad sciendum igitur aream circuli quadra diametrum , & productum multiplica per 11. & diuide per 14. exiens est area circuli , Exemplum sit circulus cuius diameter sit 10. multiplico 10. in se fit 100. deinde multiplico 100. per 11. fit 1100. diuido 1100. per 14. exeunt 78 $\frac{4}{7}$.& tanta est area circuli cuius diameter est 10.

14 Pro mensurando trigono æquilatero quadrabis latus eius, & productum multiplicabis per 13.& diuide per 30. & habebis areã. Exemplum sit trigonus æquilaterus cuius vnumquodque latus sit 6. multiplico 6. in se fit 36. multiplico 36. in 13. fit 468. diuido per 30. exit 15 $\frac{3}{5}$ & tanta est area , si autem velles præcisius multiplica per 433. & diuide per 1000. quod exit est area Exemplum fuit latus 6. trianguli æquilateri , multiplico in se fit 36. multiplico 36. in 433. fit 15588. diuido per 1000. exit 15.$\frac{147}{250}$ & tanta est area trigoni valde præcisa.

15 Pro quadrato multiplica latus in se ipsum. & productum est area.

Exemplum si latus est 4. area erit 16. & si sit 7. area erit 49. Quadrilateri autem habentis omnes angulos rectos productio areæ fit ex duobus lateribus longitudinali latitudinali inuicem ductis vt dictum est.

16 Pro pentagono area constat ex ductu semidiametri circuli ei scripti in duplumcum dimidio vnius vnius lateris practice autem sic cognoscitur multiplica latus vnum in se, & productum per 5056. & quod fit diuide per 2939. exiens est area.

Exemplum sit latus pentagoni æquilateri 10. multiplico in se fit 100. multiplico 100. in 5056. fit 505600. diuide per 239. exit 172 $\frac{92}{2939}$ & tanta est eius area.

Pro exagono æquilatero multiplica latus in se , & productum per 13. & quod fit diuide per 5. exiens est area. 17

Exemplum sit latus exagoni 10. duco in se fit 100. multiplico 100. per 13. dabit 1300. diuide per 5. exeunt 260. & tanta est area exagoni.

Pro eptagono multiplico latus in se & productum in 34190. & diuide per 9413. quod exit est area. 18

Exemplum sit latus eptagoni 10. duco in se fit 100. multiplico 100. in 34190. fiunt 3419000. diuido per 9413. exit area eptagoni 363 $\frac{2081}{9413}$.

Pro octogono multiplica latus in se deinde per 11780. & quod fit diuide per 2441. quod exit est area. Exemplum sit latus 10. multiplico in se fit 100. multiplico 100. in 11780. fit 1178000. diuido per 2441. exit area octogoni 482 $\frac{1438}{2448}$. & nota quod superficies inscripti circulo est medio modo proportionalis inter quadratum inscriptibile & circonscriptibile eidem circulo vt demonstrat Orontius, vnde si quis dicat , habeo circuculum cuius diamerer est 10. quantus erit octonus ei inscriptibilis semper multiplica 10. in se fit 100. deinde accipe dimidium 100. quod est 50. multiplica vnum per alterum fit 5000. huius cape ℞. quæ est 70 $\frac{71}{100}$ & tanta est area octogoni. 19

Pro nonangulo multiplica latus in se & productum per 18075. & quod fit diuide per 2924. exiens est area nonanguli. Exemplum sit latus nonanguli 10. multiplico in se fit 100. multiplico 100. in 1875. fit 1807500. diuido per 2924. exeunt 618 $\frac{117}{731}$. 20

Pro decagono quadra latus eius , deinde multiplica in 285315. & productum diuide per 37082. exiens est area Exemplum latus decagoni sit 10. quadratum eius est 100. multiplico in 285315. fit 28531500. diuide per 37082. exit area 769 $\frac{7721}{78531}$. 21

Pro vndecagono multiplica latus in se & productum in 14856.& diuide per 1587. Et exiens est area. Exemplum sit latus vndecagoni 10. duco 10. in se fit 100. multiplico 100. per 14856. fiunt 1485600. diuide per 1587. exeunt 936 $\frac{56}{529}$. 22

Pro duodecagono multiplica latus in se, inde productum per 37485. & quod fit diuide per 3349. exiens est area duodecagoni Exemplum sit latus duodecagoni 10. duco 10. in se fit 100. duco 100. in 37485. fiunt 3748500. diuido per 3349. exeunt 1119. $\frac{969}{3349}$: & tanta est area duodecagoni. 23

Pro tredecagono multiplica latus in se & productum per 7552. & quod fit diuide per 573. & exiens est area tredecagoni. Exemplum sit latus 10. duco in se fit 100. multiplico per 7552. fit 755200. diuido per 573. exit 1317 $\frac{559}{543}$ & tanta est area. 24

Pro quatuor decagono multiplica latus in se & productum per 7586. & quod fit diuide per 495. exiens est area quatuor decagoni. Eemplum sit latus eius 10. multiplico 1000. per 7586. fiunt 758600 diuido per 495. exit area 1532 $\frac{52}{99}$. 25

Pro quindecagono multiplica latus in se, & productum per 635.& quod fit diuide per 36. exiens est area eius. 26

Exemplum

Exemplum sit latus eius 10. duco in se fit 100. multiplico 100. per 635. exit 53500. diuido per 36. exibit area quindecagoni 1763 $\frac{8}{9}$: qui autem vult præcisionem in surdis operetur per quadragesimum quartum capitulum.

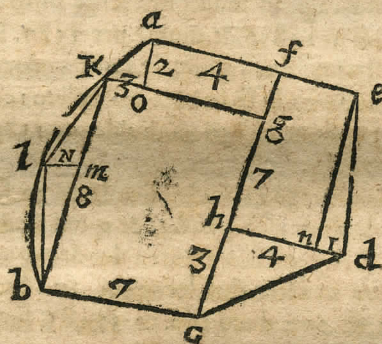
27 Ex his habetur regula per aream cognitã inueniendi latus figuræ æquilateri aut circuli per operationẽ conuersam præcisæ & in hoc sufficient tibi duo exempla primum sit area circuli 78 $\frac{4}{7}$ volo scire diametrum multiplico 78 $\frac{4}{7}$ per 14. fiunt 1100. diuido per 11. exit 100. capio ℞. 100. quæ est tanta est diameter circuli.

Secundum sit area trigoni 15 $\frac{147}{250}$ multiplico per 1000. fit 15588. diuido per 433. exit 36. capio ℞. 36. quæ est 6. & tantum fuit latus trigoni æquialteri. & ita præcisè operaberis in aliis duodecim figuris per conuersum suarum regularum.

28 Et quia accidit inuenire quandoque proportionem maiorem quam oportet, & minorem, vt inuenias medium aggrega denominatores inuicem, & numeratores inuicem, & proportio aggregatorum est media, Exemplum volo proportionem mediam inter $\frac{7}{10}$ & $\frac{5}{7}$ aggrega 5. & 7. fit 12. & 10. & 7. fit 17. igitur $\frac{12}{17}$ est minor $\frac{5}{7}$ & maior $\frac{7}{10}$: & ponamus quod velim ad huc maiorem hac & minorem $\frac{5}{7}$ adde 5. & 12. fit 17. & adde 17 & 7 fit 24. igitur $\frac{17}{24}$ est maior quàm $\frac{12}{17}$ & minor $\frac{5}{7}$.

29 Si verò ex data circunferentia circuli velles scire aream, multiplica eam in se, & productum in 7. & totum diuide per 88. quod exit est area. Exemplum sit circunferentia circuli 10. duco 10. in se fit 100. multiplico 100. per 7. fit 700. diuido per 88. exit 7 $\frac{21}{22}$: & tanta erit area circuli prædicti.

30 Si verò velles habere katetum alicuius figuræ multiplica dimidium lateris ipsius figu-



ræ in se & productum subtrahe à quadrato semidiametri circuli circumscribentis talem figuram, & residui ℞. est Katetus.

31 Et ex his manifesta est operatio mensurantium terram alio modo videlicet reducendo omnem figuram ad quadrilaterum ortogonium & trigonos ortogonios ducendo perpendiculares deinde per dicta superius inueniunt tota superficiem.

Exemplum sit figura irregularis A, B, C,

K, L, B.	8	trigonus.
K, A, O.	3	trigonus.
K, G, B, C.	56	quadrilaterum.
A, F, O, G.	8	quadrilaterum.
F, E, H, N.	28	quadrilaterum.
D, H, C.	7 $\frac{1}{2}$	trigonus.
E, N, D.	3 $\frac{1}{2}$	trigonus.

Summa summarum 114 tota figura.

D, E, producunt per pendigulares B, K, C, F, D, H, E, N, K, G, A, O, L, M, eritque tota superficies resoluta, aut in paralelogrãma, aut in trigonos ortogonios, sit igitur. B, K, 8. igitur &. L, M, 2. erit igitur trigonus. B, L, k, ex prædictis 8. & trigonus A, O, k, 3. & superficies. B, C, K, G, 56. & superficies A, F, O, G, 8. & ita de reliquis vt vides in figura.

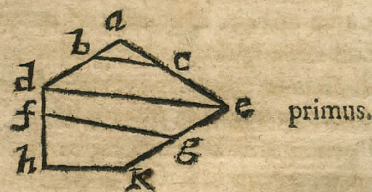
Manifestum est igitur quod resoluunt totam figuram aut in paralelogramma rectangula, aut in trigonos ortogonios, deinde in paralelogrammis multiplicant latera non opposita, sed rectum continentia, & accipiunt productum. in ortogoniis vero trigonis multiplicant latera rectum angulum continentia, & producti accipiunt medietatem prout declarauimus in exemplo & etiam in regula superiore.

Modus autem hic mensurandi est illo qui per triangulos à me dictus fuit tædiosior & longè fallacior, & ô vtinam non haberem nisi tantum agri, quantum ex hoc modo mensurandi singulis annis à vera mensura aberratur, constat sanè modico anguli errore, 10. perticas in 300. plus vel minus accedere : anguli enim differentia cum fuerit modica incomprensibilis est, laterum autem quantuncumque minima cognoscitur, agrimensores tamen cum suis nouempedis, ita enim dimidium giucatæ dicitur vulgariter trabucho, quod est brachiorum 6. ob supputandi imperitiam, hoc secundo magna ementium iactura vtuntur, primum derelinquentes modum.

Diuisio agrorum.

Cum volueris diuidere aliquem agrum, in duas, aut tres, aut quatuor partes, aut quotcunque volueris, vel abscindere ab agro perticas quotcunque vis, tunc hoc potest fieri tribus modis, aut ex parte anguli, aut ex parte transuersali aut per lineam æquidistantem.

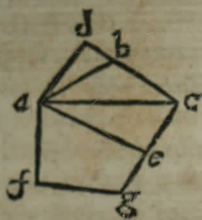
In primo exemplo ponamus quod velim ex parte anguli A, abscindere perticas vtpote sex, per lineam B, C, aut plus per lineam de, aut plus per lineam F, G, omnes autem sunt quasi æquidistantes angulo A, & hic est primus modus.



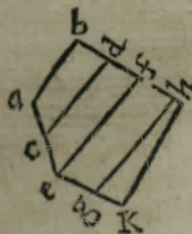
primus.

In secundo exemplo ponamus quod per lineam transuersalem velim auferre partem agri: veluti per lineam A, B, vel per lineam A, C, vel per lineam A, E, quarum quælibet illarum est transuersalis respectu lateris A, D, oriens ab angulo A, & hoc fiet quando vicinus qui habet agrum conterminum

minum, habet ipſum latiorem verſus A, & anguſtiorem verſus B, & C, tunc abſcindendo per lineam tranſuerſalem faciet agrum quadratum.

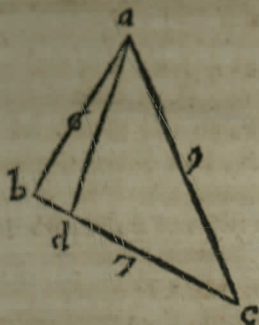


ſecundus.



tertius.

In tertio exemplo abſcindam perticas 6. aut 10. aut 25. per lineas C,D, vel E, F, vel G, H, quarum quælibet eſt æquidiſtans lateri A, B, verſus quod vicinus habet agrum ſuum, iſtis modis & non aliis diuiduntur agri & abſcinduntur partes proportionales qualeſcumque deſiderantur volo igitur docere qualiter vnuſquiſque modus perficiatur in vnaquaque figura qualiſcumque formæ ſit ſiue trigona, ſiue quadrangula, ſiue pentagona, vel exagona, vel plurium quo-



rumlibet laterum aut ſit æquilatera vel non ita quod regula tenebit in omnibus, & ad hoc faciendum intelligatur primo quomodo fiat in triangulis, & demonſtratio omnium horum pendet tantum ex prima & decima ſeptima ſexti Elementorum Euclidis.

32 Ponamus igitur quod in trigono A, B,C, cuius A, B, eſt 6. & A,C, 9. & B,C,7: velim per lineam tranſuerſalem abſcindere duas tabulas tunc ſcias per præcedentia quanta ſit area trigoni A, B, C, quæ eſt ℞. 440. quod eſt 21. tabulæ fere: deinde multiplica baſim B,C, quæ eſt 7. in 2. tabulas quas vis abſcindere fiunt 14. diuide per 21. exit $\frac{2}{3}$: & ita menſurabis $\frac{2}{3}$ vnius giucatæ B, D, & produces A, D, eritque trigonus A,B, D, duarum tabularum.

33 Et ſimiliter ſi per lineam à puncto A, velles abſcindere decimam partem totius trigoni A,B,C, abſque eo quod ſcias quantitatem trigoni A, B, C, tunc ſufficit vt diuidas B,C, in 10. partes æquales & accipies vnam ex illis, & ſit B, D, & protrahes lineam A,D, eritque trigonus A,B,D, decima pars trigoni A,B,C, eo quod B,D, eſt decima pars lineæ B,C, ex ſuppoſito.

34 Et ex hoc ſciemus in omni trigono cognitorum laterum ducta linea ab angulo A,D, baſim ita quod diuidat eam in partes cognitas quantitatem lineæ deſcendentis veluti ſit in trigono A,B,C, laterum vt ſupra A,B,6. A,C,9. B,C,7. linea A, D, deſcendens ab angulo A, ita quod C, D, ſit 5. & B,D,2. dico A,D, eſſe cognitam: erit enim per dicta in hoc capitulo area A, B, C, trigoni ℞. 440. & area trigoni A, D, C, per regulam præcedentem $\frac{5}{7}$ totius areæ A,B, C, quadrabo igitur 5. fit 25. multiplico in ℞. 440. fit ℞. 11000. diuido per quadratum 7. & eſt 49. exit ℞. 224$\frac{24}{49}$: pono igitur A,C,9. C,D, 5. & A, D, 2 co. iungo ſimul fiunt 14. p̃. 2 co. capio dimidium quod eſt 7. p̃. 1 co. detrahe latera ſingula remanent reſidua vt vides multiplica 7. m̃. 1 co.

in 7. p̃. 1 co. fiunt 49. m̃.   7. p̃.   1 co.
1 ce. multiplica 1 co. p̃. 2.   1 co. m̃.   2
in 1 co. m̃. 2. fiunt 1 ce.   1 co. p̃.   2
m̃. 4. multiplica 49. m̃.   7. m̃.   1 co.
1 ce. in 1 ce. m̃. 4. fit 53. ce.

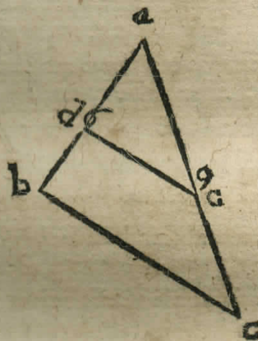
m̃. 1 ce. ce. m̃. 196. cuius ℞. V. eſt æqualis ℞. 224$\frac{24}{49}$, æqua partes fiunt 53. ce. æqualia 1 ce. ce, p̃. 420$\frac{24}{49}$. igitur per capitulum compoſitorum, rancor minue dami, res valebit ℞. V. 26$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 281$\frac{149}{146}$ & quia ad poſita fuit 2 co. erit ad ℞ V. 106. m̃. ℞ 4508$\frac{8}{49}$.

Et ex conuerſo huius cognita A, D, cum 35
lateribus trigoni A, B, C, ſciemus B, D, & D,C, quantæ erunt facta poſitione.

Et ex hac & præcedente cognita area 36
cuiuſcumque trigoni, & duobus lateribus, eius cognoſcemus tertium latus faciendo poſitionem, vt in tertia regula.

Et ex hoc cognita area & duobus lateri- 37
bus, cognoſcetur angulus, per circuli circunſcribentis rationem à Ptolomæo prima Almageſti deſcriptam.

Quod ſi volueris ex parte anguli A, vel 38



per æquidiſtantem lineæ B, C, abſcindere gratia exempli tabulas 5. facies hoc modo accipies aream totius trigoni A,B,C, quæ eſt 21. tabulæ fere: tunc multiplica A,B, in ſe fit 36, deinde in 5. numerum areæ quærendæ fit 180. diuide 180. per 21. exeunt 8$\frac{4}{7}$, cuius ℞. eſt longitudo à puncto A, ad punctũ D, & ibi ſignabis punctum diſtantem à puncto A, per ℞. 8$\frac{4}{7}$: & ſimiliter multiplica A,C, in ſe fit 81. deinde per 5. fit 405. diuide per 21, exit 19$\frac{2}{7}$, cuius ℞. eſt diſtantia puncti E, à puncto A, produces igitur D, E, eritque trigonus A, D, E, 5. tabularum quod eſt propoſitum.

Quod ſi velles abſcindere $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{4}$ trigo- 39
ni A, B, C, abſque eo quod ſcires quantus

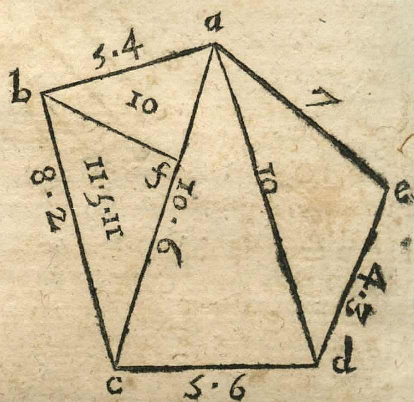
foret

foret ipse trigonus : tunc quadra vtrumque latus continens ipsum angulum, vtpote A, B,& A,C, fient 36.& 81.& diuide per 3. si vis $\frac{1}{3}$: vel per 4. si vis $\frac{1}{4}$: & ita per denominatores partis auferendæ, ponamus igitur quod velim $\frac{1}{3}$ diuido 36. per 3. exit 12. & 81. per 3. exit 27. horum capias ℞. erit igitur punctus D, distans à puncto A, per ℞. 12: & est quasi $3\frac{1}{2}$: & punctus E, distans à puncto A, per ℞. 27. quæ est quasi $5\frac{1}{5}$: & ibi ducta linea D, E, fiet area A,D,E, $\frac{1}{3}$ totius trigoni A,B,C.

40 Et ex hoc habita area trigoni A, D, E,& duobus eius lateribus, habes tertium per quintam regulam : vel quod plus est scita area trigoni A, B, C, & quantitate A, D, cognosces D,E,& A, E, & similiter cognita area A, B, C, & linea D, E, cognoscetur area trigoni A, D, E, & latera similiter A, D, & A, E, & quod plus est cognita area trigoni A, B, C, & A, D, E, cognoscentur latera trigoni A,D, E, faciendo positionẽ vt in tertia regula, ad quam non me extendo quia rara est vtilitas, & etiam propter facilitatem : ita tamen quod in hac regula semper supponitur linea D, E, æquidistans B, C.

41 Et ex his sciemus in omni figura abscindere quamcunque voluerimus partem, ab omni parte, siue ab angulo, siue per lineam æquidistantem, siue transuersalem, & ponemus exemplum in pentagono A,B,C,D,E, cognitorum laterum in quo ex parte anguli B, volo abscindere tabulas 10. produco lineam A,C, quam mensurando inuenio giucatas 10. brachia 6. erit igitur trigonus A, B,C, aream habens tabularum 21. pedum 5. vnciarum 11. igitur per septimam regulam scies abscindere tabulas 10. per lineam æquidistantem lineæ A, C, siue angulo B, quod idem est,& erit, B,G, giucatæ $5\frac{57}{100}$: & B,F, giucatæ $3\frac{53}{83}$: quod constat hoc modo : nam B, C, est giucatæ 8. brachia 2. quod est $8\frac{1}{6}$: duco in se fit $66\frac{35}{36}$: multiplico per 10. aream auferendam fiunt $666\frac{17}{18}$. diuido per 21.5.11. & est fere $21\frac{1}{2}$: duplicando fit 43: diuisor de $1333\frac{8}{9}$: exit $31\frac{1}{48}$ de 1000000. exit 20833: addo ad 31000000. fit 31020833. cuius ℞. est $5\frac{57}{100}$ fere & ita B, G tanta erit ex septima regula, eodem modo duco 5. 4. quod est $5\frac{1}{3}$ in se fit $28\frac{4}{9}$. multiplico per 10. fit $284\frac{4}{9}$: diuido per $21\frac{1}{2}$ duplicando exit $13\frac{2}{9}$: multiplico $13\frac{2}{9}$ per 1000000. fit 13222222. huius capio ℞. quæ est $3\frac{53}{83}$ fere: & tanta erit B, F.

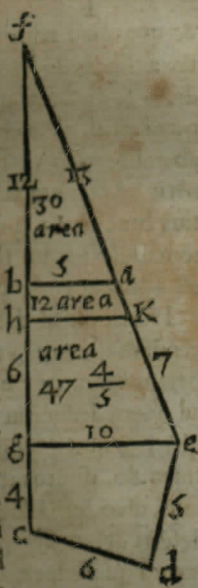
Quod si velles abscindere plusquam sit area trigoni A, B, C, vtpote tabulas 30. tunc auferes totum trigonum A, B C, qui est 12.5.11.& remanebunt tabulæ 8. pedes 6. vñc. 1. tunc igitur est ac si diceros auferas ex superficie A, C, D, E, per lineam æqui distantem A, C, aream tabularum 8. pedum 6. vnciarum 1. & hoc docebo inferius quomodo fiat, quare eo facto erit trigonus A, B, C, cum illa superficie tabularum 30. prout volebamus.



Et similiter operabimur in linea transuersali, & ponamus vt A, C, sit $10\frac{1}{2}$. & velim auferre tabulas 10. per lineam transuersalem ductam à puncto B, tunc cum per primam regulam area trigoni A, B, C, sit 21. 5. 11. duco 10. tabulas abscindendas in A, C, quæ est $10\frac{1}{2}$ fit $105\frac{1}{2}$, diuido per $21\frac{1}{2}$ & est area ferè trigoni A, B, C, exit $4\frac{39}{43}$. & tantum distans cadet linea B, F, ab ipso puncto A, vel C, si igitur sit A, F, $4\frac{39}{43}$ erit trigonus A,B,F, 10. tabularum : & si C, F, poneretur $4\frac{39}{43}$ esset trigonus B, C, F, 10. tabularum. 42

Quòd si velles abscindere plusquam est trigonus A, B, C, vtpote tabulas 40. per lineam ductam à puncto B, tunc protrahes lineam à puncto B, ad punctum D, & scies quanta sit area trigoni B, C, D, quæ si sit maior quam 40. tunc abscindes vt feci tabulas 40 ex trigono B, C, D, per linam ductam A, puncto B, ad basim C, D, si vero trigonus B,C,D, sit minor quam 40. tabulæ, detrahe eius quantitatem quæ sit exempli gratia 34. ex 40. remanebunt 6. tabulæ, quas auferes ex trigono B, D, E, ducta linea B,E,& ita de reliquis per eandem regulam non prolongabo autem sermonem quia res admodum est facilis, quod si non intelligis indiges Magistro pro vna vice, semper enim auferes trigonorum aream ex numero tabularum, & residuum auferes per primam regulam ex trigono sequenti, per lineam ductam ab angulo tuo ad basim, memineris autem lineas semper facientes trigonos & diuidentes aream, ab angulo à quo vis facere diuisionem esse producendas.

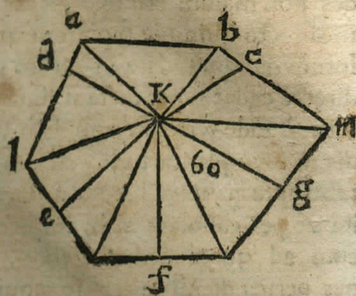
Quod si velles ex parte lineæ A, B, per lineam æquidistantem abscindere superficiem tabularum 12. gratia exempli, & sint latera vt vides tunc produces latera B,C,& A,E, ad partem angustiorem ad quam concurrere possunt, vtpote ad punctum F, & sit 43



sit F. E. 20. & F.C. 22. & perducam E. G. æqui distantem A. B. & mensurabo E. G. quæ sit gratia exempli 10. & mensurabo G. F. aut G. C. ita quod ponatur F. G. cognita, quæ sit exempli gratia 18. erit igitur area trigoni F. G.E. ℞. 8064. & quia F. C. ponitur 25. & B. C. 13. erit F. B. 12. & B. A. fuit 5. & A. E. fuit 7. & F. E. 20. igitur erit A. F. 13. quare area trigoni F. B. A. est ℞. 900. videlicet 30. cui adde semper illud, quod vis abscindere videlicet tabulas 12. fiunt 42. area autem trigoni F. G. E. fuit ℞. 8064. & est 89. $\frac{4}{5}$ ferè. Igitur abscindemus per regulam 42. tabulas, ex 89 $\frac{4}{5}$ per lineam æquidistantem G. E. & hæc necessario æquidistabit A. B. sit igitur linea H. K. quæ facit trigonum F. H. K. 42. tabularum: cum igitur trigonus F. B. A. sit 30. tabularum, relinquitur superficies A. B. H. K. 12. tabularum quod fuit quæsitum: & abcissio est per lineam H. K. æquidistantem A. B. vt volebamus.

Et ponamus modo quod superficies abscindenda ex parte lateris A. B. sit maior superficie A. B. G. E. & velim abscindere superficiem tabularum 70. ex superficie A. B. C. D. E. quæ supponatur tota tabularum 92 $\frac{11}{21}$: tunc quæro superficiem C. D. E. G. quæ est 33 $\frac{7}{101}$ & A. B. G. E. quæ est 59 $\frac{4}{5}$ subtraho igitur 59 $\frac{4}{5}$ ex 70. remanent tabulæ 10 $\frac{1}{5}$ abscindendæ ex superficie C. D. E. G. complebo igitur trigonum E. G. L. producendo G. E. & E. D. & fient latera, L. E. puta 13. & L. G. puta 11. erit igitur area trigoni L. G. E. tabularum 53 $\frac{9}{10}$ quare subtrahe tabulas 10 $\frac{1}{5}$ a. 53 $\frac{9}{10}$ remanent tabulæ 43 $\frac{1}{4}$ igitur per septimam regulam aufero aream tabularum 43 $\frac{1}{4}$: ex area trigoni G. E. L. quæ est 53 $\frac{9}{10}$: per lineam æquedistantem G. E. remanebit per septimam regulam L. M. ℞. 97. $\frac{973}{1089}$: & L. N. ℞. 136. $\frac{501}{1069}$: erit igitur superficies L. M. N. 43 $\frac{1}{4}$: & residua G. E. M. N. 10 $\frac{1}{5}$ vnde addita superficie G. E. M. N. ad superficiem A. B. G. E. fiet tota superficies A. B. M. N. E. tabularum 70. abscissa ex superficie A. B. C. D. E. proposita, per lineam N. æquidistantem A. B. per trigesimam primi Euclidis, quod est propositũ, & ita facies in omnibus superficiebus, oportet autẽ te in hoc exerceri, donec rem facilem tibi reddideris, quæ in veritate difficultate caret.

44 Vltimò sit proposita superficies qualiscumque A. B. G. E. puta 6. laterum, vt vides in figura, & sit in ea punctus K. & volo per lineas ductas ad punctum K. diuidere in quotlibet partes voluero vt pote in quinque æquales pro ducam a. puncto K. lineas K. A. & K. B. & ad omnes angulos, quibus non apposui litteras, ad vitandam confusionem: & sit tota superficies A. B. C. E. mensurata per trigonos exempli gratia 60. quia igitur in 5. diuidenda est, erit quælibet pars 12. quare erit mensurandus quilibet trigonus terminatus ad punctum K. ex angulo. & erit vt quilibet minor quam 12. suppleri possit per lineam ductam a. puncto K. per primam regulam, toties repetitam quot fuerint partes, & si trangulus sit maior abscindemus. Sit igitur trigonus A. K. B. tabularum 8. & quia debet esse 12. aufero 8. ex 12. remanet 4. diuido per æqualia fiunt 2. abscindo igitur tabulas 2. ex trigono A. K. L. per lineam K. C. per primam regulam: & tabulas 2, ex trigono K, B. M. per eandem per lineam K. D. erit igitur superficies pentagona A. B. D. K. C. 12. tabularum & ita facies in reliquis.



Pro deducendis autem aquis terrarum altitudinem exactè cognoscere oportet, nam aqua non nisi ad inferius labitur. Verum & si terræ superficies rotunda sit propter tamen eius magnitudinẽ ad aspectum habita ratione plana esse videtur vnde secundum æquidistantẽ rectam lineam captanda est libratio cum enim cognouerimus æquidistãtem lineã plano terræ quã facit sciemus an aqua possit deduci quòd si possit quanta indiget concauitate fossa quibus impensis ac labore quaue industria & vtilitate opus absolui possit. 45

Primum igitur connumerantur instrumenta tria libra vnde & vulgariter liuellare dicimus dioptra & chorobates, ex his melius ac præcisius chorobates est, nam libra solis constat perpendiculis, dioptra sola aquæ concauitate, at chorobates maius est his & ex vtroque constat, maius etiam artificium habet. Vtrinque autem facimus librationem, & in loco ex quo aqua deducitur & ad quem, forma autem chorobatis talis est baculus exactæ rectitudinis crassitudinis digitorum quatuor longitudinis 20. palmorum aut si fieri potest 20. pedũ capiantur in eius summitatibus vasa secundum longitudinem longa quatuor digitis secundum latitudinem vnius secundum crassitudinem dimidij constituantur æqualia & perpendicularia aquæ capacia, secundum longum cannula extendatur digiti latitudine rectissima per quam introspiciet librator, in medio eius figatur baculus exactè perpendicularis cum quo possit plantari instrumentum, habeat additamenta cum perpendiculis plũbeis bina & bina vt vides transuersalis autem pars in summitatibus habeat æqualiter inflexos & firmos clauos ligneos cum binis perpendiculis eruntque secundum hoc perpendicula 8. quod si medius etiam adiiciatur vt vides

des non malum erit oportet aut rectas lineas in directo quinque superiorum perpendiculorum designare, ita vt erecto perpendiculo directè cadat super rectam lineã subtractam; vltimò adde ferreum cuspidem vt possit quouis in loco plantari vsus eius talis est, plantabis ipsum iuxta locum deducendæ aquæ, ita vt per canulam a, b, inspicere possis locum ad quem deduci debet, ita vt omnes perpendiculi inter se æquidistent & à stipite : cadántque super rectas lineas implebis etiam vasa c & d vt aqua effluere non possit, sed æqualiter labra vasorum tangat tunc instrumentum rectè constitutum est super terræ perficiem inspicies igitur locum alterum ad quem aquam deducere vis & videbis quanto altior aut inferior sit loco in quo es, vide etiam quantum sit inter e & f, id est, quantum instrumentum ab aqua eleuetur & scies detracta hac altitudine, loci quem inspexeris altitudinem : velut ponamus quod locus terræ inspectus sit altitudinis brachiorum 7. a terra & altitudo instrumenti sit brachiorum 2. dicemus quod locus in quo es altior est 5. brachiorum eo quem inspicis si verò locus inspectus esset altus brachij 1. cùm instrumentum sit brachiorum 2. dicemus quòd locus in quo es est inferior brachij 1. eò quem inspicis, quare aqua deduci non poterit, ideò oportet vicissim inspicere : diuidenda autem est differentia, inter loca, si magna sit, iterando operationem omnibus 100. aut 150. passibus & in loco, videndo debet situari homo habens baculum cum papiro alba in summitate signi, & eleuet ac deprimat, donec ille possit videre papirum, deinde figat & mensuret vt vides in figura.

Exemplum, ponamus quòd velim librare spacium inter F. & K. & sit spacium passuum 400. primò ponam instrumentum in F. vt videam cartam in B. & ibi carta eleuata à terra brachiorum 6. & sit altitudo instrumenti brachiorum 2. detraho 2. ex 6. remanet 4. dico igitur quod planum in f. est altius brachiorum 4. quàm planum in g. deinde eleuo instrumentum & pono in g. & hominem statuo in h. & video papirum in summitate baculi & si altitudo tunc sit brachiorum $3\frac{1}{2}$ papiri à terra detraho 2. remanet $1\frac{1}{2}$ & hoc addo ad 4. prius seruatum & fiet fiet $5\frac{1}{2}$ erit igitur planum in f. altius plano in h. & video papirum existentem in k. & ponamus quòd sit altitudinis brachij 1. detraho altitudinem instrumenti est quæ 2. ab 1. non possum ideò addo. 1. ad $5\frac{1}{2}$ prius seruatum fit $6\frac{1}{2}$ detraho 2. altitudinem instrumenti, remanet $4\frac{1}{2}$ dico igitur quòd planum in f. est altius plano in k. brachiorum $4\frac{1}{2}$ & quod ab f. in h. descendit brachia $5\frac{1}{2}$ sed ab h. in k. ascendit brachium 1.

Post hæc autem procedendo ex k. versus h. g. f. librabis secundum instrumenti altitudinem, & hoc quia minima declinatio instrumenti ab æqualitate æquidistantiæ, dat differentiam duorum brachiorum plus aut minus altitudinis. Postquam verò cognoueris in plano loca deducendæ aquæ & eorum altitudinem, si velis scire vter locorum altior sit vltra montem, aut citra montem & quanto, tunc incipe à summitate montis à librando versus b. c. d. e. modo prædicto & dicamus quòd a. sit altius quàm e. quod est in plano brachia 87. deinde accipies ab a. librando versus K. f. g. h. donec peruenerit ad planum h. & dicamus quòd a. sit altius brachia 63. quàm h. detrahe 63. ex 87. remanent 24. dicemus igiturquod planum h. est altius quàm sit planum e. 24. brachiorum.

His cognitis debes scire quod ad deducendam aquam, vt docet Leo Baptista Albertus requiritur pro omni milliari vt locus ad quem deducitur aqua sit decliuior 10. digitis, & sunt $\frac{1}{8}$ vnius passus, nam passus cõtinet 80. digitos sed ad maiorem securitatem, dico quod locus ad quem aqua debet deferri debetesse $\frac{1}{4}$ passus pro milliari decliuior loco à quo educitur, si igitur sit deducenda per milliaria 20. oportebit quod locus à quo educitur sit altior 5. passibus saltem quam locus ad quem educitur. Oportet autem post hæc in educenda aqua considerare tria: primum ne quamuis locus ad quem deduci debet sit longè inferior loco à quo habet educi quod loca intermedia possent esse tam alta & tam protendi quod labor superaret omnem vtilitatem. Secundum quod licet per fossam valde cauatam aqua posset deduci, an postmodum deducta possit habere exitum aliter nec foret vsibus apta & putresceret. Tertium quod non debet deduci aqua per solum præcisè rectum nec fundum torrentis debet esse factum æquale, sed aliqualiter modo leniter se attollens, modo humilius, nam sic aqua velocius fluit cum minore caducitate reliqua super notationes Vitruuij dicta sunt.

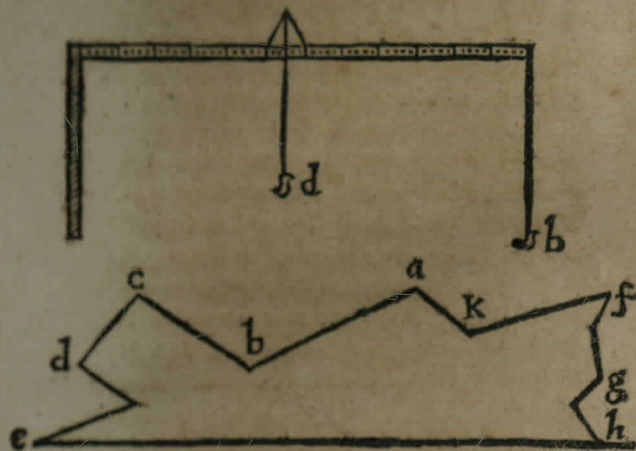
Ex hoc sequitur quod stante solo plano ex contrariis locis in contraria poterit deduci aqua maxime per 2. vel 3. milliaria patetquia poterit in fine cauari fossa per cubitum 1. aut 2. plus quàm in principio, vnde libella à loco ductus aquæ descendet & aqua fluet.

Vltimò aduertendum quòd propter terræ rotunditatem cùm spacium elongatur, requiritur longè maior depressio ab æquidistante ita quod potest attingere ad $\frac{3}{7}$ totius distantiæ error in libratione quartæ partis terræ vbi fieret in vna operatione.

Et post hæc conuenit, vt doceam mensu- 46
rare planitiem montis quia in multis locis vsus est vt non superficies montis mensuretur, sed planum tum quia superficies magna ex parte est inutilis tum quia mons crescit & decrescit, & est res aduentitia tum quia montes non sunt fertiles, ponamus igitur vt velimus mensurare montem h, g, f, k, a, b, c, d, e, secundùm lineam e, h, id est scire quantum est e, h, fundamentum montis illius : sic facies ; habeas nouempedam siue giucatam 12. brachiorum vt vides ex ligno non flexibili & in capite vno fige palum ortogonaliter vt possit plantari & in capite alio suspende perpendiculum & in medio trigonum, vt vides æquilaterum, cum basi diuisa per medium cum linea rectissima & in capite trigoni sit suspensum aliud perpendiculum, ita quod cùm cadit super diuisionem basis trigoni tunc instrumentum est æquidistans vero plano montis tunc igitur fige giucatam cum palo gratia

exem-

exempli in A ita quod perpendiculum medium cadat super medium trigoni & dices. 1. deinde considera vbi in directo est perpendiculum extremum quod est B & ibi fige palum giucatæ & dices 2. deinde considera



vbi perpendiculum B cadit in directo & ibi figes palum giucatę & dices 3. & ita facies donec peruenias ad punctum H numerando nouempedas & post reuerteris ad A summitatem montis & numerabis plantando giucatam versus punctũ deinde aggregabis dictas mensuras & nota quod semper melius & præcisius mensuratur mons descendendo quam ascendendo & ita poteris in longum & latum mensurare fundamentum cuiuslibet montis & altitudinis, sed superficies superior montis mensuratur cum giucata simplici absque alio artificio sicut aliæ planicies.

Pro mensura autem portionis circuli primo animaduerte hanc tabulam.

Corda Arcus

gr.	m̃.	gr.	m̃.	sec.
1	0	1	0	2
2	0	2	0	5
3	0	3	0	10
4	0	4	0	17
5	0	5	0	30
6	0	6	0	47
7	0	7	1	9
8	0	8	1	36
9	0	9	2	12
10	0	10	2	56
11	0	11	3	50
12	0	12	4	55
13	0	13	6	23
14	0	14	8	8
15	0	15	9	57
16	0	16	12	6
17	0	17	14	32
18	0	18	17	20
19	0	19	20	21
20	0	20	23	49
21	0	21	27	54
22	0	22	32	8
23	0	23	36	53
24	0	24	41	55
25	0	25	47	33
26	0	26	53	41
27	0	28	1	7
28	0	29	8	35
29	0	30	16	47
30	0	31	25	44

Corda Arcus

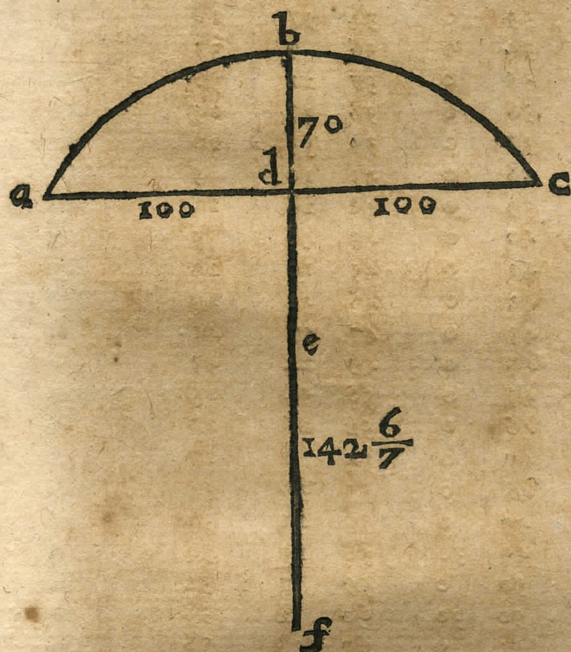
gr.	m̃.	gr.	m̃.	sec.
31	0	32	35	37
32	0	33	46	2
33	0	34	57	12
34	0	36	9	33
35	0	37	22	56
36	0	38	37	23
37	0	39	53	10
38	0	41	10	5
39	0	42	28	12
40	0	43	48	5
41	0	45	10	24
42	0	46	32	14
43	0	47	57	41
44	0	49	24	45
45	0	50	54	15
46	0	52	26	20
47	0	54	1	17
48	0	55	39	35
49	0	57	21	31
49	30	58	13	54
50	0	59	7	32
50	30	60	2	38
51	0	60	58	58
51	30	61	56	42
52	0	62	56	4
52	30	63	57	6
53	0	65	0	5
53	30	66	4	59
54	0	67	12	46
54	30	68	23	4
55	0	69	36	14
55	30	70	53	16
56	0	72	14	41
56	20	73	12	19
56	40	74	10	55
57	0	75	13	23
57	20	76	19	17
57	40	77	19	25
58	0	78	44	41
58	15	79	45	11
58	30	80	50	8
58	45	82	0	40
59	0	83	18	21
59	15	84	47	0
59	25	85	54	2
59	30	86	30	53
59	35	87	12	28
59	40	87	57	14
59	45	88	47	3
59	50	89	47	25
59	55	91	7	15
59	57	91	60	49
60	0	94	15	43

In hac tabula tota diameter supponitur longitudinis 60. graduum quare supposita proportione circumferentiæ circuli ad diametrum vt 22. ad 7. erit dimidium circumferentiæ circuli gra. 94. m̃. 15. sec. 43. & est satis præcisa hæc operatio dato quod vera proportio circumferentiæ circuli ad diametrum sit quasi 245. ad 78.

Et in hac tabula disposuimus cordas per gradus vsque ad 49. deinde per dimidios gradus vsque ad 56. & ita diminuendo vt apprehendatur differentia in arcu non multum excedens vt in exemplo.

 Sic

Sit portio A. B. C. mensuranda & sit A. C. recta giucate 200. volo scire quanta sit area A .B. C. capio punctum D. medium inter A. & C. eritque D. A. 100. & simili-



ter D.C. deinde per gnomonem mensurabo lineam perpendicularem D. B. que sit 70. tunc his habitis multiplica 100. in se & est D.A. fit 10000. diuide per 70. idest per D.B. exit $142\frac{6}{7}$ & tanta erit F. D. complementum diametri circuli A.B.C. vbi complere- tur adde igitur D.B. quæ est 70. ad D.F. quæ est $142.\frac{6}{7}$ fiet diameter B.F. tota $212\frac{6}{7}$ & semediameter E.B. $106\frac{3}{7}$ quare detrahendo 70. D.B. ex $106\frac{3}{7}$ E.B. remanebit E. D. $36.\frac{3}{7}$ habes igitur quantitatem linearum F. B. B.D. D.E. B.C. D.A. & D. C.

Deinde quia F. B. in tabula præcedente supponitur 60. & hic ponitur $212\frac{6}{7}$ dic per regulã 3. si $212\frac{6}{7}$ fiet 60. quid fiet 200. quod est A.C. multiplica 200. in 60. fit 12000. diuide per $212\frac{6}{7}$ exit gra. 56. m̃. 22. sec. 33. & tanta erit A.C. in tabula quære igitur arcum correspondentem cordæ tali & inuenio primo pro gra. 56. m̃. 20. cordæ gra. 73. m̃. 12. sec. 19. deinde pro 2. m̃. accipio $\frac{1}{10}$ differentie sicut 2. est $\frac{1}{10}$ de 20. m̃. quod est differentia proxima & erit $\frac{1}{10}$ differentiæ m̃. 5. sec. 52. deinde pro 33. sec. capio $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{40}$ de m̃. 5. sec. 52. quia 33. sec. sunt $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{40}$ de 2. m̃. quorum differentia fuit m̃. 5. sec. igitur accipies talem partem horum 5. m̃. 52. sec. qualis est 33. sec. de 2. m̃. & est m̃. 1. sec. 37. iunge omnia simul fiet arcus A.B.C. gra. 73. m̃. 19. sec. 48. huius semper cape dimidium & erit gra. 36. m̃. 39. sec. 54.

gra.	m̃.	sec.
73	12	19
	5	52
	1	28
		9
73	19.	48.

Deinde dic iterum per regulam 3. si 60. fit $212\frac{6}{7}$ quid fiet gra. 36. m̃. 39. sec. 54. multiplica gr. 36. m̃. 39. sec. 54. per $212.\frac{6}{7}$ hoc modo multiplica $212\frac{6}{7}$ per 7. fit 1490. multiplica 1490. per gra. 36. m̃. 39. sec. 54. & fiunt gra. 53640. m̃. 58110. sec. 80460. quæ reduc ad gra. m̃. sec. fiunt gra. 54630. m̃. 51. hoc primo diuide per 7. quia multiplicasti per 7. exibunt gra. 7804. m̃. 24. sec. 26. hoc diuide per 60. exibunt giucate 130. m̃. 4. sec. 24. quæ reduces ad giucatas ℔. vnz. puncta athomos sciendo quod vt vides 5. m̃. sunt 1. ℔. præcise & 25. sec. sunt 1. vnz. precise erit igitur vt

5 m̃. ℔. 1 vnz. 0 punct. 0 atho. 0
1 m̃. ℔. 0 vnz. 2 punct. 4. atho. $9\frac{1}{3}$
25 sec. ℔. 0 vnz. 1. punct. 0 atho. 0
5 sec. ℔. 0 vnz. 0 punct. 2. atho. $4\frac{4}{5}$
1 sec. ℔. 0. vnz. 0 punct. atho. $5\frac{4}{5}$

arcus A. B. sit giucate 130. ℔. 0 vnz. 10. puncti 6. athomi 9. & E.B. est giucate 106. ℔. 5. vnz. 1. puncti 8. athomi 7. & E. D. giucate 36. ℔. 5. vnz. 1. puncti 8. athomi 7. & A. D. giucate 100. multiplica igitur vt vides E. B. in A. B. & fiunt vt vides per capitulum suum: similiter multiplica E.D. in. A. D. & fit vt vides; detrahe hanc multiplica-

	giuca.	℔.	vnz.	punct.	atho.
A. B.	130.	0	10	6	9
E. A.	106	5	1	8	7
	tabulæ	pedes	vnz.	punct.	athomi.
	13780.	650	1190	1726	1904
A. D.	100	0	0	0	0
E.D.	36	5	1	8	7
	3600	500	100	800	700
	10180	150	1090	926	1204
	20	97	85	100	4
	10200	247	1175	1026	
		7	11	6	

tionem ex altera & fit residuum tabulæ 10180. pedes 150. vnz. 1090. puncti 926. athomi 1204. quare reducendo per diuisionem 12. fiunt tabulæ 10200. pedes 7. vnz. 11. puncta 6. athomi 4. & tanta est area A. B. C. portionis circuli. quod si portio sit maior semicirculo inuenias residuum per modum dictum & tale residuum detrahe ab area totius circuli cognita per diametrum ex præcedentibus regulis & residuum erit portio areæ maioris semicirculo quæsitæ vt proponebatur.

Et nota quod grimaldenus & alij ponunt regulas mensurandi tales areas faciliter sed error suus attingit ad 70. pro 100. vt patet experienti per hunc modum qui est certus præcisus & demonstratius in portione cuius corda est 1. gra.

Cum volueris trigono circulum quam 48
maximum potes inscribere diuide aream trigoni propositi per dimidium aggregati laterũ quod exit est semediameter. exemplum sit trigonus cuius vnum latus sit 13. alterum 14. reliquum 15. tunc tu scis iungendo dimidiando detrahendo quod area ex multiplicatione prouenit ℞. 7056. que est 84. vt dixi superius aggregatum laterum trigoni est 42. cuius dimidium est 21. diuide 84. per 21. exit 4. semidiameter maximi circuli inscriptibilis tali circulo ita quod circulus tanget omnia latera circuli & non secabit diameter igitur erit 8.

Cum volueris alicui trigono duos maxi- 49
mos æquales circulos inscribere ita quod non secent se inuicem sed se tangant & tangant etiam duo latera trianguli non secantia quemlibet eorum: tunc habebis aream trigoni

goni prædicta & katerum venientem à maiore angulo ſuper latus maius & hoc vt ſupra dixi diuidendo aream per dimidium laterir maioris quo kateto inuento diuide aream trigoni per dimidium laterum iunctorum cum kateto & exiens eſt ſemidiameter circulorum , exemplum intrigono ſuperiore area fuit 84. hanc diuido p $7\frac{1}{2}$ dimidium lateris maioris exit $11\frac{1}{5}$ katetus iunge igitur dimidium laterum quod fuit 21. cum kateto qui eſt $11\frac{1}{5}$ fit $32\frac{1}{5}$ diuide aream trigoni quæ eſt 84.per $31\frac{1}{5}$ aggregatum ex kateto & dimidio aggregati laterum exit $2\frac{58}{181}$ & tanta erit ſemidiameter vtriuſque circuli inſcriptibilis.

50 Cum volueris in trigono maximum ſemicirculum inſcribere ita quod diameter cadat ſuper vnum latus & circumferentia tangat reliqua latera tunc aggrega duo latera quæ vis vt tangat circumferentia circuli & aggregati cape dimidium & per hoc dimidium diuide aream trigoni quod exit eſt ſemidiameter circuli exemplũ volo in trigono ſuperiore inſcribere ſemicirculum ita quod diameter cadat ſuper latus quod eſt 14. tunc iunge 13. & 15. reliqua latera fiunt 28. cape dimidium & eſt 14. diuide 84. aream trigoni p 14. exit 6. & hæc erit ſemidiameter ſemicirculi maximi inſcriptibilis cuius diameter ſit pars lateris 14. item volo vt ſit pars lateris de 15. iungo reliqua & ſunt 14. & 13. fiunt 27. capio dimidium quod eſt $13.\frac{1}{2}$ diuido 84. per $13\frac{1}{2}$ exit $6\frac{2}{9}$ & tanta erit ſemidiameter ſemicirculi quæſiti & ita in omnibus triangulis poteſ maximum in ſcribere ſemicirculum à quacumque parte volueris.

51 Cum volueris iu aliquo circulo deſcribere quinque circulos maximos & æquales ſic facies tu ſcis quod proportio diametri ad latus pentagoni eſt veluti 10. ad ℞.V. $62\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $781\frac{1}{4}$ ponamus igitur quod diameter circuli ſit 4.dic igitur per regulam 3.ſi 10.producit ℞. V. $62\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $781\frac{1}{4}$ quid producet 4 multiplica 4. in prædictam ℞. V. 1000. m̃. ℞. 200000. diuide per 10. exit ℞. V. 10. m̃. ℞. 20. & tantum erit latus pentagoni vt patet ex regula 25. 44. capituli habita igitur proportione diametri ad latus pentagoni veluti 4 ad ℞. V. 10. m̃. ℞. 20. ſequitur quod proportio quadrati diametri ad quadratum lateris pentagoni eſt veluti 16. ad 10. m̃. ℞. 20. imaginare igitur alium circulum tranſeuntem per omnia quinque centra paruorum inſcribendorum cuius diameter eſt quærenda hoc modo pone quod diameter vnius circuli parui ex illis quinque inſcribendis ſit 1. co. & hoc eſt latus pentagoni inſcriptibilis circulo tranſeunti per centra quadratum igitur eſt 1. co. dic ergo ſi 10. m̃. ℞. 20. fit 16.quid fiet 1.ce. multiplica 16.in 1.ce.diuide per 10.m̃.℞.20.hoc modo duc 16. ce. in reciſum quod eſt 10. p̃. ℞. 20. fiunt 160. ce. p̃. ℞. 5120. ce. ce. diuide per 80. productum reciſi exeunt 2. p̃. ℞. $\frac{4}{5}$ ce. c. & hoc eſt quadratum diametri circuli tranſeuntis per omnia centra paruorum circulorum & quia hæc diameter addita diametro quod eſt 1. co. parui circuli æquatur 4. diametro totali igitur diameter circuli medij eſt 4. m̃. 1. co. & quadratum eius eſt 16. p̃. 1. ce. m̃. 8. co. & hoc eſt æquale 2. ce p̃. ℞. $\frac{4}{5}$ ce. ce. quare 1. ce. p̃. ℞. $\frac{4}{5}$ ce. ce. p̃. 8. co. æquatur 16. reduc ad 1. ce. fiet 1. ce. p̃. co. 40. m̃. co. ℞. 1280. æqualia 80.m̃.℞.5120.ſequere æquationem per capitulum quinquageſimum primum diuide res habebis 20. m̃.℞. 320. multiplica in ſe fit 720. m̃. ℞.512000. adde numerum fient 800.m̃.℞.512000. m̃.℞. 5120. ab hoc aufer dimidium radicum quod eſt 20.m̃. ℞. 320.erit lõgitudo diametri circuli quæſiti ℞. ℞.L.V.800.m̃.℞. 512000. m̃. ℞. 5120. m̃. V. 20. m̃. ℞. 320. Et eſt ſenſus accipe ℞. 512000. & ℞.5120.& eas detrahe ex 800. & reſidui accipe ℞. à qua detrahe 20. & ei adde ℞. V. reſidui ℞. V. eſt diameter quæſita.

52 Cum volueris inuenire diametrum circulorum 7. inſcribeudorum in circulo ita quod 6. cadant in circuitu & vnus in medio diuide diametrum per 3. & habebis quod quæris exemplum ſit diameter circuli 4.diuide 4. per 3. exit $1\frac{1}{3}$ ſi igitur inſcripſeris circulos paruos iuxta circonferentiam circuli magni ſecundum quantitatem $1\frac{1}{3}$ facies 6. circulos paruos ſe contangentes æquales & in medio relinquetur ſpatium pro vno circulo æquali illis & ita erunt 7. & dicitur facere roxam à ſimilitudine.

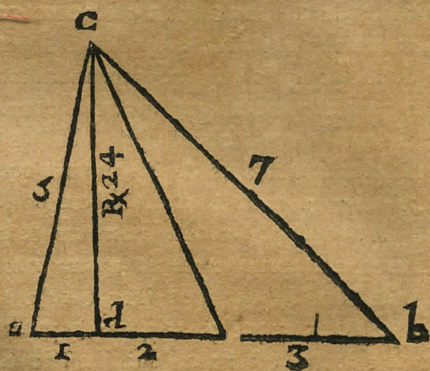
53 Cum volueris ſcire quanta ſit diameter circulorum 4. inſcribendorum vni circulo diuide ſemper diametrum circuli magni per 1. p̃. ℞. 2. & quod exit eſt quantitas exemplum ſit circulus cuius diameter eſt 6. volo intra ipſum 4. circulos maximos inſcribere & æquales diuide 6. per 1. p̃. ℞. 2. exit ℞. 72. m̃. 6. & tanta eſt diameter cuiuſlibet circuli inſcribendi.

54 Cum volueris ſcire diametrum circulorum trium maximorum inſcribendorum alicui circulo & æqualium diuide diametrum circuli propoſiti ſemper per 1. p̃. ℞. $1\frac{1}{3}$ & quod exit eſt diameter circulorum inſcribendorum exemplum ſit circulus cuiuſdiameter ſit 6. volo ſcire quanta erit diameter trium circulorum æqualium inſcribendorum diuide 6. per 1. p̃. ℞. $1\frac{1}{3}$ exit ℞. 432. m̃. 18. & tanta eſt diameter quæſita.

55 In trigono duorum æqualium laterum non poſſunt inſcribi tres circuli æquales ſe tangentes ideo non curo. Frater Lucas per la co- oſtendit ſed illi qui ſunt ſuper baſim non ſe tangunt ideo non eſt propria inſcriptio talia autem quæ cadunt extra normam ſunt infinita & de talibus ſufficit oſtendere quod fiunt per algebra ſicut oſtendimus ſuperius de duobus circulis trigono inſcribendis verum oportet variare figuram & trahere ſemper lineas à centris circulorum ad baſes trigoni perpendiculares & continuare centra circulorum inuicem & tertio facere poſitionem de diametro vel ſemidiametro & hæc tria precepta ſunt communia in omnibus fere talibus inſcriptionibus inſcribere autem tres circulos æquales trigono æquilatero per ſe clarum eſt nam duo inſcribuntur per præcedentia quibus tertius etiam neceſſario eſt æqualis quia trigonus eſt æquilaterus ideo regula de duobus in hoc caſu ſeruit etiam tribus.

56 In æquilatero trigono ſi quadratum libeat maximum inſcribere non eſt dubium quod latus vnum quadrati neceſſario erit pars lateris trigoni quadra igitur latus trigoni & productum ſemper multiplica per 12. huius ℞. capies & ab ea ſubtrahes triplum vnius lateris trigoni reſiduum eſt latus quadrati exemplum ſit trigonus æquilaterus cuius quodlibet laterum ſit 10. volo inſcribere quadratum in ipſo multiplica igitur 10. in ſe fit 100. multiplica 100. per 12. fit 1200. huius accipe ℞. quæ eſt ℞. 1200. deinde tripla 10. fit 30. detrahe 30. à ℞. 1200. fit ℞. 1200. m̄. 30. & tantum erit latus quadrati inſcriptibilis.

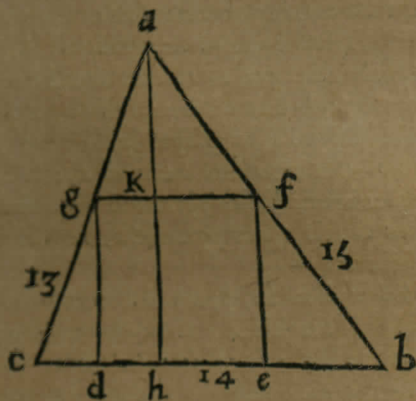
57 Sit trigonus A. B. C. cuius volo manente area eadem elongare vnum latus puta A. B. item volo ſcire manente eadem area quod nam latus poſſit magis elongari & ſit A. B. 6. A. C. 5. B. C. 7. pro primo quæras primo katetum C. D. venientem ad latus A. B. quod vis elongare hunc habebis, vt ſæpe dixi hoc modo tu ſcis quod area trigoni eſt ℞. 216. hanc diuide per dimidium ab quod eſt 3. exit ℞. 24. & tantus eſt katetus C. D. huius quadratum ſubtrahe ex quadrato A. C. quod eſt 25. habebis quadratum A. D. 1. igitur A. D. ℞. eſt etiam 1. igitur D. B. erit 5. cape igitur dimidium baſis A. B. & eſt 3. detrahe ex 5. remanet 2. & eſt D. E. differentia videlicet loci kateti à medio baſis dico igitur quod quadrando hanc differentiam & katetum id eſt katetus eſt ℞. 24. quadra fit 24. quadra differentiam quæ eſt 2. fit 4. adde 24. & 4. fiunt 28. & ℞. 28. eſt linea deſcendens ab angulo C. diuides A. B. per æqualia & hæc duplanda & fiet ℞. 112. & A. B. poteſt elongari ad plus vſque ad ℞. 112. ita quod manentibus A. C. 5. & C. B. 7. elongata A. B. vt ſit ℞. 112. manebit eadem area trigoni videlicet ℞. 216. cum eiſdem igitur lateribus 7. & 5. mutata baſi vel vt ſit 6. vel ℞. 112. manet eadem area idem facies in reliquis nam diuiſa area per dimidium 7. vel 5. habebis katetum quo quadrato & detracto à latere contermino habebis reſiduum cuius ℞. eſt pars interiacens latus & katetum qua detracta à dimidio habebis differentiam quadrandam & addendam kateto & totum hoc erit duplandum & ℞. huius duplati eſt maxima longitudo lateris exteſibilis id eſt baſis ita quod manentibus alijs lateribus &



permutata baſi nihilominus manebit eadam area & ita cognito de ſingulo latere quantum poſſit extendi cognoſces latus quod magis ex ipſis extendi poſſit circa quod nota quod quælibet duo latera trigoni cum area non permutata poſſunt habere duas baſes vnam paruamque quæ ſubtenditur ab angulo acuto & vnam quæ ſubtenditur obtuſo & ita ſi angulus ſit obtuſus baſis poteſt abbreuiari ſi acutus poteſt elongari non tamen poteſt elongari neque plus neque minus dato termino; nec abbreuiari & hoc eſt vt ſit exemplum ſi latera trigoni ſint 5. & 7. & area ℞. 216. ipſa poteſt habere duas baſes vnãquæ eſt 6. & ſubtenditur angulo acuto aliamquæ eſt ℞. 112. & ſubtenditur angulo obtuſo & manebit area cadem : non poteſt tamen baſis eſſe maior neque minor ℞. 112. niſi ſit 6. nec maior aut minor 6. niſi ſit ℞. 112. ita quod quælibet duo latera ſibi cum area limitant duas baſes vnam paruam & alteram magnam ambas certas & ideo ſi proponamus latera cum baſi maiore eadem ratione inueniemus minorem baſem exemplum ſit C. B. 7. C. A. 5. B. A. ℞. 112. quæro katetum hoc modo diuido aream quæ eſt ℞. 216. per dimidium B. A. quod eſt ℞. 28. exit ℞ $7\frac{5}{7}$ & hic eſt katetus quadro eũ fit $7\frac{5}{7}$ detraho ex quadrato C. A. quod eſt 25. quia eſt C. A. minus C. B. & ℞. $7\frac{5}{7}$ eſt minor radice 28. detrahendo igitur $7\frac{5}{7}$ cuius radix eſt D. A. hanc detraho ex ℞. 28. quod eſt medietas remanet C. D. ℞. 28. m̄. ℞. $17\frac{2}{7}$ hanc duco in ſe fit $1\frac{2}{7}$ addo quadrato C. D. quod fuit $7\frac{5}{7}$ fiet quadratum C. 9. præciſè igitur C. E. eſt ℞. 9. id eſt 3. dupla 3. fit 6. & tanta poteſt eſſet A. B. quæ ſuppoſita fuit ℞. 112. igitur vides qualiter ex maiore inuenimus minorem & econtra & vna ſemper reſilit in alteram vt igitut ſcias cauſam intelligere oportet quod quantum angulus ſuperior puta C. ex quo deducuntur perpendicularis & linea diuidens baſim eſt obtuſus ſemper linea diuidens baſim eſt minor medietate baſis & tunc baſis poteſt minui & ſi talis angulus ſit acutus ſemper talis linea diuidens baſim eſt maior medietate baſis & tunc baſis poteſt augeri quia terminus vnius baſis eſt ſemper duplum lineæ ypothemiſe diuidentis baſim vt in exemplo cum baſis eſt ℞. 112. ypothemiſa neceſſario eſt 3. videlicet dimidium 6. alterius baſis ſit 6. ypothemiſa neceſſario eſt ℞. 28. dimidium videlicet ℞. 112. quæ eſt baſis maior ita aucta baſi minuitur ypothemiſa & econtra ita quod ſunt mutuo proportionales.

58 Et ſi voluerimus in quolibet trigono etiam inæqualium laterum quadratum conſtituere maximum ſuper quodlibet latus ſcias quod iſtud non poteſt fieri in trigono habente angulum obtuſum niſi ſuper latus oppoſitum angulo obtuſo aliter tale quadratum non contanget omnia latera in ortogonio autem fiet ſuper latera continentia rectum & etiam ſuper latus oppoſitum recto angulo in habente autem angulos acutos fiet ſuper omne latus : & ita in trigono habente tres angulos acutos tria quadrata poterunt iuſcribi in habente autem angulum rectum tantum duo quia ambo illa quæ ſunt ſuper latera rectum continentia ſunt vnum & idem in habente autem angulum

lum vnum obtusum tantum vnum quadratum poterit inscribi sit igitur trigonus quia terminus vnius basis est semper duplum a b c cuius latus a b sit 15. & a c 13. & b c 14. constat quod possum super quod volo latus construere quadratum & sit super latus B.C. maximum quadratum inscriptum. d e f g. ita quod tangat latera & producatur a h perpendicularis quæ



erit 12. quia area trigoni est 84. & c b 14. quare diuiso 84. per 7. exit 12. hoc stante ponatur d e 1 co. Quare erit d e f g 1 ce. Ducta 1 co. in se: & quia c b est 14. & d e 1 co. erunt residua c d & e b 14. m̃. 1 co. Quare multiplica dimidium eius quod est 7. m̃. $\frac{1}{2}$ co. in 1 co. & est altitudo fient duo trigoni c d g & b e f 7 co. m̃. $\frac{1}{2}$ ce; cui adde quadratum d e f g quod fuit 1 ce. fiet tota superficies g f c b $\frac{1}{2}$ ce. p̃. 7 co. Hanc detrahe ex 84. area trigoni a b c habebis aream trigoni a g f 84. m̃. $\frac{1}{2}$ ce. m̃. 7 co. Hanc diuide per dimidium basis g f quod est $\frac{1}{2}$ co. exibit a k hoc est $\frac{84.\text{m̃}.\frac{1}{2}\text{ce m̃}.7\text{ co.}}{\frac{1}{2}\text{co.}}$ quia à k est 12. m̃. 1 co. & à h 12. igitur 12. m̃. 1 co. æquantur illi fractioni multiplica omnia per $\frac{1}{2}$ co. habebis 6 co. m̃. $\frac{1}{2}$ ce. æqualia 84. $\frac{1}{2}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ ce. m̃. 7 co. igitur æquando fiet 84. æqualia 13 co. quare res vallet $6\frac{6}{13}$. & tanta est d e; & similiter h k quare a k erit $5\frac{7}{13}$. Si autem vis scire f b. eb. cg. cd. tu scis quod trigoni a b h & f b e sunt similes, multiplica igitur f e in a b & fiet $96\frac{12}{13}$ diuide per a h quæ fuit 12. exit f b $8\frac{6}{13}$ qua habita habes f a & reliquas.

Capvt LXIV.

De Mensura corporum.

IN capitulo hoc primò declarabimus lineas corporum & earum differentias. Secundò superficiem corporum regularium ipsa exterius ambientem. Terriò superficiem corporum æqualium non tamen regularium. Quartò quantitatem 6. corporum regularium. Quintò quantitatem reliquorũ corporum æqualium non tamen regularium. Sextò, corporum irregularium magnitudinem, nam superficies exterior nullo potest nisi accidentaliter ac incertè ingenio mensurari nisi ex planis tota constet superficiebus.

Porro corpora regularia 6. sunt: sphæra, tetracedron, cubus, octocedron, ycocedron, duodecedron; horum formam ex plano constituere docuimus iu libro de rerum varietate. Æqualia corpora non regularia sunt, laterculus, romboides, columna pyramis rotunda & angularis, corpus serratile, ac denique omne corpus quod exceptis basibus omnes superficies, aut habet paralelogrammas, aut trigonas, aut rotundas.

Et nota quod sicut quadratum est mensura omnium superficierum, ita cubus est mensura omnium corporum.

Sunt autem lineæ quarum & cognitio habenda est quinque, & nomine diuersificantur ac naturâ. Prima est latus, secunda diagonalis, tertia diameter, quarta katetus, quinta dicitur altiudo.

Est autem latus in cubo, exempli gratia, 1
ab angulo ad angulum linea producta duarum superficierum communis terminus sunt autem 12. latera in cubo, & similiter in laterculo, & romboide. Nouem autem in corpore serratili siue prismate, in pyramide autem angulari aut columna, secundùm multitudinem superficierum.

Diagonalis est ab angulo vnius superfi- 2
ciei quadrilateræ ad angulum oppositum eiusdem, exterius ipsam superficiem per æqualia diuidens, & sunt 6. diagonales in cubo, & romboide, & laterculo, & 3. in corpore serratili, & omnes subiacent oculis, cùm sint exterius positæ, pyramis autem trilatera, octocedron, duodecedron, & ycocedron, carent diagonali & propriè diagonalis non inuenitur nisi in corporibus habentibus quadrilateras figuras.

Diameter autem est ab angulo opposito 3
corporis solidi: ad angulum oppositum Transiens per medium Corpus: vnde nec videri, potest nec mensurari, sunt autem 4. diametri in cubo & similibus, & non inuenitur in corpore serratili. Inuenitur & in octocedro, duodecedro, & ycocedro; & sunt tot in omni corpore quantus est numerus medietatis angulorum, & ideo non inueniuntur propriè in corporibus habentibus impares angulos, nec possunt esse duæ tamen, sed vna vel tres aut plures: & ideo non inueniuntur in tetracedro.

Katetus est linea veniens à centro cor- 4
poris solidi ad basim siue superficiem aliquam ipsius corporis perpendiculariter: impropriè autem ab angulo ad superficiem perpendicularis ducta appellatur, vnde nec videri potest nec mensurari.

Altitudo est linea veniens à summitate 5
corporis super planum super quod corpus ipsum iacet perpendiculariter: hæc autem linea quandoque intra ipsum corpus est, cùm corpus super planum perpendiculariter steterit, quandoque vero est extra corpus, cùm ipsum super planum suæ basis inclinatum steterit, exempla horum omnium videbis inferiùs.

Si nota fuerint latera, multiplica ea in 6
se, & aggregati R̸. est linea diagonalis, veluti sit latus vnum 8. aliud 6. duc 8. in se facit 64. duc 6. in se facit 36. iunge 64. & 36. fa-

faciunt 100. & ℞. 100. quæ est 10. est linea diagonalis.

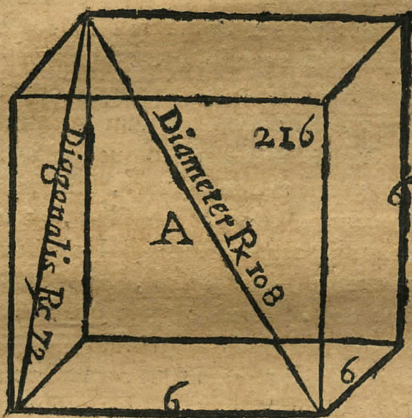
7 Si autem linea diagonalis cognita fuerit in cubo, duc eam in se, & ℞. dimidij est latus cubi: si autem fuerit corpus columnare, & fuerit diagonalis cognita, & vnum laterum fuerit cognitum: cognoscemus reliquum hoc modo multiplica diagonalem in se, & ab eo subtrahe quadratum lateris cogniti, & residuum erit quadratum lateris incogniti, cuius ℞. erit latus incognitum.

8 Si vero diagonalis fuerit cognita, & latus similiter cognitum, erit diameter cognita, ducendo diagonalem in se, & ℞. aggregati est diameter cubi, aut laterculi, aut columnæ quadrilatere. Exemplum sit diagonalis 5. & latus. Tertium 12. multiplica 12. in se fit 144. multiplica 5. in se fit 25. iunge simul fient 169. cuius ℞. est 13. & tanta erit diameter vt patet in figura.

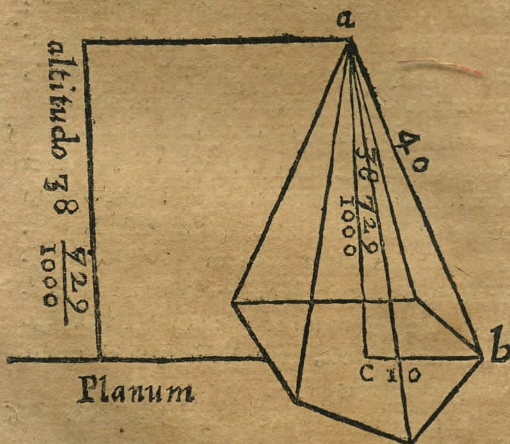
Bancum vel laterculus.



Ex his patet quod multiplicato in se latere cubi ℞. duplati est diagonalis cubi, & similiter sphæræ circumscribentis cubum.



9 Cum autem volueris cognoscere katetum proprie corporis regularis, quæres centrum superficiei, id est, circuli circumscri-

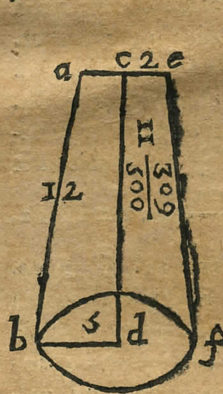


bentis superficiem quod scies ex capitulo præcedenti cuius semidiametrum, à semidiametri sphæræ quadrato subtrahes, residui ℞. erit katetus. Verum semidiametrum sphæræ cognosces, per latus corporis circumscripti per ea quæ nunc dicam.

Altitudo autem in pyramide inclinata, 10 cognoscitur per lineam siue per pendiculum ductum à summitate pyramidis, ad planum, super quod pyramis constituta est: Altitudo autem pyramidis erectæ super planum perpendiculariter, cognoscitur dupliei modo, aut per mensuram æquidistantis lineæ æqualis altitudinis cum plano, & perpendiculariter stantis super ipsum; aut detracto quadrato semidiametri circuli circumscribentis basim pyramidis à quadrato vnius lateris ipsius pyramidis, ℞. residui est eius altitudo.

Exemplum sit pyramidis erectæ latus quodlibet brachia 40. & sit exempli gratia vnum ex eis. a b. & sit linea. b c. prodiens à centro basis ad anglum 10. duco 40. in se fit 1600. duco 10. in se fit 100. auffero 100. de 1600. remanent 1500. cuius ℞. quæ est quasi $38\frac{73}{100}$, est longitudo kateti. Et hæc altitudo pyramidis per lineam æquidistantem in Figura.

In pyramide curta cùm volueris scire 11 katetum, facies vt in exemplo sit pyramis. a b f e. curta, cuius semidiameter basis sit 5. semidiameter superioris partis sit 2. latus sit 12. subtrahe 2. à 5. remanent 3. duc 12. in 2. fit 24. diuide per tres quod fuit differentia exeunt 8. adde 8. ad 12. fiunt 20. & hæc est quantitas lateris a b. vbi complerétur pyramis post considera quod 8. est latus pyramidis paruæ, quæ deest ad complendam pyramidem totam, igitur multiplica 8. in se fit 64. multiplica 2. in se fit 4. subtrahe 4. ex 64. remanet 60. & ℞. 60. est complementum altitudinis pyramidis siue lineæ. Dico deinde per præcedentem similiter multiplica 20. in se fit 400. deinde multiplica 5. in se fit 25. subtrahe 25. de 400. remanent 375. & ℞. 375. est altitudo totius pyramidis vbi esset completa, & ideo detracta altitudine pyramidis defficientis quod est ℞. 60. ex ℞. 375. remanebit altitudo. c d. ferme $11\frac{309}{500}$. & ex hac operatione sciemus vmbras lunæ & terræ, & quantum elongantur ab. vmbrosis & latitudinem vmbræ in omni distantia & altitudinem solis & lunæ & magnitudinem eorum, vt in libro superius dictum est.



Pro lateribus autem quinque corporum 12 inueniendis, supposita diametro sphæræ 10. erit latus tetracedri ℞. $66\frac{2}{3}$, octocedri ℞. 50. cubi ℞. $33\frac{1}{3}$, ycocedri ℞. V. 50. m̃. ℞. 500. duodecedri ℞. $41\frac{2}{3}$, corporum inscriptibilium, vt ex capitulo quadragesimo

ſimo quarto apparet quare inuento latere habebis ſemper diametrum, per regulam 3. nam proportio non mutatur: reducendo autem ad numeros rationales poſita diametro 10000. erit vt in figura.

Diameter ſpæhræ.	10000
Latus tetracedri.	8164
Latus cubi.	5773
Latus ycocedri.	5257
Latus duodecedri.	3568
Latus octocedri.	7071

13 Cum autem volueris data diametro ſphæræ, ſcire latus corporis regularis, multiplica diametrum ſphæræ datæ, in numerũ corporis regularis hic poſitum, & productum diuide per 10000, quod exit eſt latus talis corporis. Exemplum ſit ſphæra cuius diameter ſit 7. volo cognoſcere quantitatem lateris ycocedri eidem inſcriptibilis, multiplica 7. numerum diametri ſphæræ in latus ycocedri hic deſcriptum, quod eſt 5257. fiunt 36799. diuide per 10000. exeunt $3\frac{6799}{10000}$: & tamen erit latus ycocedri. De modo autem inueniendi precißionem, dictum eſt & exemplificatum per numeros ſurdos in capite quadrageſimo quarto.

14 Per hunc autem modum operando contrario modo, habito latere corporis regularis, habebis diametrum ſphæræ circumſcribentis tale corpus. Exemplum ſit latus ycocedri $3\frac{6799}{10000}$: volo ſcire diametrum duco $3\frac{6799}{10000}$ in 10000. fiunt 36799, diuide per 5257. exeunt 7. & tanta erit diameter ſphæræ.

De circumſcriptibilibus dicemus inferius, ſatis. n. de lineis dictum eſt corporum, nunc autem de eorum ſuperficiebus dicendum erit.

15 Proportio circuli maioris alicuius ſphæræ, ad circulum maiorem alterius, & ſimiliter ambientis ſuperficiei, ad ambientem, eſt veluti diametri ſphæræ ad diametrum duplicata: id eſt bis aſſumpta, vnde ſi ſit proportio diametri ad diametrum vt 6. ad 4. practicè ſciemus proportionem ambientium ſuperficierum inuicem, aut circulorum maiorum, hoc modo: quadra vtramque diametrum, & fiunt 36. & 16. erit igitur proportio illarum veluti 36. ad 16. vel quod idem eſt 9. ad 4.

16 Proportio omnium ſuperficierum ſimilium corporum ambientium, ad omnes ſuperficies, eſt veluti diametri ad diametrum, aut lateris ad latus duplicata practicè autem multiplicando vnumquodque laterum in ſe, vel diametrorum. Exemplum ſint duo corpora 7. ſuperficierum duarum pentagonarum, & 5. quadratarum, in circuitu, & ſint omnes ſuperficies vnius omnibus alterius ſingulas ſingulis referendo ſimiles, & ſit latus quadrilateri vnius 6. & correſpondentis 5. tunc vt in prima dixi quadra 6. fit 36. quadra 5. fit 25. proportio earum ſuperficierum omnium ad omnes erit vt 36. ad 25. dedi hoc exemplum vt intelligeres quod regula hæc tenet in omnibus corporibus ſimilium ſuperficierum, quantumcumque difformibus.

Proportio cuiuſlibet ſphæræ ad ſphæram, aut corporis ſimilis ad ſimile, ſiue pyramidis ſimilis ad pyramidem, ſiue cubi, ſiue columnæ, aut alterius cuiuſlibet corporis, eſt veluti lateris ad latus, aut diametri ad diametrum proportio triplicata: practicè autem cubabis ambas diametros, & habebis proportionem. Exemplum ſit ſphæra cuius diameter ſit 6. alia cuius diameter ſit 4. cuba 6. facit 216. cuba 4. fit 64. erit igitur proportio corporis ſphæræ ad corpus ſphæræ, veluti 216. ad 64. & hæc eadem eſt 27. ad 8. ex notis igitur diametris in proportione ſciemus proportionem corporum. Idem in lateribus ſit pyramis vna cuius latus ſit 3. alia ſimilis ei vt 4. cubabis 3. fit 27. cubabis 4. fit 64. & ita maior continebit eo modo minorem ſicut 64. continet 27. quod eſt bis & $\frac{10}{27}$. Idem dico de diametris corporum ſicut de lateribus inuicem comparatis, & intelligo hic per corpora ſimilia omnia corpora planarum ſuperficierum, quorum ſuperficies ambientes ſint numero æquales, & anguli, & latera numero æqualia, & anguli ſolidi ſint inuicem æquales, illi vnius illis alterius, aut ſaltem plani, & latera proportionalia: licet talia corpora plerumque ſint etiam irregularia, & intelligo ſimiliter in his columnas, & ſphæras, & oualia corpora, & rotalia quorum ſuperficies non egrediatur lenitatem: & ſint inuicem ſimiles: & ſimiliter intelligo pyramides rotundas, in his omnibus regula ſupraſcripta tenet, vt vno latere ambarum, vel diametro cognitis, ſciemus proportionem corporum inuicem. 17

Cum volueris ſcire ambitum ſphæræ, voco autem ambitum ſuperficiem exteriorem, tunc quadrupla maiorem circulum & habebis ambitum. Exemplum ſit area maioris circuli $38\frac{1}{2}$: multiplica eam per 4. fit 154. Et tanta erit ſuperficies ſphæræ. Idem habebis multiplicando diametrum per circumferentiam. Exemplum ſit diameter ſphæræ 7. circumferentia circuli maioris 22. multiplica 7. per 22. fiunt 154. & tanta erit circumferentia exterior ſphæræ: Idem ſi cognoueris diametrum tantum, quadra ipſum, & productum multiplica per 22. & diuide per 7. quod exit eſt ambitus ſphæræ. Exemplum ſit diameter ſphæræ 7. duco in ſe fit 49. multiplico 49. per 22. fit 1078. diuido per 7. exit ambitus 154. vt prius. Idem per circumferentiam ſolam multiplicando eam in ſe, & productum per 7. & productum diuidendo per 22. Exemplum ſit circumferentia circuli 10. duco fit 100. multiplico per 7. fit 700. diuido per 22. exeunt $31\frac{9}{11}$: & tanta eſt area exterior totius ſphæræ. 18

Pro area autem 5. corporum ſcias quod ipſa cognoſcitur per latus ſuum, eo quod exempli gratia in pyramide ſi latũs ſit 6. erit per præcedens capitulum area trigoni æquilateri eius $15\frac{147}{250}$: cum igitur pyramis conſtet 4. ſuperfitiebus trigonis æqualibus, erit ambitus eius $62\frac{44}{125}$. 19

In pyramide igitur, & octocedro, & ycocedro, habito latere quære aream trigoni

goni æquilateri cuius latus illud est, deinde habita area in pyramide quadruplica, in octocedro octupla, siue multiplica per 8. in ycocedro multiplica per 20. quod producitur erit ambitus. In cubo autem quære quadratum lateris, & duc in 6. In duodecedro quære aream pentagoni cuius est latus deinde eam duc in 12. & habebis ambitum.

20 Practicè autem ex quadrato diametri sphæræ, cognoscuntur ambitus omnium 5. corporum prout vides à latere.

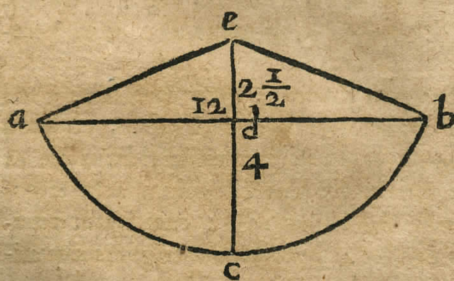
Quadratum diametri.	700
Circuli area.	550
Tetracedri ambitus.	808
Octocedri ambitus.	1212
Cubi ambitus.	1400
Ycocedri ambitus.	1675
Duodecedri ambitus.	1840
Sphæræ ambitus.	2200

Et si volueris in omni alia diametro inuenire corporum inscriptibilium ambitus, efficies illud nullo negotio. Multiplica diametrum sphæræ in se, & productum in ambitum illius corporis hic descriptum, & quod fit diuide semper per 700, & est quadratum diametri, quod exit est ambitus. Exemplum sit diameter alicuius sphæræ 6. duco in se fit 36. volo scire ambitum ycocedri, duco 36. in 1675. fiunt 60300. diuido per 700. exeunt 90. & tantus erit ambitus omnium superficierum ycocedri.

Ex his patet veritas propositionis octauædecimiquarti euclidis quod talis est proportio omnium superficierum duodecedri ad omnes superficies ycocedri. Nam cùm duxeris ambitum duodecedri in latus ycocedri, fiunt 9671042. cùm autem duxeris ambitum ycocedri in latus cubi, fiunt 9669775. & sunt quasi idem, nam differentia est 1267, & hoc non est nisi septimillesima sexcentesima trigesima secunda pars, de 9669775. igitur ducendo 7632. in se fit 58247424. quare ab æqualitate proportionis non deuiat nisi per 58247424. partem vnius: hoc autem omnino est insensibile, constat igitur opus esse exquisitissimè in paruis numeris collocatum.

Patet etiam veritas ex hoc eius quod euclides dixit, quoniam ambitus octocedri, est in sesquialtera proportione ad ambitum tetracedri, nam 1212. est dimidio plus quam 808. præcisè.

21 Et etiam sciemus quantitatem circumferentiæ partis sphæræ vt in fontibus marmoreis. Et sit a b. 12. & d c. 4, diuide a b. per



æqualia fit 6. duc 6. in se fit 36. diuide 36. per 4. quod exit est residuum diametri, cui adde 4. fiet tota diamerer 13. habita diametro quære aream sphæræ per prædicta quæ est $531\frac{1}{7}$: huius accipe dimidium & est $265\frac{4}{7}$, deinde dic si $6\frac{1}{2}$ semidiameter producit $265\frac{4}{7}$ areæ, quid producet 4. duc 4. in $265\frac{4}{7}$ fiunt $1062\frac{2}{7}$, diuide per $6\frac{1}{2}$ exeunt $163\frac{3}{7}$, & tanta est area circumferentiæ. a c b propositæ, nihil minus hæc regula nec demonstrari potest nec est præcisa sed quia nunc melior non succurrit & non fit error sensibilis ideo recepimus eam.

Vt autem agnoscas modum inueniendi ambitus. Sit gratia exempli quærendus ambitus duodecedri, est autem eius latus 3568. quadroipsum fit 12730624. hoc multiplico per decimam sextam regulam sexagesimitertij capituli in 5056. fit 64366034944. diuide hoc per 2939. exit 21900658. & hæc est area vnius superficiei duodecedri quare cum duodecedrum habeat 12. superficies tales multiplicabimus hoc per 12. & habebis aream duodecedri 262807896. & quia hic supponimus diametrum 10000. & volumus diametrum esse tantum radicem 700. dicemus si. 100000000. quod est quadratus 10000. producit 262807896. quid producet 700. quadratum ℞. 700. eo quod sicut lineæ sunt inuicem proportionatæ ita & quadrata cum superficiebus multiplica igitur 700. in 262807896. fiunt 22

1839|65527200.
1|00000000.

$1839\frac{65527200}{100000000}$

183965527200. diuide hoc per 100000000. exit subtrahendo .8. litteras pro 8. nullitatibus hoc 1839. cum illa fractione quam posui pro vnitate & fiet 1840. ambitus duodecedri.

Et ex hoc dabitur modus inueniendi aream cuiuslibet corporis regularis circumscriptibilis ipsi sphæræ & sit. 23

Exemplum in vno pro cunctis, & sit intentio quærendi ambitum exterioris duodecedri.

Iam scitum est quod latus interioris est 3568, & hoc vbi diameter sphæræ sit 10000, probauimus autem in quadragesimo quarto capitulo quod vbi diameter circuli fuerit 10. erit latus pentagoni ℞. V. $62\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $781\frac{1}{4}$ & in partibus quibus diameter circuli est 10000. latus pentagoni est 5878. dic igitur si 5878. latus pentagoni producit 10000. diametrum circuli circumscribentis quid producet 3568, latus duodecedri multiplica 3568. in 10000. fit 35680000. diuide per 5878. exit 6070. diameter circuli ambientis pentagonum vnum duodecedri quo inuento cape eius dimidium quod est 3035. & quia katetus cuiuslibet corporis regularis cadit à centro sphæræ in medium cuiuslibet superficiei ipsius corporis igitur deducto quadrato semidiametri circuli quod est 9251225. ex quadrato semidiametri sphæræ quod est 25000000. habebimus residuum 15788775. quadratum kateti cuius ℞. est katetus videlicet 3974. dices igitur

ſi Katetus 3974. producit ſemidiametrum 5000. quid producet 5000. Katetus multiplica 5000. in ſe fit 25000000. diuide per 3974. exit 6291. ſemidiameter ſphæræ circumſcribentis duodecedron exterius eo quod ſemidiameter ſphæræ prioris eſt ſemidiameter reſpectu duodecedri interioris, ita fit katetus reſpectu duodecedri exterioris, quare cùm Kateti ſint proportionales ſemidiametris multiplicando ſemidiametrum ſphæræ in ſe & diuidendo per Katetum duodecedri interioris habebimus ſemidiametrum ſphæræ circumſcribentis duodecedrum exteriorem, & fuit 6291. quare diameter erit duplum videlicet 12582. hoc quadra & fit 158306724. dic igitur per regulam vigeſimam huius capituli ſi quadratum diametri quod eſt 700. producit aream duodecagoni 1840. quid producet quadratum diametri quod eſt 158306724. multiplica igitur 158306724. in 1840. & fit 291284372160. hoc diuide per 700. exit 416120531 $\frac{23}{35}$ & tanta eſt area duodecedri circumſcriptibilis ſphæræ cuius diameter eſt 10000.

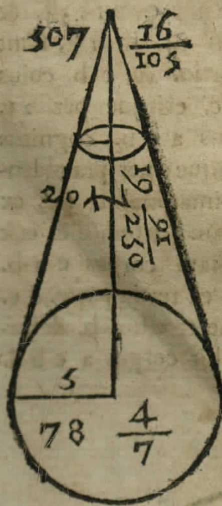
Quod ſi velles aream duodecedri circumſcribentis ſphæram cuius diameter ſit ℞. 700. dices ſi 100000000. quadratum diametri quæ fuit 10000. producit aream duodecedri exterioris 416120531 $\frac{23}{35}$ quid producet 700. quadratum diametri ſphæræ cuius diameter eſt ℞. 700. multiplica igitur 700. in 416120531 $\frac{23}{35}$ & fit vt prius 291284372160. hoc diuide per 100000000. abiiciendo octo litteras & fiet area duodecedri circumſcribentis ſphæram cuius diameter eſt ℞. 700. hoc 2913.

Et ex hoc venimus in cognitionem quod ambitus ſphæræ ſit quadruplus ſuperficiei maioris circuli illius ſphæræ, cùm n. iunxerimus 2913. ambitum duodecedri exterioris cum 1840. ambitu interioris duodecedri fiunt 4753. cuius dimidium eſt 2376. & quia longe maior eſt exceſſus ſuperficiei exterioris duodecedri ad ſuperficiem ſpæræ quam ſuperficiei ſphæræ ad ſuperficiem interioris duodecedri igitur conue-

Diameter ſphæræ.	℞.	700
Quadratum diametri.		700
Area duodecedri exterioris.		2913
Area ſphæræ.		2200

nit vt ſuperficies ſphæræ ſit minor 2376. & ideo poſita ea 2200. erit quadrupla areæ maioris circuli quod etiam ex aliis areis cognoſcitur; ponemus igitur aream ſphæræ exteriorem quadruplam circulo maiori illius ſphæræ.

14 Et cum fuerit pyramis cuius latus fuerit 20. & ſemidiameter baſis 5. & ſit rotunda vel trigona, vel pentagona, non curo, & voluero diuidere eam in aliquo loco; Ita quod area ſuperior pyramidis curtæ ſit exempli gratia nona pars, tunc ſemper accipe ℞. illius partis vtpote ℞. $\frac{1}{9}$ eſt $\frac{1}{3}$, deinde multiplica 5 in numeratorem $\frac{1}{3}$ & eſt 1. & fiet 5. & hoc diuide per denominatorem $\frac{1}{3}$, qui eſt 3. exit $1\frac{2}{3}$, & tanta debebit eſſe diameter ſuperficiei ſuperioris pyramidis curtæ, pro qua inue-



nienda multiplica 20. latus in $1\frac{2}{3}$ fit $33\frac{1}{3}$, diuide per 5. exit $6\frac{2}{3}$, & tanta erit pars lateris pyramidis ſuperioris abſcindendæ, & reſiduum erit $13\frac{1}{3}$ latus videlicet quod remanebit.

Per hæc autem mediantibus regulis algebræ, poteris infinitos formare caſus. 25 Et hæc de ſuperficiebus corporum dicta ſufficiant: nam reliquæ menſuræ ſuperficierum ambientium corpora ſiue regularia, ſiue irregularia, ſiue æqualia, ſiue inæqualia, habentur per menſuram laterum triangulorum, reductis ſuperficiebus omnibus in triangulos, ſecundùm quod docuit præcedens capitulum. Exemplum ſi ſit corpus conſtans ex duabus ſuperficiebus pentagonis, & tribus quadrilateris, & duabus exagonis & reliquis trigonis, reducam omnes in triangulos, & menſurabo omnia latera illorum, quibus cognitis per regulam triangulorum, habebo aream vniuſcuiuſque trianguli, iungendo, diuidendo, ſubtrahendo, multiplicando, ℞. accipiendo: prout in præcedenti capitulo dictum eſt, quibus habitis ſi ſimul iungantur habebitur ambitus ſiue circumferentia totius corporis.

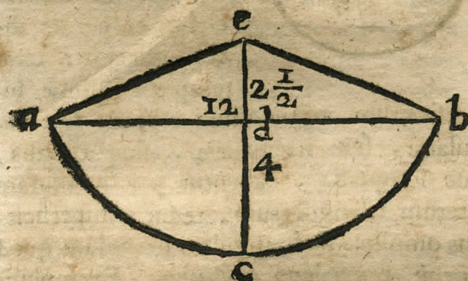
Et ſimiliter ambitus pyramidis retundæ fit ducta linea veniente à cono pyramidis ad periferiam circuli baſis in dimidium circumferentiæ circuli baſis. Quod patet ex pyramidibus 720. baſium inſcriptis & circumſcriptis pyramidi rotundæ: & etiam quia proportio lineæ ad lineam eſt veluti circuli baſis ad circulum baſis in tota pyramide & eius medietate, vnde circulus medius pyramidis eſt dimidium circuli exiſtentis in baſi pyramidis quare conſtat quod ſuperficies tota ſuperior pyramidis fit ex linea veniente à cono eius ad baſim extra in dimidium circumferentiæ ipſius baſis exemplum ſit catetus pyramidis. n. ℞. 375. & diameter baſis 10. cape dimidium 10. quod eſt 5. duc in ſe fit 25. quadra ℞. 375. fit 375. iunge ſimul fiunt 400. cuius ℞. quæ eſt 20. eſt linea conoidalis, multiplica igitur 20. in dimidium circumferentiæ baſis quod eſt $15\frac{5}{7}$ fiet $314\frac{2}{7}$ & tanta eſt ſuperficies tota ſuperior pyramidis non computata baſi id eſt circulo.

Menſura autem corporum hoc modo ha- 26
betur, & primò ſphæræ, duc ſuperficiem totam exteriorem in $\frac{1}{3}$ ſemidiametri, producetur ſphæra, Exemplum ſphæra cuius diameter fuit 7. habuit ſuperficiem 154. ducito in $1\frac{1}{6}$, quod eſt ſexta pars diametri, fit $179\frac{2}{3}$, & tantum eſt corpus illius ſphæræ.

Et ſimiliter quælibet pars ſphæræ termi- 27
nata in centrum producitur ex ductu ſu-

perfi-

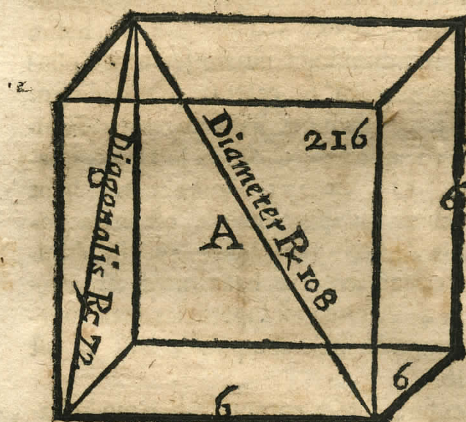
perficiei in $\frac{1}{6}$ diametri, velut si capiamus superficiem alicuius sphæræ quæ sit 34. & sit diameter 7. ducemus 34. in $1\frac{1}{6}$, fiunt $39\frac{2}{3}$, & tanta erit portio. A. c b. cuius a b. cognita sit & d c. eritque per 21. regulam huius ambitus a c b. cognitus & d e cognita, cúmque per præcedentem corpus e a c b. imaginabile fiat ex ductu ambitus in tertiam partem e c. erit cognitum, & quia etiam corpus e a b. cognitum est fit enim ex tertia parte. d e. in circulum cuius diameter est. a b. detracto hoc ex illo remanebit corpus a c b d. cognitum.



Exemplum sit a, b, 12. & d, c, 4. erit per dicta diameter 13. quare d, e, erit $2\frac{1}{2}$: & circulus cuius diameter erit a, b, fiet $113\frac{1}{7}$: duco in $\frac{1}{3}$. e, d, & est $\frac{5}{6}$, fiet corpus a, e, b, imaginarium $94\frac{2}{7}$: & quia superficies. a, c, b, fuit $163\frac{3}{7}$ per vigesimamprimam regulam, duco in $\frac{1}{3}$. e, c, & est $2\frac{1}{6}$, producuntur $354\frac{2}{21}$: igitur detraho $94\frac{2}{7}$ ab his remanet corpus a, d, b, c, $259\frac{17}{21}$ & ita operaberis si a esset portio maior per residuum, nec tamen regula hæc præcisa est vt nec vigesima prima.

Si vero esset cubus, tunc duc longitudinem in latitudinem, & productum in altitudinem, habebis corpus eius Exemplum sit cubus a, cuius longitudo sit 6. & latitudo 6. duco 6. in se fit 36. duco in 6. fit 216. & tantus erit cubus.

Cubus.



Et similiter si fuerit corpus æquidistantium superficierum stans super planum ortogonaliter, & fuerit ob longum, aut nimis altum, semper productum ex longitudine, latitudine, & profunditate, inuicem erit corpus illud: veluti sit corpus b, vt vides longitudinem habens 10. latitudinem vt 5. altitudinem vt 6. duco 10. in 5. fit 50. duco 50. in 6. fit 300. & vt vniuersaliter dicam, omnium corporum quæ constant ex omnibus lateralibus superficiebus æquidistantium laterum siue basis trigona fuerit, siue quadrata, siue circularis, siue pentagona, siue irregularis, siue fuerit colomna quadrata, vel rotunda semper ex ductu superficiei basis in altitudinem, producitur corpus: & pro altitudine, intellige lineam venientem perpendiculariter à cacumine corporis ad basim.

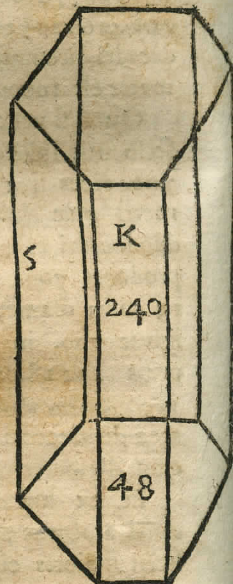
In omnibus his vna regula tenet quæ in 29
cubo dicta est. Inuenies quantitatem basis, quam duces in altitudinem, quod producitur est corpus. Exemplum in serratili quod constat ex duabus trigonis superficiebus, & tribus quadrilateris, sit basis trigona 10. altitudo 6. in 10. duco 6. fit 60.

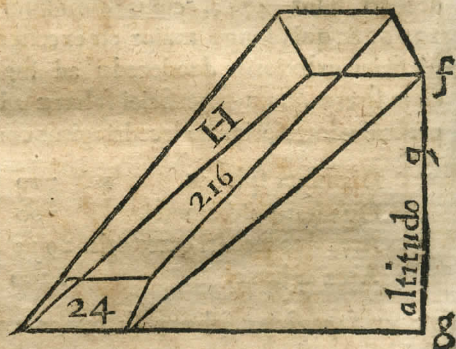


Corpus serratile.



Columna rotunda.





Planum.



Bancum vel laterculus.

In columna rotunda d, sit basis 154. altitudo 10. duco 10. in 154. fiunt 1540.

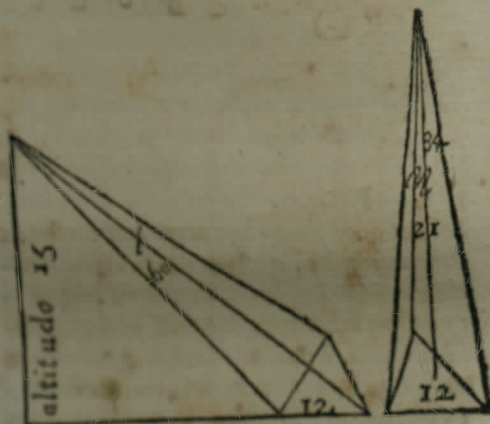
In

In trabe inclinata E, sit basis 24 latus 12. non ducam latus 12.in 24.sed altitudinem quæ sit 9.fiunt 216.& tanta est trabs.

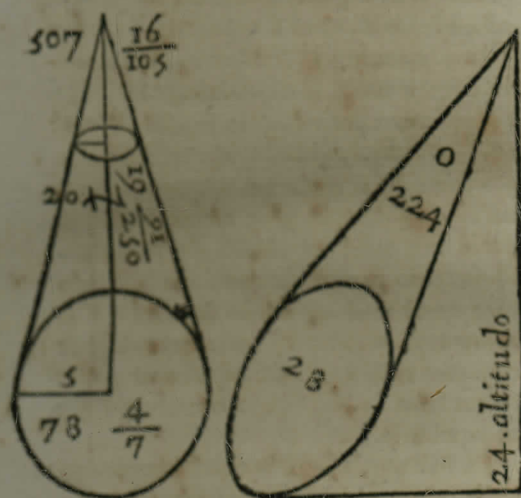
In bancho H,sit latitudo 3. longitudo 12. duco inuicem & habeo basim 36.sit altitudo 4.duco 4.in 36.fit 144.

In corpore irregulari cuius basis habet 6.latera inæqualia sit superficies basis 48. & altitudo 5.duc 5.in 48.fiunt 240. & tantum est corpus.

30 Si vero corpora vniformiter in acutum tendant, hoc est secundum genus vt pyramis rotunda, aut triangularis, & sint vniformes multiplica tertiam partem altitudinis in basim, & productum est quantitas corporis. Exemplum sit pyramis cuius basis sit 28. altitudo 24.capio tertiam partem de 24. & est 8. multiplico 8.in 28. producuntur 224. Et tanta est magnitudo pyramidis, o, & similiter.



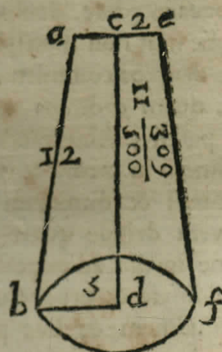
Planum | Pyramis Laterata Inclinata | Pyramis Laterata Recta



Pyramis Rotunda Recta | Pyramis Rotunda Inclinata

In pyramide N, cuius basis est $78\frac{4}{7}$: & katetus $19\frac{91}{250}$: accipiemus tertiam partem de $19\frac{91}{250}$ & est $6\frac{341}{750}$: & multiplicabimus eam in $78\frac{4}{7}$: & productum erit magnitudo pyramidis quæ est $507\frac{16}{105}$ & sic de aliis.

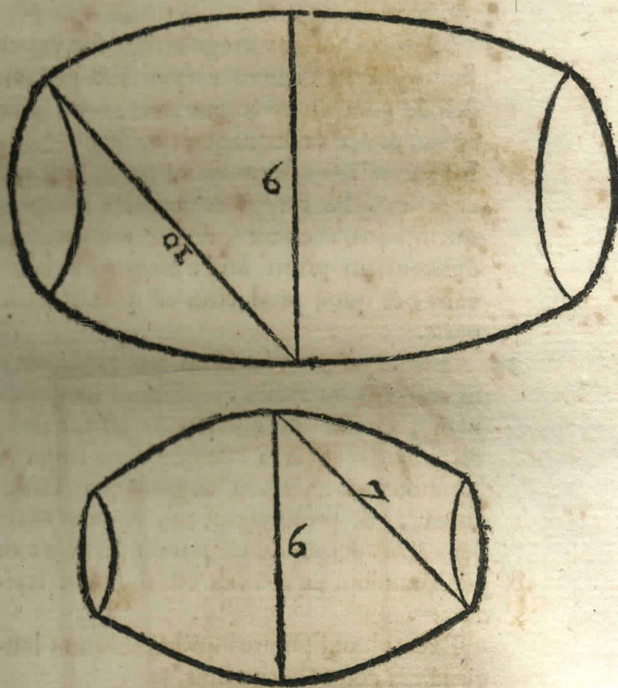
In pyramide autem curta sciemus magnitudinem totius pyramidis, & partis defficientis, vnde detracta parte defficiente à tota pyramide, remanebit pyramis curta. Exemplum sit pyramis curta cuius semidiameter basis sit 5. erit ergo area $78\frac{4}{7}$ & katetus ℞. 375. quæ est $29\frac{91}{250}$ cuius tertia pars est $6\frac{341}{750}$, duco inuicem & fiunt $507\frac{16}{105}$ & hæc est quantitas totius pyramidis: similiter eo quod diameter



superioris partis est 4. igitur area erit 44. & quia katetus fuit ℞.60.quæ est $7\frac{149}{200}$: ducemus tertiam partem de $7\frac{149}{200}$ & est $2\frac{29}{50}$ ferme, in 44 fient $113\frac{13}{25}$, detraho $113\frac{13}{25}$ ex $507\frac{16}{105}$, remanent $393\frac{332}{525}$,& tanta est pyramis curta.

Cum autem voluerimus mensurare vas 31 vinarium, scias quod ipsum est duplum pyramidis curtæ, & ideo inuenies per præcedentem capacitatem medietatis, deinde duplabis eam & habebis continentiam Vasis.

Mensuratores tamen capiunt diametrum in medio vasis, & est magnitudo basis pyramidis vtriusque curtæ, deinde transuerso modo, deinde multiplicat transuersum in se, & post modum productum in basim, & quod exit semper respectu cuiusdam mensuræ certam seruat proportionem. Exemplum



sit vt Vas Vinarium parum contineat Brentam.1. per veram mensuram nam hoc aliter haberi non potest: volo per ipsum cognoscere continentiam cuiuslibet Vasis Vinarij,cum solo baculo mensurabo vas paruum tranuersaliter vt vides, & sit 7.vlnarum,mensurabo itidem in medio & sit 6.vlnarum,multiplico 7.in se facit 49. deinde multiplico 6. in 49. &

& faciunt 294. dico igitur quod omnis multiplicatio proueniens isto modo tot bretas demonstrabit quotiens numerus proueniens continebit 294. Exemplum in vase maiori sit linea tranuersalis 10. & directa 9. duco 10. in se fit 100. duco 9. in 100. fit 900. diuido per 294. exeunt $3\frac{2}{49}$: & ita continebit brentas 3. & bocalia 4. fere. Mensuratores tamen quia Idiotæ sunt non multiplicant hoc modo, & ideo magnos committunt errores, verum modus quem dedimus est præcisus leuis & valde pulcher. Alius modus talis est accipe altitudinem in medio & in extremitate & iunge simul & dimidium aggregati erit altitudo vera deinde quære longitudinem à foramine medio ad extremum deinde quadra altitudinem & productum multiplica in longitudinem & hoc productum tot continebit brentas quotiens numerus hic continebit numerum productum vasis vnius brentæ veluti sit E, F, 4. E, H, 4. F, G, 2. iungo E, H, & F, G, fiunt 6. capio dimidium quod est 3. multiplico 3. in se fit 9. multiplico 9. in 4. fit 36. & hic est numerus vnius brentæ ponamus modo quod A, D, sit 9. B, C, 5. iunge fiunt 14. diuide 14. exit 7. duco 7. in se fit 49. ponamus autem quod A, B, sit 6. duco 6. in 49. fiunt 294. diuido 294. per 36. qui est numerus vnius brentæ exeunt $8\frac{7}{8}$ & tot brentas continebit.

32 Pro corporibus autem regularibus duces tertiam partem kateti in ambitum eius, inuentum per præcedentia, & quod producitur est corpus. Exemplum katetus duodecedri est 3974. posita diametro 10000. igitur posita diametro ℞. 700. erit $10\frac{51}{100}$. cuius tertia pars est $3\frac{17}{100}$ quam duco in ambitum duodecedri qui fuit 1840. & fiet corpus duodecedri 5832 $\frac{4}{5}$. Et ita in aliis.

33 Pro corporibus irregularibus fac vas cubum ligneum capiens corpus illud perfectè, deinde pone in eo corpus & contege ipsum aqua, donec vndequaque tegatur, & signabis locum ad quem aqua attingit, post modum extrahe corpus & signabis locum ad quem aqua decreuit, deinde multiplicabis differentiam primi loci à secundo in basim vasis, & quod producitur est quantitas corporis.

34 Pro cognitione lapidum quæ requiruntur in ædificio sic facies, multiplica longitudinem, deinde productum in altitudinem, & productum serua: deinde cape vnum ex lapidibus, & mensura longitudinem, latitudinem, & profunditatem, & duc vnam per aliam, deinde diuide primum productum per secundum, quod exit est numerus lapidum.

Exemplum sit murus 40. brachiorum longitudinis, & 16. altitudinis, & $1\frac{1}{4}$ latitudinis, multiplica 16. in 40. fit 640. multiplica 640. per $1\frac{1}{4}$ fit 800. sit autem laterculi longitudo $\frac{2}{3}$ brachij, latitudo $\frac{1}{4}$, altitudo $\frac{1}{6}$. multiplico $\frac{2}{3}$ in $\frac{1}{4}$ fit $\frac{1}{6}$, multiplico $\frac{1}{6}$, productum in $\frac{1}{6}$ quod est altitudo, fit $\frac{1}{36}$, diuido 800. per $\frac{1}{36}$ exeunt 28800. & tot lapides requiruntur.

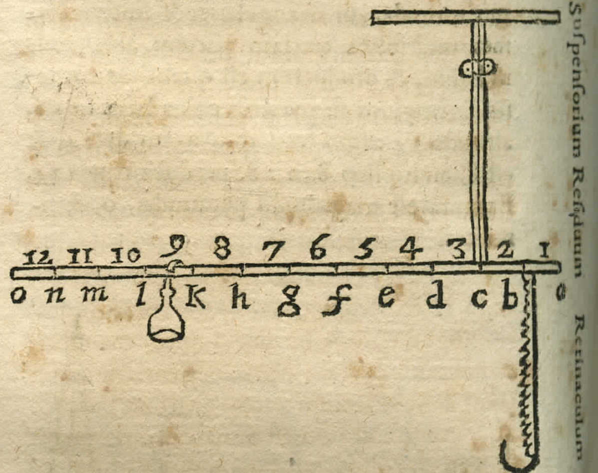
40.	16.	$1\frac{1}{4}$
	640	
	800	
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	
	800	
	$\frac{1}{36}$	
	28800	

Caput LXVI.

De Ponderibus.

In præsenti capitulo demonstrabo tria 1 Primum rationem stateræ secundo ordinem ponderum existentium in vsu tertio ponderum & mensurarum antiquarum rationem.

Quantum ad primum, formabo stateram cum suis nominibus pro exemplo vt vides:



& scias quod totum hoc negotium constat ex duabus regulis, quarum prima est quod secluso retinaculo, & pirali, talis est proportio manubrij sublato duplo residui ad duplum residui qualis est ponderis annexi ad extremum residui per quod maneret manubrium in æquilibrio ad ipsum manubrium. Exemplum sit manubrium, A, O, ponderis librarum 12. & non adsit pirale, nec retinaculum, & ponatur primo suspensorium, C, vt vides, erit igitur residuum 2. dupla fit 4. aufer à 12. remanet 8, dico igitur quantum proportio 8, ad 4, est dupla, quod si apponeretur duplum totius manubrij id est libræ 24, tunc manubrium remaneret in æquilibrio. Et similiter si suspensorium poneretur in puncto, B, tunc residuum esset. 1. igitur duplum residui esset, 2 detraho 2. à 12. remanent 10. proportio 10. ad 2. est quintupla igitur requirentur libræ 60. ad hoc quod manubrium staret in æquilibrio: tertio ponatur suspensorium in D, dico tunc quod residuum versus dextram erit 3. quare duplum erit 6. à 12. remanent 6. igitur cum proportio 6. ad 6. sit æqualitatis requirentur libræ 12. ad hoc vt manubrium stet in æquilibrio.

Ex hac regula sequitur quod si apponatur 2 retinaculum in puncto B, & suspensorium in puncto C, tunc non considerabis pro residuo nisi B, C, & non totum A, C, quia pondus est suspendendum in directo B, & non A, minuemus tamen pondus B, A, hoc modo, vt capiamus C, B, pro residuo, & est 1, dupla fit 2, subtrahe ex B, O, remanet. 9, igitur proportio 9. ad 2. est quadrasexquialtera, igitur requirentur libræ 4. vnciæ $1\frac{1}{2}$: nam pro nunc supponimus baculum tantum B, O, non considerando longitudinem ab vltimo: aufero pondus A, B, & est vncia vna, igitur libræ 4. & vncia $\frac{1}{2}$ æquabunt manubrium, suspensæ in retinaculo, computando tamen in hoc pondus retinaculi.

Et

3 Et scias quod retinaculum debet computari pro suo pondere, postquam computaueris proportionem loci, & in hoc longitudo eius nec breuitas nihil facit ad alleuiandum aut aggrauandum pondus quod appenditur, nisi in quantum materia retinaculi longioris est maior, breuioris minor, vnde si fierent ex re leui & non ex ferro, paruam aut nullam facerent in ponderando variationem, & hoc bene bene nota quia plures decipiuntur.

4 Ex quibus colligitur alia regula: quod pondusq uod appenditur in fine retinaculi, est ac si appenderetur in contactu manubrij, nisi in quantum retinaculum aggrauat ex materia sua ex qua constat, & non sui longitudine.

Secunda regula principalis est pirale quanto magis remouetur à loco suspensorij, eo magis grauius redditur, & grauitas illa eam seruat proportionem, quam remotio ad remotionem. Exemplum si pirale in D, eleuet lib. 20. & in E 25, eleuabit in F 30, & in G 35, & in H 40; & ita æquali spatio æquale aquirit augumentum & hoc stante manubrij æqualitate: & hoc per experientiam perfectam didici. Primum autem spatium puta C, D, communiter non est æquale cæteris, quantum in eo colligitur prima summa librarum: ex hoc colligitur quod dixit Pellacanus esse verum: muscam posse præponderare toti elemento terræ, si poneretur in fine manubrij longissimi, verum cum hæ sint fabulosæ imaginationes, non conferunt sed ridiculam artem potius reddunt.

5 Ex hac colligitur regula quod scita proportione manubrij, & aditamento retinaculi, & pondere piralis, sciemus pondus manubrij aut scito pondere manubrij, & proportione, & pondere piralis sciemus retinaculorum pondus, & similiter cognito pondere manubrij, piralis, & retinaculi, sciemus data proportione describere loca librarum & vnciarum: nihilominus fabri faciunt eas stateras cum experimento ponderi propter materiæ diuersitatem.

6 Pro secundo nota quod 4. grana ordei faciunt kirat vnum, & 6 kirat faciunt denarium siue scrupulum, & tres denarij vel scrupuli faciunt dragmam, & 8. dragmæ faciunt vnciam, vera igitur vncia & si locis diuersis varia sit est tamen ponderis granorum hordei 576. vnciæ 12. faciunt libram, assumpserunt autem numerum 12. in talibus tanquam oportuniorem propter multitudinem partium, nam 12 habet dimidium, tertiam, & quartam, & sextam partem quod nullus numerus habet vsque ad 24. Et post 25. libræ faciunt pondus. 28. autem pondera dicuntur onus, nam à 28. ponderibus ad 32. communiter muli ferunt per longa itinera.

7 Et similiter quatuor grana hordei iuxta posita faciunt digitum, & quatuor digiti faciunt palmum, & quatuor palmi faciunt pedem, & quinque pedes passum faciunt, & 125. passus faciunt stadium, & 8. stadia faciunt milliare Italicum: igitur milliare continet latitudinem 128000. granorum hordei: & per milliare quod Italicum est cognoscuntur Leucæ Germanorum, & Gallorum, & aliarum gentium: quæ sunt comparandæ ad ipsum, quarum esset longa narratio. Pro his autem facti sunt versus hi:

Ex granis digitus quatuor formabitur vnus:
Et quater in palmo digitus, quater in pede palmus,
Quinque pedes passum faciunt, passus quoque centum.
Viginti quinque stadium dant, sed miliare.
Octo dabunt stadia: at duplicatum dat tibi leucam.

Pro tertio nota quod antiqui integrum 8
assem appellauere, siue esset pondus, siue aliud integrum, & plerumque capiebant in genere pecuniarum aut per ipsum libram intelligebant & ideo assem diuidebant in partes 12. vnicuique proprium imposuerunt nomen veluti vides scriptum.

As	deunx	dextans	dodrans
12	11	10	9
Vnciæ	Vnciæ	Vnciæ	Vnciæ

bissæ	septunx	semis
8	7	6
vnciæ	Vnciæ	Vnciæ
quincunx	triens	quadrans
5	4	3
Vnciæ	Vnciæ	Vnciæ

sextans	vncia.
2	1
Vnciæ	Vncia.

Ex hoc patet sensus antiquorum quo maximè vtebantur Iuris Ciuilis, Latores vt in Codice, & Digestis, apparet Iustiniani.

Fuerunt autem principia in ponderibus as, 9
in mensuris Geometricis pes: in humidorum & siccorum] mensuris sextarium, huius pondus erat 15. vnciarum, siue in siccis siue humidis ita igitur ad Vncias relatæ mensuræ describentur, quas etiam ex auctoribus Galeno, Aetio, Paulo, & cæteris facile est intelligere, hoc cognito quod sextarium 15. habet Vncias, nam reliquæ mensuræ ad eum referuntur.

chenix	sextarium
vnciæ 60	vnciæ 15
emina	cotila
vnciæ $7\frac{1}{2}$	vnciæ 9
chenix attica	libra
vnciæ 27	vnciæ 12
congius	modius
vnciæ 90.	vnciæ 240
medimum latinum	medimum siculum
vnciæ 1440	vnciæ 1200
medium atticum	vrna
vnciæ 1296	vnciæ 360
amphora vel quadrantal	culeus
vnciæ 720	vnciæ 14400
amphora Græca	
vnciæ 540.	

Porrò vnciæ 15. ex Italis, 18. sunt ex Græcis: vnde illæ leuiores cum sint in sextario 18. continebuntur, continet autem vncia fractiones has.

ſemiuncia $\frac{1}{2}$	duella $\frac{1}{3}$	ſicilicus $\frac{1}{4}$
ſexcula $\frac{1}{6}$		dragma $\frac{1}{8}$
ſemiſſecla $\frac{1}{12}$		tremiſſis $\frac{1}{18}$
ſcrupulus $\frac{1}{24}$		obolus $\frac{1}{48}$
biſſiliqua $\frac{1}{72}$		ceraces $\frac{1}{96}$
ſiliqua $\frac{1}{144}$		chalchus $\frac{1}{92}$

Ciatus continet vncias 2. oxibaphus autem vncias $3\frac{1}{4}$, quartarius vncias $3\frac{3}{4}$, acetabulum vncias $1\frac{7}{8}$, denarius eſt vnciæ $\frac{1}{7}$.

10 Hæc ex ponderibus menſurarum quod ſi magnitudinem intelligere deſideras hoc modo habent.

Sextarium continet Vncias 20. emina 10. quartarius 5, acetabulum $2\frac{1}{2}$, ciatus $1\frac{3}{4}$ fere, chenix 80, congius 120. modus 320. vrna 480, amphora 960, culeus 19200. & ſunt libræ 1600. hæc tamen docte & copioſè pertractant, Budæus, Portius, Agricola, Alciatus, & alij viri clariſſimi ſed ita diſſidentes vt nec ipſiſmet ſatis concordent more quodam temporum noſtrorum optima ingenia potius in iacturam quam vtilitatem humani generis vertente, nam ex vetuſtate collapſis integris rationibus, æquiuocatione etiam verborum diuerſa ſentientes, in immenſas ambages peruenerunt à quibus nec ipſi, nedum Lectores explicare ſe valeant, quamobrem magis laudandus in hoc erit Alciatus, quod compendio rem collegit ne plura perirent.

11 Iugeris autem antiqui menſura fuit pedum 120. in latitudine, & 240. in longitudine, vnde in ſuperficie continebit pedes 28800.

Pedis longitudo vnius vt collectum eſt ex antiquis exemplis eſt talis, vt hic medietas deſcribatur ob libelli anguſtiam, diuidebatur autem totus pes in Vncias 12. & in digitos 16, igitur quantum iugeris ſpatium hoc ſemipede in longitudine 480. in latitudine 240. repetito, antiquo tempore contineret, facile eſt comprehendere.

12 His igitur viſis præſtat videre quomodo pauciſſimis ponderibus, plurimæ libræ poſſint ponderari, conſtat autem proportione tripla ab vno ſumendo exordium. Exemplum volo pondera pro libris 100. cape pondus libræ vnius, & 3. & 9, & 27. habes igitur pondera 4. quorum ſumma eſt libræ 40. à 40. autem ad 100. ſunt 60. libræ, facies igitur quintum pondus librarum 60. & ita cum 5. ponderibus ponderabis omnes libras ab 1. vſque ad 100. & ita ſi vellem vſque ad 300. ſufficiunt pondera 6. primum 1. ſecundum 3. tertium 9. quartum 27. quintum 81. ſextum poteſt poni quomodolibet dummodo non ſit minus 179. libris quæ ſunt reſiduæ, nec maius de 243. quod eſt triplum 81. librarum: ſi igitur vellem ponderare libras 200. & habeam ducta 6. pondera 1.3.9.27.81.243. ponam 243. 27. 9. 3. ex vna parte, ex alia pondus quod vis eſſe librarum 200. & 81. & 1. erunt igitur pondera hæc libræ 82. & illa 4. pondera faciunt 282. igitur remanent 200. ſemper igitur attendenda eſt in hoc tripla proportio & ex hoc ſequitur quod cum 10. ponderibus potero pōderare à libra ad libram vſque ab 29524. Exēplum vſque ad 10. vides Infra. 1.3.9.27.81.243.729.2178.6561.19868 3. Et ſimiliter in vnciis capies 1.3.8. & cum iſtis tribus ponderabis vſque ad libram. Exemplum ſi vis 1. habes eam ſi vis 2 pones 3. ab vna parte, & 1 ex alia, vis 3. habes eam ſi vis 4. pone 3. & 1. ab vna parte, ſi vis 5. pone 8. ex vna parte & 3. ex alia, ſi vis 6. pone 8. & 1. ex vna parte, & 3. ex alia ſi vis 7. pone ab vna parte 8. & 1. ex alia ſi vis 8. habes ſi vis 9. pone 8. & 1. ex vna parte ſi 10. pone 8. & 3. ex vna parte, & 1. ex alia, ſi vis 11 pone 8. & 3. ex vna parte, ſi vis 12. pone omnes, videlicet 8. 3. 1. ex vna parte: & ita de decem ponderibus librarum ſupradictis vt perficias omnem numerum ab 1. vſque ad 29524. veruntamen oportet eſſe exercitatum aliqualiter in hoc & eſt res ſatis pulchra.

Digiti	Semipedis Vnciæ
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	
8	

CAPVT LXVI.

De Quæſtionibus Arithmeticis ſuper capitula præcedentia.

IVnge tot $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ quod faciant $\frac{7}{8}$ aut $\frac{19}{8}$. caſus eſt impoſſibilis quia 19. & 7. 1
numeratores ſunt numeri primi, vnde $\frac{7}{8}$ & $\frac{19}{8}$ non poſſunt ſchiſſari cum igitur 8. ſit maior de 2. & 3. & 4. ideo caſus eſt impoſſibilis.

Iunge tot $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ quod faciant $\frac{2}{3}$ caſus eſt etiam impoſſibilis, quia denominatores qui ſunt 5. & 7. primi ad 3. igitur cum 5. & 7. ſint duo numeri oportet vt fractio aggreganda excedat 2. ſed $\frac{2}{3}$ eſt minor igitur quæſtio eſt impoſſibilis.

Iunge tot $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ quod faciant $\frac{22}{7}$, quæſtio eſt poſsibilis quia 6. & 5. ſunt primi ad 7. & $\frac{22}{7}$ ſunt pluſquam duo auferes igitur 2. ex $\frac{22}{7}$ remanent $\frac{8}{7}$ & $\frac{5}{5}$ & $\frac{6}{6}$.

Iunge tot $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ quod faciant $\frac{18}{4}$. eadem ratione queſtio eſt poſsibilis, & ſunt aliqui in arte magni qui his friuolis faciliter implicantur.

Inſere tot $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ quod faciant $\frac{17}{8}$, multiplica 2. 3. 4. inuicem faciunt 24 diuide 24. 2
per

per 8. exit 3. multiplica 3. in 7. fit 21. diuide 21. per 4. exit 5. & supersunt 1. quem superpone ad 4. fit $\frac{1}{4}$, diuide postmodum 5. per 3. exit 1. & supersunt 2. superpone ad 3. fit $\frac{2}{3}$, vltimo 1. quod exiuit superpone ad 2. fit $\frac{1}{2}$, & hic est complementum erunt igitur $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ insita facientia $\frac{7}{8}$, si autem diuisio illa esse non possit tunc quæstio est impossibilis.

2. 3. 4. $\frac{21}{24}$. $3\frac{7}{8}$
$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$

3 Cape $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}$ non est aliud quam multiplicare, fiunt igitur $\frac{12}{35}$. capere enim partem in fractis idem est quod multiplicare, est igitur sensus quod $\frac{12}{35}$ sunt $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}$, id est quod diuidere $\frac{4}{7}$ in partes quinque & capere tres ex eis illæ erunt $\frac{12}{35}$.

4 Reduces ad partem $\frac{12}{35}$ in $\frac{4}{7}$, non est aliud reducere ad partem quàm inuenire quæ pars sit $\frac{12}{35}$ de $\frac{4}{7}$, hoc autem fit diuidendo $\frac{12}{35}$ per $\frac{4}{7}$, & exit $\frac{84}{140}$, & sunt $\frac{3}{5}$, dicemus igitur quod $\frac{12}{35}$ sunt $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}$, in reducendo igitur ad partem est contrarium quod fit in capiendo partem, & diuiditur reducendus per fractionem ad quam volumus reducere, veluti diuido $\frac{12}{35}$ per $\frac{4}{7}$ & diuersitas horum duorum à multiplicatione & diuisione est in nomine, & in reductione etiam in permutatione diuisoris cum diuidendo: nam si dico diuide $\frac{4}{7}$ per $\frac{12}{35}$ exit $1\frac{2}{3}$ & si dico reduces $\frac{12}{35}$ ad partem in $\frac{4}{7}$, exit vt dixi $\frac{3}{5}$ vnde patet diuersitas.

5 Diuide 60. per duos numeros differentes in 2. & prodeuntia differant in $2\frac{1}{2}$. capio igitur vnam diuisorem 1 co. igitur alius erit 1 co. p̃. 2. diuide 60. per 1 co. & per 1 co. p̃. 2. exeunt $\frac{60}{1\ co.}$ & $\frac{60}{1\ co.\ piu.\ 2.}$ detrahe minorem à maiore per capitulum decimumquartum remanent $\frac{120}{2\ co.\ piu.\ 1\ ce.}$ æqualia $2\frac{1}{2}$, multiplicando igitur omnia per 2 co. p̃. 1 ce. fient 120. æqualia 5 co. p̃. $2\frac{1}{2}$ ce. igitur 1 ce. p̃. 2 co. æquatur 48. quare res valet ℞. 49. m̃. 1. & est 6. & alia pars est 2. p̃. videlicet ℞. 49. p̃. 1. quod est 8. diuiso igitur 60. per 6. & 8. fient exeuntia 10. & $7\frac{1}{2}$ quorum differentia est $2\frac{1}{2}$.

6 Homo accepit vxorem & alternis annis suscepit masculum & fœminam, & superuixit annis 300. & filij eius eodem modo generauerunt masculi tamen non ante 50. annos sed post singulis annis & ita nepotes, & pronepotes, quæritur in 300. annis quot

300	50	
150	25	50
	1	
	26	
	$13\frac{1}{2}$	
	351	50
	1	
	350	

generabuntur diuide 300. fit 150. diuide 50. fit 25. igitur in annis 50. erunt paria 26. & in 50. annis sequentibus erit progressio cuius terminus maior erit 26. minor 2. igitur per capitulum 27. erit aggregatum 350. paria & totum paria 376. vnde fiet progressio æqualiter augens cuius minimus terminus erit 28. terminus secundus 31. maximus 376. igitur in 50. aliis annis fiet per capitulum 27. paria 3900. at in aliis 50. annis fiet progressio composita ex duabus æqualiter augentibus, igitur erit per capitulum 27. summa 41250. & in aliis 50. annis erit progressio similiter composita ex æqualiter augentibus cuius summa erit 444380. at in vltimis 50. annis cum stationis principium sit vltimus terminus cum additione primi, cui si addatur primus alterius stationis fit secundus terminus stationis secundæ: erunt igitur vltimæ stationis paria 4869830. iunge omnia fient 5359736. igitur in annis 300. erunt omnes masculi & fœminæ duplicando paria. 5359736. capita 10719472.

Patet igitur quod in annis 400. mundus repleretur ab vno masculo & vna fœmina gignentibus singulo anno masculum vel fœminam in tantum quod essemus sicut formicæ & hoc pro nomine Abraham & Adam de quibus Biblia & Beatus Augustinus dixerunt generationes admirabiles hanc non intelligenti quæstionem.

Duo ambulabant primus mill aria 10. 7
singulo die, secundus quantitatem milliariorum in prima die, & in secunda $\frac{1}{3}$ p̃. & in tertia die $\frac{1}{5}$ p̃. quàm in secunda, & in quarta die $\frac{1}{3}$ p̃. quàm in tertia die, & in quinta die $\frac{1}{5}$ p̃. & ita alternando per sexquitertiam & sexquiquintam proportionem & in 19. diebus attigerunt se in vltimo fine 19. diei, quæritur quantùm ambulauit secundus in prima die & similiter in vltima.

Dices igitur cum primus in 19. diebus peragat 190. milliaria igitur secundus. In 19. diebus cum coniungatur primo exegit milliaria 190. capio proportiones $\frac{4}{3}$ & $\frac{6}{5}$ in tribus terminis & sunt 15. 20. 24. detraho 15. à 24. remanent 9. igitur per vigesimamquintam regulam 27. Capituli erit proportio aggregati milliariorum quos perambulat secundus dempto primo termino ad maiorem terminum dempto minore, est veluti 44. ad 9. pone igitur minorem terminum 1 co, cum igitur aggregatum sit 190. erit 190. m̃. 1 co. ad terminum maiorem siue spatium quod pertransit in decimanona die m̃. 1 co. veluti 44. ad 9. igitur per regulam 3. multiplica 190. m̃. 1 co. in 9. fiunt 1710. m̃. 9 co. diuide per 44. exit $38\frac{19}{22}$ m̃. $\frac{9}{44}$ co. & & quia hic est maior terminus dempto minore qui fuit 1 co. ex dicta regula igitur addito minore termino iterum fiet maior terminus, erit igitur terminus maior $38\frac{19}{22}$ p̃. $\frac{35}{44}$ co. proportio autem $\frac{4}{3}$ & $\frac{6}{5}$ componunt proportionem $\frac{8}{5}$ ex capitulo 37. via multiplicationis, hanc duc in se fit $\frac{64}{25}$ pro censu: pro multiplica in se fit $\frac{4096}{625}$ pro censu census: quadra etiam ce. ce. fit $\frac{16777216}{390625}$ & est in 16. proportionibus & 17. terminis: duco in $\frac{8}{5}$ pro complemento fit $\frac{134217728}{1953125}$ diuido terminum maiorem per hanc proportionem exit $\frac{75905539}{134217728}$ | $\frac{17}{22}$ p̃. $\frac{68359375}{5905580032}$ co. igitur residuum quod est $\frac{5837220657}{5905580032}$ co. æquale est illi fractioni numerorum: reduco ad vnam fractionem fiunt $\frac{1669921875}{2952790016}$ igitur res ipsa idest primus terminus valet $\frac{1632812500}{2853752207}$ tanto plus habuit terminus maior de $38\frac{19}{22}$ m̃. $\frac{9}{44}$ co. ambulauit igitur die vltima $39\frac{200126917870}{627823510534}$.

8 Quidam fodiebat puteum brachiorũ 34. pro libris 60. cum expensis duarum personarum, cum autem fodisset brachia 20. infirmatus est magister & rogauit Dominum vt solueret ei portionem debitam, quæritur quantum debuit dare. Scias quod expensæ quantum ad computandi rationem non faciunt variationem.nam in talibus proportionantur labori, dic igitur progressio de 34. est 595.& de 20. est 210. dic igitur si 595.soluitur 60. libris, quot soluitur 210. multiplica 210. per 60. fiut 12600. diuide per 595. exeunt. Libræ 21. solidi 3. nummi $6\frac{42}{119}$. & tantum debebitur & ratio est quod in fodiendo terram secundum brachium habet laborem etiam primi, & tertium etiam duorum precedentium, quare &c.

9 Quidam promisit vni, granum frumenti prima die & secunda die grana 2. & tertia die grana 6.& quarta die grana 18.& quinta die grana 54. & ita vsque ad dies 30. duplando totum quod prius habuit, quæritur quot grana erunt, accipe summam aliquam quamuis vtpote 4.dierum & est 27.duc eam in se fiunt 729.& tot habebit grana in diebus 7 quod est in duplo 4. minus vno,deinde duc 729. summam 7. dierum in se fiunt 531441.& hæc erit summa 13.dierum idest dupli 7. dierum, minus vno,& ita procedes in reliquis: cum autem fueris ad 25. tunc capies reliquos terminos qui sunt quinque & quære augumentum in terminis 6. videlicet vno plus & sunt 243. multiplica in aggregatum 25. terminorum qui erat quadratum 531441. hoc est 282429536481.& productum erit numerus 30. dierum hic, 68630377364883.potest etiamsi erit per regulam capituli 27. in qua docetur inueniri terminus maximus in proportione tripla habito numero terminorum qui est 30.

10 Dixit ædificator Domino domus volo pro primo brachio muri solidos 10. per secundo brachio solidos 20. pro tertio 40.pro quarto 80.pro quinto 160. quid accidit cum ædificasset brachia $2\frac{1}{2}$ infirmatus est quæritur pretium: hæc plurimum differt ab octaua & est difficilior longè ea. Ratio in hac est quod ex æquali augmento crescit proportionaliter in duplo ,igitur partes etiam debent esse continuæ proportionales sicut igitur 20.pretium secundi brachij, est duplum ad 10. pretium primi ita dimidium secundum brachij primi debet habere dimidum proportionis duplæ ad dimidium primum brachij primi & ita eandem proportionem debet habere dimidium primum brachij secundi ad dimidium secundum brachij primi & ita de reliquis, proportio autem dimidia duplæ est ille quam habet ℞. 2. ad 1.& eadem 2. ad ℞.2. & eadem est ℞ 8. ad 2.& eadem 4. ad ℞i 8.non est igitur aliud dicere hoc quam facere ex vna dupla proportione duas proportiones æquales componentes eam,& ita diuidere 10. & 20. & 40.in duas & duas & duas quantitates continuæ proportionales, dicam igitur fac ex 60. aggregato ex 40.& 20.quatuor, quantitates continuæ proportionales quarum primæ duæ faciant 20.nam reliquæ duæ necessario faciunt 40. nam omnes supponuntur facere 60.tunc tu scis per dicta in capitulo regulæ 3. quod cum fuerint 4. quantitates continuæ vel incontinuæ proportionales semper ex coniuncta proportionalitate & permutata, erit pima talis pars tertiæ & secunda quartæ, qualis erit aggregatum primæ & secundæ pars aggregati tertiæ & quartæ:sed aggregatum primæ & secundæ est 20.ex supposito, & aggregatum tertiæ & quartæ est 40.ex supposito ,& ita primum aggregatum est dimidium secundi igitur prima quantitas erit dimidium tertiæ & secunda quartæ, ponamus igitur quod prima quantitas sit 1 co.erit secunda 20.m̃.1 co.& tertia duplum primæ videlicet 2 co. & quarta duplum secundæ videlicet 40.m̃.2 co.& quia sunt continuæ proportionales ex supposito igitur ducta prima in tertiam fiet quadratum secundæ, duco 1 co. in 2 co. fit 2 ce. multiplica 20.m̃. 1. co. in se fit 400.p̃. 1 ce. m̃. 40 co. æqua partes fient 400.æqualia 1 ce. p̃.40 co. igitur per capitulum res valet ℞. 800. m̃. 20. & tantum habuit prima pars, & secunda habebit 40. m̃. ℞. 800. & tertia ℞.3200. m̃. 40. & quarta 80. m̃. ℞. 3200. cum igitur pro primo brachio debeantur 10. pro secundo 20. pro tertio 40. igitur pro dimidio debebitur tertia pars proportionalis quæ est ℞. 3200. m̃. 40. iunge simul fiunt ℞. 3200.m̃. 10.& est fere $46\frac{76}{125}$. ita considera quod si primo brachio debentur 10. & secundo 20.& tertio 40. igitur primæ medietati primi brachij debentur $4\frac{71}{500}$. & ita de aliis vt in Figura.

1 co.
20. m̃. 1 co.
2 co.
40. m̃. 2 co.

℞. 800. m̃. 20.
40.m̃. ℞.800.
℞. 3200.m̃. 40.
80. ℞. 3200.

1	10
1	20
$\frac{1}{2}$	℞. 3100. m̃. 40
	℞. 3200. m̃. 10.
$\frac{1}{2}$	$4\frac{71}{500}$
1	$10.\frac{7}{500}$
2	30.
$2\frac{1}{2}$	$46.\frac{71}{125}$
3	70.

Et hæc ratio assimilatur intendentibus balistas nam ex æquali augmento duplicatur difficultas ita vt vltimus digitus maiorem exposcat labobem omnibus præcedentibus.

Canis sequebatur leporem: lepus autem antecedebat canem, passibus 60.canis, & 11
pro omnibus 3. passibus canis, lepus faciebat 5. passus, tardams $\frac{1}{20}$ temporis ad complementum,ita quod gratia exempli si canis faciebat passus 3. in 20. momentis, lepus faciebat passus 5.ex suis,in 21.momentis: & 3. passus canis exceduntur à 7. passibus leporis in $\frac{1}{20}$ passus canis: quæritur quando canis attinget leporem hoc est in quanto spatio:similem ponit Frater Lucas,sed longe faciliorem, tamen falsam, & defficientem, vnde mirari contingit de homine illo:igitur primo reduces omnia ad vnum genus videlicet passus canis & spatium distantiæ ad passus leporis si igitur 7. passus leporis excedunt 3. passus canis in $\frac{1}{20}$ passus canis,igitur $3\frac{1}{20}$ passus canis sunt 7. passus leporis si igitur $3\frac{1}{20}$ sunt 7. quid erunt 60.passus canis distantiæ, & erunt passus leporis $137\frac{43}{61}$.& quia

quia in quibuslibet 3. passibus canis lepus facit passus 5. deficiens per $\frac{1}{20}$ temporis ad suplementum dic igitur si 21. tempus dat 5. quid dabit 20. duc 20. in 5. fit 100. diuide per 21. exi. 4 $\frac{16}{21}$ igitur dices quod in omnibus 3. passibus canis lepus facit passus 4. $\frac{16}{21}$ & quia passus 3 $\frac{1}{20}$ canis sunt 7. leporis, igitur passus 3. canis erunt passus leporis 6 $\frac{54}{61}$ cum igitur in tempore in quo canis facit passus 3. ex suis & sunt 6 $\frac{54}{61}$ leporis lepus faciat tantum 4 $\frac{16}{21}$, igitur in omnibus 4 $\frac{16}{21}$ passibus canis appropinquantur ei per 2 $\frac{158}{1281}$ dic igitur si 2 $\frac{158}{1281}$. producitur ex 4 $\frac{16}{21}$ ex quibus producetur passus 137 $\frac{41}{61}$ multiplica 136 $\frac{41}{61}$ in 4 $\frac{16}{21}$ fiunt $\frac{840000}{1281}$ quos diuide per $\frac{2720}{1281}$ & est ac si diuideres 84000o. per 2720. nam sunt fractiones eiusdem denominatoris, qui est 1281. exibunt igitur passus leporis 308 $\frac{14}{17}$. & in tot iungentur.

12 Duo discedebant Mediolano quorum primus ibat versus Romam milliaria 20. perficiens singulo die, alter prima die ibat 5. milliaribus secũda die 8. tertia die 11. & ita ascẽdendo per 3. quæritur quando iungentur pone quod in 1 co. dierum, igitur primus faciet 20 co. milliariorũ, secundus per secundã regulam 27. capituli, dẽpto 1. à numero terminorum remanet 1 co. m̄. 1. multiplica in differentiam fit 3 co. m̄. 3 adde minorem terminum qui est 5. fit 3 co. p̄. 2. maior terminus, tunc per vndecimam regulam eiusdem capituli adde primum terminum vltimo sit fit 3. co. p̄. 7. multiplica per dimidium terminorum fit 1 $\frac{1}{2}$ co. æqualia 20 co. igitur 1 $\frac{1}{2}$ ce. æquatur 16 $\frac{1}{2}$ co. quare 1 ce. à æquatur 11. co. igitur res valet 11. & in tot diebus iungentur.

13 Duo socij erant quorum alter erat Romæ & veniebat Mediolanum prima die faciens milliare 1. secunda 2. tertia 4. quarta 8. & ita duplando: alter socius erat Mediola ni & ibat Romam prima die ibat milliaria 3. se cunda 4. tertia 6. quarta 9. quinta 13. & ita augendo milliare vnum in progressione: & fuerunt à Roma Mediolanum milliaria 330. quæritur quando iungentur, in talibus vbi ingreditur progessio Geometrica sine cognitione numeri terminorum cogeris inuenire dies integros, ponamus igitur quod in diebus 8. eritque vt primus per vigesimam tertiam regulam perambulaueri milliaria 255. eo. quod progressio est primi modi, secundus autem milliaria 147. eo quod progessio est 12. modi, iunge fiunt miliaria 402. igitur pretransierunt, quæro in 7. diebus quantum perambulauerunt eritque vt primus perambulauerit 127. milliaria secundus 18. iunge fiunt 235. differentia à 330. est 95. & ab octaua die 167. igitur si in vna die perambulant milliaria 167. inquanto tẽpore ambulabunt milltaria 59. superpone 95. ad 137. & fiet $\frac{95}{137}$ vnius diei, igitur in diebus 7 $\frac{95}{137}$ iungentur. Vnde nota quod in concursibus debent iungi itinera, & in progressionibus Geometricis in quibus termini sunt ignoti, debent queri termini integri, Frater autem Lucas talia frustra soluit per la co.

14 Duæ aues erant super eadem arbore & vna cæpit volare versus Orientem prima die per 1. milliare, secunda diẽ 2. tertia die 3. quarta die 4. & sic continue. Altera versus Occidentem per eandem lineam die prima milliare 1. die secunda milliaria 8. die tertia milliaria 27. & ita per cubos & fuit circuitus terræ vt creditum est à multis milliariorum 44310. quæritur in quot diebus iungentur illæ aues pone quod in 1 co. dierum igitur per capitulum 27. primus ambulauit $\frac{1}{2}$ ce. p̄. $\frac{1}{2}$ co. milliariorum, per idem capitulum in fine de cubis secundus ambulauit $\frac{1}{4}$ ce. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ cu. p̄. $\frac{1}{4}$ ce. iunge simul amborum progressum fient $\frac{1}{4}$ ce. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ cu. p̄. $\frac{3}{4}$ ce. p̄. $\frac{1}{2}$ co. æqualia 44310. igitur quadruplum quadruplo erunt igitur 1 ce. ce. p̄. 2. cu. p̄. 3 ce. p̄. 2 co. æqualia 177240. milliaribus, adde 1. de cõmuni fient milliaria 177241. æqualia 1 ce. ce. p̄. 2. cu. p̄. 3. ce. p̄. 2 co. p̄. 1. capias radicem vtriusque erit radix milliariorum 421. & R. denominationum 1 ce. p̄. 1 co. p̄. 1. detrahe 2. communiter quod addidisti fient 1 ce. p̄. 1 co. æqualia 420. igitur dimidia 1 co. fit $\frac{1}{2}$ multiplica in se fit $\frac{1}{4}$ adde ad 420. fit 420 $\frac{1}{4}$ cuius R. est 20. a. qua auferre $\frac{1}{2}$ quod fuit medium radicum remanet valor rei 20 $\frac{1}{2}$ præcisè, & in tot diebus iungentur proba & inuenies quod prima volauit per milliaria 210. & secunda 44100. quæ iuncta suns 44310.

Animaduerte quod Frater Lucas facit similem sed semper remanet in surdis exemplum ponamus quod 177241. non haberet radicem. Tunc diceres quod 1 ce. p̄. 1 co. p̄. 1. essent æqualia R. 177241. quare fieret 1 ce. p̄. 1 co. æqualia R. 177241. m̄. . dimidia 1 co. & multiplica fit $\frac{1}{4}$ adde ad R. 177241. m̄. 1. fiunt R. V. 177241. m̄. 1. L. p̄. $\frac{1}{4}$ à qua detrahe $\frac{1}{2}$ pro dimidio radicum fiet valor rei R. R. V. 177241. m̄. 1. L. p̄. $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$. & est sensus cape Radicem 177241. m̄. 1. cui adde $\frac{1}{4}$ & eius cape R. à qua detrahe $\frac{1}{2}$. & hic erit valor rei, ex quo patet error maximus Fratris Lucæ qui detrahit $\frac{1}{4}$ à m̄. 1. & facit m̄. $\frac{3}{4}$ quod est falsissimum. Quodque plus est vigesimaseptima regula non intelligitur nec aliæ vbi terminorum numerus non euadit integer quia si dicas cu. 4 $\frac{2}{3}$ secundum regulam facerent 174 $\frac{67}{81}$, & tamen sunt 183 $\frac{1}{3}$ vt patet per se nisi quis vellet procedere per modum quæstionis decimæ, & ideo non intellexit quæstionem ex quo credendum est paucas aut nullas difficilium quæstionum esse eius proprias, sed sine intellectu transcriptas, & si veræ sunt potius fortuna quam aliter, hoc volui dixisse propter tria primo ne credas illius quæstionibus arduis quantum plereque ex his sunt falsæ, secundo vt intelligas quod quando ce. & co. æquantur R. numeri per se aut cum numero addito per p̄. aut diminuto per m̄. quod tales etiam habent solutionem per capitula sua, sicut si ce. & co. æquarentur nu. tantum, tertio vt cognosceres quomodo fienda sit æquatio quia partes debent omnes manere separatæ eo quod valor rei fit R. R. V. L.

Quidam ibat à Mediolano Brixiam pri- 15
ma die milliare 1. die secunda 2. die tertia 4. die quarta 8. & ita deinceps ascendendo per duplam, alius veniebat Brixia prima die 2. milliaria secunda die 4. tertia die 6.

quarta die 8. & occurrerunt sibi in medio itineris. Quæro quando sibi occurrerunt & quot milliaria sunt à Mediolano ad Brixiam. Fac sic iunge tot dies vt vides quod primus superet secundum hoc fit in 5. diebus. Nam primus ambulauit milliaria 31. secũdus 30. &

	primus	secundus	aggregatũ primi	secundi
primus	1	2	1	2
secũdus	2	4	3	6
tertius	4	6	7	12
quartus	8	8	15	20
quintus	16	10	31	30

6	5	$\frac{5}{6}$
	16	15
	80	$13\frac{1}{3}$
	6	
	$13\frac{1}{3}$	$28\frac{1}{3}$
		$56\frac{2}{3}$

in die præcedenti videlicet in 4. diebus primus ambulauit 15. secundus 20. igitur in 4. diebus secundus superabat primum & in 5. primus superabat secundum vt vides, aufferes igitur iter quinti diei vnum ex alio remanent 6. aufer etiam aggregatum quartæ diei ab aggregato 4. diei alterius videlicet 15. à 20. remanent 5. multiplica 5. in iter quinti diei maius & est 16. fit 80. diuide per 6. exit $13\frac{1}{3}$ adde ad 15. fit $28.\frac{1}{3}$ & tantum ambulauit quilibet illorum: igitur cum quilibet ambulauerit medietatem erunt à Mediolano ad Brixiam milliaria $56\frac{2}{3}$. & iuncti sunt in diebus $4\frac{5}{6}$ quod est in diebus 4. horis 10. hora videlicet vigesima secunda diei dando horas 12. pro die artificiali, nam dies 4. sunt perfecti, & diuisa 5. differentia aggregati per 6. differentiam diei quintæ, exit $\frac{5}{9}$ ipsius quintæ diei.

16 Tres rustici ibant Romam & discubuerunt sub fago, & primus habuit panes 3. & amphoram vini sextariorum 4. & reliqui socij vt vides accessit antequam comederent socius quartus non habens nisi vnum panem comendit cum eis & soluit solidos 5. quos ille æqualiter diuisit primis tribus sociis videlicet solidum & denarios 8. pro singulis, quæro pretium panis & vini & piscium, dices igitur si omnes æqualiter habuerunt à quarto ex pecuniis, igitur tantum posuit vnus quantum alius ex primis tribus sociis detraho igitur vini 4. à vini 5. remanent panes 3. æquiualentes 6. piscibus & 1 vini & ita factis detractionibus consurgit secunda Figura. deinde reduco æquiualentiam ad vnitatem & consurgit tertia Figura, dicendo si 3. panes æquialent vini & 6. piscibus igitur 1. panis æquiualebit $\frac{1}{7}$ vini & 2. piscibus & ita de aliis. Post dic si per secundam panes 3. valent vini 1. pisces 6. & vini 1. valet per tertiam panes $\frac{2}{5}$ pisces $\frac{1}{5}$, igitur panes 3 valebunt panes $\frac{2}{5}$ pisces $6\frac{1}{5}$, & ita ter repetendo formabis quartam Figuram, post subrtahe panes à panibus vinum à vino, pisces à piscibus, remanebit æquiualentia quintæ Figuræ veluti vides, cum igitur per quintam Figuram panes $2\frac{3}{5}$ æquiualeant piscibus $6\frac{1}{5}$, multiplicando omina per 5. fiunt panes 13. æquiualentes piscibus 13. & ita de aliis, vt in sexta Figura patet, quia igitur quartus habebat & panem & soluit solidos 5. igitur comedit valorem 1. panis & 5. solidorum quare omnes comederunt panes 4. & solidos 20. & quia quartus socius habuit panem igitur tres primi habuerunt panes 3. & solidos 20. in valore detractis igitur panibus 3. de communi erunt pisces 13. vini 9. panes 2. valentes 20. solidos, reduces igitur panes & pisces ad vinum per regulam & sextam Figuram fient vini $24\frac{2}{5}$ æqualia 20. solidis quare deducendo per denominatorem fient 122. bochalia vini, æqualia 100. assibus, & 61. vini 50. assibus, vnus igitur Vini valet $\frac{50}{61}$ assis & hoc nota extra & quia vini 13. sunt pisces 15. duc 13. in $\frac{50}{61}$ fiunt $\frac{650}{16}$ hic erit valor 15. piscium diuide igitur $\frac{650}{61}$ per 15. ducendo in denominatorem fient $\frac{650}{915}$ schissa fiunt $\frac{130}{183}$. & hic est valor vnius piscis & quia pisces 31 sunt panes 13. duc igitur pisces 31. in $\frac{230}{183}$ fient $\frac{4035}{183}$. & hic est valor 13. panum, igitur panis vnus valet $\frac{310}{183}$ repone loco suo & quia quilibet tantùm habuit quantùm fuit illud quod quartus comedit & vltra tertiam partem solidorum 5 igitur valor cuiuslibet fuit solidorum quinque & vltra solidorum $1\frac{2}{3}$ & vnius panis iunge simul fient solidi $8\frac{22}{16}$. & tantum quilibet habuit & pro commoditate probationis. reduc omnia ad 183. & fiet $8\frac{66}{183}$. & Vini esset valor $\frac{150}{183}$. probatio facilis est primus habebat panis 3. igitur $\frac{930}{183}$ & vini 4. igitur $\frac{900}{183}$. iuncta sunt $\frac{1530}{183}$ secundus habuit pisces 6. igitur $\frac{780}{183}$ & vini 5. igitur $\frac{750}{731}$. iuncta sunt $\frac{1530}{183}$ tertius habuit pisces 7. igitur $\frac{910}{183}$ & panes 2. igitur $\frac{620}{183}$. iunge fiunt omnes $\frac{1530}{83}$. igitur omnes habent $7.\frac{66}{183}$ & primus habuit

Vini 1 assis $\frac{150}{184}$
Piscis 1 assis $\frac{130}{183}$
Panis assis. $\frac{310}{183}$

Prima æquiualentia.

primus socius panes 3. sextar. vini 4
secundus sociusi pisces 6. sextar. vini 5
tertius socius pisces 7. panes 2
quartus socius solidos 5. panem 1

Secunda.

panes 3. vini 1 pisces 6
vini 5. pisces 1 panes 2
pisces 7. panes 1 vini 4

Tertia.

panis 1. vini $\frac{1}{3}$ piscis 2
vini 1 pisecs $\frac{1}{3}$ panis $\frac{2}{3}$
pisces 1. panis $\frac{1}{7}$ vini $\frac{4}{7}$

Quarta.

panes 3. panes $\frac{2}{5}$ pisces $6\frac{1}{5}$
vini 5. vini $\frac{4}{7}$ panis $2\frac{2}{7}$
pisces 7. pisces 2 vini $4\frac{1}{7}$

Quinta.

panis $2\frac{3}{5}$ pisces $6\frac{1}{5}$
vini $4\frac{3}{7}$ panis $2\frac{1}{7}$
pisces 5 vini $4\frac{1}{4}$

Sexta.

panes 13 pisces 31
vini 31 panes 15
pisces 15 vini 13

Septima.

vini 9 pisces 13 panes 2
valent asses 20.

assem

asſem 1 $\frac{127}{183}$. quia habuit panem & ideo quilibet commedit aſſes 6 $\frac{127}{183}$. & totum quod comestum fuit valuit aſſes 26. & $\frac{145}{183}$.

17 Detrahe 4. cu. à 7 ce. p̃. 3 co. in capitulo ſuo declaraui quod per modum multiplicationis fiunt ℞. 49 ce.ce.p̃.9 ce.p̃. 16. cu. ce.p̃. ℞. 1764. cu.ce. m̃. ℞. 3136. ce. Rel. P.m̃. 576 ce. ce. ce. non dixi tamen modum quia deſcriptus eſt in capitulo detractionis ſurdorum quia tamen in ſurdis operamur per modum radicum diſpones vt vides deinde quadra vnum quodque per ſe fiunt vt vides 49 ce.ce. quadratum de 7 ce. & 9 ce. quadratũ de 3 co. & 16. cu. ce. quadratum de 4 cu. eſt igitur ac ſi problema dixiſſet detrahe ℞. 16. cu.ce. à ℞. L. 49. ce. ce.p̃. ℞. 9 ce. quare iungendæ eſſent & fient 49 ce.ce. p̃.9. ce. p̃. 16 cu.ce. deinde ducenda eſt vna pars ℞. L. in alteram fit 441. cu.ce. & hoc eſt quadruplandum, erit igitur additum 49 ce.ce. p̃. 9. ce.p̃. ℞.1764. cu ce. deinde multiplica partes per modum ℞. ideſt ℞. 16. cu. ce. in 49 ce.ce. fiunt 784 ce. Rel. P. & ſimiliter 16. cu. ce. in 9 ce. fiunt 144 ce.ce.ce. hoc totum debet quadruplari quia ℞. eſt fient ℞. L. 3136 ce. Rel. P. p̃. ℞. 575 ce.ce.ce. detrahendũ à priori & reſidui ℞. erit illud quod remanet: detractis 4 cu. ab 7 ce. p̃. 3 co. eſt igitur dicere.

7 ce. p̃. 3 co.   4. cu.
49 ce. ce. p̃. 9 ce.   16. cu. ce.
℞. 49 ce. ce.
℞. 9 ce.
℞. 441. cu. ce.
4
℞. 1764. cu. ce.
℞. 49 ce. ce. p̃. 9 ce.
℞. 16. cu. ce.
℞. L. 784 ce. Rel. p. p̃. ℞. 144. ce.ce.ce.
℞. L. 3136 ce. Rel. p. p̃. ℞. 576 ce.ce.ce.

7 ce. p̃. 3 co.   4. cu.
49 ce. ce. p̃. 9 ce.   16. cu. ce.
p̃. 16. cu.ce. p̃. 42. cu.   7 ce.
3 co.
7 ce. p̃. 3 co.   21 cu.
4. cu.   2
28. Rel. P. p̃. 12 cu. 42. cu.
2
56. Rel. P. p̃. 24. cu.
49 ce. ce. p̃. 9. ce. p̃. 42. cu. p̃. 16. cu. ce.
56. Rel. P. p̃. 24. cu.
49 ce. ce. p̃ 9. ce. p̃. 18. cu. p̃. 16. cu. ce. m̃. 56. Rel. P.

Detrahe ℞. L. 3136 ce. Rel. P. p̃. 576. ce. ce. ce. ex 49 ce. ce. p̃. 9 ce. p̃. ℞. 1764 cu. ce. & reſidui radix eſt detractio & hoc fit ſequendo capitulum.

Verum poteſt abbreuari multum operatio, nam poſtquam quadraſti partes, vt vides, ſufficit vt ducas ipſas inuicem, videlicet 7 ce. in 3 co. fiunt 21. cu. erit igitur prima pars 49 ce. ce. p̃. 9 ce. p̃. 16. cu. ce. p̃. 42 cu. quia duplanda, nam in ℞. fuit quadruplanda, & ſimiliter duces aliam partem in 7, ce. p̃. 3. co. & fient vt vides 28. Rel. P. p̃. 12. cu. duplanda ſimiliter erunt igitur 56. Rel. P. p̃. 24. cu. minuenda ex 49 ce. ce. p̃. 9 ce. p̃. 16. cu. ce. p̃. 42. cu. remanebunt igitur vt vides 49. ce. ce. p̃. 9 ce. p̃. 18. cu. p̃. 16. cu. ce. m̃. 56. Rel. P. & huius ℞. V. eſt idem quod 7. ce. p̃. 3 co. m̃. 4 cu. & æquiualebunt. Et ponamus quod in numeris velim detrahere 5. à 7. p̃. 2. quadrabo ſingulos fient 49. p̃. 4. p̃. 25. deinde multiplica 7. in 2. fiunt 14. duplica fit 28. erit igitur totum 106. deinde multiplica 5. in 7. fit. 35. & in 2. fit 10. dupla fiunt 70. & 20. iuncta faciunt 90. detrahe 90. à 106. remanent 16. cuius ℞. eſt 4. & tantum facit detrahendo 5. à 7. p̃. 2.

7. p̃. 2.   5
49. p̃. 4. p̃. 25. p̃. 28. iuncta 106.
35. 10.
70. 20. iuncta 90
106
90
℞. 16   4

Cognitum eſt quod ſuperiores planetæ mouentur tantum in Epiciclo & Eccentrico quantum Sol in ſuo Eccentrico tantum, ex quo intelligitur proportionem motoris Eccentrici ſolis componi ex proportionibus motorum Eccentrici ſuperiorum & Epicili ad ſua mobilia ſit igitur virtus motoris Saturni ℞. 200. & Eccentrici ℞. 120. & ſi virtus motoris Solis ℞. 3500. & Eccentrici Solis ℞. 24. volo ſcire quænam eſt virtus Epicicli Saturni hic ſunt quinque termini cogniti: videlicet primus, ſecundus, tertius, quartus, & quintus, & tertius, & quintus, ſunt idem, quæritur autem ſextus per capitulum igitur quadrageſimum ſextum multiplica ſecundum in tertium fit ℞. 4800. & hoc in quintum fit ℞. 960000. multiplica primum in quartum fit ℞. 420000. diuide ℞. 960000. per ℞. 420000. exit ℞. 2 $\frac{2}{7}$. & tanta erit virtus Epicicli Saturni in comparatione ad Motorem & Eccentricum, & per idem ſuppoſita proportione Eccentrici ad Epiciclum poſſibile eſt ſcire proportionem motorum Eccentici & Epicicli ad inuicem, & ſimiliter ad motorem Solis, liquet etiam ex hoc intelligentiam Solis fortiorem eſſe omnibus intelligentiis cæterorum Planetarum. 18

Primus Motor Solis,	Secundus Eccentricus
℞. 3500	℞. 24
Tertius Motor Saturni,	Quartus Eccentricus
℞. 200.	℞. 120.
Quintus Motor Saturni,	Sextus Epiciclus
℞. 200.	℞. 2 $\frac{2}{7}$

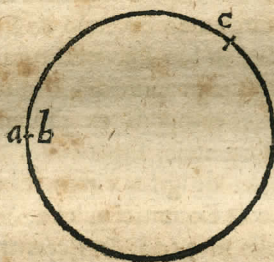
19 Quod ſi dicat volo quod ſpatia pertranſita ſint æqualia & eſt vt ſpatium quod preficit corpus Solis æquetur ſpatiis quæ pretranſit Saturnus in Epiciclo & Eccentico ſimul iunctis & eſt quod quarta & ſexta quantitas iunctæ faciant ſecundam, tunc igitur diuide ſecundam quantitatem per algebra, ita quod ſtantibus motoribus proportio componatur, & ſit Motor Primus 60. ſecundus 2. tertius 40. res mota 10. diuido 10. in 1. co. & 10. m̃. 1 co. duco ſecundum in tertium fit 20. & hoc in quitum fit 800

Primus.

Primus Motor Solis	Secundus Epiciclus
60.	10
Tertius Motor Epicicli	Quartus Epiciclus
2	1 co.
Quintus Motor Eccētrici	Sextus Eccētricus
40	10. m̄. 1 co.

diende duco primum in quartum ſi 60 co. deinde in ſextum fit 600 co. m̄. 60 ce. igitur 800. p̄. 60 ce. æquantur 600 co. quare 13 $\frac{1}{3}$ p̄. 1 cenſus æquatur 10 co. ſequere æquationem res valet 5. m̄. ℞. 11 $\frac{3}{3}$ & hæc eſt virtus Epicicli Id eſt ſparium per tranſitum ex Epiciclo & virtus Eccentrici erit 5. p̄. ℞. 11 $\frac{2}{3}$. & poſſent poni caſus impoſſibiles in quibus virtus mobilis conſurget maior virtute motoris vt ſi virtus tertij motoris poneretur 50. caſus eſſet impoſſibilis.

Et hæc valde ſunt vtilia volentibus contemplari magnitudines velocitates, virtutes, & tempora Motorum, mobilium, & Motuum cæleſtium, vt in Almageſto.



20 Si ſint duo planetæ iuncti per centra Epiciculorum in puncto vno & ſint A & B & moueatur A ita quod perficiat circulum totum in ℞. 7. & B. in ℞. 5. quæro quando eodē modo centra Epiciculorum iungentur in eodem puncto, Reſponde quod nunquam in æternū, nam ſi ſic igitur ab hoc tempore ad illud fuerūt circulationes perfectæ vtriuſque, ponamus igitur quod A perfecerit 1000. circulationes, & B 1200. igitur proportio 1200. ad 1000. ſicut temporis A ad B, ſed 1200. eſt commenſurabilis ad 1000. igitur ℞. 7. eſt commenſurabilis ℞. 5. quod eſt impoſſibile quia ſunt numeri ſurdi non proportionati, & quantitates ſurdè diuerſarum ſpecierum, quod autem 1200. commenſuretur ad 1000. patet ex initio 10. Euclidis.

Et ex hoc patet quod nunquam bis iungentur in eodem puncto vſque in æternum, & fuit inuentum hoc Campani Euclidis commentaris viri acutiſſimi.

21 Si ſint duo planetæ quorum alter moueatur in ℞. 18. alius in ℞. 32. dico quod coniungentur ſemper in tertia parte circuli, ita quod in eiſdem tribus punctis vſque in æternum, & ſimiliter ſi vnus in ℞. 8. perficeret ciret ciculum alius in ℞. 20. dico quod In oppoſitis punctis, & eiſdem iungerentur vſque in æternum, nam ſi non ponamus quod iungantur in C, qui non ſi A, nec punctus oppoſitus, igitur cum ſit proportio motus vnius ad motum alterius, ſicut ℞. 20. ad ℞. 8. & eſt ſexquialtera igitur erunt reuolutiones vnius ſexquialteræ ad reuolutiones alterius : addita vtrique parte A, C, in qua ſecūdo coniungūtur ſit igitur A.C. $\frac{3}{4}$ gratia exempli, & pauciores reuolutiones ſint 1. co. igitur pertranſiuit ſecundus 1 co. p̄. $\frac{3}{4}$ quare primus pertranſiuit 1 $\frac{1}{2}$ co. p̄. 1 $\frac{1}{8}$, reuolutionum, ſi igitur fuerunt pares reuolutiones abiectis integris fiet $\frac{1}{8}$ circulationis, æquale $\frac{3}{4}$ quod eſt impoſſibile, vel impares igitur abiectis integris erunt $\frac{5}{8}$ reuolutionis æqualia $\frac{3}{4}$ quod eſt impoſſibile.

Ponamus tertio quod duo Planetæ, vel duo mobilia, ſint iuncta in A & B, eodem puncto, & A perficiat circulum in 1000. annis & B, in 999. volo ſcire quando iterum coniungentur in A, patet enim ex vigeſima quæſtione quod iterum ibidem coniungentur Multiplica vnum in aliud fiunt 999000. & in tanto tempore redibunt ad eundem punctnm. 22

Ponamus quarto quod vnus reuoluatur in annis 1000. alius in 999. volo ſcire in quibus locis poterunt iungi diuide productum vnius in alterum quod eſt 999000. per differentiam & eſt 1. exit idem, habes igitur tempus in quo primum iungentur fore 999000. multiplica 999000. in vnam reuolutionem fiunt reuolutiones 999000. diuide per 1000. exeunt 99. igitur cum 1000. ſit numerus integer non coniungentur niſi in vno puncto vſque in æternum. 23

Exemplum aliud ſaturnus reuoluitur in annis 30. & Iupiter in 12. volo ſcire in quot annis iungentur, & vbi multiplico 12. in 30. fit 360. diuido per 18. & eſt differentia 30. & 12. exeunt 20. & in tot annis iungentur, volo ſcire vbi diuide 20. per 30. exit $\frac{2}{3}$. & in $\frac{2}{3}$ reuolutionis coniungentur. Ideſt 8. ſignis ſemper diſtantes à primo loco, & ita ſi prima coniunctio fit in ariete infra 20. annos fiet in Sagittario, & infra alios 20. annos in Loune & infra 20. annos alios reuertetur ad Arietem verum poſtponit gra. 2. m̄. 59. fere, & hoc eſt quia Saturnus reuoluitur citius aliquantulum 30. annis.

Aliud exemplum Iupiter reuoluitur in 144. menſibus ideſt in annis 12. Mars in 23. menſibus volo ſcire tempus coniumctionis multip ico 23. in 144. fiunt 3312. diuido per 121. differentiam exeunt 27 $\frac{1}{2}$ fere & in tot menſibus iungentur, volo ſcire quo in loco multiplico 27 $\frac{1}{2}$ in 360. gradus circuli fiunt 9900. diuido per 144. reuolutionem, exeunt gradus 69. ferme, & tantum diſtabunt à præcedenti loco in ſecunda coniunctione. Et quia 4. multiplicatum in 27 $\frac{1}{2}$ facit 110. ſequitur vt in 9. annis quaſi reuertatur coniunctio ad idem, & ſunt parum minus, nam Mars eſt velocior.

Aiud exemplum in ſurdis ponamus quod vnus reuoluatur in ℞. 7. alius in ℞. 5. duc ℞. 5. in ℞. 7. fit ℞. 35. diuide per differentiam quæ eſt ℞. 7. m̄. ℞. 5. per capitulum vigeſimumprimum exibit ℞. 61 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. 43 $\frac{3}{4}$ & hoc tempore iungentur, pro habendo loco diuide ℞. 61 $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. 43 $\frac{3}{4}$. p̄. ℞. 7. exibit ℞. 8 $\frac{3}{4}$ p̄. ℞. 6 $\frac{1}{4}$.

Et ſi vis ſcire reuolutionis partem, ſubtrahe reuolutiones integras & ſunt 5. ex approximatione, remanebit pars circuli pertranſita ℞. 8 $\frac{3}{4}$ p̄. 6 $\frac{1}{4}$ m̄. 5.

Et ex hoc manifeſtum eſt quod ſi Planetæ mouentur in proportione numeri ad numerū non coniunguntur niſi in certis paucis pun-

ctis

ctis circuli ſignorum, & infinita derelinquunt in quibus nunquam coniunguntur, ſi vero proportio motus ad motum non eſt veluti numeris ad numerum, nunquam vſque in æternum bis in eodem puncto coniungentur, cum igitur alterum horum ſit neceſſarium erit etiam neceſſarium vel quod idem nunquam redeat vel quod infinita poſſibilia nunquam eueniant declaratum autem eſt à nobis in libello *de myſteriis æternitatis*, motus planetarum omnes eſſe in proportione irrationali, quare nunquam idem bis eueniet, vnde Platonis opinio de anno Magno deſtruitur. Verum ſimilitudinem magna fore poſt ductos annos nihil repugnat, hiſque præceſſerunt.

Atque iterum ad Troiam magnus mittetur achilles.

Ponamus quinto quod ſint tria mobilia, A. B. C. quorum A moueatur perficiendo circulationem in ℞.5. & ſit Saturnus, & B, in ℞.4. & ſit Iupiter, & C, in ℞.3. & ſit Mars & ſint nunc iuncti in initio Arietis in puncto A. dico quod vſque in æternum non amplius coniungentur in puncto A. nec in alio puncto, nam de puncto A clarum eſt cum nec duo ex ipſis per vigeſimam quæſtionem de aliis autem punctis ita demonſtratur, ponamus igitur quod in puncto C, aliquando iungantur vt pote in 10000. annis, cum igitur Saturnus perficiat reuolutionem ſuam in ℞.5. Iupiter in ℞.4. & Mars in ℞.3. igitur Saturnus perfecit ℞. 2000000. & Iupiter 2500. & Mars ℞. 33333333 $\frac{1}{3}$, reuolutionum ſed partes hæ ſunt incommenſurabiles, igitur abiectis reuolutionibus integris quæ neceſſario ſunt commenſurabiles, remanebit ſuperfluo in commenſurabile, quare ſi Saturnus fuit in C. cum Ioue, non erit ibi Mars, & ſi fuerit ibi Mars, non erit Iupiter, igitur poſitá etiam æternitate mundi, nunquam in præterito vel futuro erunt centra trium Planetarum ſimul, nedum plurium præterquam ſemel, nec coniunctio quæ fuit Solis cum Luna vſque in æternum amplius eueniet, ibidem, aut ab æterno vnquam euenit in eodem loco.

25 Suppoſita magnitudine terræ vt ſit ſecundum Ptolomæum 180000. ſtadiorum ſiue 22500. milliaria vt in expoſitionibus Geographiæ Ptolomæi declaruimus volo ſcire quantum ponderaret tota terra cum aqua ſi eſſet in ſtatera hic oportet ſupponere tria, primum quãtum ſpatium continet milliare. Secundum pondus vnius cubiti terræ mixtæ cum aqua, Tertium vniformitatem corporis hoc facto reſolue terræ ſphæram in milliaria corporea hoc modo, nam cum circunferentia circuli ſit 22500. milliaria igitur per capitulum ſexageſimum quartum erit diameter milliaria 7159. igitur circonferentia terræ cum fiat ducta diametro in circulum maiorem, ducto 7159. in 22500. fiet circunferentia terræ milliaria quadrata 161077500. quare per vigeſimam ſextam regulam 64. capituli ducemus ſuperficiem in ſextam diamentri partem, & habebimus glebam terræ milliaria quadrata ideſt longa lata & profunda 192165457500. & quia vnum milliare continet 1000. in longitudine latitudine & profonditate continebit igitur milliare vnum paſſus quadratos 1000000000. quare ducemus ſi in globum terræ, eritque globus terræ paſſus quadrati 192165457500000000000. habito igitur pondere vnius paſſus terræ, ex mediocri vniformitate ſuppoſita, Multiplicando per ſupraſcriptum numerum habebis quot libras ponderat mare, cum terra, non quidem omnino præciſè cum adſint montes & reliqua, ſed ita quod non accidet error ex 10000. partibus in vna.

Quæritur cur in principio creauit deus coelum & terram & hominem in ſexta Die quieſcens in ſeptima, hic quinque maxima myſteria continetur. 26

Primum quantum actus creationis erat infinitus in vnitate deſignatus eſt ob hoc omnia ſimul creauit, nam infinito, & Deo, nihil eſt ſimilius vnitate, excepto quod vnitas eſt potentia paſſiua infinita, deus autem actu infinitus, in reliquis nihil eſt ſimilius vt nec nix niui, propterea in vnitate eſt, in vnitate creauit, vt cum perfectorum perfectiſſima ſit, omnem creaturam non tantum creando excederet ſed & in modo creandi excellentiam Creatoris oſtenderet.

Porrò creauit duo ſimul cælum & terram dualitatis perfectionem oſtendens, quæ in creatis eſt, mortale terram, immortale cælum, fixam terram, volubile cælum, Maſculum cælum, fæminam terram, ſpiritum cælum, opacum terram Deorum cælum ſedem, hominum terram, ſupremum coelum, infimã terram, vides vt primo verbo infinitatis myſterium oſtendit in Creatore, ita ſecundo ſumma perfectione rei creatæ complexus eſt: agens ac patiens controuerſiamque ſequæſtren oſtendens, ac in extremorum virtute etiam cuncta intermedia complexus eſt hoc ſecundum myſterium fuit.

Tertium quantum in ſex diebus cuncta diſpoſuit, nam Senarij perfectionem in ordine oſtendit, hic enim primus eſt ab vnitate perfectus, vbi enim ordo erat impoſſibile etiam fuit ipſi Deo numerum abeſſe: nanque ordo plurium rerum eſt, quæ autem plura ſunt numerum habent, ex ipſis igitur numeris perfectiſſimus amplexandus fuit Senarius, cumque liceret cuncta ſimul ordinare magis quam creare, opificis enim finiti ordinatio eſt, creatio infiniti, oſtendit per ipſum quidem licere infinitum eſſe, at ex rebus ipſis minimè concedi, vt ſummam aſſequerentur perfectionem quæ eſt vnitas, ſed ipſas ad ſecundum locum declinaſſe perfectionis quæ in Senario conſtituta eſt, vt igitur perfecto nihil deeſt, ita neque ordinationi aut rebus ordinatis quidquam melius aut addi tanquam diminuto, aut minui tanquam à ſuperabundante poteſt, non quidem opificis poteſtate terminata, ſed ipsâ rerum ſerie ſibi terminos præcribente, & fuit ac ſi dixiſſet per ſenarium illum eorum quæ creata ſunt ordo melior ac diſpoſitio aſſignari non potuit, aut eſſe, propterea pluries addidit quod vidit Deus ea eſſe valde, bona.

Sexta

Sexta autem die hominem creauit quid hoc est aliud, quam vt ostenderet omnium creatorum summam perfectionem in homine esse, at longè cælo anteponendum, nam extremum artificis opus consummatio est,& in ipsa sextæ diei præfiguratione cuncta propter ipsum creata ostendit,aut igitur Angelos multo prius creatos fuisse necesse est, aut Angelicam naturam etiam homanâ infreriorem, quantum diuinæ capax erat, vnde & Deos homines nuncupari, Angelos nequaquam Scriptura Sacra sæpius recipit, hoc igitur quartum mysterium est.

Septima autem die requieuit, quintum insinuat mysterium in Lege enim quies est quæ septenario ostenditur, nec extra perfectionem aliquid constitui aut potest aut debet, vnde sabbatum designatur atque quod in creatoris officio infinitas limites non recipit, eum ordinatoris vice fungitur, non ex sui potestate sed ex infirmitate creatarum rerum modum sibi statuit ita vt Deo cuncta, homini non omnia licebant, coartata enim infinita vis rei creatæ legibus septa videtur. Deo enim licet ex lapidibus homine perfectius creare, lapidem autem homine perfectiorem creare non potest:non quia omnipotentia eius tollatur, sed quia iam supposita lege ipsarum rerum omnipotentia ab ipsomet det Deo coartatur.

Hæc quidem ad tertium librum de morte pertinebant, atque ibidem sunt luculenter explicata, hîc verò tantum vt ostederemus quod in principio Præfati sumus Testamenti veteris sacramenta numerorum mysteriis esse referta.

27 A perside defferuntur Margaritæ ad Damascum, Sultanus posuit in qualibet ciuitate quæ erat inter Persidem & Damascum vectigal vnius vnciæ defferentibus Margaritas siue paucas siue multas,& fuerunt ciuitates 12. à Perside ad Damascum,& 12.vectigalia computato vectigali Damasci, Post certum tempus cum fuisset simultas inter Sultanum & regem Persarum, volens tacitè Sultanus prohibere ne mercatores ex Perside defferrent Margaritas, constituit ne quis puls,10.vnciis Margaritarum in vna vice sub pena capitali ex loco ad locum defferret,existimans hoc cum 12. vnciæ pro vectigalibus sint persoluendæ, non potenti defferre nisi vncias 10. plus soluendum erit in vectigalibus quam sit tota merces empta,ex qua lege ita viluerunt Margaritæ vt 100 libræ 10. aureis in perside distraherentur.qua de causa cum quidam 100. libras emisset 10.aureis, volens vitare periculum capitis & legem Sultani seruare, cum ex lege Damasci maximo essent in pretio Margaritæ quæritur an vllo ingenio posset aliqua particula reseruari.

Respondeo quod sic hoc modo libræ 100. sunt 1200. vnciæ, & quia non possunt defferri nisi vnciæ 10.pro vice, igitur in 120 vicibus defferentur ad primum vectigal,& remanebunt vnciæ 1080, deinde secundo incipient defferi vnciæ 1080. ad secundum vectigal 10. pro vice, & defferentur in 108. vicibus quare solutis 108. vnciis remanebunt in secundo vectigali vnciæ 972. quæ eodem modo defferentur in 98. vicibus, & persolutis 98. vnciis, manebunt vnciæ 874. in tertio vectigali & in quarto eadem ratione erunt 786.& ita de reliquis, vt in fine superfuerint vnciæ 335. videlicet libræ 27. vnciæ 11.& persoluit vectigalibus debitum & fuit libræ 72. vncita 1. cumque

Vnciæ		
1200	Vectigalia solutio	
1080	Primum	120
972	Secundum	108
874	Tertium	98
786	Quartum	88
707	Quintum	79
636	Sextum	71
572	Septimum	64
514	Octauum	58
462	Nonum	52
415	Decimum	47
373	Vndecimum	42
335	Duodecimum damascus	38.
335	Summa	865

semper maiores Margaritas sibi seruaret, licebat enim ex lege maximam lucratus est pecuniæ quantitatem hoc volui ponere vt ingenium exercerem tuum in talibus prouidentiis nam res cum publicanis melius agitur actu quam computo.

Habui tres quantitates continue proportionales & per singulam illarum diuisi 25.& prouentus tres aggregati fuerunt tantum quantum illæ tres quantitates & similiter tantum fuit illud quod fit ex prima in secundam & producto ducto in tertiam quæruntur quantitates illæ: tunc tu scis quod illud quod fit ex prima in secundam & producto in tertiam est æquale cubo secundæ quantitatis per nonagesimam regulam quadragesimi secundi capituli, igitur cum tale productum æquetur dictis tribus quantitatibus erunt dictæ tres quantitares iunctæ cubus secundæ quantitatis & quia tamē aliqua quantitas diuiditur per tres quantitates continuè proportionales ita quod prouenientia iuncta sint æqualia diuidentibus tunc secunda ex illis quantiatibus est ℞. numeri diuidendi quadrata: per regulam non agesimam primam quadragesimi secundi capituli igitur secunda quantitas est ℞. quadrata 25. hoc est 5. & ipsa erat ℞. cuba aggregati igitur aggregatum est 125. igitur dempra secunda quantitate remanent reliquæ duæ 120.& quia ex prima in tertiam tantum fit quantum ex secunda in se per regulam 104. capituli 42. & ex secunda in se fit 25. igitur diuidemus 120. in duas partes quarum vna in aliam ducta faciat 25. eritque per capitulum 49. vna 60. p̃. ℞. 3575. alia 60. m̃. ℞. 3575. & media illarum fuit 5. & ita soluta est. Frater autem Lucas posuit eam & soluit cum maga difficultate & pluribus operationibus superfluis. 28

Diuide 10. in duas partes quarum quadrata differant in 40. tunc vna erit 1 co. alia 10. m̃. 1 co. quadrara sunt 1 ce. 29

&

& 100. p̄. 1. ce, m̄. 20.co. differentia eſt 40. igitur 1. ce. p̄. 40. æquatur 1. ce. p̄. 100. m̄. 20. co. æqua partes erunt 60. æqualia 20. co. igitur res valet 3. & reliqua pars eſt 7.igitur cum hoc ſoluatur ex quadrageſimo-octauo capitulo, manifeſtum plura poſſe ſolui per regulas ſimplices algebræ, quæ non poſſunt per cataym. vel aliter per regulam quadra 10. fit 100. ſubtrahe 40. remanent 60. diuide per duplum 10. quod eſt 20. exit 3. & hæc erit minor pars & reliqua erit 7.

30 Si quis dixerit inuenias duos numeros quorum quadrata ſint 34. iuncta & vnus in alium ductus faciat 15. ſoluitur tripliciter per 50. capitulum vno modo & per quinquageſimumprimum dupliciter, etenim per quantitatem ſurdam, & per duas quantitates.

31 Diuide 10.in duas partes quarum quadrata dempta ex 100. & 97. reſiduent duos numeros quorum R. iunctæ ſint 17. in hac quæſtione ſcias primo an ſit poſſibilis caſus hoc modo diuide 10. per æqualia fiunt 5. & 5. aufer quadrata eorum ex 100. & 97. remanent 72. & 75. quorum quadrata iuncta ſunt 17 $\frac{1}{16}$ ferè iterum quadra 10. fit 100. aufer à 100. remanet 97. alia pars cuius R. eſt fere 10. igitur 10. eſt minus quod poſſit reſiduari & 17 $\frac{1}{16}$ maius quod poſſit reſiduari, ſi igitur quæſtio diceret quod reſiduarent pluſquam 17. $\frac{1}{16}$ aut minus quam 10. vel R. 97. tunc eſſet impoſſibilis, quantum autem dicit 17. quæ eſt inter 10. & 17. $\frac{1}{16}$ ideo dico quod quæſtio eſt poſſibilis, cognita poſſibilitate diuide 10.in 5. p̄. 1. co. & 5. m̄. 1. co. tali autem diuiſione per medium ſemper vti debes in difficilibus quæſtionibus aliter peruenires ad æquationes quas difficile eſſet reducere, erunt igitur quadrata illarum partium 25. p̄. 10. co. p̄. 1. ce. & 25. m̄. 10. co. p̄. 1. ce. detrahe primum Maius à 100. remanent 75. m̄. 10. co. m̄. 1. ce. & minus à 97. remanent 72. m̄. 1. ce. p̄. 10. co. cum igitur R. horum iunctæ debeant facere 17. igitur detracta vna ex his à 17. remanebit reliqua, detraho igitur quam volo vtpotè primam à 17. remanebit 17. m̄. R. V. 75. m̄. 10. co. m̄. 1. ce. æquale R. V. 72. m̄. 1. ce. p̄. 10. co. quadra vtrumque erit 72. m̄. 1. ce. p̄. 10. co. æquale 289. p̄. 75. m̄. 10. co. m̄. 1. ce. m̄. R. V. 86700. m̄. 11560. co. m̄. 1156. ce. igitur 292. æquatur 20. co. p̄. R. V. 86700. m̄. 11560. co. m̄. 1156. ce. pone igitur R. ſeparatas erit 292. m̄. 20. co. æquale R. V. 86700. m̄. 1156. ce. quadra vtramque partem fient 85264. p̄. 400. ce. m̄. 11680. co. æqualia 86700. m̄. 11560. co. m̄. 1156. ce. quare facta æquatione fient 1436. æqualia 120. co. p̄. 1556. ce. igitur 1. ce. p̄. $\frac{30}{389}$ co. æquantur $\frac{359}{389}$ reduc ad capitulum fit $\frac{15}{389}$ p̄. R. $\frac{139876}{151321}$ valor rei R. autem dicta eſt $\frac{374}{389}$ cui additis $\frac{15}{389}$ fit $\frac{389}{389}$ quod eſt vnitas, & quia vna pars fuit 5. p̄. 1. co. & alia 5. m̄. 1. co. erit vna pars 6. alia 4. quia 1. eſt valor 1 co. vt dictum eſt.

32 Si quis dicat cenſus ductus in $\frac{3}{4}$ ſuimet producit 192. duc 192. in 4. fit 728. diuide per 3. exit 256. cuius R. eſt 16. cenſus quod proponitur, ſi autem volueris $\frac{3}{4}$ R. 256. duc $\frac{3}{4}$ in ſe fit $\frac{9}{16}$ duc $\frac{9}{16}$ in 259. fit 144. cuius R. eſt 12. & hoc eſt $\frac{3}{4}$ de 16. & hæc eſt facilior operatio quæ poſſit fieri in ſurdis, vt ſit. Exemplum cenſus in $\frac{2}{3}$ ſui produxit 10. igitur in ſe ductus producet 15. duc $\frac{2}{3}$ in ſe fit $\frac{4}{9}$. duc 15. in $\frac{4}{9}$ fit 6 $\frac{2}{3}$ cuius R. eſt $\frac{2}{3}$ R. 15. ductæque R. 15. & R. 6. $\frac{2}{3}$ inuicem faciunt 10.

Duo foſſores inuenerunt vrnam balſami vnciarum 8. & habebant duas ampulas ſecum vacuas quarum altera continebat vncias 5. altera 3. & volebant diuidere balſamum per æqualia dico implenda eſt ampula quæ continet bochalia 5. & remanebunt 3. in prima, ſecundo cum ampula 5. imple ampulam 3. & remanebunt 2. in ampula 5. vt vides, tertio adde 3. quæ continentur in ampula 5. ad 3. quæ continetur in vrna 8. 33

Vrna,	Ampula,	Ampula,
8	5	3
3	5	
3	2	3
6	2	
1	5	2
1	4	3
4	4	

& erunt 6. in vrna 8. & 2. in ampula 5. deinde transfer 2. in ampulam 3. & remanebit ampula 5. vacua, quam imple cum vrna 6. & erunt in ampula 3. vnciæ 2. in ampula 5. vnciæ 5. in vrna 8. vncia 1. imple igitur ampulam 3. cum ampula 5. & remanebunt 4. in ampula 5. & in ampula 3. erunt 3. quæ additæ ad 1. in vrna 8. remanebunt vnciæ 4. in vrna 8. & totidem in ampula 5. & ita diuiſiſti per æqualia, regula autem eſt vt procedas ſemper eodem ordine & quot volueris ſolues quæſtiones, nam ſemper à maiore vrna impletur maior ampula ab ea autem minor, à minore autem proiicitur in maiorem, nec ordo hic peruertitur.

Quidam diſceſſit à gadibus per occiden- 34
tem & fuit hoc in Kalendis Ianuarij 1517. & circuiuit terram ter, antequam reuerteretur domum, & computabat dies ſingulos exiſtens in naui, & viſum eſt ei in reuerſionis die quod foret ſeptima Maij 1526. quæritur quæ dies fuit illa in veritate in qua reuerſi ſunt multi non animaduertentes dicerent quod foret ſeptima dies Maij, cum tamen non ita ſit, nam cum ipſi proceſſerint ad curſum ſolis neceſſarium fuit vt computarent in qualibet reuolutione diem vnum minus, quam foret in rei veritate, cum igitur perfecerint reuolutiones tres igitur computauerunt 3. reuolutiones ſolis minus, cum igitur finierint hoc in ſeptima Maij erat tunc decima Maij, & ita ſicut videbatur dies reuerſionis dies Lunæ, fuit dies Iouis, & è contrario accidit circuentibus ab Orientis parte nam circuitus eorum erit in die vno minus, pro ſingula reuolutione quam ſit computum.

Quidam voluit emere 100. capita anima- 35
lium 100. aureis, Aſini vendebantur 3. porci 2. aureis, pecudes $\frac{1}{2}$ aureo, quæritur numerus cuiuſlibet ſortis.

Reducas omnia ad $\frac{1}{2}$ quia pecudes venduntur $\frac{1}{2}$ aureo deinde ſubtrahe minorem

Aſini,	Porci,	Pecudes,
3	2	$\frac{1}{2}$ 100
6	4	1. 50
$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	0.100.

terminum à reliquis & eſt $\frac{1}{2}$ remanebunt $2\frac{1}{2}$ & $1\frac{1}{2}$ deinde accipe dimidium 100. & eſt 50. detrahe ex 100. fiunt 50. integra omnia ducenda in 2. fiunt iterum 100. & 5. & 3. detrahe 5. totiens à 100. vt reſiduum numeretur à 3. vnde detraho 5. à 100. bis remanet 90. & 3. in 90. ingreditur 30. vicibus erunt igitur Aſini 2. Porci 30. Pecudes 68. & eſt reſiduum 32. ad 100.

36 Quidam deferebat vinum Domino ſuo in vaſe, & cum ſitiret bibit primâ die vrceos tres vini, deinde repoſuit tantumdem aquæ, ſecunda autem die tantumdem ebibit, & impleuit aqua, tertia iterum die tantumdem bibit & repleuit aqua, atque iterum quarta die idem contigit cum autem attuliſſet Domino vas cognouit Dominus quoniam vinum non erat ſincerum, appoſuit igitur vinum ad examen & inuenit tantum adeſſe aquæ quantum vini, quæritur quot vrceos vas continebat. Tu ſcis quod detractio fuit proportionalis & quadruplicita & quod in fine remanſit terminus minor ſubduplus maiori, pone igitur quod terminus minor ideſt vinum remanens ſit 1. igitur vas continebat 2. multiplica vnum in aliud fiunt 2. cuius ℞. eſt medius terminus, duc in primum fit 2. duc in maiorem ℞. 2. fit 8. erunt igitur

Primus,	Secundus,	Tertius,
1	℞.℞ 2	℞.2
Quartus,	Quintus,	
℞.℞.8	2	

termini vt vides, & quia differentia ex ſuppoſito ℞.℞.8. ad 2. eſt 3. igitur ℞.℞.8. p̃. 3. eſt æqualis 2. dic igitur per regulam 3. ſi 2. m̃. ℞. ℞. 8. eſſet 3. quid eſſet 2. duc 2. in 3. fit 6. diuide per 2. m̃. ℞. ℞. 8. exit per viam Reciſi 48. p̃. ℞. 1152. p̃. ℞. ℞. 2654208. p̃. ℞. ℞. 663552. diuidendum per 8. igitur vaſis continentia fuit vrcei 6. p̃. ℞. 18. p̃. ℞. ℞. 648. p̃. ℞. ℞. 162. & ſecundum propinquitatem $18\frac{427}{500}$.

37 Quod ſi dicat quæſtio quod biberat tantum ter & remanſit medietas non eſt facilior ſe difficilior pone igitur vt prius quod vaſis continentia ſit 2. cuius dimidium eſt 1, quare ex quadrageſimoſecundo capitulo regula 62. erit primus terminus 1. ſecundus ℞. cu. 4. quartus 2. vt vides, & quia in continuæ proportionalibus terminis proportio quarti ad ſecundum eſt veluti differentiæ, quarti

Primus,	Secundus,	Tertius,	Quartus,
1	℞.cu. 2.	℞.cu.4.	2.

ad tertium ad differentiam ſecundi ad primum ducemus 3. differentiam quarti ad tertium in ℞. cu. 2. & fiet ℞. cu. 54. quam diuidemus per 2. exibit ℞. cu. $6.\frac{3}{4}$ & tanta eſt differentia inter ſecundum & primum terminum: & ſimiliter quia proportio quarti ad tertium eſt veluti exceſſus quarti ſupra tertium ad exceſſum tertij ſupra ſecundum ducemus 3. exceſſum quarti ſupra tertium, in ℞. cu. 4. & fiet ℞. cu. 108. quam diuidemus per 2. & exibit ℞. cu. $13.\frac{1}{2}$ igitur differentiæ tres ſunt 3. & ℞. cu. $13\frac{1}{2}$ & ℞. cu. $6\frac{3}{4}$ & quia hæ differentiæ ſunt exceſſus quarti termini ſupra primum, & quia quartus terminus eſt duplus primo expoſito, erit differentia prædicta dimidium continentiæ vaſis igitur vas continebit duplum differentiæ quod eſt vrcei 6. p̃. ℞. cu. 108. p̃. ℞. cu. 54. poterat & aliter ſolui ſed longe difficilius vt experienti patet.

Inuenias numerum quadratum cui additus 6. & diminutus faciat quadratum. Quære in congruentibus an ſit aliquis numerus qui per 6. diuiſus ſit quadratus quod ſi non inueneris quæſtio eſt impoſſibilis, ſi inueniatur vt 24. qui diuiſus per 6. producit 4. quadratum de 2. quære igitur tunc congruum de 24. & eſt 25. diuide per exiens quod fuit 4. exit $6\frac{1}{4}$ quæſitus eſt enim quadratus de $2\frac{1}{2}$. & additis 6. fit $12.\frac{1}{4}$. quadratus de $3\frac{1}{2}$. & detractis 6. remanent $\frac{1}{4}$ quadratum de $\frac{1}{2}$. 38

Inuenias numerum quadratum à quo detractis 4. radicibus remaneat quadratus. Inuenias ex quadrageſimoſecundo capitulo numerum congruentem quemvis, puta 24. quem diuide per 4. numerum radicum detrahendarum propoſitum, exit 6. per hunc diuide congruentem de 24. eſtque 25. exit $4\frac{1}{6}$. hunc quadra fit $17\frac{13}{36}$. & hic eſt numerus propoſitus, eſt enim quadratus & ab eo detractis 4. radicibus remanent $\frac{25}{36}$ & hic eſt quadratus de $\frac{5}{6}$, vt propoſitum fuit. 39

Inuenias numerum cui additus 8. & detractus 8. maneat quadratus, duc 8. in ſe fit 64. adde 4. pro regula ideſt ſemper fit 68. diuide per 4. ſemper exit 17. numerus quæſitus nam additis 8. fit 25. quadratus de 5. & demptis 8. remanet 9. quadratus de 3. & ſimiliter ſi dixiſſet additis 3. & ablatis remaneat quadratus, duc 3. in ſe fit 9. adde 4. fit 13. diuide per 4. exit $3\frac{1}{4}$. numerus quæſitus, nam addito 3. ſit $6\frac{1}{4}$. & diminutio fit $\frac{1}{4}$. 40

Inuenias numerum cui additus 10. fiat quadratus, & diminutis 7. fiat quadratus, iunge 10. & 7. fit 17. adde 1. pro regula fit 18. dimidium cape quod eſt 9. duc in ſe fit 81. detrahe 10. iungendum remanent 71. & hic eſt quæſitus numerus, nam additis 10. fit 81. quadratum, & diminutis 7. fit 64. quadratum. 41

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta faciant quadratum capies quadratum imparem veluti 25. à quo aufer vnitatem, & reſidui accipe dimidium quod eſt 12. & hic numerus cum ℞. 25. & eſt 5. eſt vt proponitur, & ſi aſſumpſiſſem 9. dimidium eſſet 4. & ℞. 3. quorum quadrata iuncta ſunt 25. quadratum de 5. 42

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta ſit 22. & non ſint 4. & 3. quære ex præcedente duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint quadratum, & ſint gratia Exempli 8. & 15. duc ambos in ℞. 25. & eſt 5. fiunt 40. & 75. diuide 43

per

per ℞. aggregati quadratorum 15.& 8. & eſt 17. exit $\frac{1}{1}$ 2 & 4 $\frac{7}{17}$ horum igitur quadrata iuncta faciunt 25.

44 Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta faciant 13. & non ſint 2. & 3. hæc differt à præcedente quantum 25. erat quadratus, & 13. non eſt quadratus, ideo ſoluitur aliter quam præcedens inuenias igitur duos numeros per quadrageſimam quartam quæſtionem quorum quadrata iuncta faciant quadratum, & ſint 4. & 3. quorum quadrata iuncta ſunt 25. quadratum de 5. diſpone igitur hos duos cum duobus primus vt vides, multiplicando duos primos inuicem, & duos ſecundos 2. in 3. facit 6. & 3. in 4. facit 12. ſubtrahe vnum ab alio remanent 6. Et ſimiliter multiplica eos in crucem & fiunt vt vides 8. & 9. quos iunge ſimul fiunt 17. habes igitur duos numeros 6. prouenientem ex detractione multiplicationis directæ & 17. ex aggregatione multiplicationis in cruce, quorum vtrunque ſeorſum diuides per 5. radicem aggregati quadratorum de 4. & 3. & exibit 1 $\frac{1}{5}$. & 3 $\frac{2}{5}$. & hi ſunt numeri quæſiti nam quadratum de 1 $\frac{1}{5}$ eſt $\frac{36}{25}$. & quadratum de 3 $\frac{2}{5}$ $\frac{289}{25}$ quæ iuncta faciunt $\frac{325}{25}$: quod eſt 13. vt propoſitum eſt & hæ 7. quæſtiones ſunt Leonardi Piſaurenſis viri clari.

2 — 3 — 6
3 — 4 — 12
6

2   3 — 9
X
3   4 — 9

45 Dixit Vitruuius *libro nono* Hieronem Siracuſanorum Tyrannum, vouiſſe coronam Deo quam ingenti mole ex puro auro & diligentiſſimo artificio fabricandam aurifici locauit, eamque factam Deo obtulit, cumque iam obtuliſſet intellexit pro auro magna ex parte argentum eſſe ſuppoſitum, indignatus curam Archimedi mandat vt non ſoluta corona neque enim tum ob artificium, tum ob dedicationem licebat, curaret cognoſcere quantum argenti loco auri aurifex iniunxiſſet: cunque multos iam dies fruſtra Archimedes hos quæreret: caſu euenit vt in balneum intranti hoc intelligeret nam tantum excutiebatur aquæ à labris balnei, quanta fuit moles corporis Archimedis, vnde nudus è balneo exultans domum reuertebatur neſcio an ob amorem veritatis potius laudandus quam ob importunam & impudicam nuditatem vituperandus: igitur cum duas ſphæras ponderis coronæ alteram ex auro, alteram ex argento fabricaſſet vtraque impoſita vaſi à labris aqua pleno pondus aquæ examinauit demum etiam impleto vaſe coronaque impoſita intellexit quantum argenti atque auri haberet.

Sit igitur exempli gatia corona ponderis librarum 120. Aurea pila librarum 120. argentea etiam totidem, videlicet librarum 120. & ponamus gratia exempli quod ex eodem vaſe pleno aqua impoſita aurea pila excutiantur libræ 40. impoſita corona excutiantur aquæ libræ 47. impoſito argento excutiantur libræ 60. volo ſcire quantum argenti continet corona diuide 40. per 120. exit $\frac{1}{3}$. & ſimiliter diuide 60 per 120. exit $\frac{1}{2}$ deinde pone quod fuerit in corona 1 co. argenti igitur erit reſiduum aurum idem libræ 120. m̃. 1 co. mltiplica 1 co. in $\frac{1}{2}$ fit $\frac{1}{2}$ co. multiplica libras 120. m̃.

Aurum	40	$\frac{1}{3}$	120. m̃. 1 co.
Corona 120	47		40. m̃. $\frac{1}{3}$ co.
Argentum	60	$\frac{1}{2}$	1 co.
			$\frac{1}{2}$ co.

1 co. in $\frac{1}{2}$ fiunt libræ 40. m̃. $\frac{1}{3}$ co. iunge ſimul fiunt libræ 40. m̃. $\frac{1}{3}$ co. p̃. $\frac{1}{2}$ co. quod eſt libræ 40. p̃. $\frac{1}{6}$ co. & hoc æquatur liqui 47. videlicet aquæ coronæ igitur ſubtraho 40. ex 47. remanebunt libræ 7. æquales $\frac{1}{6}$ co. igitur 1 co. valebit 42 & quia poſitum fuit quod ad eſſet 1 co. argenti igitur faber ſuppoſuit argenti libras 42. & tantumdem auri ſubripui, & reliquum fuit aurum videlicet libræ 78. cuius probatio eſt nam pro omnibus 3. libris auri, excluditur lib. 1. aquæ, igitur pro 78. libris auri excluduntur libræ 26. quod eſt tertia pars, & pro omnibus duabus libris argenti, excluditur libra aquæ. Igitur pro 42. libris argenti excluduntur libræ 21. aquæ, quæ iunctæ ad 26. faciunt 47. cum igitur tantundem excludatur corona, ſequitur vt corona contineat lib. 78. auri, & 42. argenti, & ita in omnibus caſibus inuenies hoc modo veritatem. Poteſt etiam fieri per poſitionem falſam ſed non tam faciliter. Poſſumus etiam facere hoc accipiendo Sphæras auri & argenti longe minores ipſa corona. Non enim eſt neceſſarium eas accipere æquales coronæ, ſed bene inter ſe exemplum ſit corona librarum 100. facio duas ſphærulas alteram argenteam alteram auream ponderis vnciarum vtpote 36. & ponamus quod ab aurea excludantur vnciæ 10. & ab argentea 13. aquæ & à corona lib. 32. diuidemus igitur vt prius 10. per 26. & exit $\frac{10}{30}$ & ſimiliter 13 per 36. exit $\frac{13}{36}$. & pono quod fuerit 1 co. argenti in corona igitur aurum fuit libræ 100. m̃. 1 co. multiplico 1 co. in $\frac{13}{36}$ fit $\frac{13}{36}$ co. multiplico 100. m̃. 1 co. in $\frac{10}{36}$ fit 27 $\frac{7}{9}$ m̃. $\frac{10}{36}$ co. iũgo fiũt 27 $\frac{7}{9}$ p̃. $\frac{1}{12}$ & hoc æquatur 32. igitur libræ 4 $\frac{2}{9}$ æquantur $\frac{1}{12}$ co. igitur res valet libras 50 $\frac{2}{3}$ quod eſt vnc. 8. & tantum in eſt argenti aurum autem eſt reſiduum, videlicet lib. 49. vñz. 4. & ita ſemper poteris ſcire in torquibus & anulis quantum auri ſit defraudatum.

Aurum	36. vñz.	10	$\frac{10}{26}$	lib. 100.
Corona	100 lib.	32		m̃. 1 co.
Argentum	36 vñz.	13	$\frac{13}{36}$	1 co.

1 co.	100. m̃. 1 co.
$\frac{13}{36}$	$\frac{10}{36}$
$\frac{13}{36}$ co.	27 $\frac{7}{9}$ m̃. $\frac{10}{36}$ co.

Quidam fundit autum perfectionis 64
d. 20. ponderis vñs. 10. & aurum aliud perfectionis d. 21. & aliud perfectionis d. 16. & facta fuit maſſa vnciarum 80 perfectionis d. 18. quæritur quantum fuit aurum perfectionis d. 16. & d. 21

Nota quod in ſimilibus debes detrahere aurum cognitum ex cognito, videlicet vn-

cias 10. perfectionis d. 20. ex vn͂z. 80. perfectionis d. 18. & remanebunt vn͂z. 70. per-

10 —— 80
70
20. 4 — 18. 6
200 40 — 1440 480
200 40
1240 — 1240 440
440
1680 — 10560 | 6 $\frac{2}{7}$
440 — 1680 |
24 — 24
10560 — 6 $\frac{2}{7}$
17 $\frac{5}{7}$ 70
1 co. — 70. m̃. 1 co.
21 d. — 16 d.
21 co.d. — 1120 d.m̃.16 co.d.
70 — 21 co.d.
17 $\frac{5}{7}$ d. — 1120.d.p̃.5 co.d.
1240 d. — 1240.
1 co.vn͂z. — 120.d.æqualia 5 co.d.
Valet 24.vn͂z. | $\frac{5}{24}$ d.valor 1 co.d.

fectionis d. 17. $\frac{5}{7}$ in duas partes vna ſit perfectionis d. 21. alia 16. & erit vna pars 1 co. alia 70.m̃. 1 co. multiplica. In ſuas perfectiones vt vides fiunt partes 21 co. d. & 1120.d.m̃. 16 co. d. iunge fiunt 1120. d. p̃. 5 co. d. æqualia 70. ductis in ſuam perfectionem, quæ fuit d. 17 $\frac{5}{7}$ & fient 1240. d. æquales 1120.d.p̃. 5. co. d. igitur detrahendo remanebunt 120. d. æqualia 5 co. d. igitur 1 co.d. valet 24.d. igitur 1 co. vn͂z.valuit 24. vn͂z. & nos poſuimus 1 co.vn͂z.eſſe perfectionis 21. d. igitur fuerunt vn͂z. 24. perfectionis d. 21. & vn͂z. 46. quod eſt reſiduum de 70. perfectionis d. 16. & ita ſoluta eſt.

Vel aliter & longe breuius & facilius per modum ſecundæ regulæ 41. capituli ſubtrahe vnam perfectionem ex altera & ex parte 21. remanent 1 $\frac{5}{7}$ & ex parte 16. remanebit 3 $\frac{2}{7}$. iunge ſimul fiunt 5. dic igitur per regulam 3. ſi 5. producit 70. quid producent 1 $\frac{5}{7}$ & 3 $\frac{2}{7}$. & inueniens quod 1 $\frac{5}{7}$ producet 24. & 3 $\frac{2}{7}$ producet 46. vt prius.

21 — 70 — 16
1 $\frac{5}{7}$ — 17 $\frac{5}{7}$ — 3 $\frac{2}{7}$
3 $\frac{2}{7}$
1 $\frac{5}{7}$

5. — 70 — 1 $\frac{5}{7}$ 120.24.
3 $\frac{2}{7}$ 230.46.

Floreni 10. valent Scutos 6. & lib. 1. duo inierunt ſocietatem primus poſuit Florenos 200. & ſecundus Scutos 100. contingit primo lucrum Florenorum 24. pluſquam ſecundo perfectâ ſocietate, quæruntur valor Scuti & Floreni ac lucrum.

Pone quod Florenus valeat lib. 3. aſſes 2. igitur Floreni 10. valent lib. 31. & aueri 6. expoſito valent lib. 1. m̃. igitur valent libras

Aurei 100. — Floreni 200.
lib. 500. — lib. 620.
lib. 74. v. 8.
500. — 1 co. 620. — 74 $\frac{2}{5}$ p̃. 1 co.
620
1 co.
620 co.
500. æqualia 74 $\frac{2}{5}$ p̃. 1 co.
1 $\frac{6}{25}$ co. æquantur 74 $\frac{2}{5}$
6 co. æquantur 1860.
6
Valor rei. — lib. 310.

30. igitur ſcutum valet lib. 5. igitur Floreni 2000. valent lib. 620. & auræi 100. valent libras 500. lucrum plus erit lib. 74. aſſes 8. Adde igitur ad libras 74. aſſes 8. quantitatem quæ ſe habeat ad 500. libras veluti eadem quantitas ſe habet cum lib. 74. aſſibus 8. ad libras 620. multiplica per viam de la co. fient lucrum totum libræ 694. aſſes 8. quarum primo contingent libræ 384. ſecundo libræ 310.

Duo poſuerunt primus 300. cum perſona, 48
ſecundus 200. tantum & primo debebantur $\frac{2}{3}$ lucri, ſecundo verò $\frac{1}{3}$. venit tertius & poſuit 400. & perſonam ceſſante primo à perſona, quæruntur partes, fac ſic primus habuit duplum ſecundo igitur poſuit duplum, ſed ſecundus poſuit 200. igitur primus poſuit 400. & quia poſuit 300. in pecunia tantum igitur perſona valuit ſupplementum, de 400. & eſt 1000. in ſecunda igitur ſocietate primus poſuit 300. ſecundus 200. tertius 400. & perſonam quæ valet 100. iunge fiunt

Primus	Secundus	Tertius
300	200	400. & perſonam

1000. dic igitur ſi 1000. capitale producit lucrum puta 10. quid eueniet primo ſecundo & tertio & euenient primo $\frac{3}{10}$ ſecundo $\frac{1}{5}$. tertio $\frac{1}{2}$. nam tales partes ſunt 300. 200. & 500. de 1000.

Hæc ratio ita communiter ſoluitur & eſt in vſu, verum non eſt totaliter vera nam perſona non debet æqualiter æſtimari in modica & magna ſumma nam in magna ſumma plus laboris, plus diligentiæ, plus impenſæ, plus etiam periculi ſemper requiritur, poteſt igitur hæc ſolui hoc modo. In prima conuentione debebantur primo $\frac{2}{3}$ ſecundo $\frac{1}{3}$ igitur primus poſuit 400. & ſecundus 200. & quia primus poſuit 300. in pecunia igitur perſona æſtimat 100. iunge omnia fiunt 600. igitur perſona eſt $\frac{1}{6}$ ſocietatis, & ſimiliter in ſecunda ſocietate erit $\frac{1}{6}$ ſocietatis, ſiue $\frac{1}{5}$ pecuniarum poſitarum: pecuniæ poſitæ fuerunt 900. igitur perſona debet extimari 180. adde ad 900. fiunt 1080. igitur primo debebuntur $\frac{5}{18}$.

300 — 200 — 580
1080

ſecundo $\frac{5}{27}$. tertio $\frac{29}{54}$. queſtio igitur debet ſolui 2. modo aliter eſſet & falſiſſima & iniuſtiſſima.

Duo

49 Duo ineunt societatem ita vt primo debeatur $\frac{1}{4}$ p̃.5.& secundo $\frac{1}{3}$ p̃.7 lucrati sunt 100. quæruntur partes iunge $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{3}$ fiunt $\frac{7}{12}$ iunge 7.& 5.fiunt 12.detrahe 12.à 100. remanent 88.dic igitur si $\frac{7}{12}$ dat 88.quid dabunt $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{3}$, & inuenies quod primo debebuntur ex illis 88. $37\frac{5}{7}$. & secundo $50\frac{2}{7}$. adde primo. 5 & secundo. 7 euenient $42\frac{5}{7}$. secundo autem $57\frac{2}{7}$. & similiter facies si diceret primo debetur $\frac{1}{3}$ p̃.5. & secundo $\frac{1}{2}$ p̃.7.nam detractis 12.ex 100.remanent 88. iunge $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{2}$ fiunt $\frac{5}{6}$. diuide 88. per 5. exit $17\frac{3}{5}$ igitur primo euenient additis 5.in totum $40\frac{1}{5}$. & secundo in totum 7. additis, $59\frac{4}{5}$.

50 Si autem dicat posuit vnus nostrum $\frac{1}{2}$ p̃.5.& alius $\frac{1}{3}$ p̃.7.& lucrati sumus 100.quæ erit pars vnius cuiusque nostrũ. Tunc adde denominatores $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ fiunt 5. adde 1.pro regula fiunt 6.multiplica in 12.quod est coniunctũ 5.& 7.fiunt 72. cape huius $\frac{1}{2}$ p̃. 5. & est 41. & $\frac{1}{3}$ 7.fit 31. qui iuncti faciunt 72. deinde dic si 72.producit 41.& 31.quid producet 100. per regulam trium operare & inuenies quod primus habebit $56\frac{17}{18}$. & secundus $43\frac{1}{18}$. Vnde differentia à primo est fere 3. ideo animaduerte modum proponendi, in hac enim & quinquagesimasecunda quæstione, omnes Arithmetici nutant, & nota quod hæc opinio probatur per la co.

51 Duo posuerunt in societatem primus Ducatos 120. secundus 240.& primus detraxit ex societate inter tempus & pecunias Ducatos 240. secundus autem Ducatos 180. quæritur residuum quomodo debeat diuidi, & hæc quæstio accidit in effectu.

Nota quod aliqui stolidi Arithmetici ita

120	240	57600
	X	
240	180	21600

soluunt multiplicando vt vides in crucem primo eueniunt 21600. secundo autem 57600. & ita primo $\frac{3}{11}$ secundo $\frac{8}{11}$. totius summæ. Et hic modus est maximi erroris, ita vt posset adducere errorem 1000.aureorum, & hoc accidit ex temeritate eorum qui audent impossibiles quæstiones dissoluere. Vnde dico & benè nota quod si non addatur lucrum factum aut illud quod remanet diuidendum nunquam poterit benè solui nec per co. nec per aliam viam.

Ponamus igitur quod lucrum remanens diuidendum sit aurei 500. iunge omnia simul vt vides

Primus	120	240
Secundus	240	180
	360	500
		920

videlicet capitalia per se & sunt 360. & lucra per se, & sunt 920. deinde dic si 360. lucratur 920. quid lucrabitur 120. & 240. & inuenies quod primo contingent $306\frac{2}{3}$, & secundo $613\frac{1}{3}$. quare cum primus iam abstulerit 240. remanebunt ei dandi $66\frac{2}{3}$. secundus autem cum habuerit 180.remanebunt ei dandi $433\frac{1}{3}$ & ita vides quod secundo longè plus debetur respectu primi quam in prima computatione, videlicet plus $\frac{8}{11}$ respectu $\frac{3}{11}$. Si vero ponatur lucrum ignotum respectu capitalis sic facies ponendo vt prius 1 co.loco 100. aureorum, iunge fiet capitale 360. & lucrum 420.p̃.1 co. igitur primus posuit $\frac{1}{3}$.& secundus $\frac{2}{3}$ quare dabis primo $\frac{1}{3}$ de 420. p̃.1 co. & erit 140. p̃. $\frac{1}{3}$ co. & secundo $\frac{2}{3}$ & erit 280. p̃. $\frac{2}{3}$ co. quare cum primus subtraxerit iam 240. &

Primus	120	240
Secundus	240	186
		1 co.
	360	220 p̃.1 co
Primo		140 p̃. $\frac{1}{3}$ co.
Secundo		280 p̃. $\frac{2}{3}$ co.
Primo		$\frac{1}{3}$ co. m̃.100.
Secundo		$\frac{2}{3}$ co.p̃.100.

secundus 180. remanebunt primo $\frac{1}{3}$ co. m̃. 100. & secundo $\frac{2}{3}$ co.p̃. 100. quare habebis idem nam si lucrum fuit 500. ducatorum cape $\frac{1}{3}$ & est $166\frac{2}{3}$. subtrahe 100. remanent $66\frac{2}{3}$.& similiter secundo dabis $\frac{2}{3}$ co.igitur $\frac{2}{3}$ de 500. & est $333\frac{1}{3}$.adde 100. fient $433\frac{1}{3}$. vt prius non tamen potest solutio hoc modo distingui nisi cognito lucro vt prius.

Quidam dedit libras 100. ad caput anni 52
ad 10. pro 100. pro 6. mensibus quæritur quantum debet recipere in dictis 6. mensibus, animaduerte quod Frater Lucas posuit duos modos soluendi hanc quæstionem, vnum mercantilem in dis, nona. T. quinto C.primo alium autem verum & ex algebra in capitulo tertio quæstione decimasexta & cum essent ambo necessarij deffecit tantum in hoc quod non distinxit inter vtrosque, veritas enim est in modo Algebræ, sed facilitas fuit necessarita pro mercatoribus nescientibus Algebra, ego autem soluam ipsam vtroque modo vt simul intelligas differentiam operandi & etiam solutionis, primum autem modum declaraui in capitulo quinquagesimo septimo, copiose secundum autẽ in eodem capitulo quæstione quæ est in fine.

Pro primo modo soluitur sic promerere 100.pno anno vno & mensibus 6. defficientibus ad 10. pro 100. fiunt $115\frac{1}{2}$. duc 110 quod est meritum cum capitali primi ann in se fit 12100. diuide per $115\frac{1}{2}$. exit $104\frac{16}{21}$. & hic est prouentus mercantilis.

Pro secundo modo pone quod in primis 6. mensibus lucretur 1 co. igitur habebit 100.p̃.1 co.& quia in aliis sex mensibus haberet 110.ad 10.pro 100.in anno igitur 100.& 100.p̃.1 co.& 110.sunt continue proportionalia duc igitur 100. in 110.fit 1100.& hoc æquatur quadrato de 100.p̃.1 co igitur ℞.1100 est æqualis 100.p̃.1 co.veniamus ad propinquũ ℞.1100.est $104\frac{22}{25}$.differt autẽ hic prouẽtus à mercãtili qui fuit $104\frac{16}{21}$.in $\frac{62}{525}$. quibus, creditor fraudaretur. In prima ratione nam deberet recipere $104\frac{22}{25}$.& non recipit nisi $104\frac{16}{21}$. differentia est solidi 2. nummi $4\frac{12}{35}$.pro omnibus 100.libris capitalis & in

libris 10000. aurei duo quasi quare aduerte.

53 Quidam accepit à Iudæo lib. 20. ad caput anni ad 40. pro 100. & in capite 21. mensium adiuit Hebræum vt reciperet pignus qui volib. 40. quæritur an deceperit & quantum plus recepit debito couentionis.

Soluitur sic si ex 20. fecit 40. in 21. mensibus, igitur ex 1. fecit 2. & si in 21. mensibus fecit ex 1. 2. igitur in mensibus 42. faceret ex 1. 4. & in 63. mensibus ex 1. 8. & in 84. mensibus qui sunt anni 7. faciet ex 1. 16. igitur in 7. capitibus annorum faceret ex 1. 16. igitur inter 1. & 16. sunt 6. termini contiuue proportionales, quare vt dictum est sæpius cum primus sit vnitas erit secundus R. quadrata tertij & cuba quarti & R.R. quinti & R. Rel. prima sexti & R.R. cu. septimi & R. Rel. secunda octaui qui est 16. si igitur 1. in primo anno fit R. Relata secunda 16. igitur quid fiet 100. duc 100. in Rel. secundum & fit ducendo primo ad cubum, deinde ad c^m c^s, nam Rel. secundum fit ex cubo in cen. cen. fiet igitur cu. 100. ipsum 1000000. & census, census 100. ipsum 100000000. duc 100000000. in 1000000. fiet Relatum secundum de 100. ipsum 100000000000000. duc igitur hoc in 16. quod est Relatum secundum termini secundi ab vnitate fiet 1600000000000000 cuius R. Rel. secunda est prouentus de 100. in vno anno & est ferme $148\frac{5}{7}$. detractis 100. Remanet quod Iudæus accepit non ad rationem 40. pro 100. sed ad $48\frac{5}{7}$ pro 100. soluitur autem longe facilius mercantiliter, licèt non præcisius sic per modum præcedentis promerere 100. ad 40. pro 100. proueniunt in duobus annis 196. deinde promerere tres menses etiam quæ deficiunt & fient in 27. mensibus $215\frac{3}{5}$. multiplica 196. in se fit 38416. diuide per $215\frac{3}{5}$ exeunt $178\frac{98}{539}$. igitur pro libris 20. qui sunt quinta pars de 100. debuit accipere tantum lib. 35. solidos 12. d. paruos $8\frac{392}{539}$ quod igitur accepit plus facit contra debitum Animaduerte quod si velles scire mercantiliter quantum accepit pro 100. quod oportet soluere per secundam regulam kataim faciendo duas positiones veluti ad 40. pro 100. prouenit in 21. mensibus $17\frac{98}{539}$. pone modo quod acceperit ad 50. pro 100. & inuenies quod in 21. mensibus persolueret 200. vt fuit propositum, accepit igitur ad 50. pro 100. & differt à superiore vt vides in $1\frac{2}{7}$ pro 100. si igitur non euenisset 200. præcisè sed vt pote 210. dixisses per secundam regulam kataim ex 40. prouenit $178\frac{98}{539}$. ex 50. 210. nos autem volumus 200. operaberis per m̃. & p̃. vt doceris in illo capitulo, & est pulchra operatio & necessaria omni mercatori.

54 Quidam rex misit capitaneo suo generali aureos 128000. ea conditione vt 7000. equitum mercenariorum & 7000. peditum conduceret, pro omnibus autem 100. aureis quos In equites errogaret por aliis 100. conduceret 18. pedites plus quam equites veluti si conduxisset 20. equites 100. aureis - volebat vt in 38. pedites 100. alios aureos errogeret venit ad Capitaneum quidam dux belli cum 1700. peditibus & 200. equitibus: quæritur quantum stiquendij à Capitaneo promereri debet, hanc quæstionem mihi proposuit Magister Gabriel de Aratoribus.

Ego autem ita solui quia facilis solutionis est si memor es quintæ quæstionis supra positæ nam eodem modo præcise soluitur, reduces 128000. ad centena quia per centena fit solutio, & erunt 1280. centena dicas igitur diuide 1280. in duas partes quarum vna multiplicata per 1 co. & alia per 1 co. p̃. 18. producant 7000. ambæ, igitur per conuersum diuisis 7000. per 1 co. & aliis 7000. per 1 co. p̃. 18. prouenient exeuntia talia vt quod iuncta facient 1280. diuido igitur 7000. per 1 co. fit $\frac{7000}{1\ co.}$ & 7000 per 1 co. p̃. 18 fiunt $\frac{7000}{1\ co.\ piu.\ 18.}$ aggrega hos duos fractos per capitulum suum fiunt incruciando vt vides $\frac{14000\ co.\ piu.\ 126000}{ce.\ piu.\ 18\ co}$ & hoc debet esse æquale 1280. igitur multiplica vtrunque per denominatorem fient 14000 co. p̃. 126000. æqualia 1280 ce. p̃. 23040.

$$\frac{7000}{1\ co.}\quad\frac{7000}{1\ co.\ \tilde{p}.\ 18.}$$

$$\frac{co.\ 14000.\ \tilde{p}.\ 126000.}{1\ ce.\ \tilde{p}.\ 18\ co.}$$

$$\frac{1280}{1\ ce.\ \tilde{p}.\ 18\ co.}$$

1280 ce. p̃. 23040 co.
14000. co. p̃. 126000.

1280 ce. p̃. 9040 co.

126000.

co. igitur detractis 14000 co. ex 23040 co. remanent 9040 co. p̃. 1280. ce. æqualia 126000. reduco ad vnum ce. fit 1 ce. p̃. $7\frac{1}{16}$ co. æqualia $28\frac{7}{16}$. sequere capitulum, necro fiet valor rei R. L. $110\frac{929}{1024}$ m̃. $3\frac{17}{32}$. R. autem $110.\frac{929}{1024}$ est $10\frac{17}{32}$. detractis igitur $3\frac{17}{32}$. remanet valor rei 7. & tot equos habuit pro 100. aureis, & 18. pedites plus, igitur habuit pedites 25. & hahuit pro 28000. aureis pedites 7000. & pro 10000. aureis equites 7000. & pro 200. equitibus dabuntur aurei $2857\frac{1}{7}$. & pro 1700. peditibus aurei 6800. igitur in totum dabuntur duci aurei $9657\frac{1}{7}$.

Quidã disposuit oua 100. singula per rectam lineam in distantia vnius ita quod vltimus distabat à primo passibus 99. deinde collocauit cistulam distantem à primo ouo vno passu & iussit villicum quemdam colligere omnia hæc oua & reponere in cistulam ita tamen quod singulis vicibus tantum acciperet ouum vnum tantum, quæritur villicus ille quot faciet passus accipe distantiam vltimi oui à cistula & est 100. passus, adde ei 1. pro regula fit 101. multiplica 100. in 101. fit 10100. & tot passus faciat & sunt milliaria $10\frac{1}{10}$ soluitur enim ex duplicata progressione vnde multi soluentes per simplicem progressionem dicunt quod facit passus 5050. & hoc est medietas tamen & causa quod oportet duplicare progressionem est quod in singulis ouis oportet ire à cistula & reuerti

reuerti ad eam & ita duplicare iter, quod si diceret quod cistula distaret ab ouo primo tribus passibus tunc minue à 100. ouis 1. fit 99. adde 3. passus quibus cistula distat à primo ouo fiunt passus 102. terminus maior & minor est 3. & termini sunt 100. multiplica igitur 102. in 103. vt prius fiunt 10506. passus à quibus detrahe 6. pro primis duobus terminis remanebunt 10500. videlicet milliaria 10½ nam duplicata progressio de 2. facit 6.

56 Quæstio Cardancia hanc ita appellauimus quia non solum vt ferè omnes reliquæ à nobis inuenta est, sed propter magnitudinem artificij in solutione, potest etiam variari mille modis & plus in omni genere quantitatum irrationalium & ideo sub hac forma possunt proponi 1000. quæstiones quas vix soluere est possibile nisi quis sciat solutionem huius & hac soluta soluuntur omnes illæ veluti si quis dicat de binomiis aut recisis aut bimedialibus aut misceat eas inuicem manifestum est enim innumerabiles eo modo posse formari quæstiones est igitur quæsitum tale.

Quidam perambulauit primâ die certam quantitatem spatij & secunda die tanto plus proportionaliter quanto diameter est maior costa. & tertia die tanto plus quanto secunda quanto proportionaliter portio maior lineæ diuisæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema excedit minorem portionem, & quarta die in proportione ad tertiam vt in secunda ad primam & quinta die proportionaliter tanto plus quarta quanto in tertia plus secunda & ita alternatis vicibus in diebus 9. peregerit. 9. milliaria quæritur igitur quantum ambulauit die prima.

Tu scis quod in secunda die per ambulauit diametrum pone igitur numerum rationalem paruum qua sit 2. nam cum hoc etiam perueniet res ad maximos numeros, si igitur diameter est 2. latus quadrati erit ℞. 2. nam quadrato 2. fit 4. cuius medietas est 2. cuius ℞ est latus quadrati est igitur primus terminus huius proportionis ℞. 2. secundus autem 2. pro tertio quadra 2. fit 4. quadra dimidium 2. quod est 1. fit 1. adde ad 4. fit 5. igitur tertius terminus est ℞. 5. p̄. 1. qui est medietas secundi termini est enim hoc per regulam dictam in capitulo quantitatum irrationalium nam cum diuiseris 2. secundum illam proportionem exibit pro maiore portione ℞. 5. m̄. 1. igitur addita maior

Primus ℞. 2
Secundus 2
Tertius ℞. 5. p̄. 1.
Quintus ℞. 18. p̄. ℞. 10
Nonus ℞. 392. p̄. ℞. 360
Nonus 14 co. p̄. ℞. 180. ce.

portio toti facit eandem proportionem erit igitur vt dictum est primus terminus ℞. 2. secundus 2. tertius ℞. 5. p̄. 1. dices igitur si ℞. 2. fit ℞. 5. p̄. 1. quid fiet ℞. 5. p̄. 1. multiplica ℞. 5. p̄. 1. in se fit 6. p̄. ℞. 20. diuide per ℞. 2. exit ℞. 18. p̄. ℞. 10. pro quinto termino deinde dic si ℞. 2. fit ℞. 18. p̄. ℞. 10. quod fiet ℞. 18. p̄. ℞. 10. multiplicabis vt prius ℞. 18. p̄. ℞. 10. in se fit 28. p̄. ℞. 720. diuide pro ℞. 2. exit ℞. 392. p̄. ℞. 360. pro nono termino deinde fac positionem dicendo si ℞. 2. producit 1. co. quid producet ℞. 392. p̄. ℞. 360. multiplica 1 co. in ℞. 392. p̄. ℞. 360. fit ℞. 392 ce. p̄. ℞. 360 ce. diuide per ℞. 2. exit ℞. 396 ce. p̄. ℞. 180 ce. est autem ℞. 196 ce. 14 co. igitur vltimus terminus est 14 co. p̄. ℞. 180 ce. deinde ingredere cum regula vigesimaquinta vigesimiseptimi capituli quæ genaralis est in omni progressione Geometrica etiam multiplicet eam posuerim tantum in illo mon pone igitur quod primus terminus subtrahendus sit 1 co. igitur 9. m̄. 1. co. se habet ad maiorem terminum m̄. 1 co. sicut tertius & secundus terminus qui sunt 3. p̄. ℞. 5. ad tertium dempto primo & est ℞. 5. m̄. ℞. 2. p̄. 1. igitur multiplicando 9. m̄. 1. co. in ℞. 5. m̄. ℞. 2. p̄. 1. fit vt vides si igitur hoc

℞. 5. p̄. 1. m̄. ℞. 2.
5. m̄. 1. co.

℞. 405. p̄. 9. p̄. ℞. 2. ce. m̄. ℞. 162
m̄. ℞. 5. ce. m̄. 1. co.
3 co. p̄. ℞. 5. ce

2 co. p̄. ℞. 405. p̄. 9. p̄. ℞. 2. ce.
m̄. ℞. 162.

14. co. p̄. ℞. 180 ce.
3. p̄. ℞. 5.

42 co. p̄. ℞. 1620. ce.
p̄. ℞. 900. ce. p̄. ℞. 980. ce.

diuidat per 3. p̄. ℞. 5. exibit maior terminus dempto primo id est 1 co. igitur ducemus 1 co. in 3. p̄. ℞. 5. fit 3 co. p̄. ℞. 5. ce. quod additum 3 ad supradictam multiplicationem facit vt vides, igitur illud totum diuisum per 3. p̄. ℞. 5. producet 14 co. p̄. ℞. 180 ce. nam & ille fuit vltimus terminus integer cum igitur multiplicauerimus 14 co. p̄. ℞. 180. ce. in 3. p̄. ℞. 5. non diuidendo reliquum extremum fient 72 co. p̄. ℞. 1620 ce. p̄. ℞. 980. ce. æqualia 2. co. p̄. 9. p̄. ℞. 2. ce. p̄. ℞. 405. m̄. ℞. 162. igitur æquando fient 70. co. p̄ ℞. 1620 ce. p̄. ℞. 980. m̄. ℞. 2. c. æqualia 9. p̄. 405. m̄. ℞. 162. igitur per capitulum simplex algebræ diuiso 9. p̄. ℞. 405. m̄. ℞ 162. per 70. p̄. ℞. 1620. p̄. ℞. 980. m̄. ℞. 2. tanquam numerum exibit valor rei idest quantum ambulauit prima die nam suppositum est, quod prima die ambulauerit 1. co. diuidemus igitur trinomium per quadrinomium iuxta regulam quartam 21. capituli quæ est vt detrahas quadratum partis recisi hoc modo vt facias recisum in tot partibus contrarium quadrinomio in quot est simile, si enim faceres recisum solum per p̄. ℞. 2. non eueniret trinomium sed iterum quadrinomium, deinde separa partes & quadra vtramque per se & fient

Primum Rec.

70. p̄. ℞. 1620	p̄. ℞. 980. m̄. ℞. 2.
70. p̄. ℞. 1620	m̄. ℞. 980. p̄. ℞. 2.
4900. p̄. 1620	m̄. 980. m̄. 2.
p̄. ℞. 317. 52000	p̄. ℞. 7840.

5518. p̄. 31752000. p̄. ℞. 7840

partes ſimiles 70. p̄. ℞. 1620. & 70. p̄. ℞. 1620. reciſa autem, pars erit p̄. ℞. 980. m̄. ℞. 2. & m̄. ℞. 980. p̄. ℞. 2. quadra igitur vtramque partem per ſe per modum ℞. ligatæ fient igitur iunctæ hæ duæ productiones 5538. p. ℞. 31752000. p̄. ℞. 7840. cuius reciſum ponatur ℞. 31752000. p̄. ℞. 7840. m̄. 5538. multiplica vt vides per eandem fiunt vt vides quare tandem fiet productum ℞. 995742720000. p̄. 1090396. ponemus igitur reciſum huius conſiderantes vt cadat m̄. ſuper minorem terminum eſt autem ℞. minor numero nam 1090396. in ſe ductum producit plus quam 995742720000 ideo ponemus reciſum 1090396. minus radice illa provt vides in Figura inferiore &

Secundum Rec.

℞. 31752000. p. ℞. 7840 | p̄. 5538.
℞. 31752000. p̄. ℞. 7840 | m̄. 5538.

317520000. p. ℞. 7840 | m̄. 30669444.
p̄. ℞. 995742720000

℞. 995742720000. p̄. 1090396.

multiplicabis per eandem regulam, & fiet tandem diuiſor detracto m̄. producto numerus hic detractis enim vt in aliis 995742720000. ex 1188963436816. remanent 193220716816. & hic eſt diuiſor deinde habemus tria reſidua vt vides multiplicanda per 9. p̄. ℞. 405. m̄. ℞. 162. fiet igitur productum ex primo quadrinomio reſiduo in diuidendum 792. p̄. ℞. 131220. p̄. ℞. 162. p̄. ℞. 810. p̄. ℞. 158760. p̄. ℞. 1984500. m̄. ℞. 79380. m̄. ℞. 793800. m̄. ℞. 262440. nam tres aliæ radices tranſeunt in numeros & ideò detraximus 18. & 630. & addidimus 810. & facta eſt ſumma numeri 792. qui erat prius 630. totum igitur hoc conſtans

Tertium Rec.

1090396 | p̄. ℞. 995742720000
1090396 | m̄. ℞. 995742720000

1188963436816 | m̄. 995742720000
99574272000 |

193220716816. Diuiſor

ex 9. partibus multiplicabimus in reciſum quintum quod fuit ℞. 31752000. p̄. ℞. 7840. m̄. 5538. & fiet totum hoc ℞. 199168863328000. p̄. ℞. 5143824000. p. ℞. 6301184400000. p̄. ℞. 25719120000. p̄. ℞. 5040947520000. p̄. ℞. 1270080. p̄. ℞. 245662147440. p̄. ℞. 2456621474400. p̄. ℞. 1028764800. p̄. ℞. 80488888833360. p̄. ℞. 4917749760. p̄. ℞. 15558480000. m̄. 2940056. m̄. ℞. 25204737600000. m̄. ℞. 62233392000. m̄. ℞. 1982594880000. m̄. ℞. 40244444441680. m̄. ℞. 622339200 m̄. ℞. 4968449928. m̄. ℞. 24842249640. m̄. ℞. 486908092944o. m̄. ℞. 608635111618000. nam quinque radices tranſeunt in numerum ideo fiunt partes tantùm 22. è quibus vna eſt numerus cæteræ ſunt radices & ideo multiplicabimus hoc totum in reciſum tertium quod fuit 1090396. m̄. ℞. 995742720000. & ideo facta multiplicatione in 2940056. reducemus totum hoc reciſum ad radicem & fiet ℞. 1188963436816. m̄. ℞. 995742720000. proueniet illud quod diuiſum per 193220716816. producet illud quod ambulauit in prima die & eſt valor rei & quia excedit 5000. litteras facta diuiſione ideò non pono hanc vltimam multiplicationem cum ſua diuiſione.

Si verò quis aliter ſoluat eueniet æquatio 5000. numerorum quorum ſinguli pluſquam 20. litteris conſtarent impleretque totum hunc librum nec forſitan bene ſufficeret & ideò poteſt abſolute alio modo operatio impoſſibilis appellari.

Nembrot voluit ædificare turrim babel 57
vſque ad cœlum quæritur Deo non reſiſtente quomodo potuiſſet continuari vt nec cœmentum, nec lapides nec cibus deffuiſſet ædificatoribus, nam in tanta altitudine non potuiſſent cibum etiam pro ſe tantùm defferre nedum pro ædificatoribus, nam quanto plures fuiſſent portatores eo plures fuiſſent comeſtores, ponamus igitur quod quilibet homo ſufficiat portare cibũ pro 5. hominibus & vltra ex cœmento & lapidibus lib. 10. & ſingulis diebus vel aſcendendo vel deſcendendo poſſit perficere milliaria, 12. quod non parum eſſet tum ob aſſiduitatem tum ob aſcenſum tum ob obliquitatem viæ & velim ſtatuere iam turri alta 36. milliaribus quomodo poſſit augeri & perfici ſcias quod poteſt ſolui dupliciter vel per regulam vel per omnem numerum, per regulam ita ſoluitur vt non ſuperſit nec deſit aliquid in toto magiſterio nec de cibo nec de lapidibus nec de cœmento: ſi verò ſoluatur ex numero obiter poſito tunc ſupereſt aliquid nihil tamen deeſt. Ponamus igitur per regulam primo diuide 36. per dimidium milliariorum quæ poteſt homo ambulare ſingulo die & eſt 6. exit 6. deinde quia quilibet geſtat cibum pro 5. hominibus quære 6. terminos minimos in quintupla proportione & ſunt neceſſario inchoantes ab vnitate & ſunt vt vides vltimus igitur eſt 3125. & tot homines pones in pede turris deinde ſubtrahe quintam partem ex 3125. remanebunt 2500. & tot homines pones in primo ſolario turris vbi eſt alta milliaria, 6. & ibi manebunt, deinde ex 2500. auferes quintam partem & remanebunt 2000. & tot homines pones in ſecundo ſolario vbi turris eſt alta milliaria 12. & iterum à 2000. auferes quintam partem & remanebunt 1600. & tot homines pones in tertio ſolario vbi turris eſt

Altitudo Turris Milliaria 30	Iter diei Milliaria 12	Geſtatio pro cibo 5. pro cemento 2 & lapidibus lib. 10.		
6				
5				
1		1	4096	36
6		5	1024	30
		25	1280	24
		125	1600	18
		625	2000	12
		3125	2500	6
			3125	Pes tur.
			15625	

eſt alta milliaria 18. deinde à 1600. auferes quintam partem remanebunt 1280. & tot homines pones in quarto ſolario turris vbi eſt turris altitudo milliaria 24. iterum ſubtraho de 1280. partem quintam & eſt 256. remanent 1024. & tot homines ponam in quinto ſolario vbi turris eſt alta millia 30. pro vltimo autem termino vbi ſunt laboratores eſt alia ratio ſubtrahe 1. à proportione remanent 4. duc in 1024. fiunt 4096. & tot homines laborabunt in ſummitate turris quibus non deſſiciet vnquam cibus : pro cœmento multiplica 10. in 1024. penultimum terminum fient libræ 10270. & tantum in ſumma qualibet die deferetur lapidum & cœmenti.

Probatio autem huius operationis talis eſt nam primi quod ſunt in turris fundo deferunt cibaria pro 5. hominibus ſinguli & quia in vna die vadunt 6. miliaria & totidem reuertuntur igitur deferent ad primum ſolarium cibum pro 12500. hominibus ſublatâ quintâ parte quam comedunt & hoc eſt onus exiſtentium in ſecundo ſolario, nam quinta pars de 12500. eſt 2500. hi autem poſtquam comederint quintam partem referunt ad ſecundum ſolarium cibum pro hominibus 10000. & ita decreſcendo per quintam partem erit cibus diurnus in ſummitate turris 4096. quare tot homines poni poterunt perpetuò laborantes & ita cum 15625. hominibus habebis in opere continuo pro ædificatione homines 4096. & ſunt plus quarta parte & hæc regula tenet in infinitum quantumlibet aſcendendo.

4096
5120
6400
8000
10000
12500

Si verò poneres in eodem caſu altitudinem turris milliariorum 54. & homines in

8	8	54
2	10	48
3	15	42
4	20	36
5	25	30
7	35	24
6	45	18
12	60	12
16	80	6
20	100	pes turris

fundo 20. tunc detrahe quintam partem remanent 16. & tot homines pones in primo ſolario detrahe quintam partem à 16. & eſt 3 $\frac{1}{5}$ pone igitur 4. remanent 12. & tot pones in ſecundo ſolario detrahe ex 12. quintam partem remanent 2 $\frac{2}{5}$ pone 3. remanent 9. homines & tot ponentur in tertio ſolario & in quarto. 7. in quinto 5. in ſexto 4. in ſeptimo 3. in octauo 2. in vltimo vt dixi deme 1. ex proportione ſiue ex numero cibi quem quilibet deferre poteſt fiet 4. multiplica in 2. fit 8. & tot homines poterunt laborare in ſummitate turris vbi eſt altitudo 54. milliariorum proba & videbis & hæc quæſtio ſeruiet etiam regi volenti ducere exercitum in ſolitudines nam oportebit homines in certis collocare ſpatiis pro ſtationibus qui continuo vehent cibaria euntes & reuertentes ſingulis diebus fundatur autem hæc ſolutio in quadrageſimaſecunda regula quadrageſimiſecundi capituli.

Duo poſuerunt in ſocietatem primus po- 58
ſuit ducatos 50. ſecundus 30. ea conditione vt lucrum diuideretur per æqualia quid accidit prima die euenit neceſſitas vtrique & detraxerunt tantum ex ſocietate quod primus reliquit in ea tantum ducatos vigeſimo & ſecundus ſimiliter ducatos vigeſimo quæritur quæ portio vtriuſque debetur ſcias quod Frater Lucas & alij cum eo litigant de lana caprina dantes multas ſolutiones cum verbis multis & aſſertis quibuſdam probationibus ſuis.

Et pro hoc nota quod tales quæſtiones quæ non ſunt proportionate dicuntur irrationales, nam ſecundum proportionem antequam ſubtraherent, primo debebantur $\frac{5}{8}$ & ſecundo $\frac{3}{8}$ quia igitur lucrum eſt diuidendum per æqualia nec loquimur de perſona præſumitur donum in dono autem præſumitur limitatio, quia benè homo donat 10. & non donabit 100. eſt igitur ac ſi diceret dono tibi lucrum de. 10. cum igitur ponat. 20. detrahe. 10. & adde alteri habebit. 30. & primus habebit 10. & ita $\frac{3}{4}$ debebuntur ſecundo & $\frac{1}{4}$ primo pro regula igitur in talibus ſic facies ſi 80. lucratur 1. igitur 40. lucratur $\frac{1}{2}$ & quia 50. lucratur $\frac{1}{2}$ igitur 50. fit 40. & 30. fit 40. in dato tempore, detrahe igitur 10. & adde alteri ſemper & fiet vna pars 10. alia 30. & ſecundum hoc diuide lucrum, & hoc vbi lucrum ſolum ſit diuidendum & non capitale.

Si verò lucrum & capitale ſit diuidendum idem accidet quoniam habet rationem doni in omnibus igitur talibus non proportio ſed donum eſt attendendum.

Duo faciunt ſocietatem primus ponit du- 59
catos 80. & debet habere $\frac{2}{3}$ lucri ſecundus ponit 20. & debet habere $\frac{1}{3}$ lucri venit tertius & poſuit 120. quæritur ſub conditione reliquorum quantum debet accipere iam intelligis hanc quæſtionem eſſe irrationalem ideò potius iudicialem quam Arithmeticam fac vt in priori iunge 80. & 20. fiunt 100. ſi igitur 100. lucratur 1. igitur 66 $\frac{2}{3}$ capitalis lucrabitur $\frac{2}{3}$ lucri & 33 $\frac{1}{3}$ quia igitur cum 20. lucratur $\frac{1}{3}$ quod debuit lucrari cum 33 $\frac{1}{3}$ igitur habuit ſecundus à primo in vſu donum 13 $\frac{1}{3}$ & tantum donat tertius, erit igitur ac ſi primus poſuiſſet 66 $\frac{2}{3}$ & ſecun-

80	20	120
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	

dus 45 $\frac{2}{3}$ & tertius 106 $\frac{2}{3}$ & tunc diuide lucrum proportione & euenient primo ex 500. aureis lucri $\frac{10}{33}$ & ſecundo $\frac{7}{33}$ & tertio $\frac{16}{33}$ & ita primo aurei 151 $\frac{17}{33}$ ſecundo aurei 106. $\frac{2}{33}$ tertio aurei 242 $\frac{14}{33}$.

Et cauſa in hoc eſt quod ego benè dabo vſum aureorũ.100. & non 1000. & dabo vſum aureorum 10. & non 100. determinatio autem certa ſuper hoc eſt quod conueniam tecum vt ponam 100. aureos & tu 200. & lucrum diuidatur

diuidatur pro medium in capite 5. annorum deinde tu nolles stare pacto ex iure saltem teneris ponere ducatos 50. quibus conditio mea melior fiebat propositionem ducato ℞ 200. nam diuidendo pro medium est ac si posuissemus ducatos 150. Singuli igitur aurei illi 50. pro vsu transeunt in ius meum: aliter sequeretur quod dato quod ego ponerem ducatos 100. quos promisi & tu solum 50. qui transeunt in ius meum quod tu deberes habere aliquid ex lucro societatis quod est maximum inconueniens: si igitur tu nihil debes habere, igitur transierunt in ius meum, quare cum ille secundus licet ponat plus primo, non tamen plus minuit ex suo capitali quia non proportionaliter sed ex voluntate dat certam rem. Exemplum patet in patruis volentibus dirigere nepotem ad frugalem vitam per inuitationem ad mercaturam.

60 Tres fecerunt societatem primus posuit ducatos 20 secundus 23. tertius 29. ea conditione vt diuiderent lucrum per æqualia in 5. annis accidit quod societas durauit tantum annis tribus & lucrati sunt ducatos 216. quæritur quæ sit pars vniuscuiusque hæc quæstio est Ioannis Fortunati Senensis qui etiam in præcedentibus duabus quæstionibus multa dixit contra Fratrem Lucam verum nos retulimus veriorem solutionem hæc autem differt à præcedentibus quia donum est conditionatum ad annos 5. & conditio no fuit impleta dic igitur si non adesset pactum primo deberentur ducati 60. secundo 69. & tertio 87. igitur si completum fuisset pactũ cuilibet deberentur ducati 72. dic igitur pro primo si 12. quæ est differen-

Primus	Secundus	Tertius.
20	23	29
60	69	87
72	72	72
$67 \frac{1}{5}$	$70 \frac{4}{5}$	78

ex 5. quid

tia 72. & 60. fit ex 5. multiplica 3. in 12. fit 36. diuide per 5. exit 7. $\frac{1}{5}$ adde ad 60. fient 67. $\frac{1}{5}$ pro primo similiter pro secundo si 3. fit ex 5. quid fiet ex 3. duc 3. in 3. fit 9. diuide per 5. exit $\frac{4}{5}$ adde ad 69. fit $70 \frac{4}{5}$ pro secundo, similiter pro tertio si 15. fit ex 5. quid fiet ex 3. duc 3. in 15. fit 45. diuide per 5. exit 9. substrahe de 87. remanent 78. & tot debebuntur tertio, ecce qualiter hæc sua solutio concordat rationi nostræ in aliis quæstionibus & bonum fuisset ei si mansisset in ea.

61 Duo homines volebant transmutationem facere primus habebat pannum valoris lib. 8. pro brachio & volebat ponere 9. & habere $\frac{1}{3}$ in pecunia & lucrari 5. pro 100. alius habebat lanam valoris lib. 30. pro 100. quæritur quo pretio debuit appretiari lana à Domino panni vt sequerentur conditiones, capias igitur per sextam regulam quinquagesimi quinti capituli lucrum quod est 5. pro 100. & adde ad 8. capitale primi & fiet 8 $\frac{2}{5}$ nam $\frac{2}{5}$ sunt $\frac{1}{20}$ de 8. deinde quia ponit 8. valere 9. esset quantum quod valet 8. $\frac{2}{5}$ valere 9. nam $\frac{2}{5}$ iam adnumeratur capitali & quia vult tertiam partem in pecunia cape per septimam regulam eiusdem capituli $\frac{1}{3}$ de 9. est 3. detrahe ex 9. fit 6. detrahe ex 8 $\frac{2}{5}$ fit 5 $\frac{2}{5}$ igitur ex 5 $\frac{2}{5}$ primus facit 6. quid igitur faciet 30. multiplica 6. in 30. fit 180. diuide per 5. $\frac{2}{5}$ exeunt 33 $\frac{1}{3}$ & tantum debuit appretiari lana. Probatio autem est quod ponendo brachium panni in transmutatione valet lib. 9. & recipit $\frac{1}{3}$ in pecunia igitur habebit lib. 3. in pecunia & lib. 6. in lana & quia lana valet 33 $\frac{1}{3}$ pro 100. & 6. est $\frac{18}{100}$ de 33 $\frac{1}{3}$ igitur habebit lanæ libras 18. Primus igitur dedit secundo brachium panni quod valebat lib. 8. in capitali & recepit à secundo lib. 3 in pecunia & 18. libras lanæ lana autem supponitur valere lib. 3. pro 100. igitur 18. libræ valant lib. 5 $\frac{2}{5}$ recepit igitur primus à secundo in totum lib. 8. $\frac{2}{5}$ & dedit tantur lib. 8. igitur ex lib. 8. lucratur $\frac{2}{5}$ igitur ex 100. lib. lucrabitur 5. quare lucrabitur 5. pro 100. quod erat probandum, si igitur lana debuit poni 33 $\frac{1}{3}$ non potuit bene poni 34 $\frac{1}{2}$ vt dicebat Frater Lucas. Et in hoc & aliis 5. quæstionibus sequentibus consimilibus optimè reprehenditur à Ioanne Sfortunato, nam aliena inuenta nunquam mihi tribuo.

Diuide 20. in duas partes quarum vna 62
tantum faciat multiplicata pro 2. quantum alia pro 13. tunc iunge 13. & 2. faciunt 15 diuide 20. pro 15. exit $\frac{1}{3}$ multiplica 1 $\frac{1}{3}$ per 2. fi. 2 $\frac{2}{3}$ & hæc est vna pars alia est 17 $\frac{1}{3}$ & ita in aliis.

Inuenias numerum quam diuisus per 2. 63
per 3. per 4. per 5. per 6. semper supersit 1. per 7. autem nihil supersit. Nota quod vbi numerus vltimus qui est 7. fuerit numerus primus & numerus superfluus qui est 1. fuerit idem tunc quæstio habet solutionem generalem licet Ioannes Sfortunatus neget esse & in hoc errauit largè, quare igitur minimum numerum numeratum à 6.5.4.3.2. & est 60. inuenitur autem multiplicando numeros maiores qui sunt 6. & 5. & faciunt 30 deinde quia 30. numeratur ab omnibus præterquam à 4. quare maximum numerum numerantem 4. & 30. & est 2. diuide 4. per 2. exerit 2. multiplica in 30. fit. 60. minimus numerus numeratus à 2. 3. 4. 5.6. quo inuento diuide 60. per 7. exit 8. & supersunt 4. & nos volebamus vt superesset 1. & non 4. multiplica 4. in 7. fit 28. & scias quod infra 28. necessario inueniũtur duo numeri quorum alter numerabitur à 4. & alter à 7. & ille qui numerabitur à 4 exedet illum qui numerabitur à 7. in 1. & tales erunt 8. & 7. nam 8. numeratur à 4. & excedit 7. qui numeratur à 7. in 1. diuide igitur 8. per 4. exit 2. multiplica 60. per 2. exit 120. detrahe quem volebas superesse remanet 119. & hic est numerus quæsitus & hæc regula est generalissima.

Inuenias numerum qui diuisus per 2. su- 64
persint 1. diuisus per 3. supersint 2. diuisus per 4. supersint 3. diuisus per 5. supersint 4. diuisus per 6. supersint 5. diuisus per 7. super sunt o hæc quæstio etiam ab eodem ponitur non habere regulam generalem adest tamen regula generalis vbi augumentum sit vniforme & vltimus terminus qui est 7. sit numerus

numerus primus, tunc igitur vt in exemplo quære minimum numeratum à 2. 3. 4. 5. 6. & eſt 60. diuide per 7. exit 8. & ſuper ſunt 4. quære igitur numerum qui numeratus à 7. excedat alium numeratum à 4. in 1. & hic erit 21. nam numeratur à 7. & excedit 20. qui numeratur à 4 per vnitatem diuide igitur 20. per 4. erit 5. multiplica 60. per 5. fit 300. adde. 1. fit 301. & hic eſt numerus quæſitus & regula eſt generalis.

65 Quidam homo moriens reliquit filios exiſtentes peregrè & aureos neſciens quot & iuſſit cum primus reuerteretur reciperet $\frac{1}{7}$ totius & 101. plus & ſecundus $\frac{1}{7}$ reſidui & 200. plus & tertius $\frac{1}{7}$ reſidui & 300. plus & ita de aliis & cum diuiſiſſent pecunias fuerunt æquales quæruntur pecuniæ & filij, ſubtrahe numerum ſuperiorem qui eſt 1. de inferiore qui eſt 7. remanent 6. & tot ſunt filij multiplica 7. in 6. fit 42.

$\frac{1}{7}$	100
6	42
42	4200

multiplica 42. in 100. & eſt differentia fit 4200. diuide 4200. per quadratum 1. & exit 4200. eſſet & tot aurei fuerunt videlicet 4200. poteſt etiam fieri per algebra ſic pone quod habuerit 1 co. denariorum detrahe $\frac{1}{7}$ co. p̃. 100. pro primo habebit primus $\frac{1}{7}$ co. p̃. 100 & remanebunt $\frac{6}{7}$ co. m̃. 100. cuius accipe $\frac{1}{7}$ quod eſt $\frac{6}{49}$ co. m̃. 14 $\frac{2}{7}$ adde 200. habebit ſecundus $\frac{6}{49}$ co. p̃ 185. $\frac{5}{7}$ & quia habuit tantum quantum primus igitur $\frac{6}{49}$ co. p̃. 185 $\frac{5}{7}$ æquantur $\frac{1}{7}$ co. p̃. 100. detrahe igitur $\frac{6}{49}$ co. ex $\frac{1}{7}$ co. & 100. ex 185. $\frac{5}{7}$ remanebunt $\frac{1}{49}$ co. ex vna parte & 85 $\frac{5}{7}$ ex alia inuicem æqualia, quære multiplicando 85. $\frac{5}{7}$ in 49. fiunt 4200 valor rei & tot aureos habuit ex quo patet numerus filiorum.

67 Quidam homo ambulabat milliaria 30. ſingulo die iens à Mediolano verſus Neapolim alius eadem hora diſcedens ambulabat die prima milliaria 3. ſecunda 8. tertia 13. quarta 18. & ita deinceps quæritur quantum iungentur ſcias quod in talibus in quibus numerus terminorum non ſupponitur integer caderes in maximos & maniſeſtiſſimos errores ſi velles ſequi regulas datas in capitulo vigeſimo ſeptimo, nam vltimus terminus euadit imperfectus vbi termini non ſint integri, vt in exemplo propoſito ſupponitur maximus terminus inueniri, multiplicata auctione in numerum terminorum qui ſit 4. $\frac{1}{2}$ dempta vnitate per ſecundam regulam capituli vigeſimi ſeptimi fit 3. $\frac{1}{2}$ multiplico in 5. fit 17. $\frac{1}{2}$ adde 3. minimum fit 20 $\frac{1}{2}$ maximus terminus & tantum non 20 $\frac{1}{2}$ ſed 23. debuit eſſe quia augetur Arithmeticè & non proportionaliter, & ideò nec in geometricis quæſtionibus tenent regulæ quando numerus terminorum non ſit integer & ideò animaduerte quod quæſtio decima quarta huius capituli peccat niſi ſit in integris prout nos fecimus eam nam non valet ratio de cubis in fractis prout in regula vigeſima ſeptima vigeſimi ſeptimi capituli vt diximus in quæſtione decimaquarta huius capituli pro talibus igitur negotiaberis hoc modo ſubtrahe primum iter vnius quod eſt 3. ex itinere alterius quod eſt 30. fit 27. adde ad 30. fit 57. deme 3. à 57. remanent 54. diuide per 5. differentiam exit ferme 11. vide igitur quod in 11. diebus vel circiter erunt propinqui primus autem in 11. diebus ambulauit milliaria 330. ſecundus autem per ſecundam & vndecimam regulam vigeſimiſeptimi capituli ambulauit milliaria 308. detrahe 308. ex 330. remanent 22. & quia ſecundus in die decima ſecunda ambulat milliaria 58. detrahe 30. ex 58. remanent 28. diuide 22. per 28. exeunt $\frac{11}{14}$ & tot partes diei addendæ ſunt ad dies 11. integros igitur in diebus 11 $\frac{11}{14}$ iungentur & ambulabit quilibet milliaria 353 $\frac{4}{7}$ proba & inuenies.

Et ex hoc patet error Ioannis sfortunati in decimanona quæſtione itinerum ponentis quod in diebus 11 $\frac{2}{5}$ iungentur & quod vltima die ibit milliaria ſexaginta in qua quæſtione licet videre hominis ſtuporem tam magnum, vt non ſit digna viro tali quæſtio illa, imo nec minimo diſcipulo.

Quidam emit 100. aſſibus ſiue ſolidis 100. capita auium Turturum Galeritarum, Turdorum, Paſſerum, pretium Turturum fuit ſ. 3. pro ſingulis pretium Turdorum fuit duo pro aſſe, pretium galeritarum fuit 3. pro ſ. pretium Paſſerum fuit 11. pro ſolido quæritur quot fuerunt ex vnoquoque genere, ſic facito vt in trigeſima ſeptima ſed ingenioſius accipe minus pretium & eſt Paſſerum nam habentur 11. pro ſolido diuide 100. per 11. exit 9 $\frac{1}{11}$ detrahe ex 100. re-

Turtures	Turdi	Galeritæ	paſſeres
1	2	3	11
ſ. 3	ſ. 1	ſ. 1	ſ. 1
		100	
		11	
		9 $\frac{1}{11}$	
		90 $\frac{10}{11}$	
$\frac{3}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{11}$
2 $\frac{10}{11}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{8}{32}$	
192	27	16	6000
			192
192 $\frac{27}{7}$	48 3 $\frac{27}{22}$	27 $\frac{21}{6}$ 6 $\frac{2}{3}$	31 $\frac{2}{29}$
28	16	12	44
84	8	4	4

manent 90 $\frac{10}{11}$ deinde vide per viam fractorum pretia nam turtures venduntur 3 ſ. & Turdi $\frac{1}{2}$ ſ. & Galeritæ $\frac{1}{3}$ ſ. & Paſſeres $\frac{1}{11}$ ſ. detrahe minus pretium quod eſt $\frac{1}{11}$ ex ſingulis remanẽt pro turribus 2 $\frac{10}{11}$ pro Turdis $\frac{9}{22}$ pro Galeritis $\frac{8}{33}$ multiplica omnia per 66 eo quod 66. continet 33. & 22. & 11. quæ ſunt denominationes fractionum fient per turturibus 192. pro Turdis 27. pro galeritis 16. deinde multiplica 66. in reſiduum pecuniarum &. fuit 90. $\frac{10}{11}$ fit 6000. detrahe totiens 192. ex 6000. quod reſiduum poſſit diuidi per 27. & 16. vt nihil ſuperſit pro quo nota quod 16. numerat 192. nam 12. in 16. facit 192. diuide igitur

tur 6000. per 192. exit 31. & supersunt 48. diuide 192. per 27. exeunt 7. & supersunt 3. detrahe 27. ex 48. remanent 21. detrahe 21. ex 27. remanent 6. diuide 6. per 3. exeunt 2. detrahe 2. ex 31. remanent 29. cum igitur duxeris 29. in 192. & productum detraxeris à 6000. remanebit numerus minor numeratus à 27. & erit 16. nam 192. in 92. facit 5568. & 16. in 27. facit 432. qui iuncti faciunt 6000. habemus igitur 29. & 16. & quia non habemus nisi turtures & turdos & non Galeritas diuidemus vnam turturem quæ continet hoc modo 12. galeritas quia 192. continet 16. duodecies in 12. galeritas & remanebunt turtures 28. Turdi 16. vt prius galeritæ 12. quæ omnes sunt 56. aues & quia debuerunt esse 100. igitur passeres erunt 44. proba & inuenies nam 28. turtures valent s. 84. turdi 16. valent 8. galeritæ 12. valent s. 4. passeres 44. valent s. 4. summa est s. 100. vt voluimus & est regula Ioannis Sfortunati pulchra & vniuersalis.

68 Aureus valet 10. Florentinos & 7. Ambrosinos atque etiam valet 4. Flotentinos & 14 Ambrosinos venio ad campsorem & cambio & recipio 11. Florentinos 5. Ambrosinos & 5. solidos quæritur valor aurei in Florentinis & Ambrosinis & solidis per se idest quot Flornentinos valet aureus & quot Ambrosinos etiam valet aureus & ita quot solidos & ita Ambrosinus quātū valet & Florētinus fac vt vides supponendo Ambrosinos Ambrosinis Florētinos Florentinis deinde subtrahe minorem de maoire remanent 6. Florentini æquiualentes 7. Ambrosinis dic igitur per regulam 3. si aureus valet

Aureus	
Floren	Amb.
10	7
4	14
6	7

10. Forentinos & 7. Ambrosinos & 7. Ambrosini sunt 6. Florentini igitur aureus valet 16 Florentinos & tantum valuit, item si aureus valet 14. Ambrosinos & 4. Florentinos & 6. Florentini sunt 7. Ambrosini dic igitur si 6. sunt 7. quid erunt 4. & erunt 4 $\frac{2}{3}$ iunge 4 $\frac{2}{3}$ ad 14. fiunt 18. & aureus valebit 18. $\frac{2}{3}$ Ambrosinos, deinde quia dixit quod habuit 11. Florentinos & 5. Ambrosini per regulam 3. Florentini 4 $\frac{2}{7}$ adde ad 11. fient Florentini 15 $\frac{2}{7}$ igitur est ac si diceres quod aureus valet Florentinos 15 $\frac{2}{7}$ & 5. solidos & iam valebat 16. Florentinos detrahe igitur 15 $\frac{2}{7}$ de 16. remanent $\frac{5}{7}$ Florentini & hi æquiualent 5. solidis igitur Florentinus valet solidos 7. & quia 6. Florentini sunt Ambrosini 7. & Florentini 6. valent solidos 42. igitur Ambrosinus valet solidos 6. & quia aureus valet 16. Florentinos & Florentinus solidos 7. igitur aureus valebit solidos 112 & ita in reliquis omnibus aliis.

69 Quidam vendit oua & habuit tot grossos quot oua, dedit pro grosso, & cum hoc si vendidisset 2. minus pro grosso habuisset grossos 4 $\frac{2}{5}$ plusquam fuissent oua quæ vendidit pro grosso; hæc quæstio pulchra est & facilius propositionem soluitur, sicut & omnes tales pone igitur quod dederit 1 co. ouorum pro grosso & grossi etiam ex propositione tua erunt 1. co. quia æquatur ouis & oua fuerunt 1 ce deinde quia si dedisset 2. m̄. igitur dedisset 1 co. m̄. 2. ouorum pro grosso & quia habuisset grossos 4 $\frac{2}{5}$ plus ouis pro grosso, igitur cum iam haberet, 1 co. ouorum m̄. 2. habuisset grossos 1 co. p̄. 2. $\frac{2}{5}$ & quia dedisset oua 1 co. m̄. 2. pro grosso igitur 1 co. p̄. 2. $\frac{2}{5}$ in 1 co. m̄. 2. producit 1. ce. ouorum multiplica in crucem fiunt 1. ce. p̄. $\frac{2}{5}$ co. m̄. 4. $\frac{4}{5}$ æqualia 1 ce. igitur $\frac{2}{5}$ co. æquatur 4 $\frac{4}{5}$ igitur res valet 12. & tot oua dabuntur pro grosso igitur cum grossi essent æquales ouis erunt grossi 12. igitur oua in totum erunt 144. hæc solutio est generalis. regulæ aut quæ dantur in talibus aut non satisfaciunt aut sunt infinitæ ideo solueres eodem modo sit diceret vendidi oua 1 plus quam collegerim grossos quod si vēdidissem duo minus pro grosso quam vendidi collegissem grossos 7. plusquam fuissent oua quæ dedissem pro grosso, soluitur vt præcedes ponæ quod dederit 1 co. ouorum pro grosso & quia colligit grossos 1. m̄. igitur collegit 1 co. m̄. 1. grossorum igitur vendidit 1 ce. m̄. 1. co. ouorum deinde quia dicis si dedisset 2. oua minus pro grosso dedisset 1. co. m̄. 2. ouorum pro grosso & collegisset grossos 7. plusquam fuissent oua quæ dedisset, dabat autem oua 1 co. m̄. 2. igitur detrahe 2. a 7. remanent 5. habuisset igitur grossos 1 co. p̄. igitur ducendo 1. co. m̄. 2. in

1 co. m̄. 2.
1 co. p̄. 2. $\frac{2}{5}$
―――――
1 ce. p̄. $\frac{2}{5}$ co.
m̄. 4. $\frac{4}{5}$

oua ―――― 1 co. ―――― 1 co. m̄. 1 ―――― gossi
1 ce. m̄. 1 co.

1 co. m̄. 2 1 co. p̄. 5
1 co. p̄. 5.
―――――
1 co. p̄. 3. co. m̄. 10.
1 ce. m̄. 1 co.
―――――
4 co. m̄. 10.

1 co. 5. fit 1 ce. p̄. 3. co. m̄. 10. & hoc debet æquari 1. ce. m̄. 1. co detrahe vnum ex alio remanent 4. co. m̄. 10. idest 4. co. æquales 10. igitur res valet 2. $\frac{1}{2}$ & tot oua dabat pro grosso & habuit grossum 1. minus ouis quæ dabat pro grosso igitur habuit grossum 1 $\frac{1}{2}$ igitur habuit in totum oua; $\frac{3}{4}$ & si dedisset 2. oua minus quam dabat pro grosso dedisset $\frac{1}{2}$ ouum pro grosso & collegisset grossos 7. $\frac{1}{2}$ igitur collegisset 7. grossos plusquam fuissent oua quæ dabat pro grosso.

Quidam volebat ædificare domum & 70
congregauit calcem lapides & sabulum euenit autem vt non potuerit ædificare domum & vendebat materiam sub certo pretio venit igitur emptor & emit currus 2. lapidū currus 3. calcis currus 7. sabuli libris 34. venit & alius emens hanc materiam eodem pretio & habuit currus 3. lapidum currus 4. calcis currus 12. sabuli libris 46. venit & alius emens eodem prætio currus 4. lapidum currum 1. calcis currus 13. sabuli libris 42. querit pretium cuiuslibet, soluitur hæc per modum quæstionis decimæsextæ præcisè & inuenies quod lapides venduntur lib. 14. pro curru & calx lib. 5. $\frac{1}{2}$ pro curru & sabu

ſabulum nihil venditur imò Dominus ſabuli ſoluit lib. 1 $\frac{1}{5}$ emptori aliarum rerum pro vnoquoque curru vt amoueat ipſum è domo in talibus autem oportet eſſe valde cautum vbi non omnia venduntur.

71 Auri lib. 3. contexti Damaſci lib. 4. veluti lib. 5. venduntur ſcutis 32. item eodem pretio auri lib. 7. Damaſci lib. 6. veluti lib. 11. venduntur ſcutis 69. item eodem modo pretio auri lib. 4. Damaſci lib. 8. veluti lib. 36. venduntur ſcutis 112. ſoluitur hæc vt præcedens per modum decimæſextæ quæſtionis & inuenies aurum valere ſcutos 5 $\frac{1}{4}$ Damaſcum 1 $\frac{1}{4}$ velutum 2 $\frac{1}{4}$ & ita in

Aurum	Damas	Velu	Scuti.
3	4	5	32
7	6	11	69
4	8	36	112

aliis & poſſunt formati caſus innumerabiles magiſtrales vtiles & fortes.

72 Quæritur regula numerorum planetaricorum hæc autem duplex eſt Prima volo ſummã laterum vtpote figuræ Iouis quæ conſtat ex 4. locis in ſe & ſunt 16. inuenias igitur progreſſionem de 16. & eſt 136. diuide per 4. & eſt ℞. 16. exit 34. & hic numerus ſimiliter martis quia quadratorum eſt 25. erit 325. diuide per 5. radicem 25. exit 61. & tantus eſt numerus lateralis.

Ratio ſecunda eſt talis in imparibus diſpone numeros ſeriatim vt vides deinde tranſpone ipſos ad contrariam partem excludendo angulares & perficies tabulam in pari-

|1|

|6| |2|

|11|24|7|20|3|

|16|4|12|25|8|16|4|

|21| |17|5|13|21|9| |5|

|22|10|18|1|14|22|10|

|23|6|19|2|15|

|24| |20|

|25|

bus autem obſeruare conuenit etiam contrarias poſitiones poſui autem numeros paruos qui tranſpoſiti intelliguntur eſt igitur idem modus in omnibus etiam ſi mille numerorum ſint, excepto quod in maioribus plures excludere oportet videlicet duos minus ſemper quam ſit ſeries numerorum vt in 3. excluditur 1. in 5. excluduntur 3. vt hic & in 7. excluduntur 5. & ita in aliis, in paribus etiam lateralem tranſpoſitionem vltra eam quæ fit in imparibus à ſurſum deorſum, & à deorſum ſurſum, & à dextro in ſiniſtram, & à ſiniſtro in dextrum moliri oportet; ad aduerſam poſitionem cum mutatim declinando ceterum figuræ in reliquis omnino ſibi ſunt ſimiles.

Tres zelotipi habebant ſecum ſuas coniuges & volebant tranſire flumen de nocte ita quod nunquam vxores eo ℞. eſſent ſine coniuge cum alio homine, & habebant cimbam tantum capientem duos quæritur quo modo debuerunt facere, primo ingrediuntur duæ mulieres & tranſeunt flumen & vna earum regreditur, ſecundo illa aſſumit tertiam mulierem & tranſit flumen & regreditur tertio illa quam regreditur exit è cimba & aſſociat ſe viro ſuo & reliqui duo ingrediuntur cimbam & tranſeunt flumen accedentes ad vxores ſuas, deinde vnus eorum aſſumit vxorem & regreditur cum ea quarto ambo viri tranſeunt flumen dimiſſis vxoribus & deſcendunt è cimba & aſcendit mulier ſola & in duabus vicibus transfert alias duas mulieres & ita in 6. vicibus transferũtur omnes ſine ſuſpicione, aliqua poteſt autẽ formari talis quæſtio multis modis.

Quidam habebat pannum ſericum, & talem alius habebat lanam & volebant tranſmutare, pannus valebat 10. & ponebat 11.

Pannus	Sericum	Tela.
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
10	5	3
11	6	4
$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{}$	8	$\frac{1}{13}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{2}{13}$
12 12 12	3	
8 3 2	2	
	13	
10 11 6	66	6 $\frac{1}{13}$
5 6 6	36	7 $\frac{1}{1}$
3 4 6	24	8

ſericum quod valebat 5. ponebat 6. tela quæ valebat 3. ponabatur 4. ille volebat $\frac{2}{3}$ ſummæ in panno & $\frac{1}{4}$ ſummæ in ſerico & $\frac{1}{6}$ ſummæ in tela quæritur quantum debuit ponere lanam quæ valebat aureos. 6. pro 100. iunge $\frac{2}{3}$ $\frac{11}{46}$ & faciunt $\frac{13}{2}$ accipe igitur $\frac{2}{3}$ de 12 & ſunt 8. & poſſe ſupra 13. & fient $\frac{8}{13}$ accipe etiam $\frac{1}{4}$ de 12. & ſunt 3. pone ſupra 13. & fient $\frac{3}{13}$ accipe etiam $\frac{1}{6}$ de 12 & ſunt 2. pone ſupra 13. fiunt $\frac{2}{13}$ & hæ ſunt portiones eius quis vult ex vnaquaquè re videlicet $\frac{8}{13}$ ex panno $\frac{3}{13}$ ex ſerico $\frac{2}{13}$ ex tela, poſt dices pro panno ſi 10. ponitur 11. quid ponemus 6. valorem lanæ & fiet per regulam 3 pretium lanæ 6 $\frac{3}{5}$ & ſimiliter dicemus ſi 5. ponitur 6. in ſerico ponemus lanam 7 $\frac{1}{5}$ per regulam 3. & per eandem ponemus telam 8. deinde multiplicabimus 6 $\frac{3}{5}$ per 8. & eſt pars quota de 13. & fiet 52. $\frac{4}{5}$ & ſimiliter multiplicabimus pro ſerico 7 $\frac{1}{5}$ per 3. & fient 21. $\frac{3}{5}$ & ſimiliter multſplicabimus 8. per 2. & fient pro tela 16. deinde iungemus has tres multipli-

Pannus	Sericum	Tela.
6 $\frac{3}{3}$	7 $\frac{1}{3}$	8
8	3	2
52 $\frac{4}{5}$	21 $\frac{3}{7}$	16
52 $\frac{4}{7}$	90 $\frac{2}{5}$	
21 $\frac{3}{5}$	13	
16	6 $\frac{62}{63}$ Pretium lanæ	
90 $\frac{2}{5}$		

cationes & fient 90. $\frac{2}{5}$ & hoc diuidemus per 13. & eſt totum ſiue denomiator & exibit 6 $\frac{62}{65}$ & tot aur eis debet poni lana ſimilẽ ponit Frater Lucas d. nona t. tertio q. vigeſima quinta ſed ita difficilẽ ſolutionẽ adducit

O vt

vt etiã expertũ grauet tot fractorũ aggregatio & multiplicatio, intelligitur autem hæc quæstio de partibus illis in pretio & non in re.

Quod si dicat volo $\frac{2}{3}$ in panno & $\frac{1}{4}$ in serico & $\frac{1}{6}$ in tela & sit in brachiis & non in pretio tunc dices igitur pro omnibus 8. brachiis Panni vult lib. 3. serici & lib. 2. Telæ multiplicabis igitur brachia in pretium suum & pones pro panno 80. pro serico 15. pro tela 6. & pretia aucta similiter, deinde iunges 80. 15. & 6. & fiunt 101. iunge etiam pretia appretiata & sunt 88. 18. & 8. & fient 114 dic igitur si 101. ponitur 114. quid ponetur lana quæ valet 6. multiplica per regulam 3. ipsum 6. in 114. fit 684. diuide per 101. exit $\frac{78}{101}$ & tantum ponetur lana.

80	15	6
88	18	8
101	114	6
	6	
	684	
	101	
	$6\frac{78}{161}$	

75 Quidam lusit die prima & vicit ducatos 9. die secunda vicit proportionaliter die autem tertia vicit etiam proportionaliter & vicit ducatos 16. quæritur cum quot aureis cepit ludere & quantum lucretus est quia igitur proportionaliter vicit igitur etiam lucra fuêre proportionalia ex dictis in quadra-

Prima	1 co.	9
Secunda	℞. $1\frac{7}{9}$ ce.	℞. 144.
Tertia		16

9. ℞. 144. 1 co.   co. ℞. $1\frac{7}{9}$

gesimo secundo capitulo igitur die secũda lucratus est quantitatẽ medio modo proportionalẽ inter 9. & 16. duc igitur 9. in 16. fit 144. & ℞. 144. quæ est 12. erit lucrum secundæ diei pone igitur quod prima die habuerit 1 co. igitur secunda die habebit tantum quod erit proportionale ad 1 co. sicut ℞. 144. ad 9. dic igitur si 9. producit ℞. 144. quid producet 1 co. multiplica 1 co. in ℞. 144. fit. ℞. 144, ce. diuide per 9. exit quadrando 9. fit 81. diuide 144 ce. fiunt ℞. $1\frac{7}{9}$ ce. quare per 9. regulam 51. capituli secunda quantitas est co. ℞. $1\frac{7}{9}$ & quia secunda differt à prima in 9. nam in prima die habebat 1 co. in secunda die 1 co. p̄. 9. qua lucratus est 9. igitur co. ℞. $1\frac{7}{9}$ æquantur 1 co. p̄. 9. pone igitur per regulam octauam 51. capituli ℞. $1\frac{7}{9}$ m. 1. & per ipsum diuide 9. per regulam diuisionis surdorum & exibit ℞. $238\frac{2}{49}$ p̄. $11\frac{4}{7}$ & hic est valor rei videlicet 27.

℞. $1\frac{7}{9}$ m̄. 1.   9
℞. $1\frac{7}{9}$ p̄. 1.   ℞. $1\frac{7}{9}$ p̄. 1.
$\frac{7}{6}$ ℞. 144. p̄. 9.
$\frac{7}{9}$
℞. $238\frac{2}{49}$ p̄. $11\frac{4}{7}$

& tantum habuit prima die nam ℞. $238\frac{2}{49}$ est $15\frac{3}{7}$ quibus additis $11\frac{4}{7}$ fit valor rei 27. vel aliter vt facit Frater Lucas dic prima die habuit 1 co. p̄. 9. multiplica in crucem 1 co. p̄. 81. item multiplica ℞. 144. in 1 co. fit ℞. 144 ce. & hæc debent esse æqualia quadra vtranque partem fient 144. ce. æquales 81 ce. p̄. 1458 co. p̄. 6561. reduc ad 1 ce. fiet 1 ce. æqualis $23\frac{1}{7}$ co. p̄. $104\frac{1}{7}$ sequrere æquationem cerno & fiet valor rei prius ℞. $238\frac{2}{49}$ p̄. 11. $\frac{4}{7}$.

Est piscis cuius caput est lib. 12. corpus est $\frac{2}{3}$ capitis & caudæ at cauda est $\frac{2}{11}$ corporis & capitis quæritur quanta est cauda & quãtum est corpus & quantum est totum pone quod corpus sit 1 co. cum igitur sit $\frac{2}{3}$ residui erit residuum $1\frac{1}{2}$ co. & totum $2\frac{1}{2}$ co. & quia cauda est $\frac{2}{11}$ residui residuum autem fuit 1 co. p̄. 12. igitur cauda est $\frac{2}{11}$ co. p̄. 2. $\frac{2}{11}$ iunge omnia simul videlicet caput quod est 12. & corpus quod est 1 co. & caudam quæ est $\frac{2}{11}$ co. p̄. $2\frac{2}{11}$ fiet totus piscis $1\frac{2}{11}$ co. p̄. 14. $\frac{2}{11}$ & quia etiam totus piscis fuit $2\frac{1}{2}$ co. igitur $1\frac{2}{11}$ co. p̄. $14\frac{2}{11}$ æquantur $2\frac{1}{2}$ co. quare detrahendo fiunt $1\frac{7}{22}$ co. æqualia $14\frac{2}{11}$ integra fiet 29 co. æquales 312. quare res valet $10\frac{22}{29}$ & tantum fuit corpus igitur corpus cum capite fuit $22\frac{22}{29}$ & quia totus piscis erat $2\frac{1}{2}$ co. igitur erit $26\frac{26}{29}$ quare cauda fuit $4\frac{4}{29}$ fuit igitur caput 12. corpus $10\frac{22}{29}$. Aliter & facilius in talibus pone vt vides in Figura deinde quia sunt partes residui per regulam trigesimam quadragesimi secundi capituli addes denominatori numeratorem & fient corpus $\frac{2}{3}$ to- 76

Corpus,		Cauda,	Caput,
$\frac{2}{3}$		$\frac{2}{11}$	lib. 21.
$\frac{2}{5}$		$\frac{2}{13}$	lib. 12.
	$\frac{36}{65}$		$\frac{29}{65}$
			12
			780

tius sicut erat $\frac{2}{3}$ residui & cauda $\frac{2}{13}$ totius quia erat $\frac{2}{11}$ residui, iunge per modum incruciationis & fient corpus & cauda $\frac{36}{65}$ totius quare caput erit $\frac{29}{65}$ totius & quia caput est 12. libræ igitur libræ 12. sunt $\frac{29}{65}$ totius multiplica 12. in 65. fiunt 780. diuide per 29. exeunt $26\frac{26}{29}$ & tantus fuit piscis quo cognito habes partes eius quia cauda est $\frac{2}{13}$ totius igitur erit $4\frac{4}{29}$ & corpus est $\frac{2}{5}$ totius igitur $10\frac{22}{29}$.

Diuide 10. in partes 3. continue propor- 77
tionales ita quod diuiso 10. per vnãquanque earum & congregatis prouenientibus fiat totum 20. soluitur hæc faciliter ex nonagesima regula 42. capituli, nam ℞. 20. necessario erit prouentus 10. diuisi per secundam partem proportionalem igitur diuiso 10. per ℞. 20. exit ℞. 5. pars proportionalis secunda, dices igitur diuide 10. m̄. ℞. 5. in duas partes inter quas cadat medio modo proportionalis ℞. 5 & hoc per algebra vel per 116. regulam hoc modo dimidia 10. m̄. ℞. 5. fit 5. m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ duc in se fit $26\frac{1}{4}$ m. ℞. 125. detrahe 5. ex hoc quadrato fit $21\frac{1}{4}$ m. ℞. 125. huius ℞. V. addita & diminuta à medietate quæ fuit 5. m. ℞. $1\frac{1}{4}$ ostendit partes, erit igitur pars maior 5. m. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. ℞. V. 21. $\frac{1}{4}$ m. ℞. 125. media autẽ ℞. 5. minor 5. m. ℞. $1\frac{1}{4}$ m. ℞. V. $21\frac{1}{4}$ m. ℞. 125.

Diuide 14. in tres partes cõtinue proportionales ita quod prima multiplicata per 2. secũda per 3. tertia per 4. faciant multiplicationes hæ iunctæ 36. ponc quod pars media sit 1 co igitur residuum est 14. m. 1 co. diuide 14. m. 1 co. in duas partes proportionales inter quas cadat 1 co. in medio per regulam centesimã decimam sextam quadragesimi secundi capituli & erit vna pars 7. m. $\frac{1}{2}$ co. p̄. ℞. V. 49. m. $\frac{3}{4}$ cen. m. 7 co. & alia erit 7. m. $\frac{1}{2}$ co. m. ℞. V. 49. m. $\frac{3}{4}$ cen. m. 7. co. multiplica has partes vt vides infra & iunge.

Prima

2

14.m̄.1 co.p̄.℞.V.196.m̄.3 ce.m̄. 28co.

Tertia.7.m̄. $\frac{1}{2}$ co.m̄.℞.V.49.m̄. $\frac{1}{4}$ ce.m̄.7.co.

Secunda.

| 1 co.

3

3 co.

Prima.

7.m̄. $\frac{1}{2}$ co.p̄.℞.V.49.m̄. $\frac{1}{4}$ ce.m̄.7 co.

4

28.m̄.2 co.m̄.℞.V.784.m̄.12 ce.m̄ 112 co.

28.m̄.2 co.m̄.℞.V.784m̄..12 ce.m̄.112 co.

14.m̄.1 co.p̄.℞.V.196.m̄.3 ce.m̄.28 co.

p̄.3 co.

---

42. m̄.℞.V.196.m̄.3 ce.m̄.28 co.

æqualia 36

Talis autem additio est quantum habes 3 co. p̄. in secunda parte & 3 co. m. in reliquis duabus igitur remanet solus numerus & quia ℞. V. inferior per p̄. est quarta pars secundum omnes partes ℞. V. superioris quæ est m. igitur inferior ℞. V. est dimidium superioris igitur detracta à superiore remanebit ipsa ℞. inferior præcise per m. igitur habens 42. m. ℞. V. 196. m. 3 ce. m. 28 co. æqualia 36. igitur 6. æquantur ℞.V.196. m. 3 ce.m.28 co. igitur quadrando fient 36. æqualia 196. m. 28 co. m. 3 ce. igitur 160. æquantur 28 co. p̄. 3 ce. igitur 1 ce.p̄.9 $\frac{1}{3}$ co. æquantur 53 $\frac{1}{3}$ quare res valet ℞. 75. $\frac{1}{9}$ m. 4. $\frac{2}{3}$ ℞. autem 75 $\frac{1}{9}$ est 8 $\frac{2}{3}$ igitur detractis 4 $\frac{2}{3}$ ex 8 $\frac{2}{3}$ remanent 4. & hic est valor secundæ quantitatis vnde per centesimamdecimamsextam regulam quadragesimisecundi capituli habebis reliquas partes.

79 Diuide 14. in 3. partes continuè proportionales ita quod prima ducta per 2. secunda per 3. iunctæque hæ multiplicationes æquentur tertiæ multiplicatæ in 7. pone quod secunda sit 2 co. erit residuum 14. m. 2 co. diuide 14. m. 2 co. fit 7. m. 1 co. quadra fit 49. m. 14 co. p̄. 1 ce. detrahe quadratum partis mediæ & est 4 ce. remanebit 49. m. 14 co. m. 3 ce. huius ℞. Vniuersalis addita & detracta à 7. m. 1 co. facit partes quæsitas sequere propositum multiplicando.

Prima

7.m̄.1 co.p̄.℞.V.49.m̄.14 co.m̄.3 ce.

Secunda.

| 2 co.

3

6 co.

2

14.m̄.2 co.p̄.℞.V.196.m.56 co.m.12 ce.

Tertia.7.m.1 co.m.℞.V.49.m.14 co.m.3 ce.

7

49.m.7 co.m.℞.V.2401.m.686 co.m.147 ce.

iunge primam & secundam & detrahe tertiam, vt vides, & ex parte numeri & co. clara est detractio ex parte autem ℞. V. vides quod sunt eædem, sed vna fuit multiplicata per 2. alia per 7. & quia vna est p̄. alia m. iungi debent hoc modo quadra 7. fit 49. iunge 7. & 2. fiunt 9. quadra 9. fit 81. deinde dic per regulam 3. si 49. fit 81.

Prima, & Secunda, | 14. p̄.4 co. p̄.℞.V.196. m̄.56 co.m̄.12 ce.

Tertia, | 49. m̄. 7 co. m̄.℞.V.2401.m̄.686 co.m̄.147 ce.

Prima, & Secunda, | 11 co. p̄.℞.V.3969.m̄. 1134 co.m̄.243 ce.

Tertia, | 35

1225.p̄.121 ce.m̄.770 co.

3969.m̄.243 ce m̄.1134

2744.æqualia 364 ce.p̄.364 co.

quod fiet ℞. V. 2401. m. 686 co.m.147 ce. multiplica per 81. & fit ℞. V. 194481. m. 55566 co.m.11907 ce. diuide per 49. & exit ℞.V.3969.m.1134 co.m.243 ce. & hoc est coniunctum ex illis radicibus vniuersalibus, vel aliter vt facit Frater Lucas.

Multiplica omnia per suos numeros deinde pro ℞.V. quia vna est p̄. quæ multiplicatur per 2. alia m̄. quæ multiplicatur per 7. ideo sufficiet illam quæ est m. multiplicare per 9. nam addito 2. & 7. fiunt 9. quadra igitur 9. fit 81. duc in ℞.V.49.m.14 co.m.3 ce. fit 3969. m. 1134 co. vt prius & est leuior modus m. 243 ce. hoc igitur æquatur cum 35.m.11 co. quadra vtramque partem & fit 1225.p̄.121 ce.m.770 co. æqualia quadrato ℞.V. & est 3969.m.1134.co.m.243 ce. detrahe vnum ex alio vt vides in Figura & reduc ad 1 ce. fiet 1 ce p̄.1 co. æqualia 7 $\frac{7}{13}$ sequere capitulum (*necro*) fiet valor rei ℞. L. 7 $\frac{41}{52}$ m. $\frac{1}{2}$ & quia posuimus secundam quantitatem 2 co. erit secunda quantitas ℞. L. 31 $\frac{2}{13}$ m. 1. habita secunda quantitate habebis per centesimam regulam quadragesimisecundi capituli reliquas nec credas aliquam quæstionem in Fratre Luca huic esse similem, licèt videatur 7. q. tract. 6. d. sexta huic similis multum, tamen illa leuior est, quia non operatur per regulam hanc tertio, à me inuentam in similibus casibus sed ipse præsupponit numeros multiplicatores primæ & tertiæ partis esse æquales.

Diuide 14. in 3. partes continuè proportionales ita quod quadrata primæ & secundæ 80 æquentur quadrato tertiæ diuide 14 secundum proportionem habentem medium & duo extrema per secundam regulam quadragesimiquarti capituli & fient partes ℞. 245. m. 7. & 21. m. ℞. 245. multiplica vnam in aliam & fiunt per regulam præcedentis quæstionis ℞. 192080. m. 392. igitur ℞. V. ℞. 192080. m. 392. est quantitas secunda & quadratum huius cum quadrato minoris partis æquabuntur quadrato maioris per regulam trigesimamsecundam quinquagesimi primi capituli quadra vnamquamque vt vides.

Prima minor.

Par. 21. m̄. ℞. 245.

Quadr. 686. m̄. ℞. 432180.

Secunda media.

℞.V.℞.192080.m̄.392.

Quadr. ℞.192080. m̄.392.

Tertia maior.

℞.245.m̄.7.

Quadr. 294.m̄.℞.48080.

O 2 Deinde

Deinde iunges quadratum primæ & secundæ per regulam præcedentis capitulis & fiet 294. m̃. ℞. 58020. habes igitur quæsitum, sed hæ partes iunctæ non sunr 14. sed 14. p̃. ℞. 192080. m̃. 392. quod est diceretur ℞. 192080. m̃. 378. dic igitur per regulam 3. si ℞. 192080. m̃. 378. foret 14. quid esset v. 245. m̃. 7. & ℞. 192080. m̃. 392. & 21. m̃. ℞. 245. multiplica omnia pre 14. & diuide per ℞. 192080. m̃. 378. per regulam tertiam vigesimi primi capituli & prodeuntia erunt partes quæsitæ & per hanc sciuntur latera trigoni orrogonij cuius tria latera sunt continue proportionalia nam erunt in proportione trium quantitatum inuentarum.

81 Quidã locauit domum ad 5. annos per lib. 200. singulo anno locator vult omnes pecunias in initio locationis ille qui vult eas exbursare Quia res procedit pro 100. pone quod exburset 100 co. igitur in fine primi anni habebit 100. co. p. 10 co. quia lucratur ad 10. pro 100. dico igitur quod promereri debes 100 co. In 5. annis cum 6. terminis vt vides & huius accipe vltimum terminum

100 co.	lib. 200
110 oo.	lib. 220
121 co.	lib. 242
$133 \frac{1}{10}$ co.	lib. $266 \frac{1}{5}$
$146 \frac{41}{100}$ co.	lib. $292 \frac{41}{50}$
$161 \frac{141}{1000}$	
	lib. $1221 \frac{1}{50}$

qui est $161 \frac{141}{1000}$ co. item promerere lib. 200. ad caput anni in 4. annis vno videlicet minus & in 5. terminis vt vides ad 10. pro 100. & fient, vt vides iunge omnes terminos & fient lib. $1221 \frac{1}{50}$ reduc omnia ad integra & hoc multiplicando per 1000. fient 161141 co. æquales lib. 1221020. & quia in initio posuisti 100 co. multiplica per numerum lib. ipsum 100. & fient 122102000. lib. æquales 161141 co. diuide lib. per co. exit libi $757 \frac{118263}{161141}$ proba & inuenies. Quidam volunt facere redditum pecuniarũ simplicem sed non intelligunt quia lib. 200. excedunt libras redditus pecuniæ mutuatæ. Et ideò euenit postmodum res absurda si tamen velis hoc facere fiet præcisè eodem modo nisi quod le co. promerentur simpliciter & fiunt in 5. annis 150 co. deinde lib. $1221 \frac{1}{50}$ multiplneatum per 100. & sunt 122102. per 150. & exit numerus pecuniæ, sed vt dixi in probatione oportet te multum esse cautum propter absurditatem aut enim faciliter errares aut solutio tibi videretur falsa cum tamen esset vera.

Frater Lucas in consimili grauiter errat vt solet in tractatu de Domorum appensionibus dicit enim quod in 5. annis ad 10. pro 100. posito quod domus soluat lib. 10. pro anno & ex consequenti in 5. annis lib. 50. quod debet exbursare lib. $33 \frac{2}{3}$ videlicet $\frac{2}{3}$ totius quod falsissimum est, nam ad caput anni haberet exbursare plus quam 37. 37. libras & ferè 38. & ad redditum simplicem plusquam 40. libras quare patet error proba tumet & inuenies ipsum conuictum vltimis verbis & hic est error ad 8. pro 100. ad minus cogita modo in aliis.

In regula autem de modo sic facies promerere 100. numerum semper ad caput anni si pactum sit ad caput anni vel simpliciter si sit simpliciter in terminis vno plus annis vtpote si sint anni 5. in 6. terminis & si sint anni 3. in quatuor terminis vt vides in exemplo, deinde in vtroque casu promerere pensionem vnius anni ad modum qui dicitur ad caput anni siue primum meritum sit ad caput anni siue primum meritum sit ad caput anni siue simpliciter & hoc in tot terminis quot sunt anni, deinde aggrega summam omnium terminorum & hanc summam multiplica per 100. semper & prouentum diuide per vltimum terminum numeri promeriti & quod exit sunt pecuniæ exbursandæ.

Exemplum quidam accepit agrum à locatore 400. librarum persoluendarum singulis annis computo, & pro annis 5. ille vult pecunias omnes initio locationis ille vult dare ad rationem librarum 7. pro anno vtilitatis ad caput anni quia vt res confusa aliter apparet promere 100. ad 7. pro 100. ad caput anni in 6. terminis pro quo nota hunc modum promerere 100. pro vno anno & fit 107. deinde multiplica 107. in se fit 11449. diuide per 100. exit $114 \frac{49}{100}$ deinde multiplica $114 \frac{49}{100}$ in

100
107
$114 \frac{49}{100}$
$122 \frac{539601}{1070000}$
$131 \frac{79601}{1000000}$
$140 \frac{35953813239201}{10700000000000000}$

se & fit $13107 \frac{9601}{10000}$ hoc diuide per 107. exit quartus terminus $122 \frac{539601}{1070000}$ diuide etiam idem productum per 100. exit quintus terminus $131 \frac{79601}{100000}$ deinde multiplica quartum terminum in se quod est $122 \frac{539601}{1070000}$ & producitur $15015 \frac{9538132392101}{1070000000000}$ diuide per 107. exit $140 \frac{359538132392 01}{10700000000000000}$ habes igitur 6. terminos & vltimus est diuisor deinde quadrupla

400	
428	
457	$\frac{96}{100}$
490	$\frac{18404}{1070000}$
524	$\frac{318404}{1000000}$
2300	$\frac{31629628}{107000000}$

5. primos terminos fiunt vt vides nam si 100. producit 107. & 114. & reliqua igitur 400. qui est redditus producit 428. & 457. & reliqua dimittendo vltimum terminum ex illis 6. habebis quadruplando 5. primos terminos vt vides quinque alios terminos in eadem proportione quos iunges vt vides & fiunt $2300 \frac{31629628}{107000000}$ hoc totum multiplica in 100. quia assumpsisti 500. fit $230029 \frac{599628}{1070000}$ hoc igitur diuide per $140 \frac{359538132392 01}{1070000000000000}$ exit $1638 \frac{85153083570943 81}{223065814814000000000}$ & tot libras dabit probata est.

82 Quidam emit croci lib. 1. cinnamomi lib. 2. piperis lib. 5. pro aureis & fuit pretium 1. lib. croci talis pars pretij 2. lib. cinnamomi qualis pars fuit pretium lib. 2. cinnamomi, 5. lib. piperis. Eodem autem pretio emit croci lib. 30. piperis lib. 40. cinnamomi lib. 50. aureis

aureis 100. quæritur pretium vniuſcuiuſque ſcias quod licet Frator Lucas dicat quæſtionem eſſe difficilem ac vix inextricabilem

Crocus	Cinnamomum	Piper.	
1	2	5.	6
30	50	40.	100
30	25	8	100

non eſt tamen difficilior fere ſua, ſed ipſe non intellexit radices Arithmeticæ, nam cum dicis quod pretia 5. 2. 1. ſunt continue proportinalia vbi diuerſis vnumquoque per ſuum genus vt vides erunt etiam reſpectu 5. 2. 1. pretia continue proportionalia & ideò non accidit alia difficultas niſi quod diuides libras 30. croci per lib. 1. croci & libras 50. cinnamomi per lib. 2. cinnamomi & lib. 40. piperis per lib. 5. piperis exibunt igitur lib. 30. croci liquidi 25. cinnamomi liquidi 8. piperis eſt igitur ac ſi diceres lib. 1. croci lib. 1. cinnamomi lib. 1. piperis valent 6. ducatos & pretia ſunt continue proportionalia quid igitur ſi valebunt lib. 30. croci & lib. 25. cinnamomi & lib. 8 piperis eodem pretio ducatos 150. quantum valebit crocus piper & cinnamomum excepto quod quando pones valorem in æquatione lib. 1. croci memento quod erit lib. 1. croci ſed quoniam pones valorem lib. 1. cinnamomi memento quod illud pretium non erit 1. lib. cinamomi ſed 2. & ſimiliter cum inueniris pretium 1. libræ piperis memento quod tale prætium 5. lib. piperis & non vnius tantum ideo cum volueris ſcire pretium vnius lib. cinnamoni diuides pretium inuentum per 2. & cum volueris ſcire pretium 1. lib. piperis diuide pretium inuentum per 5. ſoluamus igitur eam ſic, pone quod ſecunda pars proportionalis & eſt pretium cinnamoni ſit 2. co. detrahe 2. co. ex 6. pretio aureorum primo remanent 6. m. 2. co. diuide ſiunt 3. m. 1. co. quadra fit 9. p̄. 1. ce. m. 6. co detrahe quadratum ſecundæ quod eſt 4. ce remanebit 9. m. 3. ce. m. 6 co cuius radix addita & diminuta à dimidio oſtendit partes fuit dimidium 3. m 1. co. igitur vna

Croc.

3. m̄. 1. co. m̄. ℞. V. 9 m̄. 3. ce. m̄. 6. co.

30

90. m̄. 30. co. m̄. ℞. V. 8100. m̄. 2700. ce. m̄. 5400. co.

Cinnamomum 2 co. 25. 50 co.

Piper

3. m̄ 1. co. p̄. ℞. V. 9. m̄. 3. co. m̄. 6. co.

8

24. m̄ 8 co. p̄. ℞. V. 576. m̄. 192 ce. m̄. 384 co.

pars erit 3. m. 1. co. p̄. ℞. V. 9. m. 3. co. m. 6 co. alia 3. m. 1. co. m. ℞. V. 9. m. 3. ce. m. 6. co. multiplica vnum quodque per id quod prouenit ex diuiſione videlicet pretium croci per 30. & cinnamomi per 25. & piperis per 8. & in hoc animaduerte quod maior quantitas eſt multiplicanda per numerum maiorem media per medium & minor per minorem ſi intendis augere pretium at hic econtra maior quantitas eſt multiplicanda

per minorem numerum & minor per maiorem nam minor eſt proportio 100. pretij ſecundi ad 63. aggregatum ex croco cinnamomo & pipere in ſecunda emptione quam 6. pretij primi ad 3. aggregatum ponderum in prima emptionte poſt deductionem & hoc benè nota ſecunda autem quantitas ſemper manet ſuo loco & fient vt vides hoc facto iunge hæc pretia & quia radix vniuerſalis vna eſt p̄. & eſt minor & alia m. & eſt ma-

90. m̄. 30. co. m̄. ℞. V. 8100. m̄. 2700. ce. m̄. 5400 co. 50. co.

24. m̄. 8. co. p̄. ℞. V. 576. m̄. 192. ce. m̄. 384 co.

114. p̄. 12 co. m̄. ℞. V. 4356. m̄. 1452 ce. m̄. 2904 co.

ior ideo adiungendo detrahemus p̄. à m. & remanebit m. & quia vna fuit multiplicata per 30. alia per 8. ideò ſe habebunt in proportione 30. ad 8. detrahe igitur 8. à 30. remanet 22. igitur radices tales ſe habebunt in proportione 30. ad 22. quare quadrata in proportione quadratorum & ſunt 900. & 484. multiplicabimus igitur ℞. vniuerſalem quæ eſt maior per 484. & fiet ℞. V. 3920400. m. 1306800. ce. m. 2613600. co. hoc diuide per 900. exit ℞. V. 4356. m. 1452 ce. m. 2904 co. & hæc ℞. eſt m. & cum toto vt vides æquatur 100. numero ſuppoſito transfert ℞. V. per ſe & fiet detrahendo numerum à numero 14. p̄. 12. co. æqualia ℞. vniuerſali 4356. m. 1452 ce. m. 2904 co. quadra vtramque partem fient 196. p̄. 336. co. p̄. 144 ce. æqualia 4356. m. 2904 co. m. 1452 ce. quare æquando fient 4160. æqualia 3240. co. p̄. 1596 ce. igitur 2. $\frac{242}{399}$ æquantur 1. ce. p̄. 2 $\frac{4}{99}$ co. ſequere capitulum *necro dami* fiet valor rei ℞. 3 $\frac{4494602}{7057911}$ m. 1 $\frac{2}{133}$ & quia ſecunda quantitas poſita eſt 2. co. igitur valor mediæ

196. p̄. 336. co. p̄. 144 ce.

4356. m̄. 2904. co. m̄. 1452. ce.

4160. æqualia 3240 co. p̄. 1596 ce.

quantitatis eſſet duplus ad hoc ſcilicet quia diximus quod valor 2. co. eſt valor in cinnamomum fuit lib. 2. igitur valor 1. lib. cinnamomi eſt ℞. 3 $\frac{4494602}{7057911}$ m. 1 $\frac{2}{133}$ & valor lib. 2. Erit duplum quo habito habebis reliqua per centeſimamdeciman regulam detrahendo duplum valoris ideſt ℞. 14. $\frac{3862586}{7057911}$ m. 2 $\frac{4}{133}$ ex 6. & remanet 8. $\frac{4}{133}$ quæ inuicem ductæ producant quadratum ℞. ſupra dictæ ideſt quod producant in numero 14 $\frac{3862586}{7057911}$ proba & inuenies & eſt pulchra quæſtio.

Prima	Secunda	Tertia
1	1 co.	1 ce.
	1	
	1 co.	1 ce.
1		1 ce.
1 co.		
$\frac{1}{1\,co.}$		1 co.

1 1 co.
1 ce.

$\frac{1}{1\ ce.}$ $\frac{1}{1\ co.}$

1 ce.p̄.2 co.p̄. $\frac{2}{1\ co.}$ p̄. $\frac{1}{1\ ce.}$ | 13

1 ce.ce.p̄.2.cu. p̄.2.co.p̄.1. | 13 ce.
3 ce. | 3 ce.

1 ce.ce.p̄.2.cu. p̄.3.ce.p̄.2.co.p̄.1. | 16 ce.
℞. | ℞.
1.ce.p̄.1 co.p̄.1. | 4 co.

Prima	Secunda	Tertia
1	1$\frac{1}{2}$p̄.℞.1$\frac{1}{4}$	3$\frac{1}{2}$p̄.℞.11.$\frac{1}{4}$

83 Inuenias 3. numeros continuè proportionales quorum aggregatum ſecundi & tertij diuiſum per primum item aggregatum primi & tertij diuiſum per ſecundum item aggregatum primi & ſecundi diuiſum per tertium iunctaque omnia faciant 13 pone 1. primam quantitatem & 1 co. ſecundam & 1 ce. tertiam diuide ſecundam & tertiam per primam exit 1 ce. p̄.1 co.diuide 1 ce. p̄. 1. per 1 co. videlicet primam & tertiam per ſecundam exit 1 co. p̄. $\frac{1}{co.}$ diuide etiam 1 co.p̄.1 per 1 ce exit $\frac{1}{co.}$ p̄. $\frac{1}{ce.}$ iunge omnia fiunt 1 ce.p̄.2 co. p̄. $\frac{2}{co.}$ p̄. $\frac{1}{ce.}$ æqualia 13. ex ſuppoſito multiplica omnia per 1 ce. fit 1 ce.ce.p̄.2.cu.p̄.2 co.p̄.1.æqualia 13. ce. adde communiter 3 ce. fiunt 1 ce. ce.p̄.2. cu.p̄.3.ce.p̄.2 co.p̄.1. æqualia 16 ce. accipe radicem vtriuſque partis & fiet 1 ce.p̄.1 co. p̄. 1. vna alia vero 4 co. & erunt æqualia quod ſi non haberet ℞. 16 ce. nihil refert, quia eſſet co.℞.16.vt patet per regulam nonam quinquageſimiprimi capituli, ſed poſui 13. vt fierent 16 ce. qui habent radicem diſcretam poteſt enim fieri in omni numero vt etiam ſequens : aufer igitur æquando partes habebis 1 ce. p̄.1.æqualia 3 co. quare res valet per capitulum ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̄.1 $\frac{1}{2}$ erunt igitur partes vt vides.

84 Inuenias 5. numeros continuè proportionales quorum quatuor aggregatum ſemper per reliquum diuiſum atque ille 20. diui-

1 1 co. 1 ce. 1 cu. 1 ce. ce.
1 1 co. 1 ce. 1. cu. 1 ce.ce.
1 ce.ce. 1.cu. 1 ce. 1 co. 1
1.cu. 1 ce. 1 co. $\frac{1}{1\ co.}$

1 ce. 1 co.
$\frac{1}{1\ co.}$ $\frac{1}{1\ ce.}$
1 co.
$\frac{1}{1\ co.}$ $\frac{1}{1\ ce.}$ $\frac{1}{cu.}$
$\frac{1}{1\ co.}$ $\frac{1}{1\ ce.}$ $\frac{1}{cu.}$ $\frac{1}{1\ ce.ce.}$

1 ce.ce.2 cu.3.ce.4.co.
$\frac{4}{1\ co.}$ $\frac{3}{1\ ce.}$ $\frac{2}{1\ cu.}$ $\frac{1}{ce.\ ce.}$ | 356
1 ce.ce. | 1 ce.ce.

1 ce.ce.ce. | 2.Rel.Sec.3 ce cu.
4.Rel.Pri. | 4.cu.3 ce. | 2 co. | 1 |
| 356 ce.ce.
5 ce ce. | ce ce.

1 ce.ce.ce. | 2.Rel.Sec. | 3 ce.cu. | 4.Rel.Pri.
5 ce.ce.4.cu. | 3 ce. | 2 co. | 1.
| 361 ce.ce.
℞. | ℞.
1 ce.ce.p̄.1.cu.p̄.1 ce.p̄.1 co.p̄.1. | 19 ce.
1 $\frac{1}{4}$ ce. | 1 $\frac{1}{4}$ ce.

1 ce.ce.p̄.1.cu.p̄.2 $\frac{1}{4}$ ce.p̄.1 co.p̄.1.
| 20 $\frac{1}{4}$ ce.
℞. | ℞.
1 ce.p̄. $\frac{1}{2}$ co.p̄.1. | 4 $\frac{1}{2}$ co.

1 ce.p̄.1. æquatur 4.co.

Prima.	Secunda.	Tertia.	Quarta.	Quinta.
1	1.p̄.℞.3.	4.p̄.℞.12.	10.p̄.℞.108.	28.p̄.℞.768.

ſiones ſiue potius 5. iunctæ ſimul faciant 356. poteſt etiam fieri vt dixi de quolibet numero pone primum 1 ſecundum 1 co. tertium 1 ce. quartum 1 cu. quintum 1 ce. ce. diuide provt vides vnamquamque partem per reliquam ordinatim incipiendo ab 1. deinde ab 1 co. deinde ab 1 ce. & fiet tandem ſumma quam vides æqualis 356. multiplica vtramque partem per 1 ce.ce.fient vt vides adde vtrique parti 5 ce.ce.& fient tandem 1 ce.ce.ce.p̄.2.Rel.Sec.p̄.3 ce. cu. p̄. 4. Rel. Pri. p̄.5 ce. ce. p̄.4.cu.p̄ 3 ce.p̄.2.co.p̄.1. æqualia 361.ce.ce.quare accipe ℞.vtriuſque partis ſeorſum & fient 1 ce.ce.p̄.1.cu.p̄.1.ce. p̄.1 co.p̄.1. æqualia 19 ce. iterum adde vtrique parti, 1 $\frac{1}{4}$ ce. fient 1 ce. ce. p̄. 1. cu. p̄. 2 $\frac{1}{4}$ ce.p̄.1 co. p̄.1 æqualia 20 $\frac{1}{4}$ ce. accipe ℞. vtriuſque & eſt $\frac{1}{2}$ co. p̄. 1. & alia eſt 4 $\frac{1}{2}$ co. & hæ ſunt æquales inuicem igitur 1 ce.p̄.1. æquatur 4. co. quare per capitulum fiet valor rei 1. p̄. ℞. 3. vel ℞.3. m̄.1. in vtroque enim verificatur poſita igitur prima parte 1. ſecunda 1. p̄. ℞. 3. erit tertia quadratum ſecundæ expoſitione quia tertia pars ponitur 1 ce. vnde ducta tertia in ſecundam habebimus quartam quæ ſupponitur 1. cu. & ducta etiam tertia in ſe fiet cognita quinta quæ eſt 1 ce. ce. ex ſuppoſito & ſunt vt vides.

Fac ex 8. partes duas quarum aſſumptis quadratis atque iunctis ſimiliter aſſumptis cubis & iunctis ductoque vno aggregato in alterum fiat numerus perfectus quæſtio hæc poteſt etiam fieri dicendo quod ex ductu vnius in alterum fiat 6000. aut 10000. & ita de aliis in hoc autem oportet conſiderare an quæſitum ſit poſſibile an non nam datur minimum quo minus non poteſt fieri & maximum quo non maius minimum autem fit diuidendo 8. per æqualia & fit 4. cubi igitur ſunt 64. & 64. qui iuncti faciunt 128. & quadrati ſunt 16. & 16. qui iuncti faciunt 32. ducto autem 32. in 128. fit 4096.& hic eſt minimus numerus qui poteſt produci maximus 85

4	4	
16	16	32
46	46	128
		1096
8		0
64		0
512		c. 32768.

maximus autem ſic inuenitur quadra totum quod eſt 8. fit 64. cuba totum fit 512. duc 512 in 64. fit 32768.

Et hic eſt maximus quem non poteſt tamen producere ex tali diuiſione ſed omnem minorem illo vſque ad 1096. nam ſicut maiore 32758. producere non poteſt talis diuiſio ita nec minorem 1096. hoc facto igitur quære an aliquis numerus perfectus ſit inter 1096.& 32768. per tertiam quadrageſimi ſecundi capituli & inuenies quod cadit inter eos 8128. quod ſi non caderet quæſtio non eſſet poſſibilis cum igitur 8128 ſit maior de 1096. & minor de 32768. conſtat caſum eſſe poſſibilem , quo facto diuide 8. in 4. p̃. 1 co. & 4. m̃. 1 co. quadra vtranque partem vt vides & fient 16. p̃. 8. co. p̃. 1 ce. & 16. m̃. 8 co. p̃. 1 ce. cum igitur iunguntur 8. co. m̃. nihi faciunt erunt igitur 32. p̃. 2. ce. cuba etiam vtranque partem vt vides & fient 64. p̃. 48. co. p̃. 12 ce. p̃. 1 cu. & 64. m̃. 48. co. p̃. 12 ce m̃. 1. cu. vnde iuncta facient 128. p̃. 24 ce. nam cu. p̃. & m̃. & co. p̃. & m̃. æquales numero nihil

4. p̃. 1 co. 4. m̃. 1 co.

16. p̃. 8 co. p̃. 1 ce. | 16. m̃. 8 co. p̃. 1 ce.

16. p̃. 8 co. p̃. 1 ce.
4. p̃. 1 co.

64. p̃. 48 co. p̃. 12 ce. p̃. 1 cu.

16. m̃. 8 co. p̃. 1 ce.
4. m̃. 1 co.

64. m̃. 48 co. p̃. 12 ce. m̃. 1 cu.

128. p̃. 24 ce.
32. p̃. 2 ce.

4096. p̃. 1024 ce. p̃. 48 ce. ce.
8128.

4032. æqualia 1014 ce. p̃. 48 ce. ce.

faciunterit igitur ſumma cuborum partium 128. p̃. 24 ce. & quadratorum 32. p̃. 2 ce. multiplica inuicem & fiunt 4096. p̃. 1024 ce. p̃. 48 ce. ce. & hæc æquabuntur 8128. igitur detrahe 4096. ex 8128. remanent 4032. æqualia 1024 ce. p̃. 48. cen. cen. reduc ad 1 ce. fient 84. æqualia $21\frac{1}{3}$ ce. p̃ 1 ce. ce. ſequere capitulum de cópoſitorũ *necro* dimidia $21\frac{1}{3}$ numerum cenſuũ fiunt $10\frac{2}{3}$ multiplica in ſe fit $113\frac{7}{9}$ adde ad 84. fient $197\frac{7}{9}$ cuius ℞. detractis $10\frac{2}{3}$ dimidio cenſuũ fit ℞. L. $197\frac{7}{9}$ m̃. $10\frac{2}{3}$ huius ℞. V. eſt valor rei igitur res eſt ℞. V. ℞. L. $197\frac{7}{9}$ m̃. $10\frac{2}{3}$ & hæc detracta & addita ad 4. dimidium 8. oſtendit partes pars igitur vna eſt 4. p̃. ℞. V. ℞. L. $197\frac{7}{9}$ m̃. $10\frac{2}{3}$ & alia eſt 4. m̃. ℞. V. ℞. L. $197\frac{7}{9}$ m̃. $10\frac{2}{3}$.

Eſt ſtatutum Mediolani in vſu quod maritus non poteſt relinquere vxori niſi quar- 86
tam partem bonorum ſiue relinquat eam totam in ſtabilibus ſiue in vſufructu non poteſt tranſgredi , verum illius quartæ poteſt relinqui domina in totum ita quod percipit etiam fructus pro illa portione , quid accidit quidam moriens reliquit vſorem vſufructuariam omnium bonorum ex quo ſequitur quod in longo tempore gaudet plus quam poſſit habere per ſtatutum , quæritur igitur in quanto tempore extinguetur hic vſusfructus quæſtio ſic ſoluitur quaſi per modum octuageſimæ primæ ſciendo quod vſus fructus in his cauſis & aliis ferè omnibꝰ præter quam in cauſa dotis, intelligitur ad 5. pro 100. Pone quod habeat 6400000000. igitur quarta pars eſt 1600000000. & quia capitale remanet firmum igitur fructus ſunt ſemper 320000000. ideſt $\frac{1}{20}$ totius hæreditatis & $\frac{1}{5}$ quartæ partis eſt igitur ac ſi diceres promerere ad caput anni 1600000000. pro $\frac{1}{10}$ & ſemper detrahe $\frac{1}{5}$ in quot annis finietur & ideò reducitur ad regulam generalem quod ſi dimiſiſſet fructus medietatis quia fructus medietatis ſunt $\frac{1}{10}$ quartæ partis capitalis ideò promereberis aliquam

Quar. par. c.	1600000000
Fr. quar.	80000000
Aggreg.	1680000000
Fruc. ca.	320000000
Primus	
Reſid.	1360000000
Fruc. re.	68000000
Aggreg.	1428000000
Fruc. ca.	320000000
Secundus	
Reſid.	1108000000
Fruc. re.	55400000
Aggreg.	1163400000
Fruc. ca.	320000000
Tertius	
Reſid.	843400000
Fruc. re.	42170000
Aggreg.	885570000
Fruc. ca.	320000000
Quartus.	
Reſid.	565570000
Fruc. re.	28278500
Aggreg.	593848500
Fruc. ca.	320000000
Quintus.	
Reſid.	273848500
Fruc. re.	13692825
Aggreg.	287541325
Fruc. ca.	320000000

quantitatem quam pro commoditate aſſumpſi 1600000000. & eſt quarta pars cuius quinta pars eſt 320000000. fructus totius capitalis fac igitur vt vides adde continue $\frac{1}{20}$ deinde ſubtrahe $\frac{1}{5}$ & inuenies quod in annis 5. diebus 327 $\frac{2100669}{2560000}$ conſumetur vo-

luntas testatoris à statuto nec amplius remanebit vsufructuaria ~~siue velis~~ dicere quod percipiet 5. vsus fructus integros & $\frac{1101653}{128000}$ vsus fructus sextianni habent tamen in vsu terminare talem vsumfructum in 7. annis quia raro redditus sunt ad 5. pro 1000. esset tamen melius neminem fraudari sequendo regulam.

Pro regula igitur ita facies pone quod promereatur 1600000000. vt prius deinde pone partem redditus siue fructuum secundum portionem vt pote si sit totius $\frac{1}{5}$ idest 320000000. & si sit medietatis vsufructuaria pone $\frac{1}{10}$ idest 160000000. & si sit tertiæ partis $\frac{1}{15}$ & est 106666666 $\frac{2}{3}$ deinde promerere vtramque ad caput anni ad 5. pro 100. videlicet 1600000000. & 320000000. vel aliam portionem pro eisdem terminis, deinde iunge portiones quas promeruisti & quartam partem accipe secundum vltimum terminum per modum octuagesimæ primæ quæstioni & detrahe vnum ab altero si remanet minus portione tot habebit annos integros & quod superest est portio.

87 Quidam moriens reliquit vxorem grauidam & nesciens an haberet masculum an fæminam reliquit In testamento si pepererit masculum filius habet $\frac{4}{5}$ bonorum & vxor $\frac{1}{5}$ si vero fæminam puella habeat $\frac{1}{3}$ & vxor $\frac{2}{3}$ bonorum quod accidit pepererit vxor masculum & fæminam eodem partu quæruntur partes fac sic tu scis quod masculus debuit habere quadruplum vxori & vxor duplum filiæ inuenias igitur tres numeros quorum maior sit quadruplus medio & medius duplus minori tales sunt 8. 2. & 1. iunge fiunt 11. igitur filio dabis $\frac{8}{11}$ matri $\frac{2}{11}$ & filiæ $\frac{1}{11}$ eoque modo proportionalitet distribuetur hereditas ex voluntate si non saltem proximius verbis testatoris & est communis opinio Arithmeticorum quia hæc quæstio est etiam posita ab aliis.

88 Nauta recepit tres viatores tribus aureis ea conditione vt si alius reciperetur in naui dimidia pars lucri esset nautæ alia dimidia pars diuideretur inter socios, quid accidit, aduenit vnus qui hac conditione ingressus est nauim quod solueret eâ conditione, quâ tres primi quæritur quantum quilibet debebat soluere ponè quod quartus debeat soluere 1 co. igitur Nauta debet habere $\frac{1}{2}$ co. & quia habuit 3. aureos igitur tota solutio fuit aurei tres p̃. $\frac{1}{2}$ co. & quia omnes æqualiter soluunt, diuide aureos 3. & $\frac{1}{2}$ co. in quatuor partes exeunt $\frac{3}{4}$ aurei p̃. $\frac{1}{8}$ co. Et quia quartus soluit 1 co. igitur 1 co. æquatur $\frac{3}{4}$ aurei p̃. $\frac{1}{8}$ co. quare $\frac{7}{8}$ co. æquantur $\frac{3}{4}$ aurei quare res valet $\frac{6}{7}$ vnius aurei. Et tantum quilibet perpersoluit.

Et similiter soluitur si essent plures. Datur tamen exemplum sub alia forma, verum redit ad idem & est tale. Duo conducunt nauim viginti libris eâ conditione vt si Nauta alios receperit dimidium lucri sit natutæ reliquum diuidatur inter socios venerunt denuo tres alij dantes libra-90. nautæ eâ conditione vt ad ratam primorum retrò det. Et omnes æqualiter soluant fac sic pone quod primi debeant recipere 1 co. pro singulo igitur tres alij debent recipere 3 co. Et quia nauta debet recipere tantum quantum primi duo igitur debet recipere 2 co. omnes igitur debent recipere 7 co. Et quia 30. est diuidendum diuide 30. per 7. exit 4 $\frac{2}{7}$. & tantum quilibe debet recipere primi ergo receperunt 8 $\frac{4}{7}$ alij tres receperunt 12 $\frac{6}{7}$ quorum summa est 21 $\frac{3}{7}$ Nautæ autem remanserunt 28 $\frac{4}{7}$ Et quilibet eorum soluit 5 $\frac{5}{7}$ quare, &c.

Duo mercatores conduxerunt nauim primus imposuit modios 40. frumenti Et persoluit modios duos Nautæ. Et recepit à Nauta solidos 50. secundus imposuit modios 25. & persoluit Nautæ modium vnum 89

Primus		Secundus	
40		25	
2. m̃.	50	1. p̃.	20.
1 $\frac{3}{5}$.	32.	$\frac{5}{25}$	$\frac{20}{25}$

& solidos 20. quæritur quantum valuit frumentum fac sic quasi per modum exempli regulæ de modo diuide 1. p̃. 20. per 25. exit $\frac{1}{25}$ p̃. $\frac{20}{25}$ multiplica per 40. fit 1 $\frac{3}{5}$ p̃. 32. & hoc debet esse æquale 2. m̃ 50. quare iunge 50. & 32. fiunr 82. detrahe 1 $\frac{3}{5}$ ex 2. remanent $\frac{2}{5}$ reduc ad integra multiplica 82 in 5. fit 410. diuide per 2. exit 205 & tantum valuit modius frumenti. Et quia 40. modij persoluebant modios 1. minus 50. solidis & modij 2. valebant 410. solidos igitur modij 40. soluebant 360. solidos quare solidos 9. pro modio.

Tres habebant diuidere quandam quantitatem primus debuit habere medietatem secundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{6}$ quid accidit irati 90 sunt & quilibet violenter abstulit quicquid rapere potuit post reconciliati deposuerunt primus $\frac{1}{3}$ secundus $\frac{1}{4}$ tertius $\frac{1}{5}$ eius quod habebat deinde diuiserunt per æqualia totum depositum. Et habuit quisque portionem suam primus $\frac{1}{2}$ secundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{6}$ sicut propositum fuerat Et in omnibus istis diuisionibus non cecidit fractio aliqua sed fuerunt omnes numeri integri quæritur igitur quantus fuit aceruus. Et quantum quilibet rapuit, ista quæstio potest formari mille modis Et dicitur quæstio ludorum quia per hanc quæstionem habito aceruo possumus scire quantus sit Et etiam si habeamus tres aceruos faselorum, cicerum & fabarum poterimus scire per transpositionem partium quantitatem cuiuslibet eorum Et ita poterunt fieri mille ludi certè valde mirabiles solue igitur hoc modo qui dicitur reuersio, pone quod aceruus totus depositus fuit 1 co. igitur cum quilibet accipiat tertiam partem igitur quilibet accipit $\frac{1}{3}$ co. & quia postquam receperit primus $\frac{1}{3}$ habebit medietatem pone igitur quod habeat 6. quod est mediatas de 12. secundus cum receperit $\frac{1}{3}$ co. habebit 4. quod est $\frac{1}{3}$ de 12. tertius receperit $\frac{1}{3}$ co. habebit 2. quod

est

est $\frac{1}{3}$ de 12. igitur primus antequam receperit $\frac{1}{3}$ co. habuit 6. m̃. $\frac{1}{3}$ co. secundus 4. m̃. $\frac{1}{3}$ co. tertius 2. m̃. $\frac{1}{3}$ co.

Primus. $\frac{1}{2}$ Secundus. $\frac{1}{3}$ Tertius. $\frac{1}{6}$

1 co.

6. m̃. $\frac{1}{3}$ co. 4. m̃. $\frac{1}{3}$ co. 2. m̃. $\frac{1}{3}$ co.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

3. m̃. $\frac{1}{6}$ co. 1 $\frac{1}{3}$ m̃. $\frac{1}{9}$ co. $\frac{1}{2}$ m̃. $\frac{1}{12}$ co.

Et quia primus deposuerat $\frac{1}{2}$ eius quod habebat igitur deposuit $\frac{1}{2}$ eius quod remansit sed remansit ei 6. m. $\frac{1}{3}$ co igitur deposuit 3. m. $\frac{1}{6}$ co. & quia secundus deposuit $\frac{1}{4}$ eius quod habuit igitur deposuit $\frac{1}{3}$ eius quod remansit igitur deposuit 1 $\frac{1}{3}$ m̃. $\frac{1}{9}$ co. & similiter tertius deposuit $\frac{1}{5}$ eius quod habebat igitur deposuit $\frac{1}{4}$ eius quod remansit, remansit autem 2. m. $\frac{1}{3}$ co. igitur deposuit $\frac{1}{2}$

3. m̃. $\frac{1}{6}$ co.
Deposita 1 $\frac{1}{3}$ m̃. $\frac{1}{9}$ co.
$\frac{1}{2}$ m̃. $\frac{1}{12}$ co.

4 $\frac{1}{6}$ m̃. $\frac{13}{36}$ co.

m. $\frac{1}{12}$ co. iunge omnia simul & fiet totum depositum 4 $\frac{1}{6}$ m. $\frac{13}{36}$ co. & hoc æquatur ad 1 co. nam suppositum est quod deposuerint 1 co. igitur 4 $\frac{1}{6}$ æquantur ad 1 $\frac{13}{36}$ co. reduc ad integra multiplicando per 36. fient 174. æqualia 49. co. igitur res valet. 3 $\frac{27}{49}$ sed quia suppoſuimus non ingredi fractos multiplicabimus 3 $\frac{27}{49}$ in 49. & fiet 174. Et hoc est depositum. Et similiter multiplicabimus 49. in 12. quod suppoſuimus fuisse aggregatum siue aceruum primum & fient 588. & fuit hic aceruus primus. Et primus debuit habere 294. secundus 196. tertius 98. primus

588

Primus.	Secundus.	Tertius.
354	184	50
118	46	10
236	138	40

118
46
10

174
58 58 58
294. 196. 98

igitur rapuit 354. secundus 184. tertius 50. Et primus deposuit $\frac{1}{3}$ videlicet 118. secundus $\frac{1}{4}$ videlicet 46. tertius $\frac{1}{5}$ videlicet 10. quæ iuncta faciunt 174. quorum pars tertia est 58. remanserant igitur primo 236. secundo 138. tertio 40. Quibus additis 58. tertia acerui parte fiunt primo $\frac{1}{2}$ secundo $\frac{1}{3}$ tertio $\frac{1}{6}$ totius aggregati.

Tres ludebant irati rapuerunt pecunias
91 suas & alienas cum autem per amicum quieuissent primus dedit secundo 10. p̃. $\frac{1}{3}$ residui, secundus dedit tertio 7. p̃. $\frac{1}{4}$ residui & tertio iam remanserant 5. nummi & primus habuit $\frac{1}{2}$ secundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{6}$ quæritur summa omnium, & quantum habuit quilibet, pone quod primus habuerit 1 co. secundus 1 quan, & tertius supponitur habere 5. & quia primus dedit secundo 10. p̃. $\frac{1}{3}$ remanentis igitur detrahe 10. ex 1 co. remanet 1 co. m. 10. accipe $\frac{1}{3}$ & est $\frac{1}{3}$ co. m. 3 $\frac{1}{3}$ detrahe 3 $\frac{1}{3}$ ex 10. remanent 6 $\frac{2}{3}$ primus igi-

Primus. Secundus.
1 co. 1 quan.
$\frac{2}{3}$ co. m̃. 6 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ co. p̃. 6 $\frac{2}{3}$
m̃. $\frac{1}{3}$
$\frac{2}{3}$ co. m̃. 6 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ co. p̃. $\frac{3}{4}$ quan. m̃. $\frac{3}{4}$
1 $\frac{1}{2}$

Tertius
5
7

$\frac{1}{4}$ quan. p̃. $\frac{1}{12}$ co. m̃. $\frac{1}{12}$
$\frac{1}{4}$ quan. p̃. $\frac{1}{12}$ co. p̃. 11 $\frac{11}{12}$
1 $\frac{1}{2}$ 3

$\frac{2}{3}$ co. m̃. 6 $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{8}$ co. p̃. 1. $\frac{1}{8}$ quan. m̃. $\frac{3}{8}$
$\frac{3}{4}$ quan. p̃. $\frac{1}{4}$ co. p̃. 35 $\frac{3}{4}$

tur dedit secundo $\frac{1}{3}$ co. p̃. 6 $\frac{2}{3}$ igitur remanserunt primo $\frac{2}{3}$ co. m. 6. $\frac{2}{3}$ & secundus habuit. 1. quan. p̃. $\frac{1}{3}$ co. p̃. 6 $\frac{2}{3}$ aufer 7. & remanebit $\frac{1}{3}$ co. p̃. 1. quan. m. $\frac{1}{3}$ aufer $\frac{1}{4}$ & est $\frac{1}{4}$ quan. p̃. $\frac{1}{12}$ co. m. $\frac{1}{12}$ remanebit $\frac{1}{4}$ co. p̃. $\frac{3}{4}$ quan. m. $\frac{1}{4}$ adde tertio habebit tertius 11 $\frac{11}{12}$ p̃. $\frac{1}{4}$ quan. p̃. $\frac{1}{12}$ co. & quia primus habet $\frac{1}{2}$ secundus $\frac{1}{3}$ tertius $\frac{1}{6}$ & $\frac{1}{6}$ est tertia pars de $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ est $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ ideò si multiplicauerimus $\frac{1}{6}$ per 3. & $\frac{1}{3}$ per 1 $\frac{1}{2}$ fiet tantum quantum habet primus multiplicabimus igitur $\frac{1}{4}$ co. p̃. $\frac{3}{4}$ quan. m. $\frac{1}{4}$ per 1 $\frac{1}{2}$ & fiet $\frac{3}{8}$ co. p̃. 1. $\frac{1}{8}$ quan. m. $\frac{3}{8}$ & similiter multiplicabimus $\frac{1}{4}$ quan. p̃. $\frac{1}{12}$ co. p̃. 11. $\frac{11}{12}$ per 3. & fient $\frac{3}{4}$ quan. p̃. $\frac{1}{4}$ co. p̃. 35 $\frac{3}{4}$ æqualia inuicem videlicet hæc tria vt vides detrahe $\frac{1}{4}$ co. ex omnibus fient $\frac{5}{12}$ co. m. 6. $\frac{2}{3}$ æqualia $\frac{1}{8}$ co. m. $\frac{3}{8}$ p̃. 1 $\frac{1}{8}$ quan. item ad 35 $\frac{3}{4}$ p̃. $\frac{3}{4}$ quan. adde m. ex numero ad p̃. & circa hoc nota quod maius m. quod est

$\frac{2}{3}$ co. m̃. 6 $\frac{2}{3}$
$\frac{3}{8}$ co. m̃. $\frac{3}{8}$ p̃. 1 $\frac{1}{8}$ quan.
$\frac{1}{4}$ co. p̃. 35 $\frac{3}{4}$ p̃. $\frac{3}{4}$ quan.

$\frac{5}{12}$ co. m̃. 6 $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{8}$ co. m̃. $\frac{3}{8}$ p̃. 1. $\frac{1}{8}$ quan.
35 $\frac{3}{4}$ p̃. $\frac{3}{4}$ quan.

$\frac{5}{12}$ co.
$\frac{1}{8}$ co. p̃. 6 $\frac{7}{24}$ p̃. 1 $\frac{1}{8}$ quan.
42 $\frac{5}{12}$ p̃. $\frac{3}{4}$ quan.

10. co.
3 co. p̃. 151. p̃. 27. quan.
1018. p̃. 18. quan.

7 co. æquales 151. p̃. 27. quan.
10 co. æquales 1018. p̃. 18. quan.

1 co. æqualis 21. $\frac{4}{7}$ p̃. 3. $\frac{6}{7}$ quan.
1 co. æqualis 102. $\frac{4}{5}$ p̃. 1 $\frac{4}{5}$ quan.

80 $\frac{8}{35}$ æqualia 2 $\frac{2}{35}$ quan.

2008.

2008. æqualia 72. quan.
39. Valor quan.

$6\frac{2}{3}$ addes vtrique adde igitur ad 35. $\frac{3}{4}$ p̃. $\frac{3}{4}$ quan. fiet 42. $\frac{5}{12}$ p̃. $\frac{3}{4}$ quan. adde 6. $\frac{2}{3}$ ad $\frac{1}{8}$ co. m̃. $\frac{3}{8}$ p̃. 1. $\frac{1}{8}$ quan. fiunt $\frac{1}{8}$ co. p̃. 6. $\frac{7}{24}$ p̃. 1 $\frac{1}{8}$ quan. & hoc eſt quia ex $6\frac{2}{3}$ auferre oportet $\frac{3}{8}$ nam m. de m. aufertur fient igitur $\frac{5}{12}$ co. æqualia $\frac{1}{8}$ co. p̃. $6\frac{7}{24}$ p̃. 1. $\frac{1}{8}$ quam item ad 42. $\frac{5}{12}$ p̃. $\frac{3}{4}$ quan. igitur detrahe $\frac{1}{8}$ co. ex $\frac{5}{12}$ co remanent $\frac{7}{24}$ co & hoc æquiualet 6. $\frac{7}{24}$ p̃. 1. $\frac{1}{8}$ quan. quare 7. co. æquiualent 151. 151. p̃. 27 quan. quare 1 co. æquialet 21 $\frac{4}{7}$ p̃. $3\frac{6}{7}$ quan. & quia $\frac{5}{12}$ co æquiualent etiam 42 $\frac{5}{12}$ p̃. $\frac{3}{4}$ quan. igitur 5. co. æquivalebunt 509. p̃. 9. quan. quare 1 co. æquiualet 101 $\frac{4}{5}$ p̃. 1. $\frac{4}{5}$ quan. igitur cum etiam æquiualeat 21 $\frac{4}{7}$ p̃. 3. $\frac{6}{7}$ quan. erunt 21. $\frac{4}{7}$ p̃. 3. $\frac{6}{7}$ quan. æqualia 101 $\frac{4}{5}$ p̃. 1 $\frac{4}{5}$ quan. igitur tandem detrahendo quan. ex quan. & numerum ex numero fiet valor quantitatis 39. & tantum habuit ſecundus: quia 5 co. æquiualent 509. p̃. 9. quan. & 9. quan. ſunt 351 igitur 5 co. æquiualent 860 quare res valet 172. & tantum rapuit primus & ſecundus rapuit 39. & tertius. 5. cum igitur primus dedit ſecundo 10. $\frac{1}{3}$ reſidui dedit in totum 64 & remanſerunt ei 108 & ſecundus habebat 103. dedit igitur 7. & $\frac{1}{4}$ reſidui dedit igitur 31 & remanſerunt ei 72. & tertius habuit 36 ſumma igitur erat 216. cuius 108. eſt medietas 72. eſt $\frac{1}{3}$ & 36. eſt $\frac{1}{6}$ vt proponebatur.

Et hæc eſt longe melior etiam precedente pro ludis faciendis. Alij tamen pro ludis faciunt multas mutatione addendi & minuendi vltimò rogant quid remanſerit vnicuique & ponamus quod primus habeat $\frac{1}{3}$ p̃. 7. totius ſecundus $\frac{1}{4}$ p̃. 13. tertius autem $\frac{1}{2}$ m. 28. iunge $\frac{11}{284}$ fiunt $\frac{13}{12}$ igitur ha-

$\frac{1}{3}$ p̃. 7
$\frac{1}{4}$ p̃. 13
$\frac{1}{2}$ m̃. 28.

$\frac{13}{12}$ 8 m̃.

$\frac{1}{12}$ 8 96
39 $\frac{1}{3}$ p̃. 7
37 $\frac{1}{4}$ p̃. 13
20 $\frac{1}{2}$ m̃. 28.

bet $\frac{1}{12}$ p̃. integro iunge etiam numeros fiunt 8. m. igitur cum ſemper p̃. in numero æquetur m. in parte & m. in numero æquatur p̃. in parte igitur $\frac{1}{12}$ totius ſummæ æquatur 8. diuide 8. per $\frac{1}{12}$ fit 96. & hæc eſt ſumma & quia primus habet $\frac{1}{3}$ p̃. 7. habebit 39. & quia ſecundus habet $\frac{1}{4}$ p̃. 13 habebit 37 & tertius habebit 20. quod eſt $\frac{1}{2}$ m. 28.

92 Fac de 10. tres partes continue proportionales ita quod quadrata omnium iuncta faciant 60. hæc ſoluitur Geometricè ſi vis adiuuante decimaſexta ſexti Euclidis & & quadrageſima ſecunda primi faciendo quadratum totius quod eſt 100. & circa eandem diametrum tria quadrata quæ æquantur 60. deinde complebis ſuperficies 9. complentes quadratum totius & erunt omnes æqui diſtantium laterum & erit quadrato æqualis tribus ſuperficiebus mediis quæ fiunt ex tota linea in mediam illarum partium cum igitur ille quaſi gnomo ſit 20. erit illa ſuperficies 20. quare pars media erit 2. oblatio igitur 2. ex 10. remanet 8. fac de 8. duas partes ex quarum multiplicatione fiat 4. per centeſimam decimamſextam regulam & habebis quæſitum.

Aliter & non minus pulchre per regulam de medio in fine 51. capituli poſitam pone quod media ex illis quantitatibus ſit $\frac{1}{2}$ co igitur reſiduum erit 10. m. $\frac{1}{2}$, diuide 10. m. $\frac{1}{2}$ in duas partes ita quod $\frac{1}{2}$ co. ſit medio modo proportionalis inter illas partes & hoc per centeſimam ſextam decimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli & erũt vt vides & poſtquã quadraueris fient quadrata

Prima 5. m̃. $\frac{1}{4}$ co. m̃. ℞. V. 25. m̃. $\frac{3}{10}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.
5. m̃. $\frac{1}{4}$ co. m̃. ℞. V. 25. m̃. $\frac{3}{10}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.

Quadr. 25. p̃. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co. p̃. 25. m̃. $\frac{3}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.
Secunda $\frac{1}{2}$ co.
Quadr. $\frac{1}{4}$ ce.
Tertia 5. m̃. $\frac{1}{4}$ co. p̃. ℞. V. 25. m̃. $\frac{3}{6}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.
5. m̃. $\frac{1}{4}$ co. p̃. ℞. V. 25. m̃. $\frac{3}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.

Quad. 25. p̃. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co. p̃. 25. m̃. $\frac{3}{16}$ ce. m̃. 2 $\frac{1}{2}$ co.

100. p̃. $\frac{1}{8}$ ce. m. co. p̃. $\frac{1}{4}$ ce. m. $\frac{4}{8}$ ce.

100. m̃ 10 co.

partium vt vides nam quatuor multiplcationes in crucem annihilant ſe, nam duæ ſunt p̃. & duæ m. & quantitates multiplicatæ æquales quare iungendo fient tandem 100. m. 10 co. æqualia 60. quia $\frac{1}{4}$ ce. p̃. quod eſt quadratum ſecundæ partis & $\frac{2}{16}$ p̃. cum $\frac{6}{16}$ m. nihil faciunt igitur per capitulum ſimplex detrahendo 60. ex 100. remanebit 40. æqualia 10. co igitur res valet 4. & quia poſuimus mediam quantitatem $\frac{1}{2}$ co. erit media quantitas 2. poteſt etiam ſolui per poſitionem ſimplicem ſed feci exercitationis cauſa

Aliter ſciendo hanc regulam quod ſi ex aggregato primæ & tertiæ quantatis proportionalis auferatur ſecunda quantitas reſiduum talem ad vnitatem habebit proportionem qualem habet aggregatum quadratorum trium quantitatum ad aggregatum ipſarum quantitatum ex quo ſequitur quod ducto aggregato trium quantitatum in aggregatum primæ & tertiæ detracta ſecunda producitur aggregatum quadratorum ſi igitur diuiſeris aggregatum quadratorum per aggregatum quantitatum primæ & tertiæ quantitatis dempta ſecunda, igitur ſi hoc detrahatur ex aggregato quantitatum reſiduum erit duplum ſecundæ quantitatis igitur dimidium erit ſecundæ quantitas in caſu igitur diuide 60. per 10. exit 6. detrahe 6. à 10. remanent 4. diuide 4. per æqualia exit 2. ſecunda quantitas.

Inuenias duos numeros quorum differentia ducta in differentiam quadratorum faciat 10. & aggregatum numerorum in aggregatum quadratorum multiplicatum faciat 20. hæc est clauis intelligendi regul m de medio nam cum ponis vnum numerum 1 co.& alium vnitatem illa vnitas gerit locum quantitatis surdæ in vniuersalitate & locum vnitatis in æquatione & ideo habet æquationē per capitula algedræ posita in 48. 49.50.& 51. capitulo & quia ponere 1 co. & 1.adducit confusionem & non possumus fugere vnitatem in quantitate surda ideo cogimur ponere co. in alio numero quam in vnitate & quia 1 gerit ibi vicem numeri & co. debet poni minor numero propter facilitatem operationis ideò oportet ponere $\frac{1}{2}$ co. quia $\frac{1}{2}$ est aliis fractionibus simplicius vel igitur ponimus $\frac{1}{2}$ co.& 1 quan.vel $\frac{1}{2}$ quan. & 1 co. ponere enim 1 co. & 1. quan. in multiplicationibus pareret confusionem aliquando tamen cogimur vt hic in hac quæstione soluenda pone igitur quod vnus ex his numeris sit 1 co. alius 1. quan. siue vnitas erit igitur differentia 1 co. m. 1. quadra vtramque partem & fiet 1 ce. & 1. horum quadratorum differentia est 1 ce. m. 1. multiplica in differentia numerorum quæ fuit 1 co.m.1.fit 1.cu.m.1 ce.m.1 co.p̃.1. & hoc debet esse æquale 10. & post multiplica aggregatum numerorum & est 1 co.p̃.1. in aggregatum quadratorum & est 1 ce.p̃.1.fit 1.cu.p̃.1 ce.p̃.1 co.p̃.1. & hoc debet esset æquale 10. igitur cum 20. sit duplum ad 10. erit 1.cu.p̃.1 ce.p̃.1 co. p̃.1. duplum ad 1.

1 co. differentia 1
1.co.m̃.1.
1 ce. 1
differentia
1 ce.m̃.1.

1 ce.m̃.1.
1 co.m̃.1.

1 cu.m̃.1 ce.m̃.1 co.p̃.1. 10

1 ce.p̃.1.
1 co.p̃.1.

1.cu.p̃.1 ce.p̃.1 co.p̃.1. 20
1.cu.m̃.1 ce.m̃.1 co.p̃.1. 10

cu. m. 1 ce.m.1 co.p̃.1 quare cum subtraxeris vnum ex altero erit 1 ce.p̃.1 co.additum vni & diminutum ab altero faciat vnum esse alteri duplum si igitur dicas 9. p̃. 3. est duplum ad 9. m.3. conuenit vt 3.sit $\frac{1}{3}$ de 9. & si dicas 10.p̃.5.est triplum ad 10. m.5. igitur oportet vt 5. sit medietas 10. & duplum 5. sit æquale 10.& si dicas 15.p̃.9.est quadruplum ad 15. m. 9. igitur oportet quod 9. sit $\frac{3}{5}$ de 15. & ita si dicas 5.p̃.1.est sex qui alterum ad 5. m.1.oportet quod 1. sit $\frac{1}{5}$ de 5. & ita de aliis quia igitur 1 cu.p̃.1 ce.p̃.1.co. p̃.1. est duplum ad 1 cu.m.1.ce.m.1 co. p̃.1. oportet quod 1 ce.p̃.1.co.sit $\frac{1}{3}$ de 1.cu. p̃.1. igitur 3 ce.p̃.3 co.æquantur 1.cu.p̃.16.quare assumpto communi diuisore qui est 1 co.p̃.1. fiet per regulam 27.capituli 51. vt diuisione facta prouentant 1 ce.m.1 co.p̃.1.æqualia 3. co. quare 1 ce.p̃.1.æquatur 4 co .igitur res valet ℞.3.p̃.2.

1 cu.p̃.1. 3 ce.p̃.3 co.
1 co.p̃.1. 1 co.p̃.1.

1 ce.m̃.1 co.p̃.1. 3 co.

Posito igitur minore numero. 1. erit maior qui est valor rei 2.p̃.℞.3.fac igitur secundam positionem dicendo inuenias duos numeros in proportione 2.p̃.℞.3.ad 1.qui iuncti & multiplicati in aggregatum quadratorum faciant 20. pone quod primus sit 1 co. igitur secundus erit co.2.p̃.℞.3. quadra fient 1.ce.& 7 ce.p̃.ce.℞.24. quod est dicere ce.7. p̃.℞.24. iunge numeros fient co. 3. p̃ ℞.3. iunge quadrata fient ce 8.p̃.℞.24. multipli-

1 co. 2.p̃.℞.3.co.
1 ce. 7 ce.p̃.ce.℞.24.

ce.8.p̃.℞.24.
co.3. p̃.℞.3.

cu.24. p̃.℞.72.p̃.℞.192.p̃.℞.216.

ca inuicem fiunt cu.24. p̃.℞.72.p.℞.192.p̃. ℞.216.æqualia 20. diuide 20. per modum 56 quæstionis per 24. p̃.℞.72.p̃.℞.192. p̃. ℞. 216.& prouentus ℞. cubica vniuersalis erit res quæsita, idest portio minor, maior autem inuenitur multiplicando eam per 2. p̃. ℞. 3. nam hoc quadrinomium ex cubis habet omnes tamen ℞. quadratas & non cubas ideò faciliter per recisa fit diuisio potest & maior portio facilius inueniri per iteratam positionem ita vt 1 co.sit maior portio & co. 2. m. ℞.3. sit minor & tunc valor 1 co. erit numerus maior, nam in rancor eueniunt duæ æquationes.

Inuenias duos numeros quorum differen- 94
tia in se ducta æquet productioni vnius in alterum & eorum quadrata iuncta sint 20. certum est quod tale quæsitum faciliter soluitur ex capitulo quadragesimoquarto quia tales numeri essent in proportione habente medium & duo extrema verumtamen soluitur per regulam de medio, pone igitur quod maior sit $\frac{1}{2}$ co. minor 1. quan. differentia igitur est $\frac{1}{2}$ co.m. 1.quan. quare quadratum differentiæ est $\frac{1}{4}$ ce. p̃. 1. m. 1 co. & hoc æquatur productioni vnius in alteram & est $\frac{1}{2}$ co.nam $\frac{1}{2}$ co in 1. quan. facit $\frac{1}{2}$ co. eo quod 1. quan. habet locum vnitatis vt dictum est quare $\frac{1}{4}$ ce.p̃. 1.æquatur 1 $\frac{1}{2}$ co. & 1 ce. p̃.4. ad 6 co. igitur per rancor res valet 1.p̃.℞.5.& quia posuimus quod maior quantitas esset $\frac{1}{2}$ co. erit maior quantitas 1 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ fac igitur secundam positionem dicendo pone quod minor numerus sit 1 co. maior co. 1 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ horum quadrata debent æquari ad 20. idest cen. 4. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 7 $\frac{1}{2}$ æquantur 20. duc in recisum quod est 4 $\frac{1}{2}$ m. ℞. 7 $\frac{1}{2}$ fiet 90. m. ℞. 3000. diuidendum per 12 $\frac{3}{6}$ quod est productum recisi in diuidentem fit 7 $\frac{1}{17}$ m. ℞. 18 $\frac{394}{867}$ & hic est valor census igitur ℞. V. 7 $\frac{1}{17}$ m. ℞. 18 $\frac{394}{867}$ est valor rei & minor numerus, maiorem habebis iterando positionem ita quod maior

ior numerus ſit 1 co. 1 minor co. 1 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$.

95 Diuide 10. in quatuor quantitates continue proportionales quarum quadrata iuncta faciant 60. ſcias primo quod ſi diceret 100. aut plus quæſtio eſſet impoſſibilis, quia eſſet plus quadrato totius quod eſt 10. item ſi diceret quorum quadrata iuncta ſint 20. eſſet etiam impoſſibilis, quia eſſet minus quadruplo quadrati quartæ partis quarta pars 10. eſt 2 $\frac{1}{2}$ quadratum 6 $\frac{1}{4}$ & ideò quadruplum eſt 25. non igitur poteſt eſſe maius 100. nec minus 25. nunquam autem in diuiſione quadrata poſſunt excedere quadratum totius nec eſſe minora producto numeri partis vnde non poſſunt ſi ſint 3. eſſe minus triplo quadrati tertiæ partis & ſi ſint 5. partes non poſſunt eſſe minus quintuplum eſſet 20. igitur non poſſet eſſe minus 20. nec maius 100. cum igitur dixerit 60. quod eſt minus 100. & maius 25. quæſtio eſt poſſibilis hoc cognito nota has duas regulas.

Omnium quatuor quantitatum continuè porportionalium proportio aggregati quadratorum ex illis ad omnes quatuor quantitates ſimul iunctas eſt veluti producti ex prima in ſecundam item producti ex tertia in quartam iunctorum ad aggregatum ſe-

Aggrega: quadratorum. 1261.
Aggrega: numerorum. 65.
Aggrega: ductuum Primæ in Secundam & Tertiæ in Quartam. 582.
Aggrega: Secundæ & Tertiæ 30

cundæ & tertiæ quantitatis. Exemplum ſit 8. 12. 18. 27. quadrata iuncta ſunt 1261. quantitates autem ſunt 65. quod fit ex prima in ſecundam eſt 96. quod fit ex tertia in quartam eſt 486. aggregatum eſt 582. aggregatum ſecundæ & tertiæ eſt 30. dico igitur quod proportio 1261. ad 65. eſt veluti 582. ad 30. & eſt vtraque vt 19 $\frac{2}{5}$ ad 1.

Secunda regula quæ Geometrice differentiari poteſt per modum nonageſimætertiæ eſt quod talis eſt proportio aggregati quadratorum quatuor quantitatum ad aggregatum quatuor quantitatum qualis eſt ſubtrahendo aggregatum quadratorum ex quadrato aggregati 4. quantitatum & reſidui capiendo medietatem & ab hac medietate detrahendo quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ dico quod proportio reſidui ad aggregatum ſecundæ & terriæ eſt eadem dico igitur in exemplo quod proportio 1261. ad 65. vt prius eſt veluti quadrando aggregatum 4. quantitatum & eſt 56. fit 4225. & ab hoc detrahe 1261. remanet 2964. huius cape dimidium quod eſt 1481. & ab hoc detrahe 900. quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ quantitatis remanet 582. proportio igitur 682. reſidui ad 30. aggregatum ſecundæ & tertiæ quantitatis eſt veluti 1261. aggregati omnium quadratorum ad 65. aggregatum 4. quantitatum vt declaratum eſt prius quia vtraque eſt veluti 19 $\frac{2}{5}$ ad 1.

His viſis ſuppono quod ſecunda & tertia quantitas ſint 1 co. cum igitur 60. aggregatum quadratorum contineat 10. aggregatum numerorum ſex vicibus igitur proportio reſidui ad 1 co. quod eſt aggregatum ſecundæ & tertiæ eſt ſexcupla & ideò quadra 10. aggregatum 4. quantitatum fit 100. detrahe 60. fit 40. diuide 40. fit 20. detrahe quadratum ſecundæ & tertiæ quod eſt 1 ce. fit 20. m̃. 1 ce. & hoc eſt ſexcuplum ad 1 co. quod eſt aggregatum ſecundæ & tertiæ igitur 6 co. æquantur 20. m̃. 1 ce. igitur 1 ce. p̃. 6. co. æquatur 20. igitur res valet per capitulum ℞. 29. m̃. 3. & hoc erit aggregatum ſecundæ & tertiæ quia poſuimus tale aggregatum fore 1 co. quare reſiduum de 10. erit 13. m̃. ℞. 29. & hoc erit aggregatum primæ & quartæ vnde ex regula decimatertia 51. capituli ſciemus ſecundam & tertiam quantitatem hoc modo cuba ℞. 29. m. 3. fit ℞. 90944. m̃. 288. diuide per totam ſummam addito duplo aggregati ſecundæ & tertiæ quæ eſt 4. p̃. ℞. 116. & exit ℞. 1054 $\frac{9504}{10000}$ p̃. 11 $\frac{13}{25}$ m̃. ℞ 145 $\frac{5\,04}{10000}$ m̃. ℞. 962 $\frac{1504}{10000}$ quadra dimidium aggregati & eſt ℞. 7 $\frac{1}{4}$ m̃. 1 $\frac{1}{2}$ fit 9 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 65 $\frac{1}{4}$ ex hoc detrahe dictum quadrinomium habebis ℞. 145 $\frac{319}{625}$ p̃. ℞. 962. $\frac{94}{625}$ m̃. 2 $\frac{1}{50}$ m̃. ℞. 1054 $\frac{594}{625}$ m. ℞. 65 $\frac{1}{4}$ & huius ℞. vniuerſalis detracta & addita ad ℞. 7 $\frac{1}{4}$ m. 1 $\frac{1}{2}$ facit ſecundam & tertiam quantitates vnde quadrata tertia & diuiſo producto per ſecundam habebimus quartam qua detracta ab aggregato primæ & quartæ remanebit prima.

Frater autem Lucas conſimilem ponit quæſtionem, in ſolutione autem tantum abeſt vt nihil magis eſt autem quæſtio pulcra & fortis.

Inuenias duos numeros qui tantum faciant aggregati quantum multiplicati & eorum quadrata iuncta cum numeris ipſis ſint. 20. poteſt hæc ſolui pluribus modis & caſus poſſunt formari plures vtpote quod addito maiore, aut minore tantum aut quod vnus in alterum multiplicatus faciat 20. ſed pulchrum eſt per regulam de medio ſoluere in vna poſitione pone igitur quod ambo numeri iuncti ſiue productum vnius in alterum ſit $\frac{1}{2}$ co. diuide $\frac{1}{2}$ co. fit $\frac{1}{4}$ co. quadra fit $\frac{1}{16}$ ce. aufer illud quod vis produci & eſt $\frac{1}{2}$ co. nam partes tantum faciunt multiplicatæ quantum iunctæ igitur fiet $\frac{1}{16}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. huius accipe radicem & eſt ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. eam adde & minue à dimidio co. & fient partes $\frac{1}{4}$ co. p̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. & $\frac{1}{4}$ co. m. ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. quadra igitur vtramque partem per modum nonageſimætertiæ quæſtionis eo quod incrucia-

Far. $\frac{1}{4}$ co. m̃. V. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ co.
Quadr $\frac{1}{16}$ ce. p̃. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ co.
Par. $\frac{1}{4}$ co. m̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ co.
Quadr. $\frac{1}{16}$ ce. p̃. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ co.
Summa quadra $\frac{1}{4}$ ce. m̃. 1 co.
p̃. $\frac{1}{2}$ co.

tiones cadunt fient vt vides iunge quadrata fiũt $\frac{1}{4}$ ce. m. 1 co. & quia quadrata iuncta numeris faciunt 20. & numeri ſunt $\frac{1}{2}$ co. ex ſuppoſito igitur adde $\frac{1}{2}$ co. ad $\frac{1}{4}$ ce. m. 1 co. fiet totum $\frac{1}{4}$ ce. m. $\frac{1}{2}$ co. æqualia 20. igitur $\frac{1}{4}$ ce. æquatur 20. p̃. $\frac{1}{2}$ co. igitur 1 ce. æquatur

æquatur 80. p̃. 2. co. quare res valet ℞. 81. p̃. 1. quod eſt 10. & quia poſuimus aggregatum $\frac{1}{2}$ co. igitur aggregatum erit 5. & aggregatum quadratorum erit 20. m̃. 5. quod eſt 15. & quia maior pars eſt $\frac{1}{4}$ co. p̃. ℞. V. $\frac{1}{16}$ ce. m̃. $\frac{1}{2}$ co. & ce. de 10. eſt 100. cuius $\frac{1}{16}$ eſt $6\frac{1}{4}$ à quo detracto $\frac{1}{2}$ co. quod eſt 5. remanet $1\frac{1}{4}$ huius igitur ℞. addita ad $\frac{1}{4}$ co. quod eſt $2\frac{1}{2}$ oſtendit maiorem partem $2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & minor erit per idem $2\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & ita de aliis. Probatio autem talis eſt; nam primo iunctæ hæ partes faciunt 5. quia ℞. præ & m̃. nihil faciunt, item quadrata ambarum iuncta faciunt 15. per regulam multiplicandi binomia dictam in capitulo de multiplicatione ſurdorum, addito aggregato fit 20. quantum aggregatum erat 5. ideo 15. & 5. faciunt 20. & hoc eſt ſecundum propoſitum, nam multiplicationes quæ accidunt quadrando nihil faciunt, tertium eſt quod ex multiplicatione vnius in alterum fit 5. etiam vt propoſitum fuerat.

$2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ | 5
$2\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ |

97 Fuerunt quatuor homines quorum primus, ſecundus, & tertius habuerunt 34. Item primus, ſecundus, & quartus habuerunt 73. Item primus, tertius, & quartus habuerunt 72. Item ſecundus, tertius, & quartus habuerunt 88. quæritur quantum habuit quilibet, dico poſſet fieri per la co. ſed longè facilius per regulam iunge ſummas illorum vt vides fiunt 267. diuide

2 | Primus. Secundus. Tertius.
34 | 89 | 55. Quartus.
4 | Primus. Secundus. Quartus.
73 | 89 | 16. Tertius.
2 | Primus. Tertius. Quartus.
72 | 89 | 17. Secundus.
3 | Secundus. Tertius. Quartus.
88 | 89 | 1. Primus.
267
Summa $\frac{1}{89}$

per 1. m̃. numero hominum hoc eſt quia homines ſunt 4. diuide per 3. & ſi fuiſſent 3. diuiſiſſes per 2. & ſi fuiſſent 5. diuiſiſſes per 4. diuide igitur per 3. exit 89. & hæc eſt ſumma eius quod habent omnes detrahe igitur 34. & eſt ſumma trium priorum ex 89. remanet 55. & tantum habet quartus & ſimili detrahe 73. ex 89. remanent 16. pro tertio qui non eſt connumeratus inter illos tres, & ita detrahe 72. ex 89. remanent 17. pro ſecundo. Item detrahe 88. ex 89. remanet 1. pro primo & hæc eſt regula generalis Fratris Lucæ tenens in omnibus terminis. Ita tamen quod aſſumantur omnes ſemper dimiſſo vno veluti ſi ſint 6. dicas omnes præter ſextum habuerunt 50. & omnes præter quintum habuerunt 70. & ita de aliis.

98 Et ex præcedente ſoluitur alia quæſtio tres viri inuenerunt burſam & volentes equum emere primus & ſecundus poterant emere cum $\frac{1}{2}$ denariorum burſæ, & ſecundus, & tertius cum $\frac{1}{5}$ denariorum burſæ, & primus & tertius poterant emere equum cum $\frac{1}{3}$ denariorum burſæ, quæritur quantum habuit quilibet quot nummos continuit burſa & quantum valuit equus, pone quod burſa habeat 1. co. igitur primus & ſecundus habuerunt valorem equi m̃. $\frac{1}{2}$ co. Item ſecundus & tertius habuerunt idem m̃. $\frac{1}{5}$ co. Item primus & tertius habuerunt idem m̃. $\frac{1}{3}$ co. igitur per præcedentem iunge ſummam eorum fit 3. quan. m̃. $\frac{31}{30}$ co. diuide per 1. m̃. numero hominũ quod eſt 2. exit $1\frac{1}{2}$ quam m̃. $\frac{31}{60}$ co. & hæc eſt ſumma quæ debet æquari valori equi, ſed equus valet 1. quam igitur $1\frac{1}{2}$ quã m̃. $\frac{31}{60}$ co. æquantur 1. quan. quare detrahe 1. quam, ex $1\frac{1}{2}$ quam remanebit $\frac{1}{2}$ quam æquiualens $\frac{31}{60}$ co. igitur 1. quam æquiualet duplo quod eſt $\frac{31}{30}$ co. igitur dabis ex fracto valorem denominatoris qui eſt 30. ad co. & numeratorem ad quam igitur

Primus. Secundus.
1. quam m̃. $\frac{1}{2}$ co.
Secundus. Tertius.
1. quam m̃. $\frac{1}{5}$ co.
Primus. Tertius.
1. quam m̃. $\frac{1}{3}$ co.

3. quam m̃. $\frac{31}{30}$ co.
2

$1\frac{1}{2}$ quam m̃. $\frac{31}{60}$ co.

Primus. Secundus. $\frac{1}{2}$ 15
31 16 . Tertius 15
Primus. Tertius. $\frac{1}{3}$ 10
31 21 Secundus. 10
Secundus. Tertius. $\frac{1}{5}$ 6
31 25 Primus. 6

62
2
31.

valor co. eſt 30. & valor quantitatis eſt 31. ſed valor co. eſt pecunia burſæ & valor quam eſt valor equi igitur equus valuit 31. & in burſa fuêre 30. dixit igitur primus & ſecundus quod ſi darent dimidium burſæ id eſt 15. quod haberent valorem æqui igitur habuerunt 16. & ita primus tertius habuerunt 21. & ſecundus & tertius habuerunt 25. quare per præcedentem primus habuit 6. ſecundus 10. tertius 15. omnes 31. & tantum etiam valuit equus & in burſa 30. fuere nummi.

Et ex præcedentibus ſoluemus hanc quæ- 99
ſtionem tres poſuerunt in ſocietate primus & ſecundus 200. primus & tertius 300. ſecundus & tertius 400. & lucrati ſunt 1600. primus vult ad rationem 10. pro 100. ſecundus ad rationem 12. pro 100. tertius vult ad rationem 15. pro 100. quæritur quantum quilibet habere debet ex nonageſimaoctaua apparet quod capitale primi fuit 50. ſecundi 150. tertij 250. quia igitur primus debet habere 10. pro 100. igitur quia poſuit 50. habebit 5. ſecundus debet habere 12. pro 100. & poſuit 150. igitur habebit 18. tertius debet habere ad 15. pro 100. igitur habebit pro

Primus. Secundus. 200 450
250 Tertius.
Primus. Tertius 300 450
150 Secundus.
Secundus. Tertius. 400. 450
50 Primus.

900 Primus 5
2 Secundus 18
450 Tertius $37\frac{1}{2}$
$60\frac{1}{2}$

250. quos posuit $37\frac{1}{2}$ igitur 1. habebit 5. 2. 18. tertius $37\frac{1}{2}$ totius summæ iunge fiunt $60.\frac{1}{2}$ dic igitur si $60.\frac{1}{2}$ dat 1600. quid dabit 5. & multiplica 5. in 1600. fit 8000. diuide per $60.\frac{1}{2}$ exit $132.\frac{28}{121}$ & tantum habebit primus & secundus habebit $476.\frac{4}{121}$ & tertius $991.\frac{59}{121}$

100 Quidam famulus aptauit se cum Domino pro duobus annis in primo anno dabat ei libras 20. & in secundo 30. stetit autem per tempus duorum annorum, deinde iterum stetit per alios duos annos ad ratam priomorum quæritur quantum debet habere. Nota quod in hoc errat, & in similibus grauiter Frater Lucas vt patet in capitulo decimi trac. disp. nonæ de salariis famulorum volens procedere propter proportionem dicendo si secundo anno dedit dimidium plusquam in primo igitur in tertio dabit dimidiũ plus quam in secundo & ita daret 45. & ita in quarto dimidium plus & ita daret $67.\frac{1}{2}$ & hoc modo solueret Frater Lucas & quod hoc non sit verũ intellige ex suo exemplomet nam dicit quod si pactus fuerit dare 10. in 1. anno & 60. in quarto anno quod in secundo dabit ℞. cu. 6000. & in tertio ℞. cu. 36000. videlicet proportionaliter hoc autem est falsum quis enim sane mentis credat Dominos pacisci cum famulis in ℞. cu. aut res tam planas ad tam occultos sensus trahi, deinde sequeretur quod frequenter in vsu euenit quod si quis pacisceretur cum famulo dare primo anno libras 4. secundo anno libras 12. deinde ad ratã famnlus permaneret 7. annis quod oporteret dare ei 4372. libras salarij plus forte quam haberet Dñs in bonis, & ideo oportet vltra scientiã habere iudicium in talibus igitur vbi augmentum hominis aut industriæ non sit proportionaliter, sed progressiue etiam oportet talia intelligere progressiue quando igitur Dominus dedit 10. in in primo anno & 60. in quarto anno detrac. 10. ex 60. remanet 50. diuide per annos augmentique sunt tres exeunt $16.\frac{2}{3}$ dabit igitur primo anno 10. secundo $26.\frac{2}{3}$ tertio $43\frac{1}{3}$ quarto 60. & ita intelliguntur æqualia augmenta & non proportionalia & ideo in quæst. principali dico quod primo anno habebit 20. secundo anno 30. tertio anno 40. quarto anno 50. & hoc nota quantum accidit frequenter & solutio Fratris Lucæ est ridicula etiam neotericis.

20	Primus
30	Secundus
45	Tertius
$67\frac{1}{2}$	Quartus

4
12
36
108
324
972
2916
———
4372

101 Quidam emit oua 12. tot solidis minus de 10. quot eodem pretio emit oua 5. solidis minus de 11. hoc est si prius emit 12. oua 7. solidis qui sunt 3. minus quam 10. eodem pretio emit oua 5. solidis 8. qui etiam sunt 3. minus de 11. pro solutione igitur fac per quadragesimum octauum capitulum pone quod ouum valeat 1. co. solidorum igitur 12. oua valent 12. co. solidorum detrahe ex 10. solidis remanent solidi 10. m̃. 12. co. & hæc est diff. pretij 12. ouorum à 10. solidis deinde dic 5. oua valent 5. co. solidorum igitur cum hoc sit tanto minus de 11. solidis quantum est illa differentia igitur detrahendo 5. co. ex 11. solidis erit hæc differentia æqualis superiori quæ est 10. solidi m̃. 12. co. habes igitur 11. solidos m̃. 5. co. æquales 10. solidis m̃. 12. co. adde viceuersa m̃. ad aliam partem fient 11. sol. p̃. 12. co. æquales 10. s. p̃. 5. co. detrahe vnum ex alio & fiet 1. s. p̃. 7. co. & hoc debet esse nihil igitur 1. s. in p̃. debet æquiualere 7. co. in m̃. ita quod ipsa res valet $\frac{1}{7}$ s. per capitulum, sed hoc est m̃. id est quod qui dat oua cogitur pro singulo ouo dare $\frac{1}{7}$ vnius solidi qui igitur emit oua 12. habuit cum 12. ouis $\frac{12}{7}$ solidi & ita habuit cum solidis 10. quos habebat solidos $11.\frac{5}{7}$ & qui emit oua 5. habuit vltra oua $\frac{5}{7}$ solidi & quia habebat 11. solidos igitur habuit solidos $11.\frac{5}{7}$ vt alter & hæc quæstio melius ponitur in sabulo & lapidibus quam in ouis & conuenientius.

11. s. m̃. 5. co.
10. s. m̃. 5. co.
———
11. s. p̃. 12. co.
10. s. p̃. 5. co.
———
1 s. 7. co.

Aliter autem explicatur hæc quæstio & facilius dicendo hoc modo & est idem quidam dedit 12. oua cum pretio tali qui iunctus 10. solidis tantum fecit quantum si dedisset oua 5. eodem pretio & iunxisset pretium 11. solidis, & in his desideratur ingenium Arithmetici potius quàm ars & perfecta verborum explcatio interrogantis.

Quidam emit 10. oua m̃. solidis 2. pro solidis 3. m̃. 12. ouis quæritur valor ouorum in similibus adiunge m̃. ad reliquam partem & fient 22. oua valentia solidos 5. & ita ouum valet $\frac{5}{22}$ solidi & 10. oua valent solidos $2.\frac{3}{11}$ detrahe solidos 2. remanent $\frac{3}{11}$ solidi vero 3. m̃. 12. ouis sunt $\frac{3}{11}$ solidi.

Quod si dicat 10. oua m̃. solidis 3. æquiualent 12. ouis minus solidis 4. in hoc casu detrahe vnum ex alio & erunt 2. oua æquiualentia solido 1. igitur ouum valet $\frac{1}{2}$ solidum & 10. oua minus 3. solidis valent 2. solidos & tantumdem valent 12. oua minus 4. solidis.

Oua 10. m̃. solidis 3.
Oua 12. m̃. solidis 4.
———
Oua 2. m. solido 1.

Quidam emit velutum aureo 1. & aurum contextum aureis 5. & in totum emit pro aureis 100. deinde vendidit velutum aureis 2. aurum contextum aureis 3. & lucratus est 2. pro 100. quæritur quantum emit ex vtroque pone quod emerit 1. co. veluti & quia emit aureo 1. igitur emit velutum 1. co. aureorum detrahe ex 100. remanent aurei 100. m̃. 1. co. aureorum & hoc est præsentium auri contexti, & quia aurum contextum valuit 5. aureos igitur brachia auri contexti fuerunt $\frac{1}{5}$ pretij sui & pretium fuit aurei 100. m̃. 1. co. igitur brachia auri contexti sunt 20. m̃. $\frac{1}{5}$ co. habes igitur auri contexti brach. 20. m̃. $\frac{1}{5}$ co. & veluti brach. 1. co. vende velutum pro aureis 2. pro brachio fit 2. co. aureorum vende aurum contextum pro 3. aureis fit 60. aurei m̃. $\frac{3}{5}$ co. iunge pretia veluti & auri contexti fiunt aurei 60. plus $1.\frac{2}{5}$ co. & hoc æquatur 102. nam ille eo quod lucratur 2. pro 100. facit ex 100. aureis 102. aureos igitur detrahe 60. ex 102. remanent 42. diuide per $1\frac{2}{5}$ exit 30. & hic est valor rei emit igitur veluti br. 30. & auri contexti br. 14.

Quidam

104 Quidam exbursauit solidos 10. & emit ficus ex quibus vendidit 300. dando 5. minus pro solido quam habuerat & ficus qui superfuerunt cum solidis 300. ficuum venditorum iuncti in numero fuerunt 100.

Quæritur pretium ficuum & quot ficut superfuerunt pone quod habuerit 1 co. ficuum pro solido igitur pro solidis 10. habuit 10 co. ficuum & quia vendidit 300. & dabat 5. m̃. quam habuisset & habuerat, 5. m̃. quam receperat & receperat 1 co. ficuum pro solido igitur dedit 1 co. m̃. 5. ficuum pro solido diuide 300. per 1 co. m̃. 5. exit $\frac{100}{1\ co.\ me.\ 5.}$ & hi erunt solidi & quia vendidit 300. ficus & habebat 10 co. ficuum igitur remanserunt ei ficus 10 co. m̃. 300. & hoc cum solidis qui sunt $\frac{100}{1\ co.\ me.\ 5.}$ æquatur 100. vt proponit thema reduc ad integra multiplicando per 1 co. m̃. 5. fient 300. p̃. 10 ce. m̃. 350 co. p̃. 1500. æqualia 100 co. m̃. 500. reduc ad vnum censum & dettahe detrahenda fient 1 ce. p̃. 250. æqualia 45 co. igitur res valet $22\frac{1}{2}$ p̃. R. $276\frac{1}{4}$ & tot ficus habuit pro solido.

105 Quidam vendidit br. 10. veluti pro quadam quantitate aureorum deinde eodem pretio exbursauit aureos 15. emens velutum & fuit quantitas aureorum pretij 10. brachiorum quæ superfuit exbursatis 15. aureis diuisa per quantitatem brachiorum veluti empti 15. aureis $1\frac{1}{15}$ quam facta diuisione conuersa idest, diuisis br. veluti empti pro 15. aureis per aureos qui superfuerunt exbursationi 15. aureorum de pretio 10. br. veluti venditorum quæritur igitur valor veluti.

Circa hanc nota hanc regulam Fratris Lucæ notabilé quod cum volueris inuenire duos numeros ex quorum diuisione maioris per minorem proueniat $1\frac{1}{2}$ gratia exempli plus quam ex diuisione minoris per maiorem : tunc diuide illud plus quod est $1\frac{1}{2}$ & fit $\frac{3}{4}$ quadra fit $\frac{9}{16}$ adde ei vnitatem semper pro regula fit $\frac{25}{16}$ huius R. quæ est $1\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{3}{4}$ quod est medium differentiæ est minor quantitas & alia erit $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{3}{4}$ vna erit igitur $\frac{1}{2}$ alia 2. id est quod maior habebit duplam proportionem ad minorem, & minor subduplam : dicemus igitur quod illi numeri erunt in proportione dupla & $\frac{1}{2}$ & 2. erunt numeri residuantes $1\frac{1}{2}$.

Ex hac faciliter soluitur quæstio diuide igitur per regulam $1\frac{1}{15}$ fit $\frac{8}{15}$ duc in se fit $\frac{64}{225}$ adde vnitatem fit $1\frac{64}{225}$ accipe radicem quæ est $1\frac{2}{15}$ cui adde dimidium quod fuit $\frac{8}{15}$ fit $1\frac{2}{3}$ & ita dicemus quod numerus aureorum superfluentium ad brachia est in proportione $1\frac{2}{3}$ ad 1. hoc cognito pone quod vendiderit velutum 1 co. aureorum pro brachio igitur vendidit 10 co. aureorum quare cum emerit velutum pro 15. aureis eodem pretio igitur si 1 co. aureorum valet 1 brach. veluti quid valebunt 15. aurei & valebunt $\frac{15.\ bra.}{1\ co.}$ & tot brachia habebit & quia supponitur ipsum habuisse 10 co. aureorum & exbursauit 15. aureos igitur remanserunt ei 10 co. m̃. 15. & hoc debet esse in proportione $1\frac{2}{3}$ ad 1. cum illo fracto videlicet $\frac{15.\ bra.}{1\ co.}$ quare multiplica $\frac{15.\ bra.}{1\ co.}$ per $1\frac{2}{3}$ fit $\frac{25.\ bra.}{1\ co.}$ & hoc æquatur 10 co. m̃. 15. multiplica partes per 1 co. & habebis 25. æqualia 10 ce. m̃. 15 co. quare 10 co. quare 10 ce. æquatur 25. p̃. 15 co. & 1 ce. æquabitur $2\frac{1}{2}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ co. igitur res valet R. $\frac{49}{16}$ p̃. $\frac{3}{4}$ quod est dicere $2\frac{1}{2}$ & tantum valuit velutum pro brachio videlicet aureos $2\frac{1}{2}$.

Quidam stante statuto Mediolani vt in octuagesimaseptima quæstione reliquit vxori vsumfructum medietatis omnium bonorum quæritur in quot annis extinguetur hic vsusfructus scias quod stante supposito redditus ad 5. pro 100. in toto vsufructu extingueretur vt dictum est in annis 5. & mensibus 10. diebus 27. & parte illa verum quia fructus non colliguntur nisi in capite anni ideò melius est dicere quod habebit vsumfructum 5. annorum & $\frac{11501653}{12800000}$ sexti anni & est quasi sed quia legistæ Mediolanenses habentes considerationem quod fructus non sunt æquales nec communiter attingunt ad 5. pro 100. ideo pensitatis omnibus reduxerunt terminationem vsusfructus ad 7. annos ita quod habent in communi vsu vt in 7. annis completis bona redeant ad hæredes. 106

Est etiam aliud sciendum quod quantum statuta sunt stricti iuris & lex semper fauet iuri communi ideò licet tota hæreditas non gaudere intellgatur fructibus ad 5. pro 100. vt apparet ex illorum obseruatione attamen quarta vxoris gaudet vsufructu ad 5. pro 100. quæritur igitur his stantibus primo vsusfructus hæreditatis ad quantum pro 100. dicitur stare supposito quod finiatur in 7. annis quarta vxoris trahente ad 5. pro 100.

Sic facito posse quod quarta pars capitalis sit 16000000000 & prouentus totius capitalis sit 16000000000 co. igitur prouentus quartæ erit $\frac{1}{4}$ totius adde ad quartam fiet 16800000000. à quo detrahe redditum primi anni & est vt dictum est igitur primo anno relinquetur creditum vxoris 16800000000. m̃. 16000000000 co. promerere secundo anno hoc ad 5. pro 100. & fiet totũ 17640000000. m̃. 16800000000 co. & ita subduces prouentum totius hæreditatis & residuum vbi inscribitur secundus annus est creditum mulieris & ita in 7. annis cum tunc nihil debeat habere æquabuntur infrà scripta $22513606762\frac{1}{2}$ & 13027213525 0 co. quare integrando fient 45027213535. æqualia 260544270500 co. quare schisando fient 9005442707. æqualia 52108854100 co. igitur res valet $\frac{9005442707}{52108854100}$ & quia capitale supponitur 64000000000. quia quarta pars supponitur 16000000000. ideo cum ex capitali trahat 16000000000 co. trahit igitur $\frac{1}{4}$ in numero dele co. quare ex 100. trahet etiam $\frac{1}{4}$ in numero de co. trahet igitur 25 co. vel si non intelligis dic si ex 64000000000. trahuntur 16000000000 co. quod trahetur ex 100. & inuenies quod redditus erit 25 co. & quia 1 co. valet $\frac{9005442707}{52108854100}$ multiplica hoc per 25. & fiet $4\frac{668026051}{2084354164}$ pro 100. dicemus igitur quod vsus interpretantium statutum quod vsusfructus extinguatur in 7. annis, præsupponnit quod fructus hæreditatis respondeant ad ratio-

Quarta pars	1600000000
Prouentus quartæ	800000000
Aggrega.	1680000000
Prouentus her.	1600000000 co.
Primus annus	1680000000
m̃. 1600000000 co.	
Prouentus quartæ	840000000
m̃. 800000000 co.	
Aggrega.	1764000000
m̃. 1680000000 co.	
Prouentus her.	
m̃. 1600000000 co.	
Secundus annus	1764000000
m̃. 3280000000 co.	
Prouentus quartæ	882000000
m̃. 1640000000 co.	
Aggrega.	1852200000
m̃. 3444000000 co.	
Prouentus her.	
m̃. 1600000000 co.	
Tertius annus	1852200000
m̃. 5044000000 co.	
Prouentus quartæ	926100000
m̃. 2522000000 co.	
Aggrega.	1944810000
m̃. 5296200000 co.	
Prouentus her.	
m̃. 1600000000 co.	
Quartus annus	1944810000
m̃. 6896200000 co.	
Prouentus quartæ	972405000
m̃. 3448100000 co.	
Aggrega.	2042050500
m̃. 7241010000 co.	
Prouentus her.	
m̃. 1600000000 co.	
Quintus annus	2042050500
m̃. 8841010000 co.	
Prouentus quartæ	1021025250
m̃. 4420505000 co.	
Aggrega.	2144153025 0
m̃. 9283060500 co.	
Prouentus her.	
m̃. 1600000000 co.	
Sextus annus	2144153025 0
m̃. 10883060500 co.	
Prouentus quartæ	1072076512 $\frac{1}{2}$
m̃. 5441530250 co.	
Aggrega.	2251360676 2 $\frac{1}{2}$
m̃. 11427213525 0 co.	
Prouentus her.	
m̃. 1600000000 co.	
Septimus annus	2251360676 2 $\frac{1}{2}$
m̃. 2302721352 50 co.	

nem $4\frac{668026051}{2084354164}$ pro 100. siue approximando $4\frac{8}{25}$ pro 100. muliere trahente ad 5. pro 100. ex sua quarta.

Hoc viso venio ad quæstionem principalem & dico quod si hæreditas præsupponitur reddere $4\frac{8}{25}$ pro 100. igitur pro 10000. reddet 432. & quatra reddit 5. pro 100. igitur pro 2500. qui sunt quarta pars de 10000 reddet 125. & quia ipsa gaudet tantum medietate quæ est 5000. trahet tantum 216. singulo anno ponemus igitur quartam 2500000000000. & redditum quartæ 125000000000. & redditum medietatis hæreditatis 216000000000. & perficiemus quæstionem per modum 87. quæstionis præcisè & inueniemus quod finietur talis vsusfructus in annis $17\frac{13}{13}$ fere & tunc illa medietas quam possidebat mulier etiam redibit ad hæredes.

Fac de 5. & 6. quatuor quantitates continuè proportionales ita quod 5. diuidatur in primam & tertiam & 6. in secundam & quartam, hanc soluit & bene Frater Lucas per positionem, sed longe melius & pulchrius soluitur per regulam quia, vt aliàs dixi, regula non impedit positionem, sed benè positio positioni impedimento est. Fac igitur sic quadra 6. fit 36. quadra 5. fit 25. diuide 36. per 25. exit $\frac{11}{25}$ huic adde 1. pro regula fit $2\frac{11}{25}$ diuide 5. per $2\frac{11}{25}$ exit $2\frac{3}{61}$ & hæc est minor pars tertia erit residuum de 5. videlicet $2\frac{58}{61}$ & similiter diuide 6. per $2\frac{11}{25}$ exit $2\frac{28}{61}$ & hæc erit secunda pars & quarta erit residuum ad 6. videlicet $3\frac{33}{61}$ & causa ex qua ego inueni regulam est quoniam aggregatum primæ & teriiæ est talis pars aggregati secundæ & quartæ qualis est prima secundæ ex coniuncta proportionalitate igitur prima est talis pars tertiæ qualis est aggregatum primæ & tertiæ aggregati secundæ & quartæ duplicata, igitur diuidendo illa aggregata per proportiones duplicatas existentes inter ipsa aggregata exibunt partes, sed diuidere per proportiones duplicatas non est nisi diuidere per proportionem quadratorum vt in 51. capitulo regula duodecima proportio autem quorumlibet numerorum inuicem est. Veluti eius quod exit diuiso vno per alterum ad vnitatem, igitur per regulam 3. multiplicato numero per vnitatem & diuiso per illud adueniens diuisionis quadratorum p̃. 1. prouenient partes sed multiplicare per 1. nihil addit vel minuit igitur sufficit diuidere numerum per adueniens vnitate addita, additur autem vnitas per regulam societatum nam in vtroque quæruntur partes per aggregatum. 107

Fac ex 5. & 6. quatuor quantitates continuè proportionales ita quod prima & secunda aggregent 5. & tertia & quarta aggregent 6. has soluit Frater Lucas per positionem, melius autem soluuntur per regulam diuide 6. per 5. exit $1\frac{1}{5}$ accipe ℞. eius quæ est ℞. $1\frac{1}{5}$ adde vnitatem pro regula & fit ℞. $2\frac{1}{5}$ p̃. 1. diuide 5. & 6. per ℞. $1\frac{1}{5}$ p̃. 1. & habebis partes primam ℞. 750. m̃. 25. secundam 30. m̃. ℞. 750. tertiam ℞. 1080. m̃. 30. quartam 36. m̃. ℞. 1080. soluitur etiam ex trigesima regula 51. capituli. 108

Inuenias quatuor numeros continuè propotionales quorum productum primi in tertium sit 5. & productum secundi in quartum sit 10. dico quod tales numeri necessario erunt in proportione. ℞. 2. quæ aduenit diuidendo 10. per 5. & si prouenisset 3. essent in proportione ℞. 3. & similiter idem est præcisè si dicat quod quadrata primæ 109

&

& tertiæ iuncta faciant 5. & secundæ & quartæ quadrata iuncta faciant 10. dico quod tales numeri erunt in proportione ℞. 2. vt prius diuidendo vnum per alterum, quod si dicat quod quadrata primæ & secundæ aggregent 5. & quadrata tertiæ & quartæ 10. vel quod prima in secundam faciat 5. & tertia in quartam faciat 10. dico quod in vtroque casu debes diuidere 10. maiorem per 5. minorem exit 2. & eius ℞. ℞. est proportio talium numerorum & hoc est vniuersale.

Ex hoc sequitur quod si aliquis vltra hoc adiiciat conditionem quod illa conditio aut est necessaria aut est impossibilis ideò habeatur pro non posita, secundo sequitur quod proportio productorum quartæ in tertiam ad productum secundæ in primam est veluti agregati quadratorum quartæ & tertiæ ad agregatum quadratorum secundæ & primæ ita dico de quarta & secunda respectu tertiæ & primæ.

Proponatur igitur exemplum tale inuenias 4. numeros continue proportionales quorum productum ex tertia in quartam sit 10. & productum secundæ in primam sit 5 igitur per antedicta erit proportio talium numerorum vt ℞. ℞. 2. ad 1. pone igitur quod primus numerus sit 1. co. igitur secundus erit co. ℞. ℞. 2. & quia vnus in alterum ductus facit 5. multiplica 1. co. in co. ℞. ℞. 2. quadrabis vtrumque fiet primo 1. ce. ce. & ce. ce. 2. duc vnam in alterum fiunt 2. ce. ce. ce. huius ℞. ℞. est æqualis 5. igitur duc etiam bis 5. in se fiet primo 25. deinde 625. & hoc æquatur 2. ce. ce. ce. igitur reduc ad 1. ce. ce. ce. fit 1. ce. ce. ce. æqualis 312. $\frac{1}{2}$ igitur res valet accipiendo ℞. ter de 1. ce. ce. ce. primo fit 1. ce. ce. deinde 1. ce. deinde 1. co. igitur 1. co. valet ℞. ℞. ℞. 312. $\frac{1}{2}$ & hæc est prima quantitas deinde quia ex hac in secundam fit 5. igitur diuiso 5. per hanc exibit secunda „ quadrabis igitur ter 5. & fiet quadratum 625. quod diuisum per 312 $\frac{1}{2}$ exit 1250. & ℞. ℞. ℞. 1250. est secunda quantitas & ita facies positionem de duabus aliis ob facilitatem & inuenies quod tertia quantitas est ℞. ℞. ℞. 5000. & quarta est ℞. ℞. ℞. 10000. & ita si quæstio proponeretur de 6. quantitatibus quarum tres primæ deberent inuicem multiplicatæ facere 5. & aliæ 10. dices quod proportio illa idest inter primam & secundam & tertiam & ita de reliquis est ℞. cu. 2. & ita de aliis & secunda quantitas erit ℞. cu. 5. & quinta quantitas ℞. cu. 10. & ita inuenies alias & hæc quæstio est valde vtilis ad faciendas fenestras mirabili artificio ita quod latera & superficies erunt in continua proportionalitate.

110 Inuenias tres numeros continuè proportionales quorum primi & secundi quadratum æquentur quadrato tertiæ & productum primæ in secundam sit 10. talis quæstio potest solui per modum octuagesimæ nam inuenies proportionem inter numeros & tali proportioni addes 1. & diuides 10. per tale aggregatum per centesimam septimam quæstionem sed leuius soluitur per algebra vt à Fratre Luca pone primam partem 1. co. & quia ex prima in secundam fit 10. igitur secunda erit $\frac{10}{1\,co}$. igitur quia tertia est in continua proportionalitate ipsa erit multiplicando $\frac{10}{1\,co}$. in se & diuidendo per 1. co. fiet $\frac{100}{1\,cu}$. habes igitur primam secundam & tertiam quantitatem & quia quadratum primæ & secundæ æquantur quadrato tertiæ quadra omnia fient vt vides erunt igitur 1. ce. p̃.

Prima.	Secunda.	Tertia.
1 co.	$\frac{10}{1\,co}$	$\frac{100}{1\,cu.}$
1 ce.	$\frac{100.}{1\,ce.}$ 1	$\frac{10000}{cu.cen.}$

$\frac{100}{1\,ce.}$ æqualia $\frac{10000}{1\,cu.ce.}$ integras partes ducendo per 1. cu. cen. fient 10000. æqualia 1. ce. ce. ce. p̃. 100. ce. ce. quare per quinquagesimum capitulum quia numerus & ce. ce. & ce. ce. ce. sunt continue proportionalia per quintam igitur regulam quinquagesimi capituli diuide 100. ce. ce. fit 50. quadra fit 2500. adde ad 10000. fit 12500. à radice 12500. detrahe 50. fit ℞. 12500. m̃. 50. & huius ℞. ℞. V. est valor rei idest prima quantitas erit igitur ipsa prima quantitas ℞. ℞. V. ℞. 12500. m̃. 50. alias partes poteris inuenire diuidendo 10. per hanc primam exibit sed longe facilius sit iterando positionem & ponendo secundam quantitatem 1. co. & prima erit $\frac{10}{1\,co}$. & tertia erit $\frac{1}{10}$ cu. nam multiplicando secundam in se fit 1. ce. diuidendo per $\frac{10}{co}$. semper multiplica denominatorem in diuidendum idest 1. co. in 1. ce. fit 1. cu. hoc diuide per numerarorem fit $\frac{1}{10}$ cu. vel sic $\frac{1\,cu.}{10}$ in reliquis procede & inuenies.

Quæritur quantum ex Platonis opinione mundus durabit & quæ erunt eius vicissitudines. 111

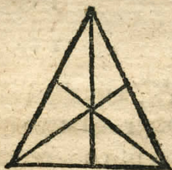
Respondeo apud cum triplicem mundi quantum, ad mensuram constitutionem intelligi, altera secundum quantitatem continuam altera secundum discretam vltima secundum harmonicam consonantiam.

Accipit autem hoc tanquam suppositum ex minimis constare vt pote à sapientissimo conditum & perfectissimis vt potentissimo ita nihil defficiet aut erit superfluum.

Constitutio autem animæ provt corporum est sunt autem corpora 5. naturalia elementa 4 & cælũ: totidem autem corpora sunt regularia quibus terræ cubus tanquam solidissima & minimè mobilis solidissimo & firmissimo corpori tribuitur duodecedron cælo vtpote quod 12. signa contineat 12. pentagonorum instar speciȩ, piramidem igni Vtpote maxime subtilem acutam & penetrantem mobilemque non quidem loco velut ignis sed tanquam leuiorem nam æquali ambitu 5. corporum pyramis leuissima est minus corporis continens, octocedron autem aëri quoniam medio modo atque aliqua specie pyramidi persimilior est quæ igni dicatur, ycocedron autem 20. basium figuram atque vt quasi maxime mobilem & labilem non leuitate sed forma dicauit.

Horum autem constitutio ex trigonis est inter quos solum ortogonium recipit vtpote quod potentiali æqualitate constet ob

lateris angulum rectum respicientis potentiam, ortogoniorum autem genera duo sunt aut quod duo latera habet æqualia & Isocelem vocat ex vi nominis, aut omnia latera habet inæqualia quod scalenum appellat; his igitur dimetitur corporum ambitiuum prout vnum quodque corpus in vniuersa superficie potest in trigonos distribui, circa quod sciendum est vt in præsenti figura pater vnumquemque trigonum non orthogonium in sex ortogonios resolui cum igitur pyramis contineat 4. trigonos continebit 24. ortogonios, octocedron quantum continet 8. trigonos æquilateros continebit 48. ortogonios. Icocedron quantum 20. trigonos continet habebit 120. ortogonios cubi autem superficies in 4. trigonos ortogonios & duorum laterum æqualium distribuitur quare in 24. trigonos partietur, duodecedron autem ex omni superficie in 5. trigonos non ortogonios sed bene duorum laterum æqualium diuiditur æquales quæ inuicem hoc enim supponitur in omni diuisione vt areæ trigonorum partialium inuicem sint æquales.

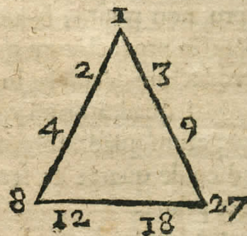


Cum igitur vnusquisque ex his trigonis in 6. ortogonios licet non omnino æquales diuidatur erunt in omni pentagono 30. ortogonij trigoni quare in duodecedro 360.

Pyramis	24
Octocedron	48
Cubus	24
Icocedron	120
Duocedron	360

erunt trigoni ortogonij, ad instar graduum ob quod etiam duodecedrum cælo configuratum est summa igitur horum trigonorum est 576. estque hic numerus tanquam mundi anima cuius radix est 24. qui numerus terre pro infimis igni pro supremis tribuitur tot enim trigonis & piramis & cubus est sed quia vt dictum est cubi trigoni ysoceles sunt ideo etiam conuenientius vim fundamenti sumpserunt quamobrem erit vniuersi terra quæ cubo repræsentatur tanquam fundamentum vnde etiam à theologis scabellum pedum Dei ab Astrologis mundi centrum à Philosophis medium appellatur, erit igitur quod ad elementa continue quantitatis attinet mundi anima 576. ac eius radix 24. quia ex illis tanta proportione constitutus est vt nec maximus liber horum numerorum admirabiles proprietates capere posset, est autem & in compositione numeri partium qui narij perfectio quantum hic dimidius est denarij profectissimi atque in eo, & naturæ & dimensionis partes ac principia compleuisse Videtur.

Porrò quod ad discretum attinet genus ex minimis perfectissimisque componitur porro inter minimas Figuras triangulus est inter numeros vnitas duplam igitur ex vno latere constitue proportionem vtpote minimam paremque & triplam ex altero minimam imparem si igitur quatuor terminos vtrinque perfeceris fient ex dupla 1. 2. 4. 8. ex tripla 1. 3. 9. 27. in quibus præter cætera tres perfectiones maximè continentur Prima est quantum vtrinque quaternario numeri constant qui numerus est perfectissimus tùm quia eius progressione denarius perficitur tum quia elementa quatuor sunt & totidem primæ qualitates quadrata enim propositio temperatior est nec dispar nec nimis contracta nec exuperans nam solus 4. ex suis medietatibus producitur nam 2. in 2. faciunt 4. & 2. cum 2. faciunt 4.



& hoc nulli alteri ex omni infinita numerorum serie conuenit igitur termini perfecti sunt est & perfectio agregatinam septenarium omnes implent 1. 2. 4. 8. 3. 9. 27. verum septenarius ipse perfectus est numerumque refert Planetarum ita etiam sacer apud leges est hic numerus & faustus sed tertia perfectio impletur exactis quatuor dimensionum principiis vnitate quæ punctum quasi indiuisibilem refert dualitate quæ lineam cuius termini sunt duo puncta de recta loquor & quaternario qui quadratum & superficiem Et octonario qui cubum refert quantum tot solidis angulis constat idem & in serie imparium ternarius lineam nouenarius superficiem 27. cubum significat porrò inter 27. & 8. continuè proportionalia cadunt 12. & 18. vt ita trigonus vnde quaque constet ex numeris continuè proportionalibus cuius tres apices omnes quasi firmiores solidi sunt 1. 8. 27. tota etiam ipsa basis solida est nam 8. 12. 18. 27. omnes solidi sunt igitur constat hic nihil nisi apprimè perfectum esse omnes autem numeri nouenarium aggregant vt triplicata triplex perfectio videretur nouem, igitur numeros 9. Sphæræ Cœlestes coæquare videntur quod tamen Platoni deffuit cuius tempore tantum octo cognitæ fuerant sic igitur mundi anima hoc perfectissimo trigono erit constituta cum igitur duxeris numeros vnius lateris fient 64. ex alio aut. 719. ex tertio latere 46656. quo perfecto numero non 36000. vt plato existimabat mundus finem accipiet expleta basis potestate, ducto enim 27. in 18. & producto in 12. & reliquo in 8. fiet numerus reuolutionis stellarum 46656. licet Alphonsus ob motus tarditatem 49000. annos crediderit in 46656. igitur annis mundus ab initio secundum hanc Platonis constitutionem finem habebit, porro mutationes totidem quot in singulis firmas quidem & fixas in cubis inferiorum videlicet maximam in 19683. annis qui est cubus 27. mediocrem in 5832. annis quod spatium cataclisma

aut

aut magna orbis desolationes ostendit. Cubus autem 12. minorem mutationem declarat in qua leges finiuntur aut reformantur ex toto & est in 1728. minime autem mutationes finiunt principatus & lineas dominantium & sunt in 512. annis qui est cubus 8. porro alia latera nec sua virtute carent sed cubis & quadratis distinguntur, nam 81. qui est quadratus de 9. vitam & fortitudinem hominis terminat, iuxta illud dies nostri ad plurimum octoginta cubus autem eius mutationes regionum ostendit, ita tan-

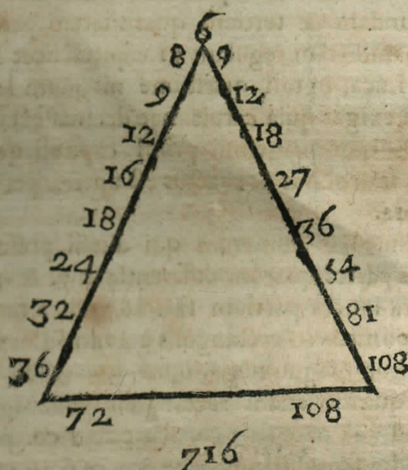
Simplices,		Quadrati,		Cubi,	
1		1		1	
2	3	4	9	8	27
4	9	16	81	64	729
8	27	64	729	512	19683
1		64		512	
12		144		1728	
18		324		5832	
27		729		19683	
Anima,		Mundi,		Finis.	
84				46656	

dem ne prolixior sim quam deceat vltima & breuissima mutatio ad 1. qui est cubus suimet terminatur, annua enim solis reuersione cuncta reuiuiscunt aut flacescunt, erunt igitur numeri consideratione digni 27. nouem simplices nouem quadrati & nouem cubi verum licet ordinum diuersorum aliqui simul conniueant manet tamen solida numerorum series, atque multitudo distribuemus igitur eos in tres ordines tribus quaternariis omnino distinctos, vt vides ac ordine directo sibi inseruientes, colliges autem & mundi animam ex priorum 9 coacervatione numerorumque erit 84. & numerum quendam ex omnium multiplicatione prodeuntem in quo nihil prioris sæculi tanquam omnino non fuisset relinquetur & hic est. 46656.

Planetarum autem circuitus in imparium latere constat. Nam primo numero qui est 1. circuitus Solis, Veneris, & Mercurij constat singulis enim annis reuertuntur. Mars autem secundum locum possidet, nam tertio anno reuertitur. Porro si addas 3. ad 9. qui tertio loco est Iouis cursus conficitur qui in duodecimo anno perficitur. Adde 3. etiam ad 27. fit 30. qui est annus in quo Saturnus ad locum suum reuertitur. Sed si 1. & 27. iungantur Lunæ perficitur Cursus 28. enim diebus Luna ad locum eundem retrocedit est igitur motus Iouis pronicha productio minor de 3. quæ est 12. Saturni pronicha media quæ est 30. mundi anima pronicha maior productio quæ est 84. prout in quinquagesimoprimo capitulo exemplificauimus.

Verum id in quo Senarium numerum principem constituit ac per 8. & 27. deducto extrema disponit 48. & 162. ad musicam pertinet consonantiam. Vnde interualla per voces replet exoritur enim musica proportionalitas vt visum est tum ex Geometrica tum Arithmetica proportionalitate.

Verum nec illud prætereundum erit 46656. quadratum esse cubi. 6. cum iterum 216. cubum 6. in 46656. duxeris tunc fiet completus omnium sæculorum ordo atque ad pristinum cuncta redibunt aut denuò mundus generabitur aut omnino interibit posito fine vicissitudinis, nam tunc cubus cubi 6. perfectissimi numeri ac primi ab vnitate mundumque hunc referentis absolutus erit.



Tertius autem ordo quo mundi anima constat ex omnibus numeris consonantibus perficitur per 6. facta priorum multiplicatione in hoc mundi anima harmonicè consistit, nam & tonus & diatessaron & diapente & diapason quatergeminatum inuenitur fundamento, Arithmeticè consistente in proportionalitate continua vndequaque autem denarius perficitur vocum, vnde interualla nouem. Porrò aggregatum ipsum erit 716. anima eadem igitur Harmonicè est 716. Geometricè 576. Arithmeticè 84.

Inuenias quatuor quantitates continuè 112 proportionales quarum prima ducta in secundam & productum in tertiam & productum in quartam faciat 81. & ex producto primæ in secundam fiat 6. tunc regula est quia tu scis quod productum primæ in secundam & in tertiam & in quartam est æquale quadrato producti secundæ in tertiam igitur productum secundæ in tertiam est 9. quod est ℞. 81. & iam productum secundæ in primam est 6. igitur talium quantitatum videlicet tertiæ & primæ est proportio veluti 9. ad 6. per vigesimam octauam regulam quadragesimisecundi capituli & quia secunda est medio modo proportionalis igitur secunda erit veluti ℞. 54. multiplicando 9. in 6. fit 54. & quia ex secunda in primam fit 6. accipias igitur primam 6 co. & secunda erit co. ℞. 54. multiplica inuicem fiunt ce. ℞. 1944 & hoc est æquale 6. igitur diuide 6. per ℞. 1944. exeunt ℞. $\frac{1}{54}$ & hic est valor census & ideo la co. valet ℞℞. $\frac{1}{54}$ & quia posui 6 co. in positione igitur prima quantitas est ℞℞. 24. & quia ex prima in secundam fit. 6. igitur diuiso 6. per ℞. ℞. 24. exit ℞℞. 54. & tertia erit diuiso. 9. per ℞. ℞. 54. ℞℞. 121$\frac{1}{2}$ & ita inuenies quartum.

Inuenias quatuor numeros continue pro- 113 portionales quorum primus in secundum ductus deinde productum in tertium & iterum productum in quartum faciat 64. & primus cum quarto faciat iunctus 9. tu scis

ex præcedente regula quod tale productum æquatur quadrato producti secundæ in tertiam vel primæ in quartam, nam hæc sunt æqualia igitur productum primæ in quartam est ℞.64.igitur diuide 9. aggregatum primæ & quartæ in duas partes ex quarū multiplicatione producatur 8. & hoc fiet per centesimam regulam quadragesimisecundi capituli inuenta autem prima & quarta habebis secundam & tertiam quantitatem per decimamsextam regulam 51.capituli licet Frater Lucas in tali quæstione magnum laborem exigat quia caruit hac decimasexta regula quinquagesimi primi capituli quam nos inuenimus & coactus est operari per Algebra.

114 Inuenias numerum qui diuidi possit in duas partes quarum differentia sit 7. & quadrata iuncta partium sint 169. dico similis proponitur in rectangulis à Fratre Luca & soluitur magno negotio,sed hoc modo sequit quæstio etiam rectangulis pone igitur quod vna pars sit 1 co. alia erit 1 co. p̄. 7. quadra seorsum fiunt 1 ce.& 1 ce.p̄.14 co.p̄. 49.æqualia 169.igitur 2 ce.p̄.14 co.p̄.49.æquantur 169.& ideo 2 ce.p̄.14.co.æquantur 120. quare 1 ce.p̄.7 co.æquabitur 60. quare res valet ℞.$72\frac{1}{4}$ m̄.$3\frac{1}{2}$ id est 5. & hæc est minor pars & maior igitur erit 12. quia est 7.p̄.& non meruit hæc quæstio poni in hoc libro nisi quia Frater Lucas facit eam in Figura confusam.

115 Fac ex 10. quatuor quantitates continuè proportionales ita quod aggregatum primæ & secundæ in aggregatum tertiæ & quartæ multiplicatum faciat 16.tu scis pro regula quod productū aggregati primæ & secundæ in aggregatum tertiæ & quartæ est æquale quadrato aggregati secundæ & tertiæ igitur quadratum aggregati secundæ & tertiæ est 16.igitur tale aggregatum est 4.igitur cum omnes iunctæ sint 10. erit aggregatum primæ & quartæ 6.quare per decimamtertiam regulam 51. capituli erit secunda quantitas $1\frac{1}{3}$ tertia $2\frac{2}{3}$ igitur prima erit $\frac{2}{3}$ & quarta erit $5\frac{1}{3}$.

116 Quidam miscuit vnc.1. medicinæ calidæ in tertio gradu & medicinam vnc.3.calidam in primo gradu & medicinam vnc.4. frigidam in secundo gradu & medicinam vnc.5. calidam in secundo gradu & vnc.2.medicinæ temperatæ, & medicinæ frigidæ in quarto gradu vnc. 1. & medicinæ frigidæ in primo vnc. 13. & fermentatæ sunt & ita quod est facta vna complexio ex eis quæritur in quo gradu caliditatis vel frigiditatis erit hæc Medicina.

Vnc.	1	Calid. tertio
Vnc.	3	Calid. primo
Vnc.	5	Calid. secundo
Vnc.	2	Calid. quarto
Vnc.	2	*Temperata*
Vnc.	4	frigid. secundo
Vnc.	1	frigid. quarto
Vnc.	13	frigid. primo

Scias quod quæstio hæc Physica est & principium eius ad Medicum pertinet & in hoc discordant, alia enim est opinio Galeni alia Auerrois alia Alchindi Medici qui fecit de proportionibus inter 6. quantitates vt in capitulo quadragesimosexto dictum est positis autem principiis tunc solutio pertinet ad Arithmeticum.

Secundum positionem igitur Alchindi quia ipsa ponit quod primus gradus sit duplus temperamento, & secundus primo, & tertius secundo,& quartus tertio esset quartus gradus sex decuplus medicinæ temperatæ, deinde admiscet in temperamento dimidium frigidi, & dimidium calidi, & in primo gradu caliditatis dimidium frigidi & duo dimidia calidi, idest vt facilius intelligas in primo temperamento est gradus vnus caliditatis & alius frigiditatis. In primo gradu est vnus frigiditatis & duo caliditatis. In secundo gradu est vnus frigiditatis & 4. caliditatis. In tertio gradu est vnus frigiditatis & 8.caliditatis. Et in quarto est vnus frigiditatis & 16. caliditatis vt vides & hæc positio vltra id quod est falsa est etiam con-

	Frigid.	Calidit.
Temperata	1	1
Calida in primo	1	2
Calida in secundo	1	4
Calida in tertio	1	8
Calida in quarto	1	16

fusa in additione simplicium quia prouenit error necessario in hoc tamen modo oportet vt multiplices pondera per virtutes, nam licet non consequatur virtus pondus medicinæ est tamen pondus proximius ad declarandum virtutem quam magnitudo & etiam si scias veram virtutem applica eam distinguendo pondus veluti si vncia Sandalorum æquiualet duabus vnciis mellis dato quod mel sit æquè calidum vt sandali frigidi. Rediges pondera ad virtutem & ita loco vnius vnciæ mellis & vnius vnciæ sandali scribes mellis vnciam mediam sandalorum vnciam vnam quantum virtutes sunt in hac proportione deinde collige multiplicando vt vides virtutes per quantitatem & inuenies quod totum compositum habebit caliditatis 86. frigiditatis 71. sed hæc proportio est proprior primo gradui igitur totum erit in initio primi gradus secundum Alchindum.

Calid.	Frigidit.
8	1
6	3
20	5
32	2
2	2
4	16
1	16
13	26
86	71

Opinio autem Galeni & Auerrois sunt quod Medicinæ distant per æqualia interualla videlicet gradus primus à secundo tantum secundus à tertio & tertius à quarto & vult Galenus quod Medicina calida in primo reducit calidam in tertio ad secundum gradum, & potest quasi demonstrari sic supposito quod gradus sint æquales in distantia, cum igitur vncia vna piperis sit calida in tertio igitur si illa caliditas diuideretur totum calidum in medio secundi gradus, & similiter si caliditas primi gradus existentis in vncia squinanti diffunderetur ad duas vncias illæ duæ vnciæ essent tantum calidæ in medio

primi

primi gradus, igitur iunctis illis medicinis simul fiet totum calidum in secundo quia $\frac{1}{2}$ & 1. $\frac{1}{2}$ faciunt 2. si simul iungantur contra hoc dicit Auerrois igitur medicina frigitur medicina frigida in primo gradu mixta calidæ in tertio reducet ad secundum gradum vel ad minus puta ad primum si reducit ad secundum igitur tantum remittetur medicina calida in tertio à medicina calida in primo sicut à frigida in primo & hoc est inconueniens maximum si verò reducet ad primum gradum igitur medicina calida in tertio & frigida in secundo component temperatam secundum Galenum autem quilibet gradus habet tres mansiones initium medium finem erunt igitur duodecim mansiones cum igitur volueris scire in via Galeni temperamentum non multiplica gradus in quantitates vt prius, sed sequendo principia Galeni & non fundamenta conciliatoris sic facito multiplica vnumquodque pondus in suum gradum vt vides &, pones seorsum calida à frigidis, temperata autem nulli addes nisi pondus earum. Deinde iunge gradus caliditatis & frigiditatis seorsum

Calida in Tertio	Vnc. 1	3	
Calida in Primo	Vnc. 3	3	
Calida in Secundo	Vnc. 5	10	
Calida in Quarto	Vnc. 2	8	
Temperata	Vnc. 2	24	Calidū
Frigida in Secundo	Vnc. 4	8	
Frigida in Quarto	Vnc. 1	4	
Frigida in Primo	Vnc. 13	13	
	31	25	
		24	
		$\frac{1}{31}$	

& subtrahe vnum ab altero & residuum diuide per aggregatum ponderis omnium medicinarum tam calidrarum quam frigidarum & temperatarum & gradus proueniens est quod quæris diuidendo per mansiones, exemplum vides caliditas iuncta est 24. frigiditas est 25. detrahe vnum ex alio remanet frigiditas 1. diuide 1. per 31. quod est pondus omnium medicinarum exit $\frac{1}{31}$ & ideò erit hæc medicina frigida in prima mansione primi gradus & propinqua temperamento & ex hoc sequitur quod secundum mentem Galeni medicina multum composita rarissimè excedit secundum gradum temperamenti & ad id quod dicit Auerrois igitur medicina frgida in primo gradu si remittit calidam in tertio ad secundum gradum medicina frigida in secundo remittit calidam in tertio ad temperamentum dico quod nec consequentia valet sed medicina frigida in primo reducit calidam in tertio ad primum gradum quod patet multiplicando vt vides in Figura fient gradus 2. caliditatis diuidendi per vncias duas & ita benefiet medicina calida in primo gradu in vltimo tamen tertiæ mansionis verum frigida in secundo reducit calidam in tertio ad medium primi gradus in secunda mansione nec hoc est inconueniens, quia multitudo materiæ tollit intentionem & dato quod esset nos nolumus nunc tu-

Calida in Tertio	Vnc. 1	3
Figura in Primo	Vnc. 1	1
	2	2
		2
		1

Calida in Tertio	Vnc. 1	3
Figura in Secundo	Vnc. 1	2
	2	1
		2
		$\frac{1}{2}$

tari Galenum sed modum computi secundum eius opinionem ostendere & dictum Galeni vltra hoc quod est naturale concordat cum experimento.

Opinio autem Auerrois est quod medecina frigida in primo remitit calidam in quarto ad tertium & calidum in tertio ad secundum & calidam in secundo ad primum & quod tres vnciæ medecinæ frigidæ in primo cum Vnc. vna calidæ in tertio componunt medicinam temperatam & quod duplicata portio medecinæ calidæ in tertio faceret medecinam vel opus medicinæ calidæ in quarto & esset venenum & quod medicina calida in primo remittit calidam in tertio minus quam temperata & multo minus quam frigida & ideò non remittit eam ad secundum gradum præcisè sed ad secundum cum dimidio vel circa & quod calida in secunda etiam remitit calidam in tertio parum tamen & minus quam calida in primo.

Sed hæc positio est etiam repugnans veritati nam si duplum calidi in tertio æquatur in operatione calidæ in quarto igitur vncia vna succari aut Maluæ aut rei calidæ in primo gradu erit venenum patet quia per ipsum duplum tertij æquatur quarto duplum secundi tertio & duplum primi, secundo igitur octuplum primi æquatur quarto sed dragma euforbij est venenum igitur etiam vncia succari tantumdem enim continet caliditatis vnum quantum aliud & est ex principiis eius, secundo repugnat sibi in dictis nam si Vnc. tres frigidi æquiualent vnciæ vni calidi vbi frigidum sit in primo & calidum in tertio igitur non oportebit duplicare calidum in tertio vt æquiualeat calido in quarto sed sufficiet ponere ex calido in tertio Vnc. 1. $\frac{1}{3}$ & æquiualebit Vnc. 1. calidæ in quarto, prætereà non est verum vniuersaliter quod gradus æqualiter distent nam vt in experimento apparet longè plus aqua feruens excedit aquam calentem quam calens tepidam, & tepida tepentem, & tepens coæqualem; nam licet modi operandi sint tantùm 5. differentiæ tamen non sunt æquales sicut ætates sunt tres tantum non tamen æqualiter extenduntur vt tamen modum exponam, dico quod secundum Auerroim computari debent frigidæ calidis & licet in hoc non sibimet constet quinimo recidat in opinionem Alchindi quam impugnat volens quod duplicata portio tertij gradus æquiualeat intensiuè vni portioni ex quarto gradu stando tamen in eius principiis oppones calida frigidis vt vides & pro singulis pones suam contra-

ctionem

ctionem ſciendo quod medecina frigida in primo reducit calidam in tertio ad ſecundum gradum in fine & temperata reducit ad $2\frac{1}{4}$ & calida in primo reducit eam ad $2\frac{1}{2}$ & calida in ſecundo ad $2\frac{3}{4}$ & duplum calidæ in primo reducit calidam in tertio ad $2\frac{1}{4}$ & ita de aliis, multiplica igitur Vnc. in gradus quod fit diuide per alias Vnc. à quibus vis facere ſubtractionem & exiens ſubtrahe veluti in exemplo vides ſequente pone igitur in directo particulas ſingulas cum ponderibus & duces Vnc. 2. medicinæ temperatæ in temperamentum fit 2. temperati & quia vnc. 1. temperatæ reducit vnc. calidæ in tertio ad $2\frac{11}{4}$ igitur vnc. 2. medecinæ temperatæ reducet medicinam calidam in tertio ad 1. $\frac{1}{2}$ fient igitur vnc. 3. calidæ in $1\frac{1}{2}$ & ſimiliter volo iungere medicinam calidam in primo vnc. 3. frigidam in ſecundo vnc. 4. multiplico 3. in 1. fit 3. diuido per 4. exit $\frac{3}{4}$ detraho $\frac{3}{4}$ ex 2. qui ſunt gradus medecinæ frigidæ remanent $1\frac{1}{4}$ & ita compoſitum erit vnc. 7. medecinæ frigidæ in $1\frac{1}{4}$ gradus ideſt in initio ſecundi gradus habebis igitur tandem vnc. 3. calidæ in $1\frac{1}{2}$ item vnc. 7. frig. In $1\frac{1}{4}$ item vnc. 6. Cal. in $1\frac{1}{5}$ item vnc. 15. frig. in

Temperata Vnc. 2   2
Cal. Tertio Vnc. 1 $\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ 2. $1\frac{1}{2}$
3. $1\frac{1}{2}$ Cal.

Vnc. 3. Ca. Primo   3
Vnc. 4. Frig. Secundo   4
$\frac{3}{4}$
$2\frac{3}{4}$ $1\frac{1}{4}$ 7. $1\frac{1}{4}$ Frig.

Vnc. 1 Frig. Quarto   4
Vnc. 5 Cal. Secundo   5
2    $\frac{4}{5}$
$\frac{4}{5}$
6. $1\frac{1}{5}$ Cal.

Vnc. 2. Cal. Quarto   8
Vnc. 13. Frig. Primo   13
1    $\frac{8}{13}$
$\frac{8}{13}$
15 $\frac{5}{13}$ Frig.

Vnc. 3. Cal. $1\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$
Vnc. 7. Frig. $1\frac{1}{4}$ 7
$1\frac{1}{4}$ $\frac{9}{14}$
$\frac{9}{14}$
$\frac{17}{28}$ Vnc. 10. Frig. $\frac{17}{28}$

Vnc. 15. Frig. $\frac{5}{13}$ $5\frac{10}{13}$
Vnc. 6. Cal. $1\frac{1}{5}$ 6
$1\frac{1}{3}$ $\frac{25}{26}$
$\frac{25}{26}$
$\frac{13}{130}$ Vnc. 21. Cal. $\frac{31}{130}$

Vnc. 21. Cal. $\frac{31}{130}$ 5.
Vnc. 10. Frig. $\frac{17}{28}$ 10
$\frac{17}{28}$ $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{28}$ Vnc. 31. Frig. $\frac{3}{28}$

$\frac{5}{13}$ iterum igitur Complicabis vt vides vnc. 3. Cal. In $1\frac{1}{2}$ & vnc. 7. Frig. in $1\frac{1}{4}$ & conſurget medicina vnc. 10. Frig. $\frac{17}{28}$ & ſimiliter complicabis vnc. 15. Frig. $\frac{5}{13}$ & Vnc. 6. Cal. $1\frac{1}{5}$ & fiunt vnc. 21. Cal. $\frac{31}{130}$ prius igitur reduxiſti 8. medicinas ad 4. & 4. ad duas vltimo reduces ad vnam vt vides in vltima operatione multiplicando 21. in $\frac{31}{130}$ fit 5. & $\frac{1}{130}$ ſed fractiones has tam ſubtiles dimittere bonum eſt diuido 5. per 10. exit $\frac{1}{2}$ detraho $\frac{1}{2}$ ex $\frac{17}{28}$ & eſt frigiditas 10. vnciarum & tandem remanebunt vnc. 31. frigidæ in $\frac{3}{28}$ primi gradus, hoc eſt dicere in prima manſione primi gradus nam $\frac{3}{28}$ eſt $\frac{1}{9}$ ferè quare erit in prima manſione.

Et licèt aliquis diceret quod Medici circa medicinarum doſim ita ſubſtiles ſint Sophiſtæ vt dicit Auenzoar, dico intelligit in caſibus particularibus non in graduatione compoſitorum.

Et ſi dicas Auerrois non deducit ſe ad hanc ſubilitatem imò paruipendit operationem numerorum in rebus naturalibus dico quod non ponit numerum quia neſciuit, multa enim in generalibus dixit quæ nunquam poſtmodum ſciuit explicare & deducere ad effectum ſicut animæ vnitatem, motum celeſtem ſine eccentricis & epiciclis, & hanc compoſitionem, ad id de numeris dico quod non paruipendit conputationem, ad quid enim eſſet vtilis compoſitio ſi non poſſemus ſcire tandem gradum medecinæ compoſitæ nam medecina eſt propter particularia & non vniuerſalia bene autem paruipendit ſumentem principia compoſitionis ex numeris & in hoc bene dicit patet igitur quod hæc medicina ſecundum Alchindum erit calida in $\frac{86}{71}$ ſecundum Galenum autem erit frigida in $\frac{1}{30}$ & ſecundum Auerrorem erit frigida in $\frac{3}{28}$.

Fuit trigonus cuius baſis fuit 8. p̃. catheto & pars baſis maior ex vna patre tripla patri minori & quadratum lateris reſpicientis partem minorem & cathetum cum ipſo latera iunctum fuit 182. quæruntur reliqua ex illo trigono.

Debes primo ſcire quod hæc quæſtio licet videatur Geometrica adnumeratur tamen inter Arithmeticas tum quia poteſt fieri perfectè in numeris tum quia ſoluitur per la co. ſimpliciter ſine alia productione lienarum, ſcias ſecundo quo hæc quæſtio poteſt ſolui per regreſſum dicendo ſi latus trigoni cum ſuo quadrato eſt æquale 182. igitur 1. ce. p̃. 1. co. æquatur 182. igitur res eſt R̷. 182 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ igitur quadratum eius eſt 182 $\frac{1}{2}$ m̃. R̷. 182 $\frac{1}{4}$ deinde pones baſim id eſt partem illam quæ eſt $\frac{1}{3}$ alterius partis quare $\frac{1}{4}$ totius eſt 1. co. p̃. 2. nam poſitâ baſi 4. co. p̃. 8. erit eius quarta pars 1. co. p̃. 2. Et qui cathetus eſt. 8. m̃. baſi erit cathetus 4. co. multiplica in ſe vtramque partem fient 16. ce. & 1 ce. p̃. 4. co. p̃. 4, quæ iuncta ſimul faciunt 17. ce. p̃. 4. co. p̃. 4. Et hoc debet æquari 182. $\frac{1}{2}$ m̃. R̷. 182. $\frac{1}{4}$ Et ideo ſolutio eſt clara ſed dicitur per regreſſum. Volo modo ſoluere eam directè per tertium genus poſitionis à me inuentum & dicitur propſitio per p̃. & m̃ proportionata.

Quia

Quia igitur dicis quod pars basis est $\frac{1}{3}$ reliquæ partis & est $\frac{1}{4}$ totius & tota basis est 8. p̃. quam cathetus igitur pars basis est $\frac{1}{4}$ p̃. 2. ipsius catheti quare habeas pro regula notabili multiplica denominatorem $\frac{1}{4}$ in se & ei adde 1. deinde multiplica eundem denominatorem in numerum qui est p̃. & hoc quod prouenit diuide per numerum prius seruatum & quod exit minue ex 1 co. deinde hunc prouentum quem minuisti multiplica per denominatorem & prouentum

1 co. $\frac{1}{4}$ co. p̃. 2

16 8

$\frac{8}{17}$

1 co. m̃ $\frac{8}{17}$ $\frac{8}{17}$

$\frac{1}{4}$ co. p̃. $\frac{32}{17}$

1 co. m̃. $\frac{8}{17}$

1 co. m̃. $\frac{8}{17}$

1 ce. m̃. $\frac{16}{17}$ co. p̃. $\frac{64}{289}$

$\frac{1}{4}$ co. p̃. $\frac{32}{17}$

$\frac{1}{4}$ co. p̃. $\frac{32}{17}$

$\frac{1}{16}$ ce. p̃. $\frac{16}{17}$ co. p̃. $\frac{1024}{289}$

adde parti de 1 co. vt pote ad $\frac{1}{4}$ co. & habebis partes vt in exemplo 4. est denominator de $\frac{1}{4}$ quadra 4. fit 16. adde 1. fit 17. deinde multiplica 4. in 2. fit 8. diuide 8. per 17. exit $\frac{8}{17}$ & hoc minue ex 1 co. fit 1 co. m̃. $\frac{8}{17}$ item multiplica $\frac{8}{17}$ per 4. fit $\frac{32}{17}$ & hoc adde ad $\frac{1}{4}$ co. habebis igitur quod cathetus est 1. co. m̃. $\frac{8}{17}$ & pars lateris minor est $\frac{1}{4}$ co. p̃. $\frac{32}{17}$ quadra igitur vtramque partem fiet vt vides 1. ce. m̃. $\frac{16}{17}$ co. p̃. $\frac{64}{289}$ & $\frac{1}{16}$ ce. p̃. $\frac{16}{17}$ co. p̃. $\frac{1024}{289}$ iunge simul fient 1 $\frac{1}{16}$ ce. p̃. $\frac{1088}{289}$ & ita habes ce. & numerum sine rebus quare addendo ei radicem habebis 1 $\frac{1}{16}$ ce. p̃. 3. $\frac{221}{289}$ p̃. V. 1 $\frac{1}{16}$ ce. p̃. 3. $\frac{221}{289}$ æqualia 182. quare transferendo sequitur quod 182. m̃. 1 $\frac{1}{16}$ ce. m̃. 3. $\frac{221}{289}$ & est dicere 178. $\frac{68}{289}$ m̃. 1 $\frac{1}{16}$ ce æquabuntur ℞. V. 1 $\frac{1}{16}$ ce. p̃. 3 $\frac{221}{289}$ quadra igitur vtranque partem & habebis ex vna parte ce. ce. & ce. & numerum æqualia ce. & numero æqua partes & reduc ad 1 ce. ce. habebis tandem rem valere 12. $\frac{8}{17}$ & quia cathetus est 1 co. m̃. $\frac{8}{17}$ auferes $\frac{8}{17}$ ex 12 $\frac{8}{17}$ remanebit cathetus 12. quare cum pars basis sit $\frac{1}{4}$ catheti p̃. 2. erit illa pars. 5 . & latus erit & reliqua pars basis erit 15. & reliquũ latus 17. semper igitur ab eo quod posuisti 1 co. m̃. numero, memineris auferre numerum vt hic posuisti cathetum 1 co. m̃. $\frac{8}{17}$ postquam inuenisti valorem de laco, & est 12 $\frac{8}{17}$ aufer $\frac{8}{17}$ relinquetur valor catheti.

118 Inuenias duos numeros quorum quadratum primi diuisum per secundum & quadratum secundi diuisum per primum & prouenientia iuncta faciant duplum maioris numeri, scias quod intelligitur numeros illos inæquales esse aliter problema esset vanum nam omnes numeri æquales hoc faciunt pone igitur vt vites æqualitatem vnam partem 1 aliam 1. p̃. 1. co. quadra partes & fiunt vt vides, diuide quadratum primi per numerum, secundum fit vt vides, diuide quadratum secundi per numerum primum fracti & fit vt vides hoc æquatur duplo maioris quantitatis quod est 2 co. p̃. 2. quare reduc. ad integra multiplicando per 1 co. p̃. 1. partes habebis cu. p̃. 3. ce. p̃. 3. co. p̃. 2.

exit vt vides iunge per modum

1 cu. plu. 3. ce. plu. 3. co. plu. 2. &

1 co. plu. 1.

1 1. p̃. 1 co.

1 1. p̃. 2. co. p̃. 1 ce.

1 p̃. 2 co. p̃. 1 ce. X 1

1 1 co. p̃. 1

1. cu. p̃. 3. ce. p̃. 3. co. p̃. 2.

1 co. p̃. 1.

2 co. p̃. 2.

1 co. p̃. 1.

2 ce. p̃. 4 co. p̃. 2.

æqualia 2. ce. p̃. 4. co p̃. 2. quare detrahe 2 ce. p̃. 4. co. p̃. 2. ex 1. cu. p̃. 3. ce. p̃. 3. co. p̃. 2. relinquentur 1. cu. p̃. 1 ce. æqualia 1 co. schisa per 1 co. habebis. 1 ce. p̃. 1 co. æqualia 1. igitur res valet per capitulum ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ & quia posuimus maiorem quantitatem 1 co. p̃. 1. & minorem 1. erit igitur maior quantitas addito 1. ad 1 co. hoc videlicet ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ & minor 1. quadra vtranque partem fiunt 1 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ & alia 1. diuide 1 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ per 1. exit 1 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ diuide, 1. per $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ exit ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ iunge ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$ & ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ fiunt ℞. 5. p̃. 1. & hoc est duplum maioris quod est ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$.

Circa hoc nota quod posses ponere maiorem 1. & minorem ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ & sequitur idem effectus, nam ex diuisione prouenit 2. quod est duplum 1. maioris numeri.

Inuenias quatuor numeros quorum duo primi iuncti tantum faciant quantum duo vltimi & multiplicatio primi in secundum sit sub quadrupla multiplicationi tertij in quartum cape primum pro libito & sit 5. hunc semper multiplica per 1. p̃. duc. igitur 5. in 5. fit 25. duc etiam 5. in quadratum denominatoris proportionis quod est 16. nam quadratum 4. est 16. 119

igitur dicemus quod tertius numerus est 25. & quartus 80. iunge ambos fiunt 105. detrahe 5. ex 105. remanet 100. & ita 5. & 100. faciunt 105. & 25. & 80. faciunt 105. & productum 80. in 25. quod est 2000. est quadruplum ad 500. productum de 5. in 100.

5	25
100	80

Et hæc quæstio dicitur Vallæ quantum Georgius Valla proponit eam & tenet in Figuris & Fenestris quod si habeas fenestram cuius vnum latus sit 2. aliud sit 20. & velis facere aliam que sit dupla huic cuius latera etiam iuncta faciant 22. facies hoc per positionem, nam duplum de 40. est 80. igitur diuidemus 22. in duas partes ex quarum multiplicatione inuicem

uicem producatur 80. per Algebra.

120 Item sit dicat diuide 20. in duas partes atque in alias duas ita quod productum primarum sit subtriplum producto reliquarum duarum ponemus primam quantitatem 1. co. igitur secunda erit 20. m̄. 1 co. deinde per regulam præcedentem duc 1 .co. in 4.quod est 1.p̄. denominatore proportionis fit 4. co. duc etiam 1. co. in 9. & est

18 $\frac{6}{15}$	6 $\frac{1}{13}$
1 $\frac{7}{13}$	15 $\frac{11}{13}$
28 $\frac{63}{169}$	85 $\frac{35}{169}$

quadratum dedominatoris triplæ fit 9. co. igitur cum tertia & quarta faciant 20. erit 13. co. æqualia 20. & res valebit 1 $\frac{7}{13}$ erunt igitur vt vides.

Quod si dicat inuenias quatuor numeros quorum duo primi iuncti sint tantum
121 quantum duo vltimi & primus fit ℞. secundi aut tertij aut quarti aut sit cubus aut census & productum primi in secundum sit subtriplum aut sub quadruplum producto tertij in quartum ponamus quod dicam quod primus sit ℞. cubica quarti & quod productum primi in secundum sit subtriplum producto tertij in quartum ita facies pone primum 1 co. igitur tertius erit 4 co. & quartus erit 9 co. & quia quartus est cubus primi igitur 9 co. æquantur 1. cu. igitur 9. æquantur 1 ce. schisando per 1 .co. igitur si census est 9. erit la co. 3. erit igitur prima quantitas, secunda 36. tertia 12. quarta 27. & ita prima est ℞. cu. quartæ, & prima & secunda faciunt 39. sicut & tertia & quarta & productum tertiæ in quartam est 324. quod est triplum producto primæ in secundam quod est 108. & hæc regula tenet in non multiplicibus & in omnibus.

1. cu. p̄. 12. æquatur 3. co. p̄. 4. ce igitur sequitur eo quod productum partium est
121 idem & aggregatum etiam idem quod partes sunt etiam idem igitur cubus æquiualet 4. ce & 12. æquiualent 3. co igitur res est 4. & ce. 16. & cubus 64. & aggregatum 76. quod si dicat etiam 1. cu. p̄. 12. æquiualet 3. ce. p̄. 4. co. adhuc partes erunt æquales necessario nam productum est 12. cu. in vtroque & iam erant aggregata ipsa æqualia igitur cubus æquatur 3. ce. & 12. æquatur 3. co. igitur res est 3. & ce. 9. & cubus 27. & aggregatum. 39.

Duo habebant pecunias dixit primus secundo si dederis talem tuorum partem qualis
123 5. est meorum habebo 7. plusquam tu dixit secundus primo si dederis mihi talem tuorum partem qualis 16. est meorū habebo 7. plusquam tu iunge semper eas partes quas habebunt plus & sunt 7. & 29. fit 36. diuide fit 18. deinde multiplica partes quas petunt inuicem & sunt 5. & 16. fiunt 80. diuide 18. in duas partes ex quarum multiplicatione proueniat 80 per Algebra aut per regulam centesimam quadragesimi secundi capituli & erunt 10. & 8. iunge 10. cum 5. fit 15. & tantum habuit primus iunge 16. & fit 24. & tantum habuit secundus.

Primus	Secundus
5 Pars	16 Pars
7	29. p̄.
29	16
7	5
36	80
2	
18	

Dixit primus secundo & tertio si dederitis $\frac{1}{4}$ vestrorum p̄. 6. habebo 25. dixit secundus reliquis si dederitis $\frac{1}{5}$ vestrorum habebo triplum residui p̄. 10. dixit tertius secundo & primo si dederitis 28. ex vestris habebo duplum residui m̄. 8. dico soluuntur hæc per Algebra similem proponit Frater Lucas quæstione vigesima quinta disputationis nonæ tractatus noni, talis soluitur etiam per quinquagesimum primum capitulum, in principio. Soluere igitur sic, si primus recipiendo 6. & $\frac{1}{4}$ reliquorum haberet 25. igitur recipiendo $\frac{1}{4}$ tantum non haberet nisi 19. pone igitur quod secundus habeat 1. co. & tertius 1. quam igitur primus habebat 19. m̄. $\frac{1}{4}$ co. m̄. $\frac{1}{4}$ quam, & quia tertius dixit secundo & primo si dederitis 28. habebo duplum residui m̄. 8. igitur tertius tuuc habebit 1. quam p̄. 28. & quia desunt 8. igitur si haberet 1. quam p̄. 36. haberet duplum residui igitur illorum residuum est $\frac{1}{2}$ quam p̄. 18. & quia primus habebat 19. m̄. $\frac{1}{4}$ co. m̄. $\frac{1}{4}$ quam & secundus habebat 1 co. & detraxisti ab eis 28. igitur residuum secundi & primi est $\frac{3}{4}$ co. m̄. 9. m̄. $\frac{1}{4}$ quam & hoc æquatur $\frac{1}{2}$ quam p̄. 18. igitur detrahendo simile à simili fiet $\frac{3}{4}$ co. æqualia 27. p̄. 3. quam reduc ad integrum erit 1 co. æqualis 1. quam p̄. 36. quia igitur secundus habuit 1 co. & tertius 1. quam faciemus iterum positionem dando tertio 1. co. & secundo 1. co. p̄. 36. & quia primus dicit si dederitis $\frac{1}{4}$ vestrorum p̄. 6. habebo 25. igitur petit $\frac{1}{2}$ co. p̄. 15. nam 9. est $\frac{1}{4}$ de 36. cui additis 6. fit 15. & tunc habebit 25. igitur prius habuit 10. m̄. $\frac{1}{2}$ co. igitur omnes habent 1 $\frac{1}{2}$ co. p̄. 46. nam iungendo 2. co. p̄. 36. cum 10. m̄. $\frac{1}{2}$ co. fit 1 $\frac{1}{2}$ co. p̄. 46. & quia secundus dixit primo & tertio si dederit $\frac{1}{5}$ vestrorum habebo triplum residui p̄. 10. igitur cum primus & tertius habeant $\frac{1}{2}$ co. p̄. 10. eo. quod secundus habebat 1 co. p̄. 36. igitur dando $\frac{1}{5}$ & auferendo 10. habebit secundus 1 $\frac{1}{10}$ co. p̄. 28. & hoc est triplum de $\frac{2}{5}$ co. p̄. 8. igitur 1 $\frac{1}{5}$ co. p̄. 24. æquatur 1 $\frac{1}{10}$ co. p̄. 28. igitur $\frac{1}{10}$ co. æquatur 4. igitur 1 co. æquatur 40. & primus habuit 10. m̄. $\frac{1}{2}$ co. igitur habuit 10. debiti & nihil crediti & secundus habuit 1. co. p̄. 36. igitur habuit 76. & tertius habuit 1. co. igitur habuit 40.

Est vas vinarium habens quatuor canu- 125
las à prima canula supra continetur $\frac{1}{3}$ totius vini à secunda ad primam continetur $\frac{1}{4}$ à tertia canula ad secundam $\frac{1}{6}$ à quarta canula ad tertiam residuum est, autem vltima canula in fundo vasis prima canula effundit suam partem in horis 4. secunda in 3. tertia in 2. quarta in 1. quod possibile est ex canularum diuersâ latitudine quæritur aperiendo omnes canulas in quanto tempore effundetur vinum.

Debes

Debes in talibus considerare quod secunda canula adiuuat primam & non econtra & tertia adiuuat secundam & primam & non econtra & quarta adiuuat primam secundam & tertiam & à nulla illarum iuuatur pone igitur ad facilitatem quod vas contineat brentas 24. & quia ad primam canulam est $\frac{1}{3}$ igitur prima canula effundet brentas 8. in horis 4. & à prima ad secundam continentur brentæ 6. quia $\frac{1}{4}$ igitur brentæ 6. effundentur in horis 3. & similiter à secunda ad tertiam continetur $\frac{1}{6}$ igitur brentæ 4. quæ expositio effundentur in horis 2. & à tertia canula ad quartam continentur brentæ 6. quæ effundentur in hora 1. fac igitur in hora 1. prima canula vacuat 2. secunda 2. tertia 2. quarta 6. iunge simul fiunt 12. brentæ & nos volumus tantum 8. igitur in $\frac{2}{3}$ horæ euacuabitur suprema pars similiter secunda pars eodem modo in

hora vna secunda canula euacuat 2. tertia 2. quarta 6. igitur in hora. 1. euacuabunt brentas 10. & nos volumus tantum 6. igitur euacuabunt $\frac{3}{5}$ horæ nam 6. est $\frac{3}{5}$ de 10. pro tertia parte in hora 1. parte in hora canula euacuat 2. quarta 6. igitur 8. & nos volumus tantum 4. igitur in $\frac{1}{2}$	8	hór.	4
	6	hór.	3
	4	hór	2
	6	hór.	1
	$\frac{2}{3}$		
	$\frac{3}{5}$		
	$\frac{1}{2}$		
	1		
	$2\frac{11}{15}$		

hora euacuabitur tertia pars & iam quarta euacuatur in hora 1. expositio igitur totum vas euacuabitur in horis $2\frac{11}{15}$.

125 Est fons lapideus in summitate habens tres canulas quarum prima per se impleret fontem in hór. 1. secunda in 2. tertia in 3. fons etiam habet tres canulas effundentes à quarum prima euacuaretur in horis à secunda in horis 5. à tertia in $\frac{1}{4}$ horæ aperiuntur igitur omnes canulæ tam infundentes quàm effundentes quæritur in quanto tempore impletur vas sic facito vt priùs vide in hora 1. quid infundetur & inuenies quod prima canula impleret totam secunda $\frac{1}{2}$ tertia $\frac{1}{3}$ iunge $1\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ fiunt $1\frac{5}{6}$ similiter fac de effundentibus prima canula quia in horis 4 effunderet totam aquam igitur in hór. effundet $\frac{1}{4}$ & secunda $\frac{1}{5}$ & tertia $1\frac{1}{3}$ iunge fiunt $1\frac{47}{60}$ effundetur igitur in hora vna fons $1\frac{47}{60}$ & implebitur $1\frac{5}{6}$ detrahe $1\frac{47}{60}$ ex $1\frac{5}{6}$ remanent $\frac{1}{20}$ & tantum implebitur de fonte in hora igitur in 20. horis implebitur vas & vbi $1\frac{47}{60}$ fuisset maius parte infusa nunquam impleretur vas in perpetuum quia plus effunderetur quàm infunderetur.

127 Quidam dedit libras 60. mutuo alteri ad 8. menses cum lucro d. 4. pro libra omni mense: eadem autem die pœnituit eum qui dederat ex necessitate quadam & repetiit pecunias ab illo qui mutuauit dixit ille qui receperat nolo retrò dare eas sine lucro & concordati sunt vt recompensarentur ad 2. d. pro libra omni mense quæritur quantum debet restituere tu scis quod 2. d. pro mense in 8. mensibus sunt ſ. 1. d. 4. igitur libræ 60. fierent 64. dic igitur si 64. fieret 60. quid fiet 60. multiplica 60. in 60. fit 3600. diuide per 64. exit $56\frac{1}{4}$ idest libræ 56. ſ. & tot retro dabit mutuatori, nam si iterum daret lib. 56. ſ. 5. ad 2. d. pro libra omni mense vsque ad 8. fierent in dictis 8. mensibus lib. 60. igitur recompensatæ sunt lib. 60. ad 2. d. pro libra hæc est Fratris Lucæ & sequens.

Quidam dedit lib. 60. ad 10. pro 100. tribus annis & voluit vt redderentur in tribus annis æqualiter ita quod tantum reciperet primo anno quantum in secundo & secundo quantum in tertio & quod in tertio esset complete satisfactus, promerere lib. 60. primo anno ad 10. pro 100. fiunt lib. 66. aufer 1. co. remanebunt lib. 66. m̃. 1. co. promerere pro secundo anno ad 10. pro 100. lib. 66. m̃. 1. co. fiunt lib. $72\frac{3}{5}$ m̃. $1\frac{1}{10}$ co. aufer 1 co. fiunt lib. $72\frac{3}{5}$ m̃. $2\frac{1}{10}$ co. promerere tertio lib. $72\frac{3}{5}$ m̃. $2\frac{1}{10}$ co. ad 10. pro 100. fiunt lib. $79\frac{43}{50}$ m̃. $2\frac{31}{100}$ co. aufer 1 co. & remanent $79\frac{43}{50}$ m̃. $3\frac{31}{100}$ co. & hoc æquatur nihil igitur $79\frac{43}{50}$ æquantur $3\frac{31}{100}$ co. diuide numerum per co. exit valor rei $24\frac{42}{331}$ & tantùm dabit singulo anno. 12

Quando aureus valebat mozenighos aliquot & triplum valebat ambroxinorum ac 3. p̃. & columbinas valebat quadruplum & 4. p̃. dedit cambiator mozenighos 7. ambroxinos 16. columbetas, quæritur quantum valuit aureus pone quod valeret 1 co. mozenighorum igitur valebat 3 co. p̃. 3. ambroxinorum & 4. co. p̃. 4. columbinarum & quia 3 co. p̃. 3. sunt $\frac{3}{4}$ de 4 co. p̃. 4. igitur per regulam 104. capituli quadragesimi secundi erit columbina $\frac{3}{4}$ ambroxini, accipe igitur $\frac{3}{4}$ de 16. & est 12. si igitur cambiator dedit mozenighos 2. ambroxinos 7. columbinas 16. est ac si diceres cambiator dedit mozenighos 2. ambroxinos 19. eo quod 16. columbinæ æquiualent 12. ambroxinis habuit igitur à cambiatore 2. mozenighos & 19. ambroxinos & hæc æquiualent vni aureo habemus igitur petitionem quasi dixisset aureus valet 1. co. mozenighorum & 3 co. p̃. 3. ambroxinorum, veni ad campsorem & habui 2. mozenighos & 19. ambroxinos quæritur valor aurei dispone igitur vt vides 3 co. p̃. 3. sub 19. & 1 co. sub 2. idest valorem monetæ receptæ sub numero eiusdem monetæ & multiplica per modum addendi fractos 139

$$\frac{19}{3.\ ce.\ \tilde{p}.\ 3.} \qquad \frac{2}{1\ co.}$$

$$\frac{25\ co.\ \tilde{p}.\ 6.}{3.\ ce.\ \tilde{p}.\ 3.\ co.}$$

in crucem habebis $\frac{25\ co.\ plu.\ 6.}{3\ ce.\ plu.\ 3.\ co.}$ & h. æquabitur vnitati aurei multiplica igitur omnia per diuisorem habebis 3. ce. p̃. 3. co. æqualia 25. co. p̃. 6. quare 1. ce. æquatur $7\frac{1}{3}$ co. p̃. 2. igitur per capitulum res valet $3\frac{2}{3}$ p̃. ℞. $15\frac{4}{9}$ & tantùm valuit ex mozenighis & ex ambroxinis valuit triplum p̃. 3. & est 14. p̃. ℞. 139.

Et nota in hac quæstione duo primum quod si 3. co. p̃. 3. non fuisset pars de 4. co. p̃. 4. vt pote quod dixisset 4. co. p̃. 5. aut 4. co. p̃. 6. ita quod non fuisset proportio co. ad co. veluti numeri ad numerum tunc

tunc quæstio redditur admodum difficilis sed si dixisset quod valuit triplum p̄. 6. & quadruplum p̄. 8. adhuc fuisset solubilis quia 3. est talis pars de 4. qualis est 6. de 8.

Secundo nota quod si dixisset aureus valet solidos 110. & valet mozenighos nesciò quot & triplum p̄. 6. in ambroxinis & quadruplum p̄. 8. in columbinis veni ad campsorem & recepi 2. mozenighos 7. ambroxinos 16. columbinas & retinuit solidum 1. pro cambico, quæritur valor etiam aurei, dico quòd soluitur vt præcedens & est facilior licet videatur magis confusa & ita in talibus semper procedes & hoc est initium tentandi aliquem si aliquid intelligat in Arithmetica si verò proponantur valores non proportionati soluitur alio modo & pulcherrimo ingenio veluti si quis dicat aureus valet testones nescio quot & carlinos duplum p̄. 4. & grossetos quincuplum p̄. 2. tunc veni ad campsorem & dedit mihi pro aureo vno testones 3. carlinos 4. grossetos 8. quæritur valor aurei soluitur & inuenies quod valet testones 6. vel carlinos 16. vel grossetos 32. solue modo & experiaris ingenium tuum quia ex hoc libro qui rectè sciuerit operari nihil desiderabit frustra quantum ad practicam Arithmeticæ aut Geometricæ.

190 Duo mercatores fecerunt societatem primus posuit duc. 1200. secundus 800. & acceperunt factorem cui dabant 12. pro 100. de lucro in capite autem trium annorum lucrati sunt duc. 600. quæritur quantùm debet habere quilibet illorum sic facies de lucro quod est 600. duc. aufer 12. pro centum & sunt 72. & dabis factori deinde remanebunt ducati 528. lucri dic igitur si 2000. summa capitalis producit 528. quid producet 1200. primi & producent $316 \frac{4}{5}$ & tantum habebit primus & secundus habebit residuum quod est $211 \frac{1}{5}$.

131 Duo ineunt societatem primus posuit duc. 300. & debuit habere $\frac{1}{4}$ lucri secundus posuit 700. & personam & debuit habere $\frac{3}{4}$ lucri primus autem vult ponere tantùm vt habeat $\frac{2}{3}$ lucri & secundus $\frac{1}{3}$ quæritur quantum debet addere sic facito quia primus posuit 300. & debuit habere $\frac{1}{4}$ igitur 300. est $\frac{1}{4}$ capitalis igitur capitale totum est 1200. & persona æstimatur duco 200. qui sunt residuum de 1000. ad 1200. vel secundum opinionem meam æstimatur persona $\frac{1}{6}$ totius societatis secundum igitur communem opinionem quæ semper existimat personam 200. ducatos secundus posuit in prima vice duc. 900. & debet trahere $\frac{1}{3}$ igitur oportet vt totum capitale sit 2700. nam 900. sunt $\frac{1}{3}$ de 2700. sed capitale iam fuit 1200. igitur supra ponendi erunt duc. 1500. à primo & tunc trahet primus $\frac{2}{3}$ & secundus $\frac{1}{3}$ & hæc est solutio communis.

Solutio verò nostra est quod licet non sit in vsu est tamen malè in tellecta hæc quæstio, & dico quod secundus semper dedebet trahere $\frac{1}{6}$ pro persona & quia debet habere $\frac{1}{3}$ in totum detrahe $\frac{1}{6}$ ex $\frac{1}{3}$ remanet $\frac{1}{6}$ & tantùm debet habere pro duc. 700. igitur si 700. sunt $\frac{1}{6}$ capitalis erit totum capitale duc. 4200. & quia primus debet habere $\frac{2}{3}$ lucri igitur ponitur $\frac{2}{3}$ capitalis qui sunt 2400. duc. & iam posuerat duc. 300. superaddet, duc 2100. & tunc trahit $\frac{2}{3}$ lucri & secundus $\frac{1}{3}$ & hoc intelligitur vbi non sit aliud pactum.

Duo ponunt in societatem primus 132 ponit duc. 400. & debet trahere $\frac{2}{3}$ lucri secundus ponit 300. & debet habere $\frac{1}{3}$ post hæe secundus vult tuntum superaddere vt trahet $\frac{1}{2}$ totius lucri soluitur hæc ex quinquagesima nona quæstione nam eo quod primus trahit $\frac{2}{3}$ lucri igitur habet dono à secundo vsum residui diuide igitur 700. per 3. exit $233. \frac{1}{3}$ & quia secundus trahit pro $\frac{1}{3}$ est ac si secundus posuisset $233 \frac{1}{3}$ & primus $466. \frac{2}{3}$ si igitur detraxeris $233 \frac{1}{3}$ ex $466. \frac{1}{3}$ remanebunt $233 \frac{1}{3}$ qui debent addi à secundo vel supponi & trahet $\frac{1}{2}$ primus igitur ponit ducatos 400. secundus $533 \frac{1}{3}$ & trahent pro dimidio & hoc est quia secundus dat primo vsum duc. $66 \frac{2}{3}$ Frater autem Lucas in quæstione 59. dicit quod secundus debet supraponere ducatos 420. & ita differentia est ducatorum $186. \frac{2}{3}$ quos plus supraponendos existimat Frater Lucas quam debeat quæstio tamen vt dixi est potius iudicialis quam Arithmetica & ideò assimilatur solutio eius solutionibus iuristarum.

Quidam habebat lib. 5. argenti cuiusdam 133 perfectionis & lib. 6. alterius perfectionis & lib. 7. etiam alterius perfectionis & perfectiones istæ erant continuè proportionales fusione facta massa facta est perfectionis 10. vnc. pro libra quorum perfectiones argenti fusi, hæc soluitur pluribus modis per cathaim & per algebra simplicem & per regulam sed leuissimè per algebra ita tamen vt obserues quod proportio sit quasi similis ponderibus & perfectione, pone igitur quod prima perfectio sit co. secunda 6. co. tertia necessario erit $7 \frac{1}{5}$ co. igitur multiplica per pondera perfectiones & iunge habebis $111 \frac{2}{5}$ co. diuide per summam ponderum quæ est 18. erit perfectio $6 \frac{17}{90}$ co. quare cum hoc sit æquale 10. diuidemus 10. per $6 \frac{17}{90}$ exibunt $1 \frac{343}{557}$ & quia posuimus quod lib. 5. haberent perfe-

5 6 7
5 co. 6 co. $7 \frac{1}{5}$ co.

25 co. 36 co. $50 \frac{2}{5}$ co.

$50 \frac{2}{5}$ co.	7
36 co.	6
25 co.	5
$111 \frac{2}{5}$ co.	18
18	

$6 \frac{17}{90}$ co.

ctionem 5. co. & lib. 6. de 6. co. & lib. 7 de $7 \frac{1}{5}$ co. multiplicabimus $1 \frac{343}{557}$ per. 5. 6. 7. $\frac{1}{5}$ & habebimus perfectionem 5. librarum $8 \frac{44}{557}$ & librarum 6. perfectio erit $9. \frac{387}{557}$ & librarum 7. perfectio erit $11 \frac{173}{557}$ & ita possemus esset ponere maiorem perfectionemin minore

re pondere & minorem in maiore & soluere etiam sub infinitis aliis proportionibus quia quæstio est indeterminata.

134 Quidam habuit argentum perfectionis vnc. 2. & argentum perfectionis vnc. 5. & argentum perfectionis vnc. 6. & pondera illorum erant in continua proportione deinde miscuit ea & facta est massa ponderis lib. 10. perfectionis vnc. 4. pro libra quæruntur pondera argenti hæc quæstio ac si diceres diuide 10. in 3. partes continuè proportionales ita quod multiplicata prima per 2. secunda per 5. tertia per 6. summa illarum multiplicationum fit 40. & sunt vnc. argenti fini existentes in lib. 10. dando vnc. 4. pro libra & ideò est soluta in septuagesima octaua quæst. verum potest solui etiam alio modo sic.

Pone quod prima quantitas sit 1. secunda 1. co. tertia 1. ce. & quia dicis quod prima quantitas est perfectionis vnc. 2. secunda 5 tertia 6. est ac si diceres quod primæ quantitatis perfectio est $\frac{2}{12}$ secundæ $\frac{5}{12}$ tertiæ $\frac{6}{12}$ multiplica igitur vnamquanque partem in suam perfectionem igitur habebis $\frac{2}{12}$ p̃. $\frac{5}{12}$ co. p̃. $\frac{6}{12}$ ce. & h. æquabitur $\frac{1}{3}$ de 1 p̃. 1 co. p̃. 1. ce. quia positum est quod libra continet vnc. 4. argenti fini quæ sunt $\frac{1}{3}$ de 12. vnc. vnius libræ igitur $\frac{2}{12}$ p̃. $\frac{5}{12}$ co. p̃. $\frac{6}{12}$ ce. æquantur $\frac{1}{3}$ p̃. $\frac{1}{3}$ co. p̃. $\frac{1}{3}$ ce. & est $\frac{1}{3}$ totius summæ assumptæ quare multiplicando omnia per 12. habebis 2. p̃. 5. co. p̃. 6. ce. æqualia 4. p̃. 4. co. p̃. 4. ce. igitur detrahendo fient 2. ce. p̃. 1 co. æqualia 2. quære 5. ce. p̃. $\frac{1}{2}$ co. erit æqualis 1. igitur res valet ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{4}$ & quia aggregatum quantitatum est lib. 10. & quantitates sunt in proportione 1. & ℞. 1. $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{4}$ & 1 $\frac{1}{16}$ m̃. ℞. $\frac{5}{16}$ hoc est dicere de 1. p̃. 1. co. p̃. 1. ce. iunge igitur simul fient 2 $\frac{1}{16}$ p̃. ℞. $\frac{5}{16}$ dices igitur per modum societatis si 2 $\frac{1}{16}$ p̃. ℞. $\frac{5}{16}$ essent 10. quid esset & quid ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{4}$ & quid 1 $\frac{5}{16}$ m̃. ℞. $\frac{5}{16}$ multiplica has quantitates per 10. & diuide per 2 $\frac{1}{16}$ p̃. ℞. $\frac{5}{16}$ & prouenientia erunt lib. argenti perfectionis 2. 5. 6. circa quam multiplicationem nota quod debes pro facilitate diuidere 10. per 2 $\frac{1}{16}$ p̃. ℞. $\frac{5}{16}$ & prouentum multiplicabis per 1. & per ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{4}$ & per 1 $\frac{5}{16}$ m̃. ℞. $\frac{5}{16}$ & prouenientia erunt quæsita & hic modus est in virtute regulæ de medio si rectè considerans.

Duos inuenias numeros in proportione. 3.
135 & 2. ex quorum multiplicatione proueniat ℞. aggregati. In talibus quæstionibus soluendis quia oportet vt perueniat ℞. aggregati igitur oportet vt aggregatum sit hominis ℞. sit igitur aggregatum 1 ce. diuide in duas partes quarum proportio sit vt 3. ad 2 & erunt $\frac{3}{5}$ & $\frac{2}{5}$ vnius census & hæc inuicem multiplicata debent producere 1. co. quod est ℞. aggegati multiplica igitur $\frac{2}{5}$ ce in $\frac{3}{5}$ ce fit $\frac{6}{25}$ ce. ce. & hoc est æquale 1 co. igitur 6. ce.ce. æquantur 25 co. igitur 6. cu. æquantur 25. igitur 1. cu. est 4 $\frac{1}{6}$ igitur cen. est census ℞. cu. 4. $\frac{1}{6}$ & est ℞. cu. 17. $\frac{13}{36}$ huius cape $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{5}$ & hoc modo cuba ℞. cu. 4. $\frac{1}{6}$ fit 4 $\frac{1}{6}$ cuba 5. quia vis diuidere per 5. habes 125. si igitur diuideres 4 $\frac{1}{6}$ per 125. haberes prouentum cuius ℞. cu. essent $\frac{1}{5}$ ℞. cu 4 $\frac{1}{6}$ sed quia vis $\frac{1}{5}$ census ideo quadra 4 $\frac{1}{6}$ fit 17 $\frac{13}{36}$ diuide 17. $\frac{13}{36}$ per 125. exit $\frac{5}{36}$ & ℞. cu. $\frac{5}{36}$ est $\frac{1}{5}$ ce. ℞. cu. 4. $\frac{1}{6}$ sed quia nos volumus $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{5}$ ideo duplicanda erit & triplicanda cuba igitur 2. & 3. fiunt 8. & 27. multiplica in numeritorem de $\frac{5}{36}$ & habebis quòd vna pars fuit ℞. cu. 1 $\frac{1}{6}$ & hæc est ℞. quadrata census aggregati nam census aggregati est ℞. cu. 17 $\frac{13}{36}$.

Quidam dixit multiplicaui numerum quen- 136
dam in se deinde in productum & quod prouenit addito 1 diuisi per illum numerum m̃. 1, & similiter diuisi eundem cubum detrahendo 1. per primum numerum 1. & prouenientia iunxi & fuerunt 10. pone quod primus numerus sit 1. co. cuba igitur fit 1. cu. detrahe 1. fit 1. cu. m̃. 1. diuide per 1. exit per decimam quartam regulam vigesimi secundi capituli 1 ce. p̃. 1. m̃. 1. co. m̃. 1 co.^{2} plu. 1. & similiter diuide 1. cu. p̃. 1. per 1. co. m̃. 1. exit 1. ce. p̃. 1. co. p̃. 1 co.^{2} me. 1. iunge simul per viam fracti fient 2. ce. p̃. 2 p̃. 1 ce. me. 1.$_{4}$ per duodecimum capitulum, multiplica omnia per denominatorem fient 2. ce. ce. p̃. 2. æqualia 10. ce. m̃. 10. quare 1. ce. ce. p̃. 6. æquatur 5. ce. igitur per capitulum res valet ℞. 2. cuba eam fit ℞. 8. p̃. 1. diuide per ℞. 2. m̃. 1. exit 5. p̃. ℞. 18. similiter diuide ℞. 8. m̃. 1. per ℞. 2. p̃. 1. exit 5. m. ℞. 18. iunge 5. p̃. ℞. 18. cum 5. m̃. ℞. 18. fiunt 10. præcisè & est pulchra & ingeniosa operatio & super illud capitulum formabis quæstiones mirabiles.

Inuenias vnum numerum qui ductus in 137
se deinde productum etiam in se ductum & detracto 1. & residuo diuiso per primum numerum p̃. 1. & per eundem m̃. 1. aggregata faciant 10. vel residuata faciant 6. pone quod numerus ille sit 1. co. ductus in se fit 1 ce. duc. 1. ce. in se fit 1 ce. ce. detrahe 1. fit 1 ce. ce. m̃. 1. diuide per 1. co. m̃. 1. & est primus numerus exit 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 1. co. p̃. 1. diuide etiam 1. ce. ce. m̃. 1. per 1. co. p̃. 1. exit 1. cu. m̃. 1. cen. p̃. 1. co. m̃. si igitur aggregaueris hos duos prouentus fient 2. cu. p̃. 2. co. æqualia 10. quare 1. cu. p̃. 1. co. erit æqualis 5. igitur res est ℞. pronica media 5. vt dictum est in capitulo quinquagesimo primo, si verò dicat vt residuata faciant 6. detrahe 1. cu. m̃. 1. ce. p̃. 1. co. m̃. 1. ex 1. cu. p̃. 1 ce. p̃. 1 co. p̃. 1. remanent 2. ce. p̃. 2. æqualia 6. igitur 1. ce. p̃. 1. æquatur 3. igitur 1 ce. æquatur 2. & ℞. 2. est valor rei & ita de aliis.

Inuenias ℞. cubam de 20. iam sciuisti quod 138
potest, inueniri per regulam quintam capituli vigesimi tertij si rectè illa regula intelligatur secundò potest inueniri addendo nullationes plures ternatim vt 3. vel 6. vel 9. vel 12. nullationes & quanto plures addideris tantò præcisiorem radicem habebis vt patet ex sexta regula supradicti capituli.

Circa hoc etiam nota quod ℞. 1. 2. 3. litterarum est vna littera & ℞. 4. 5. 6. litterarum est duæ litteræ & ℞. 7. 8. 9. litterarum semper est 3. litteræ, & ita pro quibuslibet ordinibus trium litterarum semper addenda est vna littera, exemplum si quis dicat ℞. cubica 129. quot litteræ sunt dices vna quia litteræ cubi non excedunt tres & si dicat ℞. cubica 1129. quot litteræ sunt dices duæ quia

cubus excedit tres literas & si dicat ℞. cubica 172935. quot literæ sunt dices duæ quia cubus qui est 172935. est sex literæ tantum & si dicat ℞. cubica 729857214. quot litteræ sunt dices 4. quia litteræ sunt 10. diuide igitur numerum litterarum per 3. vt pote 10. litteras exit $3\frac{1}{3}$ igitur dices quod ℞. cubica sunt 4. litteræ quia semper fractio in hoc casu debet poni pro integro.

Per idem ℞. quadrata est semper dimidium literarum veluti ℞. 17397. est 3. litteræ quia 5. diuisum per medium producit $2\frac{1}{2}$ & ideo erunt tres litteræ & ℞. quadrata de 1479253711. est 5. litteræ quia dimidium 10. litterarum quæ sunt in numero cuius vis accipere ℞. est 5.

Per idem ℞.℞. quarumlibet quatuor litterarum est vna littera diuidendo igitur numerum cuius vis accipere ℞. ℞. per 4. quod exit est numerus litterarum radicis computando fractos pro integris veluti dicemus quod ℞.℞. 13742567211481. est 5. litteræ quia 17. litteræ diuisæ per 4. producunt $4\frac{1}{4}$ & est regula Leonardi Pisani vera.

Ex hac regula faciliter cognosces mediantibus terminationibus an numerus maximus habeat ℞. quadratam aut cubicam aut ℞.℞. integram au non habeat vtendo iudicio & discretione.

Est etiam tertius modus approximationis qui elicitur ex vigesima tertia regula 51. capituli in ℞. cuba talis, capere primo ℞. cubam integram de 20. quæ est 2. cuius cubus est 8. detrahe 8. ex 27. remanent 12. suppone 12. ad 19. fiunt $\frac{12}{19}$ detrahe $\frac{12}{19}$ ex 12. remanent $11\frac{7}{19}$ diuide semper hoc per 3. exit $3\frac{15}{19}$ deinde adde $\frac{12}{19}$ ad 2. radicem primam fit $2\frac{12}{19}$ multiplica in primam radicem quæ fuit 2. fit $5\frac{5}{19}$ diuide $3\frac{15}{19}$ per $5\frac{5}{19}$ exit $\frac{18}{23}$ adde ad 2. fit ℞. cuba 20. satis proxima $2\frac{18}{25}$ & similiter volo ℞. cubam de 80. ℞. cuba integra est 4. cuius cubus est 64. detraho 64. ex proximo cubo qui est 125. exit 61. detraho ex 80. remanent 16. supperpono 16. ad 61. fit $\frac{16}{61}$ detraho ex 16 remanent $15\frac{45}{61}$ diuide semper vt dixi per 3. exit $5\frac{15}{61}$ deinde adde $\frac{16}{61}$ prius inuentos ad 4. fit $4\frac{16}{61}$ multiplica 4. priorem radicem in $4\frac{16}{61}$ secundam radicem fit $17\frac{3}{61}$ diuide $5\frac{15}{61}$ prius seruatos per $17\frac{3}{61}$ exit $\frac{4}{13}$ adde ad 4. fit ℞. cuba 80. hoc $4\frac{4}{13}$ cuius cubus est $79.\frac{2053}{2197}$.

139 Inuenias duos numeros in proportione 3. ad 2. ex quorum multiplicatione fiat vnitas hæc potest solui per algebra ponendo vnam 1. co. alium $1\frac{1}{2}$ co. deinde multiplicare habebis $1\frac{1}{2}$ ce. æqualem vnitati, sed longè pulchrius est inuenire hoc modo.

Scias hanc regulam quod cum duo numeri mutuo se diuidunt semper prodeuntia inuicem multiplicata producunt vnitatem. Item scis ex regula vigesima nona capituli 42. quod quotiens duo numeri se mutuo diuiserint prodeuntia habebunt proportionem duplicatam quam habent numeri mutuo se diuidentes igitur tales erunt assumendi in proportionem quæ est medietas sexquialteræ vt post modum mutuo diuisi producant exeuntia in proportione sex qui altera dictum igitur est vt essent in proportione 2. ad 3. multiplica 2. in 3. fit 6. & ℞. 6. cum 2. sunt in proportione quæ est medietas sexquialteræ, diuide igitur ℞. 6. per 2. exit ℞. $1\frac{1}{2}$ diuide 2. per ℞. 6. exit ℞. $\frac{2}{3}$ & ℞. $1\frac{1}{2}$ & ℞. $\frac{2}{3}$ sunt numeri quæsiti qui sunt in proportione 3. ad 2. & inuicem multiplicati producunt vnitatem.

Casus nuper accidit quidam vendidit apothecam librorum aureis 600. in termino annorum 10. soluendis ita quod in fine primi anni soluat 60. & in fine secundi anni alios 60. aureos vsque ad decem annos venit vnus qui vult exbursare omnes pecunias à principio computando interesse temporis ad 5. pro 100. ad caput anni quæritur quot aureos debet potentialiter exbursare & est dicere quanti dicitur ad contatos vendidisse dictam apothecam, scias primo quod oportet scire reducere dictos terminos solutionum ad vnum terminum & licet possit hoc fieri per tertiam regulam quinquagesimi octaui capituli nihilominus quia solutio est æqualis videlicet 60. aurei pro singulo anno fit longè facilius in talibus casibus per hanc regulam præsentem seruientem omnibus solutionibus æqualibus capias numerum annorum qui est 10. eius accipe progressionem vnitatum quæ est 55. diuide 55. per ipsum 40. exit $5\frac{1}{2}$ & in tot annis deberet soluere vniuersam pecuniam idest 600. aureos vbi in vna solutione soluendi essent & ita si fuisset in 9. annis solutio eius progressio esset 45. quare diuiso 45. per 9. exit 5. & in quinque annis esset reductio solutionis ad vnum terminum & si exbursasset à principio ducatos 120. deinde reliquos 480. in 8. annis ad 60. pro anno tunc caperes progressionem de 8. quæ est 36. deinde diuide 600. per 60. qui sunt aurei soluendi singulo anno exit 10. diuide 36. per 10. exit $3\frac{3}{5}$ & in tot annis assent exbursandi 600. aurei volo dicere quod tantum valet & non accedit damnum danti nec recipienti dare alicui 120. aureos de præsenti deinde 60. aureos singulo anno vsque ad 8. annos vsque ad complemetum 600. aureorum quantum esset nihil exbursare præsentialiter & in capite annorum $3\frac{3}{5}$ exbursare omnes 600. aureos hac igitur regula generali intellecta bene quæ est valde bona dictum est quod solutio cadit in annis $5\frac{1}{2}$ quare per regulam septimam capituli quinquagesimi septimi promerere aliquem numerum pro an-

2560000000
128
2688000000
Primus.
1344
2822400000
Secundus.
14112
2963520000
Tertius.
148176
3111696000
Quartus.
1555848
3267280800
Quintus.

Quintus.
16336404
343064840
Sextus.
85766121
35164110961
Septimus.

nis 6 $\frac{1}{2}$ vno videlicet plus ad 5. pro 100. & hoc facies per modum centeſimæ ſextæ regulæ ob facilitatem nam 5. pro 100. ſunt $\frac{1}{20}$ & quia non promereris ſeptimum annum niſi pro medietate quæ eſt $\frac{1}{40}$ ideo multiplicabis 20. ſexies in ſe & fit 64000000. hoc multiplica ſemel 140. fit 256000000. promerere igitur hoc pro ſex annis addendo ſemper $\frac{1}{20}$ & fit vt vides 3530644840. hoc igitur eſt meritum pro 6. annis integris promerere modo pro 6. menſibus habebis hoc 3516410961. dic igitur ſi 3516410961. fit ex 3430644840. ex quo fiet per dictam regulam 3430644840. multiplica hunc numerũ in ſe & productũ diuide per 3516410961. & exit $\frac{11769124017818625600}{3516410961}$ dic digitur ſi hoc fit ex 2560000000. in annis 5 $\frac{1}{2}$ ex quo fiet 600 multiplica 600. 1256000000 fit 1536000000000. diuide per ſupra dictam fractionem & exit 458. $\frac{678552254978422}{7355827511586641}$ & tot aureos debet ille exburſare præſentialiter, & facilitatur operatio dimittendo diuiſionem primam, vt vides deinde diuidendo per modum regulæ octauæ capituli 31. ſic enim facilitatur operatio hæc & abreuiatur.

Aureus eſt Mediolani lib. 4. ſecundum valet lib. 5. ſol. 12. Venetiis aureus eſt lib. 6. ſol 4. ſcutum valet lib. 6. ſol 15. in Sicilia ſcutum valet carlinos 15. ſol 3. Mediolanenſes riſma cartæ eſt foliorum 500. quidam emit riſmas tot Venetiis librorum ad lib. 4. venetas quod valor fuit ducatorum venetorum 40. venit Mediolanum & permutauit cum alio dando 12. ex ſuis libris pro aureo veneto quilibet liber erat folia 36. expenſæ conducendi libros ex Venetiis Mediolanum ſunt $\frac{1}{6}$ valoris librorum Venetiis, recipit autem in permutatione libros Mediolani ad lib 4. Mediolanenses pro riſma : conductio librorum ex mediolano in Siciliam eſt $\frac{1}{2}$ pretij ſiue valoris Mediolani : libri quos accepit in cambium fuerunt trium modorum quidam 30. faciliorum quidam 40. quidam 60. quæritur volendo vendere dictos libros in Siciliam aductos vt lucretur vltra omnes expenſas 20. pro 100. quomodo debet apretiare dictos libros.

Hæc quæſtio ſicut præcedens fuit in effectu præciſè vt ponitur & eſt quæſtio compoſita ſicut præcedens nam vt vides præcedens ſoluitur per quiquageſimum ſeptimum & quinquageſimum octauum capitulum quia habet merita & recompenſationem & reductionem ad vnum terminum & ita hæc præſupponit capitulum quinquageſimum ſextum de cambiis & capitulum quinquageſimum quintum de permutationibus & capitulum quinquageſimum nonum de lucris & damnis propter expenſas & propter venditionem & pretia ad terminatum lucrum & tales quæſtiones ſunt valde pulchræ & vtiles & beatus eſt mercator qui bene ſcit eas explicate nam nihil magis ditat hominem quam bene intelligere tales per tractationes commercia & fere nulli inueniuntur his temporibus qui rectè ſciant ſe bene in illis exercere ſed poſtmodum exercent ſe in execranda vſura quia lucra licita neſciunt bene intelligere. Ideo poſui hæc duo exempla vt per illa poſſis omnes compoſitas quæſtiones intelligere, ibi enim iacet lepus, & quidam qui ſunt magis fortunati quam ſolertes exiſtimant ſe eſſe peritiſſimos in his & admittunt errores ad 15. pro centum & in damnum ſuum quod eſt ſtultitia, & in damnum alterius quod eſt peccatum.

Do autem tibi tria præcepta in omnibus iſtis quæſtionibus ſoluendis compoſitis quorum primum poſitum eſt in capitulo de cambiis quod debes reducere omnia ad valorem ſcuti & non alterius monetæ fixę nam hæc eſt maxima pars erroris, ſecundum quod debes exquiſitè inuenire capitale tuum & ad ipſum habere oculos, nam quandoque homini videtur lucrari multum & perdit eo quod non ponit mentem ad capitale & in capitali intelliguntur omnes expreſſæ vſque quo homo diſpoſuerit merces in loco in quo vult vendere ita quod non defficit niſi emptor. Tertium quod ſoluendæ ſunt à parte ad partem tales quæſtiones in pluribus viribus nam hi qui volunt breuiter ſoluere & tranſgredi operantur cum maxima difficultate & committunt errores magnos in damnum proprium quia ſi minus apreciant quam oportet non lucrantur expenſas victus ſi autem nimis non inueniunt emptorem & merces remanent ibi ideo aduerte diligenter, dic igitur primo riſma valet Venetiis lib. 4. & duc. valet lib. 6. ſol. 4. igitur duc. vno habebo riſmas 1 $\frac{17}{20}$ nam 124. continent totiens 80. igitur pro 40. duc. habebit riſmas 40 $\frac{440}{20}$ & ſunt riſmæ 62. & quia vnus liber habet folia 36. igitur vna riſma continebit libros 13. $\frac{8}{9}$ & quia habuit 62. riſmas igitur habuit libros 861. & quia dat libros 12. pro ducato igitur habebit ducatos 71 $\frac{3}{4}$ Venetos & quia ducatus valet lib. 6. ſol. 4. igitur ducati 71 $\frac{3}{4}$ erunt ſolidi Veneti 9177. quos diuide per valorem ſcuti qui eſt 135. igitur habebit valorem ſcutorum 68. minus 3. ſolidis Venetis quare ſcuti 68. minus duobus ſolidis Mediolanenſibus fermè ſunt lib. 380. ſol. 14. Mediolanenſes dando ſolidos 112. pro ſcuto, & quia pro quibuſlibet 4. libris Mediolanenſibus habet vnam riſmam papiri igitur pro libris 380. ſol. 14. habebit diuidendo per 4. riſmas 95 $\frac{1}{40}$ ſiue riſmas 95. folia 88. & quia pretium Venetiarum eſt duc. 40. & creſcit ex expenſis $\frac{1}{6}$ igitur capitale eſt duc. 46 $\frac{2}{3}$ & ſunt ſcuti 42. $\frac{117}{135}$ & quia expenſæ à Mediolano in Siciliam ſunt $\frac{1}{2}$ pretij appretiati Mediolani & pretium appretiatum fuit ſcutorum 68. minus duobus ſolidis Mediolanenſibus igitur expenſæ erunt ſcuti 34. minus ſolido vno, quos adde ſcutis capitalis qui fuerunt 42. $\frac{117}{135}$ & fient ſcuti 76. ſolidi 96. Mediolanenſes fermè & ſunt ſcuti 76. $\frac{6}{7}$ & quia volumus lucrari 20. pro 100. & eſt $\frac{1}{5}$ capiemus $\frac{1}{5}$ de 76. $\frac{6}{7}$ & eſt 15 $\frac{13}{35}$ & addemus ad 76 $\frac{6}{7}$ fient

scuti $92\frac{8}{35}$ & tantum oportebit vendere dictas rismas, 95. folio 88. pro quo reduc scutos ibi ad valorem suæ monetæ & est carlini. 15. s. 3. & carlinus valet solidos $7.\frac{1}{2}$ igitur scutum valebit solidos $115\frac{1}{2}$ sed tu in vendendo pone semper valorem scuti aliquid plus quia in redimendo scutos per moneta oportet aliquando aliquid dare campsoribus. Pone igitur quod scutum valeat solidos 116. multiplica 116. in $92.\frac{8}{35}$ fiunt solidi $1698.\frac{18}{35}$ quos diuide per $95.\frac{9}{50}$ fermè exeunt solidi $112.\frac{1017}{4759}$ deinde dic si folia 500. vnius rismæ venduntur solidis 112. nummis 5. ferme: nam in talibus minutissima omnino præcisio magis parit periculum errandi in mercatore, quam vtilitatem vbi fractiones nummi cadunt supra summam & non supra particulare, nam sic possent tales minutiæ quantumcumque minimè magnum parere errorem & hoc habeas pro regula dices igitur quid valebunt folia 30. & 40. & 60. & pro facilitate diuide omnia per 10. dicendo si 50. valet solidos 112. nummos 5. quid valebunt 3. 4. & 6. multiplica $112\frac{5}{12}$ per 3. & per 4. & per 6. & fiunt $337\frac{1}{4}$ & $449\frac{2}{3}$ & $674\frac{1}{2}$ diuide per 50. habebis valorem libri 30. foliorum solidi $6\frac{149}{200}$ & 40. foliorum solidi $8\frac{149}{150}$ & foliorum 60. solidi $13\frac{49}{100}$ totum autem quod plus vendet erit vltra institutam lucrum, quamuis librarij ponunt minimum lucrum 50. pro 100. eo quod tota summa librorum non videtur nec in spacio decem annorum & victus & aliæ expensæ plurimum important in tãto tempore.

Inuenias quatuor quantitates continuè proportionales quarum productum primæ in secundam sit 10. & productum aggregati primæ secundæ & tertiæ in aggregatum primæ & quartæ dempta tertia & dempto quadrato primæ sit 30. scias hanc regulam in 4. quantitatibus cõtinuè proportionalibus quod semper illud quod producitur ex aggregato primæ secundæ & tertiæ in aggregatum primæ & quartæ dempta tertia si ab eo producto auferatur quadratum primæ residuum erit æquale productioni primæ quantitatis in secundam & tertiæ in quartam simul iunctis exemplum capio 4. quantitates continuè proportionales quas volueris & sint 8. 12. 18. 27. & iungo primam secundam & tertiam & fiunt 38. iungo primam & quartam & sunt 35. aufero tertiam quæ est 18. remanent 17. duco 17. in 38. fiunt 646. aufer quadratum primæ quantitatis & est 64. remanent 582. dico quod si multiplicaueris primam in secundam & fiunt 96. & tertiam in quartam & fiunt 486. quod hæ multiplicationes faciunt 582. simul iunctæ & ita est, quia igitur in petitione debent facere 30. igitur multiplicatio primæ in secundam & tertiæ in quartam simul iunctæ faciunt 30. sed quia in petitione supponitur quod multiplicatio primæ in secundam faciat 10 igitur multiplicatio tertiæ in quartam faciet residuum quod est 20. quare per centesimam nonam quæstionem ipsa res siue prima quantitas erit ℞. ℞. ℞. 5000. & secunda erit in proportione ad eam vt est ℞. ℞. 2. ad 1. quare erit ℞. ℞. ℞. 20000. & tertia erit ℞. ℞. ℞. 80000. & quarta erit ℞. ℞. ℞. 320000. & ita mediantibus his regulis soluuntur quæstiones quæ videntur impossibiles solutione pro quo volo alias 7. regulas hic subiungere per quas poterunt formari infinitæ quæst. pulchræ & mirabiles & difficiles.

Prima est cum fuerint 4. quantitates quomodolibet continuè proportionales quod productum ex aggregaro primæ secundæ & tertiæ in aggregatum primæ & quartæ dempta tertia & ab hoc producto dempto quadrato primæ residuum æquatur ei quod fit capiendo aggregatum 4. quantitatum & quadrando & ab hoc quadrato auferendo quadrata omnia 4. quantitatum & residui capiendo dimidium & ab hoc dimidio detrahendo quadratũ aggregati secundæ & tertiæ veluti posuimus in præcedente exemplo quod tale residuum esset 582. quadratum aggregati 8. 12. 18. & 27. est quadratum de 651. quod est 4225. ab hoc aufero quadrata singularum 4. quantitatum remanent 2964. huius capio dimidium quod est 1482. ab hoc detraho 900. quod est quadratum 30. quod est aggregatum secundæ & tertiæ remanent 582. vt dictum est.

Secunda omnium 4. quantitatum continuè proportionalium proportio primæ ad aggregatum secundæ tertiæ & quartæ est veluti quadrati secundæ ad productum ex tertia in aggregatum secundæ tertiæ & quartæ veluti 8. 12. 18. 27. ponatur 8. prima proportio 8. ad 57. aggragatum reliquarum est veluti 144. ad 1026. productum ex 18. quæ est tertia quantitas in 57. aggregatum secundæ tertiæ & quartæ quantitatis, & similiter posito 27. prima quantitate proportio 27. ad 38. aggregatum reliquarum est veluti 324. quadrati secundæ ad 456. productum ex 12. quantitate tertia in 38. aggregatum secundæ tertiæ & quartæ, nam in primo exemplo 18. multiplicat ambas quantitates & in secundo exemplo 12. multiplicat ambas quantitates igitur producta erunt in proportione multiplicatorum.

Tertia omnium 4. quantitatum continuè proportionalium productum omnium earum est æquale quadrato quartæ producto in quadratum primæ exemplum capio 8. 12. 18. 27. quadratum 8. est 64. quadratum 27. est 729. & 729. in 64. facit 46656. & tantum facit ducendo 27. in 18. & productum in 12. & productum post modum in 8. producitur enim 46656.

Quarta omnium 4. quadratũ continuè proportionalium productum primæ in differentiã tertiæ & quartæ æquatur producto ex secunda in differentiam secundæ & tertiæ exemplũ sint quantitates 8. 12. 18. 27. productum ex prima quæ est 8. in differentiã tertiæ & quartæ quæ est 9. est 72. & tantum facit ducendo 12. quantitatem secundam in 6. differentiam secundæ & tertiæ quantitatis nam producitur 72. & similiter productio secundæ in differentiam tertiæ & quartæ æquatur productioni tertiæ quantitatis in differentiam secundæ & tertiæ veluti in exemplo secunda fuit 12. in differentia tertiæ & quartæ est 9. & 12. in 9. faciunt 108. & tantum fit ducta 18. quantitate tertia in 6. differentiam secundæ & tertiæ quantitatis.

Quinta in omnibus quantitatibus 4. continue proportionalibus ab vnitate semper proportio aggregati omnium quadratorum quatuor quantitatum ad aggregatum ipsarum quantitatum est veluti 1. ce. p̃. 1. ad 1. co. p̃. 1. in eadem proportione veluti capio 1. 2. 4. 8. aggregatum quadratorum est 85. aggregatum quantitatum est 15. proportio 85. ad 15. est $6\frac{1}{1}$ ad 1. & talis est proporcio 17. quod est 1. ce. ce. p̃. 1. ad 3. quod est 1. ce. ce. p̃. 1. ad 3. quod est 1. co. p̃. 1. nam secunda quantitas quæ est 2. semper supponitur esse est la co. quando quantitates habent initium ab vnitate & hoc est quia secunda est R. quadrata tertiæ & cubica quartæ.

Sexta proportio aggregati omnium quadratorum 4. quantitatum continue proportionalium ad quadratum vniuersale aggregati 4. quantitatum dẽpto aggregato quadratorum 4. quantitatum & residui sumpto dimidio veluti 1. ce. ce. p̃. 1. ad. 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 1. co. veluti in exemplo quantitates fuere 1. 2. 4. 8. aggregatum quadratorum est 85. quadratum de 15. aggregati 4. quantitatum est 215. detrahe 85. remanent 140. cuius dimidium est 70. proportio 85. ad 70. est veluti 17. quod componitur ex 1. ce. ce. p̃. 1. ad 14. quod componitur ex 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 1. co. nam 8. est cubus 4. census 2. la co. quæ simul iuncta faciunt 14.

Septima proportio dimidij residui quadrati aggregati 4. quantitatum dictarum dempto aggregato quadratorum 4. quantitatum ad ipsas quantitates iunctas est veluti 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 1. co. ad 1. co. p̃. 1. exemplum quadratum aggregati fuit 225. dempto aggregato quadratorum quod fuit 85. remanserunt 140. cuius dimidium est 70. proportio 70. ad 15. aggregatum 4. quantitatum est veluti 14. ad 3. est autem 14. vt dixi 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 1. co. in proportione dupla inchoando ab vnitate & 3. est 1. co. p̃. 1. quare cum ita sit in omnibus aliis proportionibus siue multiplicibus siue non siue etiam irrationalibus patet propositum.

143 Quidam habebat argenti marchas 50. vnc. 6. ad ligam vnc. 7. d. 8. pro libra siue ad ligam d. 7. granorum 8. pro qualibet media vncia quod idem est, & voluti affinare vnam partem huius argenti ita quod addita residuo non affinato fieret totum argentum ad ligam vnc. 10. d. 16. pro libra, quæritur quantam portionem argenti debet affinare & quantum reuertetur totum argentum sic affinatum, scias quod in capitulo quadragesimooptimo dictum est duplicem esse affinationem vnam in qua additur argentum putum argento de liga, & in tali affinatione argentum crescit, & ita dico de auro & de tali supra exemplificauimus, alia in qua nihil additur, sed ponitur argentum vel aurum ad ignem, & consumitur æs quod est in eo

Mãr.	50	Vnc.	6	
Liga.	Vnc.	7	d.	$8\frac{11}{18}$
Liga.	Vnc.	18	d.	$16\frac{8}{9}$
Mãr.	34.	Vnc.		$7\frac{1}{8}$

& hæc vocatur ad copellam, & in hac argentum minuitur in pondere, & de tali affinatione est proposita quæstio nunc quam solues per regulam demon generalem in omnibus talibus sic. Vide ligam vnc. 7. d. 8. qualis pars est de vnc. 12. & est $\frac{11}{18}$ vide similiter ligam de vnc. 10. d. 16. qualis pars sit de vnc. 12. & est $\frac{8}{9}$ diuide primam per secundam id est $\frac{11}{18}$ per $\frac{8}{9}$ exit $\frac{11}{16}$ multiplica $\frac{11}{16}$ in mãr. 50. vnc. 6. fiunt mãr. 34. vnc. $7\frac{1}{8}$ & tantum erit totum argentum ad ligam vnc. 10. d. 16. pro libra postquam fuerit affirmatum & hoc est secundum propositum: deinde subtrahe $\frac{11}{18}$ de vnitate per regulam remanent $\frac{7}{18}$ deinde detrahe mãr. 34. vnc. $7\frac{1}{3}$ ex mãr. 50. vnc. 6. remanent mãr. 15. vnc. $6\frac{7}{8}$ diuide hoc per $\frac{7}{18}$ exeunt mãr. 40. vnc. $6\frac{1}{4}$ & tanta pars debuit affinari de mãr. 50. vnc. 6. & ita mãr. 40. vnc. $6\frac{1}{4}$ rediguntur ĩ copella ad mãr. 24. vnc. $7\frac{7}{8}$ quæ additæ ad mãr. 9. vnc. $7\frac{3}{4}$ residuum de mãr. 50. vnc. 6. quod non fuit affinatum conficiunt massam argenti mãr. 34. vnc. $7\frac{1}{8}$ ad ligam vnc. 10. d. 16. quod fuit primum propositum.

Inuenias tres numeros continue proportionales ex quorum ductu primi in secundũ producatur tertius & quadrata primi & secundi æquentur quadrato tertij, debes scire quod si ex ductu primi in secundum producitur tertius quod primus erit R. cubica tertij & R. quadrata secundi; nam sic ex primo in secundum producetur tertius, igitur ponemus primum 1. co. secundum 1. ce. tertium 1. cu. quadra vnumquemque per se fient 1. ce. & 1. ce. ce. & 1. cu. ce. erunt 1. ce. p̃. 1. ce. ce. æqualia quadrato tertij quod est 1. cu. ce. quare schisando per 1. ce. fient 1. ce. p̃. 1. æqualia 1. ce. ce. quare per capitulum quinquagesimum res valet R. V. R. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ quare ce. erit R. $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ & cubus erit R. V. R. 5. p̃. 2. prima igitur quantitas est R. V. R. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ secunda R. $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ tertia R. V. R. 5. p̃. 2. & ex prima in secundam producitur tertia & quadratum tertiæ est 2. p̃. R. 5. & hoc æquatur quadratis duarum primarum quæ sunt R. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ & R. $1\frac{1}{4}$ p̃. 1. $\frac{1}{2}$ quæ simul iuncta faciunt 2. p̃. R. 5. 144

Habeo corpus 24. basium triangularium & 48. quadrilaterarum vellem scire quot habebit latera & angulos, fac sic quia dicit quod habet 24. superficies trigonas multiplica 24. in 3. fit 72. deinde quia dicit quod habet 48. superficies quadrangulas multiplica 4. in 48. fiunt 192. iunge cum 72. fiunt 264. huius semper accipe dimidium quod est 132. & tot habebit latera, & similiter si dicat corpus 20. basium triangularium quod habebit latera multiplica 20. in 3. fiunt 60. huius dimidium est 30. & tot habebit latera, & similiter corpus 13. basium exagonarum habebit latera 39. quia 13. in 6. facit 78. cuius dimidium est 39. 145

Pro angulis ita facies multiplicabis superficies per numerum laterum vt prius vt in corpore 20. basium triangularium multiplicabis 20. in 3. fiunt 60. & in corpore duodecim basium pentagonarum multiplicabis 12. in 5. fiunt 60. sicut fecisti in inuentione laterum, deinde vide quot anguli plani constituunt solidum veluti in Figura 20. basium quinque anguli plani faciunt vnum solidum

diuide igitur 60. per 5. & exeunt 12. & tot erunt anguli solidi corporis 20. basium triangularium, & ita in corpore duodecim basiū pentagonarum tres anguli plani constituunt solidum diuide igitur 60. per 3. exit 20. igitur tale corpus 12. basium pentagonarum habebit 20. angulos solidos, & ita in corpore 72. basium quarum 24. sunt trigone & 48. quadrangulæ fuit summam multiplicationis 264. & quia omnes anguli solidi in eo constant ex 4. angulis planis exceptis duobus extremis qui constant ex 12. planis singuli multiplica 2. in 12. fiunt 24. aufer à 264. remanent 240. diuide 240. p̃. 4. quia constant ex 4. angulis planis exeunt 60. anguli solidi quibus additis 2. qui constant vt dictum est ex 12. planis singuli fiunt omnes anguli solidi corporis 72. basium 62. & hæc est regula generalis pro omnibus corporibus siue regularibus siue non, siue æquilateris siue non, quam posuit Hipsiclus Alexandrinus Philosophus Græcus & est verissima.

146 Auferas ex 7. & 5. duos numeros in proportione 13. ad 9. ita quæ residua remaneant æqualia, scias duo primum quod necessarium est vt numeri auferendi sint in proportione maiore quam illi à quibus aufertur quare erunt 13. ad 9. in proportione maiore quam 7. ad 5. & hoc vbi detractio fienda sit ex ordine videlicet vt maior à maiore & minor à minore si detrahendus & hoc est quia duorum numerorum quorum differentia est eadem cum differentia aliorum duorum proportio minorum maior est & maiorum minor, nota secundò quod hæc quæstio potest solui per algebra faciliter, & per regulam de modo verumtamen admiror stupiditatem illorum quibus videtur inuenisse quod magnum cum inuenerint regulas nullius vtilitatis, fac igitur vt vides detrahendo 5. à 7. remanent 2. detrahendo 9. à 13. remanent

7   13
2 ——————— 4.2
5   9

13   9
2   2
———————————
$6\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$

7   5
$6\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$
———————————
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

4. diuide 4. per 2. exeunt 2. diuide igitur per hoc exiens quod est 2. ipsum 13. exit $6\frac{1}{2}$ & similiter diuide 9. per 2. exit $4\frac{1}{2}$ detrahe igitur $6\frac{1}{2}$ à 7. & $4\frac{1}{2}$ à 5. remanent $\frac{1}{2}$ ex vtraque parte quod est propositum, & ita detraxisti $6\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$ qui sunt in proportione 13. ad 9. & à 7. & 5. remanserunt quantitates æquales videlicet $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$

Posses etiam dicere detrahe eandem quantitatem ex 7. & 5. vt residua sint proportione 13. ad 9. nam cum inuenisti quod detractis $6\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$ vtrinque remanent $\frac{1}{2}$ igitur detracto $\frac{1}{2}$ ab vtroque remanebunt $6\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$ quæ sunt in proportione 13. ad 9. quod est propositum & est quasi controuersum.

Diuide 10. per 3. p̃. ℞. cu. 5. in capitulo quinquagesimo primo regula decimaseptima demonstratum est qualiter diuiditur 10. per 3. m̃. ℞. cu. 5. hic autem quæritur, quomodo per 3. p̃. ℞. cu. 5. inuenias igitur suum recisum quod est 3. m̃. ℞. cu. 5. deinde proportionale quod est quadrando ℞. cu. 5. fit ℞. cu. 25. diuide per 3. cubatum quod est 27. exit proportionale ℞. cu. $\frac{25}{27}$ vt prius hoc adde semper reciso fiet recisum 3. m̃. ℞. cu. 5. p̃. ℞. cu. $\frac{25}{27}$ multiplica igitur recisum per diuidendum exit 30. m̃. ℞. cu. 5000. p̃. ℞. cu. 147

Diuidendus 10.
Diuisor 3. p̃. ℞. cu. 5.
Recisum 3. m̃. ℞. cu. 5 p̃. ℞. cu. $\frac{25}{27}$
30. m̃. ℞. cu. 5000. p̃. ℞. cu. 925. $\frac{25}{27}$
9. p̃. ℞. cu. $\frac{125}{27}$ quod est $10\frac{2}{3}$

$925\frac{25}{27}$ multiplica in diuisorem fit abiectis superfluis productum 9. p̃. ℞. cu. $\frac{125}{27}$ & hoc necessario semper habet ℞. cubicam quæ est $1\frac{2}{3}$ quare diuisor est $10\frac{2}{3}$ & hoc differt necessario tantùm ab. 9. quadrato 3. quantum differt $7.\frac{1}{3}$ vbi diuisio esset fienda per 3. m̃. ℞. cu. 5. & similiter diuidendum est 30. m̃. ℞. cu. 5000. p̃. ℞. cu. 925. $\frac{25}{27}$ & differt tantum à diuidendo alio, quia hic ponitur ℞. cu. 5000. m̃. & ibi ponitur p̃. diuide igitur 30. m̃. ℞. cu. 5000. p̃. ℞. cu. 925. $\frac{25}{27}$ per $10.\frac{2}{3}$ vt fecisti in regula decimaseptima & exiens est quod prouenit diuiso 10. per 3. p̃. ℞. cu. 5.

Quidam iuit in mercaturam cum quantitate balarum serici & lucratus est duas radices eius quod attulit, deinde dedit mutuo alteri dimidium lucri, & ille lucratus est cubum & censum census eius quæ mutuo accepit, facta autem restitutione secundus habuit 2. p̃. quam primus, & valor omnium balarum setæ lucratarum fuit ducati mille, hic animaduerto duo ne hallucineris, primum quod cum dico quod secundus habuit 2. p̃. quam primus, non intelligo quod habeat ducatos 2. plus sed duas balas setæ quod se habent ad rem per modum vnitatis secundo animaduerte quod cum dico lucrum totum excipio capitale primi, cum igitur secundus habuerit 1. cu. p̃. 1. ce. ce. & habuit 2. p̃. quam primus, habebat autem primus 1. ce. p̃. 2. co. igitur 1. ce. ce. p̃. 1. cu. æquatur 1. ce. p̃. 2. co. p̃. 2. igitur transponendo fiet 1. cu. m̃. 1. æqualis 1. ce. p̃. 2. co. p̃. 1. m̃. 1. ce. ce. quia illud 2. p̃. diuiditur dando vnitatem alteri parti quæ fit m̃. quare quæres communem diuisorem qui est 1. ce. p̃. 1. co. p̃. 1. diuiso igitur 1. cu. m̃. 1. per dictum diuisorem exit 1. co. m̃. 1. diuiso etiam 1. ce. p̃. 2. co. p̃. 1. m̃. 1. ce. ce. per 1. ce. p̃. 1. co. p̃. 1. exit 1. co. p̃. 1. m̃. 1. ce. igitur dicta exeuntia sunt æqualia videlicet 1. co. m̃. 1. & 1. co. p̃. 1. m̃. 1. ce. quare de- 148

1. cu. m̃. 1.
1. ce. p̃. 1. co. p̃. 1. | 1. co. m̃. 1.
1. ce p̃. 2. co. p̃. 1. m̃. 1. ce. ce.
1. ce. p̃. 1. co. p̃. 1. | 1. co. p̃. 1. m̃. ce.

trahendo vnum ex alio fiet 1. ce æqualis 2. igitur la co. valet ℞. 2. primus igitur habuit primo censum id est 2. & lucratus est duas ℞. eius quod est ℞. 8. habebat igitur in totum ℞. 8. p̃. 2. & quia secundus habuit 2. p̃.

p̃. quam primus igitur habuit ℞. 8. p̃. 4. & ita eſt, nam habuit cen. cen. ℞. 2. & eſt 4. & cubum ℞. 2. quod eſt ℞. 8. quod bene ſe habet: ambo igitur habuerunt 6. p̃. ℞. 32. & quia capitale fuit 2. qui eſt cenſus igitur lucrum eſt 4. p̃. ℞. 32. & quia poſui quod lucrum 1000. ducati dices ſi 4. p̃. ℞. 32. foret 1000. quid eſſet 2. capitale, duc 2. in 1000. fit 2000. diuide per 4. p̃. ℞. 32. exit 163265. $\frac{15}{49}$ m̃. 285. $\frac{5}{7}$ & tantum fuit capitale & eius 2. ℞. non ſunt lucrum primum, ſed reliqua inuenies iterando regulam 3. & bala vna ſetæ valuit ducatos ℞. 40816. $\frac{16}{49}$ m̃. 142. $\frac{6}{7}$

Poſui etiam hanc vt intelligeres quæſtionem de medio & duplo cum omni poteſtate quantitatis ſurdæ, nam bala ſetæ habet rationem quantitatis ſurdæ.

149 Inuenias tres numeros continue proportionales ita quod primus ſit ℞. quadrata ſecundi, & ℞. cubica tertij. ita quod ex primo in ſecundum producatur tertius, & ex primo & ſecundo iunctis ſimul fiat tertius, hæc eſt facilis quantum eo quod dicit quod primus & ſecundus iuncti ſimul æquentur tertio igitur cum ſint continue proportionales erunt tales quantitates in proportione habente medium & duo extrema, & quia primus eſt ℞. ſecundi & ℞. cubica tertij igitur erunt ab vnitate continue proportionales, & primus erit igitur 1. co. ſecundus erit neceſſario 1. ce. & tertius 1. cu. & quia primus & ſecundus æquantur tertio igitur 1. cu. æquatur 1. ce. p̃. 1. co. igitur ſchiſa per 1. co. erit 1. ce. æqualis ad 1. co. p̃. 1. quare valor rei id eſt prima quantitas erit $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & ſecunda quadratum eius videlicet $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & tertia 2. p̃. ℞. 5.

150 Dixit primus ſecundo ſi dederis ℞. tuorum habebo 3. plus quam tu dixit ſecundus primo ſi dederis ℞. tuorum habebo 5. plus quam tu quæritur quantum habebat quilibet illorum, quia igitur dicunt quod detur ℞. ſuppone quod ſecundus habeat 1. ce. dando ℞. dabit 1. co. & remanebit cum 1. ce. m̃. 1. co. & quia tunc habebit 3. m̃. quam primus, igitur primus habebit 1. ce. p̃. 3. m̃. 1. co. & quia accepit 1. co. igitur primus habebat de per ſe 1. ce. p̃. 3. m̃. 2. co. & quia dando ℞. ſuorum ſecundo ipſe ſecundus habebit 5. p̃. igitur cum tunc 2. habeat 1. ce. p̃. ℞. V. 1. ce. p̃. 3. m̃. 2. co. erit vt detracta tali ℞. à primo & additis 5. partes ſint æquales, igitur 1. ce. p̃. ℞. V. 1. ce. p̃. 3. m̃. 2. co. æquabitur 1. ce. p̃. 8. m̃. 2. co. m̃. ℞. V. 1. ce. p̃. 3. m̃. 2. co. quare detrahendo cenſum ex vtraque parte remanebit ℞. V. 1. ce. p̃. 3. m̃. 2. co. æqualis 8. m̃. 2. co. m̃. ℞. V. 1. ce. p̃. 3. m̃. 2. co. quare adde hanc radicem quæ eſt m̃. alteri parti & fient duæ ℞. V. 1. ce. p̃. 3. m̃. 2. co. & ſunt per regulam duplandi radices ℞. V. 4. ce. p̃. m̃. 12. 8. co. æquales 8. m̃. 2. co. quadra partes habebis 64. p̃. 4. ce. m̃. 32. co. æquales 4. ce. p̃. 12. m̃. 8. co. auferes ab vtraque parte 4. ce. & numerum detrahe à numero & res tranſpone habebis 24. co. æquales 52. quare res valet per 48. capitulum $2\frac{1}{6}$ & quia ſecundus ponitur habere 1. ce. igitur ſecundus habebit $4\frac{25}{36}$ & quia detractâ ei radice & data primo primus habet 3. p̃. aufer ℞. quæ fuit vt dictum eſt $2\frac{1}{6}$ ex $4\frac{25}{36}$ remanent $2\frac{19}{36}$ adde 3. fit $5\frac{19}{36}$ & tantum habuit primus accepta ℞. ſecundi igitur detrahe $2\frac{1}{6}$ ex $5\frac{19}{36}$ remanent $3\frac{13}{36}$ & tantum habuit primus, igitur primus habuit $3\frac{13}{36}$ & ſecundus habuit $4\frac{25}{36}$

Si quis dicat diuide 10. in tres partes con- 151
tinue proportionales quod media ducta in aggregatum primæ & tertiæ faciat puta 21. diuide 10. in duas partes ex quarum multiplicatione producatur 21. per regulam vel per Algebra & erunt 7. & 3. deinde dic fac ex 7. duas partes in quarum medio cadat 3. per Algebra, vel per regulam ſuam erit igitur pars minor $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $3\frac{1}{4}$ & media 3. & maior $3\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $3\frac{1}{4}$ pariformiter faciemus de 10. partes tres continue proportionales ita quod ex prima in aggregatum ſecundæ & tertiæ fiat puta 21. diuide primo 10. in duas producentes 21. & erunt 7. & 3. deinde diuide 7. in duas partes in continua proportionalitate exiſtentes cum 3. per regulam vel per Algebra, & erit pars maior $8\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 23. $\frac{1}{4}$ & media ℞. 23. $\frac{1}{4}$ m. $1\frac{1}{2}$ & minor 3.

Fac de 10. quinque partes continuè pro- 152
portionales quarum quadrata iuncta faciant 40. pro hac nota has duas regulas quas ego inueni, prima cum fuerint 5. quantitates continuè proportionales erit vt dimidium reſidui remanentis facta detractione omnium quadratorum 5. quantitatum, ex quadrato aggregati dictarum 5. quantitatum æquetur productioni aggregati dictarum 5. quantitatum in aggregatum ſecundæ & quartæ quãtitatis, ſecunda quod quadratum aggregati ſecundæ & quartæ quantitatis æquatur producto ex tertia quantitate in ſe ipſam & etiam in aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis ſimul iunctis & ambæ hæ regulæ poſſunt demonſtrari Geometrice.

His viſis quadra 10. fit 100. detrahe aggregatum quadratorum 5. quantitatum quod dicis eſſe 40. remanet 60. cape dimidium quod eſt 30. igitur productum ex aggregato 5. quantitatum in aggregatum ſecundæ & quartæ facit 30. igitur diuiſo 30. per 10. aggregatum 5. quantitatum exibit 3. aggregatum ſecundæ & quartæ quantitatis, quare detracto 3. à 10. remanent 7. aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis, & hoc per primam regulam.

Deinde dic habeo 3. aggregatum ſecundæ & quartæ quantitatis & 7. aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis igitur per ſecundam harum regularum quadratum de 3. quod eſt 9. eſt æquale productioni tertiæ quantitatis in ſe ipſam & in aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis, poſita igitur tertia quantitate 1. co. multiplica in ſe fit 1. ce. multiplica in 7. fit 7. co. igitur 1. cen. p̃. 7. co. æquatur 9. quare valor rei eſt ℞. $21\frac{1}{4}$ m. 3. $\frac{1}{2}$ & hæc eſt tertia quantitas, quadra eam fit 33. $\frac{1}{2}$ m. ℞. 1041. $\frac{1}{4}$ fac igitur ex 10. $\frac{1}{2}$ m. ℞. $21\frac{1}{4}$ reſiduo & ſimiliter ex 3. duas partes quarum multiplicatio vnius in alteram faciat $33\frac{1}{2}$ m. ℞. $1041\frac{1}{4}$ dimidia 3. fit $1\frac{1}{2}$ quadra fit $2\frac{1}{4}$ auferas 33. $\frac{1}{2}$ m. ℞. $1041\frac{1}{4}$ fit ℞. $1041\frac{1}{4}$ m. $31\frac{1}{4}$ & huius ℞. vniuerſalis addita & detracta ab $1\frac{1}{2}$ oſtendit ſecundam & quartam quantitates, ſimiliter diuide $10\frac{1}{2}$ m. ℞. $21\frac{1}{4}$ fiunt $5\frac{1}{4}$ m. ℞. $5\frac{5}{16}$ quadra fiunt $32\frac{7}{8}$ m. ℞. $585\frac{45}{64}$ detrahe

trahe ex hoc quadratum tertiæ partis id est $33\frac{1}{2}$ m. ℞. $1041\frac{1}{4}$ remanent ℞. $1041\frac{1}{4}$ m. ℞. $585\frac{45}{64}$ m. $\frac{5}{8}$ & huius ℞. vniuersalis addita & detracta à $5\frac{1}{4}$ m. ℞. $5\frac{5}{16}$ ostendit primam & quintam quantitatem erunt igitur quantitates vt infrà.

Prima $5\frac{1}{4}$ m. ℞. $5\frac{5}{16}$ m. ℞. V. ℞. $1041\frac{1}{4}$ m. ℞. $585.\frac{45}{64}$ m. $\frac{5}{8}$
Secunda $1\frac{1}{2}$ m. ℞. V. ℞. $1041\frac{1}{4}$. m. $31\frac{1}{4}$
Tertia ℞. $21\frac{1}{4}$ m. $3\frac{1}{2}$
Quarta $1\frac{1}{2}$ p. ℞. V. ℞. $1041\frac{1}{4}$ m. $31\frac{1}{4}$
Quinta $5\frac{1}{4}$ m. ℞. $5.\frac{5}{16}$ p. ℞. V. ℞. $1041.\frac{1}{4}$ m. ℞. $585.\frac{45}{64}$ m. $\frac{1}{8}$

Nota etiam ad similitudinem secundæ regulæ supradictæ in 4. quantitatibus continue proportionalibus quod si ex quadrato aggregati omnium 4. quantitatum detrahatur aggregatum quadratorum dictarum 4. quantitatum & residui sumatur dimidium tale dimidium producetur ex aggregato secundæ & quartæ quantitatis in aggregatum primæ secundæ & tertiæ vel ex aggregato primæ & tertiæ in aggregatum secundæ tertiæ & quartæ quantitatis exemplum sint quantitates 8. 12. 18. 27. quadratum aggregati est 4225. aggregatum quadratorum 1261. residuum est 2964. huius dimidium est 1482. hoc igitur producitur ex aggregato secundæ & quartæ & est 39. in aggregatum primæ secundæ & tertiæ quod est 38. nam ex 38. in 39. fit 1482. & similiter idem 1482. producitur ex aggregato primæ & tertiæ & est 26. in aggregatum secundæ tertiæ & quartæ quod est 57. nam 26. in 57. facit 1482.

153 Fac de 29. partes 5. continue proportionales ita quod media illarum sit 1. hæc patet ex præcedenti, habeas tamen pro regula ad facilius operandum vt addas illum numerum quem vis esse mediam quantitatem proportionalem & est 1. ad 29. fit 30. item minue ab eo 1. co. fit 30. m. 1. co. hoc semper multiplica in dictum numerum quem vis vt sit media quantitas & est 1. fit 30. m. 1. co. & hoc semper est æquale 1. ce. igitur si 1. ce. p. 1. co. æquatur 30. res valebit 5. per capitulum, & hoc semper est aggregatum secundæ & quartæ quantitatis, igitur aggregatum primæ tertiæ & quintæ est 24. & quia 1. est tertia quantitas igitur 23. erit aggregatum primæ & quintæ quantitatis, & per præcedentem quæstionem habebis quantitates hoc modo diuidendo 5. & 23. in duas partes roducentes 1. Et ita si diceret fac de 33.

Prima $11\frac{1}{2}$ m. ℞. $131\frac{1}{4}$
Secunda $2\frac{1}{2}$ m. ℞. $5\frac{1}{4}$
Tertia 1
Quarta $2\frac{1}{2}$ p. ℞. $5\frac{1}{4}$
Quinta $11\frac{1}{2}$ p. ℞. $131\frac{1}{4}$

partes 5. continue proportionales ita quod media sit 3. addde 3. ad 33. fit 36. minue 1. co. fit 36. m. 1. co. multiplica in 3. quod vis vt sit tertia quantitas fit 108. m. 3. co. & hoc æquatur 1. ce. igitur res valet 9. & hoc est aggregatum secundæ & quartæ quantitatis quare aggregatum primæ & quintæ est 21. ideo solue vt supra.

Quidam famulus fugiebat à Mediolano iens Neapolim & ibat ita quod singulo die 154

Primus $\frac{1}{10}$ Secundus 3
2 Dies
14
3
$4\frac{2}{3}$

perficiebat $\frac{1}{10}$ totius itineris Dominus cognouit hoc infra biduum, & ita tertia die incepit sequi famulum & insecutus est eum ita quod qualibet die perficiebat $\frac{1}{7}$ totius itineris, & nescio quot milliaria sint à Mediolano Neapolim quæro igitur quando & vbi iunget eum, sic facies detrahe 7. à 10. fit 3. deinde multiplica 2. dies itineris primi anticipantis in 7. denominatorem secundi fiunt 14. diuide 14. per 3. exit $4\frac{2}{3}$ adde ei 2. dies fient dies $6\frac{2}{3}$ & in tot diebus coniungentur probatio est quantum primus in diebus $6\frac{2}{3}$ perfecit $\frac{20}{30}$ totius itineris præcise, sed secundus in diebus $4\frac{2}{3}$ perfecit $\frac{14}{21}$ totius itineris, sed $\frac{20}{30}$ & $\frac{14}{21}$ sunt $\frac{2}{3}$ totius itineris igitur erunt iuncti.

Posses per hoc facere quæstionem de situlis quarum vna post aliam descendit: item euntibus à Neapoli Mediolanum & à Mediolano Romam vbi coniungentur & est pulchra interrogatio, sed faciliter soluitur per la co.

Quidam iuit peregre cum quantitate pecuniarum & lucratus est cubum decimæ partis capitalis & fuit lucrum 3. p. quam capitale quæruntur capitale & lucrum, dices igitur quia 1. cu. m. 3. æquatur 10. co. adde 30. de communi fient 1. cu. p. 27. æqualia 10. co. p. 30. diuide per 1. co. p. 3. quinquagesimum primum capitulum fiunt 1. ce. m. 3. co. p. 9. æqualia 10. quare 1. ce. æquatur 3. co. p. 1. igitur res valet $1\frac{1}{2}$ p. ℞. $3\frac{1}{4}$ cape igitur 10. co. erunt 15. p. ℞. 325. & hoc fuit capitale, & quia lucrum fuit 3. p. igitur lucrum debet esse 18. p. ℞. 325. & tantus erit cubus, 155

$1\frac{1}{2}$ p. ℞. $3\frac{1}{4}$
$5\frac{1}{2}$ p. ℞. $29\frac{1}{4}$
$8\frac{1}{4}$ p. ℞. $95\frac{1}{16}$
p. ℞. $98\frac{5}{16}$ p. ℞. $65.\frac{13}{16}$

cuba igitur $1\frac{1}{2}$ p. ℞. $3\frac{1}{4}$ primo quadra fit $5\frac{1}{2}$ p. ℞. $29\frac{1}{4}$ multiplica igitur hoc in $1\frac{1}{2}$ p. ℞. $3\frac{1}{4}$ fit vt vides $8\frac{1}{4}$ p. ℞. $95\frac{1}{16}$ p. ℞. $98\frac{5}{16}$ p. ℞. $65\frac{13}{16}$ sed ℞. $95\frac{1}{16}$ est $9\frac{3}{4}$ igitur additis $8\frac{1}{4}$ & $9\frac{3}{4}$ fiet hic cubus 18. p. ℞. $65\frac{13}{16}$ p. ℞. $98\frac{5}{16}$ & hoc æquatur 18. p. ℞. 325. igitur ℞. 325. æquatur duabus radicibus quæ sunt ℞. $65\frac{13}{16}$ & ℞. $98\frac{5}{16}$ quod scies quadrando ℞. 325. fit 325. quadra ℞. $65\frac{13}{16}$ p. ℞. $98\frac{5}{16}$ fit 325. quod est propositum.

Diuide 10. per talem numerum quod exeat 6. plus diuisore, fac sic semper cape dimidium 6. quod est 3. quadra fit 9. adde ad 10. fit 19. cape ℞. 19. est ℞. 19. huic adde & minue dimidium numeri differentiæ quod 156 est

est 3. fit ℞. 19. m̃. 3. vna pars, alia ℞. 19. p̃. 3. etenim diuiso 10. per ℞. 19. m̃. 3. exit ℞. 19. p̃. 3. quæ est 6. p̃. quam ℞. 19. m. 3. & est regula de modo in qua latet vis Algebræ ideo proposita non habenti algebra dum conaret homo facere per viam fractorum induceret desperationem.

157 Diuide 12. in 4. partes continue proportionales ita quod quadrata primæ & quartæ partium sint duplum quadratorum secundæ & tertiæ partis, scias quod hæc posita est propter duo primum propter errorem 120. regulæ quadragesimisecundi capituli, nam illa regula deficit, nam si sane intelligatur ipsa est vniuersalis & tenet in conuersis & aliis fractis & surdis & est sensus cum fuerint 4. numeri quomodolibet tales quod differentia secundi à tertio sit æqualis primo & quod secundus & tertius æquentur quarto & est dicere cum fuerint 4. numeri quorum primus & secundus iuncti æquantur tertio atque secundus & tertius æquentur quarto tunc semper quadrata primæ & quartæ quantitatis sunt duplum quadratorum secundæ & tertiæ quantitatis, & hoc semper verum est pone igitur quod prima quantitas sit 1. co. igitur residuum erit 12. m. 1. co. & hoc æquabitur secundæ tertiæ & quartæ quantitàti igitur per regulam quarta quantitas est 6. m. $\frac{1}{2}$ co. adde ei 1. co. fit 6. p̃. $\frac{1}{2}$ co.

Prima 1. co.
Secunda 3. m̃. $\frac{1}{4}$ co.
Tertia 3. p̃. $\frac{1}{4}$ co.
Quarta 6. m̃. $\frac{1}{2}$ co.

6. co. m̃. $\frac{1}{2}$ cen.
9. m̃. 1 $\frac{1}{2}$ co. m̃. $\frac{1}{16}$ cen.

Prima 12. m̃. ℞. 115. $\frac{1}{5}$
Secunda ℞. 64 $\frac{4}{5}$ m̃. 6.
Tertia 6. m̃. ℞. 7 $\frac{1}{5}$
Quarta ℞. 28 $\frac{4}{5}$

cape dimidium quod est 3. p̃. $\frac{1}{4}$ co. & hoc erit tertia quantitas detrahe eam à quarta remanet secunda 3. m. $\frac{1}{4}$ co. cum igitur sint continuè proportionales duc primã in quartam fiunt 6. co. m. $\frac{1}{2}$ ce. duc secundam in tertiam fiunt 9. m. 1 $\frac{1}{2}$ co. m. $\frac{1}{16}$ cen. quare tandem fient 1. ce. p̃. 28. $\frac{4}{5}$ æqualia 24. co. quare res valet 12. m. ℞. 115 $\frac{1}{5}$ & hæc est prima quantitas hanc detrahe ex 12. remanent ℞. 115 $\frac{1}{5}$ cuius dimidium est ℞. 28 $\frac{4}{5}$ quantitas quarta, huic adde primam fit 12. m. ℞. 28. $\frac{4}{5}$ huius cape dimidium quod est 6. m. ℞. 7 $\frac{1}{5}$ tertia quantitas, hanc detrahe ex quarta remanet ℞. 64. $\frac{4}{5}$ m. 6. hæ igitur quantitates sunt continuè proportionales & quadratum primæ & quartæ sunt duplum quadratorum secundæ & tertiæ quod est propositum. Similiter si dicat inuenias 4. quantitates continuè proportionales quod secunda sit 4. & quadrata primæ & quartæ sint duplum quadratorum secundæ & tertiæ tunc habes 4. secundam quantitatem pone primam 1. co. igitur tertia quia componitur ex secunda & prima erit 4. p̃. 1. co. & 4. erit 8. p̃. 1. co. quia componitur ex secunda & tertia: sequere æquationem habebis primam & reliquas vt vides, & ita plures potes formare casus.

Prima 1. co.
Secunda 4.
Tertia 4. p̃. 1. co.
Quarta 8. p̃. 1. co.

Prima ℞. 20. m̃. 2.
Secunda 4.
Tertia ℞. 10. p̃. 2.
Quarta ℞. 20. p̃. 2.

Diuide 10. in 3. partes continuè proportionales ita quod quadrata primæ & tertiæ simul iuncta faciant 40. ex nonagesimasecunda quæstione, hoc modo, quadra 10. fit 100. duplica semper fit 200. auferas numerum quem vis vt aggregent quadrata & est 40. remanent 160. accipe ℞. fit ℞. 160. ab ipsa detrahe numerum diuidendum & est 10. fit ℞. 160. m. 10. & hæc est secunda quantitas deinde, aufer eam ex 10. remanet 20. m. ℞. 160. aggregatum primæ & tertiæ, diuide igitur 20. m. ℞. 160. in duas partes ex quarum multiplicatione inuicem producatur 260. m. ℞. 64000. per centesimam vel centesimam decimamsextam regulam quadragesimisecundi capituli, diuide igitur 20. m. ℞. 160. per æqualia fit 10. m. ℞. 40. quadra fit 140. m. ℞. 16000. detrahe 260. m. ℞. 64000. fit ℞. ℞. 16000. m. 120. cuius ℞. vniuersalis addita & diminuta à 10. m. ℞. 40. ostẽdit partes erunt, igitur partes vt vides probationem. Nã probatio facilis est quia omnes incrutiationes radicis vniuersalis cadunt, tam in aggregatione quam etiam in multiplicatione, productum enim primæ partis est 140. m. ℞. 16000. p̃. ℞. 16000. m. 120. productum tertiæ est 140. m. ℞. 16000. p̃. ℞. 16000. m. 120. eo quod incruciationes cadunt vtrinque igitur aggregatum primæ & tertiæ est 158

Prima 10. m̃. ℞. 40. m̃. ℞. V. ℞. 16000. m̃. 120.
Secunda ℞. 160. m̃. 10.
Tertia 10. m̃. ℞. 40. p̃. ℞. V. ℞. 16000. m̃. 120.

280. m. 240. m. ℞. 64000. p̃. ℞. 64000. igitur hoc totum est 40. præcise. Duæ enim ℞. 4000. faciunt ℞. 16000. & duæ ℞. 16000. faciunt ℞. 64000. & similiter multiplicatio primæ in tertiam est 140. m. ℞. 16000. p̃. 120. m. ℞. 16000. quod est dicere igitur 260. m. ℞. 64000. & hoc est quadratum de ℞. 160. m. 10.

Cum fuerint 6. quantitates continue proportionales, si aggregatum quadratorum 6. quantitatum minuatur ex quadrato aggregati dictarum quantitatum & residui sumatur dimidium & tale dimidium diuidatur per aggregatum omnium detracta prima quantitate exibit aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis, si vero diuidatur per aggregatum omnium detracta sexta quantitate, exibit aggregatum secundæ quartæ & sextæ quantitatis, & hæc regula est vniuersalis vt reliquæ & inuenta geometricæ, demonstratur enim ex quadragesimatertia primi ellucratorum vt & omnes reliquæ exemplum capio 1. 2. 4. 8. 16. 32. aggregatum est 63. quadratum eius 3969. summa quadratorum

torum 1365. detracta à 3969. remanent 2604. diuide per æqualia exit 1302. diuide 1302. per 62. quod est aggregatum omnium dempto 1. prima quantitate exit 21. aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis & similiter si diuiseris 1302. per 31. quod est aggregatum omnium dempta sexta quantitate exibit 42. aggregatum secundæ quartæ & sextæ quantitatis.

Primum Exemplum.

℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. 9. m̄. ℞. cu. 6. p̄. ℞. cu. 4.

3. p̄. 2. productum.

Secundum Exemplum.

℞. cu. 3. m̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. 9. p̄. ℞. cu. 6. p̄. ℞. cu. 4.

3. m̄. 2. productum.

Tertium Exemplum.

℞. cu. 10. p̄. 2.
℞. cu. 100. m̄. ℞. cu. 80. p̄. 4.

10. p̄. 8. productum.

Quartum Exemplum.

℞. cu. 10. m̄. 2.
℞. cu 100. p̄. ℞. cu. 80. p̄. 4.

10. m̄. 8. productum.

Quintum Exemplum.

℞. cu. ℞. 100. p̄. 2.
℞. cu. 100. m̄. ℞. cu. 80. p̄. 4.

℞. cu ℞. 1000000. quod est 10. p̄. 8. pro.

Sextum Exemplum.

℞. cu. ℞. 100. m̄. 2.
℞. cu. 100. p̄. ℞. cu. 80. p̄. 4.

℞. cu. ℞. 100000. quod est 10. m̄. 8. pro.

159. Diuide 10. per ℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 2. item per ℞. cu. 3. m̄. ℞. cu. 2. Item per ℞. cu. 10. p̄. 2. Item per ℞. cu. 10. m̄. 2. Item per ℞. cu. ℞. 100. p̄. 2. Item per ℞. cu. ℞. 100. m̄. 2. Item per ℞. cu. 24. p̄. ℞. cu. 6. p̄. ℞. cu. $1\frac{1}{2}$ Item multiplica ℞. 10. m. ℞. cu. 10. m. 2. hæ sunt 8. petitiones euacuantes totam rem ℞. cu. & quadratarum, & nihil aliud volunt nisi quod inuenias recisa & binomia sua aut trinomia id est tales numeros qui multiplicati per dictos diuisores faciant numeros integros aut factos non surdos, tales enim sunt diuisores boni.

Pro primis 6. casibus dico quod procedunt eodem modo ferme quadra vtrumque extremum & pone pro extremis, deinde multiplica vnum quadratum per alterum & producti accipe ℞. & pone eam in medio per p̄. si diuisor est recisum, vel per m̄. si est binomium, & tale trinomium simplex aut trinomium recisum si multiplicetur in diuisorem producit numerum sanum, qui ponitur pro diuisore: deinde multiplicabis idem trinomium per 10. numerum diuidendum & producetur trinomium diuidendum.

In primo igitur casu quadra ℞. cu. 3. fit ℞. cu. 9. quadra ℞. cu. 2. fit ℞. cu. 4. multiplica ℞. cu. 9. in ℞. cu. 4. fit ℞. cu. ℞. 36. quod est ℞. cu. 6. hanc pone m̄. quia ℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 2. fuit binomium.

Et nota quod productum erit illud quod producitur ex extremis tantum inuicem, nam aliæ cruciationes cadunt quare multiplica ℞. cu. 3. in ℞. cu. 9. fit ℞. cu. 27. quod est 3. multiplica ℞. cu. 2. in ℞. cu. 4. fit ℞. cu. 8. p̄. quod est 2. igitur productum erit 3. p̄. 2. quod est 5. & ita vides in exemplo secundo quod trinomium est per p̄. quia diuisor fuit ℞. cu. 3. m. ℞. cu. 2.

Et ita in tertio exemplo quadra ℞. cu. 10. fit ℞. cu. 100. quadra 2. fit 4. multiplica 4. in ℞. cu. 100. cuba 4. fit 64. multiplica 64. in 100. fit 6400. cape ℞. 6400. quæ est 80. & ℞. cu. 80. est media quantitas erit igitur hæc minuenda & fiet trinomium recisum ℞. cu. 100. m. ℞. cu. 80. p̄. 4. quare in quarto exemplo erit etiam idem, sed per p̄. & ita productum exit ex extremis in tertio exemplo 18. & in quarto erit 2.

Pro quinto exemplo similiter quadra ℞. cu. ℞. 100. fit ℞. cu. 100. quadra 2. fit 4. multiplica vnum per aliud cubando 4. fit ℞. cu. ℞. 6400. quod est ℞. cu. 80. vt prius & ita fit trinomium ℞. cu. 100. m. ℞. cu. 80. p̄. 4. & posui ℞. cu. ℞. 100. quia idem est quod ℞. cu. 10. vt videres veritatem, & ita dicemus in sexto exemplo quod trinomium recisum erit ℞. cu. 100. p̄. ℞. cu. 80. p̄. 4. sunt & in his sex modis aliæ regulæ inueniendi recisa veluti recisum de ℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 2. est ℞. cu. 243. m̄. ℞. cu. 162. p̄. ℞. cu. 108. m. ℞. cu. 72. p̄. ℞. cu. 48. m. ℞. cu. 32. & productum est ex extremis videlicet ℞. cu. 729. quod est 9. m. ℞. cu. 64. quod est 2. & ita est 7.

Modus inueniendi tale recisum est vt inuenias primum relatum de 3. & est 243. quia fit ex cubo 3. quod est 27. in quadratum 3. quod est 9. & ita inuenies primum relatum de 2. quod est 32. deinde interpone 4. numeros continuè proportionales inter eos quorum primus est ex ce. ce. 3. in 2. secundus ex cubo 3. in quadratum 2. tertius ex cubo 2. in quadratum 3. quartus ex ce. ce. 2. in 3.

℞. cu. 3. m̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. 243. m̄. ℞. cu. 162. p̄. ℞. cu. 108.
m̄. ℞. cu. 72. p̄. ℞. cu. 48. m̄. ℞. cu. 32.
℞. cu. 729. m̄. ℞. cu. 64. quod est 7.

Est & alius modus in his 6. exemplis talis accipe ℞. 3. tanquam 3. non sit cubus deinde dic si 3. esset 2. quod esset ℞. 3. multiplica ℞. 3. in 2. fit ℞. 12. diuide per 3. quadratum, exit ℞. $1\frac{1}{3}$ & similiter dic si 3. fieret 2. quod esset ℞. $1\frac{1}{3}$ & fiet ℞. $\frac{16}{27}$ his tribus numeris habitis qui sunt ℞. 3. ℞. $1\frac{1}{3}$ ℞. $\frac{16}{27}$ adde eis ℞. cu. fient ℞. cu. ℞. 3. ℞. cu. ℞. $1\frac{1}{3}$ ℞. cu. ℞. $\frac{16}{27}$ & hoc est conuersum de ℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 2. vel de ℞. cu. 3. m̄. ℞. cu. 2. ponendo ℞. cu. ℞. $1\frac{1}{3}$ è contrario vt vides in exemplis, hic tamen modus est confusior & producit ad ℞. quadratam.

℞. cu. 3. p̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. ℞. 3. m̄. ℞. cu. ℞. $1\frac{1}{3}$ p̄. ℞. cu. ℞. $\frac{16}{27}$

℞. 3.

℞. 3. p̃. ℞. 1 $\frac{1}{3}$ productum.
hæ iunctæ faciunt ℞. 8 $\frac{1}{3}$

℞. cu. 3. m̃. ℞. cu. 2.
℞. cu. ℞. 3. p̃. ℞. cu. ℞. 1 $\frac{1}{3}$ p̃. ℞. cu. ℞. $\frac{16}{27}$

3. m̃. ℞. 1 $\frac{1}{3}$ productum
hæ iunctæ faciunt ℞. $\frac{1}{3}$

℞. cu. 24. p̃. ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 1 $\frac{1}{2}$
℞. cu. 576. m̃. ℞. cu. 144.

24. m̃. 6. productum.
quod est 18.

℞. cu. 24. m̃. ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 1 $\frac{1}{2}$
℞. cu. 576. p̃. ℞. cu. 144.

24. p̃. 6. productum
quod est 30.

Et ex hoc patet quod infinita sunt eiusdem numeri binomij recisa, siue quadrati siue cubici attamen primus modus est facilior & etiam absolutior quandoque tamen indigemus aliis.

Ex hoc tamen vltimo modo elicitur facilius recisum de ℞.cu.24.p̃.℞.cu.6.p̃.℞.cu.1.$\frac{1}{2}$ nam quadra 24. fit 576. & eius ℞.cu. est primus numerus deinde multiplica 24. in 6. fit 144.& huius ℞.cu.est numerus secundus ponendus per m̃. si ℞.cu.6. est p̃. vel è contra vt vides in Figura: nam si recisum de ℞.cu. 576.m̃.℞.cu.144. est per vltimũ modum ℞. cu.℞.576.p̃.℞.cu.℞.36.p̃.℞.cu.℞. 2 $\frac{1}{4}$ sed ℞.cu.℞.576.p̃.℞.cu.℞.36.p̃.℞.cu.℞. 2 $\frac{1}{4}$ est ℞.cu.24.p̃.℞.cu.6.p̃. ℞.cu. 1 $\frac{1}{2}$ igitur binomium de ℞.cu.24.p̃.℞.cu.6.p̃.℞.cu.est 1 $\frac{1}{2}$ ℞.cu.576.m̃.℞.cu. 144. quòd erat manifestandum.

℞. cu. 10. m̃. 2.
℞. cu. 10. m̃. 2.

℞.cu. 100. p̃. 4. m̃. ℞.cu.
80. m̃. ℞.cu. 80. quòd est.
℞. cu. 640.

Quòd si velis multiplicare ℞.10.in ℞.cu. 10.m̃.2.tunc quadra vtramq; partem & primo quadrando ℞.10.fiet 10.& hoc est clarum deinde quadra ℞.cu.10. m̃.2. multiplicando quamlibet partẽ in se fiet primo ℞. cu. 100. p̃.4. deinde multiplica in crucem cubando 2. habebis m̃. ℞. cu. 80. bis, hoc autem est æquale multiplicationi per 8. nam duplicare ℞.cu.80. est multiplicare per 8. igitur ex tali quadratura proueniet ℞. cu.100. p̃.4.m̃. ℞. cu.640.quare multiplicando hoc per 10. fiet productũ ℞.quadrata V.40.p̃.℞.cu. 100000. m̃. ℞. cu. 640000.

Massa auri de liga ponderis dragmarũ 10.
160 & habentis argenti ℞. cu. 10. valet ducatos 10. & alia massa eiusdem ponderis videlicet dragmarum 10.habens argenti ℞.10. eadem ratione valet ducatos 9. quæritur valor auri & argenti hæc soluitur per vigesimam quartam regulam 51. capituli 1. exemplo finali abreuiando ipsum, pone vt vides & diuide ℞.10.per ℞.cu.10.exit ℞. cu. ℞. 10. & hoc multiplica per 10. m̃.℞. cu.10. & per 10. & exeunt ℞.cu.℞.10000000.m̃.℞.10. & ℞.cu. ℞.10000000. nam hoc est ac si diuisisses per ℞.cu.10. & post multiplicasses prouenientia per ℞. 10. ab his igitur per dictam regulam auferes 10.m̃.℞.10.& 9. quæ sunt posita inferius habebis igitur pro diuisore ℞. cu. ℞. 10000000.m̃.10.& pro diuidendo ℞. cu. ℞.

10. m̃. ℞. cu. 10.	℞. cu. 10.	10
10. m̃. ℞. 10.	℞. 10.	9
	℞. cu. ℞. 10.	

℞. cu. ℞. 10000000. m̃. ℞. 10.
℞. cu. ℞. 10000000.
10. m̃. ℞. 10. 9

℞. cu. ℞. 10000000. m̃. 10.
℞. cu. ℞. 10000000. m̃. 9.

℞. cu, 10000000. p̃. ℞. cu.
℞. 100000000000000. p̃. 100.

Productum ℞. 10000000..m̃. 1000.
Recisum ℞. 10000000. p̃. 1000.
Productum 9000000. & est diuisor.

10000000. m̃. 9. quadra igitur per sextum exemplum ℞. cu. ℞. 10000000. sit ℞. cu. 10000000.p̃.℞.cu. 100000000000000. p̃. 100. igitur productum erit ex extremis videlicet ℞.10000000.m̃. 1000. quare recisum etiam eius erit ℞.10000000. p̃.1000. & productum erit 900000. quod est diuisor, & ideo multiplicabimus primum recisum quod fuit trinomium videlicet ℞.cu.10000000.p̃. ℞. cu. ℞. 100000000000000.p̃.100.in ℞. 100000000. p̃. 1000.& productum multiplicabimus per ℞. cu.℞. 10000000,m̃.9.& quòd producitur diuidemus per 9000000. & exiens est valor vnius dragmæ auri puri.

11	10.	200	181 $\frac{9}{11}$
11	10.	181 $\frac{9}{11}$	165 $\frac{35}{121}$
11	10.	165 $\frac{35}{121}$	150 $\frac{350}{1331}$
11	10.	150 $\frac{350}{1331}$	136 $\frac{5534}{14641}$
11	10.	136 $\frac{88241}{1464}$	124 $\frac{29676}{161015}$

Quidam locauit agrum pro lib. 200. singu- 161
lis annis ad 5.annos & vult omnes pecunias in initio locationis, emphiteota vult dare ad meritum 10. pro centum quæritur quantum debet esbursare, hæc posita fuit in quæstione octuagesimaprima & vtraque regula soluendi est bona attamen quia cecidit modicus error in operando licet leuissimus, & quia hic modus est facilior visum est vt ponerem ipsum quia igitur lucratur 10. pro 100. igitur ex 10.facit 11.multiplica igitur 10.in 200.fit 2000.diuide per 11. exit 181 $\frac{9}{11}$ & hoc potest pro primo, deinde multiplica idem 181 $\frac{9}{11}$ in 10.fit 1818 $\frac{2}{11}$ diuide per 11.exit 165 $\frac{35}{121}$ hoc pone pro secundo, & similiter multiplica 165 $\frac{35}{128}$ in 10. fit 1652 $\frac{108}{121}$ diuide per 11. exit 150 $\frac{350}{1331}$, pro tertio, similiter hoc multiplica per 10. habebis 1502 $\frac{838}{1331}$ diuide per 11. exit 136 $\frac{8824}{14641}$ pro quarto, similiter pro quinto multiplica 136 $\frac{8824}{14641}$ in 10. fit 1366. $\frac{394}{14641}$ diuide per 11. exibit 124 $\frac{29676}{141051}$ pro 5. tot enim sunt anni locationis iunge hos quinque redditus vt vides & habebis lib. 758 $\frac{25342}{161051}$

Inuenias ℞. de 9. p̃. ℞. 80. item ℞. 162
de 8. m̃. ℞. 60. item ℞. de ℞. 20. m̃. 4. item de ℞. 20. p̃. ℞. 8. superius in capitulo vigesimoquinto declarauimus,

quod tales quæstiones soluuntur per antepositionem ℞. dicendo quod ℞. de 9. p̄. ℞. 80. est ℞. ℞. V. 9. p̄. ℞. 80. nunc autem volo docere modum habendi radices tales appropriatum ex quo etiam rite intellecto habebitur modus habendi ℞. binomiorum cubicorum & ℞. ℞. & trinomiorum, & regula est vna in omnibus exemplis licet appareat variata secundum diuersitatem exemplorum. Pro primo igitur exemplo dimidia ℞. 80. & est diuidere per 4. fit ℞. 20. quadra fit 20. diuide 9. in duas partes ita quod vna diuisa per alteram fiat 20. & inuenies per centesimam regulam vnam esse 4. aliam 5. horum igitur ℞. ligatæ iunctæ sunt ℞. V. 9. p̄. ℞. 80. & erũt L. ℞. 5. p̄. ℞. 4. sed quia 4. habet ℞. quæ est 2. dicemus qd. ℞. V. 9. p̄. ℞. 80. est ℞. 5. p̄. 2.

Et similiter pro secundo exemplo diuide ℞. 60. per æqualia fit ℞. 15. quadra fit 15. diuide per eandem regulam 8. in duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 15. & erunt partes 5. & 3. quare ℞. harum erunt ligatæ ℞. V. 8. m̄. ℞. 60. erit igitur ℞. talis L. ℞. 5. m̄. ℞. 3.

Et similiter pro tertio exemplo diuide 4. per æqualia fit 2. quadra fit 4. diuide ℞. 20. in duas partes ex quarum multiplicatione producatur 4. & fient ℞. 5. m̄. ℞. 1. & ℞. 5.

℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1. | m̄. ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1.

X

℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1. | m̄. ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1.

L. ℞. 5. p̄. ℞. 1.

m̄. ℞. V. 20. m̄. 4. & est ℞. 16.

m̄. ℞. V. 5. m̄. 1.

m̄. ℞. V. 5. m̄. 1.

L. ℞. 5. m̄. ℞. 1.

p̄. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1.

p̄. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1.

m̄. ℞. V. 20. m̄. 4.

℞. 20. m̄. 4.

℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 3. | p̄. ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 3.

X

℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 3. | p̄. ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 3.

℞. 5. m̄. ℞. 3.

p̄. ℞. V. 20. m̄. 12. quod est ℞. 8.

p̄. ℞. V. 5. m̄. 3.

p̄. ℞. V. 5. m̄. 3.

℞. 5. p̄. ℞. 3.

p̄. ℞. 5. m̄. 3.

p̄. ℞. 5. p̄. 3.

p̄. ℞. 8.

℞. 20. p̄. ℞. 8.

p̄. ℞. 1. accipe igitur ℞. harum partium & habebis ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1. & ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1. hæ igitur simul ligatæ sunt radix proposita, & quia ℞. 20. m̄. 4. est ligata per m̄. ligabimus etiam has radices per m̄. ponendo maiorem ante & fiet ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 1. m̄. ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 1. vt igitur videas productionem huius ℞. apposui Figuram.

Et similiter in quarto exemplo diuide ℞. 8. per æqualia fit ℞. 2. quadra fit 2. diuide ℞. 20. in duas partes ex quarum multiplicatione proueniat 2. & erunt ℞. 5. m̄. ℞. 3. & ℞. 5. p̄. ℞. 3. accipe igitur ℞. V. harum partium eruntque ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 3. & ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 3. hæ igitur iunctæ vt priùs faciũt ℞. V. L. ℞. 5. m̄. ℞. 3. p̄. ℞. V. L. ℞. 5. p̄. ℞. 3.

163 Inuenias 3. quantitates continuæ proportionales & secunda sit 3. ℞. cu. aggregati primæ & tertiæ, & multiplicationes vnius in alteram omnes simul iunctæ faciant 12. dices igitur quia secunda est 3. ℞. cu. aggregati primæ & tertiæ igitur posito aggregato primæ & tertiæ 1. cu. erit secunda 3. co. igitur tota summa erit 1. cu. p̄. 3. co. & quia diuiso dimidio omnium multiplicationum trium quantitatum aggregatum earum exit secunda quantitas per nonagesimam secundã quæstionem solutione primâ, igitur diuiso 6. per 1. cu. p̄. 3. co. exibit 3. co. igitur multiplicato 3. co. in 1. cu. p̄. 3. co. fiet 6. multiplica igitur 1. cu. p̄. 3. co. in 3. co. fit 3. ce. ce. p̄. 9. cen. & hoc est æquale 6. quare 1. ce. ce. p̄. 3. cen. æquatur 2. quare res valet ℞. V. ℞. $4\frac{1}{4}$ m̄. $1\frac{1}{2}$ & triplum eius est secunda quantitas & cubus eius est aggregatum 1. & 3. & hæc est Francisci Leonardi de Caligariis cum sequente.

Inuenias 3. quantitates continuè proportionales quarum secunda sit ℞. cu. aggregati primæ & tertiæ & summa quadratorum omnium sit tripla ei quod fit ex secunda quantitate in aggregatum omnium, pone quod secunda sit 1. co. igitur aggregatum primæ & tertiæ est 1. cu. igitur summa omnium est 1. cu. p̄. 1. co. pro inuenienda autem

summa

ſumma quadratorum trium quantitatum continue proportionalium nota hanc regulam. Quadra aggregatum primæ & tertiæ trium quantitatum continue proportionalium & à producto auferes quadratum ſecundæ quantitatis reſiduum eſt quod quæris: quadra igitur 1. cu. quod eſt aggregatum primæ & tertiæ fit 1.ce. cu. detrahe 1.ce. quadratum 2. remanet 1.ce. cu. m̃. 1. cen. pro aggregato trium quadratorum hoc autem debet eſſe triplum producto ſecundæ in totum aggregatum tale autem productum eſt 1.ce. ce. p̃. 1. ce igitur 1.ce. cu. m̃. 1.ce. æquatur 3.ce. ce. p̃. 3.ce. quare 1.ce. cu. æquatur 3. ce.ce. p̃. 4. ce. ſchiſando igitur per 1. ce. fiet 1. ce. ce. æqualis 3. ce. p̃. 4. quare res valet ℞. V. ℞ 6 $\frac{1}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{2}$ quod eſt 2. & hæc eſt ſecunda quantitas primam & tertiam inuenies eſſe 8. quia eſt cubus de 2. igitur fac de 8. duas partes in quarum medio cadat 2. per centeſimam regulam habebis igitur. Primam 4.
165 m̃. ℞. 12. Secundam 2. Tertiam 4. per ℞. 12.

Quæritur quomodo inueniantur duo motores qui nunquam iungentur in eiſdem punctis vſque in æternum & dimittent infinita puncta in quibus non coniungentur & vltra hoc dimittent in finites infinita puncta in quibus non coniungentur hæ ſunt tres conditiones, & dicitur quæſtio hæc quæſtio infiniti de infinito, & eſt ex libro de miſteriis æternitatis. Reſpondeo igitur quod ſi ſint duo mobilia quæ perficiant reuolutiones in temporibus inuicem incommenſurabilibus quod talibus eueniet prædicta omnia, quod enim non coniungantur in eodem puncto vſque in æternum patet ex vigeſima quæſtione & hoc eſt primum, ſecundum, ſic ſit quod vnum moueatur in ℞. 7. reliquum in ℞. 5. dierum & primum vocetur A ſecundum b, & patet quod talia tempora erunt incommenſurabilia quia 7. in 5. non producit numerum quadratum ſint igitur iuncta in puncto A dico quod non coniungentur in aliquo puncto diſtante ab A per partem toti commenſurabilem id eſt nec per medietatem circuli aut tertiam partem aut quartam & ſic in infinitum cum igitur ſint infinita puncta diſtantia ab A per partes commenſurabiles & in nullo eorum coniungentur patet ſecundum propoſitum: ex hoc patet tertium nam cum ſemper coniungantur in punctis diuerſis vſque in infinitum per primam conditionem & cuilibet puncto correſpondent infinita puncta in quibus non coniungentur igitur dimittent infinities infinita puncta in quibus vſque in æternum non coniungentur, nec poteſt dici quod commenſurabilia puncta vnius coincidant commenſurabilibus alicuius alterius nam ſic ſequeretur quod puncta principalia diſtarent per partes commenſurabiles quod eſt contra poſitum, patet ſequela ex octaua decimi Euclidis: quod autem non poſſint coniungi in aliquo puncto commeſurabili amplius patet: nam ſi ſic coniungantur in c. diſtante ab a. per tertiam partem circuli in annis 1000. igitur in annis 3000. iterum coniungentur in A quod eſt contra poſita in vigeſima quæſtione quæ fũdatur ſuper decimamſextam decimi Euclidis.

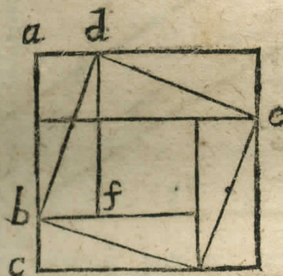
Patet igitur concluſio quod a & b mouebuntur vniformiter in aliquo circulo, & nunquam coniungentur in eodem puncto, ſed coniunctio eorum erit diuerſa in infinitum ita quod in infinitis punctis coniungentur diuerſis & quod infinita erunt puncta in quibus non coniungentur, & quod infinities infinita puncta erunt omnino diuerſa in quibus non coniungentur, & ita erit infinitum triplicatum. Ex quo ſequitur quarta quod ſi eſſent infinita mobilia in eodem puncto quorum quodlibet moueretur temporibus incommenſurabilibus alteri, quod vltra prædicta nullum eorum vnquam coniungeretur cum duobus ex aliis vſque in æternum neque in vno eodem tempore neque in diuerſis & hoc fere tranſcendit cogitationem humanam.

Ex his liquet infinities infinita eſſe poſſibilia ſecundum cauſas materias & ſecundum efficientes in vniuerſali quæ tamen nunquam erunt vſque in æternum, & tamen vſque in æternum nunquam idem aliquid redibit in quo opus abiſſus diuinæ ſapientiæ laudatur.

Capvt LXVII.

De Geometricis quæſtionibus.

Cvm dixerit duos habeto numeros qui tantum aggregent quantum multiplicent & eorum quadrara iuncta ſint 24. geometrice, accipe igitur lineam maiorem a. b. & minorem b.c. & ponatur a. d. æqualis b.c. igitur b.d. eſt ℞. 24. æquatur enim quadratis a.b. & a.d, quare quadratum b.e. eſt 24. & quadratum a. c, ſuperat quadratum b.e. in quatuor trigonis a, b, d, quare in duabus



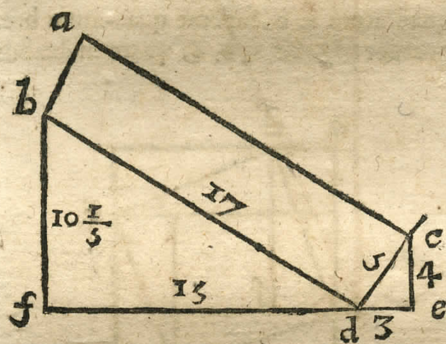
ſuperficiebus a, d, b, f, ſed hæc ſupponitur in numero æqualis a, c, lineæ propterea quod tantum aggregant quantum multiplicant a, b, & b, c, ideo a, c, eſt ℞. V. 24. plus duplo ſuimet, & eſt 6. quia cenſus æquatur 24. & duabus radicibus, diuide igitur 6. in duas partes quarum quadrata ſint 24. & erit per quadrageſimum nonum capitulum a. b, maior 3. p̃. ℞. 3. & b, c, minor 3. m̃. ℞. 3. & per hunc modum ſolues alias innumerabiles quæ ſunt in duobus numeris quærendis.

Cum dixerit quis habita diametro alicuius circuli da mihi aream & latera circunſcriptibilium figurarum tunc ex diametro habes latera conſimilis figuræ inſcriptibilis ex capitulo ſexageſimotertio, deinde quære katetũ ad latus figuræ inſcriptibilis qui cognoſcitur per capitulũ 63. verum ad maiorem facilitatem deſcripſi katetũ à centro circuli circunſcribentis ad latus cuiuſlibet figuræ vt vides.

Semidiameter circuli.	5000
Katetus trigoni.	2500
Katetus quadrati.	3536
Katetus pentagoni.	4045
Katetus exagoni.	4330
Katetus eptagoni.	4504
Katetus octogini.	4619
Katetus nonagoni.	4698
Katetus decagoni.	4750
Katetus vndecagoni.	4797
Katetus duodecagoni.	4829
Katetus tredecagoni.	4854
Katetus quatuordecagoni.	4874
Katetus quindecagoni.	4890

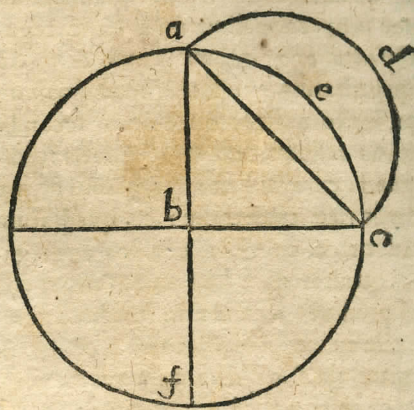
Eo igitur inuento duc ſemidiametrum circuli in latus figuræ inſcriptibilis: & productum diuide per chatetum: quod exit eſt latus figuræ circunſcriptibilis quo inuento habes aream per ſexageſimumtertium capitulum, exemplum volo aream eptagoni circunſcriptibilis circulo cuius diameter eſt 10. igitur per ſexageſimumtertium capitulum erit latus eptagoni inſcriptibilis $4\frac{339}{1000}$ & katetus $4\frac{63}{125}$ duco igitur ſemidiametrum in $4\frac{339}{1000}$ fiunt $21\frac{139}{200}$ diuido per $4\frac{63}{125}$ exeunt $4\frac{3679}{4504}$ & tantum erit latus circunſcriptibilis eptagoni quo habito habes aream.

3 Fuit ſuperficies a.b.c.d. paralelograma latus b.d. 17. d.e. 5. c.e. chatetus 4. quæritur b.f. quanta ſit, erit igitur angulis c.d.f. æqualis duobus d.e.c. & d.c.e. per trigeſimam ſecundam primi euclidis, & quia b.d.c. & e.

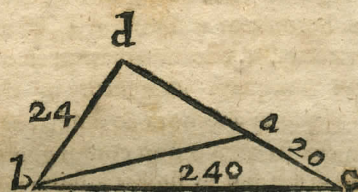


ſunt recti erit angulus d.c.e. æqualis b.d.f. quare trigoni ſimiles b.d.f. & c.d.e. & ex his proportio b.d. ad b.f. vt c.d. ad d.e. eſt autem d.e. per quadrageſimamſextam primi 3. ducta in b.d. fit 51. diuide per c.d. quæ eſt 5. exit b.f. $10\frac{1}{5}$

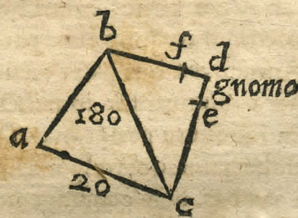
4 Si ſit a.c. latus quadrati inſcripti circulo a.c.f. volo cognoſcere. Figuram lunarem a.d.c.e. erit enim æqualis areæ trigoni a.b.c. eo quod tam ſemi circulus a.d.c. quam ſuperficies a.b.c.e. eſt quarta pars circuli a.f.c. Vnde detracta de communi ſuperficie a.e.c. remanebit trigonus a.b.c. æqualis lunari ſuperficiei a.d.c.e. ſit igitur diameter a.f. 10. igitur quadratum inſcriptibile erit 50. quare trigonus a.b.c. erit $12\frac{1}{2}$ & ſuperficies linaris a.d.c.e. erit etiam $12\frac{1}{2}$ præciſe.



Sit Caſtellum a.b.c. aqua cintum cuius 5 vnum latus a.c. cognoſcam & ſit 20. pedum ſit autem formæ triangularis reliqua autem



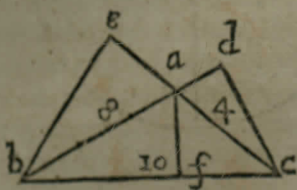
duo latera a.b. & b.c. neſciam quanta ſint, nec poſſim menſurare, volo ſcire quantæ ſit magnitudinis area a.b.c. ponam oculum meum in directo lineæ a.c. ita quod murus a.c. poſſit ſimul per longitudinem ſuam videri deinde elongabo me tantum donec gnomo poſitus ſuper d.c. reſpiciat altero latere punctum b. & ſit punctus ille d. in quo gnomo vno latere ſtat ſuper d.c. & reliquo reſpiciat punctum b. deinde menſurabo d.b. vt docebo infra quæ ſit 24. gratia exempli cuius medietatem videlicet 12 multiplicabo in a.c. fit 240. & tanta eſt area trigoni a.b.c. quæſita. Eſt autem gnomo Figura capiens rectum angulum qua lignarij omnes vtuntur ad quadrandas aſſeres & tabulas.



Si autem trigonus ille eſſet acutorum angulorum conſtitue gnomonem iuxta angulum oppoſitum lateri cognito ita quod de directo talem angulum reſpiciat vno latere at altero perpendiculariter reſpiciat latus, cognitum in extremitate & talem lineam menſurabis cuius dimidium multiplicabis in latus cognitum veluti in trigono a.b.c. latus a.c. ſit 20. paſſus pono gnomonem in d. & ita quod per vnum latus perpendiculariter reſpiciat a.c. per aliud punctum b. & menſurabo d.c. quæ ſit 18. exempli gratia capio dimidium 18. & eſt 9. duco in 20. fit 180. area trigoni.

Sit

6 Sit trigonus a. b. c. qualiſcunque formæ cuius puta vnum latus ſit 10. aliud 8. aliud 4. volo ſcire in quibus locis cadant katheti per vnam regulam ſolam & eſt centeſima quadrageſimaſexta quadrageſimiſecundi capituli & primo à puncto à ſuper lineam b. c. quadra latera continentia punctum & ſunt a. b. & a. c. & fiunt 64. & 16. ſubtrahe minus de maiore remanet 48. diuide 48. per baſim quæ eſt 10. exit $4\frac{4}{5}$ & quia $4\frac{4}{5}$ eſt minus quam 10. detrahe $4\frac{4}{5}$ de 10. remanent $5\frac{1}{5}$ diuide $5\frac{1}{5}$ per medium exit $2\frac{3}{5}$ & tantum diſtans cadet katetus a. f. a latere minore continentium punctum à & eſt a. c. erit igitur f. c. $2\frac{3}{5}$ & nota quando $4\frac{4}{5}$ quod eſt exiens ex prima diuiſione eſt minus baſi quæ opponitur angulo, a. à quo trahis katetum ſemper katetus cadit intra trigonum, ſi vero eſſet æqualis latus minus ex continentibus eſſet præciſè katetus, ſi vero exiens eſſet maius baſi katetus caderet extra trigonum tantum diſtans à minore latere continentium quantum eſt medietas exceſſus exeuntis ſupra baſim. Exemplum volo katetum à puncto, b. ſuper latus a. c. quadro latera continentia b. & fiunt 100. & 64. detraho vnum ex altero & remanent 36. diuido per baſim id eſt latus oppoſitum angulo, b. à quo volo ducere katetum & eſt a.c. quod eſt 4. exit 9. & quia 9. eſt maius quam 4. katetus cadet extra trigonum detrahe igitur 4. ex 9. remanent 5. diuide per medium exit $2\frac{1}{2}$ & tantum diſtans cadet katetus à puncto à. Et ſimiliter volo ducere katetum à puncto c. ſuper a. b. quadro latera continentia punctum c. & fiunt 100. & 16. detraho 16. ex 100. remanent 84. diuido per baſim ſuper quam volo ducere katetum & eſt a. b. quæ eſt 8. exit $10\frac{1}{2}$ & quia hoc excedit 8. cadet katetus extra trigonum ſubtraho igitur 8. baſim ex $10\frac{1}{2}$ exeunte prouenit $2\frac{1}{2}$ cuius medietas eſt $1\frac{1}{4}$ & tantum erit diſtans katetus c.d. à puncto, a. & erit a. d. $1\frac{1}{4}$

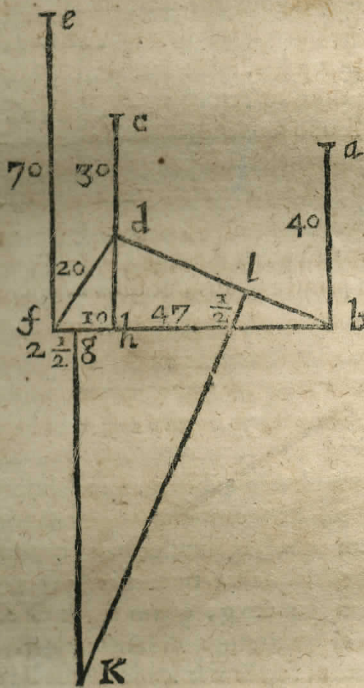


7 Et ex hoc habebitur quilibet katetus quantus ſit nam detracto quadrato a.d. quod eſt $1\frac{9}{16}$ ex quadrato a. c. quod eſt 16. relinquitur quadratum c.d. $14\frac{7}{16}$ igitur c. d. eſt ℞. $14\frac{7}{16}$ & ſimiliter detracto quadrato f.c. quod eſt $6\frac{19}{25}$ ex quadrato a. c. quod eſt 16. remanet quadratum a.f. $9\frac{6}{25}$ quare katetus a.f. eſt ℞. $9\frac{6}{25}$ Et ſimiliter detracto quadrato a. e. quod eſt $6\frac{1}{4}$ ex quadrato a. b. lateris contermini trigoni quod eſt 64. remanet quadratum b. e. $57\frac{3}{4}$ cuius ℞. eſt b. e. katetus videlicet ℞. $57\frac{3}{4}$

8 Et ex hoc habebitur area trigoni nam ſemper ducta medietate baſis ſuper quam cadit katetus in katetum quod producitur eſt ſuperficies trigoni veluti Katetus a. f. eſt ℞. $9\frac{6}{25}$ duco in dimidium b. c. fit ℞. 231. & ℞. 231. eſt area trigoni ſimiliter capio katetum c. d. qui fuit ℞. $14\frac{7}{16}$ & duco in dimidium a.b. baſis ſuper quam cadit & fit ℞. 231. vt prius & ſimiliter duco katetum b. e. qui fuit ℞. $57\frac{3}{4}$ in dimidium a.c. & eſt 2. fit ℞. 231. vt prius & hic eſt alius modus menſurandi trigonos alius à ſexageſimotertio capitulo.

30
40
50.
900 50 1600
14 9
36 700
2 50
18 2714

Sint duæ turres vna altitudinis pedum 40. alia 30. diſtantes pedibus 50. & duæ aues ab 9
earum ſummitatibus æqualiter volantes deſcendant ſuper planum quæro vbi iungentur



& eſt dicere inuenire punctum inter eas æqualiter diſtans ab vtraque ſummitate, hæc ſimiliter fit per centeſimam trigeſimam ſextam quadrageſimiſecundi capituli quadra 40. fit 1600. quadra 30. fit 900. ſubtrahe 900. de 1600. remanent 700. diuide per 50. exit 14. detrahe 14. ex 50. remanet 36. accipe dimidium quod eſt 18. & tantum diſtabit punctus ille à pede maioris turris.

Sint tres turres a. b. c. d. e. f. quarum a. b. 10
altitudo ſit 40. pedes c.d. 30. e.f. 70. diſtantia autem a.b. & c. d. ſit pedum 50. diſtantia autem a. b. & e. f. ſit pedum 60. diſtantia autem C.D. & E.F. ſit pedũ 20. volo protentorio extendendo inuenire punctum æqualiter diſtantem à ſummitatibus illarum trium turrium in plano. In hoc conſidera maius latus in trigono, b.d.f. & ſcis quod ex ſuppoſito maius latus eſt b. f. quia eſt 60. quære igitur per modum 10. quæſtionis præcedentis punctum in linea f.b. æqualiter diſtantem à ſummitatibus turrium a. b. & e. f. & erit diſtans

ſtans à puncto f. $2\frac{1}{2}$ & ſit punctus g. erit igitur f.g. $2\frac{1}{2}$ & ſimiliter quæres per eandem punctum in linea b. d. vbi duæ turres concurrunt a.b.& c. d. æqualiter & ille punctus erit 18. diſtans à turri a.b. & ſit l. igitur dico quod cum protraxeris duas perpendiculares ſuper dicta puncta inuenta videlicet vnam ſuper g. aliam ſuper l. quod punctus concurſus illarum erit punctus æqualiter diſtans à ſummitatibus turrium & ſit punctus ille k dico igitur quod k eſt inuentus quantum ad operationem geometricam non tamen eſt cognitus arithmetice quia neſcio quantum k diſtent à puncto g. nec etiam a, b, f, nec à ſummitatibus turrium a.c.e.

Pro hoc igitur ſciendo quære per ſeptimam quæſtionem huius vbi cadat katetus ſuper b. f. & inuenies quod per $12\frac{1}{2}$ diſtans à puncto f. & ſit locus vbi cadit h, erit igitur f. h. $12\frac{1}{2}$ quare g. h. erit 10. ſimiliter quia f. h. eſt $12\frac{1}{2}$ erit per octauam quæſtio-

e. f. 70. — 4900
f. g. $2\frac{1}{2}$ — $6\frac{1}{4}$

$4906\frac{1}{4}$

c. d. 30. — 900
g. h. 10. — 100

1000

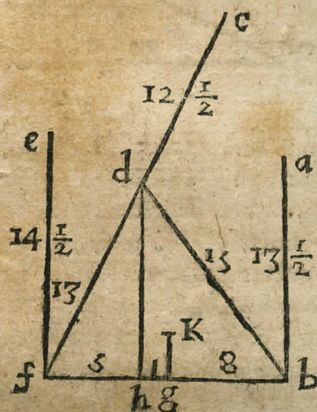
$4906\frac{1}{4}$
1000

$3906\frac{1}{4}$
$243\frac{3}{4}$

$3662\frac{1}{2}$

nem huius katetus d.h. ℞. $243\frac{3}{1}$ hoc inuento per eandem centeſimãtrigeſimamſextam regulam quadrageſimiſecundi capituli ſic operaberis, quadra turrim ſemper propinquiorem puncto g, quam h, & eſt e. f. & iunge ei quadratum diſtantiæ turris id eſt quadratum f.g. & fiet $4906\frac{1}{4}$ quadra etiam turrim kateti & eſt c. d. & iunge ei quadratum differentiæ inter punctum g æqualitatis & katetum id eſt quadratum g.h & hæc ambo quadrata aggregant 1000. detrahe aggregatum minus à maiore qualecunque ſit minus, ſiue primum aggregatum ſiue ſecundum detrahe igitur 1000. ex $4906\frac{1}{4}$ remanent $3906\frac{1}{4}$ deinde conſidera an hoc reſiduum ſit maius quadrato kateti d. h. vel minus. Si maius vt hic nam $3906\frac{1}{4}$ maius eſt quam $243\frac{3}{4}$ tunc punctus k cadet extra trigonum ſemper & tunc detrahe quadratum kateti d.h quod eſt $243\frac{3}{4}$ ex reſiduo ſeruato quod fuit $3906\frac{1}{4}$ & remanent $3662\frac{1}{2}$ hoc autem ſemper diuides per duplum kateti d.h & eſt ℞. 975. quadra igitur $3662\frac{1}{2}$ fit $13413906\frac{1}{4}$ quadra ℞. 975. fit 975. diuide $13413906\frac{1}{4}$ per 975. exit $13757\frac{131}{156}$ & eius ℞. eſt quantitas g. k. Et ſi voluerimus habere diſtantiam puncti k à puncto f addemus quadratum f. g. quod eſt $6\frac{1}{4}$ & fiet ſumma $13764\frac{1}{16}$ & eius ℞. eſt diſtantia puncti k, à puncto f, quod ſi vellem diſtantiam puncti k, à puncto e, addam huic ſummæ quadratum e. f quod eſt 4900. & fiet diſtantia K, à puncto e. ℞. $18664\frac{1}{16}$ & hic modus ſatiſfacit quando reſiduum eſt maius quadrato chateti, & facit punctum K, eſſe extra trigonum.

Quod ſi punctus K caderet intra ipſum vt in exemplo Fratris Lucæ ponatur d.f. 13. d.b. 15. f.b. 14. f. e. $14\frac{1}{2}$ c. d. $12\frac{1}{2}$ a. b. $13\frac{1}{2}$ erit f.g. 6. g.b. 8. f. h. 5. ſic enim inueniuntur per prædictas regulas f. h. & f. g. quare h. g. erit 1. & d.h. erit 12. quadra igitur vt prius



turris a. b. altitudinem, quoniam eſt propinquior puncto æqualitatis g. quam chateto h. ſicut in præcedenti Figura latus propinquius æqualitati g. quam chateto d. h. fuit e. f. turris, quadro igitur turrim a. b. & fit $182\frac{1}{4}$ quadro b.g. fit 64. iunge fiunt $246\frac{1}{4}$ quadro ſimiliter c. d. quæ eſt turris chateti vt etiam in præcedenti exemplo adiungendo ei quadratum differentiæ h.g. vt prius & fit totum $157\frac{1}{4}$ detraho ex $246\frac{1}{4}$ remanent 89.

a. b. $13\frac{1}{2}$ — $182\frac{1}{4}$
b. g. 8 — 64

$246\frac{1}{4}$

c. d. $12\frac{1}{2}$ — $156\frac{1}{4}$
h. g. 1 — 1

$157\frac{1}{4}$

$246\frac{1}{4}$
$157\frac{1}{14}$

89
12

$7\frac{5}{12}$

$4\frac{7}{12}$
$2\frac{7}{24}$

nent 89. quia igitur 89. non eſt maius, ſed minus quadrato chateti d.h. nam quadratum d.h. eſt 144. quod eſt maius quam 89. Ideo indicat punctum K cadere intra trigonum quare tunc diuide 89. per 12. & eſt quantitas chateti d.h, exit $7\frac{5}{12}$ hanc detrahe ex d. h. remanent $4\frac{7}{12}$ diuide per æqualia exit K, g. $2\frac{7}{24}$ quæſita. Et vt vides operaris per centeſimamtrigeſimamſextam regulam quadrageſimiſecundi capituli in vtroque caſu, ſed differenter, & nunquam fallunt hi modi mon operis diſtincte inter ipſos & non confundas

fundas nam pluribus modis potest proponi hoc quando & super reducitur ad alterum istorum.

11 Quidam fecit vestem ex panno cuius latitudo sit br. $2\frac{1}{2}$ vestis longitudo br. 2. latitudo in fundo br. 10. in summitate br. 1. multi soluunt & malè, fac igitur vt colligitur ex demonstratione nostra super decimam nonam quinti Euclidis in libro secundo annotationum super Euclidem hoc modo quod generalis est omnibus vestibus existentibus sine sutura per latum idest quæ non habent bustum vt dicunt vulgariter valet igitur hæc ratio in togis vt sunt vestes Venetorum & paliis & lacernis & generaliter in omnibus

10   1   2 $2\frac{1}{2}$
$\frac{1}{9}$ 1   2 $\frac{2}{9}$
2   $\frac{2}{9}$ $\frac{1}{2}$
5   $\frac{2}{9}$
———
$11\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$
11

vestibus longis & breuibus quas homines portant extra domum detraho, 1. ex 10. remanent 9. dico per regulam si 9. facit 1. quid faciet 2. & facit $\frac{2}{9}$ addo ad 2. quod est longitudo fit $2\frac{2}{9}$ multiplico $2\frac{2}{9}$ in dimidium 10. quod est 5. fit $11\frac{1}{9}$ & similiter multiplico $\frac{2}{9}$ in dimidium 1. quod est $\frac{1}{2}$ idest fuit latitudo superior fit $\frac{1}{9}$ detraho $\frac{1}{9}$ ex $11\frac{1}{9}$ remanent 11. diuido 11. per $2\frac{1}{2}$ & est latitudo panni exeunt $4\frac{2}{5}$ & tantum panni inest palio illi videlicet br. $4\frac{2}{5}$.

Si vero sit vestis composita vt petasus experto quadrata supra toracem & rotunda infra quære partem inferiorem per viam descriptam & superiorem per viam quadrati idest multiplicando longitudinem in latitudinem deinde iunge omnia & diuide per latitudinem panni.

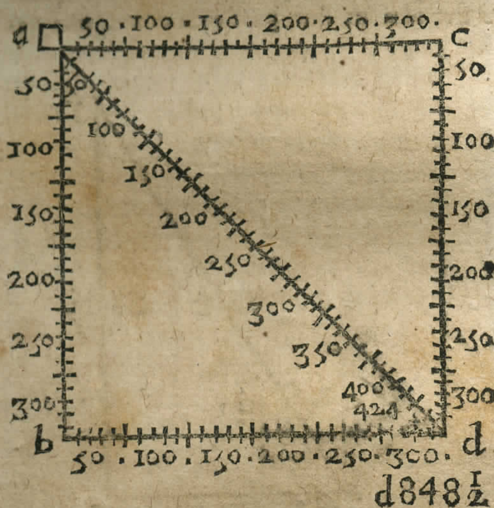
Exemplum petasus ex panno latitudinis br. 2. in parte inferiore latus br. 9. in superiore vbi annectitur cingulo & reliquæ parti thoraticis latitudo est br. 5. longitudo autem à cingulo ad finem est br. 1. pars autem superior ex vtraque parte lata br. 2. & longa $\frac{1}{4}$ volo scire quantum panni contineat pro

9   5   1   2
4   5   1 $1\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{4}$ $1\frac{1}{4}$
———
$10\frac{1}{8}$ $3\frac{1}{8}$
$3\frac{1}{18}$
———
7
7   $\frac{3}{4}$
$1\frac{1}{2}$ 2
———
$8\frac{1}{12}$ $1\frac{1}{2}$
2
———
br. $4\frac{1}{4}$

inferiore fac vt in præcedente detrahe 5. a 9. remanent 4. deinde dic. si 4. producit 5. quid producet 1. producet $1\frac{1}{4}$ adde ad 1.

fit $2\frac{1}{4}$ multiplica $2\frac{1}{4}$ in $4\frac{1}{4}$ fit $10\frac{1}{8}$ multiplica $1\frac{1}{4}$ in $2\frac{1}{2}$ fit $3\frac{1}{8}$ detrahe $3\frac{1}{8}$ ex $10\frac{1}{8}$ remanent 7. p. inferiore parte deinde pro superiore multiplica 2. quod est latitudo in $\frac{3}{4}$ quod est longitudo fit $1\frac{1}{2}$ adde ad 7. fit $8\frac{1}{2}$ diuide per 2. quod est latitudo panni exit $4\frac{1}{4}$ & tot brachia habet petasus ille.

Quidam volebat scire latitudinem fluminis non potens pertransire eum, scias quod mensura per instrumenta in hoc & aliis tribus sequentibus quæstionibus fit per astrolabium & per quadrantem & per vmbram solis & per speculum & per virgulam & per baculum Iacob sed nihil melius nihil certius nihil facilius aut exactius aut plurium vtilitatum quam instrumentum dictum gnomo viuens appellari debet sic quantum & quadratus est & per se stat forma igitur eius talis, est facias quadratam tabulam perfectam longitudinis vnius passus vel dimidij passus vel $\frac{1}{4}$ nam aliter indigeres laboriosa supputatione & sit ille a. b. c. d. diuidemus latera omnia gnomotis in quotquot voluerimus partes vt pote 120. vel. 300. vel 600. si sit magnus in 600. idest si sit vnius passus vel duorum si $\frac{1}{2}$ passus diuidemus in 300. si exiguus in 120. partes æquales deinde in latere opposito in puncto c. figemus lineam a. d. rectissimam ex calibe ita quod medium talis lineæ sit præcise in linea a. c. & ideo oportet vt clauus quo infigitur sit fundatus pro dimidio in additamento quodam paruo extra lineam a. c. vt vides pro dimidio in quadrato a. b. c. d. & sit linea a. d. lata parum vt non flectatur & sint super eam pinnulæ duæ altera super a. altera super d. & sint sicut pomoliacus, & sit diuisa in partes æquales etiam vt sunt b. d. & c. dita quod si c. d. ponitur 120. ponemus a. d. $169\frac{1}{2}$ si sit c. d. 300. ponemus a.d. $424\frac{1}{4}$ si vero ponatur c.d. 600. ponemus a. d. $8\frac{1}{2}$ & sint signatæ diuisiones à puncto versus d. & a. b. versus d. 12



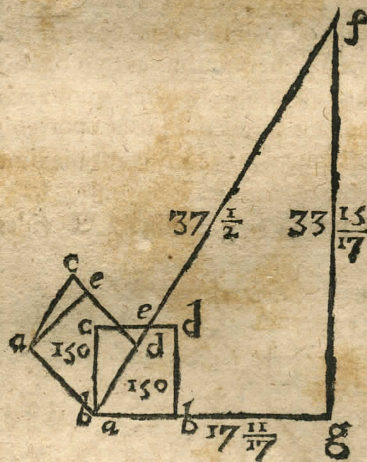
ad 5. ad. 5. per numeros suos ita vt 5. sit iuxta c, & 120. vel 300. vel 600. fit iuxta punctum d. & similiter ab a versus b. & c. procedant & faciam in punctis a. b. c. d. prominentiam ad modum exiguam cui possit annecti filum cum modico plumbi ita vt si figam ipsum super planum vt iacet po-

nam filum in puncto A si igitur filum hæret lateri a. b. tunc gnomo viuens est erectus perpendiculariter super planum si autem non hæret æquidistanter sed in vna parte magis remouetur filum à linea a. b. quam in alia tunc non stat perpendiculariter super planum & operatio tua erit falsa adde etiam tabulam à parte posteriore vt possit quiescere super ipsum à lateribus b. d. & a. b. Hoc facto volo scire latitudinem fluminis pono gnomonem in plano per lineam b. d. & pono oculum seu per ad punctum a & moueo regulam a.d. versus c. donec per ambas pinulas videam ripam alteram fluminis & noto numerum vbi est regula & per hunc diuido nume-



rum in medio quadrantis & exiens sunt tot passus. Exemplum sit gnomo prædictus longitudinis $\frac{1}{2}$ passus diuisus in partes 300. secundum duo latera prædicta quare cum 300. in $\frac{1}{2}$ ductum faciat 150. signabimus 150. in medio gnomonis & ita si fuisset longitudo $\frac{1}{2}$ passus & diuisio in 300. partes signaremus in medio 75. & ita de reliquis cadat igitur a. d. linea super 5. in puncto, e. quando video ripam fluminis diuido 150. per 5. exit 30. quarum tot passus erit idest passus 30. latitudo fluminis.

13 Et ponamus quod velis scire altitudinem turris f. g. te existente in puncto b. & absque cognitione distantiæ b. g. a. pede turris qui posses scire si velles per præcedentem sed ad quid post possumus facere vnum absque altero & etiam quia accedit quod non possumus videre pedem turris tunc igitur fige punctum b. super planum vt pote super tripodem ita vt linea c. d. respiciat cacumen turris nam hoc est generale vt semper latus c. d. respiciat rem quam volumus cognoscere siue alta sit siue profunda deinde inclina-

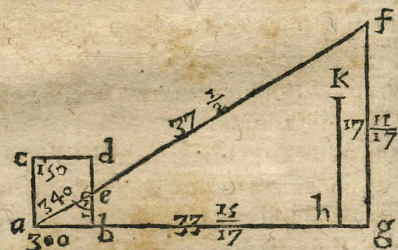


bo latus b. d. ita vt per ipsum possim videre summitatem turris posito oculo in b. deinde fixo instrumento pono oculum in a & moueo a. d. donec per pinulas eius videam summitatem turris f. & sit tunc regula in e diuide igitur 150. per c. e. quæ sit 4. gratia exempli habebis b. f. passus $37\frac{1}{2}$.

Pono iterum gnomonem in plano b. g. ita vt punctus a cadat super punctum b. & linea a. b. cadat super lineam b. g. & videbo per ad punctum f. videbo quanta sit b. e. quæ sit gratia exempli 340. dicam igitur si 340. producit $37\frac{1}{2}$ quid producet 300. & est a. c. duc $37\frac{1}{2}$ in 300. fiunt 11250. diuide per 340. exit 33. $\frac{15}{17}$ & tanta erit altitudo turris f. g. ponemus etiam a. g. cognitam detracto quadrato f. g. ex quadrato a. f. relinquetur quadratum a. g. vel per regulam 3. dicendo si a. e. quæ est 340. producit. a. f. quæ est $37\frac{1}{2}$ quid producet c. e. quæ sit 160. duc. 37. $\frac{1}{2}$ in 160. fit 6000. diuide per 340. exeunt 17 $\frac{11}{17}$ & tanta erit a. g. & ita venatus es altitudinem turris & distantiam vnica operatione.

Animaduerte quod semper a. c. vel b. d. referunt altitudinem turris quoniam sunt æqui distantes ei, a. b. vero & c. d. longitudinem plani a g. siue distantiam a. turri quia lineæ a. b. & c. d. sunt vna cum linea a. g. vel æqui distantes ei.

Animaduerte secundo quod linea a. d. cadit aliquando non super lineam c. d. sed super lineam b. d. & hoc est quando distantia a. g. maior est altitudine f. g. vt vides hic quandoque cadit supra punctum d. præcisè & tunc a. g. distantia æqualis est f. g. altitudini si vero altitudo f. g. sit maior distantia a. g. tunc a. d. linea cadit super lineam c. d. si igitur caderet vt hic linea a. d. super e &



foret b. e. 160. dicam vt priùs vbi a. e. sit 340. si 340. producit $37\frac{1}{2}$ vbi a. f. si $37\frac{1}{2}$ quid producet b. e. quæ est 160. duc 160. in 37. fit $\frac{1}{2}$ 6000. diuide per 340. exit 17 $\frac{17}{17}$ & tanta erit altitudo turris, & similiter dices si 340. producit $37\frac{1}{2}$ quid producet a. b. quæ est 300. multiplica 300. in $37\frac{1}{2}$ & fiet 11250. diuide per 340. exit 33 $\frac{15}{17}$ & tanta erit distantia a. g.

Et ex hac sciemus distantiam aut altitudinem turris supra montem existentis quære altitudinem montis per hanc altitudinem turris cum monte per eandem subtrahe primam à secunda & remanebit altitudo turris.

Et similiter per hanc scies duas turres quarum non vides nisi summitatem quantùm distent ab imo nam pones te in vna linea recta cum illis & visa summitate cognosces distiam vt pote a. g. quanta sit & a h. quanta sit per eandem vnde detracta a. h. ex a. g. remanebit g. h.

Et similiter cognesces hoc facilius expendente decima tertia quæstione, vbi puncta h. & g. videri possent.

Et si quis existens in summitate montis videat aliquem lacum velit cognoscere lati- 14
tudinem

tudinem lacus item veram altitudinem montis & hoc est pulchtum & non possit tamen videre imum montis quia mons est accliuis tunc sic faciemus quæremus a. f. quanta sit per modum decimæ quartæ quæstionis inclinando gnomonem & sit puta 100. passus deinde erigam gnomonem perpendiculariter super superficiem montis mediante plumbo posito in puncto a & mouebo regulam a.d. ita vt per pinnulas videam punctum f. & sit a. e. 340. & b. e. 160. dicam igitur si 340. producit 100. quid producet 160. duc. 160. in 100. 16000. diuide per 340. exit 47 $\frac{1}{17}$ & tanta est altitudo montis perpendiculariter sumpta & similiter dices si

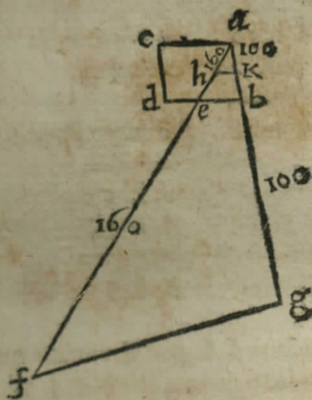


340. producit 100. quid producet 300. duc. 300. in 100. fit 30000. diuide 30000. per 340. exit 88 $\frac{4}{17}$ & tanta erit distantia K. f. sed dices volo f. h. & non K. f. dico similiter quæres quanta sit h. K. eodem modo vnde detracta h. K. ex k. f. relinquetur h. f. latitudo lacus.

Nota quod vbi k. F. esset minor altitudine montis a. d. linea non caderet super lineam b. d. sed super d. c. & operareris vt priùs ponendo a. c. altitudinem montis & c. e. postmodum esset distantia.

Et si velles cum hoc scire altitudinem tur-
15 ris f. m. inuenires vt priùs lineam a.m. quanta esset & similiter a. f. deinde pones latus a. b. super lineam a. m. ita quod per illud latus videas punctum m. & pones stante a. b. fixo regulam a. d. ita vt per ipsam videas punctum f. deinde quære in linea a. b. numerum proportionalem a. m. & in a. e. proportionalem a. f. & sit a. m. 90. erit igitur ab. 90. assumendum & in a.e. 100. mensurabo cum circino quanta sit linea transuersalis manente a.d. fixa in puncto e. per quem videres punctum f. & quot diuisiones capiet circinus vnâ linearum vt pote in a.b. vel a. d. nihil refert tanta erit m. f. turris altitudo vnde si linea transuersalis sit 17. & 17. passus erit altitudo f.m.

16 Quod si proponatur latitudo in terrâ & velim scire quanta sit me existente in terrâ vel in cacumine montis vel sim in terrâ & velim scire quantum distent cacumina duarum turrium in omnibus scies vtriusque termini quantitatem lineæ visualis vt pote volo scire quanta est latitudo lineæ g. f. capio longitudinem lineæ a. g. siue a. si in plano siue super montem & similiter longitudinem a. f. eodem modo sit igitur a. g. 100. a. f. 160. capio tunc gnomonem a. b. c. d. & pono a. b. latus super lineam a. g. idest ita constituo vt per lineam a. b. videam punctum g. & dirigo a. e. super a. f. eritque vt posito oculo in a. videam per pinnulas a. d. punctum f. capio igitur a. h. quæ sit 160. vt est a. f. & capio a. k. quæ sit 100. vt est a. g. erit igitur mensurando à puncto h. in K. &

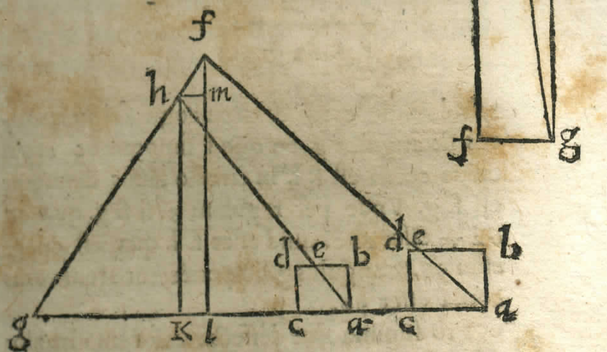


sit 110. linea f. g. 110. quod est intentum & hoc seruit omnibus distantiis latitudinalibus quærendo semper longitudinem radij visualis vtriusque termini deinde superponendo latus a. b. vel a. c. provt contigerit vni radio & post regulam a.d. extendendo super alium radium ita vt ponendo oculum in a videas vtrumque extremum lineæ g. f. alterum per lineam a. b. vel a. c. alterum per lineam a. d.

Quod si contigerit partes a. h. & a. K. maiores esse numeris designatis vt pote 400. aut 500. tunc cape proportionatas partes exemplum sit a. f. 700. a. g. 400. capiam a. h. 70. & a. K. 40. & sit tunc h. K. 50. dicam igitur si 70. producit 700. quid producet 50. & producet 500. & tanta erit g. f. regula igitur est generalis de latitudinibus. 17

Et si volueris habere profunditatem putei H. G. pones instrumentum erectum perpendiculariter super B. H. & posito oculo in a videbis A. G. & sit B. H. passus 2. & B. E. partes 30. multiplicabis 2. in totam longitudinem quadrantis & est 300. fit 600. diuide per B. E. quæ est 30. exit 20. & erit altitudo A. F. passus 20. aufer igitur A. B. quæ est passus $\frac{1}{2}$ remanebit H. G. passus 19 $\frac{1}{2}$ in omnibus autem operationibus meminisse oportet gnomonis addendi aut minuendi provt oportebit si præcisionem magnam curas maximè si gnomo sit magnus.

Sit planta f. g. inclinata vt vides 18



super plantum cuius volo scire altitudinem & distantiam pedis idest puncti g. à puncto a in

in quo sum & etiam inclinationem ipsius plantæ super planum idest angulum f. g. a. & suppono quod pes plantæ idest punctus g. non possit videri hæc est pulchra quæstio pono gnomonem vt vides ita quod videam punctum f. & per decimam quartam quæstioné sciam quanta erit f.l.& l. à eo quod punctus f. est respectu puncti l. vt summitas turris eo quod f. l. est perpendicularis super planum & sit f. l. 50. & l. a. 56. deinde accedo vel recedo à puncto l. magis donec videam aliud punctum in linea f. g. & sit h. non curans scire quanta sit f. h.& sit punctus ille in quo ero iterum punctus à versus l. & propinquior & sit tunc h. K. per decimam quartam quæstionem 42. & a. K. 32. cui addo distantiam à puncto A. primo ad punctum A. secundum & sit 30. & fiet a. K. tota 62. subtraho igitur a. l. ex a. K. fiet 6. subtraho h. K. ex f. l. fit 8. multiplico 8. in se fit 64. multiplico 6. in se fit 36. iungo simul fiunt 100. cuius ℞. est 10. videlicet longitudo h. f. deinde dic per regulam 3. si 8. producit 50. quid producet 10. multiplica 10. in 50. fit 500. diuide per 8. & fuit residuum duarum altitudinum exit $62.\frac{1}{2}$ & tanta est f. g. deinde multiplica f. g. in se quæ est $62.\frac{1}{2}$ fit $3906.\frac{1}{4}$ multiplica f. l. in se fit 2500. detrahe 2500. ex $3906.\frac{1}{4}$ remanent $1406.\frac{1}{4}$ & ℞. eius quæ est $37.\frac{1}{2}$ est longitudo g. l. quæ addita ad l. a. quæ fuit 56. fiet tota a. g. $93\frac{1}{2}$ ex his per

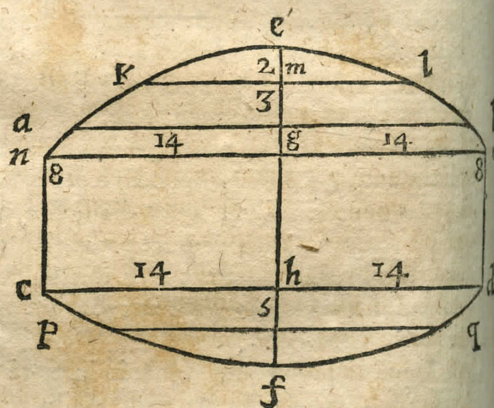
f. l. 50 — l. a. 56
h. K. 42 — a. K. 32
f. m. 8 — a. a. 30
a. k. 62
l. a. 56
K. l. 6

f. m. 8 — 64
K. l. 6 — 36
100
℞. 100. é 10. f. h.
f. m. 8 — f. g. $3906\frac{1}{4}$
f. l. 50 — f. l. 2500
f. h. 10 — $1406\frac{1}{4}$
500 / 8 — g. l. $37\frac{1}{2}$
f. g. $62\frac{1}{2}$

tabulam de corda & arcu cognoscitur quantus sit angulus g. eo quod supponitur arcui cuius corda est f. l. in circulo cuius diameter est f. g. Vnde per regulam 3. si f. g. quæ est $62\frac{1}{2}$ esset 120. quid esset f. l. quæ est 50. & esset 96. & angulus g. supponeretur arcui cuius corda esset 96.

19 Pro summa siue deffectu vasorum vinariorum id est quantum deffícit vini in vase ad implendum ipsum sic facito sit gratia exempli vas vinarium a. b. c. d. & sit longitudo a. b. 28. & altitudo in medio 18. & in extremis 8. quare cum voluerimus scire capacitatem iungemus 8. cum 18. & fiet 26. & huius accipiemus dimidium quod est 13. & quadrabimus & fiet 169. Et hoc multiplicabimus per 28. & fiet 4732. tot igitur continebit brentas & partes brentæ quotiens numerus brentæ expertus à te continebitur in hoc numero & hoc per secundum modum sciendi continentiam vasorum vinariorum qui magis deseruit ad sciendum deffectum vini in vase quam primus licet primus sit absolutior, ponamus igitur gratiâ exempli 676. facere vnam brentam igitur hoc vas continebit brentas 7. detraho a. c. quæ est 8. ex e. f. quæ est 18. remanet 10. & hoc diuide per æqualia fit 5. Et hæc est longitudo e. g. erit igitur e. g. 5. g. h. 8. f. h. 5. Et secundum hoc diuidetur vas in tres partes quarum duæ sunt omnino similes videlicet e. a. b. Et c. f. d. tertia pars est cæteris dissimilis videlicet a. b. c. d. Cum igitur vis scire deffectum vini vel vinum defficit tantùm vsque ad g. puta in m. vel in g. Et tunc operaberis per vnam regulam sciendo quid deest vel vinum ascendit supra h. Et infra g. & tunc quæremus deffectum e. a. b. deinde deffectum infra g. Et sit gratia exempli a. b. n. o. & adiiciemus cum e. a. b. Et sciemus quantum defficit quod si deffectus fuerit infra h. sciemus per modum deffectus e. K. l. præcisè quantitatem vini p. f. q. quamorbem sciemus etiam quod defficit ex vino in toto vase.

Sit igitur primò c. m. 2. volo scire deffectum e. K. l. primò scies quantitatem diametri circuli a. e. b. hoc modo multiplica a. g. in g. b. quod est 14. in fit 196. diuide per e. g. quæ est 5. exit $39\frac{1}{5}$ & huic adde e. g. fit $44\frac{1}{5}$ & tanta est diameter, habetur autem longitudo a. b. non mensurando vas sed terminos ipsius in terrâ planâ ne propter conuexitatem incideres in errorem: habita dia-



metro subtrahe e. m. & residuum quod est $42\frac{1}{5}$ multiplica in e. m. quæ est 2. & fient $84\frac{2}{5}$ cuius ℞. est quasi $9\frac{3}{16}$ & est linea m. l. igitur tota K. l. est $18\frac{3}{8}$ post cape dimidium e. f. & est 9. quadra fit 81. item cape dimidium e. f. & est 9. detrahe e. m. quæ est 2. fit 7. quadra 7. fit 49. detrahe 49. ex 81. remanet 32. huius ℞. est quasi $5\frac{2}{3}$ & hæc sagitta quæ cadit à puncto m. perpendicularis super K. l. cuius duplum est linea transuersalis super k. l. & est $11\frac{1}{3}$ quasi diameter

meter altera ſupeficiei vini nam vna eſt linea K. l. & eſt 18 $\frac{1}{8}$ & alia eſt 11 $\frac{1}{3}$ tranſuerſalis. Ex hoc quære diametrum vtriuſque Figuræ oualis hoc modo quadra m. l. fit vt dictum eſt 84 $\frac{1}{5}$ diuide per 5 $\frac{2}{3}$ exit 14 $\frac{76}{85}$ huic adde 5 $\frac{2}{3}$ & habebis diametrum circulorum continentium Figuram oualem & eſt 20 $\frac{13}{16}$ fermè quà habita quære in capitulo ſexageſimo tertio regula quadrageſima ſeptima aream talis ſuperficiei oualis ponendo vt dictum eſt in Figura illa lineas ſecundum magitudinem deſcriptam hic, habes igitur arcum dimidiæ Figuræ oualis circumambientem vini ſuperficiem pro medietate 67. 33. deinde dic ſi 60. producit 67. 33. quid producet 20 $\frac{13}{16}$ multiplica & diuide & habebis arcum 22 $\frac{47}{87}$ & eſt quaſi $\frac{6}{13}$ multiplica dimidium eius quod eſt 11 $\frac{3}{11}$ in dimidium diametri quæ eſt 10 $\frac{13}{32}$ fit 114 $\frac{7}{11}$ detrahe eſſet 5 $\frac{2}{3}$ ex dimidio b. f. fiet ſagittæ reſiduum e. d. 4 $\frac{17}{72}$ hanc multiplica in dimidium a. c. habebis 41. $\frac{5}{11}$ fermè detrahe 41 $\frac{5}{11}$ ex. 114 $\frac{7}{11}$ remanebit area dimidia ſuperficiei vini ideſt vacui 73 $\frac{2}{11}$ quare tota ſuperficies erit duplum eius videlicet 146 $\frac{4}{11}$ hanc ſemper multiplica per altitudinem vacui quæ eſt e. m. & fuit 2. fiet corpus vacui erectum 292 $\frac{8}{11}$ hoc habito multipli-

Figuram 63. capituli regula quadrageſima ſeptima vide.

b. f.	20 $\frac{13}{16}$
a. c.	18 $\frac{1}{8}$
b. d	5 $\frac{2}{3}$

Conuerſiones per tabulam ibidem.

b. f.	60
a. c.	54. 9
Arcus	67. 33

Vide Figuram eandem vt hic ponendo magnitudines.

b. f.	20 $\frac{13}{16}$
a. c.	18 $\frac{1}{8}$
Arcus	22 $\frac{6}{11}$
e. d.	4 $\frac{14}{72}$

ca lineas Figuræ oualis & ſunt K. l. eſt 18 $\frac{1}{8}$ & alia quæ poſita eſt 11 $\frac{1}{3}$ in m. e. quæ eſt 2. & ſiunt vt vides 36 $\frac{1}{4}$ & 22 $\frac{2}{3}$ multiplica vnam per aliam fit 833. & hoc ſerua pro diuiſore, deinde quære arcus k. e. l. quæ eſt dictam regulam 24 $\frac{11}{16}$ fermè deinde quære aream tranſuerſalem portionis vnius cuius corda eſt 11 $\frac{1}{3}$ & diameter eſt 18. nam illa portio eſt portio circuli maximi ipſius vaſis cuius diameter eſt e. f. multiplica igitur 11 $\frac{1}{3}$ in 60. & diuide per 18. & exibit 37 $\frac{7}{9}$ & ſunt 37. 47. quos quære in tabula & habebis arcum 40. 53. dic igitur iterum ſi 60. producit 18. quid producet 40. 53. tu ſcis quod 18. eſt $\frac{3}{10}$ de 60. cape $\frac{3}{10}$ de 40. 53. habebis talem arcum 12. 16. multiplica dimidium eius quod eſt 6. 8. in 9. dimidium diametri fient 55 $\frac{1}{5}$ nam 6. 8. ſunt gradus & minuta multiplica 7. reſiduum ſemidiametri dempta m. e. in 5 $\frac{2}{3}$ dimidium cordæ tranſuerſalis fit 39 $\frac{2}{3}$ detrahe ex 55 $\frac{1}{5}$ remanent 15 $\frac{8}{15}$ multiplica igitur 15 $\frac{8}{15}$ aream circuli tranſuerſalis in 24 $\frac{11}{10}$ aream circuli k. e. l. & fient 383 $\frac{41}{66}$ habes tres numeros corpus vacui quaſi conforme & eſt oualis Figuræ æqualis tamen altitudinis & eſt 292 $\frac{8}{11}$ & diuiſorem & eſt corpus quadrilaterum cuius altitudo eſt e. m. longitudo K. l. latitudo linea tranſuerſalis & eſt 833. & corpus productum ex duabus portionibus & eſt 383 $\frac{41}{60}$ multiplica igitur 383 $\frac{41}{60}$ in 292 $\frac{8}{11}$ & fit 112296 $\frac{142}{363}$ diuide per 833. exit 135. fermè & quia brenta ſupponitur eſſe in numero 676. igitur erit vacuum hoc $\frac{135}{676}$ vnius brentæ ſi vis ſcire quot bocalia ſit multiplica 135. in bocalia vnius brentæ quæ ponuntur Mediolani 96. fiunt 12960. diuide per 676. exeunt bochalia 19 $\frac{29}{169}$.

Et hic modus eſt valde præciſus & pulcher verum quia eſt laborioſus oporteret volenti vti ſicut in reliquis rebus difficilibus facere tabulas & aliqui faciunt eas verum non ſunt ſecundum hunc modum, & etiam quia ſunt de re vili ideò dimiſſi eas eſt tamen inuentio ſatisfaciens volenti ſcire veritatem, nota quod hic ſupponuntur tres portiones circulorum vna oualis & eſt ſuperficies vini & illam probauimus eſſe 146 $\frac{4}{11}$ ſecunda eſt per longum poſita ſuper illam ortogonaliter & eius corda eſt linea K. m. l. & arcus eſt K. c. l. & ipſam probauimus eſſe 24 $\frac{11}{10}$ tertia eſt portio cuius corda eſt linea tranſuerſalis ſecans ſuperficiem oualem per medium vbi ipſa eſt latiſſima & ipſa corda eſt 11 $\frac{1}{3}$ & ipſa portio ſtat ſuper ſuperficiem vini ortogonaliter & eſt 15 $\frac{8}{15}$.

Aliqui etiam ob facilitatem diuidunt per modum pyramidis corpus quod eſt 292. $\frac{8}{11}$ ſemper per 3. & exit 97 $\frac{13}{33}$ & ſunt bochalia 14. fermè & manifeſtum quod errant errore magno cum ſint 19 $\frac{29}{169}$ videlicet plus vnâ tertiâ parte plus & hoc eſt quia credunt eam eſſe pyramidem & non eſt pyramis ſed corpus tale componitur ex multiplicatione baſis quæ eſt ſuperficies oualis in talem partem lineæ e. m. qualis pars eſt multiplicatio duarum portionum circulorum perpendicularium ſuper dictam ſuperficiem oualem vnius numeri producti ex vtraque corda ducta in altitudinem deinde inuicem multiplicatis productis & hoc eſt quia proportio illa vacui ad corpus nauiculare æquale componitur ex duabus proportionibus quarum vna eſt portionis longitudinalis ad parallelogrammum cui inſcribitur & portionis tranſuerſalis ad ſuum parallelogrammum cui etiam ipſa inſcribitur.

Pro reliquis autem modis habes portiones omnes vſque ad a. e. b. eodem modo & ſimiliter in proportione c. f. d. ſcies eodem modo vt puta portionem p. f. q. ſicut ſciuiſti portionem K. e. l. ſed ſicut dixiſti portionem K. e. l. eſſe vacuum & reſiduam continentiam vaſis eſſe vinum ita dices hic E conſo videlicet portionem P. F. Q. eſſe vinum reſiduum autem vaſis eſſe totum vacuum & ideò vnum vinum eſt ſupra lineam mediam vaſis ſemper computabis vacuum & ex hoc ſcies vinum quod eſt in vegeta ſi vero ſit infra dimidium vas ſcies vinum quod eſt in vaſe quo cognito reſiduum ad totalem vaſis continentiam erit vacuum vaſis & tantumdem dices fuiſſe conſumptum ex vino vſque ad horam illam.

Super

Superest igitur vt cognoſcas vacuumà linea A. B. ad lineam C. D. & ſcies illud vſque ad medium vaſis pro vacuo, & infra eodem modo ſcies pro pleno: nam ſicut portio A. E. B. reſpondet portioni C. F. D. ita medietas A. B. C. D. ſuperior reſpondet ſuæ inferiori ſit igitur gratia exempli vacuum N. A. E. B. O. portio & ſit N. O. 28. vt ſupponitur quia ipſa eſt ſemper æqualis A. B. & C. D. ſi vas ſit benè factum & non malicioſè & ſit E. G. gratia exempli 7. primo ſcies per præcedentem modum portionem A. E. B. quæ ſit exempli gratia 800. nam de hoc non curo veritatem quia ſcis modum inueniendi eam oportet ſcire portionem A. B. N. O. nam ea cognita cum addideris ei 800. vacuum portionis A. E. B. habebis vacuum totum portionis N. A. E. B. O.

Pro habendâ igitur continentiâ portionis A. B. N. O. ſic facito detrahe 7. quæ eſt quantitas E. G. ex tota altitudine quæ eſt 18. remanet 11. ibi ſumpta altitudine à terra 11. adiectâ etiam craſſitudine aſſeris in directo puncti N. menſurabis latitudinem vaſis & poſſes etiam inuenire eam hoc modo detrahe C. A. ex E. F. remanet 10. diuide 10. fit 5. detrahe 5. ex 7. remanet 2. detrahe 2. ex 8. remaner 6. multiplica 6. in 2. fit 12. & hoc quadrupla ſemper fit 48. accipe ℞.

A.	$16\frac{3}{25}$	$16\frac{3}{25}$	$8\frac{3}{50}$
N. $6\frac{93}{100}$	$17\frac{29}{50}$	$24\frac{51}{100}$	$12\frac{51}{200}$

$20\frac{63}{200}$

$10\frac{63}{400}$

quæ eſt $6\frac{93}{100}$ & poſt quære eandem latitudinem in medio in directo A. & N. multiplicando 5. in 13. fit 65. quadrupla fit 260. eius ℞. eſt $16\frac{3}{25}$ & ſimiliter multiplica 7. in 11. fit 77. videlicet partem diametri in directo N. ſuperiorem in inferiorem quadrupla eam fit 308. accipe ℞. quæ eſt $17\frac{29}{50}$ accipe dimidium ſuperioris in directo a. quia in extremitate caret latitudine & habebis $8\frac{3}{50}$ item $6\frac{93}{100}$ cum $17\frac{29}{50}$ fit $24\frac{51}{100}$ diuide per æqualia fit $12\frac{51}{200}$ iunge hoc cum $8\frac{3}{50}$ habebis $20\frac{63}{200}$ huius cape dimidium quod eſt $10\frac{63}{400}$ hoc multiplica in 28. ideſt in A. B. fit $284\frac{41}{100}$ hoc multiplica in altitudinem quæ eſt 2. differentia videlicet 7. A. 5. fiunt $568\frac{41}{50}$ & hic erit numerus continentia cui adde 800. vacuum A. E. B. habebimus totum vacuum N. A. E. B. O $1368\frac{41}{50}$ quem numerum ſi diuiſeris per 676. habebis brentas $2\frac{4}{169}$ ferme & ſi quis dicat quod hæc ratio non eſt omnino præciſa reſpondeo quod eſt verum at nec verum eſt quod vas vinarium componatur ex duabus pyramidibus curtis nam curtæ pyramides habent omnes lineas à ſummitate ad baſim rectas licet ſint rotundæ & circulares, vaſa autem vinaria non habent lineas rectas à medio ad extrema ſed & illæ ſunt partes circumferentiarum circulorum & tamen Orontius credit benè feciſſe demonſtrare continentiam vaſis vinarij per duplum pyramidis curtæ & ideò in talibus cum præſtamus poſſibile eſt in tali re & non ſequitur error qui comprehendi poſſit tunc laudandi ſumus & non vituperandi non eſt enim in tota Geometria & Arithmetica res magis anomala & difficilis quam conſtructio vaſis vinarij etiam optimè compoſiti ſi diligenter conſideretur.

Pro menſuratoribus autem accipe regulam non præciſam ſed ſatis propinquam veritati cape dimidium continentiæ vaſis & dimidium diametri & eius progreſſionem & progreſſionem defficientiæ vaſis ſi ſit ſupra medium vel altitudinis vini ſi ſit infra medium & hanc multiplica per dimidium continentiæ vaſis, & productum diuide per progreſſionem dimidiæ diametri & quod exit eſt vacuum ſi fuit ſupra dimidium vel eſt vinum ſi fuit infra dimidium.

18. 9.	45
4	10
	$3\frac{1}{2}$

35

45

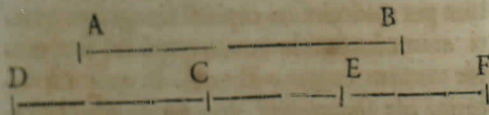
Exemplum ſit vas prædictum cuius altitudo ſit vlnæ 18. eius igitur dimidium eſt 19. igitur progreſſio eſt 45. continentia ſit brentarum 7. cape dimidium quod eſt $3\frac{1}{2}$ defficiat igitur vinum per vlnas 4. cape progreſſionem de 4. quæ eſt 10. multiplica in dimidium continentiæ vaſis quod eſt brentæ $3\frac{1}{2}$ fit 35. diuide per 45. progreſſionem dimidij diametri exit $\frac{35}{45}$ vnius brentæ quod eſt $\frac{7}{9}$ & tantum dices defficere de vino in vaſe illo vinario & ſimiliter ſi vinum haberet altitudinem 6. vlnarum eius progreſſio eſſet 21. multiplica 21. in $3\frac{1}{2}$ fit $73\frac{1}{2}$ diuide per 45. exit $1\frac{10}{30}$ & tantum vini dices eſſe in vaſe illo & ita de omnibus aliis nota tamen quod omnibus formis vaſorum conuenit progreſſio propria, vt pote vaſis Mediolanenſibus competet progreſſio de 1. 2. 3. 4. aliis de 3. 4. 5. 6. ita quod non inchoabunt ab vnitate aliis de 3. 5. 7. 9. aliis de 1. 2. 4. 8. & tamen ſunt vniformes vel æqualiter augentes cognita autem progreſſione vaſorum vinariorum vnius loci poteris poſtmodum menſurare vacuum omnium vaſorum illius regionis cum maxima facilitate vt vides. Cognoſces autem progreſſionem vaſis hoc modo ſcias continentiam totius vaſis & vſque ad $\frac{1}{8}$ diametri & ad $\frac{1}{4}$ & ad $\frac{3}{8}$ diametri quorum habita comparatione inter ſe & ad continentiam dimidij vaſis inuenies progreſſionem.

Quod ſi quis dicat in vaſe vinario cuius medietas eſt pyramis curta quomodo faciemus nam ibi ſupponitur A. E. & E. B. eſſe rectas ideò pro inuenienda linea K. L. ſic facies multiplica E. M. in G. B. fit 28. diuide per E. G. quæ eſt 5. exit $5\frac{3}{5}$ & tanta eſt K. M. & duplum eius erit K. L. videlicet $11\frac{1}{5}$ & tantum erit etiam ſuperficies K. E. L. directa ſuper ſuperficiem oualem linea autem tranſuerſalis Figuræ oualis manet eandem videlicet $11\frac{1}{3}$ ſicut prius quibus cognitis ſcies quantitatem Figuræ oualis eodem modo excepto quod K. L. quæ ſupponitur $18\frac{3}{8}$ ſupponetur $11\frac{1}{3}$ habita Figura ouali multiplica eam in altitudinem vt prius videlicet in E. M. tale autem productum ſerua. Deinde multiplica altitudinem

nem indictas lineas vt prius quæ sunt $11\frac{1}{5}$ & $11\frac{1}{5}$ fiunt $22\frac{2}{5}$ & $22\frac{2}{5}$ deinde inuitem & fiunt $507\frac{11}{15}$ & hoc serua pro diuisore.

Deinde quære aream Figuræ latitudinalis quæ manet eadem videlicet $15\frac{8}{15}$ & aream K. E. L. quæ est vt dictum est $11\frac{1}{5}$ eo quod fit ex multiplicatione E. M. in M. L. eo quod K. E. L. est trigonus rectarum linearum multiplica igitur $11\frac{1}{5}$ in $15\frac{8}{15}$ fit $173\frac{71}{75}$ hoc multiplicabis in productum ex Figura ouali in altitudinem & quod producetur erit diuidendum per $507\frac{11}{15}$ prius seruatum & exiens est quantitas vacui continens tot brentas aut talem partem brentæ quotiens numerus exiens continetur aut continet 676. aut alium numerum sub quo statuisti continentiam brentæ Inter lineas autem A. B. & C. D. ratio eadem manet vt prius & verior nam certius consurgit medium per aggregationem in rectis quam in obliquis ideo operaberis ibi vt dictum est ibi, pro habenda continentia portionis, A. B. N. O. regula autem progressionis communis & melius ac præcisius inseruit huic modo quàm primo in quo ponitur linea A. E. B. portio circuli.

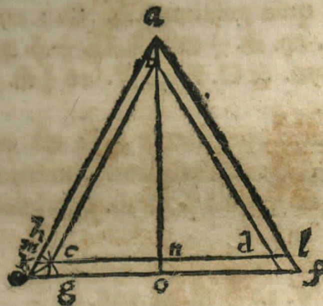
10 Fac Geometrice ex A. B. diuidendo tres lineas continue proportionales quæ iunctæ componant trigonum ortogonium fac, sic cape lineam C. D. quamuis & eam diuide secundum proportionem habentem medium & duo extrema per vndecimam secundi Euclidis in puncto E. deinde per doctrinam nonæ sexti inuenies lineam C. F. medio modo proportionalem inter D. E. & E. C. hanc



iunge in directum cum linea C. D. & fiet tota linea D. F. deinde diuide A. B. in partes habentes eandem proportionem quam habent D. E. E. C. C. F. per doctrinam duodecimæ sexti quare per decimam septimam sexti & quadragesimam primi elementorum erunt illæ partes continue proportionales & angulum rectum minores duæ continebunt constituent igitur trigonum ortogonium proportionalium laterum.

21 Sit alicuius quadranguli cuius area sit 120. aggregatum ex lateribus duobus & diametro sit 40. sciemus latera per regulam Geometricam talem quadra 40. aggregatum fit 1600. diuide per æqualia fit 800. detrahe 120. remanent 680. diuide per 40. exit 17. & hic est diameter residuum igitur est 23. fac de 23. duas partes quarum quadrata iuncta æquentur quadrato 17. & inuenies vnum latus fore 8. aliud 15. & ita de omnibus aliis.

Sit trigonus ex muro A. E. F. æquilaterus
22 12. ℔. pro singulo latere Volo introducere murum crassitudinis 2. ℔. vndequaque volo scire quantum erit latus intrinsecum & A. quibus punctis debeo producere murum protrahe A. O. perpendicularem super E. F. eritque A. O. ℞. $\frac{3}{4}$ quadrati A. F. quare ℞. 108. ex dictis in decima regula sexagesimi tertij capituli nam Katetus trigoni æquilateri inuenitur quadrato latere vno & assumptis $\frac{3}{4}$ ℞ eius est katetus est igitur A. O. ℞. 108. & ex hac aufero O. N. quæ est 2. remanet A. N. ℞. 108. m̄. 2. produco ex puncto N. æquidistantem K. N. L. eritque per quartam sexti elementorum proportio O. A. ad N. A. veluti E. F. ad k. L. multiplica igitur N. A. quæ est 108. m̄. 2. in E. F. fit ℞. 15552. m̄. 24. diuide per A. O. & est ℞. 108. exibit 12. m̄. ℞. 5. $\frac{1}{3}$ & quia producta H. G. æquidistanti A. F. Fiet trigonus E. H. G. æqualiterus & similis totali trigono A. E. F. per vigesimam



nonam primi Euclidis quare cum k. L. æquidistet E. F. erit ex eadem vigesima nona trigonus paruus C. H. k. æquilaterus & similis trigono A. E. F. quia est æquiangulus & quia Katetus C. M. est 2. quia tanta est crassitudo muri igitur quadra 2. fit 4. adde ei tertiam partem semper fit $5\frac{1}{3}$ & ℞. $5\frac{1}{3}$ est longitudo laterum trigoni C. h. K est igitur C. K. ℞. $5\frac{1}{3}$ & tanta est L. D. igitur deme bis ℞. $5\frac{1}{3}$ ex 12. m̄. ℞. $5\frac{1}{3}$ fiet 12. m̄. triplo ℞. $5\frac{1}{3}$ & triplum eius per suas regulas est 48. nam 9. quadratum 3. in $5\frac{1}{3}$ facit 48. igitur longitudo laterum trigoni B. C. D. est 12. m̄. ℞. 48. & est quasi parum plus, 5. & Frater Lucas errauit grauiter in hac quæstione ponens in D. octaua q. 45. de Geometricis quod latus C. D. esset ℞. V. 69. $\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $1365\frac{1}{3}$ & esset quasi 6. & accidit ei error in hoc quod posuit C. H. 2. quod est falsum quia crassitudo muri attenditur penes perpendicularem & C. H. non est perpendicularis & hæc sunt de de suis cum igitur H. G. sit ℞. $21\frac{1}{3}$ quia duplum ad C. H. & E-H. G. trigonus æquilaterus, erit igitur E. C. ℞. 16. præcisè quod est 4. igitur A. B. etiam erit 4. & D. F. & ita inchoabitur murus in punctis distantibus ab A. E. F. per 4. & producendo æqualiter murum fiet vbique crassitudinis ℔ 2

Pro regula aut ita facito quadra 2. crassitudinem muri fit 4. multiplica per 12. semper fit 48. huius ℞. aufer à latere trigoni propositi quod fuit 12. remanet longitudo laterum trigoni interioris 12. m̄. ℞. 48. linea vero A. B. & reliquę angulares semper sunt duplum crassitudinis muri.

Sit iterum trigonus A. O. F. ortogonius cuius area cum latere A. F. sit 11. & A. O. sit 1. p̄. quæ O. F. quæritur quantitas laterū, pone quod A. O. sit 1. co. p̄. $\frac{1}{2}$ & O. F. sit 1. co. m̄. $\frac{1}{2}$ & erit differentia 1. vt proponitur multiplica inuicem fient 1. ce. m̄. $\frac{1}{2}$ & hoc erit duplum areæ erit igitur area $\frac{1}{2}$ ce. m̄. $\frac{1}{8}$ quadra etiam 1, co. p̄. $\frac{1}{2}$ fit 1. ce. p̄. 1. co. p̄. $\frac{1}{4}$ quadra 1. co. m̄. $\frac{1}{2}$ fit 1. ce. m̄. 1. co. p̄. $\frac{1}{4}$ iunge simul fient 23

2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ & huius radix est A. F. per 46. primi Euclidis, adde igitur cum area fiet $\frac{1}{2}$ ce. m̄. $\frac{1}{8}$ p̄. ℞. V. 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ æqualia 11. detrahe conuertendo fiet 11 $\frac{1}{8}$ m̄. $\frac{1}{2}$ ce. æqualis ℞. V. 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ quare quadrando vtramque partem per se fiet, 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$ æquale 123 $\frac{49}{64}$ p̄.

11. æqualis $\frac{1}{2}$ ce. m̄. $\frac{1}{8}$ p̄. ℞. V. 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$
11 $\frac{1}{8}$ m̄. $\frac{1}{2}$ ce. æqualis ℞. V. 2. ce. p̄. $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$ ce. ce. m̄. 11 $\frac{1}{8}$ ce. hoc m̄. adde ad alteram partem fiet 13 $\frac{1}{8}$ ce. æquale $\frac{1}{4}$ ce. ce. p̄. 123 $\frac{17}{64}$ reduc ad 1. ce. ce. fit 1. ce. ce. p̄. 493 $\frac{1}{16}$ æqualia 52 $\frac{1}{2}$ ce. sequere capitulum de compositorum fiet valor rei ℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. & quia posuimus A. O. 1. co. p̄. $\frac{1}{2}$ & O. F. 1. co. m̄. $\frac{1}{2}$ erit A. O. $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ ℞. 196. & O. F. ℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. m̄. L. $\frac{1}{2}$.

Probatio operationis talis est multiplica ℞. vniuersales dimittendo incruciationes cum p̄. $\frac{1}{2}$ & m̄. $\frac{1}{2}$ quia p̄. & m̄. annihilant se fiet

℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. p̄. $\frac{1}{2}$
℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. p̄. $\frac{1}{2}$
26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. p̄. $\frac{1}{4}$

℞. V. 20 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. m̄. $\frac{1}{2}$
℞. V. 26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196 m̄. $\frac{1}{2}$
26 $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. 196. p̄. $\frac{1}{4}$

quadratum primæ 26 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 196. & quadratum secundæ 26 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 196. igitur ambo iuncta erunt 53. m̄. ℞. 784. & huius ℞. vniuersalis est latus A. F. deinde quære aream per multiplicationem incruciatam quæ erit 26. m̄. ℞. 196. nam aliæ incruciationes cadunt huius cape dimidium quod est 13. m̄. ℞. 49. igitur area cum latere erit 13. m̄. ℞. 49. p̄. ℞. V. 53. m̄. ℞. 784. & hoc est æquale 11. igitur detrahe vnam partem ℞. L. illius ex 11. & sit illa pars recisum videlicet 13. m̄. ℞. 49. detrahe igitur 13. m̄. ℞. 49. ex 11. fit ℞. 49. m̄. 2. & hoc debet esse æquale ℞. V. 53. m̄. ℞. 784. eo quod ab æqualibus æqualia subtraxisti erit igitur quadratum ℞. 49. m̄. 2. hoc videlicet 53. m̄. ℞. 784. sed idem fit ex capitulo suo multiplicando ℞. V. 53. m̄. ℞. 784. quare idem sunt & hanc extraximus à Fratre Luca in quadragesima nona quæstione octauæ dist. & est pulchra, erit igitur vnum latus trigoni A. O. 4. & O. F. 3. & superficies 6. & latus A. F. 5. quæ iuncta faciunt 11.

24 Est Paralelogrãmum rectangulum cuius productum diametri in latus maius est 80. & latus minus est 6. quæritur quantitas diametri & lateris maioris, idem quæsitum in ortogonio trigono fieri potest pone quod latus maius sit 1. co. habes igitur latus maius 1. co. & minus 6. quadra vtrũque fient 1. c. p̄. 36. & huius ℞. est diameter vel latus oppositũ angulo recto multiplica igitur diametrum in latus maius idest ℞. 1. ce. p̄. 36. in 1. co. fit ℞. V. 1. ce. ce p̄. 36. ce. & hoc æquatur 80. igitur quadra vtrumque habebis 1. ce. ce. p̄. 36. ce. æqualia 6400. sequere capitulum de compositorum (necro) & habebis rem valere ℞, ℞. V. 8724. m̄. 18. quod est dicere 8. & hoc est latus maius & diagonalis erit 10. quia ducta in 8. facit 80.

1 co.	6
1 ce.	36
℞. 1. ce. p̄ 36	
1 co.	

℞. V. 1. ce. ce. p̄. 36. ce. | 80.
1 ce. ce. p̄. 36. ce. | 6400.

Pro Rubis diuidendis & sunt Figuræ æqualium laterum sed non æqualium angulorum & sunt quadrilateræ & ipsæ diuisæ per duas diametros resoluuntur in quatuor trigonos ortogonios æquilateros inuicem & æquiangulos non tamem ipsi constant ex æquis lateribus est enim hoc impossible in ortogonio trigono quare si bene intellexisti quæ de ortogoniis trigonis diximus per Algebra solues quæstiones de Rubris si igitur dicat est Rumbus cuius area est 120. & diametri iunctæ sunt 34. dices igitur diuidendo aream per 4. est trigonus ortogonius cuius area est 30. & latera continentia angulum rectum sunt 17. & quia ex lateribus trigoni ortogonij angulum rectum continentibus semper producitur duplum areæ trigoni dices igitur diuide 17. in duas partes ex quarum multiplicatione fiat 60. duplum areæ trigoni & erunt partes 12. & 5. per centesimam regulam quadragesimi secundi capituli quare latus Rumbi erit. 13. radix aggregati quadratorum laterum continentium rectum angulum. 25

Est arbor nauis piramidalis Figuræ rotundæ cuius basis est ℔. 3 diametri: summitas est ℔. 1. longitudo per katetum est ℔. 25. volo diuidere per medium tũ scis quod est Pyramis curta quare inuenies eius complementum per vndecimam capituli sexagesimi quarti animaduertendo tamen quod ibi supponitur tantum cognita linea A. B. quæ est exterior hic supponitur vera longitudo per katetum idest linea C. D. pro altitudine igitur semper aufer latitudinem superiorem quæ est 1. ex inferiore quæ est 3. remanet 2. deinde multiplica 25. altitudinem per 3. fit 75. diuide per 2. exit 37 $\frac{1}{2}$ & hæc est altitudo tota vbi arbor compleretur: quare per trigesimam regulam eiusdem capituli habebimus corpus totius Pyramidis 88 $\frac{13}{28}$ vbi esset completa & eadem ratione corpus Pyramidis defficientis 3 $\frac{23}{84}$ quare arbor erit 85. $\frac{5}{42}$ huius cape dimidium quod est 42 $\frac{47}{84}$ & adde ei Pyramidem defficientem quæ est 3 $\frac{23}{84}$ fiet 45 $\frac{5}{6}$ & quantum tu scis quod in omni Pyramide proportio partis axis ad suam basim tanta est quanta totius axis ad suam basim axis autem continet basim per 12 $\frac{1}{12}$ nam $\frac{1}{2}$ in 3. facit 37 $\frac{1}{2}$ ponam igitur diametram basis Pyramidis vbi fienda est sectio 1. co. quare axis erit 12 $\frac{1}{2}$ co. & area circuli $\frac{11}{14}$ ce. per decimam tertiam sexagesimi quarti capituli quare multiplica aream in axem fiet 9 $\frac{23}{28}$ cu. cuius accipe $\frac{1}{3}$ ex regula 30. capituli sexagesimi quarti habebimus corpus Pyramidis superioris 3 $\frac{73}{84}$ cu. Et vniuersaliter vbi posueris diametrum tot co. qualis est numerus diametri arboris in superiore semper habebis tot cubos pro Pyramide abscindenda quantus est numerus pyramidis defficientis veluti hic fuit diameter

meter ſuperior 1. & prouenit Pyramis defficiens 3 $\frac{11}{84}$ igitur quia poſuimus diametrum Pyramidis abſcindendæ 1. co. erit Pyramis abſcindenda 3 $\frac{11}{14}$ cu. habes igitur 3 $\frac{11}{14}$ cu. æqualia 45 $\frac{3}{4}$ reduc ad 1. cu. fit valor rei ℞. cu. 14. & quia axis continet diametrum per 12 $\frac{1}{2}$ igitur multiplica 12 $\frac{1}{2}$ in ℞. cu. 14. fiet ℞. cu. 27343 $\frac{1}{4}$ à quo aufer 12 $\frac{1}{2}$ pro axe defficientis Pyramidis erit ſectio facienda in diſtantia à capite ſubtiliori vbi axis pars intercipitur per ℞. cu. 27343 $\frac{1}{4}$ m̄. 12 $\frac{1}{2}$ vel ſi vis capere à latere craſſiore dices quod fiet ſectio in diſtantia 37 $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. cu. 27343 $\frac{1}{4}$ vt autem ſcias à parte exteriore vbi ſectio eſt fienda quadra ℞. cu. 27343 $\frac{1}{4}$ m̄. 12 $\frac{1}{2}$ & quadrato adde quadratum dimidij diametri loci abſcinendi & eſt ℞. cu. 3 $\frac{1}{10}$ & totius accipe ℞. & ſecundum proximum dic quod ℞. cuba 27343 $\frac{1}{4}$ eſt quaſi 30 $\frac{3}{16}$ aufer 12 $\frac{1}{2}$ remanet 17 $\frac{11}{16}$ & tanta eſt diſtantia in axe, exterius autem eſt parum maior quia ℞. cu. 3 $\frac{1}{16}$ addita illi ſummæ parum auget & reliqua pars erit 7 $\frac{5}{16}$ & error Fratris Lucæ in quo perſeuerauit in ſexageſima quinta quæſtione octauæ diſt. à medio quæſtionis vſque in finem non computatur à me quia eſt error operationis & non modi, & ideò ſua ſolutio eſt tota falſa.



27 Eſt rota habens diametrum pedum 5. quatuor volunt eam atterendo æqualiter conſumere ſed ita quod pes vnus circa centrum pro nihilo habeatur quæritur quantum quilibet debet conſumere quadra 5. fit 25. multiplica per 11 fit 275. diuide per 14, exit 19 $\frac{9}{14}$ & hæc eſt area deinde quære aream eius quod non cadit in vſum & eſt $\frac{11}{14}$ detrahe ex 19 $\frac{9}{14}$ remanet 18 $\frac{6}{7}$ & hoc debet diuidi in 4. partes æquales quare quilibet conſumet de rota 4 $\frac{5}{7}$ adde igitur 4 $\frac{5}{7}$ ad $\frac{11}{14}$ quod eſt illud quod eſt inutile fit 5 $\frac{1}{2}$ multiplica per 14. fit 77. diuide per 11. exit & 7. ℞. 7. eſt diameter quando vltimus recipiet eam conſumendam ſimiliter adde 4 $\frac{5}{7}$ ad 5 $\frac{1}{2}$ fit 10 $\frac{3}{14}$ multiplica per 14. fit 143. diuide per 11. exit 13. & ℞. 13. erit diameter rotæ quando tertius recipiet vt vtatur ea pro ſecundo adde 4 $\frac{5}{7}$ ad 10 $\frac{3}{14}$ fit 14 $\frac{13}{14}$ multiplica in 14, fit 209. diuide per 11. exit 19. & ℞. 19. erit rotæ diameter quando primus recipiet eam conſumendam primus igitur conſumet eam ab initio quando diameter eſt 5. donec remaneat ℞. 19. ſecundus conſumet donec remaneat ℞. 13. tertius donec remaneat ℞. 7. & quartus donec remaneat 1. vel facilius aufer partem diametri quadratam quam vis auferre à quadrato diametri & reſiduum diuide per perſonas accipiendo ℞. exemplum ponamus quod velim relinquere pedes 2. inutilis & diameter ſit 5. quadra 2. fit 4. quadra 5. fit 25. detrahe 4. remanet 21. diuide 21. in 4. quoniam ſunt perſonæ 4. igitur exit 5 $\frac{1}{4}$ detrahe 5 $\frac{1}{4}$ ex 25 remanet 19 $\frac{3}{4}$ & primus habebit rotam vſque quo diameter ſit ℞. 19. $\frac{3}{4}$ ſecundus habebit donec diameter ſit ℞. 14 $\frac{1}{2}$ tertius habebit donec diameter ſit ℞. 9 $\frac{1}{4}$ quartus habebit donec diameter ſit ℞. 4. & tunc ſupponitur inutilis & ita ſi eſſent tantum tres, & totæ diameter eſſet pedum 4. & deberet conſumi tota quadra 4. fit 16. diuide per 3. exit 5 $\frac{1}{3}$ igitur primus habebit donec diameter rotæ ſit ℞. 10 $\frac{2}{3}$ ſecundus donec diameter ſit ℞. 5 $\frac{1}{3}$ tertius vſque in finem.

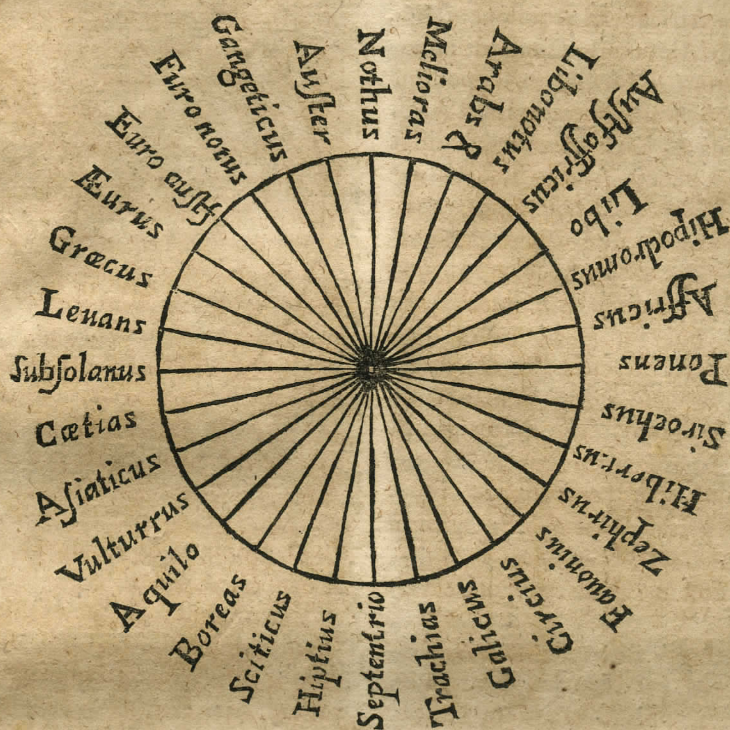
Ego volo facere pallium ℔. 5. longitudinis & tantæ latitudinis vt plicatum habeat eandem proportionem longitudo ad latitunem quam prius habuerat, tu ſcis quod cùm plicatur latitudo fit longitudo & illud quod fuit longitudo dimidiatur & ſit latitudo igitur hoc eſt dicere inuenias medium proportionale inter 5 & 2 $\frac{1}{2}$ quod eſt eius medietas & hoc habetur ex decima ſexta regula quinquageſimi primi capituli & erit ℞. 12 $\frac{1}{2}$ eius latitudo: & ſimiliter, ſi diceres quod plicato $\frac{1}{3}$ remaneret in eadem proportione igitur plicato $\frac{1}{3}$ de 5. remaneret 3 $\frac{1}{3}$ quare multiplica vt prius 3 $\frac{1}{3}$ in 5. fit 16 $\frac{2}{3}$ & huius ℞. eſt latitudo. 28

Eſt tentorium altitudinis ℔. 8. rotundum 29 cuius diameter baſis eſt ℔. 12. factum ex panno altitudinis ℔. 1 $\frac{1}{7}$ quæritur quantum pãni ineſt quadra 8. fit 64. quadra 6. dimidium diametri ſit 36. iunge ſimul fiunt 100. accipe ℞. quæ eſt 10. eam multiplica in 18 $\frac{6}{7}$ dimidium circumferentiæ baſis fit 188 $\frac{4}{7}$ diuide per 1 $\frac{1}{2}$ altitudinem panni exit 125 $\frac{5}{7}$ & tot brachia panni requiruntur ad faciendum tentorium tale, quia eſt Pyramis rotunda ideò habetur hoc modo eius ſuperficies ex regula vigeſima quinta ſexageſimi quarti capituli.

Eſt cumulus frumenti aut feni Pyramida- 30 lis ita enim ſolet conſtitui & eius circuitus eſt ℔. 44. altitudo in medio ℔ 2 $\frac{1}{2}$ & 1 ℔. per longum latum & profundum ſolet continere $\frac{1}{2}$ modium frumenti vel in ferio valet ſolidos 2. volo ſcire frumentum quantum ſit aut fenum per vigeſimam nonam regulam ſexageſimi tertij capituli quadra 44. fit 1936. multiplica per 7 fit 13552. diuide per 88. exit 153. & hæc eſt area baſis frumenti vel feni, duc in altitudinem quæ eſt 2 $\frac{1}{2}$ fit 385. accipe $\frac{1}{3}$ huius quod eſt 128 $\frac{1}{3}$ & tot $\frac{1}{2}$ modij frumenti erunt aut tot 2. ſolidos valebit fenum.

Ponamus quod duæ naues ſint in portu 31 Alexandriæ quæ eſt in Ægipto & vna vadat verſus Conſtantinopolim quæ eſt in Græcia per auſtrum Africum diſtantem ab Alexandria milliaria 950. ſingulo die milliaria 60. Alia verò vadat pro nothum Venetias diſtentque Venetiæ ab Alexandria milliaribus 1700. ſingulo die 100. milliaribus, & hoc eſt quaſi neceſſarium quod inæqualiter moueantur quia & ſi eodem vento moueantur quia eodem die diſcedunt è portu nihil minus quia ventus vni eſt directior quam alteri poterit moueri vna nauis ad vnam partem omni die 100. milliaribus & alia tan

Anemographia.

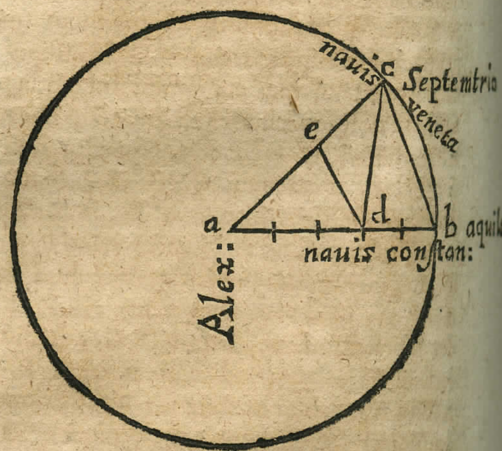


tantum 60, Imo vni erit quaſi contrarius alteri propitius hoc poſito quæritur in 10. diebus quantum diſtabunt & ſi vna nauis vt pote

Prima deberet ire ad aliam in quo vento deberent firmari vela & temo dirigi, hæc quæſtio eſt mota à pluribus, ſed confuſè ſoluta, ſequens autem quæ eſt valde fortior non eſt ſcripta ab aliquo licèt ſit vtilior, pro hoc igitur ſciendo oportet præſupponere tria, Primum quod quando dicimus nauim ire tali vento aut oportere ire eo vento, non eſt quod talis ventus ſit neceſſarius aut quod tunc flat ille ventus, ſed volumus dicere quod temo & vela ita aptata ſunt vt dirigant nauim ad eam viam, ad quam dirigeret ille ventus ſi flaret, nam ventos adducere non eſt in noſtra poteſtate vela autem & temonem dirigere, ita vt nauis mota à Græco dirigatur, ac ſi flaret ſubſolanus hoc eſt artis periti gubernatoris. Cùm igitur dicimus quo vento debet ire vult dicere, quomodo debent aptari vela & temo ideſt ad modum cuius venti debent dirigi licèt ille ventus non flauerit tunc.

Nota ſecundo quod vela & temo non aptantur flante Euro dato quod velis dirigere per leuantem ſicut quando vis dirigere per leuantem flante leuante, ideo quilibet ventus reſpectu cuiuſlibet alterius ad cuius iter dirigitur habet proprium modum aptandi vela & temonem.

Tertio nota quod oportet ſcire alterum duorum vel quibus ventis itur ab vno loco ad alium per cartam nauigationis, aut ſcire longitudinem & latitudinem cuiuſlibet loci propoſiti, ſcire autem hoc per viam longitudinis & latitudinis eſt difficile per variationem poli mundi à polo Calamittæ. His ſtantibus licet non ignorem nomina à Vitruuio & numerum anemographiæ eſſe variatum, quia tum res concordat & numerus 32. ventorum eſt in viridi obſeruantia & nomina à recentioribus pleraque hoc modo ſunt in vſu malui vtilitati hominum conſulere, quam vanè de antiquis nominibus iactantiæ indulgere. Ponam igitur punctum A. Alexandriam & centrum circuli B.C. & multiplicabo dies itineris qui ſunt 10. in maius iter quod eſt 100. milliaria verſus Venetias & fit 1000. & ponam A. B. 1000. quæ eſt ſemidiameter, deinde ſubtraho 236. $\frac{1}{4}$ qui ſunt in directo auſtri Affrici A 281 $\frac{1}{4}$ qui ſunt in directo noti remanent 45. qui ſunt $\frac{1}{8}$ totius circuli ſignabo igitur punctum C. in circulo B.C. diſtantem per $\frac{1}{8}$ totius circuli à puncto B. & protraham A. C. deinde conſiderabo ex duobus punctis quis ſit propior Orienti aut Occidenti, & video



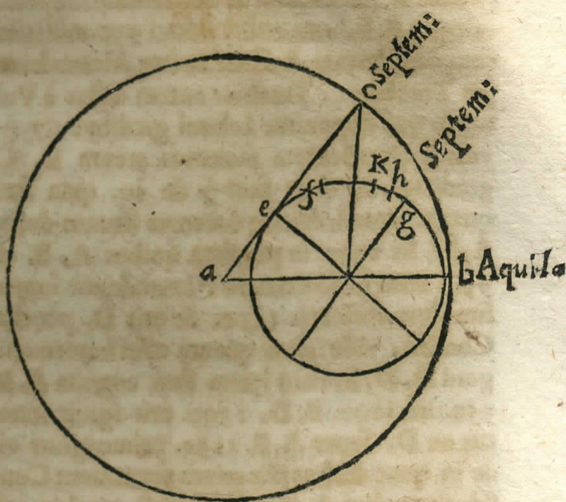
quod punctus B. eſt propior, quare ſignabo ibi verum oppoſitum auſtro Africo & eſt Aquilo quia auſter Africus propior eſt Occidenti quam nothus & ſignabo in puncto C. ſeptentrio qui opponitur notho &

vniuerſa

vniuersaliter faciam circulum B. C. similem circulo ventorum, & supponam semidiametrum 1000. idest iter maius quod fecit nauis quia igitur A. B. est linea vadens ab Alexandria per austrum Africum ad Aquilonem, igitur cum iter ab Alexandria Constantinopolim sit per austrum Africum vt supponitur erit Constantinopolitana nauis in linea A. B. & Veneta in linea A. C. & quia Veneta distat 1000. milliaria à puncto A. erit Veneta nauis in puncto C. præcisè hoc posito multiplica 10. per 60. fit 600. Nam peragrauit singulo die 60. milliaria igitur . nauis Alexandrina distat à puncto A. in linea A. B. milliaribus 600. qui sunt $\frac{3}{5}$ de 1000. quare $\frac{3}{5}$ etiam lineæ A. B. cum A. B. & A. C. sint æquales signabo igitur punctum D. in linea A. B. distantem per $\frac{3}{5}$ totius A. B. à puncto A. & producam lineam D. C. quam mensurabo cum compassu & inuenio eam ferre plus $\frac{3}{5}$ lineæ A. B. igitur à puncto C. ad punctum D. sunt plusquam milliaria 600. sed oportet in talibus mensurare valde præcisè.

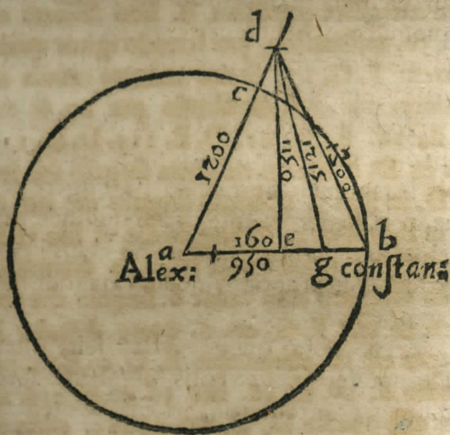
Per Arithmeticam autem scitur quantitas D. C. hoc modo per regulam quadrilateri Ptolomæi etiam à nobis differentiam in libro super Euclidem fiat A. E. æqualis A. D. erit igitur A. E. 600. milliaria & quia quadratum C. D. æquatur ei quod fit ex E. D. in E. B. & ex E. C. in D. B. est autem E. C. & D. B. 200. quare productum 40000. item quia arcus B. C. est 45. gradus erit C. B. & E. D. cognitæ per tabulam de corda & arcu supra positam vel per tabulam Ptolomæi quæ in hoc casu vbi areæ non quæruntur est facilior est igitur corda arcus 45. graduum 45. 55. 20. fermè supposita diametro 120. sed hic supponitur in vna 2000. quia A. C. est 1000. & in alia 12000. quia A. D. est 600 igitur per regulam trium inuenies D. E. 459. 13. 20. & B. C. 765. 22. 13. multiplica igitur vnam in alteram fient 351494. 23. 13. quibus addantur 40000. fient 391494 $\frac{1}{3}$ fermè cuius radix est vera distantia 625 $\frac{1}{15}$

Hoc viso sciendum est quomodo, & quo vento vna debeat ad aliam peruenire hoc modo faciemus circulum iterum B. C. cuius centrum sit A. & ponemus B. C. 45. in suo arcu & faciemus circulum B. C. maiorem quam prius, deinde protrahemus D. C. super A. C. perpendicularem cum omni diligentia possibili & post secundum quantitatem lineæ D. E. semidiametri faciemus, circulum E. G. & si ceciderit extra punctum B. producemus A. D. B. & punctus in quo A. D. B. intersecat circulum est aquilonis ventus veluti in circulo magno deinde diuidemus circulum E. G. B. in 32. partes æquales sicut prius & cadet septentrio super lineam D. G. æquidistantem E. C. & perpendicularem super E. D. habitis igitur duobus ventis septentrione & aquilone habebimus per ordinem vt in Figura prima Anemographiæ quod linea C. D. cadit inter ventum qui vocatur Circius ac Fauonium quare per ventos oppositos defferetur nauis Constantinopolitana ex D. in C. per ventum inter Euro-Nothum & Euro-Austrum adhærebit tamen magis Euro Notho quam Euro-Austro quia linea



C. D. propinquior est puncto K. Circij quam F. Fauonij vt vides.

Vna nauis discedebat ex Alexandria & ibat 32
Constantinopolim per austrum Africum singulo die faciens 60. milliaria peruenit nuntius ad Andream Dauriensem per scapham in fine tertiæ diei is erat Corciræ siue ad Corfu distat autem Corcira ab Alexandria milliaribus 1200. & Corcira à Constantinopoli milliaribus 1300. & Alexandria à Constantinopoli vt dictum milliaribus 950. itur autem ab Alexandria Constantinopolim per ventum Austrum Africum & à Corcira in Alexandriam per Trachiam & à Corcira Constantinopolim per Libonem quæruntur igitur quatuor primum dato quod in fine tertiæ diei sequerentur ipsam an possit attingere antequam perueniat ad portum. Secundum dato quod possit attingere vbi eas attinget. Tertium in quanto tempore. Quartum quo vento debet dirigere naues vt eas attingat. Et nota quod hæc ponuntur gratia exempli non quod ita sit, item nota quod nautæ & pilotæ sicut homines rudes aliter computant: tertio nota quod hæc oportet scire per ordinem, ad effectum autem volenti venire oportet cognoscere vera itinera



& distantias quæ habetur in carta nauigationis bonum etiam est scire itinera quo vento agatur

 faciam

faciam igitur circulum B,C,super centro A,& ponam A,Alexandriã & B,Constantinopolim eritque A,B,linea austri Africi 950.milliariorum deinde quia A,Corcira itur Alexandriam per Trachiam : Trachias autem distat à Vulturno qui opponitur Liboni gradibus 67 $\frac{1}{2}$ versus Occidentem faciemus arcum B, C, graduum 67 $\frac{1}{2}$ & sunt $\frac{3}{4}$ de 90. quia sunt quarta circuli, deinde ducemus lineam donec A, D, sit 1200. in partibus quibus A, B, est 950. nam A,Corcira in Alexandriam supposita sunt milliaria 1200. & erit D, punctus Corcira, vide igitur quanta esset katetus trigoni A, D, B, nam latera sunt cognita A, B, 950. ad 1200. B, D, 1300. erit igitur katetus ex D, super A, B, 1150. primo igitur vide in quot diebus illæ naues peruenient Constantinopolim & manifestum est quod in 16. diebus ferè à quibus aufer 3.dies quibus iam discesserat ante nuntium receptum remanent 13. dies vide igitur an possit peruenire à puncto D.ad punctum B, idest à Corcira ad Constantinopolim in paucioribus diebus quam 13. si non numquam poterit assequi eas eo quod perpendicularis est valde longa & propinqua puncto A,secus vbi esset breuis oporteret considerare an per tres dies ante perueniremus ex D, in E, quam ex A, in E, & ita possent iungi aliter non.

Ponamus igitur quod ex Corcira in Cõstantinopolim naues faciant milliaria 150.singulo die & ex D, in E, faciant 100. quæritur vbi iunget eas scies A, E, quæ est 340. fermè nam in his negligimus 3. aut 4. milliaria & E, B, erit 610. & signabo punctum F, locum in quo hora nuntij naues erant, & distabit ab A, 180. milliaribus pone igitur quod debeat attingere eas in G, quia igitur ex D, in E, peruenitur in diebus 11 $\frac{1}{2}$ faciendo milliaria 100. singulo die & in eo tempore nauis quæ est in F, facit 690. quia 60. milliaria singulo die igitur detracta F, E, quæ est 160. remanebit, iter vltra E, 530. milliaria si igitur nauis veniret per D, E, remaneret 530. milliaria retrò : ponamus modo quod iret per D, B, cum igitur vadat 150. milliaribus singulo die perueniret ad B, in diebus 8 $\frac{2}{3}$ & in eo tempore nauis quæ est in F, perambularet 520. milliaribus quare cum tota F, B, sit 770. milliaria, igitur nauis Alexandrina nondum attigisset punctum B. imo distaret ab eo 250. milliaribus, pro sciendo igitur quantitatem F, G, ita facies reduces omnia ad minores numeros diuidendo per 10. & erit F, E, 16. E, B, 61. D, E, 115. D, B, 130. iter ex D, in E, 10. milliaria singulo die iter ex D, in B, 15. milliaria singulo die iter ex F. in B, milliaria 6. singulo die vt hic vides pone igitur quod vadat in 1. co. dierum ex F, in G, igitur cum vadat 6. singulo die ibit 6. co. & erit F, G, co. 6. quare detrahe F, E, quæ est 16. remanebit E, G, co. 6. m̃. 16. quadra 6. co. m̃. 16. fiet 36. ce. p̃. 256. m̃. 192. co. quadra D, E, fiet 13225. adde ad 36. ce. p̃. 356. m̃. 192. co. fiet quadratum D, G, 36. ce. p̃. 13481. m̃. 192. co. & supponitur quod eundo versus B, ex E, proportionaliter qualis pars est E, G, ipsius E, B, talis est portio addenda ad iter per D, E, quod

f. b	77
f. e	16
e. b	61
d. e	115
d. b	130
Iter ex F, in 6.	6
Iter ex D, in E,	10
Iter ex D, in 6.	15

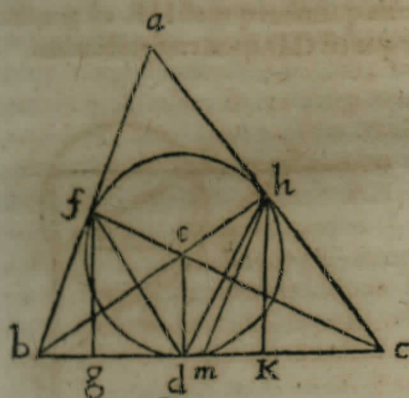
est 10. vsque ad 15. differentia autem est 5. dicemus igitur si E, B, quæ est 61. producit E, G, quæ est 6. co. m̃. 16. quid producet 5. differentia multiplica 5. in 6. co. m̃. 16. fient 30. co. m̃. 80. diuide per 61. exit $\frac{30}{61}$ co. m̃. 1 $\frac{19}{61}$ & tantum ibit vltra 10. milliaria, adde 10. ad $\frac{30}{61}$ co. m̃. 1 $\frac{19}{61}$ fiet iter singulo die 8 $\frac{42}{61}$ p̃. $\frac{30}{61}$ co, & quia peruenit ex D, in G, in 1. co. dierum igitur multiplica 1 co in 8 $\frac{42}{61}$ p̃. $\frac{30}{61}$ co. fiet $\frac{30}{61}$ cen. p̃. 8 $\frac{42}{61}$ co. & tanta erit D, G, & quia D, G, fuit ℞. V. 36. ce. p̃. 13481. m̃. 192. co. igitur quadrando $\frac{30}{61}$ ce. p̃. 8 $\frac{42}{61}$ co. fiet productum æquale 36. ce. p̃. 13481. m̃. 192. co. quadra igitur $\frac{30}{61}$ ce. p̃. 8 $\frac{42}{61}$ co. fiunt $\frac{900}{3721}$ ce. ce. p̃. $\frac{31800}{3721}$ cu. p̃. $\frac{280900}{3721}$ co. multiplica omnia per 3721. fient 900. ce. ce. p̃. 31800. cu. p̃. 280900. ce. æquales 133956. ce. p̃. 50162801. m̃. 714432. co. quare 900. ce. ce. p̃. 31800. cu. p̃. 146944. ce. p̃. 714432 co. æquantur 50162801. reduc. ad 1. ce. ce. fient 1. ce. ce. p̃. 35 $\frac{1}{3}$ cu. p̃. 163 $\frac{61}{225}$ ce. p̃. 793 $\frac{61}{75}$ co. æqualia 55736. $\frac{403}{900}$ & quia hoc non habet capitulum, inuenies per viam aproximationis ponendo quod 1. co. valeat 8. igitur census eius est 64. cubus 512. & census, census est 4096. multiplica igitur 8. in 793 $\frac{61}{75}$ fiet 6350. $\frac{38}{75}$ multiplica 64. in 163 $\frac{61}{225}$ fiunt 10449 $\frac{79}{225}$ multiplica 512. in 35 $\frac{1}{3}$ fiunt 18090 $\frac{2}{3}$ multiplica 4096. in 1. fiunt 4096. iunge simul fiunt 38986. $\frac{118}{225}$ nos autem volebamus 55736 $\frac{401}{900}$ differentia igitur est minor 16749 $\frac{829}{900}$ capiemus igitur quod 9. sit la co. igitur 81. est census & 729. cubus & 6561. census census multiplicabimus igitur vt prius & fient 7144 $\frac{8}{25}$ & 13224. $\frac{216}{225}$ 25758. & 6561. quæ iuncta simul sunt 52688 $\frac{7}{25}$ & hoc etiam est minus 55736 $\frac{408}{900}$ in 3048 $\frac{140}{900}$ per vnitatem igitur additam supra 8. aquisita est differentia 13701 $\frac{34}{45}$ diuide igitur semper minorem numerum qui est 8. per maiorem qui est 9. fit $\frac{8}{9}$ dic igitur si 13701 $\frac{34}{45}$ fit ex $\frac{8}{9}$ ex quo fiet 3048 $\frac{140}{900}$ multiplica hoc in $\frac{8}{9}$ fiunt 2709 $\frac{973}{2025}$ hoc diuide per 13701 $\frac{34}{45}$ exit $\frac{271}{1370}$ diei ferme adde ad dies 9. fient dies 9 $\frac{271}{1370}$ nam in his exquisita præcisio non requiritur multiplica igitur dies 9 $\frac{271}{1370}$ in 60. milliaria habebis F, G, milliaria 552. ferme habito puncto G, habebis D, G, 1215, ferme quare cum E, G, sit $\frac{39}{61}$ ferme ipsius E, B, igitur capiemus $\frac{39}{61}$ de 50. & sunt 32. ferme quos addemus ad 100. fiet iter per D, G, 132. milliaria singulo die diuide 1215. per 132. exibit 9 $\frac{27}{132}$ numerus dierum & hoc ferme est idem cum 9 $\frac{271}{1370}$ insensibiliter differens quare ratio est bona non enim quæ in surdos terminantur vnquam precisionem sortitri possunt, dicemus igitur quod iungentur in diebus 9. horis 5. ferme & quo in puncto G, & distanter milliaribus 732. à puncto A, Alexandriæ & quod D, G,

erit

erit 1215. & nauis ibi ferme mouebitur 132. milliaribus ex D, in G, quibus habitis scies quo vento ibitur ex fine trigesimæ secundæ quæstionis sunt & modi faciliores sed longius errant hic solus præcisus est.

Ex hoc habes modos per capitula ignota si bene notasti vbi sunt ce. ce. cu. ce. Rel. P. & co. & numerus & talia perueniendi ad maximam propinquitatem cum leuitate & est vtilissimum in rebus mercantilibus & rebus in quibus peruenire oportet ad actum practicum nam quantum est de actu practico ferme ex hac regula tantam suscipies vtilitatem in capitulis ignotis quantum in notis cum sua regula æquationis modus est igitur vt capias numerum proxime minorem & alium vnitate minorem & vide differentiam deinde diuide minorem per maiorem & quod exit multiplica in differentiam vltimam quæ remanet & prouentum diuide per differentiam quæ prouenit ex additione vnitatis & quod exit est pars addenda numero maiori exemplum 1. ce. ce. p̃. 2. cu. æquatur 200. pone quod res sit 2. igitur ce. ce. p̃. 2. cu. erit 32. item pone quod sit 3. igitur 1. ce. ce. p̃. 2. cu. est 135. & differentia primi à secundo est 103. per vnitatem deinde differentia secunda est 65. diuide igitur 2. per 3. exit $\frac{2}{3}$ dic si 103. fit ex $\frac{2}{3}$ ex quo fiet 65. multiplica 65. in $\frac{2}{3}$ fit $\frac{130}{3}$ diuide per 103. exit $\frac{130}{309}$ adde ad 3. fiet valor rei proximus $3\frac{130}{309}$ & licèt hoc sit modico maius quàm oportet quanto tamen la co. fit maior semper euadit præcisior, veluti si dicam de 8000. loco quod dixi de 200. est regula aurea.

33 Sit trigonus A, B, C, cuius basis sit B, C, 14. & sit in eo circulus D, F, H, cuius semidiameter sit 4. & sit portio B, D, 6. quare



D, C, erit 8. hoc totum supponitur volo scire quanta sit A, C, & quanta sit A, B, producam perpendiculares E, H, & E, F, quæ cadent in punctis contactuum & producam perpendiculares E, D, F, G, H, K, & producam E, C, & E, B, & producam F, D, & D, H, vt vides & erunt duo trigoni F, E, B, & B, E, D, æquilateri quare F, B, erit 6. vt est B, D, & similiter H, C, erit 8. vt est D, C, & quia anguli ad D, sunt recti quadrabo, B, D, fiet 36. quadrabo E, D, fiet 16. iungam simul fient 52. & ℞. 52. est B, E, & similiter quadrabo C, D, fit 64. & D, E, fit 16. iunge simul fiunt 80. & ℞. 80. est E, C, & quia anguli ad D, & H, & F. omnes sunt recti erunt duo anguli F, E, D, & B, æquales duobus rectis & similiter duo anguli H, E, D, & C, æquales duobus rectis, quare vterque duorum quadrilaterorum F, E, D, B, & H, E, D, C, esset in scriptibile circulo per conuersam vigesimæ primæ tertij Euclidis cumque B, D, & B, F, sint æquales item F, E, & E, D, erit duplum eius quod fit ex B, D, in E, F, æquale ei quod fit ex F, D, in E, B, duco igitur B, D, in F, E, fit 24. duplico 24. fit 48. diuido per B, E, fit F, D, ℞. 44 $\frac{4}{13}$ per idem duco D, C, in H, E, fit 32. duplico fit 64. diuido 64. per E, C, quæ, est ℞. 80. exit D, H, ℞. $51\frac{1}{5}$ & quia vt sepe dictum est cum producitur perpendicularis ab angulo trigoni ad basim differentia quadratorum partium basis est tanta quanta est differentia quadratorum laterum continentium angulum à quo deducitur perpendicularis quadro igitur F, D, fit $44\frac{2}{3}$ quadro F, B, fit 36. differentia est $8\frac{2}{3}$ diuide igituper vigesimũ nonam quæstionem sexagesimi sexti capituli B, D, que est 6. ita quod quadrata partium differant in $8\frac{2}{3}$ & inuenies quod B, G, est $2\frac{4}{13}$ & G, D, $3\frac{9}{13}$ & similiter inuenies quia differentia quadrati H, C, super quadratum H, D, est $12\frac{4}{5}$ quod D, K, est $3\frac{1}{5}$ & K, C, $4\frac{4}{5}$ quare detrahendo quadratum B, G, ex quadrato F, B, remanebit F, G, ℞. $30\frac{114}{169}$ & est $5\frac{7}{13}$ & similiter detrahendo quadratum K, C, ex quadrato H, C, remanebit H, K, ℞. $40\frac{24}{25}$ quod est $6\frac{2}{5}$ post dices si F, G, perpendicularis quæ est $5\frac{7}{13}$ vult G, B, basim quæ est $2\frac{4}{13}$ quid volet H, K, perpendicularis quæ est $6\frac{2}{5}$ multiplica $6\frac{2}{5}$ in $2\frac{4}{13}$ fiunt $\frac{960}{65}$ diuide per $5\frac{7}{13}$ exit $2\frac{2}{3}$ & tantam faciam k, M, erit igitur proportio H, k, ad K, M, veluti F, G, ad G, B, sed anguli G, & k, sunt similes igitur pro tracta H, M, erunt duo trianguli H, K. M, & F, G, B, similes quare angulus H, M, C, est æqualis angulo B, igitur duorum triangulorum A, B, C, & H, M, C, duo anguli B, & C, æquantur duobus angulis H, & C, igitur reliquus reliquo & trigoni sunt similes & quia C, k, est $4\frac{4}{5}$ & K, M, $2\frac{2}{3}$ igitur tota C. M, est $7\frac{7}{15}$ dic igitur si $7\frac{7}{15}$ producit 14. quid producet 8. & est H, C, multiplica 8. in 14. fiunt 112. diuide per $7\frac{7}{15}$ exeunt 15. & tanta est A, C, similiter quadra K, M, fit $7\frac{1}{9}$ quadra H, k, fit $40\frac{24}{25}$ iunge simul fiunt $48\frac{16}{225}$ ℞. huius est $6\frac{14}{15}$ & tanta est H, M, dic igitur si $7\frac{7}{15}$ foret 14. quid essent $6\frac{14}{15}$ multiplica 14. in $6\frac{14}{15}$ fit $97\frac{1}{15}$ diuide $97\frac{1}{15}$ per $7\frac{7}{15}$ exit 13. & tanta est A, B, quod est propositum hæc etiam ponitur in vltimo libri de diuina proportione à Fratre Luca.

E, D, 4.
D, B, 6
B, C, 14.
D, C, 8.

F, B, 6.
E, H, 8.

B, E, ℞. 52.
E, C, ℞. 80.

F. D, ℞. $44\frac{4}{13}$
D, H, ℞. $51\frac{1}{5}$

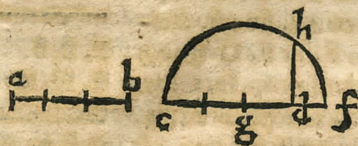
B, G, $2\frac{4}{13}$
G, D, $3\frac{9}{13}$
F, G, $5\frac{7}{13}$
C, K, $4\frac{4}{5}$
K, D, $3\frac{1}{5}$
H, K, $6\frac{2}{5}$

K, M. $2\frac{2}{3}$
C, M. $7\frac{7}{15}$
H, M. $6\frac{14}{15}$

A, C, 15.
A, B, 13.

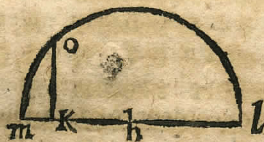
Reducas omnes operationes Arithmeticas ad Geometricam, ita quòd cum compassu ac linea possunt deduci ad effectum, hoc non est aliud dicere quàm illas radices scire deducere ad actum practicum cum compassu & sit exemplum. 34

Volo ponere ℞.℞.7.p̄.℞.5.p̄.3.in Figura ponamus enim quod ℞.℞.7.p̄.℞.5.p̄.3. sit latus tetragonicum alicuius Figuræ multilateræ cuius latus sit 4.exẽpli gratia:volo igitur inuenire ℞.℞.7.p̄.℞.5.p̄.3.in Figura cũ igitur A.B. latus sit 4.diuido ipsum in vnitates per vndecimam sexti Euclidis vel pratice diuidendo eam

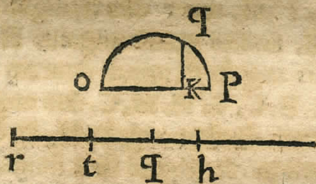


in 4. partes æquales quo facto accipe lineam C, D, quæ sit 5.adde ei vnitatem id est vnam partẽ ex A.B.diuisa in quatuor & hoc pro regula & fiat C, F, diuide C,F,per æqualia in pũcto G, & lineabis semicirculum C,H, F, & eriges perpendicularem à puncto contactus inter vnitatem & lineam cuiusuis radicem accipe videlicet lineam D,H,& erit D.H,℞.5.siue ℞.C, D.post capio eadem ratione.7.cuius

Volo ℞.℞.accipere accipiendo totam A.B.& $\frac{3}{4}$ eius cum compassu & sit linea K, huic addo vnitatem vt prius & fiat linea L,M,hanc diuido per æqualia in N.& lineabo semicirculũ,vt

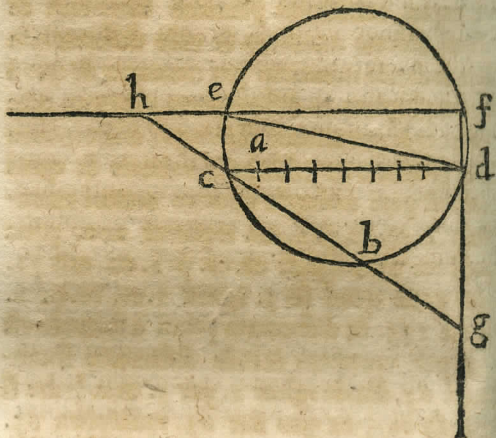


prius M.O.L. & producam à puncto k.& perpendicularem vt prius k.O.eritque k.O.℞. 7. capiam igitur K.O.& addam ei vnitatem sumptam ex A.B.vt prius & fiet O.P.& educam ex puncto contermino vnitatis & K. O. lineam ad semicirculum vt prius factum secundum medietatem O.P. quę sit perpendicularis k. Q. eritque K.Q.℞.℞. 7.siue k.L. habes igitur D.

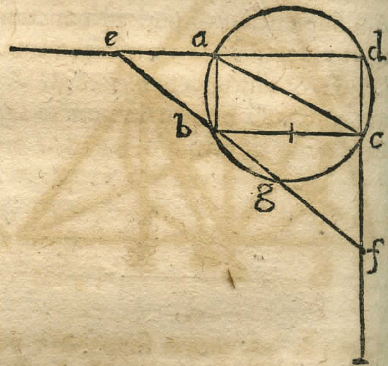


H.℞.5.& K Q.℞.℞. 7.pone igitur R.T. 3. & iunge ei per tertiam primi Euclidis protrahẽdo lineam R.T.in continuum & directum lineas k.Q.& D.H. & erit tota linea R. H. composita 3.p̄.℞.5.p̄.℞.℞. 7.

Quod si velles extrahere ℞. cubicam,gratia exempli de 8. scias quod dictum est in capitulo quadragesimo secundo regula sexagesima secunda quod cum fuerint quatuor numeri continuè proportionales ab vnitate secundus est R. cubica quarti sit igitur linea C. D. 8. cuius volo ℞. cubicam quia igitur est 8. diuide eam in 8. partes æquales quarum vna sit C. A. igitur C.A. est vnitas & ita si C.D.fuisset 10. cuius voluissẽ accipere ℞.cubicam diuiderẽ C.D. in 10. partes æquales quarum vna esset C. A. essetque C.A.vnitas & ita semper inuenio vnitatem , erigo igitur C.E. æqualem C.A. vnitati perpendiculariter super C. D. & produco D.E.& diuido D.E.per æqualia & in eius medio facto centro circunscribo trigono C.D.E. circulum vt vides qui necessario pertransibit per punctum C.eo quod angulus C.rectus est deinde protraham. E.F. æquidistantem C. D. & producam eam multum extra versus H. & producam F.D. in directo multum versus G. vt vides eritque quadrilaterum C.D.E.F.rectorum angulorũ ex vigesima nona & quadragesima secunda primi Euclidis & hoc dico,vt cognoscas an benè protraxeris dictas lineas deinde pone



regulam super punctum C. circunuoluens eam tantum quod mensurando à puncto H.ad punctum C.æquetur lineæ à puncto B.ad punctum G cumque hoc inueneris circunuoluendo regulam circa punctum C. produces lineam H. C. G.eritque E.H.℞.cubica C.D.eo quod quatuor lineæ C. D. & D. G. & E. H. & E. C. sunt continue proportionales & E.C.est vnitas igitur secũda quantitas quæ est H.E. est ℞.cubica quartæ quæ est C.D.quod erat probandum.



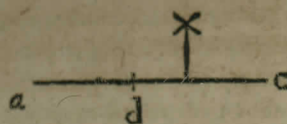
Et ex hoc si quis tibi ponat vnam lineã puta A , B, & dicat inuenias aliam lineam per hanc quæ faciat cubum vtpote duplum aut triplum cubo ipsius A , B, vtfuit in themate platonis pone quòd semper A,B,sit 1. eius cubus igitur est 1.& quia volo cum duplum igitur ille cubus erit 2.accipienda igitur est linea B.C. quæ erit dupla ad A. B. & iungemus eas ad rectos angulos vt prius & producemus A.C. & circunscribemus circulum deinde circunuoluendo regulam super punctum B. faciemus B. E. æqualem F. G. cumque hoc fuerit producta linea E. B. G. F. habebimus A. E. ℞. cubam B. C. ex qua facto cubo perueniet cubus

cubus duplus ad cubum factum ex A.B.

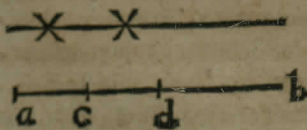
Et ita memento in omnibus si proponatur minor quantitas vt eam ponas, pro vnitate deinde operare arithmeticè & inuentis quadratis vel cubis, nam regula generalis est inuenies post modum ℞.earum quantitatum cubicam vel quadratam & habebis intentum ℞. cubicæ vel quadratæ vel ℞. ℞. provt volueris si vero proponatur quantitas maior reduces eam ad cubum, aut quadratum provt vis, & secundum numerũ illius lineæ inuenies vnitatẽ quá inuenta per modos prædictos elicies ℞. quadratã vel cubam vel ℞.℞.vt si velles triplare cubum de 4. pone lineam quæ est 4. pro vnitate & assume ei lineam triplam deinde quadra duas lineas medio modo proportionales & earum minor est linea quæsita & similiter si velles inuenire lineam quæ faceret quadratum triplum ad aliquam lineam puta A. B. adiunge ad A.B. in directum triplam lineam deinde semicirculum super totam lineam coniunctam & à puncto vbi coniunguntur illæ duæ lineæ, erige perpendicularem ad ipsum circulum idest ad circunferentiam talis, lineæ quadratum erit triplum quadrato lineæ A.
35 B. propositæ.

Hic volo docere quædam necessaria ad exercitium geometricum, vt cõmodius fiat & melius figuræ & reliqua talia & primo linea recta deducitur cum regula calibea parum subtus cauata, sed longè exactius, cum capillo, vel filo sericeo forti benè extenso tincto encaustro vnde ℞.cubica hoc modo longè melius extrahitur quam cum regula & reliqua in quibus subtilitas & rectitudo magna desiderantur

Circulus fit cum circino leuiter & subtiliter cauato in vna summitate: fit etiã cum regula subtili fixa cum clauiculo & circumducta nam non inclinatur tantũ & subtilior euadit. Linea perpendicularis sic educitur continua rectam lineam parum veluti volo ex linea A. B. ex puncto B. educere perpendicularem continuabo A.B. sine encaustro, putà ad punctum C. directe vt vides deinde mensurabo cum compassu B.C. & tantundem faciam B. D. deinde aperto compassu ponam in puncto D. & extendam versus directum B. lineando modicam

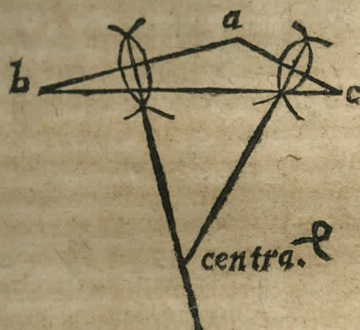


partem circuli sine encaustro & similiter figam in puncto C. cum eadem latitudine & extendam ad directum B. & vbi lineando modicam portionem circuli sine encaustro se intersecabunt ab eo puncto deduces lineam ad punctum B. & erit perpendicularis super eum ego tamen feci circulos cum encaustro vt posses videre.



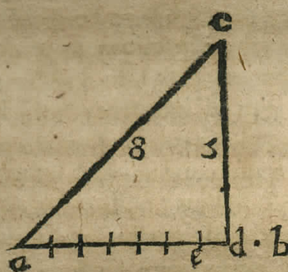
Cum volueris ducere æquidistantem A. B. pone pedem circin in A & proced[...] eadem latitudine sine encaustro si[...] puncta quæ sunt C. & D. & circu[...] cinum cum eadem latitudine vt [...] do 4. portiones circulorum bin[...] secantes sine encaustro & per[...] num educeslineam æquidistantem.

Cum volueris circa datum trigonum circulum describere vt pote circa trigouum A.B.C. describere circulum pones pedem circini in puncto C. & lineabis portionem circuli versus A. sine encaustro & cum eadem latitudine pones in puncto A. & lineabis versus punctum C. portionem circuli ita vt se intercerent vt



vides ex quo patet quod oportet circinum esse latiorem medietate lineæ A.C. hoc idem facies in altero latere puta A. B. cum eadem vel alia latitudine si oportuerit cum qua fecisti in A. C. tamen quod circuli descripti super latus A. B. licet non concordent in latitudine circini cum latitudine circini super A. C. attamen concordabunt inuicem videlicet circulus ex A versus B. & ex B. versus A. deinde lineabis sine encaustro duas lineas per quatuor puncta sectionum circulorum & vbi se intersecabunt ibi erit centrum circuli circunscribentis.

Cum volueris facere trigonum cuius puta vnum latus sit 8. aliud 5. & basis sit 6. lineabis A.. sine encaustro in qua facies sectiones secundum numerum lateris maioris puta 8. deinde protrahes lineam cum encaustro ad continentem. 6. ex illis sectionibus quia tot debet esse basis & signabis ibi punctum D. & post habebis duos circinos alterum aperies secun-



dum quantitatem AB.. videlicet 8. sectionum alterum secundum quantitatem A.E. quæ est 5. sectionum deinde pones vnum in A. alterum in D. & circumuoluens donec se tangant & punctus qui est C. est ille à quo deductis lineis C.A. & C.D. vna erit 8. alia 5. his sex auxiliis inseruies tibi in actu practico in omnibus quæ volueris & etiam in aliis quibuslibet faciendis.

Cap.

Capvt Vlt.

De erroribus Fratris Lucæ.

NOn causa reprehensionis, aut lactantiæ, sed ne quis aut frustra laboret quærendo veritatem in rebus falsis, aut decipiatur grauiter, non sine Iactura: tantum manifestiores & periculosos recensebo errores, quos vel transferendo non diligenter examinauit, vel describendo per incuriam preteriit, vel inueniendo deceptus est.

1 Est in distinctione nona tractatu secũdo capitulo de appensionibus ibi enim siue errore calcographi, siue proprio, dixit quod decima pars $16.\frac{25}{25}$ est $1\ \frac{78}{125}$ debet dicere $1\frac{76}{25}$ vt patet. & hoc errore perseuerat vsque in finem: deinde dicit quæ $17.\frac{88}{125}$ sunt $\frac{5499}{6600}$ de 20. quod est absurdissimum, nam accipere quotientem non est nisi multiplicare per denominatorem fractionis vnde dato quòd sint $17.\frac{88}{125}$ ducemus 20. per 129. & fient 2500. & ducto 125. in 17. fiunt 2125. adde 88. vel verius 86. fiunt 2211. & ita $17.\frac{89}{125}$ vel $\frac{86}{125}$ erũt $\frac{2211}{2500}$ de 20. his sunt errores qui forte imponi possent, impressori, licet in ea impressione ipse affuerit, & etiam factis operationibus additionum, manent: quod non accidit in transcriptione, verum vltimus est error nimis grauis, nam accipit totum redditum vnius anni in censu, vel vsura, & eam tribuit proportionali temporis, nam sicut menses 10. dies $29.\frac{141}{160}$ sunt pars 12. mensium, ita lucrum debuit esse lucri, & ideo illa quæstio est valde falsa, & ab eo male soluta.

2 Error est in eodem casu, ibidem in quinto exemplo, nam asses 14. pro totius anni reddiitu vult augeri. Cum tamen finem in tempore solutionis consequantur: Verum hic error aliquo modo ex conditione alleuiari potest, deffendi non potest, Vnde existimo non plene hanc perdocuisse rationem.

3 Est cum existimauerit. D. sexta T. sexto gemmas augeri eodem pretio, proportione geometrica, cum hoc sit falsum & si gemmarij hæc in vsum ducerent, in maxima detrimenta incurrerent: nam si margarita ponderis k. 2. valeat aureos 4. & alia k. 4. valeat aureos 8. dicit quod tertia quæ sit k. 16. valebit 32. eo quod dupla proportione semper pretium augetur quod tamen falsum est: nam talis valebit aureos 96. supposita æquali bonitate: & in hoc sciendum est quod in gemmis quæ magnitudinem frequenter assequuntur vt Crystallus, & Topatius, & Ballassius, nulla potest assignari ratio, nisi auctionis extimatiuè supposita semper æquali perfectione secundum proportionem duplam, ad augmentum duplum, & secundum triplam ad triplum: in his vero quæ rara magnitudine sunt, veluti carbunculus, smaragdus, margarite, adamas, licet etiam perfectione æquali supposita nõ possit haberi firmũ pretium, decimus tamen in talibus rem propinquiorem & est: singulis auctionibus æqualibus, adde sequentem proportionem geometricam, veluti sit margarita ponderis k. 2. valens aureos 5. alia ponderis k. 4. valens aureos 10. dico quod his stantibus margarita ponderis k. 16. valebit aureos 120. nam k. 8. valebit triplum. 10. & K. 16. quadruplum 30. igitur casu supposito valebit 120. de his tamen præcisam reddere rationem, cum hominum consuetudine non natura constent est impossibile.

4 Est in distinctione non à tractatu quinto capite primo & cap. tertio, quæstionibus. 17. 18. 19. 20. & pluribus aliis: nam easdem quæstiones soluit in capite primo per compensationem, & in tertio per algebra, ita quod resultat differentia valde sensibilis, dato etiam quod solutio primi capituli est confusa, & ideo debuit adiicere quod modus primi capituli est secundum propinquum, secundus autem modus est verus pro quo vide in capite sexagesimosexto in quæstionibus super 57. capitulum.

5 Et errauit ludorum determinatione errore, manifestissimo, & à puero etiam cognoscibili, dum alios arguit & suam laudat exquisitã opinionem; vnde ludentibus ad 6. & habenti 5. alteri 2. dat post multas superfluas supputationes partes 5. & 2. ita quod totam summã diuidit in 7. ponamus igitur quod duo ludant ad 19. & vnus habeat 18. alius tantum 9. habet igitur primo $\frac{2}{3}$ totius summę, & secundo $\frac{1}{3}$, sit igitur depositum aurei 12. summæ amborum erit 24. quibus 16. primo & 8. secundo contingent: non igitur ille qui habet 18. ludos lucratus est nisi aureos 4. & ex aduersario, qui sunt tertia pars depositi, & tam ad cõplendum non deest nisi vnus ludus, secũdo autẽ desunt 10. hoc autẽ est absurdissimũ præterea illã partẽ quisque debet assumere, quam æqua ratione deponere posset ea conditione, sed habens 18. cum habente 9. potest eundo ad 19. deponere 10. contra 1. imo 20. contra vnum: igitur in diuisione debet habere partes 20. & ille tantum vnam, tertio si ludimus ad 19. & vnus habeat 2. alter nullum, per suam rationem qui habet 2. debet acquirere totum depositum, patet ex suo computo, hoc autem quale sit inconueniens non est dubitandum, cum ex tam modica superatione, cum tanta remotione à fine debeat acquirere tantum, quantum si lucratus fuisset 19. ludos: secundo quia ad deterius ille non potest venire qui perdit depositum, sed dato quod haberet 18. ludos primus, & secundus nullos, adhuc non debentur omnes, quia vltimus esset superfluus, quanto igitur minus debet habere totum per duos tantum acquisitos, quarto ad principale si vnus habeat 3. alius 1. eundo ad 13. primo contingent partes si secundo 1. & si primus haberet 12. secundus 9. darentur primo $\frac{4}{7}$, & secundo $\frac{3}{7}$, & ita multo deterior esset conditio primi in secundo casu, quam in primo, quod est absurdissimum, cum in secundo casu non continget primo perdere in sex vicibus semel, & in primo non sit magna disparitas & hoc iam declarauimus in capitulo sexagesimo primo.

6 Et errauit in distin. nona trac. octauo, quæstione decimanona grauissime: quoniam licet solutio quæstionis sit vera, est tamen in illo casu tantum & nullo alio.

7 Et errauit in dist. septima, trac. secundo, articulo quarto c. vndecimo quoniam dixit quæstionem de porcis, asinis, capris, & pecudibus, posse solui per secundam positionem cathaim & non est verum.

Et

8 Et errauit in dist. nona trac. tertio, a capite trigesimoseptimo inchoando, vsque ad caput 43. ita quod omnes illæ transmutationes cum maxima iactura partium sunt & hoc declaraui in suo capitulo.

9 Et errauit in distinctione octaua capitulo quinquagesimoseptimo grauiter, credens probare quod superficies ambiẽs sphęram sit quadrupla circulo maximo ipsius sphæræ, nam non concludit vt bene intelligenti patet.

10 Et errauit in distinctione secunda tractatu quinto, in solutione 30. quæstionis, pro quo vide c. sexagesimoseptimo in fine quæstionis supra trigesimum capitulum.

11 Et errauit in distinctione 9. T. 3. quæstionibus 13. 14. 15. 16. 17. 18. provt demonstraui in quæstione sexagesima sexta, sexagesimi sexti capituli.

12 Et errauit in distinct. sexta tract. quæstione vigesimasexta dum dixit quòd talis æquatio habet capitulum, cum nec ipse assignauerit nec credat esse possibile, nam cũ dixit 1275. p̃. 170. coæquantur 2. ce. p̃. 225. m̃. 30. co. p̃. 1. cu. facta æqualitate fiũt 1050. p̃. 200. co. æquales 2. ce. p̃. 1. cu. & tale capitulum ab ipso non est positum ratio etiam falsa est nam cum 1. co. sit 6. in illo casu erit 1. cu. p̃. 2. ce. tantum 288. & non 2250. & ideo fuit duplicatus error.

13 Et errauit in distinctione 9. T. secũdo capitulo de appensionibus domorum quæstione tertia & quarta errore in regula si intelligatur ad caput anni regula est falsa plusquam ad 8. pro 100. si intelligatur regula de reditu simplici error est ad 16. pro 100. ita iste non cogitat quod conductor domus debet soluere domino locator fictum annualem singulis annis & quod pro tali portione postquam soluit non tenetur soluere vsuram de eo quod non possidet sed recepit nomine locationis exemplũ si accipio à te libras 1000. ad 10. pro 100. siue ad caput anni siue simpliciter & tu possideas domum de qua soluas mihi lib. 200. singulis annis in fine primi anni certum est quod debeo dare lib. 1100. sed quia tu teneris postmodum dare vel recompensare lib. 200. pro ficto annuali domus quam poslides detractis lib. 200. ex 1100. certum est quod in secundo anno non debes trahere nisi vsurã de lib. 900. idest 90 libras & non 100, provt explicauit in quæstione octauagesimaprima propterea homo hic bonus in scientia verissima construxit infinitas falsitates & graues ita quod in 200. libris annuæ pensionis potest accedere error vno modo 80. librarum & plus in 5. annis & alio modo librarum plusque 160. & ideo res est multum animaduertenda cogitando stuporem viri.

14 Et errauit in quæstione vigesima prima D. 6. T. 6. de mastice croco & cinamomo dupliciter primo quia posuit primam quantitatem cinamomum quæ est secunda quantitas nam ponit pretium croci cinamomi & masticis continue proportionalia & ideo cinamomum est secunda quantitas & post facit eam primam vnde quæstio sit falsa necessario.

15 Secundus error est quia dicit non referre quę ponatur prima quantitas aut secunda aut tertia imo maxime refert vt patet in quæstione nostra octuagesima tertia nam si dicam quod pretium primæ sit minimum & velim facere quantitatum magnam oportet vt maior numerus multiplicetur per tertiam & non per primam & econtra si quæramus paruam quantitatem de secunda aut certum est quod non potest vnquam mutare locum quin quæstio sit postmodum falsa.

Et errauit in dist. nona. 10. capitulo tri- 16
gesimo quarto cum dixit quod ℞. censuum & ℞. co. habent æquationes similes numeris nam declaratum est in quinquagesimo primo capitulo regula octaua & nona quod bene co. & cen. numero ℞. designatę habẽt simile capitulum sed non ℞. ce. & ℞. co. imo vt ibi dictum est ℞. censuum habet æquationem in capitulo co. numero ℞. illius numeri sed ℞. co. non habet capitulum cum comparatur censui & numero sed fit res improportionata tanto minus cum adest etiam co. nam vt ibi dictum est ℞. cen. est co. & ℞. co. est denominatio separata ab omnibus.

Et errauit in capitulo de salariis famulo- 17
rum eiusdem tractatus in quæstione de salariis famulorum quoniam debent intelligi progressiuè & non propottionaliter vt apparuit quæstione centesimaprima.

Et errauit in quæstione quadragesimaquin- 18
ta distinctione octaua de muro triangulari in $\frac{1}{7}$ totius longitudinis fere sicut apparet quæstione vigesimatertia 67. capituli.

Et errauit in assignatione quantitatum 19
irrationalis alium super decimum Euclidis eo quod credidit omnem quantitatem irrationalem esse medialem quod est omnino falsum & super hoc fundamẽto fecit innumero errores & voluit quod productũ tale ℞. 40. p̃. 3. vel simile binomium esset superficies medialis quod est omnino repugnans Euclidi: nam Euclides vult quod superficies medialis sit tantum illa quæ potest designari per ℞. numeri simplicis surdi veluti ℞. 5. vel ℞. 15. sicut declarauimus nos in libello qui dicitur supplementum practicæ in quo ostendi omnia capitula algebre possibilia & impossibilia vsque in infinitum & quæ sint generalia & quæ non ita quod non est aliquid desiderabile in tota arte quantumcumque difficile quod non habeat radicem dantem cognitionem in illo libro & addidi plura capitula noua in ipso & non potui edere ipsum propter nimiam magnitudinem huius libelli eo quod est impressus in forma parua licèt liber ille non transcendit tria aut quatuor folia & est consummatio totius artis & est extractus ex decimo Euclidis & ita reuertendo ad propositum assignauit vnam irrationalem compositam ex talibus partibus ℞. ℞. 80. p̃. ℞. 48. & ℞. ℞. 80. m̃. ℞. 48. & non considerat quod tales partes non possunt esse in actu nam ℞. ℞. 80. est fere 3. ℞. 48. est fere 7. quando igitur ponemus ℞. ℞. 80. m̃. ℞. 48. est ac si diceres 3. m̃. 7. si vero intelligitur ad hunc sensum ℞. V. ℞. 80. m̃. ℞. 48. tunc male disposuit & si bene consideras tota illa pars est ita falsa & confusa quod etiam valde peritũ in Euclide deiiceret ex recta ratione quam obrem supra totum illa pars est dimittenda quoniam cum in aliis errauerit frequentissime & grauiter ibi tandem superat omnem humanum lapsum cum totum peruerterit Euclidem ita

vt

vt dixi vt non solum nihil ibi vtile possis discere sed & si iam eruditus sis deiiciet te ex eruditione quam habes, hæc certe non ex odio illius dixi qui fuit & amator virtutum & laboriosus & qui si non fuisset ego forte non potuissem complere artem ad modum quem feci, sed ne quisquam studeret illi parti quoniam in æternum non exiret ex illa confusione & adduceretur in desperationem & ignorantiam rectæ doctrinæ & tandem caderet necessario in opinionem Euclidis errasset in sua compositione quia necessario ex interpretatione illius cadit in infinitas contrarietates & & hæc sufficiant prælibasse ex infinita illa congerie errorum quæ patrauit in suo opere.

Finis Libri Practicæ Arithmeticæ.



LIBELLVS QVI DICITVR, COMPVTVS MINOR.



1 QVOT libras lucratur aliquis in anno, si multiplicaueris per 2. & diuiseris per 3. quod exit, est numerus denariorum in die exemplum libræ 80. in anno lucrantur libras 7. duc 7. in 2. fit 14. diuide per 3. fit $4\frac{2}{3}$ & tot nummos paruos lucrantur libræ 100. in die videlicet d. $4\frac{2}{3}$.

2 Quot libras lucratur aliquis in anno si per 18. diuiseris tot solidos, lucratur idem in die Exemplum libræ 60. lucrantur in anno libras 7. diuide 7. per 18. exit $\frac{7}{18}$ & $\frac{7}{18}$ vnius solidi lucrantur libræ 100. in die sunt autem $\frac{7}{18}$ vnius solidi d. 4. $\frac{2}{3}$ & est idem cum priore in re.

3 Quot libras lucratur aliquis in anno, si multiplicaueris per 5. & diuiseris per 3. tantum lucrantur ex solidis in mense exemplum lib. 100. in anno lucrantur lib. 7. multiplica in 5. fit 35. diuide per 3. exit $11\frac{2}{3}$ & tot solidos lucrabuntur lib. 100. in mense & sunt solidi 11. d. 8.

4 Quot solidos lucratur aliquis in anno totidem d. lucratur in mense Exemplum lib. 100. lucrantur solidos 17. in anno, igitur lucrabuntur d. 17. singulo mense idem tenet etiam si lucrum non sit ex 100. veluti ducatus lucratur 13. solidos in anno igitur ducatus lucrabitur d. 13. in singulo mense.

5 Quot d. lucratur aliquis in mense tot solidos lucratur in anno veluti 70. libræ lucrantur 37. d. omni mense igitur lucrabuntur 37. solidos omni anno. Et nota quod hic intelliguntur omnes menses æquales dierum 30. quasi annus constaret 360. diebus.

6 Quot solidos lucratur aliquis in mense multiplica per 3. & diuide per 5. tot libras lucrabitur in anno veluti lib. 100. lucrantur 17. solidos in mense multiplica 17. per 3. fit 51. diuide per 5. exit $10\frac{1}{5}$ & tot lib. lucrabitur
7 100. librarum in anno videlicet lib. 10. s. 4.

Quot denarios lucratur aliquis in mense, diuide per 20. tot lib. lucratur in anno veluti lib. 70. lucrantur denarios 47. in mense diuide per 20. exit $2\frac{7}{20}$ & tot libras lucrabuntur dictæ libræ 70. in vno anno.

8 Quot libras lucraris in anno si multiplicaueris per 20. tot d. lucraberis in mense veluti aliquis habet 170. lib. in anno stipendij multiplica per 20. fiunt 3400. d. & tot habebit in mense siue solidos 283. d. 4. siue lib. 14 s. 3. d. 4.

Quot solidos lucratur aliquis in die, multiplica per 18. tot libras lucratur in anno 9
veluti aliquis lucratur solidos 13. in die multiplica 13. in 18. fiunt 234. & tot libras lucratur in anno dico præsupponitur quod lucretur etiam in diebus festis.

Quot nummos lucratur in die multiplica per 3. & diuide per 2. quod exit est numerus 10
librarum quas lucratur in anno veluti quidam lucratur nummos. 15. in die multiplica per 3. fit 45. diuide per 2. exit $22\frac{1}{2}$ & tot libras lucratur in anno, & nota quod omnis d. in die producit lib. 1. s. 10. in anno & s. 2. d. 6. in mense.

Quot nummos lucratur in mense libra, 11
multiplica per 5. tot libras lucrantur libræ 100. in anno veluti lib. vna lucratur 7. d. in mense multiplica per 5. fit 35. & 35. libras lucrabuntur lib. 100. in anno & ita omnis d. in mense pro libra importat lib. 5. pro 100.

Quot nummos lucratur libra in mense, 12
multiplica per 10. & diuide per 3. quod exit erit lucrum d. quos lucrantur lib. 100. in die veluti libra in mense lucratur d. 7. multiplica 7. in 10. fit 70. diuide per 3. exit $23\frac{1}{3}$ & tot nummos lucrabuntur lib. 100. in die.

Quot nummos lucrantur lib. 100. in die 13
multiplica per 3. & diuide per 10. quod exit est numerus d. quos lucratur lib. 1. in mense veluti lib. 100. lucrantur d. 15. in die multiplica. 15. in 3. fit 45. diuide per 10. exit $4\frac{1}{2}$ & denarios $4\frac{1}{2}$ lucratur libra omni mense.

Quot libras lucrantur lib. 100. in anno si di- 14
uidatur numerus per 5. tot solidos lucratur lib. in mense exemplum lib. 100. lucrantur lib. 7. in mense diuide 7. per 5. exit $1\frac{2}{5}$ & tot solidos lucratur libra vna in mense quod est s. 1. d. $4\frac{4}{5}$.

In tot annis reduplicatur capitale quantus 15
est numerus qui exit diuiso 20. per nummos quos lucratur libra in mense veluti si libra lucratur d. 4. in mense reduplicabitur capitale in 5. annis nam diuiso 20. per 4. exit 5. & si lucratur d. 6. reduplicabitur in annis $3\frac{1}{3}$ nam diuiso 20. per 6. exit $3\frac{1}{3}$ & ita de aliis.

Quot d. venditur libra tot s. 8. d. 4. venditur 16
100.

100. veluti vendo libram ferri 13. denariis igitur vendo 100. ferri solidis 108 d. 4.

17 Quot ſ. venditur libra tot 5. libris venditur 100. veluti piper venditur 32. ſolidis pro libra igitur venditur lib. 160. pro 100.

18 Quot d. venditur libra tot lib. 4. ſ. 3. d. 4. venditur milliare veluti libra calcis venditur d. 5. igitur milliare venditur lib. 20. ſ. 15. d. 20. & ſunt lib. 20. ſ. 16. d. 8.

19 Quot ſolidis venditur libra tot 50. lib. venditur miliare veluti libra zinziberis venditur 47. ſolidis & d. 4. igitur miliare venditur 2350. libris & $\frac{200}{12}$ vnius libræ nam d. ſunt $\frac{1}{12}$ vnius ſolidi igitur 4. d. ſunt $\frac{4}{12}$ igitur $\frac{200}{12}$ vnius libræ ſunt lib. $16\frac{2}{3}$ venditur igitur milliare zinziberis libris 2366. ſ. 13. d. 4. vel fac de denariis per decimam octauam regulam.

20 Quot d. venditur vntia tot ſolidis venditur libra veluti vntia cinamomi valet 34. d. igitur libra cinanomi valet ſ. 34.

21 Quot d. valet vntia tot 5. libre valet 100. librarum veluti vntia cinanomi valet d. 34. igitur libre 100. valent lib. 170.

22 Quot d. valet vntia tot 50. lib. valet milliare. Patet per ſe.

23 Quot ſolidos valet vntia multiplica per 3. & diuide per 5. quod exit eſt valor libræ in libris. Exemplum crocus valet 13. ſolidos pro vntia multiplica per 3. fiunt 39. diuide per 5. exit $7\frac{4}{5}$ & ita valebit lib. 7. ſ. 16. pro libra.

24 Quot ſolidos valet vntia multiplica per 60. tot libras valet 100. librarum veluti crocus valet ſolidos 13. pro vntia multiplica per 60. fit 780. & tot libras valet 100. librarum croci.

25 Quot ſolidos valet libra tot d. valet vntia. Patet per ſe.

26 Quot ſolidos valet 100. librarum multiplica per 3. & diuide per 25. tantum valebit lib. in d. Exemplum calx valet 13. ſolidios pro 100. libris multiplica 13. per 3. ſit 39. diuide per 25. exit $1\frac{14}{25}$ & ideo libra calcis valet d. $1\frac{14}{25}$.

27 Quot ſolidos valent lib. 100. tot $\frac{1}{100}$ d. valet vntia veluti 100. libræ calcis valent 13. ſolidos igitur vntia calcis valet $\frac{13}{100}$ vnius denarii, nam diuiſo 13. numero ſolidorum per 100. exit numerus d.

28 Quot libras valet 100. librarum tot $2\frac{2}{5}$ d. valet libra. Exemplum 100. libræ carnis valent 7. libras d. igitur libra carnis valet 14. d. $\frac{11}{5}$ d. & ita valet d. $16\frac{4}{5}$.

29 Quot libras valet 1000. libræ multiplica per 6. & diuide per 25. quod exit valet libra in denariis. Exemplum lib. 1000. xucari valent 220. libras, multiplica 220. per 6. fiunr 1320. diuide per 25. exeunt $52\frac{4}{5}$ & tot d. valebit libra zucari.

30 Quot libras valet 100. librarum ſi diuiſeris per 5. habebis valorem vntiæ in d. Exemplum 100. libræ zucari valent libras 23. igitur vntia valet d. $4\frac{3}{5}$ diuiſo enim 23. per 5. exit $4\frac{3}{5}$.

Circa operationem igitur mercaturæ proponitur tale Exemplum. Milliare æris valet lib. 127. ſ. 13. d. 5. quæritur quantum valent lib. 4727. onz. 7. æris.

Nota quod poteſt ſolui hæc quæſtio tripliciter primo regulariter per regulam 3. hoc modo reduces totum pretium quod fuit lib. 127. ſ. 13. d. 5. ad denarios item totum æs ad vntias & milliare æris ad vntias hoc modo. Primo multiplico lib. 127. per 2. fiunt 254. adde 0. quia libra componitur ex ſ. 20. & tu non multiplicaſti niſi per 2. fiunt igitur ſolidi 2540. quibus adde ſolidos 13. quos habebas vltra 127. lib. fiunt ſolidi 2553. hos multiplica in 12. & fient tot nummi videlicet 30636. d. quibus adde d. 5. quos habuiſti vltra ſolidos 13. & lib. 127. fient igitur d. 30641. & hi ſunt valor vnius milliaris.

127
2
2540
13
2553
12
30636
5
30641

Deinde reſolue lib. 4727. onz. 7. in vnt. multiplicando per 12. & fiunt 56724. quibus ſi addantur onz. 7. vltra lib. 4727. habitæ fiet ſumma æris cuius pretium quæritur onz. 56731. deinde reſolues vnum milliare æris & ſunt lib. 1000. in vntias multiplicando per 12. nam lib. continet onz. 12. fient igitur vntiæ 12000. & hoc eſt vt operatio ſit inter res eiuſdem naturæ.

4727
12
56724
7
56731

Poſt hec dices per regulam 3. ſi onz. 12000. valent d. 30641. quid valebunt onz. 56731. multiplica ſecundum per tertium ideſt 30641. per 56731. & fiunt vt vides 1738294571. quem numerum diuide per primum & fuit 12000. abſcindendo 000. à diuiſore remanet diuiſor 12. & totidem litteras à dextra ſimiliter diuidendi auferendo remanet diuidendus 2738294. vnde diuiſus per 12. exit 14485. & ſuper ſunt 10. quos ante pones ad 571. iam abſciſſum fient $\frac{10571}{12000}$ erũt igitur denarii 144857. $\frac{10571}{12000}$ hos reduces ad ſolidos diuidendo per 12. exeunt ſolidi 12071 & ſuperſunt nummi 5. aufer igitur primam litteram à dextra ſolidorum & remanent 1207. quos diuide per 2. exeunt libræ 603. & ſupereſt 1. quem ante pone ad 1. ſeruatum fient ſolidi 11. eſt igitur pretium lib. 603. ſ. 11. d. 5 $\frac{10571}{12000}$. Alius modus per practicam ſeruiens in omnibus talibus leuior eſt hic. Pone libras 4727. onz. 7. ſuperius & lib. 27. ſ. 13. d. 5. infra & quia hoc eſt pretium vnius milliaris capies 4. qui eſt nume-

1000
12
12000

56731
30641
56731
226924
340386
00000
170193
1738294 571
12 000
d. 144857 $\frac{10571}{12000}$
12
ſ. 12071 5
1207
2 11
603

lib. 4727. onz. 7.

lib. 127. ſ. 13. d. 5.

4.

4000. lib.	510. ſ.	13. d.	8.
500. lib.	63. ſ.	16. d.	$8\frac{1}{2}$.
200. lib.	25. ſ.	10. d.	$8\frac{1}{5}$.
20. lib.	2. ſ.	11. d.	$0\frac{4}{5}\frac{1}{50}$.
5. lib.	0. ſ.	12. d.	$9\frac{1}{5}\frac{1}{200}$.
$2\frac{1}{2}$ lib.	0. ſ.	6. d.	$4\frac{3}{5}\frac{1}{400}$.
onz. 1. lib.	0. ſ.	0. d.	$2\frac{8}{15}\frac{1}{50}\frac{1}{12000}$.
			2
lib. 603.	ſ. 11.	d. 5.	

6000.
2400.
9600.
2400.
7200.
6400.
240.
60.
30.
240.
1.

34571.

rus milliariorum & multiplicabis in pretium & fiet pretium 4. milliariorum lib. 510. ſ. 13. d. 8. deinde capies 500. libras quod ſunt dimidium milliaris, & valebūt etiam dimidium lib. 127. ſ. 13. d. 5. & eſt lib. 63. ſ. 16. d. $8\frac{1}{2}$. & hoc ſuppones pręcedentibus lib. 510. ſ. 13. d. 8. vt vides iam igitur ſuſtuliſti lib. 4000. & 50. ſunt 4500. ex libris 4727. onz. 7. remanebunt igitur libræ 227. onz. 7. capias igitur 200. libras qui ſunt quinta pars vnius miliaris & pro his capies etiam quintam partem de lib. 127. ſ. 13. d. 5. & eſt lib. 25. ſ. 10. d. $8\frac{1}{5}$ & ſuppones prædictis. Remanſerunt igitur libræ. 29. onz. 7. ex quibus capio 20. qui ſunt decima pars de 200. & ita capio etiam decimam partem valoris 200. librarum qui proximè deſcriptus eſt & fuit lib. 25. ſ. 10. d. $8\frac{1}{5}$ & erit erit eius decima pars lib. 2. ſ. 11. d. $\frac{4}{5}\frac{1}{50}$. deinde quia remanſerunt libræ 7. onz. 7. capio libras 5. & ſunt quarta pars de lib. 20. & ita capio etiam quartam partem pretij librarum 20. proximè poſiti quod fuit lib. 2. ſ. 11. d. $\frac{4}{5}\frac{1}{50}$ & erit eius quarta pars ſ. 12. d. $9\frac{1}{5}\frac{1}{200}$ remanſerunt igitur libræ 2. onz. 7. quæ ſunt plus quam medietas de lib. 5. proximè acceptarum; capio igitur lib. 2. onz. 6. & ſunt medietas lib. 5. proximè acceptarum, quare capio etiam dimidium pretij 5. librarum & erit ſ. 6. d. $4\frac{3}{5}\frac{1}{400}$. remanſit onz. 1. tantùm & eſt trigeſima pars de lib. 2. onz. 6. vnde capiam trigeſimam partem pretij proxime aſſignati lib. 2. onz. 6. & erit d. $2\frac{8}{15}\frac{1}{50}\frac{1}{12000}$ iunge etiam hæc ſimul & primò fractos ſed ſunt aliqui qui non curant eos, ſed ſi vis cape maiorem denominationem & ſemper diuide eam per reliquos denominatores, & multiplica per numeratorem fiet igitur ſumma fractorum 34571. & ſunt denarij 2. & $\frac{10571}{12000}$ ſuppone igitur 2. ad reliquos & erit ſumma vt vides lib. 603. ſ. 11. d. $5\frac{10571}{12000}$. Et hæc ratio eſt longè facilior primâ & ſecurior quia homo videt operationem per partes & mihi placet facere vtamque.

Tertius modus eſt per regulas ſupraſcriptas dicendo ſic milliare valet lib. 127. ſ. 13. d. 5. igitur libræ 4000. valent lib. 510. ſ. 13. d. 8. deinde dices igitur 100. libræ valent decimam partem de lib. 127. ſ. 13. d. 5. & ſunt libræ 12. ſ. 15. d. $4\frac{1}{10}$ & quia ſunt libræ 700. ſupra 4000. fient libræ

lib. 167. ſ. 13. d. 5. | lib. 4727. onz. 7.

4000.	510.	13.	8.
700.	89.	7.	$4\frac{7}{10}$
27.	3.	8.	$11\frac{307}{1000}$
onz. 7.		8.	$5\frac{10487}{12000}$
			$\frac{22571}{12000}$
			$\frac{10671}{12000}$
lib. 603.	ſ. 11.	d. 5.	$\frac{10571}{12000}$

12. ſ. 15. d. $4\frac{1}{10}$ multiplicandæ per 7. fiunt lib. 89. ſ. 7. d. $4\frac{7}{10}$ deinde quia 100. libræ valent lib. 12. ſ. 15. d. $4\frac{1}{10}$ igitur per vigeſimamoctauam & vigeſimam ſextam regulam libra valet ſ. 2. d. $11\frac{307}{1000}$ multiplica in 27. fiunt lib. 3. ſ. 8. d. $11\frac{307}{1000}$ & quia libra valet ſ. 2. d. $6\frac{641}{1000}$ igitur vntia valet d. $2\frac{6541}{12000}$ per vigeſimam quintam regulam: multiplica per 7. nam tot vntiæ ſupererant fiet valor vnt. 7. ſ. 1. d. $5\frac{10487}{12000}$ manifeſtum eſt quod hic modus eſt etiam bonus & breuis, vnde facta ſumma prouenit idem.

Modus multiplicandi per crucetam valens in pluribus maximè vbi litteræ multiplicatoris & multiplicandi ſint pares ſic fit, multiplica primò litteras primas à dextra videlicet 7. in 9. fit 63. depone 1. & ſerua 6. deinde multiplica 7. in 7. fit 49. & 9. in 5. fit 45. iunge fit 94. adde 6. fit 100. multiplica 4. in 3. fit 12. adde ad 100. fit 112. depone 2. vltimam litteram & ſerua 11. deinde multiplica 7. in 3. fit 21. & 2. in 9. fit 18. iunge fiunt 39. adde 11. fit 50. multiplica etiam 3. in 7. fit 21. & 4. in 5. fit 20. totum eſt 41. adde ad 60. fit 91. depone 1. & ſerua 9. deinde multiplica 3. in 3. fit 9. & 4. in 2. fit 8. iunge fiunt 17. ad 9. prius ſeruatos fiunt 26. deinde multiplica 5. in 7. fit 35. adde ad 26. fiunt 61. depone 1. & ſerua 6. deinde multiplica 5. in 3. fiunt 15. & 2. in 7. fiunt 14. iunge cum 6. prius ſeruatis fiunt 35. depone 5. & ſerua 3. vltimo multiplica 3. in 2. extremas litteras à ſiniſtra fiunt 6. adde ad 3. fiunt 9. depone 9. & eſt perfecta. Bonum autem eſt ſcire multiplicare vſque ad 20. memoriter & pro hoc feci in fine hunc libellum vt homo nullius alterius auxilio indigeat nam in 20. comprehenduntur libræ & ſolidi & reliqua neceſſaria.

3749.
2537.

9511123.

0	0	0	0	13	0
0	1	0	0	14	0
0	2	0	0	15	0
0	3	0	0	16	0
0	4	0	0	17	0
0	5	0	0	81	0
0	6	0	0	19	0
0	7	0	0	20	0
0	8	0			
0	9	0	1	0	0
0	10	0	1	1	1
0	11	0	1	2	2
0	12	0	1	3	3

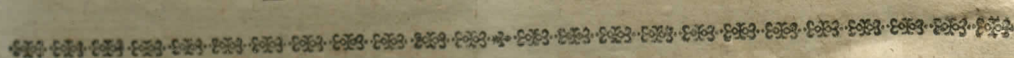
1	4	4
1	5	5
1	6	6
1	7	7
1	8	8
1	9	9
1	10	10
1	11	11
1	12	12
1	13	13
1	14	14
1	15	15
1	16	16
1	17	17
1	18	18
1	19	19
1	20	20
2	0	0
2	1	2
2	2	4
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
2	10	20
2	11	22
2	12	24
2	13	26
2	14	28
2	15	30
2	16	32
2	17	34
2	18	36
2	19	38
2	20	40
3	0	0
3	1	3
3	2	6
3	3	9
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27
3	10	30
3	11	33
3	12	36
3	13	39
3	14	42
3	15	45
3	16	48
3	17	51
3	18	54
3	19	57
3	20	60
4	0	0
4	1	4
4	2	8
4	3	12
4	4	16
4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
4	10	40
4	11	44
4	12	48
4	13	52
4	14	56
4	15	60
4	16	64
4	17	68
4	18	72
4	19	76
4	20	80
5	0	0
5	1	5
5	2	10
5	3	15
5	4	20
5	5	25
5	6	30
5	7	35
5	8	40
5	9	45
5	10	50
5	11	55
5	12	60
5	13	65
5	14	70
5	15	75
5	16	80
5	17	85
5	18	90
5	19	95
5	20	100
6	0	0
6	1	6
6	2	12
6	3	18
6	4	24
6	5	30
6	6	36
6	7	42
6	8	48
6	9	54
6	10	60
6	11	66
6	12	72
6	13	78
6	14	84
6	15	90
6	16	96
6	17	102
6	18	108
6	19	114
6	20	120
7	0	0
7	1	7
7	2	14
7	3	21
7	4	28
7	5	35
7	6	42
7	7	49
7	8	56
7	9	63
7	10	70
7	11	77
7	12	84
7	13	91
7	14	98
7	15	105
7	16	112
7	17	119
7	18	126
7	19	133
7	20	140
8	0	0
8	1	8
8	2	16
8	3	24
8	4	32
8	5	40
8	6	48
8	7	56
8	8	64
8	9	72
8	10	80
8	11	88
8	12	96
8	13	104
8	14	112
8	15	120
8	16	128
8	17	136
8	18	144
8	19	152
8	20	160
9	0	0
9	1	9
9	2	18
9	3	27
9	4	36
9	5	45
9	6	54
9	7	63
9	8	72
9	9	81
9	10	90
9	11	99
9	12	108
9	13	117
9	14	126
9	15	135
9	16	144
9	17	153
9	18	162
9	19	171
9	20	180
10	0	0
10	1	10
10	2	20
10	3	30
10	4	40
10	5	50
10	6	60
10	7	70
10	8	80
10	9	90
10	10	100
10	11	110
20	12	120
10	13	130
10	14	140
10	15	150
10	16	160
10	17	170
10	18	180
10	19	190
10	20	200
11	0	0
11	1	11
11	2	22
11	3	33
11	4	44
11	5	55
11	6	66
11	7	77
11	8	88
11	9	99
11	10	110
11	11	121
11	12	132
11	13	143
11	14	154
11	15	165
11	16	176
11	17	187
11	18	198
11	19	209
11	20	220
12	0	0
12	1	12
12	2	24
12	3	36
12	4	48
12	5	60
12	6	72
12	7	84
12	8	96
12	9	108
12	10	120
12	11	132
12	12	144
12	13	156
12	14	168
12	15	180
12	16	192
12	17	204
12	18	216
12	19	228
12	20	240
13	0	0
13	1	13
13	2	26
13	3	39
13	4	52
13	5	65
13	6	78
13	7	91
13	8	104
13	9	117
13	10	130
13	11	143
13	12	156
13	13	169
13	14	182
13	15	195
13	16	208
13	17	221
13	18	234
13	19	247

13	20	260
14	0	0
14	1	14
14	2	28
14	3	42
14	4	56
14	5	70
14	6	84
14	7	98
14	8	112
14	9	126
14	10	140
14	11	154
14	12	168
14	13	182
14	14	196
14	15	210
14	16	224
14	17	238
14	18	252
14	19	266
14	20	280
15	0	0
15	1	15
15	2	30
15	3	45
15	4	60
15	5	75
15	6	90
15	7	105
15	8	120
15	9	135
15	10	150
15	11	165
15	12	180
15	13	195
15	14	210
15	15	225
15	16	240
15	17	255
15	18	270
15	19	285
15	20	300
16	0	0
16	1	16
16	2	32
16	3	48
16	4	64
16	5	80
16	6	96
16	7	112
16	8	128
16	9	144
16	10	160
16	11	176
16	12	192
16	13	208
16	14	224
16	15	240
16	16	256
16	17	272
16	18	288
16	19	304
16	20	320
17	0	0
17	1	17
17	2	34
17	3	51
17	4	68
17	5	85
17	6	102
17	7	119
17	8	136
17	9	153
17	10	170
17	11	187
17	12	204
17	13	221
17	14	238
17	15	255
17	16	272
17	17	289
17	18	306
17	19	323
17	20	340
18	0	0
18	1	18
18	2	36
18	3	54
18	4	72
18	5	90
18	6	108
18	7	126
18	8	144
18	9	162
18	10	180
18	11	198
18	12	216
18	13	234
18	14	252
18	15	270
18	16	288
18	17	306
18	18	324
18	19	342
18	20	360
19	0	0
19	1	19
19	2	38
19	3	57
19	4	76
19	5	95
19	6	114
19	7	133
19	8	152
19	9	171
19	10	190
19	11	209
19	12	228
19	13	247
19	14	266
19	15	285
19	16	304
19	17	323
19	18	342
19	19	361
19	20	380
20	0	0
20	1	20
20	2	40
20	3	60
20	4	80
20	5	100
20	6	120
20	7	140
20	8	160
20	9	180
20	10	200
20	11	220
20	12	240
20	13	260
20	14	280
20	15	300
20	16	320
20	17	340
20	18	360
20	19	380
20	20	400

Potes etiam si vis diuidere per hanc Tabulam quærendo diuidendum in tabula diuisoris quod est in directo erit exiens.



HIERONYMI CARDANI, ARTIS MAGNÆ, SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS, LIBER VNVS.



ANDREÆ OSIANDRO viro eruditiss. S. P. D.



NIHIL tam animo vnquam versaui, Andrea doctiss. quàm vt eorum, qui de bonis litteris bene merentur, nomina posteritati commendarem. Tum verò præcipuam quandam diligentiam adieci, si tales cum eruditione humanitatem coniunxissent. Quamobrem cùm te non solùm Hebræarum, Græcarum ac Latinarum litterarum scientiam haud mediocrem, sed etiam Mathemeticarum habere intelligam, humanissimum quoque semper expertus sim, visum est, hoc meum Opus nulli melius posse dedicari, quàm tibi, à quo possit & emendari, (si manus mea imperium mentis transgressa fefellisset) & legi cum voluptate, & intelligi, tum verò etiam cum authoritate commendari. Hoc exemplum, nisi fallor, & alij sequentur, ac opera sua, non nisi in ea quam tractant arte eruditis dedicabunt. Accipe ergo amoris erga te mei, & officij in me tui, tum præclaræ simul eruditionis tuæ perpetuum testimonium. Et quanquam tu talis sis, quem tua virtus omnibus notum faciat, tamen cum Alexander, & Cæsar, factis suis notissimi, aliorum monumentis inscribi desiderauerint, cumque Plato, qui mira illa per sese conderet, aliorum tamen scriptis laudari concupiuerit, spero meum hoc qualecunque officium tibi quoque non ingratum esse futurum, quòd & in his fortuna quædam dominetur, pereantque meliora sæpè seruatis deterioribus. Et sit modo de hoc qualecunque iudicium tuum, certum mihi tamen est,

est, officio meo me satisfacere debere. Atque vtinam contingat illustriore exemplo, animum meum erga omnes ostendere, qui eo animi candore sunt, quo te in studiosos nostri temporis fuisse semper agnoui. Sed dabitur forsan occasio melior, etsi non detur, hanc tamen, qualiscunque sit, periisse mihi nolim. Vale. 5. Idus Ianuarias, M. D. XLV. Papiæ.

LECTORI.



ABES in hoc libro, studiose Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Cossa vocant) nouis adinuentionibus, ac demonstrationibus ab Authore ita locupletatas, vt pro pauculis antea vulgò tritis, iam septuaginta euaserint. Neque solùm, vbi vnus numerus alteri, aut duo vni, verumetiam, vbi duo duobus, aut tres vni æquales fuerint, modum explicant. Hunc autem librum ideò de nouo edere placuit, partim vt hoc abstrusissimo, & planè inexhausto totius Arithmeticæ thesauro in lucem eruto, & quasi in theatro quodam omnibus ad spectandum opposito, Lectores incitarentur, vt reliquos Operis Perfecti libros, tanto auidiùs amplectantur, ac minore fastidio perdiscant: partim quia ab Authore recens diligenter recognitus & auctus sit.

CAPVT PRIMVM.

De duabus æquationibus in singulis capitulis.

1 HÆc Ars olim à Mahomete, Mosis Arabis filio initium sumpsit. Etenim huius rei locuples testis Leonartus Pisanus. Reliquit autem capitula quatuor, cum suis demonstrationibus, quas nos locis suis ascribemus. Post multa verò temporum interualla, tria capitula deriuatiua addita illis sunt, incerto authore quæ tamen cum principalibus, à Luca Pacciolo posita sunt. Demum etiam ex primis, alia tria deriuatiua, à quodam ignoto viro inuenta legi, hæc tamen minime in lucem prodierant, cum essent alijs longe utiliora nam cubi & numeri & cubi quadrati æstimationem docebant. Verùm temporibus nostris, Scipio Ferreus Bononiensis, capitulum cubi & rerum numero æqualium inuenit, rem sanè pulchram & admirabilem. Cum omnem humanam subtilitatem, omnis ingenij mortalis claritatem ars hæc superet, donum profectò cœleste, experimentum autem virtutis animorum, atque adeò illistre, ut qui hæc attigerit, nihil non intelligere posse se credat. Huius æmulatione Nicolaus Tartalea Brixellensis, amicus noster, cum in certamen cum jllius discipulo Antonio Maria Florido venisset, capitulum idem, ne vinceretur, inuenit, qui mihi ipsum multis precibus exoratus tradidit. Deceptus enim ego verbis Lucæ Paccioli, qui ultra sua capitula, generale ullum aliud esse posse negat (quanquam tot iam antea rebus à me inuentis, sub manibus esset) desperabam tamen inuenire, quod quærere non audebam. Inde autem, illo habito, demonstrationem venatus, intellexi complura alia posse haberi. Ac eo studio, auctaque iam confidentia, per me partim, ac etiam aliqua per Ludouicum Ferrarium, olim alumnum nostrum, inueni. Porrò quæ ab his inuenta sunt, illorum nominibus decorabuntur, cætera, quæ nomine carent, nostra sunt. At etiam demonstrationes, preter tres Mahometis, & duas Ludouici, omnes nostræ sunt, singulæque capitibus suis præponentur, inde regula addita, subijcietur experimentum. Et quanquã longus sermo de his haberi posset, ac longa capitulorum series subiungi, finem tamen exquisitæ considerationi in cubo faciemus, cætera, etiam si generaliter, quasi tamen per transennam tractantes, namque cùm positio lineam, quadratum superficiem, cubus corpus solidum referat, næ utique stultum fuerit, nos ultrà progredi, quò naturæ non licet. Itaque satis perfectè docuisse videbitur, qui omnia, quæ usque ad cubum sunt, tradiderit, reliqua quæ adijcimus, quasi coacti aut incitati, non ultra tradimus. In omnibus autem præcedentium, ac maxime librorum tertij ac quarti, meminisse operæ precium fuerit, ne vel iterum tradendo nugax efficiar, aut obscurior prætermittendo.

Iam enim docuisse nos meminimus, quæ sint impares, aut pares denominationes. 2 Namque quadratum, & quadratum quadrati, cubumque quadrati, ac deinceps una semper intermissa pares, rem autem seu positionem, cubum, primum ac secundum Relatum, impares vocamus denominationes. At vero quòd tam ex 3. quàm ex m. 3. fit 9. quoniam minus in minus ductum producit plus. At in imparibus denominationibus eadem seruatur natura: seu quòd dicimus debitum, expositione ulla numeri veri produci potest, iam meminisse oportet dilucidius explicatum.

Si igitur par denominatio, numero æqua- 3

lis

lis sit, rei æstimatio duplex est, m̄. & p̄. alteraque alteri æqualis, velut, si quadratum æquetur 9. res est 3. vel 3. m̄. & si æquetur 16. res est 4. vel m̄. 4. & si quadratum quadrati æquetur 81. rei æstimatio est 3. vel m̄. 3. Componere autem pares denominationes non est admodum necessarium, quia quadrati quadratum ad deriuatiua capitula pertinet, verum si diligenter hæc, quæ scribam, animaduerteris, cum hac regula etiam voto tuo satisfacies, nam cum quadratum & quadrati quadratum numero æquantur, eadem erit ratio quæ in simplici, duplex æquatio scilicet, altera p̄. altera m̄. inuicemque æquales, velut 1. quadrati quadratum p̄. 3. quadratis æquantur 28. positio valet 2. vel 2. m̄. At vero, si quadrati quadratum & numerus, æqualia sint quadratis, demonstrabimus sanè cap. 8. duas esse rei æstimationes veri numeri, totidem autem habebit per m̄. singulas singulis correspondentibus æquales, velut si dicam 1. quadrati quadratum p̄. 12. æquatur 7. quadratis, positionis æstimatio est, vel 2. vel m̄. 2. vel ℞. 3. vel m̄. ℞. 3. & sic sunt quatuor æquationes. Quòd si caruerit æstimatione vera, carebit etiam ea, quæ est per m̄. velut 1 quadrati quadratum p̄. 12. æquatur 6. quadratis, quia non potest æquationem verā habere, carebit etiam ficta, sic enim vocamus eam, quæ debiti est seu minoris. At vero si quadrati quadratum numero & quadratis æquale sit, una semper est rei vera æstimatio, altera ei æqualis, ficta, vel per m̄. velut 1. quadrati quadratum æquatur 2. quadratis p̄. 80. rei æstimatio est 2. vel m̄. 2. Eadem igitur ratio in cæteris paribus omnibus denominationibus inter se, cum numero iunguntur, at hoc per depressionem quomodo fiat, in quarto libro plenè docuimus.

4 At imparium denominationum, una tantum æquatio vera est, nulla ficta, cum solæ numero comparantur, velut duæ res æquantur 16. æstimatio rei est 8. duo cubi æquantur 16. æstimatio rei est 2. semper autem numerus cui comparantur denominationes, in hoc capitulo verus, non fictus supponitur. Quid enim tam stultum, quàm fundamentum ipsum infirmare, quanquam tamen ratio opposita in oppositis esset obseruanda, eadem igitur est ratio, ubi plures denominationes numero comparantur, etiā si mille forent, una erit æstimatio rei vera, & nulla ficta, velut 1. cubus p̄. 6. positionibus, æquatur 20. rei æstimatio nulla est præter 2. neque vera neque ficta.

5 Cùm verò duæ denominationes cum numero comparantur, aut ambæ impares, & comparatio fiet ad extremam, vel ad mediam, (nam de ea quæ fit ad numerum, iam in præcedenti regula dictum est), vel altera impar, altera par, (nam de utraque pari in tertia regula generaliter diximus). Si igitur extrema denominatio, cubus scilicet, cum numero medię, id est positionibus comparetur, vide an ex duabus tertijs numeri rerum in radicem tertię partis eiusdem numeri fiat ducendo, numerus propositus aut maior, aut minor, si igitur fiat numerus propositus ad vnguem, ęstimatio rei est duplex, & una vera, scilicet ℞. ipsa, quæ ducta est. Exemplum, cubus p̄. 16. æquatur 12. positionibus, ducto igitur 8. qui est $\frac{2}{3}$ de 12. numero rerum in 2. radicem 4. qui est $\frac{1}{3}$ numeri rerum, fit 16. numerus æquationis propositus, æstimatio igitur est 2. radix 4. & alia est æstimatio ficta, & est correspondens verę, cubi ęqualis eisdem rebus, & eidem numero, ut in exemplo, si cubus ęquatur 12. rebus p̄. 16. numero, vera ęstimatio est 4. igitur si cubus p̄. 16. ęquatur 12. positionibus, ęstimatio rei est m̄. 4. nam 12. res sunt m̄. 48. & cubus m̄. 4. est m̄. 64. cui addito 16. fit m̄. 48. Qnod si productum ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum in ℞. tertię partis eiusdem numeri, superet numerum æquationis propositum, tunc capitulum habebit tres æquationes, duas veras, & tertiam fictam. Exemplum, 1. cubus p̄. 9. æquetur 12. rebus, una ęquationum vera est 3. alia ℞. $5\frac{1}{4}$ m̄. $1\frac{1}{2}$, tertia ficta ex his semper aggregatur, & respondet ęstimationi cubi æqualis eisdem rebus & eidem numero verę, & est ℞. $5\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ & ita reliqua ficta, de qua diximus, in alio exemplo, aggregatur ex duabus veris, sed quia verę sunt inuicem æquales, ideo ficta semper dupla est verę. Manifestum est igitur, quòd falsę æquationes seu fictę, capituli cubi & numeri æqualium rebus, respondent ęquationibus veris capituli cubi æqualis rebus & numero, ubi res & numerus sint idem. At verò ubi ex tali multiplicatione ℞. tertię partis numeri rerum, in duas tettias eiusdem numeri fiat minus numero proposito, tunc nulla erit ęquatio vera sed una ficta, ęqualis verę capituli cubi ęqualis totidem rebus & eidem numero, velut 1. cubus p̄. 21. æquatur 2. rebus, quanquam careat vera ęquatione, ficta tamen est m̄. 3. & hæc est ęstimatio vera cubi æqualis duabus rebus ac numero viginiti uno.

Ex his non difficile est venari, quot ęquationes habeat capitulum cubi æqualis rebus & numero. Si igitur ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum in radicem tertiæ partis eiusdem, fit numerus propositus, capitulum habet duas ęquationes, veram æqualem fictę præcedentis regulæ, & fictam æqualem verę, ideo vera est dupla fictæ, quia ibidem ficta est dupla veræ, ut 1. cubus æquatur 12. rebus & 16. numero, æquatio vera est 4. & ficta est m̄. 2. quia si 1. cubus p̄. 16. æquatur 12. positionibus, æstimatio vera est 2. & ficta m̄. 4. Quod si ex dicta multiplicatione proueniat plus numero æquationis, æstimatio vera erit vna respondens falsę præcedentis regulę, & falsa duplex, vtraque respondens veræ pręcedentis regulę, ut si cubus æquetur 12. positionibus p̄. 9. æstimatio falsa vtraque est ℞. $5\frac{1}{4}$ m̄. $1\frac{1}{2}$ m̄. & 3. m̄. & vera est ℞. $5\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ & ita vides, qualiter falsæ veris, & verę falsis sibi inuicem respondent, ex ambabus autem falsis conflatur vera, nam ex ℞. $5\frac{1}{4}$ m̄. $1\frac{1}{2}$ & 3. fit ℞. $5\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$. Quod si ex tali producto fiat minus numero æquationis, æstimatio est una tantum, & vera, sicut in precedenti regula est una tantum & ficta, velut si cubus æqualis sit duabus rebus & 21. numero, æquatio est 3. sicut in cubo p̄. 6

21. æquali duabus rebus æstimatio ficta est m̃. 3.

7 In capitulis autem in quibus æquantur inuicē numerus & denominatio par & impar, aut par est extrema, vt quando quadratum & positio & numerus æquantur inuicē, aut denominatio extrema est impar, ut quando cubus & quadratum æquantur numero, si igitur quadratum æquatur positionibus & numero, habebit duas æquationes, unam veram æqualem fictæ, capituli quadrati & rerum earundem æqualium eidem numero, & aliam fictam æqualem veræ alterius capituli. Exemplum, si quadratum & 4. positiones æquentur 21. æstimatio vera est 3. & ficta m̃. 7. & si quadratum æquatur 4. positionibus, & 21. æstimatio vera est 7. & ficta m̃. 3. ideo habitis veris, mutuò habentur fictæ, quemadmodum in præcedenti regula, sed diuerso modo, nam hic extrema extremis, ibi media extremis comparantur. Nam ibi capitulum cubi & numeri æqualis rebus, comparatur capitulo cubi æqualis rebus & numero, hic capitulum quadrati & rerum æqualium numero, comparatur capitulo quadrati æqualis rebus & numero. At quando quadratum & numerus æquantur rebus, & casus est possibilis, tunc sunt duæ solutiones veræ, vt dicendo quadratum p̃. 12. æquatur 7. positionibus, positio potest esse 4. vel etiam 3. nam in vtroque verificatur, nisi quando numerus est æqualis quadrato dimidij numeri radicum, nam tunc solum est vna æquatio, scilicet dimidium numeri ipsarum radicum. In hoc autem capitulo nunquam potest esse solutio ficta, nec æquatio per minus, sed vbi est solutio per verum numerum, est duplex, vbi caret solutione verâ, non tamen magis potest solui per æquationem fictam.

8 Si verò æquatio quæratur in capitulis cubi, quadratorum & numeri, tunc si cubus æquatur quadratis & numero, tunc est vna tantùm solutio vera: velut si dicam, cubus æquatur tribus quadratis p̃. 16. res valet 4. & non potest alia inueniri.

Notandum. Notandvm, quod in omnibus capitulis in quibus est vna tantùm solutio, æquatio est facilior inuentu, & nitidior, velut in capitulo cubi & rerum æqualium numero, & cubi æqualis quadrato & numero, & in capitulo cubi æqualis rebus & numero, vbi productio illa ex $\frac{2}{3}$ numeri in ℞. tertiæ partis est minor numero. Idem dico, vbi cubus cum numero æquatur rebus, & non potest haberi nisi ficta æquatio, reliquæ autem in quibus multiplex est æstimatio rei, sunt difficiliores & confusæ.

Si igitur cubus & quadratum æquantur numero, tunc æstimatio rei est vna tantùm per plus, vbi ex $\frac{1}{3}$ numeri quadrati in quadratum duarum tertiarum eiusdem numeri fiat minus numero æquationis, & hæc æstimatio eadem est fictæ, correspondenti capitulo cubi & numeri æqualium quadratis sub eadem quantitate. Exemplum. Cubus & tria quadrata æquantur 20. tunc quia ex 1. tertia parte numeri quadratorum, in 4. quadratum duarum tertiarum fit minus quàm 20. dico quòd non est nisi vna æquatio, & res valent 2. & hæc est æstimatio per m̃. cubi p̃. 20. æqualis tribus quadratis. Vbi verò ex ea multiplicatione talis numerus possit produci, erit vna æstimatio vera, & duę fictæ, & vera correspōdebit fictæ alterius capituli, & rursus fictæ veris. Exemplū, Si dico, cubus & 11. quadrata æquantur 72. res est ℞. 40. m̃. 4. pro vera æstimatione, sed pro ficta est 3. m̃. vel ℞. 40. p̃. 4. m̃. Et si cubus cum 72. æqualis sit 11. quadratis, æstimationes veræ sunt 3. vel ℞. 40. p̃. 4. & ficta est ℞. 40. m̃. 4. m̃. Ideo quærendo fictam semper quærimus veram, & correspondentem alterius capituli.

Notum est autem ex hoc, quòd capitula quædam habent duas, quædam vnam æstimationem, & quando habet tres, in vna parte capituli, habent postmodum vnam tantùm in reliqua, velut capitulum cubi æqualis rebus & numero in parte inferiore, & capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, & capitulum cubi & numeri æqualium quadratis aut rebus, nam in vna parte habent tres æquationes, in alia vnam tantùm, & similiter capitulum quadr. quadrati, & numeri æqualium quadrato in vna parte habet quatuor æquationes, in alia postmodum nullam. Quædam verò habent duas per totum, vt capitulum quadrati & rerum æqualium numero, aut capitulum quadrati æqualis rebus & numero: quæ verò habent vnam, sunt, vt capitulum cubi & rerum æqualium numero, & capitulum quadrati & numeri æqualium rebus, quod habet duas æquationes in vna parte, in alia postmodum nullam. *Notandum.*

Et scias, quod æquationes capitulorum, cubi & quadratorum æqualium numero, item cubi & numeri æqualium quadratis, sic se habent, quod differentia æquationum verarum & fictarum semper est numerus quadratorum, velut, si cubus & 72. æquantur 11. quadratis, æquatio ficta est ℞. 40. m̃. 4. veræ sunt ℞. 40. p̃. 4. & 3. differentia, ℞. 40. m̃. 4. & 7. p̃. ℞. 40. est 11. numerus quadratorum, & ita, si cubus & 11. quadrata æquentur 72. numero.

In his autem capitulis, quæ duplici denominatione, impari & vnâ pari ac numero constant, si cubus & res, æquales sint, quadratis & numero, æquationes possunt esse tres, & omnes veræ, & nulla ficta, quia vt dictum est, minus cùm ad solidum deducitur, fit minus, & ita minus æquale esset plus, quod esse non potest. 9

Vbi verò cubus, quadratum & res, æquales sint numero, tunc tres etiam erunt æquationes, altera p̃. duæ m̃. & hoc, si sub eisdem denominationibus quadrata æquari possunt rebus numero & cubo, & æquationes veræ hic, sunt fictę in illo exemplo, 1 cubus p̃. 6. quadratis, p̃. 3. rebus, æquatur 8. tunc rei vera æstimatio habetur ex capitulo suo, deinde habet ęstimationes fictas capituli, 1. cubus p̃. 3. rebus p̃. 18. æqualium 6. quadratis, & vna earum est 3. alia ℞. 8$\frac{1}{4}$ p̃. 1$\frac{1}{2}$, igitur m̃. 3. vel m̃. ℞. 8$\frac{1}{4}$ p̃. 1$\frac{1}{2}$ est æstimatio ficta, 1. cubi p̃. 6. quadratis

dratis p̃. 3. positionibus æqualium 18. & cum hoc est etiam tertia æquatio vera.

Ex hoc habentur tres æquationes capituli, cubi, rerum, & numeri æqualium quadratis, vbi æquatio possibilis, cognoscitur autem hoc ex suis capitulis, earum igitur duæ veræ sunt & æquales, vt dictum est, æquationibus capituli totidem quadratorum & rerum & cubi æqualium numero eidem, vt in exemplo dicto, tertia autem veræ respondet alterius capituli, & est ficta, ideo æquatio capituli 1. cubi p̃. 6. quadrati p̃. 3. positionibus, vera est æquatio per m̃. capituli, 1. cubi p̃. 3. rebus p̃. 18. æqualium 6. quadratis. At vbi quadratorum numerus minor sit quàm vt possit æquari cubo rebus & numero, tunc vna est æquatio vera, nulla ficta, at in capitulo quadratorum æqualium cubo rebus & numero vna ficta, nulla vera, velut dicendo, 1. cub. p̃. 1. quadrato p̃. 2. rebus æquantur 16. rei vera æstimatio est 2. & hæc est ficta æquatio cubi & duarum rerum & 16. æqualium 1. quadrato. Manifestum igitur est, capitula cubi quadratorum, rerum, æqualium numero: etiam cubi rerum & numeri, æqualium quadratis inuicem sibi respondere.

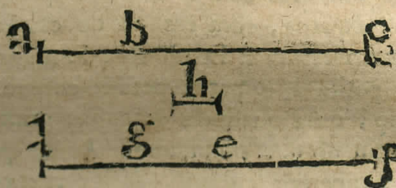
10 Pariter capitulum cubi, æqualis quadratis, rebus, & numero, respondet capitulo, cubi, quadratorum & numeri, æqualium rebus, ideoque vbi res admodum paucæ sunt, est æquatio vna ficta, æqualis veræ correspondenti alterius capituli cubi æqualis totidem quadratis rebus & numero. Exemplum, Si cubus æqualis sit 2. quadratis 1. positioni 6. numero, res valet 3. nec plus aut minus, quia si cubus & 2. quadrata & 6. numerus, æquantur vni positioni, nulla potest æquatio vera esse, sed ficta erit m̃. 3. quæ erat vera in alio capitulo. Quod si res tot sint, vt capitulum cubi, quadratorum, numeri, æqualium rebus, possit habere æquationem veram, tunc æquatio vera duplex erit, & vna ficta, correspondentes duabus fictis, & vni veræ alterius capituli. Exemplum, Si cubus & 3. quadrata & 6. numerus, æquales sint 20. rebus, duæ erunt æquationes veræ, scilicet 3. & R̸. 11. m̃. 3. & vna ficta, scilicet R̸. 11. p̃. 3. m̃. Igitur æstimatio cubi, æqualis 3. quadratis, 20. rebus, 6. numero, vera est, R̸. 11. p̃. 3. & duæ fictæ erunt, 3. m̃. & R̸. 11. m̃. 3. m̃.

11 Eadem ratione capitula cubi & quadratorum æqualium rebus & numero, & cubi ac numeri æqualium quadratis & rebus, sibi inuicem respondent. Vbi igitur capitulum cubi & numeri æqualium rebus & quadratis non habet æquationem veram, habebit vnam tantùm fictam, æqualem veræ alterius capituli. Exemplum, 1. cubus p̃. 72. æquatur 6. quadratis p̃. 3. rebus, rei ficta æstimatio est, m̃. 3. rebus, rei ficta æstimatio est, m̃. 3. & hæc est vera, vnius cubi & 9. quadratorum æqualium 3. rebus & 72. Et sicut capitulum 1. cubi p̃. 72. æqualium 6. quadratis p̃. 3. rebus, caret verâ æstimatione, sic capitulum 1. cubi p̃. 6. quadratis æqualium 3. rebus p̃. 72. caret ficta: at vbi capitulum cubi & numeri æqualium quadratis & rebus habet veram æstimationem, habebit duplicem, & vnam fictam, correspondentes duabus fictis, & vni veræ alterius capituli. Exemplum, cubus p̃. 4. æqualis sit 3. quadratis p̃. 5. rebus, tunc veræ æstimationes sunt 4. vel R̸. $1\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$, ficta vero est, R̸. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ m̃. & hæc est vera æstimatio capituli cubi & 3. quadratorum æqualium 5. rebus & 4. numero, & reliquæ duæ, scilicet 4. & R̸. $1\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ sunt m̃. in eodem casu & fictæ.

Est etiam manifestum, quod si quadrati 12
quadrata & res & numerus comparentur, regula septima in eis ad vnguem locum habebit, sicut in quadrato rebus & numero, conferendo capitula capitulis, eadem ratio in reliquis deriuatiuis.

DEMONSTRATIO.

Et iam opportunum est, vt ostendamus 13
hæc demonstratione, quod etiam in toto hoc libro facturi sumus, vt rebus tam admirabilibus, vltra experientiam, fidei ratio

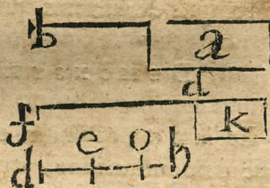


accedat. Sit igitur gratia exempli, a. b. cubus, cum b.c. numero æqualis d.e. quadratis cum e.f. rebus, & sit h. æstimatio vera, quia igitur ex supposito, a. c. æquatur d. f. fiat d. g. æqualis a. b. quia igitur d. e. superat a. b. in g. e. & b. c. est æqualis g. f. ex communi animi sententia, erit b. c. maior f. e. in g. e. & qualis excessus d. e. super a. b. talis b. c. super e. f. Ponatur igitur h. minus, & ficta æquatio, erit igitur a. b. & e. f. m̃. sed d. e. & b. c. remanent p̃. quia igitur differentia a. b. & d. e. est g. e. & differentia b. c. & e. f. est etiam g. e. & tantum est detrahere a. b. ex d. e. & e. f. ex b. c. quantum addere eas tanquam m̃. sequitur quod posita æstimatione positionis, m̃. h. quod a. b. cum d. e. æquatur b. c. cum e. f. vtrumque enim aggregatum est residuum g. e. igitur cubus cum quadratis, æquatur rebus & numero eodem modo, & rei æstimatio est m̃. h. quantum scilicet in alia æquatione fuit idem in aliis.

Sequitur etiam, quod aggregatum partium in vno, est æquale differentiæ mutuæ in reliquo: velut si dicam, cubus & 10. æquantur 6. quadratis & 8. rebus, & æstimatio in hoc capitulo sit vera, erit in capitulo cubi & 6. quadratorum æqualium 8. rebus & 10. numero in ficta æstimatione, aggregatum ex cubo & 6. censibus, æquale differentiæ cubi & 6. censuum in vera æstimatione, vel 10. & 8. rerum in eadem vera æstimatione, & tantum erit aggregatum 8. rerum & numeri in ficta æquatione.

Et cùm fuerint numerus & extrema de- 14
nominatio æqualia, mediæ aut mediis duabus aut quotquot, habebit capitulum duas æstimationes. Nam cùm sub aliquo numero

mediæ possint excedere extremas, vt 100. quad. 1. cu. p̄. sit a. b. rei æstimatio. Cùm igitur contingat æqualem fieri 1. cubi centum quadratis diminuta æstimatione & stante numero vt sit a. c. vel aucto cubo, & sic augebitur æstimatio, vt sit a. d. igitur 100. quoad æqualia 1. cu. p̄. 1. habent duas æstimationes. Et pariter si fuerint denominationes mediæ plures, etiam si centum forent, quia subeunt rationem vnius, quoniam æstimatione mutata omnes pariter denominationes mediæ augentur aut diminuuntur. Sed si extremæ denominationes inuicem æquales sint cum mediis alternatis, vt cubus & res sint æquales quadratis & numero, dico



quòd poterunt esse tres æstimationes. Sic enim a. numerus cum b. numero quadratorum, æqualis, cùm res est de cubo k. & numero rerum f. Et ponatur F. magna, igitur posita d. e. parua poterit consistere æquatio, quia quadrata & cubus minora redduntur ob d. e. paruitatem. At si quadrata exuperent cubum, & res iuxta ea quæ dicta sunt, habebunt æquationes duas, vel aucta propter cubi magnitudinem, vel diminuta ob incrementum rerum igitur erunt tres.

Caput II.

De numero omnium Capitulorum.

1 AT capitula, quæ generaliter scire conuenit, vsque ad solidum extenduntur cubum, simplicia verò, quoniam vnius sunt generis, in vnum contraximus, quanquam ipsum vsque in infinitum extendatur. Quæ verò cum numero quadratum & positionem habent, tria sunt, & quamuis duas sortiatur æstimationes vnum eorum, quia tamen simul illæ coniunctæ sunt, tria tantùm dicemus esse capitula. At verò cubi & rerũ & numeri tria, verùm cùm vnum illorum duas habeat æquationes, in quatuor euadunt, totidem fiunt ex cubo quadratis & numero, iam igitur duodecim. At cubi quadratorum positionum ac numeri, septem, in eorum autem quatuor geminæ æquationes, quare vndecim fient capitula omnia, igitur prima & generalia viginti tria, horum primo prætermisso, quodlibet deriuatiua duo sibi iungit, alterum quadrati, alterum cubi ratione, erunt igitur generalia deriuatiua quadraginta quatuor. Post hæc duo alia sunt ignotæ quantitatis, alterum cùm multiplicatur, alterum cùm sumitur. Est præterea vnum generale mediorum. Omnium igitur primorum notabilium numerus viginti sex, deriuatiuorum quadragintaquatuor, omnium collectio septuaginta. Post hæc autem plura alia etiam singularia adiecimus, sed eorum maior voluptas quàm necessitas, ea igitur non inter hæc numerabimus.

Horum autem necessitas sic colligitur, 2 cum lineæ superficiebus, aut superficies lineis cognoscuntur, quadratorum, positionum, ac numeri capitula opportuna sunt, at si ex latere Tetragonico aut Solido, capitulum simplex, cum vero trium ignota duo supponuntur, eaque ad superficies ac lineas pertinent, quantitatis ignotæ, & rei capitula exploranda erunt, atque ea simpliciter, si lineæ lineis comparantur, producta vero, cum superficiebus, at si lineis corpora comparanda, cubi rerum & numeri, sin autem superficierum & corporum & linearum ratio sit quærenda, capitula cubi quadratorum positionum & numeri sunt vtiliora. Porrò in his omnibus ad numerum semper comparatio fiet. Hæc ratio præcipua est, quanquam persæpe omnibus in vnoquoque horum vti necessarium sit, operæ precium tamen fuerit, singula hæc describere, deriuatiuáque suis adiungere primitiuis: sunt autem hæc,

Capitula primitiua carentia deriuatiuis.

Numerus æqualis rebus, vel numerus 1 æqualis quadratis, vel numerus æqualis cubis, vel numerus æqualis quadratis quadratorum, vel numerus æqualis nomini seu relato primo, ac ita deinceps comparando numerum cuicunque denominationi.

Numerus & quadrata æqualia rebus, vel 2 numerus & cubus æqualia rebus, vel numerus & cubus æqualia quadratis, vel numerus & quadrati quadrata æqualia rebus, vel numerus & quadrati quadrata æqualia quadrato, vel numerus & quadrati quadrata æqualia cubis, vel numerus & nomen primum æqualia rebus aut quadratis aut cubis & sic absque fine.

Numerus & positio, & ignota quantitas. 3

Numerus & quadratum positionis, ignota quantitas, seu numerus & quadratum 4 quantitatis ignotæ & positio, seu numerus cum quadrato positionis quantitatis ignotæ, seu numerus & productum ex positione in quantitatem ignotam, cum altera earum, vel cum quadrato vnius earum.

Capitula primitiua.

1 Numerus æqualis quadrato & rebus.
2 Numerus & res æqualia quadrato.
3 Numerus & quadratum æqualia rebus.

Capitula deriuatiua.

1 Numerus æqualis quad. quad. & quad.
2 Numerus æqualis cub. quad. & cub.
3 Numerus & quadrata æquales quadr. quad.
4 Numerus & cubus æquales cubis quadrat.
5 Numerus & quadratum quadrati æqualia quadrat.
6 Numerus & cubus quadrati æqualia cubis.

4 Nu-

4 Numerus æqualis cubo & rebus.	7 Numerus æqualis quad. & cubus quadr. 8 Numerus æqualis cub. & cubo cubi.
5 Numerus & res æqualia cubis.	9 Numerus & quadratum æqualia cubo quad. 10 Numerus & cubus æqualia cubo cubi.
6 Numerus & cubus æqualia rebus æqnatio prima.	11 Numerus & cubus quad. æqualia quad. æquat. pri. 12 Num. & cub. cubi æqualia cubo æquatio prima.
7 Numerus & cubus æqualia rebus æquatio secunda.	13 Num. & cubus quad. æqualia quad. æquat. secun. 14 Num. & cub. cubi æqualia cubo æquatio secunda.
8 Numerus æqualis quadrato & cubo.	15 Numerus æqualis quad. quad. & cub. quadrati. 16 Numerus æqualis cubo quadrati & cubo cubi.
9 Numerus & quadratum æqualia cubo.	17 Num. & quadratum quad. æqualia cubo quadrati. 18 Num. & cubus quadrati æqualia cubo cubi.
10 Numerus & cubus æqualia quadrato æquatio prima.	19 Num. & cub. quad. æqualia quad. qd. æquat. prim. 20 Num. & cub. cubi æqualia cubo quad. æqu. prima.
11 Numerus & cubus æqualia quadrato æquatio secunda.	21 Num. & cub. quad. æqu. quad. quad. æquat. sec. 22 Num. & cub. cubi æqual. cu. quad. æquat. secun.
12 Numerus æqualis rebus quadrato & cubo.	23 Num. æqualis quad. & quadrat. quad. & cub. quad. 24 Numerus æqualis cubo & cub. quad. & cub. cubi.
13 Numerus & res æqualia quadrato & cubo.	25 Num. & quad. æqualia quad. quad. & cub. quad. 26 Num. & cubus æqualia cubo quadrati & cub. cub.
14 Numerus & res & quadratum æqualia cubo.	27 Num. & quad. & quad. quad. æqualia cubo quadr. 28 Num. & cubus & cubus quadr. æqualia cubo cubi.
15 Numerus & quad. æqualia rebus & cub. æquatio prima.	29 Nu. & quad. quad. æqual. qd. & cu. quad. æquat. p. 30 Num. & cu. quad. æqual. cub. & cub. æquat. pri.
16 Numerus & quadr. æqualia rebus & cubo æqatio secunda.	31 Num. & quad. quad. æqu qd. & cu. qd. æquat. sec. 32 Num. & cub. quad. æqual cub. & cu. cu. æqu. sec.
17 Numerus & cubus æqualia rebus & quad. æquatio prima.	33 Num. & cub. quad. æqual. quad. qd. æquat. prim. 34 Num. & cub. cu. æqual. cu. & cub. quad. æqu. pri.
18 Numerus & cubus æqualia rebus & quad. æquat. secunda.	35 Nu. & cu. quad. æq. quad. & quad. qd. æquat. sec. 36 Nu. & cu. cu. æqual cu. & cu. quad. æquatio sec.
19 Numerus & res & cubus æqualia quadr. æquatio prima.	37 Nu. & quad. & cu. quad. æqual. quad. qd. æqu. pr. 38 Nu. & cub. & cub. cu. æqual. cu. quad. æquat. pri.
20 Numerus & res & cubus æquales quadr. æquatio secunda.	39 Nu. & quad. & cu. quad. æqual. qd. qd. æquat. sec. 40 Nu. & cu. & cu. cu. æqual. cu. quad. æquatio sec.
21 Numerus quad. & cubus æqualia rebus æquatio prima.	41 Nu. & quad. qd. & cub. qd. æqaul. qd. æquat. pri. 42 Nu. & cu. quad. & cu. cu. æqual. cu. æquatio pri.
22 Numerus & quadrat. & cubus æqualia rebus æquatio secun.	43 Nu. & quad. qd. & cu. quad. æqual. qd. æqua. sec. 44 Nu. & cu. quad. & cu. cu. æqual. cu. æquatio sec

CAPVT III.

De æquationibus capitulorum simplicium.

1 ÆSTIMATIO rei, est quantitas, in qua veritatem experimur propositorum in capitulo & quæstione. Exemplum est, cùm quis dixit, feci ex 10. duas partes, & duxi earum singulas in se, & fuit productorum differentia 60. quia igitur nescimus quæ quantitas sit maior aut minor, ponemus minorem esse rem ignotam, quam vocamus positionem, erit igitur pars maior

1. positio.	1. quadratum.
10. m̃. 1. posit.	1. quad. p̃. 100. m̃. 20. pos.

1. quadrat. p̃. 20. position. | 1. quad. p̃. 100.

60. p̃. 20. positionibus æqualia 100.

20. positiones æbuales 40.

residuum ad 10. scilicet 10. m̃. 1. positione, tunc sequemur quod est propositũ, & dumus partes in se, & fiet quadratũ minoris 1. quadratum & maioris 1. quadratũ p̃. 100. m̃. 20. positionibus, adde quod est m̃. alteri parti, fiet 1. quadratum p̃. 100. ex vna parte, & 1. quadratum p̃. 20. positionibus, horum differentia fuit 60. ex supposito, addemus igitur 60. minori parti, & tunc fient æquales 1. quadratum p̃. 100. & 1. quadratnm p̃. 20. positionibus, p̃. 60. abiiciemus 1. quadratum & 60. ex vtraque parte, remanebunt igitur 20. positiones æquales 40. quia si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur sunt æqualia, diuidendo igitur 40. per 20. numerum positionum, exibit 2. æstimetio positionis, in hoc itaque 2. veritatem propositæ quæstionis experimur, nam si eius quadratum quod est 4. ex 64. quadrato 8. residui 2. & 10. abiiciatur, relinquetur 60. propositus numerus. Est etiam verum de 2. quod proponitur in capitulo, scilicet quod quadratum eius quod est 4. cum 100. æquatur quadrato positionis, quod est iterum 4. & 20. positionibus, quæ sunt 40. & 60. simul iunctis, nam vtroque modo colliguntur 104. dicemus igitur meritò, propterduo, quod 2. est rei æstimatio, & cum rectè operatus fueris, in æstimatione seu æquatione, vtraque experientia succedit.

DEMONSTRATIO.

2 Vt verò rei veritas apertius deprehendatur, atque cum ea ratio, scire enim est per demonstrationem, vt dicunt, intelligere, sint gratiâ exempli, cubi tres æquales

24.

24. & ponatur a c latus vnius cubi, & c d alterius, & d b tertij: quia igitur cubi ſunt



æquales inuicem, erunt & lineæ a c, c d, d b æquales. Cùm igitur ſecundum numerum, ſecundùm quem a c eſt in a b, qui eſt 3. diuiditur 24. quod eſt cuborum quantitas & fiet ex 19. quinti vel 17. ſeptimi Elementorum, & 31. vndecimi eiuſdem, cubus a c æqualis 8. igitur a c latus, erit 2. æſtimatio rei, ex quo colligitur generalis regula.

Regvla.

3 Deprime propoſitas duas denominationes ad nnmerum, ſi numerus non adſit, æqualiter deducendo, cúmque altera fuerit denominatio, altera numerus, diuide numerum per numerum denominationis, exiens eſt æſtimatio denominationis. Quæ denominatio ſi poſitio eſt, poſitionis habes æſtimationem: ſi alia denominatio, ſume latus ſeu radicem illius numeri pro denominationis qualitate, ſi quadratum, quadratum, ſi cubus, latus cubicum, ſi quadratum quadrati, radicem radicis, atque ita deinceps, & latus illud ſeu radix, eſt poſitionis vera æſtimatio. Exemplum, cubi 20. æquantur 180. relatis primis. Quia igitur non eſt hic numerus, infimam denominationem cuborum, pones pro ſimplici numero, ſcilicet 20. & maiorem ſeu altiorem relatorum, per cubos deprimes, & fient 180. quadrati, diuide igitur 20. numerum, per 180. numerum quadratorum, exit $\frac{1}{9}$ æſtimatio quadrati. Verùm nos quærimus poſitionis æſtimationem, non quadrati, ſume igitur radicem quadratam $\frac{1}{9}$, & eſt $\frac{1}{3}$, pro vera æſtimatione. Aliud exemplum, 7. quadrati æquentur 21. cub. quadrati, deprime ad numerum æqualiter, fient 7. æqualia 21. quadr. quadrati, diuide 7. per 21. exit $\frac{1}{3}$, & ℞. ℞. $\frac{1}{3}$, quæ eſt latus quadr. quadrati, eſt rei æſtimatio. Aliud, 2. cubi æquentur 20. quadr. quadrati, peruenient ad poſitiones, igitur 20. poſitiones æquantur 2. diuide 2. per 20. exit $\frac{1}{10}$, & quia diuiſiſti cum numero poſitionum, erit poſitionis æſtimatio, $\frac{1}{10}$. Aliud, 20. æquantur 5. quadratis, diuide 20. per 5. exit 4. æſtimatio quadrati, igitur rei æſtimatio eſt 2.

4 Et vt omnibus etiam capitulis futuris ſatisfaciam, maioris denominationis numero reliquos omnes ac numerum diuides, maiorem intelligo altiorem, & cum minore denominatione deprimes, poſtmodum regulam capituli ſequeris. Sint gratia exempli 4. cubi æquales 12. quadratis & 8. poſitioni-

4. cubi	12. quadrata p̄. 8. poſitionibus.
4.	
1. quad.	3. poſitiones p̄. 2.

bus, minor denominatio eſt poſitio, maioris numerus eſt 4. diuides omnia igitur per 4. & habebis 1. quadratum æquale 3. poſit. p̄. 2.

Ex his etiam patet, quod ſimplex poſitio, longè magis patet falſis poſitionibus. Nam & ad quadrata, & ad cubos, & reliquas extenditur denominationes, ideoque æſtimationes habet in radicibus, quarum in falſa poſitione nullus omnino eſt vſus. Quod verò pertinet ad numerum poſitionibus æqualem, adhuc vtraque falſa poſitione generalius eſt, vt in primo exemplo patuit, nulla enim falſa poſitione licet venari, quænam partes decem quadrata faciant, quorum differentia ſit 60. vt ibi propoſitum eſt.

Capvt IV.

De ſubiectis æquationibus generalibus & ſingularibus.

Singvlares dicuntur æquationes, in quibus nullum capitulum perfectè poteſt abſolui, & tales ſunt numerus integer, vel fractus, latus etiam omne numeri, ſeu quadratum ſeu cubicum vel alterius generis, atque vt ita dicam, omnis ſimplex quantitas: item conſtantes ex duabus radicibus omnes, quarum altera ſit quadrata, vel ℞. ℞. & generaliter radix par, vnde quæ ex duobus conſtant nominibus, & apotome ſeu vt dicunt reciſa tertij ac ſexti generis, non apta ſunt æquationi generali. 1

Omne etiam capitulum, quod ex numero quadrato, cubo, & poſitionibus conſtat, eas habet generales æquationes, quæ ex capitulo, ad quod deducuntur, deriuatæ ſunt, addita vel detracta tertia quadratorum numeri parte, vt ſuo loco oſtendetur. 2

Generales autem æſtimationes, ſunt in capitulis quadrati æqualis rebus & numero, ſecundi generis, conſtans ex nominibus duobus, vt ℞. 19. p̄. 3. capituli autem quadrati & rerum æqualium numero, ſecundâ apotome, vt ℞. 19. m̄. 3. capituli autem quadratorum & numeri æqualium rebus, apotome, & conſtans ex duobus nominibus primi generis, vt 3. p̄. ℞. 2. & 3. m̄. ℞. 2. Vbi autem primum genus dico, quartum etiam etiam intelligo, ſic & vbi ſecundum, etiam quintum, tam in apotome quàm in ea quæ ex duobus nominibus conſtat. 3

At vnius radicis vniuerſalis æquatio, deriuatis conuenit capitulis, ſeu cubica ſeu quadrata, hisque quorum principalibus quadratum aut cubus radicis pro æquatione fuerat, velut ſi quadrato æquali rebus & numero æſtimatio hæc conueniabat, ℞. 19. p̄. 3. capitulo cub. quadrati æqualis cubis & numero ſub eadem quantitate, æquatio erit, ℞. v. cubica ℞. 19. p̄. 3. 4

Et ſicut radix quadrata, nulli præterquam numero iungi poteſt, vt æquationem efficiat generalem, ſic è diuerſo, cubica cubicæ iuncta efficere poteſt, numero non poteſt. Cùm igitur iungitur cubi æqualis rebus & numero, æquationem producit, non integram tamen, at detractæ inuicem, efficiunt æquationem capituli cubi & rerum æqualium numero, velut ℞. cubica 4. p̄. ℞. cubi- 5

cubica 2. est æquatio capituli, cubi æqualis rebus & numero, & ℞. cubica 4. m̃. ℞. cubica 2. est æquatio capituli cubi & rerum æqualium numero.

6 At capitulum cubi æqualis quadratis & numero habet æquationem quæ cõnstat ex tribus quantitatibus in continua proportione, quarum duæ extremæ sunt radices cubicæ, media est numerus, vt ℞. cubica 16. p̃. 2. p̃. ℞. cubica 4. sed capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, habet similem in omnibus præcedenti æquationem, excepto quòd numerus est m̃. velut ℞. cubica 16. m̃. 2. p̃. ℞. cubica 4.

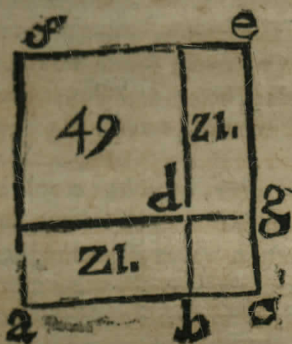
7 Illud etiam intelligendum est, radices simplices pro generalibus æquationibus haberi, vt tamen etiam simplicia sint capitula, velut ℞. cubica inseruit capitulo numeri æqualis cubo: & quadrata numeri æqualis quadrato, & relata, capitulo relati æquas numero: & sicut hæ simplices compositis capitulis conuenire nequeunt, sic nec vllum compositum ex pluribus radicibus incommensi capitulo simplici potest conuenire.

Caput V.

Ostendit æstimationem Capitulorum compositorum minorum, quæ sunt quadratorum, numeri, & rerum.

Demonstratio.

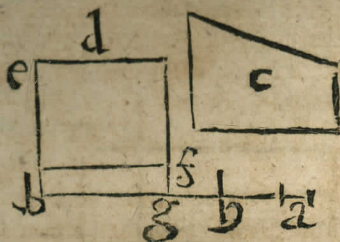
1 Sit quadratum f d & 6. res (gratiâ exempli) æquale 91. tunc producam d b & d g, quæ sint 3. dimidium 6. numeri rerum, & complebo quadratum d g b c, indéque productis c g & c b perficiam quadratum a f e c, prout in quarta secundi Elementorum, quia igitur d b ducta in a b ex diffinitione secundi Elementorum producit a d, & ex numero quolibet in rei æstimatio-



nem producitur æstimatio illarum rerũ velut si res est 4. & sint quinque res erunt 5. res 20. & tantũ producitur ex 4. æstimatione rei in 5. numerum rerum, vt ostendimus in capitulo tertio, igitur cùm b d sit 3. & a b æstimatio rei, erit superficies a d tribus rebus æqualis, seu æstimatio trium rerum, at superficies d e æqualis est a d, per 43. primi Elementorum. Igitur & ipsa est æstimatio trium aliarum rerum, duæ igitur superficies, a d & d e, sunt æquales 6. rebus, quare ipsæ cum quadrato f d sunt 91. at quadratum c d est 9. quia b d est 3. igitur a c quadratum est 100. quare latus eius a c est 10. cùm igitur b c sit 3. detracta b c ex a c, relinquitur a b latus d e 7.

Alia Demonstratio.

Sit modo a b numerus rerum quarundam æqualium c numero & quadrato d, & faciam quadratum b g dimidij a b, quod sit g e, à quo auferam c numerum, vt e f superficies æqualis sit numero c, & ponam la- 2



tus quadratum, f b superficiei, quod sit g h, dico vtranque lineam b h & h a esse latus quadrati d, vnde sequitur duas fore veras æstimationes huius capituli, quare aggregatum est æquale numero rerum, videlicet a b, constat enim quod rectangulum ex a h in h b, vna cum quadrato h g est æquale quadrato b g, per 5. 2. Elementorum. Quadratum autem h g æquale fuit f b superficiei, rectangulum igitur ex a h in h b, æquale est e f, quare & c numero: quod autem fit ex a b in h b, ex tertia secundi Elementorum, æquale est quadrato h b & rectangulo a h in h b, igitur quod fit ex numero rerum a b in æstimationem rei quæ est h b, æquale est numero c, & quadrato h b, quod fuit probandum. Et similiter eadem ratione rectangulum ex a b in a h, æquale est quadrato a h, & ductui a h in h b, sed ex a h in h b vt probandum est, fit c numerus, igitur rectangulum ex a b in a h, scilicet ex numero rerum in rerum æstimationem, æquatur quadrato rei & numero proposito.

Ex hoc patet, quod illi falluntur qui dicunt (quòd si b h, gratiâ exempli) sit æstimatio rei, & g f 3. quod rectangulum ex b h in g f erit 3. g h, seu triplum g h, hoc enim esse non potest, scilicet quòd superficies contineat lineam aliquam, neque numero, nec aliâ proportione, cùm infinitæ lineæ possint esse in superficie, quantitas enim continua nullum suæ diuisionis recipit terminum, sed veritas est, quòd si g f contineat tres monades (gratiâ exempli) id est partes tres lineæ b h, diuisæ in tot partes, quot monades sunt in numero quem dicitur continere, veluti quòd b h ponatur 12. erit g f 3. vbi g f sit quarta pars b h, & tunc verum est, quòd ex b h in f g fit superficies continens 36. superficies quadratas, quarum vniuscuiusque tetragonicum latus est vnitas, id est, vna ex partibus illis, secundùm quas b h est diuisa in 12. & g f in 3. Hoc autem tam in rhetis quàm alogis pulchrè ostendit Plato in Memnone.

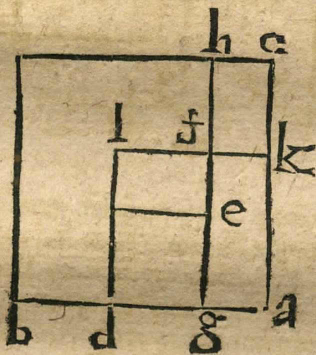
Nec admireris, hanc secundã demonstrationem, aliter quàm à Mahumete explicatã,

Y nam

nam ille immutata figura magis ex re oſtendit, ſed tamen obſcurius, nec niſi vnam partem, cámque pluribus. Vnde nos facilitati & breuitati conſulentes, tum vt vtrique æſtimationi vnâ demonſtratione ſatisfaceremus, hac vtimur.

Alia Demonstratio.

3 Sit modò quadratum a c in tertia figura, æquale 6. rebus & 16. numero, & ponatur a d numerus rerum, ſcilicet 6. igitur ſuperficies a h eſt 6. poſitiones, quare d c reſiduum erit præciſe 16. diuidatur a d per æqualia in g, & fiant quadrata g b & g d,



quæ ſint g k & g e. Quia igitur b c æqualis eſt b a, & b k æqualis b g, erit k c æqualis g a, quare etiam g d & f l, & quia d e & d g ſunt æquales, item d f & b g, erit f e æqualis d b, quare etiam æqualis f k, duæ igitur lineæ f k & f h, æquales ſunt f l & f e, & anguli a d f recti, igitur f c ſuperficies æqualis eſt l e, ſed f c cum f b fuit 16. igitur l e cum f b fuit 16. addito quadrato g e quod eſt 9. nam g d fuit 3. erit g k quadratum 25. igitur latus g b 5. addita igitur g a, quæ eſt 3. fiet a b tota 8. rei æſtimatio.

4 Secundùm hæc formabimus regulas tres, pro quarum memoria ſubiungemus carmen hoc,

Querna, da bis. Nuquer, admi. Requan,
Minue dami.

Regula I.

Eſt autem vnicuique horum capitulorum commune, vt dimidium numeri rerum in ſe ducatur. Quando igitur quadratum æquatur rebus & numero, quod ſignificatur per Querna ſiue primam tantùm intelligas litteram, ſeu adnumeres ſequentes à prima vocali conſonantes, vt Quarna, quadratum æquale rebus & numero ſignificet, & Nuquer, Numerum quadrato ac rebus æqualem, & Requan, res quadrato & numero æquales. In hoc Querna igitur, ſeu capitulo quadrati æqualis rebus & numero addes quadrato dimidij rerum numerum æquationis, & totius accipe radicem quadratam, cui adde dimidium numeri rerum, & aggregatum eſt rei æſtimatio. Exemplum, ſit vnum quadratum æquale 10. rebus p̃. 144. duc 5. in ſe fit 25. quadratum dimidij rerum, adde 144. fit 169. cuius ℞. eſt 13. huic adde 5. dimidium numeri rerum, fit 18. æſtimatio rei. Rurſus ſit 1. quadratum æquale $\frac{2}{3}$ rei p̃. 11. duc $\frac{1}{3}$ dimidium numeri rerum in ſe, fit $\frac{1}{9}$, adde ei 11. fit $11\frac{1}{9}$, accipe ℞. quæ eſt $3\frac{1}{3}$, cui adde $\frac{1}{3}$ dimidium numeri rerum, fit $3\frac{2}{3}$, rei æſtimatio. Rurſus, ſit 1. quadratum æquale 10. rebus p̃. 6. duc 5. in ſe dimidium numeri rerum, fit 25. adde ei 6. fit 31. huius ℞. adde 5. dimidium numeri rerum, erit rei æſtimatio, ℞. 31. p̃. 5. Rurſus ſit 1. quadratum æquale rebus ℞. 12. p̃. 22. duc ℞. 3. in ſe fit 3. quadratum dimidij numeri rerum, adde ei 22. fit 25. huius ℞. eſt 5. cui adde ℞. 3. quod eſt dimidium numeri rerum, fiet rei æſtimatio 5. p̃. ℞. 5. & ſi in hoc caſu numerus fuiſſet 20. eſſet rei æſtimatio ℞. 23. p̃. 3. & ſi fuiſſet numerus 9. eſſet æſtimatio rei ℞. 12. p̃. ℞. 3. quod eſt dicere, ℞. 27. & ſi fuiſſet 1. quadratum æquale rebus ℞. 12. p̃. ℞. cub. 10. numeri, duc vt priùs ℞. 3. dimidium numeri rerum in ſe, fit 3. adde ei ℞. cub. 10. fit 3. p̃. ℞. cub. 10. huius accipe radicem, quæ eſt ℞. v. 3. p̃. ℞. cub. 10. cui adde dimidium numeri rerum & fiet æſtimatio rei ℞. 3. p̃. ℞. v. 3. p̃. ℞. cub. 10. & hac varietate exemplorum hîc vſi ſumus, vt in reliquis idem fieri poſſe intelligas, tum etiam in duabus ſequentibus regulis experire, quando quidem nos duplici exemplo contenti erimus. Manifeſtum eſt igitur, quod hîc bis addimus, ſcilicet numerum quadrato dimidij rerum, & dimidium rerum radici aggregati, & hoc eſt, quod in carmine diximus, da, bis, quaſi, bis iunge.

Regula II.

Si autem numerus quadrato & rebus æqualis ſit, quadrato dimidij numeri rerum adiicies numerum æquationis, & totius aggregati accipe radicem, à qua minue dimidium numeri rerum, & reſiduum eſt rei æſtimatio. Exemplum, 144. æquatur 10. rebus & 1. quadrato, duc 5. dimidium 10. numeri rerum, in ſe, fit 25. huic adde 144. fit 169. huius ℞. eſt 13. à qua abiice 5. dimidium numeri rerum, relinquetur rei æſtimatio 8. Rurſus, ſit 6. æqualis 10. rebus p̃. 1. quadrato, ducto 5. dimidio rerum in ſe fit 25. adde 6. fit 31. ex huius radice abiice 5. dimidium numeri rerum, fit ℞. 31. m̃. 5. æquatio.

Ex hoc patet, quod hæc regula à præcedenti ſolùm differt, quòd minuat dimidium numeri rerum ab aggregati radice, vbi illa iungebat, & hoc eſt, quod in carmine diximus. Ad mi, quaſi, adde primo, deinde minue, ſcilicet, adde numerum quadrato, & minue dimidium numeri rerum poſtmodum ab aggregati radice. Cor

Ex quo patet quòd differentia æſtimationis quadrati, æqualis rebus & numero, & numeri æqualis rebus & quadrato, eſt numerus rerum ad vnguem, vbi in eiſdem rebus & numeris ſtatuantur, velut æſtimatio quadrati æqualis 10. rebus p̃. 144. eſt 18. & æſtimatio 144. æqualis quadrato & 10. rebus eſt 8. & differentia 18. & 8. eſt 10. Cor

Re-

Regvla III.

Si verò res æquales sint quadratis & numero, ducto, vt prius, dimidio numeri rerum in se, & ab eo detracto numero æquationis, radicem residui minue ex dimidio numeri rerum, aut adde, & tam aggregatum quàm residuum est rei æstimatio. Exemplum, 1. quadratum p̃. 16. æquatur 10. rebus, ducto 5. in se fit 25. vt prius deinde minue 16. ex 25. relinquitur 9. cuius ℞. quæ est 3. addita vel detracta à 5. dimidio numeri rerum, ostendit rei æstimationes, 8. addita, & 2. detracta, si igitur 10. res sumantur quæ sint 2. erunt 20. & tantum erit quadratum 2. cum 16. item si sumantur 10. res quæ sint 8. erunt 80. & tantum est quadratum 8. addito ei 16. Rursus si dicam, 10. res, æquantur 1. quadrato p̃. 6. ducto 5. dimidio numeri rerum in se, fit 25. detracto autem 6. relinquitur 19. cuius ℞. addita vel detracta ex 5. ostendit rei æstimationes, maiorem quidem 5. p̃. ℞. 10. minorem verò 5. m̃. ℞. 19.

Notandum. Quod si detractio ipsa numeri, à quadrato dimidij numeri rerum fieri nequit, quæstio ipsa est falsa, nec esse potest quod proponitur, semper autem pro regula generali in hoc tractatu toto est obseruandum, quòd cum ea quæ præcipiuntur fieri non possunt, nec illud quod proponebatur fuit, nec esse potuit. Nunc autem subiungemus aliquas quæstiones, duas ex Mahumete, reliquas nostras ex omnibus his, quæ nec multiplici positione, nec propria vtuntur regula, difficillimas.

Qvæstio I.

Quæst. 1. Est numerus, à cuius quadrato si abieceris $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ ipsius quadrati, atque insuper 4. residuum autem in se duxeris, fiet productum æquale quadrato illius numeri, & etiam 12. Pones itaque quadratum numeri incogniti quem quæris, esse 1. rem, abiice $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ eius insuper 4. fiet $\frac{5}{12}$ rei m̃. 4. duc in se fit $\frac{25}{144}$ quadrati p̃. 16. m̃. $3\frac{1}{3}$ rebus, & hoc est æquale vni rei, & 12. abiice similia, fiet 1. res æqualis $\frac{25}{144}$ quadrati p̃. 4. m̃. $3\frac{1}{3}$ rebus, redde quod est minus, alteri parti, pro vniuersali regula, erunt res $4\frac{1}{3}$ æquales $\frac{25}{144}$ quadrati p̃. 4. quare per 4. regulam tertij capituli, diuisi numerum rerum & 4. per $\frac{25}{144}$ numerum quadrati, & fient res $24\frac{24}{25}$ æquales $23\frac{1}{25}$ p̃. quadrato, quare per tertiam regulam, duces $12\frac{12}{25}$ in se, fiet $155\frac{469}{625}$. minue $23\frac{1}{25}$ fient $132\frac{444}{625}$, huius ℞. est $11\frac{13}{25}$, quam adde ad $12\frac{12}{25}$ dimidium numeri rerum, fiet æstimatio rei quæsita 24. scilicet quadrati cuius radix, est numerus ille qui quæritur. Ex hoc docemur per principalia capitula vitare deriuatiua, nam in positione rei pro primo numero, fuisset quadratum eius operationis fundamentum, & peruenisses ad 1. quad. quadratum p̃. $23\frac{1}{25}$ æqualia $24\frac{24}{25}$ quadrato, quare hæc sit tibi pro exemplo, nunc sequamur secundam illius.

Qvæstio II.

Fuerunt duo duces quorum vnusquisque Quæst. 2.
diuisit militibus suis aureos 48. Porrò vnus ex his habuit milites duos plus altero, & illi qui milites habuit duos minus, contigit vt aureos quatuor plus singulis militibus daret, quæritur quot vnicuique milites fuerint? Pone numerum militum minorem 1. rem, maior erit 1. positio p̃. 2. quia igitur summa distribuenda æqualis fuit, manifestum est, quòd quantitates erunt proportione similes, est autem 4. duodecima pars 48. multiplica igitur $\frac{1}{12}$ in 1. positionem p̃. 2. fit $\frac{1}{12}$ positionis p̃. $\frac{1}{6}$, hoc multiplica per numerum priorum hominum, fit $\frac{1}{12}$ quadrati p̃. $\frac{1}{6}$ positionis, duc verò omnia ad 1. quadratum, fiet 1. quadratum p̃. 2. positionibus, æqualia 24. accipe dimidium numeri rerum & est 1. duc in se, fit 1. adde ad 24. fit 25. ab huius ℞. minue 1. dimidium numeri rerum, fit 4. numerus hominum minor, & 6. maior, & primis obtigerunt aurei 12. pro singulo, aliis 8. pro singulo. Multiplicatio autem illa, quando reducitur quadrati pars ad integrum fit per excessum hominum, scilicet 12. per 2. Et causa in hoc est, quòd proportio differentiæ secundæ ad primam, est vt aggregati quod diuidi debet ad productum ex numero hominum inuicem, velut proportio 48. ad 24. productum ex 4. in 6. est velut 4. differentiæ aureorum ad 2. differentiam hominum, & per hanc docuit modum operandi in quæstionibus proportionum, & præcipuè quando volumus numerum integrum, vt in hominum numero, in quibus perabsurdum esset intelligere medium hominem, nedum quantitatem aliquam alogam seu latus.

Qvæstio III.

Nunc autem proponamus quæstiones no- Quæst. 3.
stras, quarum prima est similis præcedenti. Duæ societates hominum, quarum vna continebat 3. homines plusquam altera, diuiserunt æquales aureorum numeros, qui erant 93. plus numero hominum ipsorum vtriusque societatis simul iunctorum, & pro singulis hominibus societatis minoris, contigerunt aurei 6. plus, quàm hominibus singulis maioris societatis. Pones numerum primæ societatis rem vnam, habebit igitur secunda societas rem & 3. p̃. quare summa aureorum, quæ est 93. p̃. vtraque societate, est 69. p̃. duabus rebus, proportio autem ex-

1. pos.
1. pos. 3. p̃.
93.

2. pos. p̃. 96.
$6\frac{1}{2}3$
2. pos. p̃. 48.
1. quad. p̃. 3. pos.

1. quad. p̃. 2. pos. æqu. 48.

cessus aureorum 6. qui contingunt societati minori, ad excessum hominum, scilicet ad 3. est vt summæ aureorum, ad productum ex

ex numero hominum primæ ſocietatis, in numerum hominum ſecundæ ſocietatis, proportio autem 6. ad 3. dupla eſt, igitur proportio 2. poſitionum p̃. 69. ad 1. quadratum p̃. 3. poſitionibus productum ex 1. poſitione in 1. poſitionem p̃. 3. eſt dupla, igitur dimidium 2. poſitionum p̃. 96. quod eſt ℞. poſitio p̃. 48. æquale eſt, 1. quadrato p̃. 3. poſitionibus, abiecta itaqua 1. poſitione ex vtraque parte, fiet 1. quadratum p̃. 2. poſitionibus æquale 48. ducito dimidium 2. in ſe, fit 1. nam dimidium 2. eſt 1. huic adde 48. fiet 49. huius radix eſt 7. à qua minue 1. dimidium numeri poſitionum, habebis æſtimationem poſitionis, & numerum primæ ſocietatis 6. ideo numerus hominum ſecundæ ſocietatis, eſt 3. p̃. ſcilicet, horum ſi fiat collectio, addantúrque inſuper 93. fiet numerus aureorum 108. primis igitur aurei 18. ſecundis 12. per capita contigere. Aliter & facilius expertis in operationibus, poſitio fiat vt prius, eritque ſumma aureorum 2. poſitiones p̃. 96. diuide per poſitionem p̃. 3. habebis $\frac{2.\text{poſ. p.}96.}{1.\text{ poſ.}}$ æqualem 6. p̃ $\frac{2.\text{poſ. p.}66.}{1.\text{ poſ. p. }3.}$ igitur detracto $\frac{2.\text{poſ. p.}96.}{1.\text{ poſ. p.}3.}$ ex $\frac{2.\text{poſ. p.}96.}{1.\text{ poſ.}}$, relinquitur 6. at ex tali detractione fi. $\frac{6.\text{ poſ. p. }288.}{1.\text{quad.p.}3.\text{poſ.}}$ igitur hoc eſt æquale 6. diuiſis igitur 6. poſitionibus p̃. 288. per 6. exibit 1. quadratum p̃. 3. poſitionibus, nam ſi diuiſo 10 per 2. exit 5. diuiſo 10. per 5. exibit 2. igitur diuiſis 6. poſ. p̃. 288. per 6. exit 1. poſitio p̃. 48. & hæc æqualia ſunt 1. quadrato p̃. 3. poſitionibus, quare vt priùs, res valet 6.

Qvæstio IV.

Quæſt.4 Eſt numerus, cui ſi addantur duæ radices, aggregato verò iterum addantur duæ radices ipſius aggregati, fiet totum 10. tunc dices, 10. æqualis eſt ſecundo numero & duabus eius radicibus, ponemus igitur numerum aggregatum ſecundùm, 1. quadratum, & hic, cum duabus radicibus, æqualis eſt 10. igitur rei æſtimatio per ſecundam regulam, eſt ℞. 11. m̃. 1. igitur abiice duplum huius ex 10. relinquetur aggregatum 12. m̃. ℞. 44. hoc autem ex ſuppoſito conſtat ex quadrato & duabus radicibus, igutur 1. quadratum p̃. 2. poſitionibus, æquatur 12. m̃. ℞. 44. ducito 1. dimidium numeri rerum in ſe, fit 1. adde ei numerum fit 13. m̃. ℞. 44. accipe radicem, & ex ea minue 1. dimidium numeri rerum, habebis ℞. v. 13. m̃. ℞. 44. m̃. 1. hanc igitur duplicatam, ſi detraxeris ex aggregato, relinquetur numerus primus propoſitns, 14. m̃. ℞. 44. m̃. ℞. v. 52. m̃. ℞. 704. & ita

14. m̃. ℞. 44. m̃. ℞. v. 52. m̃. ℞. 704.
duc radices eius ℞. v. 52. m̃, ℞. 704. m̃. 2.

aggregatum 12. m̃. ℞. 44.
duc radices huius ℞. 44. m̃. 2.

aggregatum 10.

poſſes regrediendo quantumlibet procedere, ab vltimo ſemper inchoando termino. Prolixior autem ero hic in exemplis, quoniam hæc capitula mercaturæ maximè conueniunt. tum quia tyrones in his introducuntur, velut & paruos pueros ſulent magiſtri diligentius minuta quæque docere, tum verò quòd eadem in reliquis poſtmedum fabricare poſſumus.

Qvæstio V.

Inuenias numerom, à quo detracta ℞. cubica, & reſiduo addita ſua quadrata radice, perficiatur primus numerus. Pones itaque reſiduum illud à quo detraxiſti radicem cubicam eſſe 1. quadratum, addemus itaque ei radicem quadratam & fiet 1. quadratum p̃. 1. poſitione, & hoc æquale eſt 1. cubo, nam ex eo quod addito ad 1. quadratum tantum, fit quantum erat prius, igitur quod additur æquale eſt ei quod minuitur, munuitur autem ℞. cubica totius quantitatis, igitur poſitio eſt radix cubica aggregati, quare aggregatum eſt cubus, & hic æqualis eſt 1. quadrato p̃. 1. poſ. deprime per 1. poſ. habebis 1. quadratum æquale 1. poſ. p̃. 1. poſitio igitur eſt ℞. 1$\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$, at numerus primus fuit cubus poſitionis, igitur primus numerus eſt ℞: 5. p̃. 2.

cubus ℞. 5. p̃. 2.
quad. 1$\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1$\frac{1}{4}$
poſ. ℞. 1$\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$

Qvæstio VI.

Quidam ter iuit ad nundinas, in primo itinere retulit duplum eius quod attulerat, in ſecundo cùm detuliſſet tale duplum ſecum, rediit cum eiſdem pecuniis, & radice earum & duobus aureis plus, hoc totum autem ſeruauit, rediitque cum eo ad nundinas tertiò, & ſuperlucratus eſt tantum, quantum eſſet illud quod produceretur ex pecuniis quas ſecum attulerat in ſe ductis, ac etiam quatuor aureos plus, reuerſus eſt autem cum 310. aurais, quæro igitur, quantum attulit ſecum pecuniarum, in primo itinere? Dices, retulit aureos 310. & hoc fuit æquale pecuniis ſecundi itineris & quadrato earum & 4. p̃. igitur pecuniæ quas attulit ſecum in tertio itinere, quadratum æquatur 306. aureis, abiecto communiter numero 4. ponemus igitur pecunias quas ſecum attulit 1. poſitionem, & habebimus 1. quadratum p̃. 1. poſitione æquale 306. igitur ex ſecunda regula, res valet ℞. 306$\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$, quod eſt dicere 17. & tot aureos detulit ſecum tertio itinere, & tot habuerat in ſecundo itinere quos ſeruauerat, dictum eſt autem, quod in ſecando itinere lucratus eſt radicem eorum quos attulerat & 2. p̃. & retulit 17. igitur ſi lucratus fuiſſet radicem tantùm, retuliſſet 15. igitur poſitis pecuniis quas ſecum attulit 1. quadratum, habebimus 1. quadratum p̃. 1. poſ. æqualia 15. igitur ex ſecunda regula, res valet ℞ 15$\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$, & hoc eſt quod lncratus eſt in ſecundo itinere, & cum hoc etiam lucratus eſt aureos 2. lucrum igitur totum fuit eius itineris ℞. 15$\frac{1}{4}$ p̃. 1$\frac{1}{2}$, ipſe autem retulit domum aureos 17. igitur iuit cum aureis 15$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 15$\frac{1}{4}$, hæ pecuniæ ſunt quas in primo itinere ſeruauerat, & fuerant duplum eius quod attulerat, primo igitur itinere attulit ad nundinas dimidium 15$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 15$\frac{1}{4}$ aureorum, quod eſt 7$\frac{3}{4}$ m̃. ℞. 3$\frac{13}{16}$ aureorum.

Qvæ-

QVÆSTIO VII.

Quæst. 7 Quidam rex proconsuli ducenti exercitum aureos misit 128000. vt 7000. equitum & 7000. peditum conduceret ea erat stipendij ratio, vt pro singulis 100. aureis, semper 18. pedites plusquam equites conduceret, venit tribunus quidam militum ad proconsulem cum 1700. peditibus & 200. equitibus, quæritur stipendij ratio. Hæc tertiæ quæstioni affinis est, considera quòd 128000. sunt 1280. centena, quia dictum est quod pro singulis centum aureis differentia numeri peditum à numero equitum sit 18. diuide igitur 1280. in duas partes, quarum vna ducta per vnam quantitatem producat 7000. & similiter reliqua ducta per eandem quantitatem p̃. 18. producat etiam 7000. igitur posita quantitate equitum pro re, erit quantitas peditum res & 18. p̃. diuisis igitur 7000. per harum singulas, prouenient

```
   7000.            7000.
  --------         --------
   1. pos.         1.pos. p. 18.
| pos. 14000.      p̃. 126000.
|--------------------------------
|   1. quad.   p̃. 18. posit.
| pos. 14000.      p̃. 126000.
|              1280.
|--------------------------------
| pos. 10 15/16  p̃. 98 7/14
|    1. quad. p̃. 18. pos.
|--------------------------------
|   1. quad. p̃. 7 1/16 position.
|      æqualia 98 7/10
|--------------------------------
```

nient aggregata 1280. nam si ex partibus 1280. ductis in rem, & rem p̃. 18. fiunt 7000. & 7000. igitur diuisis 7000. per rem, & 7000. per rem p̃. 18. exeuntia iuncta facient 1280. & talium igitur diuisione aggregantur $\frac{\text{pos. 14000. p. 126000.}}{\text{1. quad. p. 18. pos.}}$ & hoc cum sit æquale 1280. igitur diuiso numeratore per 1280. exit 1. quadratum p̃. 18. pos. facta igitur tali diuisione, prodit $10\frac{15}{16}$ positionibus p̃. $98\frac{7}{16}$, hócque est æquale 1. quadrato p̃. 18. positionibus igitur 1. quadratum p̃. $7\frac{1}{16}$ positionibus æquatur $98\frac{7}{16}$, igitur res valet ℞. $110\frac{919}{1024}$ m̃. $3\frac{17}{32}$, sed ℞. $110\frac{919}{1024}$ est $10\frac{17}{32}$, igitur detractis $3\frac{17}{32}$, relinquetur rei æstimatio 7. & tot equites 100. aureis conducet, & pedites 25. igitur pro 1700. peditibus stipendium debuit esse 6800. aurei, & pro 200. equitibus aurei $2857\frac{1}{7}$.

QVÆSTIO VIII.

Quæst. 8 Fac de 20. tres quantitates anagolas, quarum secunda æqualis sit radicibus primæ & tertiæ simul iunctis, pone secundam esse positionem, reliquum erit 20. m̃. 1. positione, quia igitur ex hoc facere oportet partes duas, inter quas positio cadat proportione media, eritque vt ex vna in aliam fiat quadratum positionis, quare per 16. sexti Elementorum Ex quinta 2. Elementorum vel Reg. sexti libri, ducemus dimidium 20. m̃. 1. positione in se, & fiet 100. m̃. 10. positionibus p̃. $\frac{1}{4}$ quadrati, à quo auferemus quadratum positionis, & fiet 100. m̃. 10. positionibus m̃. $\frac{3}{4}$ quadrati, huius radicem adde, & minue à medietate 20. p̃. 1. positione, & habebis partes quas vides, vt igitur

```
| 10.m̃. 1/2 pos. p̃.℞.v.100.m̃. 10.pos.m̃. 3/4 qd.
| 10.m̃. 1/2 pos.m̃.℞.v.100.m̃. 10.pos.m̃. 3/4 qd
|------------------------------------------------
| 20. m̃. 1. pos. aggregatum quan.
| 100.m̃.10. pos. p̃. 1/4 quad.m̃. 100. p̃.10.pos.
|    p̃. 3/4 quad. productum quan.
| æquiualens 1. quad.
| producti radix 1. pos.
| duplum radicis 2. pos.
| aggregatũ ex quãtitatibus & producto 20.
| p̃. 1. pos. cuius radix est æqualis positioni.
--------------------------------------------------
```

tur iungas radices vniuersales harum, fac vt in tertio libro te docui, iunge primo quantitates & habebis 20. m̃. 1. posit. deinde multiplica quantitates ipsas inuicem, & iunge cum aggregato quantitatum earum duplum, & fit totum 20. p̃. positione, huius radix æquatur 1. positioni, igitur 1. quadratum æquatur 20. p̃. 1. positione, quare per primam regulam ducemus $\frac{1}{2}$ dimidium numeri rerum in se, & fit $\frac{1}{4}$, adde ad 20. fit $20\frac{1}{4}$, accipe radicem quæ est $4\frac{1}{2}$, & ei adde $\frac{1}{2}$ dimidium numeri rerum fit 5. rei æstimatio, quantitas scilicet media, quare faciemus ex residuo ad 20. duas partes inter quas cadat 5. & erunt alia positione instaurata, vel per regulas sexti libri, $7\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $31\frac{1}{4}$ & $7\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $31\frac{1}{4}$, harum radices simul iunctæ sunt 5.

QVÆSTIO IX.

Fac de 10. duas partes, quarum maior, detractis duabus suis radicibus, æqualis sit minori additis duabus suis radicibus constat igitur quòd differentia maioris & minoris, est duæ radices maioris, & duæ minoris, ponatur igitur differentia hæc radix 4. positionum, & ponatur pars vna 5. p̃. ℞. 1. positionis, & alia 5. m̃. ℞. 1. positionis, & sumatur aggregatum radicum harum partium, & est ex libro quarto, ℞. tota (quam vniuersalissimam appellare solent) 10. p̃. ℞. v. 100. m̃. 4. positionibus, & hoc æquatur duplicatum ℞. 4. positionum, quare dimidium dimidio scilicet, ℞. 1. positionis, huic ℞ vltimi, quare quadratum quadrato, scilicet 1. positio æquabitur 10. p̃. ℞. v. 100. m̃. 4. positionibus igitur 1. pos. m̃. 10. æquatur ℞. v. 100. m̃. 4. positionibus, quare quadrata quadratis, quæ sunt, 1. quadratum p̃. 100. m̃. 20. positionibus, & 100. m̃. 4. pos. igitur 1. quadratum est æquale 16. positionibus, igitur positio æqualis 16. & nos voluimus differentiam partium esse ℞. 4. positionum, igitur differentia partium fuit ℞. 64. quæ est 8. & sic effugisti quadratum quadrati, ponendo ℞. positionum. Quæst. 9

QVÆSTIO X.

Fuerunt homines in tribus societatibus, & numeri illorum analogi ductoque numero secundæ societatis, in numerum tertiæ, consur- Quæst. 10

consurgit aggregatum omnium, cum cubo numeri primæ. Debes in hoc considerare, quòd perabsurdum est, ut tales numeri sint alogi, aut fracti, nam non conuenit ponere hominis partem, vide igitur in qua proportione quadratum dimidij producti ex secunda in tertiam superat aggregatum omnium in numero aliquo quadrato, & inuenies quòd in dupla, capiendo 1. 2. 4. productum ex dimidio 8. qui fit ex 2. in 4. & est 4. in se, excedit 7. aggregatum in 9. numero quadrato, & hoc venaberis ex alia positione simplici. Pones igitur totidem res pro his numeris, scilicet 1. positio 2. positiones 4. positiones, harum aggregatum est 7. positiones, adde his cubum 1. positionis, & fiet 1. cubus p̃. 7. positionibus, & hoc æquatur 8. quadratis, producto secundæ in tertiam, deprime partes per positiones, fit 1. quadratum p̃. 7. æquale 8. positionibus, quare per tertiam regulam, duc. 4. dimidium numeri positionum

1. pos. cubus p. 1. cub.
2. pos. aggreg. 7. pos.
4. pos. produc. 3. in 2. 8. quid

in se fit 16. abijce 7. numerum, relinquitur 9. huius ℞. addita vel detracta à 4. dimidio numeri rerum, ostendit 7. & 1. æstimationes rei, sed quia 1. non est numerus societatis, ideo dicemus quòd res fuit 7. & hic est numerus societatis, secunda igitur habebit homines quatuor decim, tertia 28. constat autem quòd cubus 7. cum aggregato numerorum est 392. & tantum producitur ex 14. secundo numero in 28. tertium.

res 2. p̃. ℞. 3.
quadratum 7. p̃. ℞. 48.
cu. 26. p̃. ℞. 67. 5.

cubus verò constituitur in parte aloga, ex triplo quadrati numeri, cum quadrato radicis in radicem. Igitur proportio partis alogæ in cubo, ad partem alogam in quadrato, est velut tripli quadrati partis, quæ est numerus, cum quadrato partis quæ est radix, ad duplum numeri, at proportio tripli quadrati numeri, ad duplum numeri, est ipse numerus cum dimidio. Ptoportio etiam quadrati radicis, ad duplum numeri, est quæ prouenit diuiso tali quadrato per idem duplum, igitur ipsa proportio, est numerus ipse cum dimidio sui, & tali prouentu, quare assumptis totidem quadratis, erunt partes alogæ æquales, quare tot quadrata æquabuntur cubo & numero. Velut in hoc casu, diuido 3. quadratum radicis, per 4. exit $\frac{3}{4}$ cui addo 3. qui est æqualis numero & dimidio, fit $3\frac{3}{4}$ dicoigitur quod in hac æstimatione $3\frac{3}{4}$ quadrati æquabuntur cubo & alicui numero, & est numerus ipse $\frac{1}{4}$.

Demum volens diligentius rem perscrutari, posui 10. quadrata æqualia cubo, & alicui numero, & posui partem primam binomij (sic enim vsus gratia appellabo coniunctum) esse, gratia exempli, 3. & constitui partem secundam 1. positonem, &

3. p̃. 1. pos.
9. p̃. 1. quadratum p̃. 6. pos.
27. pos. p̃. 1. cu.

1. cu. æqualis 33. pos.

hæc est radix, quadratum igitur, est 9. p̃. 1. quadrato, & hoc totum est numerus & 6. positiones, & hoc est radix, at in cubo ut dictum est fit pars aloga ex triplo quadrati 3. & est 27. & quadrato 1. positonis quod est 1. quadratum, in partem quæ est aloga id est in positionem, igitur 27. positiones p̃. 1. cubo, æquantur 10. quadratis, in parte aloga id est decuplo 6. positionum quod est 60. positiones, igitur dicemus, quòd cubus æquatur 33. positionibus, igitur deprimendo per positiones, quadratum æquatur 33. igitur res est ℞. 33.

Caput VI.

De modis inueniendi capitula noua.

1 Cvm verò diligenter considerassem in his, visum est mihi, vt etiam vltra transgredi liceret, itaque exemplo deriuatiuorum, quæ iam inuenta fuerant, quadrati & quadrati æqualium numero, tum etiam cubus quadrati & cubi æqualium numero, ac reliquorum quatuor, capitulum constituerem quad. quad. quadrati, & quad. quadrati & numeri, inuicem æqualium, indeque æstimatio rei ℞. ℞. est æstimationis principalium eis correspondentium, velut si 1. quadratum p̃. 2. positione est æquale 12. & æstimatio rei est 3. si 1. quad. quad. quadratum p̃. 1. quad. quadrato æquantur 12. æstimatio rei erit ℞. ℞. 3. indeque ad excogitanda reliqua deriuatiua animum appulimus.

2 Mox verò ad alia me transtuli, visumque opportunum, vt æquationum naturam spectarem, cumque & primi coniuncti (sic enim binomium) & apotomæ primæ (sic enim recisum vocamus) originem intuerer, visum est, ut in his duæ essent diuersorum generum quantitates, numerus, & aloga pars, seu radix. porrò cum ad quadratum deducitur, numerus quidem fit ex quadratis partium in se, radix ex ductu unius partis in alterambis,

Regula.

Ex his tandem hæc formatur regula breuissima. Adde primo numero dimidium sui, & totum abijce ex numero quadratorum residuum duces in duplum prioris numeri, & producti ℞. est secunda pars coniuncti. Exemplum, est cubus qui cum numero æqualis est 12. quadratis, & prima binomij pars est 5. adde dimidium 5. ad 5. fit $7\frac{1}{2}$ abijce ex 12. fit $4\frac{1}{2}$ duc. $4\frac{1}{2}$ in 10. duplum 5. prioris numeri, fit 45. cuius ℞. est secunda pars coniuncti, igitur 12. quadrata & 5. p̃. ℞. 45. æqualia sunt cubo & 40. Eadem ratione inueni, quòd numerus æquationis, scilicet 40. producti ex differentia primi numeri, & numeri quadratorum, in quadratum primi nume-

numeri, & producti tripli primi numeri, & numeri quadratorum in quadratum radicis, est differentia.

Post hæc deuolui consilium ad explorandum qualitatem capitulorum cub. quadrati, rerum & numeri, vidique quòd si dixero, cubus & 3. quadrata, æqualia sunt 14. rebus, & 20. numero, & ponatur quantitas quædam intellecta, æstimatio rei, cuius prima pars sit numerus, secunda verò quantitas, alia pars irrationalis. Et sit gratia exempli, hic 1. p̄. R̸. 5. constat autem quòd coniungendo partes irrationales cubi & quadrati, quod illæ fiunt ex duplo numeri quadratorum, iu primam numeri partem,

5. p̄. R̸. 45.
5 —— 12 —— 15
7 3
25 45
175 —— 135
40

res 1. p̄. R̸. 5.
quadratum 6. p̄. R̸. 20.
cub. 16. p̄. R̸. 320.

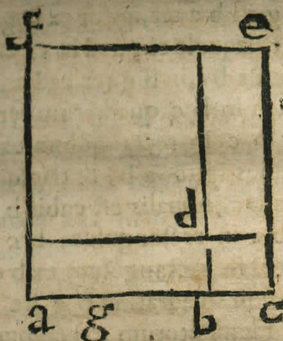
seu ex numero quadratorum, in duplum numeri, itemque ex triplo quadrati numeri, & quadrato irrationalis partis, hoc est autem æquale, in capitulo cubus quadrati, & numeri, etiam numerorum rerum conuenit, igitur ut in utroque pars rationalis talis sit, ut si iungantur, duplum numeri quadratorum, & etiam triplum sui quadrati, cum quadrato alterius partis, constituat numerum rerum. Et si pars rationalis vel numerus esset minus, oporteret vt esset differentia dupli numeri quadrati, & tripli quadrati partis, quæ est R̸. cum quadrato partis quę est numerus, ipse numerus rerum. Exemplum, si 1. cubus p̄. 6. quadratis p̄. numero, æquentur 30. rebus, & pars vna apotomæ, sit m̄. 2. tunc ducemus 6. numerum quadratorum in 4. duplum 2. & fiet 24. huic addemus 30. numerum rerum, & fiet 54. & hoc debet æquari triplo quadrati, quod est 12. & quadrato alterius partis, igitur abiecto 12 ex 54 relinquitur 42. & R̸. 42. est pars prima apotomæ, quare res valet R̸. 42. m̄. 2.

3 Est & modus alius, qui similitudinis dicitur, atque hic quadruplex A natura æquationis, velut cum capitulum cubi æqualis rebus & numero, extrahitur ex capitulo cubi & rerum æqualium numero. Ab augmentis æquationum, sicque capitula non vniuersalia inuenimus quad. quad. quadrati, rerum: ac numeri. A conuersione æquationum in naturam ei æquiualentem, ut exponemus infrà. A modo procedendi ad æquationes per cuborum vel quadratorum generationem, aut per proportionem ut dupli vel dimidij, aut per additionem vel diminutionem, tres enim sunt modi in vniuersum.

4 Est etiam transmutationis via, qua ante demonstrationem vniuersalia capitula multa inueni, atque inter reliqua, cubi æqualis quadratis & numero, & cubi cum quadratis, æqualis numero, velut cum conamur hanc soluere quæstionem, duos inuenias numeros, quorum aggregatum æquale sit alterius quadrato, & ex uno in alterum ducto, producatur 8. una enim via peruenies ad 1. cubum æqualem 1. quadrato p̄. 8. alia ad 1. cubum p̄. 8. rebus æqualem 64. hae igitur inuenta æstimatione, si diuiseris 8. per eam, prodibit reliqua æquatio, ex qua in capituli illius cogitationem perueni. Quæstiones igitur alio ingenio cognitas ad ignotas transfer positiones, nec capitulorum inuentio finem est habitura, non tamen extra hæc, ex vna quæstione, generalia poteris assequi.

Cum autem intellexissem capitulum, quod Nicolaus Tartalea mihi tradiderat, ab eo fuisse demonstratione inuentum Geometrica, cogitaui eam viam esse regiam, ad omnia capitula venanda. Itaque ad eam tria supposita maximè utilia præmittere institui, quorum dilucidá declaratione, reliqua, quæ & ipsa demonstrabuntur, facile erit intelligere, est autem horum hoc primum.

Si quantitas in duas partes diuidatur, cubus totius æqualis est, cubis ambarum partium, triploque productorum, uniuscuiusque earum, vicissim in alterius quadratum. Quamuis hoc & reliqua duo quæ sequuntur alibi à nobis in 7. Elem. Geom. ostensa sint, ne tamen huic operi quicquam deesset, placuit hic denuo demonstrare. Sit



igitur A. C. diuisa in puncto B. & sit cubus totius A. E. sint etiam in basi eius superficies distinctæ D. A. D. C. D. F. D. E. manifestum est autem ex 4. 2. Elementorum, C. D. esse quadratum B. D. & D. F. quadratum A. B. & duo rectangula A. D. & D. E. fieri ex A. B. in B. C. singula, cubus autem totus constat ex A. C. linea, in quadratum A. E. quare ex A. C. in superficies D. A. D. C. D. E. D. F. componentes A. E. quare cum A. C. constet ex A. B. & B. C, constabit cubus A. E. ex octo corporibus, quorum quatuor constant ex A. B. linea in superficies D. A. D. C. D. E. D. F. reliqua quatuor, ex B. C. linea, in easdem quatuor superficies. At ex A. B. in F. D. fit cubus A. B. & ex B. C. in C. D. cubus B. C. constat igitur cubus A. E. ex cubis A. B. & B. C. & ex eo quod fit ex A. B. in D. A. D. C. D. E. & eo quod fit ex C. B. in D. A. D. F. & D. E. at quod fit ex A. B. in C. D. æquale est ei quod fit ex B. C. in D. A. & quod fit ex B. C. in D. F. æquale ei quod fit ex A. B. in A. D. eò quod altitudines & bases eædem sunt, parallelipeda etiam ex A. B. in A. D. vel D. E. æqualia sunt inuicem, similiter ex B. C. in A. D. vel D. E. inuicem æqualia, eò quòd D. A. & D. E. sunt æquales superficies, per 43. primi Elementorum,

torum, igitur cubus a c constat ex cubis a b & b c, & triplo a b in quadratum b c, & triplo b c in quadratum a b, quod erat probandum.

7 Ex hoc patet secundum, scilicet, quòd cubus a b, cum triplo a b in quadratum b c, superat cubum b c, cum triplo b c in quadratum a b, in cubo differentiæ a b & b c, sit igitur a g æqualis b c, & erit differentia a b & b c, linea g b, constat autem ex præcedente cubum a b, æqualem esse cubis a g & g b, & triplo a g in quadratum g b, & triplo g b in quadratum a g, quare cubus a b cum triplo a b in quadratum b c, æqualis est cubis a g & g b, & triplo a b in quadratum g b, & triplo g b in quadratum a g, & triplo a b, in quadratum g b, & triplo g b, in quadratum a g, & triplo a b, in quadratum b c. verum cubus a g, æqualis est cubo b c, & triplum b g in quadratum a g, æquale est triplo b g, in quadratum b c, & triplum a g in quadratum g b, æquale est triplo b c in quadratum b g, eò quòd b c æqualis est a g, cubus igitur a b, & triplum a b, in quadratum b c, æqualia sunt cubo b c & b g, & triplo b g, in quadratū b c, & triplo b c, in quadratū b g, & triplo a b, in quadratum b c, at ex b g, in quadratū b c, fit quantum ex b c in rectangulū ex b c b g, in b c ter, igitur ex b g in quadratum b c, æquale ei quod fit ex b c, in rectangulum ex b c, in b g ter, eadem ratione, quod ex a b in b c quadratum ter æquale ei quod ex b c in rectangulum ex a b in b c ter, cubus igitur a b, & triplum a b in quadratum b c, æqualis est cubis b g & b c, & triplo b c in rectangulum b c in a b, & triplo b c, in rectangulum ex b c in b g, & triplo b c in quadratum b g, at ex quarta secundi Elementorum, rectangulum ex b c in b a, & ex b c in b g, cum quadrato b g æquantur quadrato a b, igitur cubus b g cum cubo b c, & triplo a b in quadratum b c, quare cubus a b, cum triplo a b in quadratū b c, excedunt cubum b c, cum triplo b c in quadratum a b, in cubo differentiæ b g.

Corm. primum. Ex hoc patet, quòd si b c ponatur m̃. quòd cubus a b constabit ex cubo a c, & triplo a c in quadratum b c, addito per m̃. cubo b c, & triplo b c in quadratum a c, nam si b c fuisset p̃. differentia cubi a c cum triplo a c in quadratum b c, à cubo b c, & triplo b c in quadratum a c, fuisset cubus a b, ex demonstratis. Sed posita b c m̃. tantum est quod aggregatur, quanta est differectia posita b c p̃. igitur cubus a b, est aggregatum cubi a c & tripli a c, in quadratum b c, & tripli b c in quadratum a c m̃. & cubi b c m̃. Et eodem modo, si a b poneretur m̃. cubus b c constaret ex cubo a c, & triplo a c in quadratum a b, & triplo a b, in quadratum a c per m̃. & cubo a b per m̃.

Corm. 2. Eodem modo, si a b ponatur m̃. cubus eius componetur ex cubo b c, & triplo b c in quadratum a c, & cubo a c per m̃. & triplo a c in quadratum b c per m̃. nam vt dictum est, cubus a b, est differentia talium partium per p̃. ex primo corollario, igitur detracta maiore ex minore, fiet tantundem m̃. sed cubus a b m̃. est æqualis cubo a b p̃. in numero, vt enim 27. p̃. est cubus 3. p̃. ita 27. m̃. est cubus 3. m̃. igitur cubus a b m̃. est æqualis cubo b c, & triplo b c, in quadratum a c, & cubo a c m̃. & triplo a c in quadratum b c m̃.

Ex primo autem supposito, ostenditur 8 etiam hoc tertium, quod est, proportionem aggregati ex cubis a b & b c, ad triplum productorum a b in quadratum b c, & b c in quadratum a b esse, vt aggregati primæ & tertiæ detracta secunda trium quantitatum anologarum in proportione a b ad b c ad triplum secundæ earum. Constat enim ex 32. 11. Elementorum, quòd proportio cubi a b ad corpus ex a c in quadratum a b, est vt quadrati a b ad a d superficiem, quare ex prima sexti Elementorum, vt a b ad b c, eadem ratione parallelepipedi ex b c in quadratum a b ad parallelepipedum ex a b in quadratum b c, proportio, vt a b ad b c, atque rursus parellelepipedi, ex a b in quadratum b c ad cubum b c, vt a b ad b c. Quatuor igitur corpora, scilicet cubus a b, parallelepipedum ex b c in quadratum a b, parallelepipedum ex a b in quadratum b c, & cubus b c, sunt in continua proportione linearum a b & b c. Statuamus ita hæc corpora breuitatis causa in quatuor literis h, k, l, m, ita vt h, sit cubus a b, & k, parallelepipedum ex b c, in quadratum a b, & l, parallelepipedum ex a b, in quadratum b c, & m sit cubus b c, igitur cum ratio. m, ad l, sit ea quæ l, ad k, vt probatum est, item k ad l, vt h ad k, erit per 24. 5. Elementorū, k m ad l, vt h l, ad k, quare ex duodecima eiusdem, h k l m, ad k l, vt h l ad k, quare ex decimanona eiusdem, h m ad k l, vt h l detracto k, ad k, quare per 22. eiusdem, h m ad triplum k l, vt h l dempto k ad triplum k, at cum h k l, sint in proportione a b ad b c, vt probatum est, erit per 11. eiusdem quinti Elementorum, cuborum a b & b c, simul iunctorum, ad triplum a b in quadratum b c, & b c in quadratum a b, velut primæ & tertiæ trium linearum proportionalium in proportione a b & b c, detracta media ipsarum, ad triplum ipsius mediæ.

Corm. 3. Ex hoc patet, quòd proportio tripli b c in quadratam a b, ad triplum a b in quadratum b c, est vt a b c, ex duodecima quinti Elementorum.

Corm. 4. Et quod proportio cuborum a b & b c, cum duplo b c in quadratum a b, & a b in quadratum b c, ad residuum totius cubi a c, est vt trium superficierum d c, d a, d e, ad d e superficiem, seu vt trium quantitatum proportionalium in proportione a b ad b c, ad mediam ipsarum, ac multa alia quæ breuitatis causâ omitto.

Capvt VII.

De capitulorum transmutatione.

1 Cvm fuerit numerus & denominatio media, extremæ æqualis, conuertetur capi-

capitulum in duas denominationes eaſdem, & ſub eadem magnitudine numero æquales, velut ſi dicam, quadratum æquatur 6. radicibus & 16. dicemus igitur etiam, quadratum & 6. radices, æquantur 16. manétque conuerſa ratio, inde habita prima æquatione, detrehemus numerum radicum, & eſt 6. & habebimus ſecundam, vel ſecunda habita, addemus 6. numerum radicum, & fiet æquatio prima, verùm in cæteris denominationibus regula generalis dari non poteſt.

2 Verùm generalis eſt regula, cùm media denominatio, numero & extremæ denominationi æquatur, tunc conuertetur in aliam mediam denominationem, tantundem à numero diſtantem: quantum prior media ab extrema denominatione diſtabat. Sic pro exemplo, ſi cubus & numerus æquales ſint rebus, cubus cum eodem numero, quadratis etiam æquabitur, ſed non ſub rerum numero. Ratio verò habendi mediam denominationem eſt, deprime maiorem denominationem ex mediis, per minorem, & radicem numeri æquationis, ſumptam ſecundum naturam denominationis extremæ, reduces ad denominationem quæ exiit, & cum eo numero, multiplicabis numerum denominationis mediæ proximioris maximæ denominationi extremæ, aut diuides numerum proximioris numero, & qui exit, numerus eſt denominationis mediæ, velut ſi cubus & 16. æquentur 6. quadratis, erit ex dictis cubus & 16. æqualia rebus. Harum numerum ſic venabimur, deprime quadratum per res, exeunt res, accipe ℞. cub. 16. nam cubus eſt extrema denominatio, & eam reduc ad naturam rei, cùm res ſit id, quod prouenit diuiſo quadrato per rem, fiet igitur ℞. cub. 16. quoniam res non auget nec minuit igitur ducemus ℞. cub. 16. in 6. numerum quadratorum, qui ſunt proximiores cubo, quàm numero, & fient res ℞. cub. 3456. æquales 1. cub. p̄. 16. Exemplum aliud. cubus & 8. æquantur 18. rebus, dices igitur, cubus & 8. æquantur quadratis, diuide igitur quadratum per rem exit res, accipe ℞. cubicam 8. quia cubus eſt maxima denominatio, & eſt 2. ea non eſt deducenda aliter, cùm res ſit denominatio exiens, fiet igitur 2. diuiſor 18. numeri rerum, quia res ſunt proximiores numero, quàm cubo, & exibit 9. numerus quadratorum æqualium cubo p̄. 8. eodem modo, ſi dicamus 1. quadr. quadratum p̄. 64. æquatur 10. cubis, cadet transſmutatio

1. quadr. quad. p̄. 64. 10. cub.
1. quad. quadr. p̄. 64. rebus.
℞. 8. quad. 8.
10.
res 80.

rebus in 1. quad. quadratum p̄. 64. æquale rebus, diuide igitur cubum per rem exit quadratum, duc ℞. ℞. 64. quæ eſt ex natura quadr. quadrati, & eſt ℞. 8. ad naturam quadrati, ſcilicet denominationis exeuntis, fit 8. quem duc in 10. numerum cuborum, quia ſunt proximiores maximæ denominationis, & fiunt res 80. contrà diuide res 80. per 8. ad habendum numerum cuborum.

3 Eadem ratio tenet, vbi denominatio media cum numero, æquatur extremæ, ſeu duæ denominationes extremæ, numero æquales fuerint, nam eadem regula vnam æquationem in aliam transſmutabimus. Vt pro exemplo, cubus æquetur 9. rebus p̄. 10. dicemus igitur, cubus p̄. quad. ℞. cubicæ 72900. æquantur 10. & ſi cubus æquatur 6. quadratis p̄. 16. erit cubus & res ℞. cubus 3456. æqualis 19. Et ſi cubus p̄. 18. rebus, æquatur 8. erit cubus æqualis 9. quadratis & 8. numero. Et cùm relatum primum p̄. 6. cubis æquatur 80. erit relatum primum æquale quadratis p̄. 80. diuide igitur cubum per quadratum, exir res, ſume

r. p^m p̄. 6. cub. 80.
r. p^m quadr. p̄. 80.
r. rel. 80. — res ℞. rel. 80.
6.
quadr. ℞. rel. 922080.

℞. relati 80. & eam reducito ad naturam rei, remanet ℞. relati 80. quam ducito in 6. numerum cuborum, fit ℞. relata 622080. numerus quadratorum igitur p. æquatur quadratis ℞. relata 6222080. p̄. 80. numero, eadem ratione, ſi 1^m p^m p̄. 30. rebus æquale ſit 32. numero, tunc erit r. p. æquale quadr. quadrato & 32. numero, diuide quadr. quadratum per rem, exit cubus, reducito 2. ℞. relatam 32. ad cubum, fit 8. diuide 24. numerum rerum per 8. exit 3. numerus quadr. quadratorum, qui cum 32. æquantur relato primo.

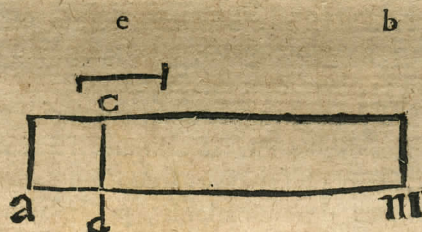
Sed pro habenda æſtimatione in ſingulis, 4
diuides quadratum radicis numeri æquationis, ſumpta ipſa radice: ſecundùm naturam maximæ denominationis, per æſtimationem quam habes, quod exit eſt æſtimatio conuerſi capituli. Exemplum, dictum eſt, quòd ſi cubus & 8. æquatur 18. rebus, cubus & 8. æquabitur 9. quadratis. In prima autem æquatione res valet 4. vel ℞. 6. m̄. 2. dico, quòd ſi acceperis ℞. cubicam 8. quæ eſt 2. & duxeris eam in ſe fit 4. & diuiſeris per priores æſtimationes, ſcilicet 4. vel ℞. 6. m̄. 2. exibunt 1. vel ℞. 24. m̄. 4. æſtimationes cubi p̄. 8. æqualium 9. quadratis. Et eodem modo dictum eſt, quòd ſi r^m p^m p̄. 6. cubis, æquatur 80. quod r^m p^m æquabitur ℞. r^a, 622080. quadratorum p̄. 80. & in prima æquatione æſtimatio rei manifeſtè eſt 2. duc igitur ℞. 1^{am} 80. in ſe, fit ℞. r^a 6400. diuide per 2. æſtimationem relati & 6. cuborum æqualium 80. exibit ℞. r^a 200. æſtimatio rei quando r^m p^m æquatur ℞. r^e 622080. quadratorum p̄. 80. vt verò facilior intellectus omnium horum ſit, viginti quatuor transſmutationes ſubiungam, ex quibus alias diſcere licebit. Hic namque duodecim ſunt conuerſiones, totidemque econtra, velut ſi cubus & quadratum æquantur numero, conuertetur capitulum in cubum æqualem rebus & numero, at econtra,

cub. & quad. æqual. n^o in cub. æqual. re & n^o.
cub. æqual. quadr. & n^o in cub. & res æqual. n^o.
cub. & n^s æqual. quadr. in cub. & n^m æqual. rebus.
quadr. quad. & cub. æqual. n^o in quadr. quad. æqual. rebus & n^o.
quad. quadr. & n^s æqual. cub. in quadr. quad. & n^m æqual. rebus.
quadr. quadr. æqual. cub. & n^o in quadr. quad. & res æqual. n^o.
r^m p^m & quad. quad. æqual. n^o in r^m p^m æqual. reb. & n^o.
r^m p^m æquale quad. quadr. & n^o in r^m p^m & res æqual. n^o.
r^m p^m & n^s æqual. quad. quad. in r^m p^m & n^m æqual. reb^o.
r^m p^m & cub. æqual. n^o in r^m p^m æqual. quad. quad. & n^o.
r^m p^m æqual. cub. & n^o in r^m p^m & quad. æqual. n^o.
r^m p^m & n^s æqual. cub. in r^m p^m & n^m æqual. quadr.

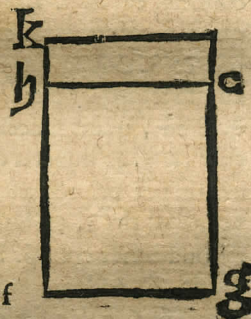
contrà, si cubus æqualis sit rebus & numero: cubus & quadrata numero etiam æqualia erunt.

Demonstratio.

5 Vt verò eiusmodi sit aliqua, exempli causa, demonstratio, ponatur parallelepipedum a b constans ex a c cubo, & d b numero,



æquale autem totum hoc quadratis a d lineæ. Igitur cum ipsum constet ex d c in a b, constabit etiam ex a m in quadratum d c, igitur a m est numerus quadratorum, inter m d & d a, sint continuè proportionales, e proximior a d, & f g proximior d m,



quadratum autem f g, sit g h, & sit g k superficies, æqualis ei quæ ex e in a m, compleatur autem corpus g k, secundùm altitudinem f g, erit igitur ex 15. sexti Elementorum a m ad f k, vt f g ad e, igitur ex vndecima quinti Elementorum, a m ad f k, vt m d ad f g, seu f h. At per decimamnonam quinti Elementorum erit a m ad f k, vt a d ad k h, ex vndecima igitur eiusdem, m d ad f h, vt a d ad k h, quare cùm sit m d, ad f h, vt f h ad e, & f h ad e, vt e ad a d, & e ad a d, vt a d ad k h, erunt quinque lineæ m d, f h, e, a d, h k. Continuè proportionales, igitur per 32. 11. & 17. 6. Elementorum erit g h ad a c, vt m d ad h k, vtraque enim duplicata ei, quæ est f h, ad a d, quare quod ex d m quinta in a c quadratum secundæ, æquale est ei, quod ex k h prima in g h quadratum quartæ. Igitur corpus k o est numerus propositus, & cum cubo b g æquatur rebus totidem, quot sunt in superficie g k, at g k æqualis est superficiei ex c in a m, est autem e radix cubica numeri d b, propositi, ex 34. 11. Elementorum, & a m numerus quadratorum, vt propositum est. Igitur numerus rerum g k fit ex radice cubica numeri æquationis in numerum quadratorum, & numerus æquationis manet idem scilicet corpus k o & b d, quorum vnum alteri æquale esse demonstrauimus. Superest itaque, vt ostendamus æstimationem rei quæ est a d in vno, & f g, in altero esse, quales proponuntur, cadit enim inter eas proportionalis media e radix cubica numeri propositi, igitur ex 16. 6. Elementorum diuiso quadrato e per vnam earum exibit reliqua. Eodem modo probaremus reliquam partem regulæ, & generaliter, sed breuitati consulendum est in his quæ ordinem habent eum, vt vnum ex altero cognoscatur.

Regvla.

Est & alius transmutandi modus, manente quidem denominationum numero, 6
variato autem æquationis numero, verùm in reliquis eandem habet rationem, regula igitur est. Accipe radicem numeri æquationis, secundùm naturam denominationis mediæ quam habes; & eam reduces multiplicando ad naturam denominationis mediæ, quam vis æquari extremis in conuersione, & hic est numerus in secunda æquatione. Exemplum, si dico, cubus & 8. æquatur 18. rebus, tu scis ex tabula suprapposita, quæ huic seruit regulæ, quòd transmutatur in cubum & numerum æqualia quadratis, at ex hac regula liquet, quòd numerus quadratorum æquatur numero rerum, erunt igitur cub. & numerus æquales 18. quadratis, pro numero igitur æquationis accipe 8. quia res non habent radicem, & duc in se fiet 64. numerus æquationis, duxisti autem in se quia denominatio media in quam fienda est transmutatio, est quadratum. Eadem ratione, si dicatur, 1. quad. quadratum p̃. 8. æquatur 12. rebus, traducetur in quadr. quadratum & numerum æqualia cubis, quare reducemus 8. ad cubum & fiet 1. quad. quadratum p̃. 512. æquale 12. cubis. Et ita, si dicatur 1. p^a 1^a p̃. 8. æquatur 5. cubis, transmutatio fiet in 1^m p^m p̃. numero, æquale 5. quadratis, ex tabula vel regula, igitur pro numero (quia denominatio media in proposito est cubus) sumemus ℞. cub. 8. quæ est, & eam deducemus ad naturam quadrati, quia quadratum est denominatio media in transmutatione, fiet igitur 4. quare erit 1^m p^m p̃. 4. æquale 5. quadratis.

Eadem ratio tenet, cùm numerus & media 7
denominatio extremæ æquantur, vt transmute-

mutetur in capitulum denominationum æqualium numero. Exemplum, si dicamus, 1. p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 4. cub. æquatur 64. accipimus propter cubum ꝶ. cubicam 64. & est 4. & eam reducemus ad quadratum denominationem mediam, in quam fienda est transmutatio, & habebimus 1. p^{m} $\imath^{m}$ æquale 4. quadratis & 16. numero, & si 1. p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 4. rebus æquatur 5. quia res non habet radicem, reducito 5. ad naturam quad. quadrati, & fit 625. ideo dicemus, quòd 1. $\imath^{m}$ p^{m} æquatur 4. quadratis quadrati p̃. 625.

8 Æstimationis ratio sic habetur in media denominatione æquali extremæ & numero. Reducito æquationem quam habes in naturam denominationis mediæ, in quam fienda est transmutatio, & hoc abiice ex numero denominationis mediæ, & ꝶ. residui, sumpta secundùm naturam denominationis mediæ, ex qua fit transmutatio, est rei æstimatio.

1. p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 64.	12. cub.
1. p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 16.	12. quad.

Exemplum, si p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 64. æquatur 12. cubis dicemus p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 16. æquatur 12 quadratis, æstimatio primæ æquationis est 2. & quia media denominatio in quam fit transmutatio est quadratum, ducemus 2. in se fit 4. abiice ipsum ex 12. numero cuborum, fit 8. residuum, cuius sumemus ꝶ. secundùm naturam denominationis mediæ, ex qua fit transmutatio, & est cubus, igitur ꝶ. cub. 8. quæ est 2. erit æstimatio rei in secunda æquatione. Aliud Exemplum, si p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 64. æquatur 24. quadratis, tu scis quòd transmutetur in p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 512. æquale 24. cubis,

1. p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 64.	24. quad.
1. p^{m} $\imath^{m}$ p̃. 512.	24. cub.

æquatio autem primi propositi fuit 2. cubus fit 8. nam media denominatio secunda est cubus, abiice 8. ex 24. numero quadratorum, relinquitur 16. cuius ꝶ. quadrata, id est, sumpta secundùm naturam denominationis mediæ primæ æquationis, quæ est 4. est æstimatio p^{1} $\imath^{1}$ p̃. 512. æqualis 24. cubis.

9 Sed quia intermedia denominatio iungitur numero vel extremæ denominationi, facto transitu in comparem, ex septima regula, reduces vt prius æstimationem quam habes in naturam denominationis mediæ cuius quæris æstimationem: & ei adde numerum denominationis mediæ, si media denominatio, cuius æstimatio quæritur, iuncta fuerit numero, vel minuemus, si iuncta fuerit extremæ denominationi, & eius aggregati vel residui ꝶ. sumpta, ex natura denominationis mediæ, cuius æstimatio cognita est, erit æquatio secundæ quæstionis quæsita. Exemplum, sit $\imath^{m}$ p^{m} æquale 3. cubis p̃. 8. & æstimatio rei cognita 2. & transmutatur ex regula septima in $\imath^{m}$ p^{m} p̃. 3. quadratis æqualia 4.

$\imath^{m}$ p^{m}	3. cub. p̃. 8.
$\imath^{m}$ p^{m} p̃. 3. quad.	4.

reduco igitur 2. ad naturam quadrati mediæ denominationis, cuius quæritur æstimatio) fit 4. ex hoc abiicio 3. numerum quadratorum, quia quadrata sunt iuncta 1° p^{o}, & non numero, relinquitur 1. huius ꝶ. cub. quæ est 1. est rei æstimatio, est autem cubus denominatio media æquationis iam cognitæ. Rursus sit $\imath^{m}$ p^{m} æquale 7. quadratis p̃. 4. & sit transmutatio in $\imath^{m}$ p^{m} p̃. 7. cubis æquale 8. ex septima regula,

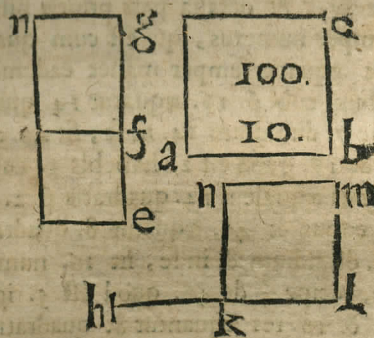
$\imath^{m}$ p^{m} p̃. 7. cub.	8.
$\imath^{m}$ p^{m}	7. quad. p̃. 4.

& sit huius cognita æquatio, quæ sit 1. & velim reliquam, reduco 1. ad quadratum, mediam denominationem ignotam, & fit 1. huic addemus 7. numerum quadratorum, quia media denominatio ignota, quæ est quadratum, iungitur numero, scilicet 4. & habebimus 8. huius ꝶ. cubica sumpta ex natura mediæ denominationis cognitæ, & est 2. talis ꝶ. cubica, est rei æstimatio, quando p^{m} $\imath^{m}$ æquatur 7. quadr. p̃. 4.

Ex hoc patet, quòd semper, habito vno capitulo, per secundam, tertiam, & quartam regulam, vel per sextam, septimam, octauam, & nonam, habebimus aliud generaliter, si generaliter, vel particulatim, si particulatim. Corrm. Exemplum igitur tale sit, cognito capitulo cubi & rerum æqualium numero, proponatur cubus æqualis 3. quadratis & 10. numero, habebimus igitur ex septima regula cubum & 3. res æquales ꝶ. 10. æquatio huius est ꝶ. v. cub. ꝶ. $3\frac{1}{2}$ p̃. ꝶ. $2\frac{1}{2}$ m̃. ꝶ. v. cub. ꝶ. $3\frac{1}{2}$ m̃. ꝶ. $2\frac{1}{2}$ huius igitur quadratum, addito 3. numero quadratorum, quia quadrata iunguntur numero, erit æstimatio cubi æqualis 3. quadratis & 10. numero, & hoc est quia denominatio media cognita, quæ est res non habet ex se radicem, & sic primò generaliter capitulum cubi æqualis quadratis & numero, aliáque multa capitula inueni, duplici viâ.

DEMONSTRATIO.

Et ne hoc voluntarium videatur, demonstratio huius adiicienda est in vno pro 10
omnibus, sit cubus d f, cum a b numero,



æqualis d g numero rerum, id est corpori d g, sit autem h l, numerus rerum, æqualis d g superficiei, in numero & sit quod ex h k in k m, æquale a c numero, & quadrato a b, erit igitur quod ex h l in k m, æquale a c & cubo k l, & similiter, quod ex

ex d e in d g, æquale cubo d e, & numero a b, d e autem est latus d f, & k l latus k m, sed h l æqualis est d g, cum igitur ex h k in k m fiat a c, & ex d e in f n, ab posita n f radice K m, & d e radice h K, nescio si ex d e in f n, fit a b, ex h K in K m, fit a c, námque hoc à Theone in Euclidis commentario est demonstratum, igitur cùm æstimatio rei in vno sit k l, in altero d e, sequitur vt sublata f d æquali h k (vtraque enim æquatur quadrato d e) ex h l, relinquatur, K l, rei æstimatio, quod est propositum.

11 Est & genus transmutationis in dissimile, vt cum quad. quadratum æquatur rebus & numero, & res est ℞. 5. p̃. 2. gratiâ exempli, erit quad. quadratum p̃. eisdem numero, & res erit eius apotome, videlicet ℞. 5. m̃. 2. & econtrà.

12 Transmutantur & ea, quæ constant ex quatuor nominibus, cùm fuerint tres partes continuè proportionales, & æquales rebus vel cubis, dico autem, numerus & quadratum & quad. quadratum, vel diuiso numero rerum per ℞. numeri, exit numerus cuborum, multiplicato verò numero cuborum, per ℞. numeri, producitur numerus rerum æqualium quadr. quadrato & numero eisdem, velut, si quad. quadratum p̃. 8. quadratis p̃. 64. æquantur 10. cubis igitur ducto 8. ℞. 64. in 10. numerum cuborum, erit 1. quad. quadratum p̃. 8. quadratis p̃. 64. æquale 80. rebus. Habita autem vnâ æquatione, diuide cum ea ℞. numeri, quod exit, est reliqua æquatio, velut 1. quad. quadratum p̃. 8. quadratis p̃. 46. æquatur 56. rebus & res est 4. erit 1. quad. quadratum p̃. 8. quadratis p̃. 64. æquale 7. cubis, inde diuiso 8. radice 84. per 2. priorem æquationem, exit 4. secunda æquatio quad. quadrati p̃. 8. quadratis p̃. 64. æqualium 7. cubis.

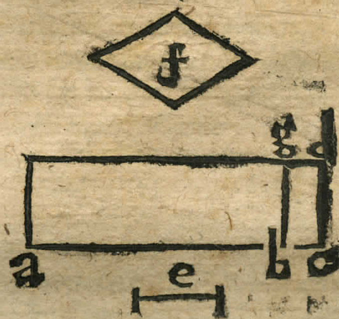
13 Est etiam transmutatio capitulorum ex tribus constantium, in capitula ex quatuor, & pro exemplo, regulam vnam exponam, si sit capitulum cubi & numeri æqualium quadratis, conuertetur in capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, hoc modo, manente numero quadratorum, duc dimidium numeri quadratorum in se, & productum est numerus rerum, quæ sunt cum cubo, & octaua pars prioris numeri est semper numerus, qui est cum quadratis, & æquatio semper manet eadem. Exemplum, cub. p̃. 16. æquatur 14. quadratis, duc 7. dimidium 14. in se, fit 49. accipe $\frac{1}{8}$ de 16. quod est 2. habebis 1. cub. p̃. 49. rebus æqualem 14. quadratis p̃. 2. Aliud, cubus & 40. æquatur 8. quadratis, duc 4. dimidium 8. in se, fit 16. numerus rerum, accipe $\frac{1}{8}$ de 40. quod est 5. igitur cubus & 16. res æquantur 8. quadratis q. 5. & æquatione vnâ inuenta, habes reliquam cùm sint eædem, demonstratio huius non est hîc necessaria.

Capvt VIII.

Docetur æquatio generaliter mediæ denominationis æqualis extremæ & numero.

Demonstratio.

Sit inquam, cubus quadrati & numerus f, æqualis aliquibus rebus, & sit numerus rerum a d, & sit b d portio, ex qua 1
sumpto latere, quale relati primi e, ducto in a g reliquum numeri rerum, fiat f nu-



merus æquationis, dico e esse rei æstimationem, nam quia ex supposito ex e in a g, fit f, & ex e in b d, fit cub. e, eò quòd e fuit latus relatum, b d, & productum ex e in a g, & in b d æquale est producto ex e in a d, sequitur cùm a d sit numerus rerum, quòd res æquantur cubo quadrato, & numero f, sub æstimatione ipsius e.

Regvla.

Secundùm hoc formabitur regula, cùm fuerint denominatio media & numerus, æ- 2
quales mediæ, & ex numero mediæ denominationis, feceris duas partes, ex quarum rum vna in radicem alterius, sumptam secundùm naturam denominationis, prouenientis ex diuisione extremæ per mediam, & deductam ad naturam ipsius mediæ denominationis, fiat numerus æquationis, tunc radix ipsa antequam deducetur ad naturam denominationis mediæ, est rei æstimatio. Exemplum, 10. res æquantur quadrato & 21. tunc quia res sunt immediatæ quadrato & numero, sufficit facere de 10. duas partes, ex quarum vna in aliam fiat 21. & erunt 7. & 3. & vtraque est rei æstimatio. Aliud, 10. res, æquantur cubo & 3. hîc res est coniuncta numero, sed non cubo, cùm intermediet quadratum. Ideo diuidemus cubum per rem, exit quadratum, dicemus igitur fac ex 10. duas partes, ex quarum vna in quadratam alterius radicem, fiat 3. & erunt 1. & 9. nam ex 1. in 3. ℞. 9. fit 3. ideo talis ℞. scilicet 3. est rei æstimatio. Aliud, 10. cubi æquales sunt quad. quadrati, & 64. iam hic cubus hæret quadr. quadrato, & à numero distat intermediantibus quadrato & re, dices igitur, fac de 10. duas partes, ex quarum vna in alterius cubum, producatur 64. & erunt partes 8. & 2. qui ad cubum deducendus est, igitur 2. est rei æstimatio, scilicet quòd opor-

oporteat ſemper numerum, cùm quo operamur, eſſe rei æquationem. Aliud, & eſt quarti modi exemplum, 10. cubi æquantur $p^o r^o$ & 48. tunc iam cubus diſtat à $r^o p^o$, intermedio quad. quadrati, & à numero interpoſitis quadrato & re, diuide igitur $r^m p^m$ per cubum exit quadratum, dicemus, fac de 10. numero mediæ denominationis duas partes, ex quarum vna, in cubum radicis quadratæ alterius producatur 48. numerus æquationis, & erunt partes 6. & 4. nam ex 6. in 8. cubum 2. radicis quadratæ 4. fit 48. ideo ipſum 2. radix quadrata 4. eſt rei æſtimatio. Manifeſtum eſt igitur, quòd ſemper ſumimus radicem ex natura denominationis, ſecundùm quam media in maiore continetur, & deducimus eam ad naturam ipſius mediæ & qui ſcit hoc facere, nouit capitulum, & qui nouit capitulum, ſcit etiam hoc facere.

3 Eſt verò manifeſtum, quòd cùm media denominatio, extremæ & numero æqualis eſt, tunc in omnibus, præterquam in maximo numero, duas æſtimationes neceſſariò habet.

CAPVT IX.

De ſecunda incognita quantitate non multiplicata.

GENERALITER hucuſque noua inuenta tractauimus: nunc verò de ſingulis dicendum ſpeciebus eſt, namque ſæpius illud occurrit, vt quæſtionem propoſitam, duplici poſitione ſoluamus. Eiuſmodi autem eſt exemplum, quando aliter vix rem hanc poſſumus explicare. Tres erant viri pecunias habentes. Primus cum dimidio reliquorum habuit aureos 32. Secundus cum reliquorum tertia parte 28. Tertius cum reliquorum parte quarta 31. quæritur quantum quiſque habuit. Statuemus primo rem ignotam primam, ſecundo ſecundam rem

Prim.	Secund.	Terti.
res	quan.	31. m̃.

Quarta parte reliq° ℞. primus $16\frac{1}{2}$ p̃. $\frac{1}{8}$ poſ. m̃. $\frac{1}{8}$ quan. æqualia poſitioni primæ.

$\frac{7}{8}$ poſ. p̃. $\frac{1}{8}$ quan. æqualia $16\frac{1}{2}$

Secundus $17\frac{2}{3}$ p̃. $\frac{1}{12}$ quan. m̃. $\frac{1}{4}$ poſ. æqualia quantitati ſecundæ.

$\frac{11}{12}$ quan. p̃. $\frac{1}{4}$ poſ. æqualia $17\frac{2}{3}$

ignotam, tertio igitur 31. aurei, minus quarta parte rei, ac quarta parte quantitatis relicti ſunt, iam igitur vide, quantum habet primus, equidem ſi illi dimidium ſecundi & tertij adiicias, habiturus eſt aureos 32. habet igitur per ſe aureos 32. m̃. $\frac{1}{2}$ quan. m̃. $15\frac{1}{2}$ p̃. $\frac{1}{8}$ poſitionis p̃. $\frac{1}{8}$ quant. quare habebit $16\frac{1}{2}$ m̃. $\frac{1}{8}$ quantitatis p̃. $\frac{1}{8}$ poſ. hoc autem cùm ſit æquale vni poſitioni, erit $\frac{7}{8}$ poſ. & $\frac{1}{8}$ quant. æquale $16\frac{1}{2}$, quare deducendo ad integra 7. poſ. & 3. quant æquabuntur 132. Rurſus videamus, quantum habeat ſecundus, habet hic 28. ſi ei tertia pars primi ac tertij addatur, ea eſt $\frac{1}{3}$ poſ. p̃. $10\frac{1}{3}$ m̃. $\frac{1}{12}$ poſ. m̃. $\frac{1}{12}$ quant. hoc eſt igitur $\frac{1}{4}$ poſ. p̃. $10\frac{1}{3}$ m̃. $\frac{1}{12}$ quant. abiice ex 28. relinquitur $17\frac{2}{3}$ p̃. $\frac{1}{12}$ quant. m̃. $\frac{1}{4}$ poſ. & tantum habuit ſecundus. Suppoſitum eſt autem habere illum quantitatem, quantitas igitur ſecunda, æquiualet $\frac{1}{12}$ ſuimet, & $37\frac{2}{3}$ m̃. $\frac{1}{4}$ poſ. abiectis communiter $\frac{1}{12}$ quantitatis, & reſtituto m̃. alteri parti, fient $\frac{11}{12}$ quan. p̃. $\frac{1}{4}$ poſ. æqualia $17\frac{2}{3}$, quare 1. quan. p. 3. poſ. æqualia erunt 212. multiplicatis partibus omnibus per

7. poſ. p̃. 3. qua. æqual. 122.
3. poſ. p̃. 1. quan. æqual. 212.
7. poſ. p̃. $15\frac{2}{3}$ quan. æqual. $494\frac{2}{3}$

12. denominatorem, inde duces quamuis earum ad æqualitatem alterius, in poſitionum aut quantitatum numero, vtpote dicendo, 3. poſ. p̃. 11. quan. æquantur 212. volo modo vt ſint 7. poſitiones, & erunt per regulam quatuor quantitatum proportionalium, $25\frac{2}{3}$ quan. æquales $494\frac{2}{3}$, habes igitur, vt vides, poſ. p̃. 3. quantitatibus æqualia 132. & 7. poſ. p̃. $15\frac{2}{3}$ quantitatibus æqualia $494\frac{2}{3}$, igitur cum 7. poſ. ſint idem, in vtroque erit differentia quantitatum, ſcilicet $22\frac{2}{3}$, æqualis numerorum differentiæ, quæ eſt $362\frac{2}{3}$, diuide igitur ſicut

7. poſ. p̃. 3. quan. 132.
7. poſ. p̃. $25\frac{2}{3}$ quan. $494\frac{2}{3}$

$22\frac{2}{3}$ quan. æquales $362\frac{2}{3}$

in poſitione ſimplici, per capitulum tertium, $362\frac{2}{3}$, per $22\frac{2}{3}$, exit 16. æſtimatio quantitatis, & tantum habuit ſecundus. Rurſus ponamus primo eſſe rem, ſecundo iam erant 16. tertio ſit ſecunda quantitas, cúmque ſecundus cum tertia parte primi & tertij, habeat 28. ipſe autem habeat 16. erit $\frac{1}{3}$ poſ. p̃. $\frac{1}{3}$ quantitatis æqualis 12. reſiduo 16. & 28. & ideo 2. poſ. p̃. 1. quantitate æquabuntur 36. ad verò primus, cum dimidio reliquorum habuit 32. dimidium

p^a	2^a	3^a
1. poſ.	16	1. quan.

$\frac{1}{3}$ poſ. p̃. $\frac{1}{3}$ quan. 12.
1. poſ. p̃. $\frac{1}{2}$ quan. 24.
poſ. p̃. 1. quan. 36.

$\frac{1}{2}$ quan. æqualis 12.

reliquorum eſt 8. p̃. $\frac{1}{2}$ quan. igitur 1. poſ. p̃. 8. p̃. $\frac{1}{2}$ quan. æquantur 32. igitur abiecto 8. fiet 1. poſ. p̃. $\frac{1}{2}$ quan. æqualis 24. quia igitur 1. poſ. p̃. 1. quan. æquabitur 36. igitur differentia 24. & 36. quæ eſt 12. æquatur dimidio quantitatis, quare per modum capituli tertij, diuiſo 12. per $\frac{1}{2}$, exit 24. æſtimatio quantitatis, ſeu numerus aureorum tertij, iam igitur conſtat ſecundum habuiſſe 16. tertium 24. primus autem cum dimidio ſecundi & tertij habet 32. detracto 20. dimidio ſecundi &

& tertij, ex 32. relinquitur 12. numerus primi, habuit igitur primus aureos 12. ſecundus 16. tertius 24. Operatio prolixa, clara tamem ac facilis, ſemper autem reducenda eſt denominatio vna ad eundem nunumerum, & tunc differentia numerorum æqualis neceſſariò erit differentiæ alterius denominationis, vt vidiſti bis in hoc exemplo.

Exemplum aliud, Dixit primus ſecundo, da mihi tertiam partem tuorum, & 3. p̃. & habebo triplum reſidui tui. At ſecundus primo, da dimidium, & 2. p̃, tuorum, & quod tibi relinquetur erit nona pars omnium quæ ego habebo. Dabimus primo rem, ſecundo quantitatem, quia igitur dando $\frac{1}{3}$ & 3. p̃.

Primus. Secundus.
1. poſ. 1. quan.
1. poſ. p̃. $\frac{1}{3}$ quan. p̃. 3. triplum $\frac{2}{3}$ quan. m̃. 3.

1. poſ. p̃. 12. æqual. 1 $\frac{2}{3}$ quan.

1. quan. p̃. $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. 2. nonuplum $\frac{1}{2}$ poſ. m̃. 2.

1. quan. p̃. 20. æqual. 4. poſ.

ſecundi primo, relinquitur ſecundo $\frac{2}{3}$ quan. m̃. 3. & hoc eſt tertia pars aggregati primi quod eſt 1. poſiti p̃. $\frac{2}{3}$ quantitatis p̃. 3. igitur triplato $\frac{2}{3}$ quan. m̃. 3. & fit 2. quan. m̃. 9. erit hoc æquale poſ. p̃. $\frac{1}{3}$ quantit. p̃. 3. quare reddendo quod eſt minus, alteri parti fiet 1. poſitio p̃. 12. æqualis 1 $\frac{2}{3}$ quantitati. Rurſus quia dictum eſt, quòd ſi primus det dimidium p̃. 2. ſecundo, erit reſiduum ſcilicet $\frac{1}{2}$ poſ. m̃. 2. nona pa s aggregati, quod eſt 1. quan. p̃. $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. 2. igitur multiplicando tale reſiduum per 9. fient 4 $\frac{1}{2}$ poſ. m̃. 18. æquales 1. quan. p̃. $\frac{1}{2}$ poſitionibus p̃. 2. reddendo minus alteri parti, & auferendo ſimilia, habebimus 4. poſ. æquales 1. quantitati p̃. 20. habebas etiam 1. poſ. p̃. 12. æqualem 1 $\frac{2}{3}$ quantitati, reducito partes ad æqualitatem vnius denominationis, & primo multiplicando 1. poſ. p̃. 12. æqualem 1 $\frac{2}{3}$ quan. per 4. fient 4. poſ. p̃ 48. æquales 6 $\frac{2}{3}$ quantitatibus, & hoc comparabis, vt vides in figura. cum 4. poſitionibus æqualibus 1. quantitati p̃. 20. & ſimiliter eadem

4. poſ. p̃. 48. æquales 6 $\frac{2}{3}$ quan.
4. poſ. æquales 20. p̃. 1. quan.

4. poſ. p̃. 68. p̃. 1. quan. æquales.
4. poſ. p̃. 6 $\frac{2}{3}$ quan.

5 $\frac{2}{3}$ quan. æqualis 64.

5. quan. æqual. 36. p̃. 3. poſ.
5. quan. p̃. 100. æqual. 20. poſ.

5. quan. p̃. 20. poſ. æqual.
5. quan. quan. p̃. 3. poſ. p̃. 136.

17. poſ. æquales 136.

ratione reducendo numerum quantitatum ad æqualitatem, habebis 5. quantitates æquales 36. p̃. 3. poſitionibus, & 5. quantitates p̃. 100. æquales 10. poſitionibus; in vtroque caſu transferes viciſſim, per regulam, ſi æqualibus æqualia addas, tota quoque fient æqualia, & habebis 4. poſitiones p̃. 68. p̃. 1. quantitate æquales 4. poſitionibus p̃. 6 $\frac{2}{3}$ quantitatibus, inde abiectis ſimilibus, relinquentur 5 $\frac{2}{3}$ quan. æquales 68. igitur diuiſo 68. per 5 $\frac{2}{3}$ exit 12. æſtimatio quantitatis, & id quod habuit ſecundus. Eadem ratione, transferes in ſecunda æquatione, partes diſſimiles, dicendo, ſi 1. quan. æquatur 39. p̃. 2. poſitionibus, & 5. quan. p̃. 100. æquantur 20. poſitionibus, igitur 5. quantitates p̃. 10 poſitionibus p̃. 3. poſitionibus, æquantur 5. quantitatibus p̃. 3. poſitionibus, p̃. 136. inde abiectis ſimilibus relinquuntur 17. poſitiones æquales 136. quare diuiſo 136. per 17. exibit 8. poſitionis æſtimatio, ſeu numerus primi, habuit itaque primus 8. ſecundus, 12. & quamuis aliter hæc etiam ſolui poſſint, hoc tamen proprium eſt magis purum, vt vno eodémque inpetu tota quæſtio abſoluatur, etſi etiam primum exemplum per ſolam rem oſtendi queat.

Exemplum tertium ſatis accommodatum inuenias tres quantitates quarũ prima cum ſecunda ſit ſexquialtera primæ cum tertia & prima cum tertia ſit ſexqui altera 2. cum tertia, pone tertiam 1. ſecundam 1. poſ. primam 1. quan. facilius tamen hoc modo: pone tertiam 1. poſ. ſecundam 1. quan. igitur aggregatum ex prima & tertia erit 1 $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. 1 $\frac{1}{2}$ quan. detracta tertia relinquetur prima $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. 1 $\frac{1}{2}$ quan. Et ſimiliter quia aggregatum primæ & ſecundæ eſt ſexquialterum aggregato primæ & tertiæ erit aggregatum primæ & ſecundæ 2 $\frac{1}{4}$ poſ. p̃. 2 $\frac{1}{4}$ quan. Et quia ſecunda quantitas fuit 1. quan. igitur prima erit reſiduum 2 $\frac{1}{4}$ poſ. p̃. 1 $\frac{1}{4}$ quan. prima igitur quantitas primo modo fuit $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. 1 $\frac{1}{2}$ quan. & ſecundo modo 2 $\frac{1}{4}$ poſ. p̃. 1 $\frac{1}{4}$ quan. Et hæc erunt inter ſe æqualia ex prima Animi ſententia Euclidis & rurſus per tertiam earundem detractis vtrinque $\frac{1}{2}$ poſ. & 1 $\frac{1}{4}$ quan. relinquetur 1 $\frac{3}{4}$ poſ. æqualis $\frac{1}{4}$ quan. igitur 1. quan. æquabitur 7. poſ. poſita igitur tertia 1. poſ. fuerit 1. erit ſecunda quæ eſt 1. quan. 7. & quia aggregatum eſt 8. & aggregatum primæ & tertiæ eſt illi ſexqui alterum, erit 12. & cùm ſit 1. erit prima 11. igitur quantitates erunt prima 11. ſecunda 7. tertia 1. & aggregata 18. 12. 8. in ſexquialtera proportione velut propoſitum fuit. Alio primo modo peruenis ad 1. quan. æqualem 1 $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. $\frac{1}{2}$ & 1. poſ. æqualem $\frac{1}{2}$ quan. p̃. 1 $\frac{1}{2}$ igitur duplum 2. poſ. æquabuntur 1. quan. p̃. 3. ſed iam oſtendimus 1. quan. etiam æqualem 1 $\frac{1}{2}$ poſ. $\frac{1}{2}$ igitur 2. poſ. æquabunt 1 $\frac{1}{2}$ poſ. d. 3 $\frac{1}{2}$ igitur $\frac{1}{2}$ poſ. æquatur 3 $\frac{1}{2}$ & 1. poſ. æquabitur 7. per idem cum 1. quant. æqualis ſit 1 $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. $\frac{1}{2}$ & 1. poſ. ſit æqualis $\frac{1}{2}$ quan. p̃. 1 $\frac{1}{2}$ erit 1. quan. æqualis $\frac{3}{4}$ quan. p̃. 2 $\frac{3}{4}$ igitur $\frac{1}{4}$ quan. æqualis 2 $\frac{3}{4}$, igitur 1. quan. erit æqualis 11. Et eſt pulchrior modus quia operamur per tres quantitates.

Capvt X.

De secunda quantitate incognita multiplicata.

CVm verò duæ quantitates incognitæ multiplicantur, aut in se ducuntur quatuor fient modi, quorum maior pars tria habet membra.

Demonstratio.

Primus est, cùm quadratum vnius, & quantitates ipsæ comparantur. Sit igitur primò quadratum a c, cuius latus a b, æqua-



le duplo a b & quintuplo e, gratiâ exempli, igitur posita b d æquali numero rerum, scilicet 2. erit a d æquale duplo a b, igitur c f æquatur quintuplo e, quare ex decimaquinta sexti Elementorum, a b ad e, vt 5. ad c d. est autem a b positio, & c d positio m̃. 2. & 5. numerus cognitus, quare regula est.

Regvla.

Posita re quantalibet, duc eam in se, detracto numero rerum, & quod exit, diuide per numerum ignoratæ quantitatis, exibit æstimatio ignotæ quantitatis. Exemplum, ponatur res 7. ducatur in 2. m̃. se, quia positum fuit, vt æquaretur duabus rebus & quinque quantitatibus, fiet 35. diuide 35. per 5. numerum quantitatum, exit quan. etiam 7. & si ponatur res 10. ducemus eam in 2. m̃. id est in 8. & fiet 80. vnde diuiso 80. per 5. exit 16. quantitas secunda. Quod si quantitas secunda ponatur cognita, multiplicabimus eam per suum nunumerum & producto addemus quadratum dimidij ipsius numeri rerum, & radix totius, addito dimidio numeri rerum est æstimatio rei. Exemplum, sit secunda quantitas 16. ducemus in 5. fit 80. adde 1. quadratum dimidij numeri rerum fit 81. huius ℞. est 9. cui addo dimidium numeri rerum, fit 10. quantitas ipsius rei.

Demonstratio.

Rursus, sit decuplum a b, æquale quadrato a b, & septuplo e, gratiâ exempli, & sit quadratum a b superficies a c & b d sit 10. igitur septuplum e æquale est f d superficiei, & vt in præcedenti, a b ad e, sic 7. ad c d, quare regula est, cùm res æquantur quadrato rei & quantitatibus.



Regvla.

Positam rem quantumcumque libuerit, minuemus ex numero rerum, & ducemus eam in residuum, productum diuidemus cum numero quaniitatum, quod exit est quantitatis æstimatio. Exemplum, ponatur hoc in casu res 8. minue ex 10. numero rerum, relinquuntur 2. quos duc in 8. fit 16. diuide per 7. numerum quantitatum, exit $2\frac{2}{7}$ æstimatio quantitatis. Quod si secunda quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum suum, & quod producitur, à quadrato dimidij numeri rerum minuemus, & radix residui, addita vel detracta, à numeri rerum dimidio, ostendit æstimationem rei. Exemplum, ponatur quantitas secunda $2\frac{2}{7}$ ducatur in 7. numerum quantitatum, fit 16. abiice hunc numerum ex 25. quadrato dimidij 10. numeri rerum, & relinquitur 9. cuius radix addita vel detracta à 5. dimidio 10. numeri rerum, & relinquitur 9. cuius radix addita vel detracta à 5. dimidio 10. numeri rerum, ostendit 8. vel 2. æstimationes ipsius rei.

Demonstratio.

Sit etiam e numerus, æqualis quadrato a b, quod est a c, & numero a b qui est superficies f d, posita igitur a b prima, numero e secunda, c tertia, b d quarta, erit proportio a b ad e, vt numeri e ad b d, quare regula erit, cùm quantitates æquantur rebus & quadrato rerum.

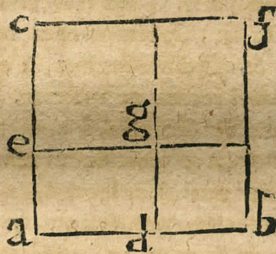
Regvla.

Positam rem quantamcumqua libuerit, ducemus in aggregatum ex ipsa & suo numero, & productum diuidemus per numerum quantitatum, & quod exit est æstimatio quantitatis. Exemplum, 5. quantitates æquantur 7. rebus, & quadrato rei, & res est 3. dicemus igitur, duc 3. in 10. aggregatum 3. æstimationis rei & 7. numeri rerũ, fit 30. diuide per 5. numerum rerum, exit 6. æstimatio quantitatis. Quòd si quantitas secunda sit cognita, ducemus eam in suum numerũ, & producto addemus quadratũ dimidij numeri rerũ & radix totius, detracto dimidio numeri rerum, est æstimatio rei. Exemplum, ponatur 6. quantitatis æstimatio, quando 5. quantitates æquales sunt 7. rebus, & quadrato rei, duc igitur 6. æstimationem quantitatum in 5. numerum quantitatum, fit 30. adde his quadratum $3\frac{1}{2}$ dimidij 7. numeri rerum, scilicet $42\frac{1}{4}$, ab huius radice, quæ est $6\frac{1}{2}$, si auferas $3\frac{1}{2}$, dimidium numeri rerum, relinquetur 3. æstimatio rei.

Notandum. Solemus autem his vti positionibus, cùm duorum numerorum, qui ab initio ponuntur, nulla exprimitur comparatio, nec in aggregato nec in differentia, nec in multiplicatione, nec in diuisione, seu proportione, nec in radice, his enim quinque modis comparantur numeri, quare si vnus consistat, nulla est secundæ quantitatis vtilitas, sed vnâ positione quæstio soluitur.

DEMONSTRATIO.

Quod si productum, ex re in quantitatem, quantitatibus & rebus comparetur, consurgent duo modi tantùm, aut enim tale productum quantitatibus & rebus æquabitur, aut res æquabuntur producto & quantitatibus, sit igitur res a b, quantitas a c, numerus quantitatum a d, numerus rerum a e, erunt igitur ex supposito, duæ superficies



perficies d c, & b e, æquales a f, est autem a f æqualis quatuor superficiebus, g a, g b, g c, g f, igitur hæ quatuor superficies, æquales sunt superficiebus d c, & b e, detractis itaque æqualiter tribus superficiebus g a, g b, g c relinquetur altera g a æqualis g f, quare ex 15. sexti Elementorum, a d, ad d b, vt c e ad e a, proportio igitur numeri quantitatum, ad residuum ex re, vt residui quantitatis, ablato numero rerum, ad numerum rerum, secundùm hoc erit regula,

REGVLA.

Si nota fuerit res, abiiciemus ex ea numerum quantitatum, & cum residuo diuidemus productum, ex numero rerum in numerum quantitatum, quod exit est addendum numero rerum, & totum est quantitas. Exemplum, sint 10. res & 12. quantitates, æquales producto rei in quantitatem, & sit quantitas 18. tunc abiicies econtrà, 10. numerum rerum, ex 18. quantitate, & relinquitur 8. cum quo diuide 120. productum ex 10. rerum numero, in 12. quantitatum numerum, & exit 15. quem adde ad 12. numerum quantitatum, fit 27. rei æstimatio, vnde 10. res, sunt 270. & 12. quantitates, sunt 216. quæ iuncta faciunt 486. productum 18. quantitatis in 27. rem, & ita posuimus exemplum, regulæ conuersum, vt intelligas vnam & eandem esse rationem. Quod si productum ipsum cognitum sit, diuide ipsum productum per numerum quantitatum, si sit minor numero rerum, aut per numerum rerum, si ille sit minor numero quantitatum, & dimidium exeuntis, duc in se, à quo abiice illud, quod prouenit, diuiso producto ex numero maiore in productum quantitatis, in rem, per numerum minorem, seu numerus rerum sit maior seu minor, & ℞. residui, addita vel detracta ab eo quod in se duxeras, ostendit æstimationem quantitatis, aut rei scilicet, quæ minore numero describitur, inde diuiso per eam producto, exit illa, quæ est maiore numero definita.

res	quan.	productum.
2.	6.	64.

32.
16. —— 256.
6 —— 64 $\frac{192}{64}$
384. 8.
$\frac{2}{192}$

Exemplum, 2. res & 6. quantitates, æquales sunt quantitati rei, quæ est gratiâ exempli 64. diuido 64 per 2. minorem quàm 6. exit 32. cuius dimidium 16. in se duco, & fit 256. abiicio ex hoc 192. qui prouenit, diuiso 384. producto 6. in 64. per 2. relinquuntur 64. cuius radix est 8. quæ addita vel detracta à 16. numero, quem in se duxisti, ostendit rei æstimationem 8. vel 24. quare si res valet 8. quantitas etiam erit 8. diuiso enim 64. per 24. & in vtroque casu, 2. res & 6. quantitates, æquantur 64. quantitati rei.

DEMONSTRATIO.

Quod si latus vnum, æquatur producto vnius in alterum, & reliquo lateri, sit latus illud a b, & reliquum a e, numerus verò lateris a b est a c superficies, igitur e f, fit ex supposito, ex a e in suum numerum, eadem autem fit ex a b in e c, proportio igitur a b ad a e, vt numeri a e ad e c, est autem eo residuum a e quantitatis, & a c numeri rerum, quare regula erit.

REGVLA.

Cùm fuerint res æquales quantitati rei, & quantitatibus, & nota fuerit quantitas, minuemus eam ex numero rerum, deinde ducemus quantitatem in suum numerum, & productum diuidemus per tale residuum, quod exit est æstimatio rei. Exemplum, 10. res, æquantur quantitati, rei, & quatuor quantitatibus, & quantitas ipsa est 8. aufero 8. ex 10. relinquitur 2. duco etiam 8. quantitatem, in 4. numerum ipsius, fit 32. quem diuido per 2. residuum relictum, exit 16. æstimatio rei, & vbi prima detractio nequiret fieri, casus non potest in veris numeris esse. Si verò non quantitas, sed ipsa res, sit cognita, quia ex a b, in a c, fit, quantum ex a e in aggregatum ex a b & numero a e, diuidemus productum ex numero rerum in æstimationẽ rei, per aggregatum ex re & numero quantitatum, quod exit, est quantitatis æstimatio. Exemplum, 10. res æquantur quantitati rei, & 4. quãtitatibus, & res est 16. duco 16. rem in 10. numerũ rerum, fit 160. diuido per 20. aggregatũ ex 4. numero quantitatũ & 16. rei æstimatione, exit 8. æstimatio

tio quantitatis, si verò quantitas rei cognita esset, duces talem quantitatem rei, in numerum quantitatum, & productum diuides per numerum rerum, exeunti adde quadratum dimidij eius quod exit, diuisa quantitate rei per numerum rerum: & radix aggregati, addito dimidio, quod prius in se duxeras, est rei æstimatio. Exemplum, sint 4. res æquales 5. quantitatibus, & quantitati rei, quæ sit 45. ducam 45. per 5. numerum quantitatum, fit 225. diuido per 4. numerum rerum, exit $56\frac{1}{4}$, cui addo $31\frac{41}{64}$ quadratum $5\frac{5}{8}$, dimidij prouentus 45. diuisi per 4. & fit totum $87\frac{57}{64}$, cuius radici quæ est $9\frac{3}{8}$, si addantur $5\frac{5}{8}$ dimidium prouentus diuisionis, fiet 15. res.

Demonstratio.

6 Cùm verò quadratum rei: & quantitas rei, & res, inuicem comparantur, fiunt modi tres, primus est, cùm quadratum rei æquale est quantitatibus rerum & rebus, vt sit a b res, cuius quadratum a c, & sit b f quantitas, & a d quantitates rerum, & erit,



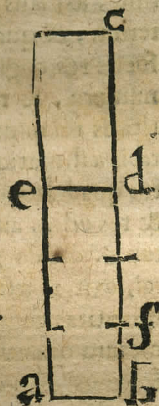
vt quoties b f in b d continetur, totus sit numerus quantitatis rei, d c igitur exit rerum numerus, quia igitur b c æqualis est a b, & c d est numerus rerum, erit vt detracto numero rerum ex re, relinquatur b d, productum ex numero quantitatis rei in quantitatem. Vnde regula.

Regula.

Cùm quadratum rei æquatur rebus, & quantitatibus rerum, si res est cognita, auferemus ex ea numerum rerum, residuum diuidemus per numerum quantitatis rei, & prodibit quantitas. Exemplum, 10. res cum 4. quantitatibus rerum, æquantur quadrato rei, & res est 30. aufero 10. ex 30. relinquitur 20. quem diuido per 4. numerum quantitatis rei, & exit 5. æstimatio quantitatis. Quòd si quantitas nota sit, ducemus eam in numerum quantitatis rei, & producto addemus numerum rerum, & conflabitur rei æstimatio. Exemplum, 10. res & 4. quantitates rei, æquantur quadrato rei, & quantitas est 7. ducemus 7. in 4. numerum quantitatis, & fiet 28. cui addemus 10. numerum rerum, fiet æstimatio rei 38. Si verò productum ex re in quantitatem cognitum fuerit, ducemus ipsum in numerum rerum, & ei addemus quadratum dimidij numeri rerum, & radix totius cum dimidio numeri rerum superaddito, est æstimatio rei. Exemplum, quadratum rei æquatur 10. rebus, & quatuor quantitatibus rerum, & quantitas rei est 50. ducemus 50. in 4. numerum suum, id est quantitatum rerum, & fit 200. cui addemus 25. quadratum dimidij 10. numeri rerum, fit 225. cuius radici addo 5. dimidium numeri rerum, & fit 20. rei æstimatio, vnde diuiso 50. producto rei, in quantitatem exit $2\frac{1}{2}$, æstimatio quantitatis.

Demonstratio.

7 Quòd si quantitas rei, æqualis sit quadratis rei & numero rerum, ponemus rem a b, & quantitatem b c & quantitas rei a c, ea causa necessario erit & d c numerus rerum, & a d erit aggregatum quadratorum, igitur detracta d c ex b c, relinquetur b d, qua diuisa per numerum quadratorum, prodibit b f æqualis a b. Regula igitur est,



Regula.

Cùm fuerit quantitas rei æqualis quadratis rei & numero rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in numerum quadratorum, & producto addemus numerum rerum, & conflabitur quantitas. Exemplum, quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 10. rebus, & res est 4. duc 4. in 6. numerum quadratorum, fit 24. adde ei 10. numerum rerum, fit 34. æstimatio quantitatis. Quod si quantitas cognita sit, auferemus ex ea numerum rerum, & residuum diuidemus per nunerum quadratorum rerum, quod exit, est æstimatio rei. Exemplum, quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 10. rebus, & quantitas ipsa est 34. aufero 10. de 34. relinquitur 24. quem diuido per 6. numerum quadratorum, exit 4. æstimatio rei. Si verò quantitas rei cognita sit, diuidemus eam per numerum quadratorum, & prodeunti addemus quadratum dimidij eius, quod exit diuiso numero rerum per numerum quadratorum rerum, & radix totius, cùm detractum fuerit idem dimidium, erit rei æstimatio. Exemplum, Quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 60. rebus, & quantitas rei est 1200. diuide 1200. per 6. numerum quadratorum rei, exit 200. cui addo 25. quadratum 5. dimidij prouentus 60. numeri rerum, diuisi per 6. numerum quadratorum, fit 225. à cuius radice, quæ est 15. aufero 5. dimidium ipsius prouentus, & relinquetur 10. rei æstimatio, inde diuiso 1200. qui est quantitas rei: prodit 120. æstimatio quantitatis.

Demonstratio.

8 Quòd si numerus rerum, sit æqualis quadrato rei & quantitatibus rerum (etenim ad vnum quadratum, vel ad vnam quantitatem rei, per communem diuisionem, semper, vt in vniuersis dictum est capitulis, reducere licet) ponemus a b rem, quadratum eius a c, numerum rerum b d, erit igitur e d,

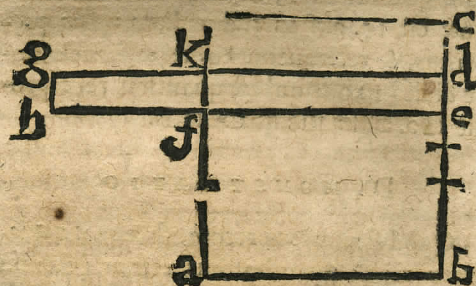
e d, numerus quantitatis rei, & c d numerus productus ex numero quantitatum in quantitatem, quæ sit c f, quia igitur c d, est residuum a b & b d, erit regula hæc.

Regula.

Cùm fuerit numerus rerum, æqualis quantitatibus rerum, & quadrato rei, & fuerit res cognita, auferemus eam ex suo numero, & residuum diuidemus per quantitatis rei numerum, quod exit, est quantitatis æstimatio. Exemplum, 10. res, æquantur quadrato rei, & tribus quantitatibus rei, & res est 4. auferemus 4. ex 10. relinquuntur 6. diuido per 3. numerum quantitatum rei, exit 2. æstimatio quantitatis. Si verò quantitas cognita sit ducemus eam in numerum quantitatis rei, & productum auferemus ex numero rerum, residuum est rei æstimatio. Exemplum, 10. res æquantur quadrato rei, & producto rei in quantitatem ter, & quantitas est 2. ducemus igitur 2. æstimationem quantitatis, in 3. numerum quantitatis rei, & producitur 6. quem aufero ex 10. numero rerum, relinqitur 4. æstimatio rei. Si verò productum ex re, in quantitatem, cognitum fuerit, ducemus illud in numerum suum, & productum auferemus à quadrato dimidij numeri rerum, & radix residui addita vel detracta, ab ipso dimidio numeri rerum, ostendit æstimationẽ rei. Exemplum, 10. res, æquantur quadrato rei, & 3. quantitatibus rerum, & quantitas rei est 8. ducam 8. in 3. numerum quantitatis rei, fit 24. hunc abiiciemus ex 25. quadrato 5. dimidij 10. relinquetur 1. euius ℞. quæ est 1. addita vel detracta ex 5. ostendit 6. vel 4. æstimationes rei, vnde diuiso 8. quantitate rei, per 6. vel per 4. exit $1\frac{1}{3}$ vel 2. æstimatio quantitatis.

Demonstratio.

9 Quod si quadratum rei, & quantitas rei, & quantitas inuicem comparentur, consurgunt tres alij modi, sit igitur primò quadratum rei, æquale quantitatibus rerum, & numero quantitatum, & ponatur a b res ipsa, cuius quadratum a c, æquale sit quantitatibus rerum (quæ sint a d, ita vt d e sit quantitas) & numero quantitatum d e, qui



sit f h, eritque superficies g f, æqualis ex supposito, superficiei c k, quare ex 15. sexti Elementorum, a b, ad d e, velut h f, ad d e, est autem a b res, d e quantitas, h f numerus quantitatum, c d residuum rei, & producti ex numero quantitatis rei in ipsam quantitatem, quare regula est.

Regula

Cùm quadratum rei æquale fuerit productis, ex quantitate in rem & in numerum, fueritque res ipsa cognita, ducemus rem in numerum quantitatum rerum, & producto addemus numerum quantitatum, & cum aggregato diuidemus quadratum rei, prouentus est æstimatio quantitatis. Exemplum, quadratum rei æquale sit sex quantitatibus rerum, & 20. quantitatibus, & ipsa res sit 12. duco 12. in 6. numerum quantitatis rei, fit 72. cui addo 20. numerum quantitatum, fit 92. cum hoc diuido 144. quadratum rei, exit $1\frac{13}{23}$, quantitas ipsa: si verò quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum suum, & seruabimus productum, deinde ducemus eandem in numerum quantitatis rerum: huiúsque producti dimidium, in se ductum, addemus priori producto & radici ipsius aggregati, abiiciemus dimidium quod in se duxeramus, & totum est æstimatio rei. Exemplum, Quadratum rei, æquale sit 12. quantitatibus, & 5. quantitatibus rei, & quantitas ipsa est 2. ducam 2. quantitatem, in 12. numerum suum, fit 24. deinde ducam eandem quantitatem 2. in 5. numerum quantitatis rei, & fit 10. huius dimidium quod est 5. duco in se, fit 25. addo ad 24. iam seruatum fit 49. huius radici quæ est 7. addo idem dimidium quod est 5. fit 12. æstimatio rei. Vbi autem nota esset quantitas rei (& est in figura superficies e k) ducemus eam in suum numerum, & producti tertiam partem, ad cubum reducemus, ducemus & quantitatem rei in numerum quantitatum, & dimidium producti in se multiplicabimus, & ab hoc auferemus partem quam ad cubum duxeramus, id est cubum ipsum, tertiæ partis, primi producti, quem seruasti, & radicem huius residui addemus & minuemus à dimidio secundi producti, & radices cubicæ aggregati, & residui simul iunctæ, sunt æstimatio rei. Exemplum, Quadratum rei, æquale est 12. quantitatibus, & 2. quantitatibus rei, & quantitas rei est 24. ducam 2. in 24. fit 48. huius tertiam partem, quæ est 16. ducam ad cubum, fit 4096. ducam etiam 24. in 12. fit 288. cuius medietatem in se duco, & fit 144. medietas, & eius quadratum, 20736. ab hoc aufero 4096. relinquitur 16640. cuius radicem addo & minuo à 144. fiunt 144. p̃. ℞. 16640. & 144. m̃. ℞. 16640.

Quad. rei.	Quan.	Quan. rei.
	12.	2.
Quan. rei	24.	
	288.	48.
	144.	16.
	20736 —	4096.
	16640.	
	144. p̃. ℞. 16640.	
	144. m̃. ℞. 16640.	

℞. 16640. horum radices cubicæ iunctæ, sunt rei æstimatio. Quòd si ex numero per æqualia diuidendo, sumpta medietas non producat quadratum æquale, aut maius cubo tertiæ partis primi producti, operaberis per residuum regulæ capituli, cubi æqualis rebus & numero, nam facta multiplicatione per productum, vt in exemplo per 24. qui numerus est quantitas rei, erit cubus æqualis rebus & numero: rebus quidem productis ex quantitate rei in numerum suum: numero autem producto ex quantitate rei in numerum quantitatum, vt in exemplo dictum est, quòd quadratum rei æquale fuit 2. quantitatibus rei, & 12. & quantitatibus, & quòd quantitas rei est 24. dicemus igitur cubus æquatur 48. rebus, p̃. 288. numero, & 48. producitur ex 24. in 2. & 288. ex 24. in 12. ergo ponamus quòd quadratum rei, æquale sit 2. quantitatibus rei & 3. quantitatibus, & quantitas rei sit 8. ducemus 8. in 2. & 3. & producentur 16. & 24. igitur cubus æquabitur 16. rebus p̃. 24. & res valet ℞. 13. p̃. 1. ex capitulo suo, inde diuiso 8. quantitate

Quad. rei	Quan.		Quan. rei.
	3.		2.
		8.	
	24.		16.

rei, per ℞. 13. p̃. 1. exit ℞. $5\frac{7}{9}$ m̃. $\frac{2}{3}$, quantitas ipsa, est autem quadratum ℞. 13. p̃. 1. hoc 14. p̃. ℞. 52. & quantitas rei est ℞. $75\frac{1}{9}$ m̃. $\frac{2}{3}$, & est 8. cuius duplum est 16. & tres quantitates sunt, ℞. 52. m̃. 2. quæ iunctæ cum 16. duplo quantitatis rei, faciunt 14. p̃. ℞. 25. quadratum rei.
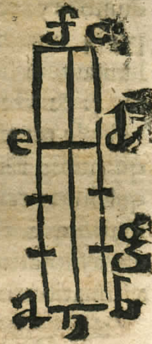
Notandum 1. Nota quòd in hac regula, semper res est media proportionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum, & producto rei in nmerum quantitatis rei, vt in exemplo, ℞. 13. p̃. 1. quæ est res, est proportionalis inter ℞. $5\frac{7}{9}$ m̃. $\frac{2}{3}$, quæ est quantitas, & ℞. 52. p̃. 5. qui constat ex 3. numero quantitatum, & producto ex 13. p̃. 1. re ipsa, in 2. numerum quantitatis rei.

Not. 2. Nota etiam quòd regula hæc pendet ex capitulo cubi æqualis rebus & numero, velut sequens ex capitulo cubi & numeri æqualium rebus, & vltima, ex capitulo cubi & rerum æqualium numero.

Not. 3. Nota etiam, quòd res est eadem, quæ quæritur in capitulo cubi æqualis rebus & numero, sed quantitas est numerus, qui prouenit diuiso quocunque numero, per rem ipsam, nam eidem capitulo, cubi æqualis rebus & numero, competit vna sola res, sed infinitæ quantitates, velut dictum est hîc, quòd res est ℞. 13. p̃. 1. & diuisimus 8. quantitatē rei, si autem ponatur cubus æqualis 16. rebus & 24. numero, erit res semper ℞. 13. p̃. 1. sed posita quantitate rei 4. erit numerus quantitatis 6. & quantitatis rei 4. & quantitas ℞. $1\frac{4}{9}$ m̃. $\frac{2}{3}$.

Demonstratio.

10 Quòd si quantitas rei, æqualis sit quadratis rei & quantitatibus, ponemus a b rem, & quantitatem b c, & numerum quadratorum, secundùm quem b g, æqualis a b, continetur in b d, & erunt quadrata a d, iuncta, & e c residuum, æquale numero quantitatum, & sit numerus quantitatum f c, erit igitur f b, æqualis e c, quare b c quantitatis, ad a b rem, vt d c residui rei, ductæ in numerum quadratorum, à quantitate ad c f numerum quantitatum, erit etiam ex hoc e b residuum æquale a f residuo, quare a b media proportionalis inter a h & b c, diuisam secundùm numerum, secundùm quem b g continetur in b d.



Not. Nota igitur, quòd in hac hac tota regula, res media proportionalis est, inter quantitatem diuisam, per numerum quadratorum, & residuum rei & numeri quantitatum.

Regula.

Regula igitur est, cùm quantitas rei, æqualis fuerit quadratis rei & quantitatibus, & res nota fuerit, ducemus eam in se, deinde in numerum quadratorum, & productum diuidemus, per residuum rei à numero quantitatum, & quod exit est quantitas. Exemplum, Quan. rei æquatur tribus quadratis rei, & 12. quantitatibus, & sit res 20. gratiâ exempli, duco 20. in se, fit 400. duco 400. in 3. numerum quadratorum, fit 1200. diuido 1200. per 8. differentiam rei & numeri quantitatum, exit 150. quantitas ipsa. Si verò quantitas ipsa cognita sit, non res, duc eam in numerum quantitatum, & productum diuide per numerum quadratorum, quod exit, abiice ex quadrato dimidij prouentus quantitatis diuisæ per numerum quadratorum, & radix residui, addita vel detracta, à dimidio eiusdem prouentus, ostendit æstimationem rei. Exemplum, Quantitas rei, æqualis est 4. quadratis rei, & 3. quantitatibus, & quantitas ipsa est 50. duc 50. in 3. numerum quantitatum, fit 150. diuide 150. per 4. numerum quadratorum, exit $37\frac{1}{2}$, deinde diuide 50. per 4. scilicet quantitatem per numerum quadratorum, exit $12\frac{1}{2}$, huius dimidium, quod est $6\frac{1}{4}$, duc in se, fit $39\frac{1}{16}$, à quo abiice $37\frac{1}{2}$, relinquuntur $1\frac{9}{16}$, cuius radix est $1\frac{1}{4}$, quæ addita vel detracta à $6\frac{1}{4}$, ostendit æstimationes rei, $7\frac{1}{2}$, vel 5. Si autem productum seu quantitas rei cognita sit, ducemus quantitatem rei in numerum quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, exiens est numerus, qui cùm cubo æquatur tot rebus, quotus est numerus qui prouenit diuisa quantitate rei per numerum quadratorum. Exemplum, Quantitas rei, quæ sit 1500. æqualis est 4. quadratis rei, & 6 quantitatibus, ducemus igitur 6. in 1500. fit 9000. diuide per 4. numerum quadratorum, exit 2250. numerus, qui cum cubo æquatur 375. re-

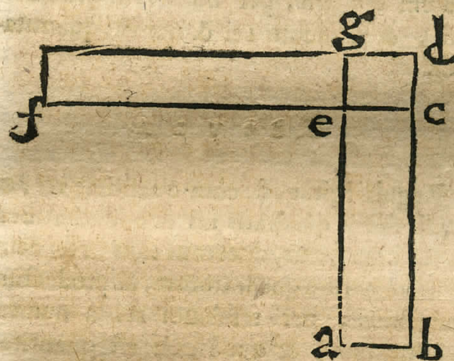
 bus,

Quan. rei	Quad. rei	Quan.
1500.	4.	6.
	375.	1500.
2250		1000.

bus, eſt autem 375. numerus. qui prouenit diuiſo 1500. numero quantitatitatis rei, per 4. numerum quadratorum, per capitulum autem ſuum, res valet 10. vel ℞. 300. m̃. 5. & vterque iſtorum numerorum poteſt eſſe rei æſtimatio, in caſu iſto, quando quantitas rei, quæ eſt 1500. æquatur 4. quadratis rei, & 6. quantitatibus, & æſtimatio quantitatis habetur, diuiſo 1500. qui eſt æſtimatio quantitatis rei, per alteram æſtimationem rei.

Demonstratio.

Cùm verò quantitates c d, in numero c f, æquales fuerint quadratis a b rei, & quantitati rei d e, reducendo ad vnam quan-



titatem rei, erit detracta communi ſuperficie d e, ſuperficies g f æqualis a c, quare quadratum a b, per primam ſexti Elementorum, æquale ſuperficiei, ex e g in partem e f talem, qualis a b eſt pars b c, igitur ex decimaſexta ſexti Elementorum, a b media eſt inter d c & partem illam ex e f, vnde regula.

Regula.

Cùm fuerint quantitates, æquales quantitati rei & quadratis rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in ſe, deinde productum in numerum quadratorum, & diuidemus, quod producitur vltimò, per numerum quantitatum, detracta re, & exibit quantitas. Exemplum, 12. quantitates, æquantur quantitati rei, & tribus quadratis rei & res eſt 4. ducam 4. in ſe, fit 16. ducam 16. in 3. numerum quadratorum rei, fit 48. diuidam 48. per 12. numerum quantitatum, detracto 4. re, & eſt diuidere per 8. exit 6. quantitas ipſa. Si verò quantitas cognita ſit, duc eam in numerum ſuum, & productum diuide per numerum quadratorum rei: ei prouentui adde quadratum dimidij eius, quod prouenit, diuiſa quantitate per numerum quadratorum, & radix totius, detracto eodem dimidio, eſt æſtimatio rei. Exemplum, 12. quantitates æquantur quant. rei, & 3. quadratis rei, & quantitas eſt 6. duco 12. in 6. fit 72. diuido per 3. numerum quadratorum fit 24. deinde diuido 6. quantitatem per 3. numerum: quadratorũ fit 24. deinde diuido 6. quantitatem per 3. numerũ quadratorum, exit 2. cuius dimidium quod eſt 1. duco in ſe fit etiam 1. addo ad 24. fit 25. cuius ℞. 5. detracto 1. dimidio 2. relinquit 4. æſtimationem rei. Si verò quantitas rei nota ſit, ducemus eam in numerum quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, & quod exit, eſt numerus qui æquatur cubo & rebus, quarum numerus eſt id, quod prouenit diuiſa quantitate rei, per numerum

Quad. rei	Quan. rei	Quan.
3.	24	12.
8.	288.	
96.		

quadratorum, inde æquatio rei, eſt æſtimatio quæſita, vnde diuiſa quantitate rei, per æſtimationem rei, exibit æquatio quantitatis. Exemplum, 12. res, æquales ſunt quantitati rei, & 3. quad. rei, & quantitas rei eſt 24. duco 24. in 12. fit 288. diuido per 3. numerum quad. rei, exit 8. igitur cubus p̃. 8. rebus: æquatur 96. tunc verò per capitulum ſuum, res valet 4. Ideo 4. eſt rei æſtimatio, cum quo diuide 24. quantitatem rei, exit 6. quantitas ipſa.

Scias: quòd quodlibet capitulum, ſeu regula ex præcedentibus habet omnes proprietates contentas in eadem regula, in ſingulis modis, quamuis modò vtamur vna, modò alia, ſecundùm quòd illud quod eſt notum, aliud fit. Exemplum, in decima regula ſunt quinque proprietates. Prima, quòd proportio quantitatis ad rem, eſt vt ducta re in numerum quadratorum, & detracta quantitate, ad numerum quantitatum. Secunda, quòd res eſt media proportione, inter quantitatem diuiſam per numerum quadratorum, & differentiam rei à numero quantitatum. Tertia, quòd ducta re in ſe, & pòſt in numerum quadratorum ducto quadrato, tantum fit quantum ex quantitate in reſiduum rei & numeri quantitatum. Quarta & Quinta, ſunt reliqui duo modi procedendi illius regulæ, ad inuentionem rei, horum exempla in quæſtionibus ſubiungere libuit. Notandum.

Quæstio I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta, ſint 100. & productum vnius in alterum duplum ſit aggregato eorum. Ponemus primum rem, ſecundum quantitatem, igitur quantitas rei æqualis eſt 2. rebus, & 2. quantitatibus, quare ex quarta regula, proportio reſidui rei, ad 2. vt 2. ad reſiduum quantitatis, igitur erunt tres quantitates proportionales, reſiduum rei, 2. & reſiduum quantitatis, res autem conſtat ex ſuo reſiduo & 2. ſed quantitas ex ſuo reſiduo & 2. igitur res eſt aggregatum primæ & ſecunndæ trium quantitatum proportionalium, & quantitas aggregatum ſecundæ & tertiæ, igitur ex dictis in capitulo trium quantitatum proportionalium, quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ, & cum quadrato ſecundæ, æquantur quadrato aggregati ipſarum trium quantitatum, at verò quadratum aggregati primæ & ſecundæ, & quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ

tertiæ ex supposito faciunt 100. & quadratum secundæ est 4. quia secunda quantitas proportionalis fuit 2. igitur quadratum aggregati omnium trium quantitatum est 104. igitur tres quantitates ipsæ iunctæ, sunt ℞. 104. & quia secunda est 2. erunt reliquæ, scilicet prima & tertia, ℞. 104. m̃. 2. fac igitur ex ℞. 104. m̃. 2. duas partes, producentes 4. quadratum, 2. & erunt ℞. 26. m̃. 1. p̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104. & ℞. 26. m̃. 1. m̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104. & quia res constat ex prima & secunda proportionali, erit igitur vt addamus 2. vtrique parti, scilicet secundam quantitatem, & fiet res ℞. 26. p̃. 1. p̃ ℞. v. 23. m̃ ℞. 104. & quantitas ℞. 26. p̃. 1. m̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104. horum quadrata iuncta sunt 100. præcise, & productum vnius in alterum est ℞. 416. p̃. 4. duplum aggregati eorum, via verò communi procedendo, peruenires ad partes has, quas vides infrà, liquet autem quòd illæ confusæ magis sunt, quamuis superioribus æquiualeant.

| ℞. 26. p̃. 1. p̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104.
| ℞. 26. p̃. 1. m̃. ℞. v. 23. m̃. ℞. 104.

| ℞. v^ma 50. p̃ ℞. v. 2068. m̃. ℞. 26624.
| ℞. v^ma 50. m̃. ℞. v. 2068. m̃. ℞. 26624.

Quæstio II.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 100. & quadratum maioris, æquale sit ductui maioris in minorem quater cum octuplo maioris. Ponemus maiorem rem, minorem quantitatem, eritque quadratum rei, æquale 4. quantitatibus rei & 8. rebus, quare ex sexta regula, auferemus 8, ex re, & fiet residuum res m̃. 8. vnde diuisum per 4. exibit $\frac{1}{4}$ rei m̃. 2. & hæc est quantitas quadrata igitur rei & $\frac{1}{4}$ rei m̃. 2. æqualia sunt 110. quare $1\frac{1}{16}$ quad. p̃. 4. m̃. 1. re, æquabitur 100. & quadratum æquabitur $\frac{16}{17}$ rei, & $90.\frac{6}{17}$, quare res est ℞. $90.\frac{166}{289}$ p̃. $\frac{8}{17}$, & quantitas est $\frac{1}{4}$ huius m̃. 2. scilicet ℞. $5\frac{193}{289}$ m̃. $1\frac{15}{17}$.

Quæstio III.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 100. & productum vnius in alterum, æquale sit triplo quadrati minoris & sexcuplo eiusdem minoris. Ponemus rem minorem numerum, & quantitatem maiorem, igitur quantitas rei, æquatur 3. quadratis rei & 6. rebus, quare ex septima regula, quantitas est 3. res p̃. 6. quadrata, igitur rei & trium rerum p̃. 6. iuncta sunt 100. igitur 10. quadrata p̃. 36. rebus p̃. 36. æquantur 100. & 1. quad. p̃. $3\frac{3}{5}$ rei æquatur $6\frac{2}{5}$, res igitur est, ℞. $9\frac{16}{25}$ m̃. $1\frac{4}{5}$, & quantitas triplum huius p̃. 6. id est ℞. $86\frac{91}{25}$ p̃. $\frac{1}{5}$.

Quæstio IV.

Fac de 20. tres partes in continua proportione, quarum mediæ quadratum æquale sit duplo producti mediæ in minorem, & quadruplo minoris. Posita media re, & minore quantitate, erit quadratum rei, æquale 2. quantitatibus rei, & 4. quantitatibus. Quare ex notando primò nonæ regulæ, res media est proeortionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum 4. ac producto rei in numerum quantitatis rei, scilicet 2. tertia igitur quantitas est 2. res, p̃. 4. quia igitur tertia quantitas est 2. res p̃. 4. & secunda res, & hæ cum prima constituunt 10. erit prima 6. m̃. 3. rebus, quare ducta prima in tertiam, fiet quadratum secundæ, igitur 1. quadratum æquatur 24. m̃. 6. quadratis, quare 7. quadrata æquantur 24. & res est ℞. $3\frac{3}{7}$, & hæc est media, cuius duplum p̃. 4. est tertia, videlicet 4. p̃. ℞. $13\frac{5}{7}$, inde detracto aggregato secundæ & tertiæ ex 10. relinquitur prima 6. m̃. ℞. $30\frac{6}{7}$, hæ autem quantitates proporrionales sunt, & quadratum secundæ est æquale duplo producti secundæ in primam, cum quadruplo primæ, vt proponebatur.

2. res p̃. 4.	res	6. m̃. 3. rebus.
4. p̃. ℞. $13\frac{5}{7}$	℞. $3\frac{3}{7}$	6. m̃. ℞. $30\frac{6}{7}$

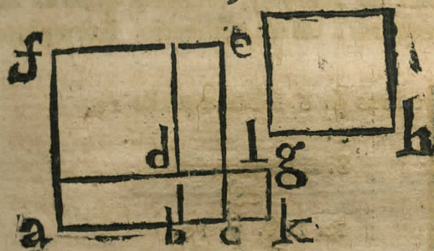
Caput XI.

De Cubo & rebus æqualibus Numero.

Scipio Ferreus Bononiensis iam annis ab hinc triginta fermè capitulum hoc inuenit, tradidit verò Anthonio Mariæ Florido Veneto, qui cùm in certamen cum Nicolao Tartalea Brixellense aliquando venisset, occasionem dedit, vt Nicolaus inuenerit & ipse, qui cum nobis rogantibus tradidisset, suppressâ demonstratione, freti hoc auxilio, demonstrationem quæsiuimus, eámque in modos, quod difficillimum fuit, redactam sic subiiciemus.

Demonstratio.

Sit igitur exempli causâ cubus g h, & sexcuplum lateris g h æquale 20. & ponam duos cubos a e & c l, quorum differentia sit 20. ita quod productum a c lateris, in



c k latus, sit 2. tertia scilicet numeri rerum pars, & abscindam c b, æqualem c k, dico, quod si ita fuerit, lineam a b residuum, esse æqualem g h, & ideo rei æstimationem, nam de g h iam supponebatur, quod ita esset, perficiam igitur per modum primi suppositi

poſiti ſexti capituli huius libri, corpora d a, d e, d f, vt per d c intelligamus cubum b c, per d f, cubum a b, per d a triplum c b in quadratum a b, per d e triplum a b in quadratum b c. Habebimus igitur quatuor ſuppoſita, quorum duo dicta iam ſunt, ſcilicet quòd ex a c in c k, vel c b fit 2. & quòd differentia cubi a c à cubo c b eſt 20. tertium deducitur ex his & eſt quòd cum id quod producitur ex a b, b c, a c ter ſit æquale differentiæ d e & d a & triplum producti ex a b, a c, b c ſexcuplum a b nam productum ex a c in c b, eſt 2. ex primo ſuppoſito, ergo triplum eius eſt ſex, & productum hoc in a b ſexcuplum ipſius a b. Hoc autem eſt differentia d e & d a. Quartum quod patet ex primo & ſecundo corollario ſexti capituli quòd d f eſt differentia cubi a c cum triplo a c in quadratum c b a cubo c b cum triplo c b, in quadratum a c. Ponatur igitur cubus a c, α, cubus a b c, triplum c b in quadratum a c, γ, triplum a c in quadratum c b, δ, differentia, α, & β, ε, differentia γ & δ ζ differentia α & δ à β & γ ϐ. Igitur cum ε componatur ex ζ & ϐ, vt facile eſt demonſtrare in numeris quos & pro exemplo à latere propoſui ε autem eſt 20. ex ſecundo ſuppoſito & ζ ſexcuplum a b & θ cub. a b igitur cubus a b cum ſexcuplo a b quod eſt cum ſex rebus, nam a b eſt latus ſui cubi, æquatur 20. igitur cum & b h cubus cum ſexcuplo b h æquetur 20. erit b h cubus cum ſexcuplo b h æqualia cubo a b cum ſexcuplo a b, igitur a b eſt res, & ipſa eſt differentia duorum laterum producentium 2. & quorum cubi differunt in 20. quod erat demonſtrandum. Ex his conficiemus regulam.

	α	δ		
ε			ζ	η
	ϐ	γ		

	24	1	25		
20			13	7	
	4	14	18		

REGVLA.

Deducito tertiam partem numeri rerum ad cubum, cui addes quadratum dimidij numeri æquationis, & totius accipe radicem, ſcilicet quadratam, quam ſeruabis vnique dimidium numeri quod iam in ſe duxeras, adiicies, ab altera dimidium idem minues, habebiſque Binomium cum ſua Apotomæ, inde detracta ℞. cubica Apotomæ ex ℞. cubica ſui Binomij, reſiduum quod ex hoc relinquitur, eſt rei æſtimatio. Exemplum,

cubus p̃. 6. rebus æqualis 20.
2. 20.
8. —— 10.
108.
℞. 108. p̃. 10.
℞. 108. m̃. 10.
℞. v. cu. ℞. 108. p̃. 10.
m̃. ℞. v. cu. ℞. 108. m̃. 10.

cubus & 6. poſitiones, æquantur 20. ducito 2. tertiam partem 6. ad cubum, fit 8. duc 10. dimidium numeri in ſe, fit 100. iunge 100. & 8. fit 108. accipe radicem quæ eſt ℞. 108. & eam gemina bis, alteri addes 10. dimidium numeri, a b altero minues tantundem, habebis Binomium ℞. 108. p̃. 10. & Apotomen ℞. 108. m̃. 10. horum accipe ℞es cubas & minue illam quæ eſt Apotomæ, ab ea quæ eſt Binomij, habebis rei æſtimationem, ℞. b. cub. ℞. 108. p̃. 10. m̃. ℞. v. cubica ℞. 108. m̃. 10.

Aliud, cubus p̃. 3. rebus æquetur 10. duc 1. tertiam partem 3. ad cubum, fit 1. duc 5. dimidium 10. ad quadratum, fit 25. iunge 25. & 1. fiunt 26. huius radici adde 5. & ab ea minue 5. habebis Binomium ℞. 26. p̃. 5. & Apotomen ℞. 26. m̃. 5. igitur rei æſtimatio eſt ℞. v. cubica ℞. 26. p̃. 5 m̃. ℞. v. cubica ℞. 26. m̃. 5. experientia ſic habetur.

ra. v. cubica ra. 26. p̃. 5. m̃. ra. v. cubica ra. 27. m̃. 5.

cubi partium ra. 26. p̃. 5. m̃. ra. 26. m̃. 5.

hoc autem totum, vt liquet, eſt 10.

Quad. partium, ra. v. cubica 51. p̃. ℞. 2900. ℞. v. cubica 51. m̃. ℞. 2600.

triplicata quadrata partium, ℞. v. cub. 1277. p̃. ℞. 1895400.

ra. b. cubica 1377. m̃. ℞. 1865400. partes ipſæ.

m̃. ra. v. cubica ℞. 26. m̃. 5. p̃. ra. v. cubica ℞. 26. p̃. 5.

Producta partium in triplata quadratorum:

p̃. ra. v. cubica 49299354. p̃. 6885. m̃. ra. 47385000. m̃. 7020.

m̃. ra. v. cubica 49299354. m̃. 6885. m̃. ra. 47385000. p̃. 7020.

Porrò hæ ra. cubicæ quatuor nominibus conſtantes, ad duas reduci poſſunt, cùm enim 6885. dempſeris ex 7020. relinquitur 135. detracta etiam radice 47385000, ex radice 49299354. relinquitur ℞. 18854. igitur talia producta erunt ℞. v. cubica ℞. 18954. m̃. 135. m̃. ra. v. cubica ra. 18954. p̃. 135. cubus igitur totus, ex demonſtratis in tertio libro eſt 10. p̃. ra. v. cubica ra. 18954. m̃. 135. m̃. ra. v. cubica ra. 18954. p̃. 135. at verò tres radices ſeu res ſunt,

ra. v. cubica ra. 18954. p̃. 135. m̃. ra. v. cubica ra. 18954. m̃. 135.

Iunctis igitur omnibus ſimul, cum radices illæ vniuerſales cubicæ mutuo ſe deleāt, fiet aggregatum cubi & trium rerum, 10 ad vnguem.

Exemplum tertium, cubus & 6. res æquantur 2. duc 2. tertiam partem numeri rerum, ad cubum fit 8. duc 1. dimidium 2. ad quadratum fit 1. iunge 8. & 1. fiunt 9. huius radix eſt 3. ergo geminatæ 3. alteri adde 1. dimidium numeri, fiet 4. ab altero minue 1. ſimiliter dimidium reliquum numeri, fit 2. minue igitur ra. cubi minoris ex maiore, habebis æſtimationem rei, ra. cubicam 4. m̃. ra. cubica 1.

Memento autem eius, quòd in capitulo de educenda cubica radice in libro tertio dixeramus, quandoque radices illas vniuerſales cubicas, numero integro, vel fracto æquipollere, vt in primo exemplo docuimus, nam ra. v. cubica ra. 108. p̃. 10. m̃. ra. v. cubica ra. 108. m̃. 10. eſt 2. vt ibi ex regula patet,

patet, & vt experimento etiam, notissimum est.

Facilè autem est intelligere tum in hoc capite tum sequentibus, quod habita æstimatione & numero rerum, habebimus numerum æquationis ducta æstimatione in numerum rerũ, & eius quod producitur addito cubo eiusdem: aggregatum enim est numerus æquationis velut 1. cubus p̄. 3. pos. æstimatio est 2. dico duces 2. in 3. fit 6. adde ei 8. cubum 2. fit 14. numerus æquationis. Et similiter si 1 cub. p̄. certo numero rerum cubus æstimatio sit R̸. 8. m̄. 2. gratiâ exempli, æquetur 20. tunc habebimus numerum rerum ducendo R̸. 8. m̄. 2. ad cubum fit R̸. 3200. m̄ 56. detrahe à numero æquationis qui est 20. relinquetur 76. m̄. R̸. 3200. hoc diuide per R̸. 8. m̄. 2. æstimationem, exibit numerus rerum R̸. 648. m̄. 2.

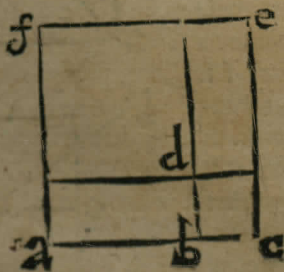
Et scias quòd æquatio hæc communis esse potest omnibus capitulis, velut cubi & numeri æqualium rebus, vt si 1. cub. p̄. 12. æquetur 34. pos. & rei æstimatio est 3. p̄. R̸. 7. vel 3. m̄. R̸. 7. ideò si velim 1. cub. p̄. numero pos. æqualem 12. sub hac æstimatione erit ex regula præcedente numerus rerum R̸. 1008. p̄. 2. Sequendo igitur formam capituli huius, & capiendo tertiam partem numeri rerum, quæ est R̸. 112. p̄. $\frac{1}{3}$ & ducendo ad cubum fit R̸. 1905552. p̄. 224$\frac{8}{27}$ adde 36. quadratum dimidij 12. numeri æquationis, habebis R̸. v. R̸. 1905552. p̄. 260$\frac{8}{27}$ cui adde & detrahe 6. & accipe R̸. cub. habebis æstimationem rei R̸. v. cu. R̸. v. R̸. 1905552. R̸. p̄. 260$\frac{8}{27}$ p̄. 6. m̄. R̸. v. R̸. v. R̸. 190555. p̄. 260$\frac{8}{27}$ m̄. 6.

Capvt XII.

De Cubo æquali rebus & numero.

Demonstratio.

Sit etiam cubus æqualis rebus & numero, & sint duo cubi d c & d e, quorum latera a b & b c, producant tertiam partem numeri rerum, inuicem ducta, & ipsi cubi iuncti æquales illi numero, dico a c esse rei quæsitæ æstimationem, cùm enim ex a b in b c fiat tertia pars numeri rerum, ex a b in b c ter, fiet numerus rerum, & ex a c in productum ex a b in b c ter, fient res ipsæ, posita a c re, at ex a c in produ-



ctum a b in b c ter, fiunt sex corpora, quorum tria sunt ex a b in quadratum b c, alia tria ex b c in quadratum a b, hæc igitur sex corpora, æqualia sunt rebus, ipsa verò cum cubis d c & d f, ex primo supposito capituli sexti constituunt cubum a e, cubi etiam d c & d f, æquiualent numero proposito, igitur cubus a e æqualis est rebus & numero propositis, quod erat demonstrandum. superest ostendere, quod triplum a c in productum a b in b c, sit æquale sex corporibus, id ostendam, si probauero ex a b, in b c ducto in a c, fieri duo corpora ex a b in quadratum b c. & ex b c in quadratum a b, nam quod fit ex a c in productum a b in b c, æquale est ei, quod fit ex a b in superficiem b e, latera enim omnia omnibus sunt æqualia, sed hoc æquale est ei, quod fit ex a b in c d & d e, quod autem fit ex a b in d e, æquale est ei, quod fit ex c b in quadratum a b, quoniam latera omnia omnibus sunt æqualia, quod igitur ex a c, in productum a b in b c fit, æquale est his, quæ fiunt ex a b in quadratum b c & ex b c in quadratum a b, quod est propositum.

Regvla.

Regula igitur est, cum cubus tertiæ partis numeri rerum, maior non fuerit quadrato dimidij numeri æquationis, auferes ipsum ex eodem, & residui radicem adde dimidio numeri æquationis, atque iterum minue ab eodem dimidio, habebisque vt dicunt, Binomium, & Apotomen, quorum R̸. cubicæ iunctæ rem ipsam constituunt. Exemplum, cubus æquatur 6. rebus p̄. 40. duc 2. tertiam partem numeri rerum ad cubum, fit 8. aufer ex 400. quadrato 20. dimidij numeri, fit 392. huius radicem adiice ad 20. p̄. R̸. 392. detrahe etiam ab eodem, fit 20. m̄. R̸. 392. horum R̸. cubicæ iunctæ, faciunt rei æstimationem, R̸. v. cubicam 20. p̄. R̸. 392. p̄. R̸. v. cubica 20. m̄. R̸. 392. Aliud, cubus æquatur 6. rebus p̄. 6. tertiam partem numeri rerum, quæ est 2. ad cubũ ducito, fit 8. detrahe ex 9. quadrato dimidij 6 numeri æquationis, relinquitur 1. cuius R̸. est 1. hanc adde & minue à 3. dimidio numeri, fiunt partes, 4. & 2. quarum R̸. cubicæ iunctæ, faciunt R̸. cubicam 4. p̄. R̸. cubica 2. æstimationem rei.

At vbi cubus tertiæ partis numeri rerum, excedat quadratum dimidij numeri, æquationis, quod accidit quandocunque numerus æquationis est minor $\frac{3}{4}$ cubi illius, vel vbi ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum, producitur in R̸. $\frac{1}{3}$ eiusdem numeri maior numerus numero æquationis, tunc consules librum Alizæ hîc adiectum.

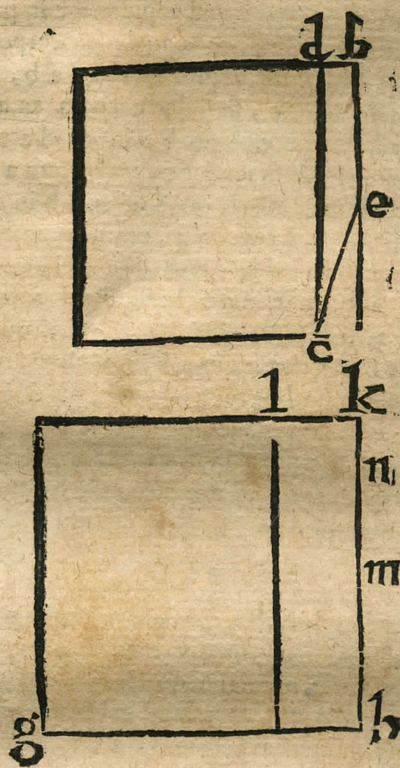
Capvt XIII.

De Cubo & numero æqualibus rebus.

Demonstratio.

Hoc capitulum ex præcedenti trahitur, sit igitur cubus g h, æqualis rebus a b, quæ describuntur quadrata superficie & numero f, & sit basis cubi g h, quadratum g k, cuius pars quarta sit h l residuum autem æquale a d superficiei, latus autem, quod Græci tetragonicum vocant, residui

residui c d sit c e, sit verò m k dimidium h k, à qua abscindatur m n, æqualis c e, dico quòd tam h n quàm n k, cubi, cum



F........ numerus,

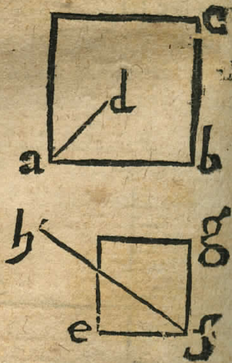
numero f, æquantur rebus a b, vt numerus rerum & æquationis idem maneat, & primò ostendamus de h n, constat enim cubum h n continere latus suum h n in quadrato h n, quadratum autem a b (quia g l æqualis est a d, & g l triplum est quadrati h m) æquale est triplo quadrati h m, & quadrato m n, hæc autem superant ex secundo Elementorum, quadratum h n, in duplo h m in n h, quare in eo quod fit ex h k in n k, quia h k dupla est ad h m, cubus igitur h n, continet latus suum h n in superficie a b minus eo, quod fit ex h k in k n. At verò, quia cubus g k continebat res seu latera h k in quadrato h k, vel in quadrato a b, cum numero f, igitur ex communi animi sententia, f numerus æqualis est producto ex h k in differentiam quadratorum a b & g k, at differentia g k & a b est, quanta differentia h l & c b, quia a d est æqualis g l, differentia autem h l & c b est, vt quadrati h m & m n, igitur ex differentia quadrati h m, & m n in h k, fit f numerus, at verò per eandem, differentia quadratorum h m, seu m k, & m n, est duplum m n in n k, cum quadrato n k, & ideo m n & m k in n k, & ideo h n in n k, igitur ex h k in productum h n in n k fit f numerus, addatur igitur f numerus, cubo h n, & ex alia parte productum ex h k in k n ductum in h n producto ex h n in superficiem a b, minus producto h k in k n, fiet cubus h n cum numero f æqualis h n ductæ in a b, seu rebus ex a b, quod erat probandum. Similiter, quia differentia g k & a b, quæ est h n in k n, ducta in k h, producit f, differentia etiam a b & quadrati k n (cùm a b, sit æqualis quadratis h m & m k & m n, & ductui k m in m h) æqualis est differentiæ dupli k h in h n à quadrato n h addito ei rectangulo h n in n k, at quod fit ex h n in n k cum quadrato n h, æquale est producto ex k h in h n, per tertiam secundi Elementorum, igitur quadratum a b superat quadratum n k in producto k h in h n semel, cùm igitur numerus f contineat k h in producto k h in h n, & cubus k n contineat k n in quadrato k n, erit vt cubus k n cum numero f, seu cum producto ex k n in rectangulum k h in n h, æqualis producto a b in k n, igitur cubus k n cum eodem numero f, æqualis est a b numero rerum eidem.

Regula

Regula igitur est: cùm fuerit cubus & numerus æqualis rebus, inuenies æstimationem cubi æqualis totidem rebus, & eidem numero, cuius dimidium in se ducito & triplicato, hoc abiice ex numero rerum, & ℞. residui addita dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, vel detracta, ostendit æstimationem cubi & numeri æqurlium rebus. Exemplum, cubus p̃. 3. æquatur 8. positionibus, tunc inuenio æstimationem cubi æqualis 8. rebus p̃. 3. ex præcedenti capitulo, & est etiam 3. huius dimidium duco in se, fit $2\frac{1}{4}$, triplica, fit $6\frac{3}{4}$, abiice ex 8. rerum numero, fit residuum $1\frac{1}{4}$, cuius ℞. addita vel detracta ab $1\frac{1}{2}$ dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, ostendit vtrasque æstimationes quæsitas alteram $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$, reliquam $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$.

Demonstratio.

Nunc etiam ostendamus, quomodo maiore æstimatiome habita, absque auxilio præcedentis capituli habeatur & reliqua, & fit, vt ex a d ad a c quadratum fiat numerus æquationis, ita quod quadrata a d & a c iuncta, faciant numerum rerum, eritque ex octauo capitulo, a d, rei æstimatio, & sit f h linea, cui si adderetur dimidium a d quadratum totius, æquale foret quadrato a c & quadrato dimidij a d, dico f h esse secundùm æstimationem, quando cubus cum numero ex a d in a c æqualis est rebus in quadrato a c, & quadrato a d, fiat quadratum f g, quod cum quadrato f h æquale sit quadratis a c & a d, iunctis, quia igitur quadratum compositæ ex f h & dimidio a d, æquale est quadratis c a & dimidij a d, erit per quartam secundi Elementorum, abiecto communi quadrato dimidij a d, quadratum a c æquale quadrato f h, & duplo f h in dimidium a d, quare rectangulo ex f h in a d semel cum quadrato f h, quare ex decimasexta sexti Elementorum a b media proportione inter f h & aggregatum f h & a d, quia



quia verò quadratum e g, additum producto f h in se, & in a d, tantum facit, quantum additum, quadrato a c, e g, verò & f h quadratum, æqualia sunt quadratis a d & a c, ex supposito, erit quadratum a c & quadratum a d & productum f h in a d, æquale quadratis a c & e g, inde abiecto communiter a c quadrato, erit e g quadratum, æquale ei quod fit ex f h in a d cum quadrato a d, per eandem e f media proportione est inter a d & aggregatum ex a d & h f, cúmque similiter, vt ostensum est, a b sit media proportione per 67. lib. de Proport. seu quinti huius inter f h & aggregatum f h & a d, erit quia f h & a d iunctæ in vtroque ordine sunt prima quantitas, proportio f h, ad a d, vt a b ad e f duplicata, quare ex decima septima sexti Elementorum, f h ad a d, vt a c ad e g, trigesima quarta vndecimi Elementorum, corpus quod sub f h & e g continetur, æquale est corpori sub a d & a c, quare & numero æquationis, cúmque quadrata e g & h f, æquentur numero rerum, quia quadratis a c & a d, erit ex octauo capitulo huius, h f etiam æstimatio rei, in eodem capitulo. Vnde regula.

Regvla.

Duc dimidium maioris æstimationis in se, & triplica, & aufer à numero rerum, & R. residui, detracto dimidio maioris æstimationis, est æquatio quæsita. Exemplum, cubus & 60. æquatur 46. rebus & maior æquatio est 6. pro habenda reliqua duc 3. dimidium prioris æstimationis in se, fit 9. hunc triplica fit 27. abiice 27. ex 46. relinquitur 19. ab huius radice abiice 3. dimidium primæ æstimationis, habebis secundam æstimationem R. 19. m̄. 3. Ex hoc capite habentur tria corollaria, primum quod æstimatio cubi æqualis rebus & numero est æqualis duabus æstimationibus cubi cum eodem numero æqualium totidem rebus veluti cu. æquatur 16. rebus p̄. 21. & æstimatio est R. $9\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ erunt duæ æstimationes cu. p̄. 21. æqualium 16. rebus simul iunctæ R. $9\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ altera. n. est 3. reliqua R. $9\frac{1}{4}$ m̄. $1\frac{1}{2}$. Ex hoc corollario & regulis datis huius capitis sequitur secundum scilicet quod ex mutua multiplicatione & detractione cuiuslibet æstimationis cu. & numeri æqualium rebus ponitur altera. Tertium, æstimationes cu. & numeri æqualium rebus se habent in comparatione æstimationis cu. æqualis totidem rebus & eidem numero, velut apotome ad binomium. Ipsæ verò æstimationes capituli cubi & numeri æqualium rebus inuicem se habent ita, vt radices singulorũ residuorum sint velut prima pars Apotome, & dimidium prioris æstimationis vt secunda pars velut in exemplo superiore habebis æstimationes vicissim acceptas, quales inferiùs vides & superior earum vt liquet necessariò est 3. & minor R. $9\frac{1}{4}$ m̄. $1\frac{1}{2}$. Experiaris & inuenies.

R. $9\frac{1}{4}$ m̄. $1\frac{1}{2}$
3.
R. $9\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$

Capvt XIV.

De Cubo æquali quadratis & numero.

QVÒD si cubus, æqualis sit quadratis & numero, conuertetur capitulum in cubum æqualem rebus & numero, primo conuersionis modo, qui est à toto ad partem, nam secundus est à parte ad totum, tertius à differentia partium, quartus à proportione.

Demonstratio.

Sit igitur cubus a e, in capituli 12. figura, æqualis 6. quadratis a c, & 100. cúmque quadratum a c, constet quadrato a b, & gnomone eum circumdante, erit cubus a c æqualis quadratis 6. a b, & gnominibus 6. & 100. gnomon autem constat quadrato b c, & duplo a b, in b c, igitur cubus a c constat 6. quadratis a b & 6. quadratis b c & 6. productis a b, in b c bis, & 100. at ex a b in b c bis, fiunt 4. res, quia a b est res, & b c, 2. & 6. quadrata b c, sunt triplum cubi b c, quia b c est tertia pars 6. igitur cubus a c, æqualis est 6. quadratis a b, & 24. rebus, & triplo cubi b c, & 100. at constat, quòd 24. numerus rerum, constat ex 9. numero quadratorum, in 4. qui est duplum tertiæ partis eiusdem numeri. At ex alia parte constat etiam, cubus a c, cubis a b & b c, & triplo a b in quadratum b c, & triplo b c in quadratum a b, hoc namque in primo supposito sexti capituli ostensum est, igitur cub. a c, æqualis est cubis a b & b c & 6. quadratis & 12. rebus, igitur cubus a b, & cubus b c, & 6. quadrati, & 12. res, æquantur 6. quadratis & 24. rebus, & triplo cubi b c & 100. constat autem, quòd numerus quadratorum manet idem, quia est triplus ad b c, & b c fuit tertia pars numeri quadratorum, & numerus rerum est ex numero quadratorum in suam partem tertiam, hoc enim æquale est semper, triplo quadrati tertiæ partis, abiectis igitur communiter cubo b c semel, & 6. quadratis, & 12. rebus scilicet tot rebus, quot fiunt ex numero quadratorum in suam tertiam partem, relinquetur cubus a b, æqualis 100. & 12. rebus, & duplo cubi b c, manifestum est autem, quòd numerus 100. manet idem, & quòd numerus rerum fit ex numero quadratorum in tertiam sui partem, & quòd duplum cubi b c, est 16. quia b c est 2. igitur cubus a b æqualis est 12. rebus, & 116. numero, ideo ex præcedenti capitulo, inuenta a b, addemus ei b c, tertiam partem numeri quadratorum, & conflabitur a c, & quia in quærendo a b, reducimus tertiam partem numeri rerum ad cubum, & hæc tertia pars numeri rerum, est quadratum tertiæ partis numeri quadratorum, ideo ex vltima contractione fit hæc regula.

Regvla.

Adde cubum tertiæ partis numeri quadratorum,

torum, dimidio numeri æquationis, & totum quod inde fit, in ſe ducito, à quadrato abiice cubum, quadrati tertiæ partis numeri quadratorum, reſidui radicem adde & minue dimidio aggregati, quod in ſe duxeras, habebis Binomium & Apotomen, cuius ℞. cubicam iunge, & eis adde tertiam partem numeri quadratorum, & totum quod conflatur, eſt rei æſtimatio. Exemplum, cubus æquatur 6. quadratis p̃. 20. adde 8. cubum 2. tertiæ partis 6. ad 10. dimidium 20. fit 18. ab huius quadrato 324. abiice 64. cubum quadrati 2. relinquitur 260. cuius radicem adde & minue à 18. habebis 18. p̃. ℞. 260. & 18. m̃. ℞. 260. horum ℞. cubicæ iunctæ, addita tertia parte numeri quadratorum, conſtituunt rem.

Capvt XV.

De Cubo & Quadratis æqualibus numero.

Demonstratio.

Hoc capitulum conuertitur ſecundo modo, differentia autem eſt, quod primus modus oſtendit addendam tertiam partem numeri quadratorum, & ſecundus minuendam, ſit igitur, in figura decimitertij capituli, cubus a b cum 6. quadratis a b, æqualis 100. & ponatur b c tertia pars numeri quadratorum, & compleatur cubus a c, erit igitur cubus a c æqualis cubo a b, & 6. quadratis, & 12. rebus, & cubo b c, ex primo ſuppoſito ſexti capituli, loco igitur cubi a b & 6. quadratorũ ponatur 100. nam illa erant æqualia 100. igitur cubus a c, æqualis erit 12. rebus, & cubo b c, & 100. at 12. res ex a b, deficiunt a 12 rebus ex a c, in 12 b c, at illud 12. vt oſtenſum eſt in præcedenti, fit ex triplo quadrati b c, igitur 12. b c, eſt triplum cubi b c, igitur cubus a c & triplum cubi b c æquantur 12. rebus, & cubo b c, & 100. abiecto igitur cubo b c communi ſemel, erit cubus a b cum duplo cubi b c, æqualis 12. rebus, & 100. duplum autem cubi b c eſt 16. & numerus rerum eſt triplum quadrati b c, tertiæ partis numeri quadratorum, & ideo inuenta æſtimatione a c, abiiciemus b c tertiam partem numeri quadratorum, & relinquetur a b cognita. Secundùm hoc erit regula.

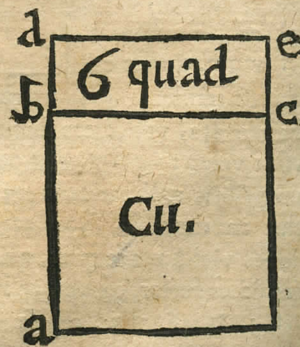
Regvla.

Duc tertiam partem numeri quadratorum, ad cubum, & duplica illum cubum, & differentiam numeri æquationis ab eo ſume, inde triplica quadratum tertiæ partis numeri quadratorum, & habebis res, quæ æquantur cubo & numero, ſi duplum cubi fuit maius numero æquationis, vel res cum numero, æquales cubo, ſi duplum cubi minus ſit numero æquationis, vel res æquales cubo, vbi differentia numerorum nulla ſit, inde inuenta æſtimatione, minue ab ea tertiam partem numeri quadratorum, & reſiduum eſt rei æſtimatio. Exemplum, Cubus & 6. quadrata æquantur 100. duc 2. ad cubum fit 8. duplica fit 16. abiice ex 100. habebis cubum, æqualem 84. p̃. 12. rebus, ſunt autem 12. res, triplum quadrati 2. tertiæ partis 6. numeri quadratorum, res igitur eſt, ex capitulo 12. ℞. v. cubica 42. p̃. ℞. 1700. p̃. ℞. v. cubica 42. m̃. ℞. 1700. ab hoc abiice 2. tertiam partem 6. erit rei æſtimatio quæſita, quando cubus & 6. quadrata æquantur 100. hæc ℞. v. cubica 42. p̃. ℞. 1700. ℞. v. cub. 42. m̃. 1700. m̃. 2. Rurſus, ſit cubus & 6. quadrata, æqualia 25. & abiicio 16. duplum cubi tertiæ partis 6. ex 25. fient 9. & 12. res, vt priùs, æquales cubo, res igitur valet $5\frac{1}{5}$ p̃. $1\frac{1}{2}$, abiice 2. relinquitur æſtimatio quæſita, ℞. $5\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$. Rurſus, cubus & 6. quadrata æquantur 16. abiice duplum cubi 2. ſcilicet 16. ex 16. numero relinquitur nihil, deinde ſume triplum quadrati, & eiuſdem tertiæ partis numeri quadratorum, & eſt 12. numerus rerum, æqualium cubo, quare quadratum æquatur 12. quare res eſt ℞. 12. abiice 2. tertiam partem 6. relinquitur rei æſtimatio, ℞. 12. m̃. 2. Rurſus, cubus & 6. quadrata æquentur 7. ſume differentiam 7. & 16. dupli cubi 2. & eſt 9. & quia duplum cuborum eſt maius numero æquationis, & numerus rerum eſt 12. vt priùs, habebimus cubum p̃. 9. æqualem 12. rebus, ideo res valet 3. vel ℞. $5\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$ abiice 2. erit æſtimatio cubi & 6. quadratorum 1. vel ℞. $5\frac{1}{4}$ m̃ $3\frac{1}{2}$ & hoc eſt in re m̃. quia $3\frac{1}{2}$ m̃. maius eſt quàm ℞. $5\frac{1}{4}$, & 6. quadrata ſunt 105. m̃. ℞. 9261. cubus verò eſt 9261. m̃. 98. ſi igitur iungantur cubus & 6. quadrata, fient 7. ad vnguem, vt patet.

Ex hoc eſt manifeſtum, cur capitulum, cubi & numeri æqualium quadratis, non demonſtratur ex capitulo cubi & quadratorum æqualium numero. Quemadmodum capitulum cubi & numeri, æqualium rebus, demonſtratum eſt ex capitulo cubi æqualis rebus & numero. Nam cùm capitulum hoc perueniat aliquando ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, melius eſt igitur ducere capitulũ cubi & numeri æqualium quadratis, immediatè ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, quàm ad idem capitulum, medio capituli cubi & quadratorum æqualium numero, nam & operatio longior, & demonſtratio magis confuſa euaderet.

Demonstratio.

Demonſtratio alia ſimilis noſtræ generali, capituli ſeptimi inuenta à Ludouico de



Ferrariis. Sit cubus a c & 6. quadrata, gratiâ exempli, c d æqualia 100. quia

quia igitur b d, eſt altitudo 6. quadratorum, erit b d 6. poſita igitur a d quadrato alicuo, erit a b quadratum m̃. 6. a c igitur ſuperficies 1. quad. quadratis p̃. 36. m̃. 12. quadratis, & hæc eſt baſis corporis a e, quare corpus a e eſt 1. cu. quadratum p̃. 36. quadratis m̃. 12. quad. quadratis & hoc eſt æquale 100. igitur 10. radix 100. æquatur 1. cub. m̃. 6. poſ. radici 1. cu. quadrati p̃. 36. quadratis, m̃. 12. quad. quadratis, m̃. 12. quad. quadratis, æſtimatio igitur rei eſt cognita, qua in ſe ducta, quia a d poſita eſt 1. quadratum, habebitur a d, à qua detracta b d, quæ fuit 6. relinquetur a b, quæſita res.

Regvla.

Regula igitur eſt, pone numerum quadratorum, numerum rerum, quæ cum ℞. numeri propoſiti æquantur cubo, & inuentam æſtimationem in ſe ducito, à quo abiice productione numerum quadratorum ſeu rerum, reſiduum eſt rei æſtimatio. Exemplum, Cubus & 6. quadrata æquentur 40. dices igitur, cubns æquatur 6. rebus & ℞. 40. æſtimatio rei, eſt ex ſuo capitulo, ℞. v. cubica ℞. 10. p̃. ℞. 2. p̃. ℞. v. cubica ℞. 10. m̃. ℞. 2. hanc in ſe ducito producetur ℞. v. cubica 12. p̃. ℞. 80. p̃. ℞. v cubica 12. m̃. ℞. 50. p̃. 4. abiice 6. numerum rerum, relinquetur æſtimatio quæſita, ℞. v. cubica 12. p̃. ℞. 80. p̃. ℞. cub. 12. m̃. ℞. 80. m̃. 2. Idem inuenies ex prima regula operationis. Probatio eſt, vt in exemp.o, cubus & quadrata 3. æquentur 21. æſtimatio ex his regulis eſt, ℞. v. cubica $9\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. cubica $9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $89\frac{1}{4}$ m̃. 1. cubus igitur eſt hic conſtans ex ſeptem partibus,

Exemplum.

12. m̃. ℞. cubica, $4846\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $23487833\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. cubica $4846\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $23487833\frac{1}{4}$
p̃. ℞. v. cub. $46041\frac{3}{4}$ p̃. ℞. $211977695o\frac{7}{8}$ m̃. ℞. $2096286117\frac{9}{16}$
p̃. ℞. v. cub. $46041\frac{3}{4}$ p̃. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$
p̃. ℞. v. cub. $46041\frac{3}{4}$ p̃. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$ m̃. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$ m̃. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$
p̃. ℞. v. cub. $226\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. cub. $256\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$

Tria autem quadrata ſunt ex ſeptem partibus hoc modo,

9. p̃. ℞. v. cub. $4846\frac{1}{2}$, p̃. ℞. $23487833\frac{1}{4}$,
p̃. ℞. v. cub. $4846\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $23487833\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. cub. $256\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. $256\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. cub. $256\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$
m̃. ℞. v. cub. $256\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$

Inde iunctis tribus quadratis cum cubo ſex partes, quæ ſunt ℞. v. cubicæ æquales p̃. cum m̃. cadunt & relinquitur 21. ad amuſſim aggregatum.

Qvæstio.

Columna quadrata 36. cubitis alta, lata & profunda cubito vno: ei pondere eſt æqualis ad amuſſim quadrata alia columna, à qua ſi detrahantur ſex cubiti altitudinis, reliquum erit ſolidum vndequaque quadratum, poſita igitur ſecundæ columnæ latitudine 1. poſ. erit 1. cu. p. 6. quad. æqualia 36. quare res erit ℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 4. m̃. 2. & hoc eſt latus baſis colomnæ altitudo autem eſt 6. cuborum, plus igitur altitudo eſt cubitorum ℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 4. p̃. 4.

Capvt XVI.

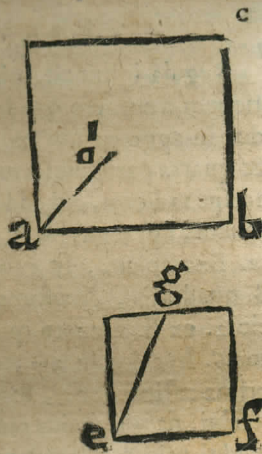
De Cubo ac Numero æqualibus quadratis.

Regvla.

Hoc capitulum per ſe patet: ex demonſtratione ſeptimi capituli, regula eſt, duc ℞. cubicam numeri, in numerum quadratorum, producetur numerus rerum æqualium cubo, & eidem numero, inuentis autem æſtimationibus, duc ℞. cubicam numeri in ſe, & productum diuide per quamlibet æſtimationem inuentam, exibit æſtimatio quæſita vtraque. Exemplum, 1. cubus p̃. 64. æquetur 18. quadratis, duc 18. in 4. ℞. cubicam 64. fit 72. numerus rerum æqualium cubo p̃. 64. huius æſtimationes ſunt ex capitulo ſuo, 8. & ℞. 24. m̃. 4. cum quibus diuide 16. quadratum 4. ℞. cubicæ 64. exit 2. & ℞. 96. p̃. 8. & hæ ſunt æſtimationes.

Demonstratio.

Et ſi vna æſtimationum habita a b, volo habere reliquam, facio quadratum a b, quod ſit a c, & detraho a b ex numero quadratorum & relinquetur a d, & ducatur a d, in aggregatum ex a b, & quarta parte a d, & ſuperficiei productæ ſumatur latus quod in eam poteſt, & ei addatur dimidium a d, & fiat e f, quam dico eſſe ſecundam æſtimationem, fiat quadratũ e f, & ſumatur e g, quæ cum e f iuncta æqualis ſit aggregato a b & a d.



Quia igitur e f quadratum, æquale eſt producto ex tetragonali in ſe, & dimidio a d in ſe, & producto tetragonalis in a d per quartam ſecundi Elementorum, erit quadratum e f, æquale producto a d in aggregatum ex a b, & dimidio a d, & tetragonali ex decimaſexta ſexti Elementorum, igitur e f media inter a d & aggregatum a b & tetragonalis & dimidio a d, dimidium autem a d & tetragonalis conſtituunt e f, ex ſuppoſito, e f igitur media eſt proportione inter a d & aggregatum a b, & e f. Rurſus, quod fit ex a b & a d, in a b & e f, æquale eſt ei quod fit ex e f & e g, in aggregatum a b & e f, quia ex ſuppoſito e f, & e g, æquantur a b, & a d & a b & e f manent idem, quod autem fit ex a d in a b & e f, ex probatis, æquale eſt quadrato e f, igitur quod fit ex a b in a b & e f, cum quadrato e f, æquale eſt ei quod fit ex e f & e g in e f & a b, abiecto igitur cõmuni quadrato e f, erit quod fit ex a b in aggregatũ a b & e f, æquale producto a b & e f in e g, cum eo quod fit ex e f in

e f in a b, detracto igitur communi iterum producto, a b in e f, relinquetur quadratum a b, æquale producto ex a b & e f in e g, quare a b media inter e g & aggregatum a b & e f, fuerat vero, vt dictum est, e f media, inter a d & aggregatum a b & e f, sunt igitur tres quantitates analogæ, in duobus ordinibus, quarum prima in vtroque ordine eadem est, videlicet aggregatum

a b & e f	
a b	e f
e g	a d

a b & e f, igitur per 67. libri quinti huius, e g ad a d, vt a b ad e f duplicata, quare ex decimaseptima sexti Elementorum, e g ad a d, vt a c ad quadratum e f, igitur ex trigesimaquarta vndecimi Elementorum, corpus quod ex a d in a c, æquale est corpori ex e g in quadratum e f, sed a b fuit æstimatio rei, Igitur corpus quod ex a d in a c æquale est numero æquationis posito aggregato a d & a b numero quadratorum, per demonstrationem habitam in capitulo octauo, igitur productum ex e g in quadratum e f, est æquale numero æquationis, cùm igitur c f & e g, sint æquales numero quadratorum, quia aggregato a b & a d, & ex g e in quadratum e f, fiat numerus æquationis, erit per octauum capitulum, e f rei æstimatio, quod erat probandum.

Regvla.

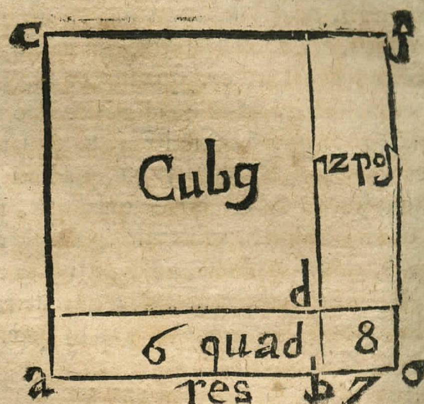
Regula igitur est, minue primam æstimationem à numero quadratorum, & residuum duc in aggregatum ex prima æstimatione, & quarta parte eiusdem residui, & producti accipe radicem, cui adde dimidium eiusdem residui, aggregatum est æstimatio rei quæsita. Exemplum, sit cubus cum 24. æqualis 8. quadratis, & æstimatio cognita 2. abiicio 2. ex 8. numero quadratorum relinquitur 6. hoc duc in $3\frac{1}{2}$, quod constat ex 2. prima æstimatione, & $1\frac{1}{2}$ quarta parte 6. residui, fit 21. cuius radici adde dimidium residui primæ æstimationis, quod est 3. fit ℞. 21. p̄. 3. æstimatio quæsita.

Capvt XVII.

De Cubo, Quadratis & Positionibus æqualibus numero.

Demonstratio.

Sit gratiâ exempli cubus a b, & 6. quadrata, & 20. positiones æqualia 100. & addam b c ad a b, quæ sit 2. tertia pars numeri quadratorum, & describitur cubus vniuersalis a c, secundùm quod componitur ex suis octo partibus, erit igitur cubus a b, f d superficies cum sua altitudine, & cubus b c 8. quia b c est 2. & a d corpora, 6. quadratis a b æqualia, & corpora de 12. a b seu duodecuplo a b ex sexto capitulo huius libri, quia igitur cubus a b & 6. quadrata & 20. positiones, æquantur 100. addantur 8. positiones, quæ sunt reliquum ad 20. positiones, cubo a c, qui iam æquabatur cubo a b, & 6. quadratis, & 12. positionibus, & cubo b c, erit cubus a c cum 8. positionibus, æqualis 108. nam



cubus a c excedit tria corpora d a, d e, in cubo c d, qui est 8. at quia 8. positiones a b deficiunt a b 8. positionibus a c cubi maioris, in 8. b c seu octuplo b c, quæ est 2. addemus igitur octuplum b c vtrique parti, & fiet cubus p̄. 8. rebus, æqualis 124. nota igitur ex capitulo suo a c, auferemus b c, relinquitur a b. Sit rursus cubus a b, & 6. quadrata & 12. res, æqualia 100. igitur additio communi cubo b c, erit cubus a c æqualis 108. & a c ℞. cubicæ 108. & a b 2. m̄. quàm a c cognita, sit denuo cubus & 6. quadrata a b & 2. positiones æqualia 100. additis igitur 10. positionibus residuis, ad complendum corpora d e, & addito cubo b c, fiet cubus a c æqualis 10. positionibus superadditis, & 108. sed 10. positiones a b deficiunt à 10. positionibus a c in 10. b c, addemus igitur 10. b c vtrique parti, fiet cubus a c p̄. 20. æqualis 10. positionibus p̄. 108. abiice 20. ex vtraque parte, relinquetur cubus a c æqualis 10. positionibus p̄. 88. inuenta a c, minue b c & relinquetur a b necessariò cognita.

Regvla.

Regula igitur communis est, duc tertiam partem numeri quadratorum (quam hoc signo Tpquad. demonstramus) ad cubum, addéque numero, inde duc numerum quadratorum in sui tertiam partem. & producti differentia à numero rerum, est numerus rerum addendarum cubo, vbi productum fuerit minus numero rerum propositarum vel addendarum numero, vbi productum fuerit maius numero rerum propositarum. Si igitur differentia est nulla, producti & numeri rerum erit cubus æqualis numero iam coaceruato, inde sumpta radice cubica numeri, minue ex ea Tpquad. & residuum est rei æstimatio, quod si positiones & cubus, æquentur numero, duces numerum positionum in Tpquad. & productum addes numero iam aggregato, & habebis cubum, & res iam inuentas, æquales numero iam aggregato, inde ab æquatione minue Tpquad. & residuum est æstimatio. Quod si productum fuerit maius numero rerum, duc differentiam, quæ est numerus rerum, in Tpquad. & productum minue ex numero, quem habebas, aggregato, & si nihil superest, habebis cubum, æqualem rebus

rebus iam propositis tantum, quare deducendo ad minorem denominationem habebis quadratum æquale numero, res erit ℞. quadrata numeri rerum, à qua minue Tpquad. & residuum erit æstimatio rei Quod si in detractione producti ex numero rerum in Tpquad. à numero aggregato, superfit, numerus ille cum rebus iam propositis, æquatur cubo, inde ab æstimatione minue Tpquad. & residuum est æstimatio quæsita. Sed si productum numeri rerum in Tpquad. maius esset numero iam aggregato, differentia est numerus, qui cum cubo æquatur rebus iam propositis, inde habita æstimatione minue Tpquad. & residuum est æstimatio rei.

Ex hoc patet, quod tale capitulum resoluitur in quinque capitula, quæ sunt hic posita, si non possunt resolui in plura, in

cubus & res æquales numero.
cubus æqualis numero.
cubus æqualis rebus.
cubus æqualis rebus & numero.
cubus & numerus æquales rebus.

aliquibus autem sequentium resolutio fit in tria postrema tantùm, in omnibus autem capitulis quatuor denominationum, commune est cùm fuerint resoluta in capitulum trium vel duarum denominationum, vt æstimationi inuentæ addatur aut minuatur Tpquad. vt in hoc capitulo semper minuitur, & commune est etiam omni capitulo vt rerum numerus & numerus ipse constituantur eodem modo, velut hic numerus rerum, est differentia numeri rerum assumptarum in capitulo quatuor denominationum, ex numero quadratorum in sui tertiam partem, & numerus capituli in quod resoluitur, est differentia producti ex numero rerum iam inuentarum, in Tpquad. & aggregati ex cubo Tpquad. & numero æquationis primo.

Qvæstio I.

Exemplum, Est corpus quadratum vndequaque, quod cum superficiebus & lateribus est 22. dices igitur, cubus & 6. quadrata & 12. res æquantur 22. cubo igitur 2. tertiam partem numeri quadratorum, fit 8. adde 22. fit 30. deinde duc 6. numerum quadratorum in 2. sui partem tertiam, fit 12. differẽtia cuius à numero rerum est nihil, nam res etiam fuerant 12. habemus igitur 1. cubum æqualem 30. & res est ℞. cub. 30. abiice 2. Tpquad. fit æstimatio rei, ℞. cub. 30. m̃. 2.

Experientia autem est, vt iungas 1. cub. p̃. 6. quad. p̃. 12. rebus, & fiunt 22.

Sex quadrata 24. p̃. ℞. cub. 194400. m̃. ℞. cub. 414720.
Cubus 22. m̃. ℞. cub. 194400. p̃. ℞. cub. 51840.
Duodecim res ℞. cub. 51840. m̃. 24.
Aggregatum 22.

Qvæstio II.

Exemplum secundi, Inuenias quatuor numeros continuè proportionales, quorum primus sit 3. & reliqui tres sint 19. pone 2m rem, erit tertius $\frac{1}{3}$ quadrati, & quartus erit $\frac{1}{9}$ cubi, igitur 1. positio $\frac{1}{3}$ quadrati, $\frac{1}{9}$ cubi, æquantur 10. duc ad integra, habebis cubum & 3. quadrata & 9. res, æqualia 171. nam omnia ducuntur per 9. adde igitur cubum tertiæ partis numeri quadratorum ad 171. & est 1. fit 172. deinde duc 3. numerum quadratorum in sui tertiam partem, fit 3. huius producti & 9. numeri rerum, differentia est 6. numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, quia productum fuit minus, duc igitur 6. numerum rerum in 1. Tpquad. fit 6. adde ad 172. fit 178. igitur cubus & res æquantur 178. & rei æstimatio est ℞. v. cubica ℞. 7929. p̃. 89. p̃. ℞. v. cubica ℞. 7929. m̃. 89. ab hoc minue Tpquad. quæ est 1. habebis secundam quantitatem ℞. v. cubicam ℞. 7929. m̃. ℞. v. cubica ℞. 7929. m̃. 89. m̃. 1. ex qua habebis reliquas.

Exemplum tertij modi, Cubus 6. quadrata & 1. positio, æquantur 14. adde cubum 2. Tpquad. qui est 8. ad 14. fit 22. deinde duc 6. numerum quadratorum in 2. tertiam sui partem, fit 12. differentia cuius à numero rerum est 11. numerus rerum æqualium cubo cum numero, quia numerus productus 12. fuit maior numero rerum, duc igitur 11. in 2. tertiam partem numeri quadratorum, fit 22. differentia cuius & numeri prioris aggregati est nulla, quare habebimus cubum æqualem 11. rebus, igitur quadratum æquatur 11. res igitur est ℞. 11. à qua minue 2. Tpquad. fit rei æstimatio ℞. 11. m̃. 2. sumpsisti autem differentiam in numero & non aggregasti, quia res æquabantur cubo, & non cubus cum rebus æquabantur numero, vt in præcedente exemplo.

Qvæstio III.

Exemplum quarti modi, Ex oraculo iubet Princeps fieri sacram ædem, cuius spacium sit 400. cubitorum, & longitudo latitudine maior sit 6. cubitis, latitudo altitudine 3. cubitis maior, quæritur quantitas. Pone altitudinem rem, latitudo erit 3. p̃. & longitudo 9. p̃. duc inuicem, habebis 1. cub. p̃. 12. quadratis p̃. 27. positionibus, æqualia 400. adde ad 400. cubũ 4. Tpquad. qui est 64. fit 464. duc 12. numerum quadratorum in tertiam sui partem, fit 48. cuius

altitudo 1. pos.
latitudo 1. pos. p̃. 3.
longitudo 1. pos. p̃. 9.

productum 1. cub. p̃. 12. quad. p̃. 27. pos.

differentia à 27. est 21. numerus rerum, quæ æquãtur cubo cum numero, quare duc 12. in 4. Tpquad. fit 84. sume differẽtiam à 464. quę est 380. & eam adde rebus, quia aggregatũ nume-

numerum primum, fuit maius numero producto ſecundo, habebis cubum æqualem 21. poſitionibus p̄. 380. res igitur valet ℞. v. cubicam 190. p̄. ℞. 35750. p̄. ℞. v. cub. 190. m̄. ℞. 35757. ab hac minue 4. ⲧpquad. habebis altitudinem, qua habita, addendo 3. & 9. habebis latitudinem & longitudinem, vt vides,

altitudo, ℞. 5. cub. 190. p̄. ℞. 35757. p̄. ℞. v. cub. 190. m̄. ℞. 35757. m̄. 4.
latitudo, ℞. v. cub. 190. p̄. ℞. 35757. p̄. ℞. v. cub. 190. m̄. ℞. 35757. m̄. 1.
longitudo, ℞. v. cub. 190. p̄. ℞. 35757. p̄. ℞. v. cub. 190. m̄. ℞. 35757. p̄. 5.

Exemplum quinti modi, Cubus & 6. quadrata, & 2. res, æquantur 3. adde 8. cubum ⲧpquad. ad 3. fit 11. deinde duc 9. in ſuam tertiam partem, fit 12. differentia à 2. numero rerum eſt 10. numerus rerum, duc in 2. ⲧpquad. fit 20. cuius differentia ab 11. eſt 9. numerus, qui cum cubo æquatur 10. rebus, quia productum ſecundum maius eſt numero aggregato, voco autem productum ſecundum, quod fit ex numero rerum iam inuento, in ⲧpquad. æſtimatio igitur rei quando cubus & 9. æqualia ſunt 10. rebus eſt 1. vel ℞. $9\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$, abiice igitur 2. ⲧpquad. fient duæ æſtimationes quæſitæ, altera ℞. $9\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{2}$ alia m̄. 1.

Capvt XVIII.

De Cubo, & rebus æqualibus quadratis & numero.

Demonstratio.

Sit in eadem figura, cubus a c cum 33. a c, æqualis 6. quadratis a c p. 100. (gratiâ exempli) diuidatur cubus a c, poſita b c ⲧpquad. ſcilicet 2. in ſuas partes, erit cubus a c, æqualis cubo a b, cubo b c, ſex quadratis a b, & 12. poſitionibus a b, at 33. a c, ſunt 33. a b, & 33. b c, quæ ſunt 66. quia b c eſt 2. igitur cubus a c, & 33. a c, æquantur cubo a b, cubo b c, ſex quadratis a b, & 45. a b poſitionibus, & 66. hæc eadem igitur æqualia ſunt 6. quadratis a c, & 100. at 6. quadrata a c, diuiſa a c in b, per 4. 2. Elementorum, æqualia ſunt 6. quadratis a b, & 6. quadratis b c, & 12. ſuperficiebus a d, ſed a d eſt 2. poſitiones, quia b d eſt 2. igitur 12. a d ſunt 24. poſitiones a b, quare 6. quadrata a b, & 6. quadrata b c, & 24. poſitiones a b, & 100. æquantur cubo a b, cubo b c, 6. quadratis a b, & 45. a b. & 66. numero, cubus autem b c eſt 8. & 6. quadrata b c ſunt 24. igitur 6. quadrata a b, & 24. poſitiones a b, & 124. æquantur cubo a b, & 6. quadrat. a b, & 45. poſitionibus a b, & 74. facta igitur detractione ſimilium ex vtraque parte, ſcilicet 6. quad. 24. poſitionibus & 74. relinquetur cubus a b p. 21. poſitionibus a b, æqualis 50. manifeſtum eſt igitur quòd inuenta a b, ex capitulo ſuo, & addita b c ei quæ eſt 2. conflatur a c. Manifeſtum eſt autem, quòd vbi poſitiones, quæ cum cubo erant, eſſent æquales productis, haberemus cubum æqualem numero tantùm, & vbi poſitiones quæ cum cubo erant, eſſent pauciores, haberemus res ex vna parte, & cubum ex alia, & tunc ſi numerus qui eſt cum cubo, foret æqualis alteri, eſſent poſitiones æquales cubo, & ſi eſſet minor, haberemus res & numerum æquales cubo: & ſi maior, haberemus res æquales cubo & numero, ex eadem demonſtratione, velut in præcedenti capitulo.

	6. quadrata a b	24. poſitiones a b	124
cubus a b	6. quadrata a b	45. poſitiones a b	74
cubus a b	p.	21. poſitionibus a b æquales	50

Regvla.

Regula igitur eſt, vt primò ſtatuas numerum rerum ſemper, vt in præcedenti capitulo, & eſt vt ducas numerum quadratorum in tertiam ſui partem, & differentia huius producti, à numero rerum, eſt numerus rerum, quæ ſi nulla ſit, habebimus cubum æqualem numero, ſi autem productum ſit minus numero rerum, differentia erit numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, & ſi productum fuerit maius, habebimus res æquales cubo: & tunc ſi numeri erunt æquales, erit cubus æqualis rebus, & ſi, qui producitur ex numero rerum, in ⲧpquad. fuerit minor numero æquationis cum additione, erit cubus æqualis rebus & numero, quod ſi productus numerus ex rerum numero in ⲧpquad. fuerit maior numero æquationis cum ſua additione, habebimus res æquales cubo & numero. Numerus autem æquationis ſic habetur, duc priorem numerum rerum, in tertiam partem numeri quadratorum, & producti accipe differentiam, ab aggregato numeri æquationis, & dupli cubi ⲧpquad. differentia, erit numerus addendus cu. ſi productum fuerit maius aggregato: vel rebus ſi fuerit minus, vel numerus æqualis cubo, vbi nullæ ſint res, inde habita æſtimatione, eam adde, vel minue ⲧpquad. prout in exemplis doceberis, & habebis quæſitam æſtimationem.

Exemplum primum, Cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis & 25. duc 6. in 2. ſui tertiam partem, fit 12. differentia cuius à numero rerum nulla eſt, igitur cubus æquabitur numero, duc ergo 12. numerum rerum, in 2. ⲧpquad. fit 24. abiice ex 41. aggregato 16. dupli cubi 2. & 25. numero æquationis, relinquitur 17. qui æquatur cubo, res igitur eſt ℞. cubica 17. adde ei 2. ⲧpquad. fit rei æſtimatio ℞. cubica 17. p. 2.

Exemplum ſecundum, Mercator fugiens, paſcitur redditurum $\frac{3}{4}$ debiti proportionaliter in tribus annis, ita quod ſi pactus fuiſſet redditurum $\frac{19}{27}$ primo anno reddidiſſet $\frac{9}{27}$, ſecundo $\frac{6}{27}$, tertio $\frac{4}{27}$, vt reſidua ſint in eadem

dem proportione, cum reſiduo capitali, quæritur portio cuiuſque anni, reddendo ſolum $\frac{1}{4}$, & ponamus, quod capitale ſit 4. ad vitandum fractiones, vult igitur reddere 3. pone igitur quod reſtituat primo anno rem, igitur ſecundo anno reſtituet rem m̄. $\frac{1}{4}$ quadrati, & tertio anno, rem m̄. $\frac{1}{2}$ quadrati p. $\frac{1}{16}$ cubi, igitur in tribus annis reſtituet 3. res p. $\frac{1}{16}$ cubi m̄. $\frac{3}{4}$ quadrati, & hoc iam ſupponitur 3. quare reducito ad integrum, cubum ducendo per 16. habebis 1. cubum p. 48. rebus, æqualem 12. quadratis p. 48. duc 12. in 4. tertiam ſui partem, fit 48. igitur differentia rerum nulla eſt, & cubus æquabitur numero, duc igitur 48. numerum rerum, in 4. ℞ quad. fit 192. à quo detrahe 176. aggregatum ex duplo cubi 4. & 48. numero æquationis, relinquitur 16. & hic æquatur cubo, igitur rei æſtimatio eſt ℞. cubica 16. quam minue ex 4. ℞ quad. fiet æſtimatio quæſita 4. m. ℞. cubica 16. reddet igitur anno primo 4 m. ℞. cubica 16. & ſecundo ℞. cubicam 16. m. ℞, cubica 4. & tertio, ℞. cubicam 4. m. 1. & horum reſidua, ſunt proportionalia, cum 4. & iuncta faciunt 3. & eſt conuerſum primi exempli, & reſidua ipſa ſunt ℞. cubica 16. ℞. cubica 4. & 1.

Exemplum tertium, Cubus & 15. res, æquantur 6. quadratis & 24. duc 6. in ſui tertiam partem, fit 12. cuius differentia à 15. numero rerum, eſt 3. & quia productum fuit minus, erit cubus & 3. res, æqualia numero, duc igitur 15. numerum rerum, in 2. ℞ quad. fit 30. minue ex 40. aggregato 24. & duplo cubi ℞ quad. relinquitur 10. igitur 10. æquatur cubo p. 3. rebus, & rei æſtimatio eſt ℞. v. cubica ℞. 26. p. 5. m. ℞. v. cubica 26. m. 5. cui adde 2. ℞ quad. habebis quæſitam æſtimationem.

Exemplum quartum, Cubus & 15. res, æquantur 6. quadratis p. 10. iterum habebo cubum & 3. res, æquales numero, & numerus productus erit 30. vt prius, verum aggregatum ex duplo cubi 2. ℞ quad. & 10. numero æquationis, eſt 26. differentia igitur eſt 4. cùm igitur cubus & 3. res æquentur 4. rei æſtimatio eſt 1. & quia productus numerus eſt maior aggregato, id eſt 30. maior eſt 26. minuemus 1. æſtimationem æquationis inuentæ ex 2. ℞ quad. & relinquetur 1. æſtimatio quæſita cubi & 15. rerum, æqualium 6. quadratis & 10.

Ideo patet quod in hoc caſu, vbi cubus & res, æquantur numero, ſi differentia numerorum nulla foret, velut ſi loco 10. poſuiſſemus 14. æſtimatio rei eſſet ℞ quad. ſcilicet 2. quia in æquatione inuenta, nihil haberemus addendum vel minuendum, quia cubus & 3 res, æquarentur nihil.

Exemplum quintum, Cubus & 10. res, æquantur 6. quadratis p. 4. duc igitur numerum quadratorum in tertiam ſui partem, vt prius, fit 12. differentia cuius à numero rerum, eſt 2. & quia productum eſt maius numero rerum, ideo 2. res æquabuntur cubo, pro numero itaque duc 10. numerum rerum primum, in 2. ℞ quad. fit 20. differentia cuius à 20. aggregato dupli cubi ℞ quad. & 4. eſt nihil, igitur non habebimus numerum, ſed cubus æquabitur, vt dictum eſt, 2. rebus, igitur deprimendo, quadratum æquabitur 2. ergo rei æſtimatio, eſt ℞. 2. quam adde vel minue ℞ quad. habebis veram æſtimationem quæſitam, 2. p. ℞. 2. vel 2. m. ℞. 2. & poteſt etiam eſſe 2. & ſic habet tres æſtimationes hic caſus.

Exemplum ſextum, Sit cubus & 21. res, æqualia 9. quadratis p. 5. tunc vt prius, ducam 9. in 3. tertiam ſui partem, fit 27. huius differentia à 21. eſt 6. numerus rerum, cubo æquandarum, quia productum 27. eſt maius 21. numero rerum, addo igitur 54. duplum cubi ℞ quad. ad 5. numerum æquationis, fit 59. cuius differentia à 63. producto numeri rerum prioris, in ℞ quad. eſt 4. igitur quia productum eſt maius aggregato, addemus numerum cubo, & fiet 1. cubus p. 4. æqualis 6. rebus, iam inuentis, huius igitur æſtimationes ſunt tres, prima

Prima 5.
Secunda 2. p. ℞. 3.
Tertia 2. m. ℞. 3.

eſt 2. ſecunda ℞. 3. m. 1. tertia ficta m. ℞. 3. p. 1. quas adde ad 3. ℞ quad. habebis veras æſtimationes illas quas à latere vides.

Exemplum ſeptimum, Cubus & 26. res æquantur 12. quadratis p. 12. duc 12. numerū quadratorum, in ſui tertiam partem, quæ eſt 4. fit 48. cuius differentia à 26. numero rerum, eſt 22. & quia productum eſt maius numero rerum, res æquabuntur cubo, deinde duc 26. numerum rerum in 4. tertiam partem numeri quadratorum, fit 104. abiice ex 140. duplo cubi ℞ quad. & 12. numeri ſimul iunctis, fit 36. numerus addendus rebus, quia aggregatum eſt maius producto, econtrario, exemplo præcedenti, cubus igitur æquabitur 22. rebus, p. 36. quare eius erunt tres æſtimationes, prima ℞. 19. p. 1. & eſt vera, ſecunda ficta m. ℞. 19. m. 1. tertia etiam ficta, quæ eſt m.

Prima 5. p. ℞. 19.
Secunda 5. m. ℞. 19.
Tertia 2.

2. has adde ſingulas, ℞ quad. habebis veras tres æſtimationes, quarum experientiam à latere hîc poſui.

Ex hoc patet, quòd numerus quadratorum, in his tribus exemplis, in quibus æſtimatio rei triplicatur, ſemper componitur ex tribus æſtimationibus iunctis ſimul, velut in quinto exemplo, 2. p. ℞. 2. & 2. m. ℞. 2. componunt 6. numerum quadratorum, & in ſexto exemplo, 5. & 2. p. ℞. 3. & 2. m. ℞. 3. componunt 9. numerum quadratorum, & in ſeptimo exemplo, 5. p. ℞. 19. & 5. m. ℞. 19. & 2. componunt 12. numerum quadratorum, ideo duabus cognitis, tertia ſemper emergit, & cauſa eſt cognita in initio huius libri. Et manifeſtum eſt, quòd cùm peruenimus ad res, quæ à cubo ſeparantur, ſeu numerus rebus, ſeu cubo iungatur, ſemper emergunt tres æſti-

cubus primæ	410. p̃. ℞. 167884.
26. res	130. p̃. ℞. 12844.
aggregatum	540. p̃. ℞. 273600.
12. quadrata.	528. p̃. ℞. 273600.
numerus	12.
aggregatum	540. p̃. ℞. 273600.
cubus ſecundæ	410. m̃. ℞. 167884.
26. res	130. m̃. ℞. 12844.
aggregatum	540. m̃. ℞. 273600.
12. quadra.	528. m̃. ℞. 273600.
numerus	12.
aggregatum	540. m̃. ℞. 273900.
cubus tertiæ	8.
26. res	52.
aggregatum	60.
12. quadra.	48.
numerus	12.
aggregatum	60.

æſtimationes, & cauſa dicta eſt ſuperius ibidem, vbi de vera & ficta æſtimatione locuti ſumus. Et patet etiam, quòd omnes modi hi, ad additionem ſemper poſſunt referri, quamuis minus cùm additur, vicem gerat, plus cùm detrahitur, oſtenſum eſt enim quòd tantum eſt minuere 4. ex 12. quantum addere 4. m̃. ad 12. vtroque enim modo fiet 8.

Ex hoc patet quòd numerus quadratorum, diuiditur trifariam, & vna æſtimatione habita aggregatum reliquarum cognitum relinquatur.

Alia Demonstratio.

Sit igitur cubus & 100. res æqualia 6. quadratis p. 10. numero. Et ponatur a b rei æſtimatio, b c ᴛpquad. a g autem æqualis, b c, quare g b eſt differentia a b & b c, cubus autem g b, eſt differentia cubi a b cum triplo a b. In quadratum b c, à cubo b c cum triplo b c in quadratum a b, ex ſexto capitulo, cubus verò a b cum 100. rebus, æquatur 6. quadratis p̃. 10. ex ſuppoſito, 6. quadrata autem a b, ſunt triplum b c in quadratum a b, triplum igitur b c in quadratum a b, & cubus b c, qui eſt 8. ſunt 2. m. quam cubus a b cum 100. rebus, dico autem 2. m. quia cubus b c, qui iungitur 6. quadratis, debuit eſſe 10. & eſt tantùm 8. at cubus a b cum 100. rebus, ſuperat cubum a b, & triplum a b in quadratum b c quod eſt 12. res, in 88. rebus, differentia igitur cubi b c & tripli b c, in quadratum a b, à cubo a b, cum triplo a b in quadratum b c, eſt 88. a b, m. 2. huic



igitur differentiæ, æqualis eſt cubus g b, vt diximus, ponatur igitur b g res erit igitur g c, ſeu a b, 2. m. re cuius quantitas ſumpta 88. vicibus, vt dictum eſt, æquatur cubo b g p̃. 2. igitur cubus b g, p̃. 2. p̃. 88. ſuis rebus æquatur 174. quare ſi eam æſtimationem b g detraxeris ex b c, quæ eſt ᴛpquad. ſcilicet 2. habebis quantitatem a b, quæſitam. Et hæc demonſtratio fuit inuenta à Ludouico Ferrario, & oſtendit clariùs æſtimationem ſupradictarum operationum.

Alia Demonstratio.

Ponatur rurſus, cubus cum 5. rebus, æqualis 6. quadratis a c 10. & ponatur e f res, d e ᴛpquad. differentia d e & e f, e h, eritque ex demonſtratione conſimili præmiſſæ,



vt cubus e h, æquetur 7. rebus p̃. 16. inde inuenta æſtimatione, ſi ei addatur h f ᴛpquad. quæ eſt 2. habebitur e f res quæſita, nec in hoc addam verba, quia demonſtratio eſt ſimilis præmiſſæ, & operatio eius in hac parte, eſt clarior noſtra demonſtratione.

Regvla.

Regula igitur ſumpta ex hac demonſtratione eſt, ſi numerus rerum æqualis eſt, producto ex numero quadratorum in ſuam tertiam partem, duc ᴛpquad. ad cubum, ℞. cubicam diffrrentiæ huius, & numeri æq uationis, adde ᴛpquad. vbi cubus ſit minor numero, aut minue, vbi ſit maior, & totum eſt æſtimatio rei, manifeſtum eſt autem, quòd vbi cubus ᴛpquad. & numerus, ſint æquales, non addemus nec minuemus, ſed ᴛpquad. erit ipſa rei æſtimatio.

Exemplum, Cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis, p. 8. tunc quia ducto 6. numero quadratorum, in 2. ſui tertiam partem, fit 12. numerus rerum ad vnguem, ideo duc 2. ᴛpquad. ad cubum, fit 8. cuius differentia à numero æquationis nulla eſt, ideo æſtimatio rei eſt 2. ᴛpquad. Et ſi cubus & 12. res, æquantur 6. quadritis p. 9. tunc quia cubus æquatur numero, abiiciemus 8. cubum ᴛpquad. ex 9. relinquitur 1. cuius ℞. cubicam quæ eſt 1. addo ᴛpquad. quia cubus ᴛpquad. eſt minor æquatione numeri, fit rei æſtimatio 3. Et eadem ratione, ſi cubus p. 12. rebus, æquetur 6. quadratis p. 7. detracto 7. a b 8. cubo ᴛpquad. relinquitur 1. cuius ℞. cubicam quæ eſt 1. detrahe ex 2. ᴛpquad. relinquitur 1. rei æſtimatio.

Quod ſi numerus poſitionum, maior ſit producto ex numero quadratorum in ſui partem tertiam, differentia erit numerus rerum, vt in prima demonſtratione, & ſuis regulis, hunc duc in ᴛpquad. & ei adde cubum ᴛpquad. & huius aggregati, numerique æquationis differentia, ſi nulla ſit, æſtimatio rei eſt ᴛpquad. Et ſi numerus æquationis

tionis est minor aggregato, æstimationem inuentam minue, & si maior, adde τpquad. quod fiet, erit rei æstimatio. Exemplum, cubus & 20. res, æquantur 6. quadratis & 24. ducto 6. in 2. tertiam partem sui, fit 12. cuius differentia à 20. numero rerum, est 8. numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, duc igitur numerum rerum, in 2. τpquad. fit 16. adde ei 8. cubum τpquad. fit 24. differentia cuius nulla est à 24. numero æquationis, igitur æstimatio rei est τpquad. scilicet 2. sit rursus cubus cum 20. rebus, æqualis 6. quadratis & 15. habebimus igitur, vt priùs, cubum & 8. res, pro numero, duc vt priùs, 8. numerum rerum posteriorem in 2. τpquad. fit 16. adde cubum τpquad. fit 24. abiice 15. relinquitur 9. igitur cubus & 8. res, æquantur 9. & rei æstimatio est 1. quod minue ex 2. τpquad. relinquitur vera æstimatio rei 1. minuisti autem, quia 15. numerus æquationis est minor aggregato cubi & producti, quod est 24. & si bene animaduerteris, eodem modo fit in prima parte regulæ, quando numerus rerum æqualis est producto ex numero quadratorum in sui partem tertiam. Rursus, cubus cum 20. rebus, æqualis sit 6. quadratis p̄. 33. habebis itaque cubum, vt priùs, & 8. res, æquales differentiæ 24. aggregati, & 33. numeri æquationis, quare cubus & 8. res æquabuntur 9. & æstimatio rei erit 1. addendum τpquad. quia numerus æquationis 33. est maior numero aggregato 24. quare rei æstimatio erit 3.

Quòd si numerus positionum, minor sit producto ex numero quadratorum in sui tertiam partem, differentia nihilominus erit numerus rerum vt priùs, sed hæ non copulabuntur cubo, imò erunt ei æquales, deinde duc ipsum numerum rerum posteriorum, in τpquad. & productum iunge numero æquationis huius aggregati & cu. τpquad. differentia est numerus æquationis secundæ, si igitur differentia nulla est, cubus æquabitur rebus & ℞. quadrata numeri rerum addita τpquad. est æstimatio rei, quod si aggregatum sit maius cubo, erit differentia, numerus qui cum rebus æquatur cubo, inde habita æstimatione, adde ei τpquad. & fiet vera æstimatio. Quòd si cubus fuerit maior aggregato, differentia erit numerus, qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione, adde ei τpquad. quod conflatur, est rei vera æstimatio, & tam multiplex habenda, vt in nostra regula docuimus, quanquam quod ad regulam pertinet, & hæc nostra sit. Exemplum igitur, Cubus & 9. res, æquales sint 6. quadratis p̄. 2. tunc numerus rerum secundus erit 3. duc in 2. τpquad. fit 6. adde ad 2. numerum æquationis, fit 8. cubus autem τpquad. est 8. differentia nulla, igitur cubus æquatur 3. rebus, res igitur est ℞. 3. & rei æstimatio 2 p̄. ℞. 3. Rursus, cubus p̄. 9. rebus, æqualis sit 6. quadratis p̄. 4. habebimus vt priùs, cubum æqualem 3. rebus, pro numero duc 3. numerum rerum posteriore in 2. τpquad. fit 6. adde 4. numerum æquationis, fit 10. abiice 8. cubum τpquad. fit 2. addendus rebus, quia aggregatum est maius cubo τpquad. igitur cubus æquatur 3. rebus, p̄. 2. & res erit 2. addito 2. τpquad. fit 4. vera æstimatio. Iterum, sit cubus p̄. 21. rebus, æqualis 9. quadratis p̄. 5. erunt igitur 6. res in posteriore æquatione, quia 9. numerus quadratorum, ductus in 3. tertiam sui partem, producit 27. duc igitur 6. numerum posteriorem rerum, in 3. τpquad. fit 18. adde ei 5. fit 23. differentia cuius à numero producto ex cubo c τpquad. est 4. & quia aggregatum est minus cubo, ideo cubus & 4. æquabuntur 6. rebus, æstimatio igitur est 2. vel ℞. 3. m̄. 1. & ficta ℞. 3. p̄. 1. quæ est m̄. si igitur his addas, 3. τpquad. habebis æstimationes quæsitas 5. & 4. p̄. ℞. 3. & 2. p̄. ℞. 3. in harum qualibet verum est, quòd cubus & 21. res, æquales sunt 9. quadratis & 5. numero.

Caput XIX.

De Cubo & Quadratis æqualibus rebus & numero.

Demonstratio.

Sit etiam cub. a b, & 6. quadrata, æqualia 20. rebus p̄. 200. gratiâ exempli, & ponemus b c 2. τpquad. erit igitur a c res p̄. 2. & eius cubus, erit cubus & 6. quadrata, & 12. res, & 8. iam autem suppositum est, quòd cubus a b & 6. quadrata, sint æqualia 20. rebus p̄. 200. Igitur ponantur, 20. res & 200. loco cubi & 6. quadratorum, & fiet cubus a c, æqualis 32. rebus p̄. 208. at quia 32. res a b, deficiunt à 32. rebus a c, in 32. b c, addantur vtrique parti 32. b c, erunt igitur 32. res p̄. 208. æquales cubo p̄. 64. tantum enim sunt 32. b c, abiice 64. ab vtraque parte, erit cubus æqualis 32. rebus p̄. 144. inde inuenta æstimatione abiice b c, τpquad. relinquetur a b.

Regula.

Regula igitur est, duc numerum quadratorum, in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, & aggregatum erit numerus rerum, inde duc hunc numerum in τpquad. & producti sume differentiam, ab aggregato ex numero æquationis, & cubo τpquad. quæ si nulla est, habebis cubum æqualem rebus, si verò sit productum minus aggregato, differentia est numerus, qui cum rebus, æquatur cubo, quod si productum fuerit maius aggregato, differentia est numerus qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione, τpquad. residuum est æstimatio vera, quæsita.

Exemplum, Cubus & 6. quadrata, æqualia sint 20 rebus & 56. duc 6. in 2. tertiam sui partem, fit 12. adde ad 20. fit 32. duc 32. in 2. τpquad. fit 64. adde ad 56. numerum æquationis 8. cubũ τpquad. fit 64. differentia producti ab aggregato nulla est, res igitur æquabuntur cubo, quare deprimendo quadratum æquatur 32. & res est ℞. 32. & vera æstimatio ℞. 32. m̄. 2. Rur-

Rurſus, cubus & 6. quadrata, æqualia ſint 20. rebus p̄. 112. duc 6. in 2. vt priùs, fit 12. adde ad 20. fit 32. numerus rerum, duc in 2. Ꞇpquad. fit 64. abiice ex 120. aggregato cubi Ꞇpquad. & numeri æquationis, relinquitur 65. numerus qui cum 32. rebus æquatur cubo, res igitur eſt ℞. 29. p̄. 1. minue Ꞇpquad. relinquitur æſtimatio rei ℞. 29. m̄. 1. Rurſus, cubus & 6. quadrata, æqualia ſint 20. rebus p̄. 41. habebis igitur vt priùs, in ſecunda æquatione, 32. res, & 15. numerum, nam detracto 49. aggregato numeri æquationis, & 8. cubi Ꞇpquad. ex 64. producto 32. in Ꞇpquad. relinquitur 15. quia verò productum eſt maius aggregato, erit 15. cum cubo æqualis 32. rebus, & res erit 5. vel ℞. $13\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{2}$, vel ficta ℞. $13\frac{1}{4}$ p̄. $2\frac{1}{2}$, abiice 2. Ꞇpquad. habebis æſtimationem veram 3. & duas fictas per m̄. ſcilicet $4\frac{1}{2}$ o. ℞. $13\frac{1}{4}$, & $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $13\frac{1}{4}$ ſicut diximus in capitulo primo.

CAPVT XX.

De Cubo æquali quadratis rebus & numero.

DEMONSTRATIO.

SIT iterum cubus a c, æqualis 6. quadratis, 5. rebus, & 88. (gratiâ exempli) & ponatur b c Ꞇpquad. ſcilicet 2. manifeſtum eſt igitur, quòd cubus a c, æquatur 6. quadratis a b & 12. a b, & cubis a b, & b c, hæc eadem igitur æqualia ſunt 6. quadratis a c, 5. rebus a c, & 88. abiiciatur iam cubus b c communis, ſcilicet 8. relinquetur, cubus a b & 6. quadrata a b, & 12. a b, æqualia 6. quadratis a c, 5. rebus a c, p̄. 80. at 6. quadrata a c, ſuperant 6. quadrata a b in 6. gnominibus a b quadrati, & erunt 24. res ex a c minus 6. quadratis b c, quæ ſunt 24. igitur 6. quadrata a b & 92 res a c, & 56. æqualia ſunt cubo a b, & 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, abiiciantur igitur 6. quadrata a b, communia, relinquentur 29. res a c, p̄. 56. æquales cubo a b & 12. rebus a b, & 29. res a c ſuperant 29. res a b, in 29. b c. Quare in 58. quia b c eſt 2. igitur addatur numerus numero, erunt 29. a b & 144. æqualia cubo a b & 12. rebus a b, abiiciantur denuo 12. res communes, erunt 17. res p̄. 114. æquales cubo, inde habita æſtimatione, adde ei b c,

REGVLA.

Regula igitur eſt, Duc numerum quadratorum in rertiam ſui partem, & productum adde numero rerum, aggregatum erit numerus rerum, æqualium cubo, pro numero autem, duc numerum rerum ſecundum in Ꞇpquad. & productum adde numero æquationis, à quo minue cubum Ꞇpquad. reſiduum eſt numerus, qui cum rebus æquatur cubo, inde inuenta æſtimatione, adde ei Ꞇpquad. & habebis veram æſtimationem.

QVÆSTIO.

Exemplum in hac quæſtione, Quidam dedit aureos 1728. ad caput anni vt dicunt, ſeu ſub vſura rediuiua, eâ conditione, vt reciperet tertio anno, ex capitali & vſura, quantum eſt dimidum capitalis & dimidium eius quod debuiſſet in fine primi anni, & dimidium eius quod debuiſſet in fine ſecundi anni, vbi retinuiſſet pecunias, & voluiſſet ſoluere ſub eadem vſura. Pone igitur quod in capite primi anni haberet 144. res, in capite ſecundi anni habebit 12. quadrata, in capite tertij anni habebit cubum, & hic erit æqualis dimidiis reliquorum annorum ſimul ſumptis, igitur cubus erit æqualis 6. quadratis, 72. rebus & 729. duc igitur 6. numerum quadratorum in 2. tertiam ſui partem, fit 12. adde ad 72. fit 84. numerus rerum, duc 84. in 2. Ꞇpquad. fit 168. adde ei 729. fit 897. abiice 8. cubum Ꞇpquad. fit 889. igitur cubus æquatur 84. rebus p̄. 889. æſtimatio igitur huius erit ℞. v. cubica $444\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $175628\frac{1}{4}$, p̄. ℞. v. cubica $444\frac{1}{2}$, m̄. ℞. $175928\frac{1}{4}$ huic adde 2. Ꞇpquad. habes quæſitam æſtimationem ℞. v. cubicam $444\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $175628\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. cubica $444\frac{1}{2}$ m̄. ℞ $175928\frac{1}{4}$ p̄. 2. cuius cubus eſt quantitas pecuniarum, quæ ei debentur tertio anno, inde detracto 1728. habebis ſortem, per terminos analogos.

CAPVT XXI.

De Cubo & Numero, æqualibus quadratis & rebus.

DEMONSTRATIO.

SIT cubus & 100. æqualia etiam 6. quadratis, & 24. rebus, & ſit cubus ille a c, & b c Ꞇpquad. cumque cubus a c, æqualis ſit cubo a b & 6. quadradratis a b, & 12. rebus a b, & cubo b c, qui eſt 8. erit cubus a b, & 6. quadrata a b, & 12. res a b, & 108. æqualia 6. quadratis a c, & 24. rebus a c, ſed 6. quadrata a b, minora ſunt 6. quadratis a c in 6. gnominibus a d e, & 24. res a b, minores ſunt 24. rebus a c, in 24. b c, quare cubus a b, & 6. quadrata a b, & 12. res a b, & 108. æquantur 6. quadratis a b, & 6. gnominibus a d e, & 24. rebus a b, & 48. nam 24. b c ſunt 48. igitur abiectis ex vtraque parte 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, & 48. erit cubus a b, & 60. æqualis 6. gnominibus a d e, & 12. rebus a b, ſunt autem 6. gnomones a d e, 24. res a b, p̄. 24. eò quòd quælibet ſuperficierum a d, & d e, eſt 2. res, eò quòd b d eſt 2. & quadratum b c eſt 4. igitur 36. res a b, & 24. æquantur cubo a b p̄. 60. abiice 24. ex vtraque parte, erit cubus a b p̄. 36. æqualis 36. rebus a b, inde cognita a b addemus ei b c, quæ eſt Ꞇpquad. & conflabitur æſtimatio.

REGV-

Regvla.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, & conflabitur numerus rerum, hunc duc in ᴛpquad. & producti sume differentiam ab aggregato ex numero æquationis, & cubo ᴛpquad. quæ si nulla est, erunt res æquales cubo. Si verò productum fuerit maius aggregato, differentia est numerus, qui cum rebus æquatur cubo, & si aggregatum fuerit maius producto(differentia est numerus, qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione, addes eam ᴛpquad. & conflabitur vera æstimatio. Memineris tamen, quòd quando capitulum hoc peruenerit ad capitulum cubi æqualis rebus & numero, addenda erit vera æstimatio eius, & ex his quæ fictæ sunt minor, per m̃. ᴛpquad. vt habeas vtramque æstimationem capituli cubi & numeri æqualis rebus & quadratis, cum capitulum cubi, æqualis rebus & numero, vnam tantùm veram æstimationem habeat.

Exemplum, Cubus & 64. æqualia sunt 6. quadratis & 24. rebus, duc 6. numerum rerum in 2. tertiam sui partem, fit 12. adde ad 24. fit 36. numerus rerum, quem duc in ᴛpquad. fit 72. deinde cuba 2. fit 8. adde ad 64. numerum æquationis, fit etiam 72. ideo quia differentia horum numerorum nulla est, habebimus cubum æqualem 36. rebus, quare quadratum æquabitur 36. igitur res est 6. ex capitulo simplici adde ad 2. ᴛpquad. fit 8. æstimatio rei. Rursus, cubus & 128. æquetur 6. quadratis & 24. rebus, duc 6. in 2. vt priùs, fit 12. adde ad 24. fit 36. numerus rerum, duc 36. in ᴛpquad. fit 72. differentia cuius à 136. aggregato 128. numeri æquationis, & 8. cubi ᴛpquad. est 64. numerus addendus cubo, quia aggregatum 136. est maius producto 72. quare cubus & 64. æqualia erunt 36. rebus, æstimationes autem sunt 2. & ℞. 33. m̃. 1. quas adde ad 2. ᴛpquad. fiunt veræ æstimationes 4. vel ℞. 33. ꝑ. 1. Rursus, sit cubus & 9. æqualis 6. quadratis & 24. rebus, duc, vt priùs, 6. in 2. tertiam sui partem, fit 12. quem adde ad 24. numerum rerum, fit 36. numerus rerum, vt priùs, deinde duc 36. in 2. ᴛpquad. fit 72. differentia cuius à 17. aggregato 8. cubi ᴛpquad. & 9. numeri æquationis, est 55. ideo quia productum est maius aggregato, addemus 55. ad res, & habebimus cubum, æqualem 36. rebus ꝑ. 55. huius igitur vera æstimatio est, ℞. $17\frac{1}{4}$ ꝑ. $2\frac{1}{2}$, falsa maior est m̃. 5. & falsa minor m̃. v. ℞. $27\frac{1}{4}$ m̃. $2\frac{1}{2}$, seu vt clarius intelligas, $2\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $17\frac{1}{4}$, adde igitur hanc æstimationem, & similiter veram, ᴛpquad. quæ est 2. habebis æstimationes quæsitas, alteram $4\frac{1}{2}$ ꝑ. ℞. $17\frac{1}{4}$, reliquam $4\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $17\frac{1}{4}$.

Capvt XXII.

De Cubo, Rebus & Numero, æqualibus quadratis.

Demonstratio.

Sit denuo cubus a c, cum 4. rebus, & 16. numero, æqualis 6. quadratis, & b c sit ᴛpquad. vt priùs, resoluemus igitur cubum a c, qui æqualis est cubo a b, 6. quadratis a b, 12. rebus a b, & cubo b c, qui est 8. erit hoc totum, cum 4. rebus a c, & 16. æquale 6. quadratis a c, quare cum 4. res a c, sint 4. res a b, ꝑ. 4. b c & ideo ꝑ. 8. erunt cubus a b, ꝑ. 6. quadratis a b, ꝑ. 16. rebus a b, ꝑ. 32. æqualia 6. quadratis a c, 6. autem quadrata a c, æqualia sunt vt demonstratum est, 6. quadratis a b, ꝑ. 24. rebus a b, ꝑ. 24. igitur cubus a b, & 6. quadrata a b, & 16. res a b, & 32. æqualia sunt, 6. quadratis a b, ꝑ. 24. rebus a b, ꝑ. 24. abiice ex vtraquæ parte 6. quadrata a b, & 16. res, & 24. relinquetur cubus a b, ꝑ. 8. æqualis 8. rebus, inde cognita a b, adde ei b c, ᴛpquad. & fiet a c cognita, rei æstimatio. Rursus, cubus & 4. res & 1. æquentur 6. quadratis, erunt igitur 6. quadrata a c, vt priùs, 6. quadrata a d, 24. res a b, & 24. At cubus a c, cum 4. rebus a c, ꝑ. 1. æqualis est cubo a b, & 6. quadratis a b, & 16. rebus, & 17. quare abiectis communibus, 6. quadratis a b, & 16. rebus a b, & 17. erit reliquum reliquo æquale, scilicet cubus, æqualis 8. rebus ꝑ. 7. inde cognita a b, habes a c, vt priùs, addendo b c ᴛpquad.

Regvla.

Regula igitur est, Duc nnmerum quadratorum in sui tertiam partem, & à producto minue numerum rerum, quod si fieri nequeat, casus est impossibilis, in vera æstimatione, residuum itaque erit numerus rerum, inde multiplica primum numerum rerum in ᴛpquad. & productum adde numero æquationis, huius aggregati & dupli cubi ᴛpquad. differentiam accipe, quæ si nulla est, habes cubum æqualem rebus solum, sin duplum cubi ᴛpquad. maius est, differentia est numerus addendus rebus, si duplum cubi minus est aggregato, differentia est numerus addendus cubo, inde æstimationi inuentæ adde ᴛpquad. vt habeas æstitionem veram.

Exemplum, cubus & 4. res & 8. æquantur 6. quadratis, duc 6. in 2. tertiam sui partem, fit 12. abiice 4. fit numerus rerũ 8. duc etiam 4. numerum rerum, priorem, in 2. ᴛpquad. fit 8. adde ad 8. numerũ æquationis, fit 16. huius & dupli cubi ᴛpquad. quod est etiam 16. nulla est differentia, quare cubus æquatur 8. rebus, & rei æstimatio est ℞. 8. cui adde 2. ᴛpquad. fiet vera æstimatio rei, ℞. 8. ꝑ. 2. Rursus, cubus ꝑ. 4. rebus ꝑ. 16. æqualis sit 6. quadratis, duco 6. in 2. ᴛpquad. vt priùs, fit 12. abiice 4. numerum rerum,

rerum, fit 8. rerum numerus, duco 4. numerum priorem rerum, in 2. Tpquad. fit 8. adde ad 16. numerum æquationis, fit 24. abiice 16. duplum cubi Tpquad. relinquitur 8. igitur addemus 8. cubo, quia aggregatum maius est duplo cubi Tpquad. & fiet cubus p̄. æqualis 8. rebus, res igitur est 2. vel ℞. 5. m̄. 1. quare addito 2. Tpquad. fiet vera æstimatio 4. vel ℞. 5. p̄. 1. Rursus, cubus & 4. res & 1. æquentur 6. quadratis, erúntque, vt priùs, 8. res, & ducto numero rerum priore, qui est 4. in 2. Tppuad. fit 8. addito 1. numero æquationis, fit 9. duplum cubi Tpquad. est 16. differentia est 7. & quia duplum cubi maius est aggregato, erunt 8. res, & 7. æqualia cubo, quare res valet ℞. $7\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$, vel in æquatione falsa, minor æstimatio erit 1. m̄. adde 3. Tpquad. cuiuis, habebis duas veras æstimationes, scilicet 1. & ℞. $7\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$.

Memineris autem eius, quod diximus in præcedenti capitulo, etiam hîc, quòd cùm peruenerit æquatio ad cubum æqualem rebus tantùm, quia falsa æstimatio à vera non differt in numero, ideo pro secunda æstimatione, quia nihil additur, nec p̄. nec m̄. Tpquad. ideo ipsa Tpquad. erit æstimatio vera, in vtroque, vt hic æstimatio cubi & 4. rerum & 8. æqualium 6. quadratis, erit ℞. 8. p̄. 2. vel 2. & in præcedente capitulo, æstimatio cubi & 64. æqualium 6. quadratis & 24. rebus, erit 8. vt dictum est, & etiam est 2. Tpquad. scilicet, & hoc, quia omnes additiones & detractiones, ex tertia parte numeri quadratorum fieri debent.

Capvt XXIII.

De Cubo, Quadratis & Numero, æqualibus rebus.

Demonstratio.

Sit etiam cubus, 6. quadrata, & 4. æqualia 41. rebus, & sit cubus a b, cui addam b c Tpquad. eritque a c cubus, æqualis cubo a e, 6. quadratis, 12. rebus, & 8. loco cubi a b 6. quadratorum, & 4. ponantur 41. res, his æquales, erit cubus a c æqualis 53. rebus a b, & 4. qui est differentia cubi b c, & 4. numeri æquationis primi, ad complendum igitur 53. res a c, addantur 53. b c, erúntque cubus a c p̄. 106. æqualia 53. rebus a c p̄. 4. abiice 4. ex vtraque parte, erit cubus p̄. 102. æqualis 53. rebus suis, inde a c æstimatione inuenta, abiice b c Tpquad. relinquetur a b cognita, & res ipsa.

Regvla.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, fiet numerus rerum secundus, ab hoc minue quadratum Tpquad. & residuum duc in Tpquad. & totum productum adde numero æquationis, & conflabitur numerus, qui cum cubo æquabitur rebus iam assignatis, inde ab eius æstimationibus minue Tpquad residua sunt quæsitæ æstimationes, ideo sufficiet vnum exemplum.

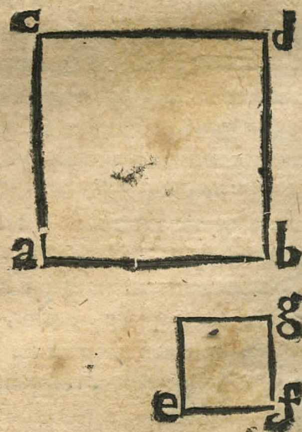
Cubus & 6. quadrata & 12. æquantur 31. rebus, duc 6. numerum quadratorum, in 2. sui tertiam partem, fit 12. adde ad 31. fit 43. numerus rerum, ab hoc abiice 4. quadratum Tpquad. relinquetur 39. quem duc in 2. Tpquad. fit 78. adde ad 12. numerum æquationis, fit 90. igitur cubus p̄. 90. æquatur 43. rebus, res igitur est 5. vel ℞. $24\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{2}$, abiice 2. Tpquad. habebis veras æstimationes 3. vel ℞. $24\frac{1}{4}$ m̄. $4\frac{1}{2}$, & in iis ambabus, verum est quòd cubus & 6. quadrata & 12. æquantur 31. rebus. Memineris igitur quòd omnes horum capitulorum æstimationes, habentur, addendo semper veras & fictas æstimationes capitulorum in quo resoluuntur Tpquad. & dummodo numerus relinquatur, etiam id quod additur sit m̄. purum, illud relictum est rei vera æstimatio. Possunt etiam resolui in capitula alia quatuor denominationum, vt liquet.

Capvt XXIV.

De 44. Capitulis deriuatiuis.

Demonstratio.

Sit igitur (gratiâ exempli) cubus quadrati, cum 6. quad. quadrati, æqualis 100. & sit cubus quadrati, corpus a b c d, altitudinem habens a b, erit igitur quadratum, quia latus cubi cum corporis a b c d, quod supponitur cubus quadrati, manifestum est igitur, quod superficies a b c d, est quad. quadratum, quia iam a b supponitur quadratum, sexcuplum igitur a b c d superficiei, cum a b c d corpore, æquale est 100. ex supposito, ponatur igitur a b res, erit igitur corpus a b c d cubus, & superficies a b c d quadratum, suppositum est autem, quòd corpus a b c d, cum sexcuplo a b c d supecficiei, sit æquale 100. igitur



cubus a b & 6. quadrata a b, æqualia sunt 100. quare ex suo capitulo a b cognita, at a b in prima interrogatione fuit quadratum,

tum, igitur æstimatio quadrati in prima interrogatione, quando cubus quadrati, & 6. quad. quadrata, æquantur 100. cognita erit, cùm sit eadem æstimationi rei in secunda quæstione. At nos volumus in prima quæstione rei æstimationem, res autem est semper ℞. quadrati, igitur ℞. a b æstimationis inuenti per secundam quæstionem, est rei æstimatio in prima quæstione, vt proponebatur. Eadem ratione, si posuerimus cubum quadrati, & 6. cubos, æquales 100. erit corpus a b c d, cubus quadrati, & a b quadratum, cui si ponatur aliqua superficies quadrata æqualis, puta e f g. erit sexcuplum corporis ex e f in e f g, cum corpore a b c d, æquale 100. ponatur modò corpus e f g res, quia igitur e f est ℞. a b, ex supposito erit cubus e f ℞. cubi a b, igitur corpus a b c d, quadratum corporis ex e f in e g, posito igitur corpore a b c d quadrato, erit cubus e f res, & sexcuplum eius sex res, & iam sexcuplum cubi e f, cum corpore a b c d, æquabatur 100. & non mutantur corpora, sed manent eadem, & sexcuplum cubi e f, est 6. res, & corpus a b c d quadratum, igitur quadratum & 6. res, æquantur 100. igitur res est cognita, scilicet cubus e f, sed cùm e f sit latus cubicum sui cubi, igitur e f cognita erit, quæ est ℞. cubica æstimationis inuentæ. At cùm e f sit res, in prima quæstione, quia est ℞. quadrata a b, & a b supponitur quadratum, posito a b c d, corpore cubo quadrati, igitur posito a b c d corpore cubo quadrati, erit res e f, nota latus scilicet cubicum æstimationis inuentæ per secundam quæstionem, quam volumus.

Ex hoc manifestæ sunt regulæ capitulorum deriuatiuorum omnium. Ostendimus enim in vniuersum, capitula 16. primitiua composita & sunt hæc.

Primum, Quadratum æquale rebus & numero. 2^{m}, res æquales quad. & numero. 3^{m}, numerus æqualis quadrato & rebus. 4^{m}, cubus æqualis rebus & numero. 5^{m}, res æquales cubis & numero. 6^{m}, numerus æqualis cubo & rebus. 7^{m}, cubus æqualis quad. & numero. 8^{m}, quadrata æqualia cubo & numero. 9^{m}. numerus æqualis cubo & quad. 10^{m}, cubus æqualis quad. rebus & numero. 11^{m}, quad. æqualia cubo rebus & numero. 12^{m}, numerus æqualis cubo quad. & rebus. 13^{m}, res æquales cubo quad. & numero. 14^{m}, cubus & numerus æquales quad. & rebus. 15^{m}, cubus & res æquales quad. & numero. 16^{m}, cubus & quad. æqualia rebus & numero. Manifestum est autem quòd ex his 2^{m}, 5^{m}, 8^{m}, 11^{m}, 13^{m}, & 14^{m}, secundum naturam, habent duas æstimationes, ex toto diuersas, & à diuersis regulis pendentes. Vnde duplicatis his capitulis fient capitula primitiua 22. composita, & quia 15^{m} habet tres æstimationes, erunt capita 24. vnicuique autem eorum debentur duo capitula deriuatiua, alterum ex natura quadrati, alterum ex natura cubi, nam etsi deriuatiua sint infinita, in vnoquoque capitulo, omnia tamen reducuntur ad alterum horum duorum modorum, loquendo de his, de quibus potest haberi regula generalis. Igitur manifestum est, ipsa esse ad vnguem 48. Et mea nihil refert de numero dicere, modo scias, quòd omnia primitiua, habent duo deriuatiua diuersi generis, & quòd capitula primitiua composita, ad minus reduci nequeunt quàm 18. igitur contracto numero quantumuis erunt deriuatiua saltem 36. nam capitula rerum æqualium numero & cubo, & quadratorum æqualium cubo & numero, necessario sunt duplicata, manifestum est enim, quantum vna æstimatio ab alia differat. Oblato igitur capitulo, ex tribus aut quatuor denominationibus, si non adsit numerus, primò omnes denominationes per minorem deprime, ita vt minor in numerum euadat, deinde accipe inferiorem denominationem, & vide si constat capitulum, ex tribus denominationibus, an minor sit radix maioris quadrata vel cubica, vel quod radix minoris quadrata, sit ℞. cubica maioris, tunc quæres æstimationem in consimili capitulo ex 16. deinde eius æstimationis, accipe talem radicem, qualis est denominatio minor, comparata ad minorem, vna vnius ordinis ad reliquam, & ad facilitatem. Disposui deriuatiua omnia, in directo suorum primitiuorum, in capitulo secundo, etiam constantia ex quatuor denominationibus, in quibus si bene aduerteris, semper minor denominatio, id est, inferior post numerum, est radix quadrata vnius, & ℞. cubica alterius, denominationis eiusdem capituli. Exemplum, Igitur si quis dicat,

Quad. quad. p̃. 2. quadratis, æquantur 1
10. vides quòd eius primitiuum est quad. & res, æqualia numero, quære igitur æstimationem quadrati p̃. 2. rebus, æqualis 10. & est ℞. 11. m̃. 1. & quia res est ℞. quadrata quadrati dic quòd æstimatio est ℞. v. ℞. 11. m̃. 1.

Cu. quad. p̃. 2. cu. æquatur 10. eius pri- 2
mitiuum est etiam quad. p̃. rebus, æqualia numero, cùm igitur quad. & 2. res, æquantur 10. æstimatio rei est ℞. 11. m̃. 1. cùm igitur res sit ℞. cubica cubi, minor scilicet denominatio minoris, erit æstimatio quæsita ℞. v. cub. ℞. 11. m̃. 1.

Quadratum relati primi, & 2. rel prima 3
æquantur 10. vides quòd relatum est ℞. quadrata, quadrati relati primi, dic igitur hoc esse deriuatiuum ex genere quadrati, si igitur quad. & 2. res, æquantur 10. æstimatio est ℞. 11. m̃. 1. igitur cùm res sit ℞. relata relati, dices quòd æstimatio quæsita, est ℞. relata v. ℞. 11. m̃. 1.

Cubus quadrati p̃. 3. quad. quadratis, æqua- 4
lis est 20. tunc vides, quòd eius primitiuum est cubus & quadrata, æqualia numero, cùm igitur cubus & 2. quadrata, æquatur 10. æstimatio rei est 2. & quia quadratum est radix quad^{a}, qd. quad^{i}, ideo æstimatio rei erit ℞. 2.

Cubus quadrati p̃. 3. quad. quadratis, p̃. 5
10. æquantur 15. quadratis, vides quòd eius primitiuum in tabula, vel ex ratione dicta, est cubus & quadrata & numerus, æqualia rebus, ideo quære æstimationem cubi & 3. quad. & 10. æqualium 15. rebus. quæ est 2. & quia res est radix quadrata, quadrati, ideo dices quòd æstimatio rei erit ℞. 2.

6 Cubus cubi & 3. cu. quadrata, & 10. æquantur 15. cubis, dices vt priùs, primitiuum esse cubum & quadrata & numerum, æqualia rebus. Igitur si cubus & 3. quadrata & 10. æquantur 15. rebus, res est 2. & quia res est ℞. cubica cubi, ideo dicemus quòd æstimatio erit ℞. cubica 2. & quia primitiuum habet duas æstimationes, vt notum est, totidem etiam habebit deriuatiuum, & vtriusque ℞. cubica in hoc exemplo & quadrata in præcedenti, satisfaciet, & hoc est generale omnibus deriuatiuis, vt habeant totidem æstimationes, quot sua primitiua.

7 Sit etiam cubus cubi æqualis 3. cubis quadrati & 16. tunc quia ducta ℞. cubi quadrati quæ est cubus, in cubum quadrati, fit cubus cubi, ideo res erit in capitulo deriuatiuo generali, & eius primitiuum erit, cubus æqualis quadratis & numero, si igitur cubus æqualis sit 3. quadratis p̄. 16. æstimatio rei erit 4. quia igitur quadratum minor denominatio in secunda æquatione, est ℞.cub.cubi quadrati,ideo dico,quòd sumẽda erit ℞.cub.4.pro æstimatione. Et ita de aliis.

Et similiter dices, de cubo cubi & cubo, nam potest referri ad rem & cubum, vt enim res est ℞. cubica cubi, sic cubus est ℞. cu. cub. cubi. Potest & referri ad quadratum, cubum quadrati, nam ex vtraque in suam radicem, producitur compar denominatio, nam ex quadrato in rem, fit cubus, & ex cu.quadrati in cubum, fit cubus cubi, sed prior modus est facilior.

CAPVT XXV.

De Capitulis imperfectis & specialibus.

REGVLÆ hæ dicuntur generales, & hoc duabus de causis: prima, quia modus in se generalis est, quamquam repugnet naturæ æstimationis, vt sit vniuersalis, velut si quis dicat, omnis numerus productus ex aliquo in se ducto, quadratus est. Regula est generalis: nec tamen sequitur; quòd per hanc regulam cognoscam omnem numerum quadratnm, quia non licet cognoscere omnem numerum, qui ex alio in se ducto producitur. Dicitur & generalis regula, quia exhaurit æstimationis genus vniuersum, quanquam æstimatio non exhauriat regulam, particulares tamen sunt regulæ, quia non omnem propositam quæstionem per illas soluere possumus.

1 Cùm igitur cubus æqualis est rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum vna in alterius radicem, fiat numerus æquationis, tunc adde quartam partem eius partis, cuius sumenda esset radix alteri parti, & ℞. aggregati, addito dimidio ℞. partis, cuius assumpsisti radicem, est æstimatio rei.

Exemplum, Cubus æqualis sit 20. rebus & 32.tunc ex 16. in ℞.4.fit 32. igitur addo 1.

1. cub. æqualis 20. rebus p̄. 32.
16——4.
℞. 17. p̄. 1.

quartam partem 4.ad 16.fit 17.cuius ℞.p̄.1. dimidio ℞. 4. est rei æstimatio, quare res est ℞. 17. p̄. 1.

Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, producentes 2 numerum æquationis, quorum vnus sit ℞. aggregati, ex altero & numero rerum, ille qui est ℞. est rei æstimatio.

Si n. ille numerus est radix numeri rerũ & partis producentis numerum, igitur si sit res ducta in quadratum producit cubũ, & ducta in numerum rerum producit res, & in aliam partem ex supposito numerum. Quare cubus æqualis erit rebus illis cum numero.

Exemplum, Cubus æquatur 24.p̄. 32.rebus & sunt duo numeri, producentes 24.qui

cubus æqualis 24. p̄. 32. rebus.
6——4——32.
36.
6.

sunt 6. & 4. quorum 6. est ℞. aggregati, ex 32. numero rerum, & 4. alio producente, nam 6. est ℞. 36. igitur 6. est rei æstimatio.

Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, 3 ex quarum vtraque in alterius radicem mutuo, fiat dimidium numeri æquationis, radices illarum partium, constituunt iunctæ, rei æstimationem.Nam cum aggregatum cuborum & duorum parallelipedorum mutuorum se habeat ad reliqua quatuor parallelipeda vt aggregatum quadratorũ ad duplum producti vnius in alterum: Et iam ex supposit. ℞. illæ partium numeri rerum qui numerus est æqualis aggregato quadratorum, producant in ipsa quadrata mutuò dimidium numeri, his igitur producent numerum, ergo aggregatum illarum ℞. est res.

Exemplum, Cubus æquetur 10. rebus p̄. 24.&ex 10. fiunt duæ partes,9.& 1. ex quarum

cubus æqualis 10. rebus p̄. 24.
9——1. 12.
3. ✕ 1.
12.

rum mutua vnius in ℞. alterius multiplicatione fiunt 9.&3. qui iuncti faciunt 12.dimidium 24. igitur radices 9. & 1. quæ sunt 3. & 1. iunctæ, constituunt 4. rei æstimationẽ.

Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero,& ex numero rerum feceris tres partes in 4 eadem proportione,ex quarum ductu mediæ in aggregatum,radicum primæ & tertiæ fiat numerus æquationis, seu ex tertia in ℞. primæ, & primæ in ℞. tertiæ, quod idem est, tunc tale aggregatum dictarũ radicum,est rei æstimatio.Quia proportio quadratorum partium cum superficie media ad mediam superficiem est sicut aggregati cuborum cum quatuor parallelipedis ad duo reliqua parallelipeda:& illa duo quadrata habent superficiem in media proportione,igitur diuiso cubo iuxta rationem basis latere quadratorum, si producant numerum inuicẽ mutuo ducta seu media fit superficies in rem,ex re in reliquas tres partes basis,fiet sex corpora residua cubi: ergo cubus ille est æqualis rebus & numero.

Exemplum, Cubus æquatur 19. rebus p̄.30.& ex 19. fiunt tres partes analogæ, 9.

6.4.

cubus æqualis 19. rebus p̃. 30.
4——6——9.
2. 3.
13——18——30.

6. 4. ex quarum secunda, quæ est 6. in 5. aggregatum radicum primæ & tertiæ, fit 30. ideo 5. aggregatum radicum, est rei æstimatio.

5 Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, quorum aggregatum, ductum in productum vnius in alterum, producat tertiam partem numeri æquationis: & quadrata illorum æqualia fuerint aggregato ex numero rerum, & proproducto vnius in alterum, tunc aggregatum illorum numerorum, est rei æstimatio.

Hæc, n. est conuersa generalis regulæ. Quia, n. a c cum quadrato differentiæ est æquale numero rerum Igitur (per demõstrata in libro de proportionibus) totidem res æquabuntur cubis a b & b c. Ibidem etiam est demonstratum quòd productum a b in b c quadratum, & b c in quadratum a b est æquale ducti a c in a e, priùs autem supponitur æquale tertiæ parti numeri, ergo & hoc & triplum triplo. Igitur a c cubus æquatur numero & rebus propositis.

g f e d a b c

Exemplum, Cubus æquatur 7. rebus p̃. 90. & 3. & 2. ducti inuicem producunt 6.

cubus æqualis 8. rebus p̃. 90.
9. 3.
4. 2. 6——7——13.
13. 5. 30.

qui ductus in 5. aggregatum, producit 30. tertiam partem 90. differentia verò 13. aggregati quadratorum, ab ipso 6. producto vnius in alterum, est 7. numerus rerum, ideo 5. aggregatum illorum, est rei æstimatio.

6 Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inuentus fuerit numerus cubicus, cuius ℞. cubica, ducta in numerum rerum, producat aggregatum, ex numero cubico inuento, & numero æquationis, seu illorum differentiam, tunc res p̃. eadem ℞. cubica, erit communis diuisor cubi, p̃. eodem numero cubico, & numeri rerum cum numero aggregato, ex numero æquationis, & numero cubo, vel res m̃. ℞. cubica eadem, erit communis diuisor, cubi m̃. numero cub. inuento, & numeri rerum m̃. differentia æquationis, & numeri cubi inuenti, inde peruenies ad rei æstimationem.

Exemplum, Cubus æquatur 16. rebus p̃. 21. tunc quia addito 27. numero cubo, ad 21. fit 48. qui producitur ex 3. ℞. cubica 27. in 16. numerum rerum, ideo dico, quòd res p̃. 3. erit communis diuisor, addito 27. vtrique parti, scilicet cubo & 16. rebus p̃. 21. inde facta diuisione, habebis quadra-

cubus æqualis 16. rebus p̃. 21.
3. / 48. — 27. / 48.
1. res p̃. 3.
cubus p̃. 27. | 16. res p̃. 48.

tum m̃. 3. rebus p̃. 9. æqualia 16. quare quadratum æquabitur 3. rebus p̃. 7. & res erit ℞. $9\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$. Et similiter, si dicamus, cubus æquatur 4. rebus, p̃. 15. hîc abiecto 15. ex 27. numero cubo, differentia quæ est 12. continet 4. numerum rerum, in 3. radice cubica 27. ideo dico, quòd abiecto communi 27. ex vtraque parte, fiet cubus

cubus æqualis 4. rebus p̃. 15.
3——27.
12. 12.
1. res p̃. 3.
cubus m̃. 27. | 4. res m̃. 12.

m̃. 27. æqualis 4. rebus m̃. 12. inde diuisis ambobus per rem m̃. 3. communem diuisorem, fiet quad. p̃. 3. rebus p̃. 9. æquale 4. quare æquatio nulla sequetur, quamuis perueneris ad modum æquandi, in detractione, nisi forsitan aliquando per m̃. syncerum.

7 Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum auferatur $\frac{3}{4}$ quadrati rei, & ℞. residui addatur, aut minuatur, ex dimidio rei, aggregatum ductum in quadratum residui, & residuum ductum in quadratum aggregati, producunt numerum æquationis.

Exemplum, Cubus æquatur 14. rebus p̃. 8. & rei æstimatio est 4. cuius quadratum

cubus æqualis 14. rebus p̃. 8. res 4. quadratum 16.
$\frac{3}{4}$ quadrati 12——14——2.
2. p̃. ℞. 2. — 6. p̃. ℞. 32.
2. m̃. ℞. 2. — 6. m̃. ℞. 32.
8.

est 16. huius $\frac{3}{4}$ sunt 12. abiice ex 14. numero rerum fit 2. residuum, cuius radicem adde, & minue ex 2. dimidio 4. æstimationis rei fiunt 2. p̃. ℞. 2. & 2. m̃. ℞. 2. dico igitur quod ex vno in quadratum alterius mutuò fiunt 8. scilicet numerus æquationis,

8 Cùm fuerit cubus æqualis rebus & numero, & diuiseris dimidium numeri æquationis, per rei æstimationem, addiderisque prouentum numero rerum, & ab aggregato detraxeris $\frac{3}{4}$ quadrati ipsius rei, ℞. residui, addita & detracta, à dimidio æstimationis, ostendit partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius mutuò, producitur dimidium numeri æstimationis.

Exemplum, Cubus æquatur 14. rebus p̃. 8. & æstimatio est 4. diuide 4. dimidium 8. per 4. æstimationem, exit 1. adde ad 14. fit 15. abiice 12. qui sunt $\frac{3}{4}$ quadrati æstimationis, relinquitur 3. cuius radicẽ adde ac minue, ex 2. dimidio æstimationis, habebis 2. p̃.

cubus æqualis 24. rebus p̃. 8.
1 —— 4 —— 4
15 —— 12 —— 3
2. p̃. ℞. 3. | 2. m̃. ℞. 3.
7. m̃. ℞. 48. | 7. p̃. ℞. 48.
2. | 2.

℞. 3. & 2. m̃. ℞. 3. ex quorum ductu vnius, in quadratum alterius mutuò, fit 4. dimidium numeri æquationis.

9 Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & inueneris numerum, qui ductus in ℞. aggregati, ex ipso & numero rerum, producat numerum æquationis, tunc dimidia eius ℞. addita vel detracta radici differentiæ numeri æquationis, & $\frac{1}{4}$ eiusdem aggregati, constituit rei æstimationem.

Exemplum, Cubus p̃. 12. æquatur 34. rebus, tunc quia addendo 2. ad 34. pro-

cubus & 12. æqualis 43. rebus.
2.
36.
12 —— 2 —— 6.
34. 3.
27.
7.

ductum ex ipso 2. in 6. ℞. 36. aggregati 2. & 34. est 12. numerus æquationis, ideo dico, quod si ad 3. dimidium radicis 36. addatur vel minuatur ℞. 7. differentiæ 34. numeri rerum & 27. quod est $\frac{3}{4}$ quadrati 6. seu talis aggregati, quod consurget rei æstimatio, 3. p̃. ℞. 7. vel 3. m̃. ℞. 7.

10 Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & subtraxeris talem numerum ex numero æquationis, ita quod ℞. cuba differentiæ, ducta in numerum rerum, producat numerum detractum, tunc res m̃. ℞. cubica differentiæ, erit communis diuisor, facta detractione, & hæc regula similis est sextæ, sicut præcedens secundæ.

Exemplum, 16. res æquantur cubo & 21. detracto 48. relinquitur 27. cuius ℞.

cubus & 21. æqualis 19. rebus.
48.
27 —— 3.
48.
res m̃. 3.
cubus m̃. 27. | 16. res m̃. 48.

cubica 3. ducta in 16. numerum rerum, producit 48. igitur detracto 48. ex vtraque parte, fient cubus m̃. 27. & 16. res m̃. 48. inde diuisor communis erit res m̃. 3. & prouenient quadratum & 3. res & 9. æqualia 19. quare quadratum & 3. res, æquabuntur 7. & rei æstimatio erit, ℞. 9$\frac{1}{4}$ m̃. 1$\frac{1}{2}$.

11 Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & ex numero rerum feceris tres partes proportionales, ex quarum secunda, ducta in differentiam radicum primæ & tertiæ, seu ex ductu primæ in ℞. tertiæ, & tertiæ in ℞. primæ, differentia æqualis fuerit tertiæ parti numeri æquationis, erit differentia illarum radicum rei æstimatio, & est similis 4.

Exemplum, 19. res æquales sunt cubo & 18. cùm ex 19. factæ fuerint tres partes

cubus & 18. æquales 19. rebus.
9. 6. 4.
3 1. 2.
6 —— 3 —— 18.

proportionales 4. 6. 9. ex quarum media 6. ducta in differentiam radicum 9. & 4. quæ est 1. fiat 6. tertia pars 18. numeri æquationis, ideo dico quòd 1. differentia talium radicum est rei æstimatio.

Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & cùm ℞. cubica numeri æquationis, diuiseris numerum rerum & de eo quod exit, feceris duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc quantitas proportionalis, inter ℞. cubicam numeri æquationis, & partem, quam ducis in quadratum alterius, vt fiat æquationis numerus, est rei æstimatio. 12

Exemplum, 18. res æquantur cubo p̃. 8. diuiso 18. per 2. ℞. cubicam 8. exit 9. ex

18. res æquantur cubo p̃. 8.
2 —— 2.
9 —— 8.
1 4.
8.

quo fiunt duæ partes 8. & 1. ex quarum vna quæ est 8. in quadratum alterius quod est 1. fit 8. numerus æquationis, ideo 4. numerus medius proportione inter 8. partem 9. quam duxisti in quadratum 1. alterius partis, & 2. ℞. cubam 8. numeri æquationis, est rei æstimatio.

Cùm fuerit cubus & numerus æqualis rebus, & ex tertia parte numeri rerum, feceris duas partes, quæ ductæ in suas radices, producant duos numeros, qui iuncti, æquales sint dimidio numeri æquationis, aggregatum illarum radicum, est rei æstimatio, & est similis tertiæ regulæ. 13

Exemplum, 15. res, æquantur cubo & 18. capio 5. tertiam partem 15. ex quo facio duas partes, 4. & 1. quæ du-

15. res æquales cubo p̃. 18.
5.
1 —— 4.
1 —— 2 —— res 3.
1 —— 8 —— 9 —— 9.

ctæ in suas radices, 2. & 1. producunt 8. & 1. quorum aggregatum 9. est dimidium 18. numeri æquationis, ideo dico,

quod

quod 3. aggregatum talium radicum, est rei æstimatio. Et iam scis, etiam ex regula generali, quòd quotiens ex numero rerum possunt fieri duæ partes, quarum vna ducta in alterius radicem, producatur numerus æquationis, quòd talis ℞. est rei æstimatio, & quòd hoc potest esse duobus modis, & quomodo cadat in Binomio vel reciso & integris, ideo quamuis essent similes primæ regulæ, quia tamen ex capitulo generali, quasi violenter in eam rapimur, satis fuerit admonuisse hîc.

14 Cùm fuerit numerus æqualis cubo & quadratis, & sciueris ex numero quadratorum facere duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc duces partem quæ non in se ducitur. in aggregatum eius quæ in se ducitur, & quartæ partis eius, que non in se ducitur, producti ℞. detracto dimidio partis, quæ non in se ducitur, est rei æstimatio.

Exemplum, Cubus & 20. quadrata, æquantur 72. ex 20. fiunt duæ partes, 18.

cubus & 20. quadrata æqualia 72.
2. 18.
$4\frac{1}{2}$
2
$6\frac{1}{2}$ —— 18 —— 117
℞. 117. m̄. 9.

& 2. & ex vna in quadratum alterius fit 72. nam ex 18. in 4. fit 72. dico, quòd si 18. ducatur in $6\frac{1}{2}$ aggregatum ex 2. reliqua parte, & $4\frac{1}{2}$, quarta parte ipsius 18. fiet 117. cuius ℞. detracto 9. dimidio 18. ostendit æstimationem rei ℞. 117. m̄. 9.

15 Cùm fuerint quadrata æqualia cubo & numero, & inueneris numerum non minorem quarta parte numeri quadratorum, nec maiorem tertia parte, cum quo diuiso numero æquationis, proueniet numerus quadratus, cuius radicis dimidium additum numero quadratorum, faciat quadruplum ipsius diuisoris, tunc æstimatio rei est duplum numeri diuisoris, p̄. vel m̄. radice producti, ex quadruplo diuisoris, in differentiam numeri rerum, & tripli ipsius diuisoris.

Exemplum, Cubus p̄. 48. æquatur 10. quadratis, tunc quia 3. qui non est minor quarta parte 10. numeri quadratorum, nec

10. quad. æqual cubo & 48.
3. 3.
4. 4 —— 16.
12. 2 — 10 — 12.
6. p̄. ℞. 12. vel 6. m̄. ℞. 12.

eius tertia parte maior, diuidens 48. producit 16. cuius medietas radicis quæ est 2. addita ad 10. numerum quadratorum, consti-
12. quadruplum diuisoris 3. ideo dico, quòd si duplo diuisoris quod est, 6. addatur vel detrahatur ℞. producti, ex quadruplo 3. diuisoris, in 1. differentiam 10. numeri rerum, & 9. tripli 3. diuisoris, & est tale productum etiam 12. quod constituemus vtramque æstimationem, 6. p̄. ℞. 12. vel 6. m̄. ℞. 12.

Et scias, quòd per capitula cognoscuntur regulæ & quæstiones super his formatæ cum facilitate, quæ aliàs vix soluerentur, ipsæ verò regulæ sumptæ sunt ex demonstrationibus capituli sexti, & ego non apposui eas, quia intelligenti nostros libros super Euclidē, sunt per se manifestæ, & non intelligens non curabit illas nec quæret, quoniam non sunt ei necessariæ. Not.

Operæpretium fuerit nunc ostendere, quòd hæ regulæ non possunt esse generales, respectu æstimationis, & modus in vno sufficiet ad ostendendum in reliquis capitulis. Capiamus igitur capitulum proximius, & de quo magis posset hoc credi, propter multiplicem æstimationem, sit cubus p̄. numero, æqualis quadratis, & sit $2\frac{2}{3}$ numerus positus, id est numerus, qui primò cognoscitur in sexto capitulo, regula secunda, erit igitur ex illa regula, rei æstimatio, ℞. 16. p̄. $2\frac{2}{3}$, quare $6\frac{2}{3}$, quare residuum ad numerum quadratorum est $\frac{1}{3}$, quare ex demonstratione posita in initio tertij libri, productū $6\frac{2}{3}$, in quadratum $\frac{1}{3}$, est numerus fractus, & est $\frac{20}{27}$, & econtrà, ducto $\frac{1}{3}$ in quadratū $6\frac{2}{3}$, fit fractus numerus etiam, scilicet $14\frac{22}{27}$, quare posito numero quadratorum integro, & æstimatione fractis numeris constituta, numerus æquationis, qui est superatio partium, quæ sunt rationales, quadratorū ad cubum, nunquam poterit esse numerus integer, sed talis æquationis numerus producitur ex vna parte numeri rerum, in alterius quadratum. Hoc ostenso, capio cubum & numerum æquales 7. quadratis: manifestum est autem ex demonstratis in septimo super Euclidem, & ex regulis sexti libri, deducendo numerum ad quadratum & cubum, quod maxima productio partium 7. in quadratum alterius, est $50\frac{22}{27}$, igitur poteri diuidi 7. vt producat numeros integros, per multiplicationem vnius partis in quadratum alterius, ab 1. vsque 50. & non in fractos, ex demonstratis igitur in integros, at in integris non potest fieri nisi triplex diuisio, 16

	7		
1	6,	36,	6.
2	5,	50,	20.
3	4,	48,	36.

vt patet in figura, nec produci plus quàm 6, 20, 36, 48, 30, igitur residui 45. numeri, nullo modo per genus huius æstimationis exhauriri poterunt, specialis igitur est, ac valde etiam specialis, nec tamen credas, quòd in aliis capitulis, numerus pro Binomij aut recisi altera parte non possit inseruire, vt sæpius in exemplis docuimus.

Cùm fuerit cubus ac numerus æqualis rebus, & ex ℞. numeri rerum feceris duas partes, ex quarum ductu primæ in duplum quadrati secundæ, & secundæ in quadratum primæ, fiat numerus æquationis, tunc secunda pars erit æstimatio. 17

Exemplum, Cubus & 48. æquantur 25. rebus, tunc quia ex 5. & 25. fiunt partes 3. & 2. ex quarum ductu 2. in 18. duplum qua-

cubus & 48. æqualis 25. rebus.

2 ✕ 3 —— 5

4 18

12 —— 36

48

quadrati 3. & ex 3. in 4. quadratum 2. fit 48. ideo dico, quòd 3. pars, cuius quadratum duplicatur, eſt rei æſtimatio.

18 Cùm fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, & duo numeri differentes in numero æquationis, ducti inuicem, produxerint tantum, quantnm ex cubo ⊤pquad. in cubum differentiæ ℞. cubicarum talium numerorum, tunc differentia talium ℞. cubicarum, eſt rei æſtimatio, vt in exemplo à latere patet; res enim facilis eſt.

cubus & $22\frac{1}{2}$ quad. æqual. 98

3375 —— 125 —— 27

98

$7\frac{1}{2}$ 5 —— 3

$421\frac{7}{8}$ —— 8

3375

Corm. Ex his patet vnum admirabile: ſcilicet quòd in his capitulis cùm numerus propoſitus fuerit compoſitus, facilè, frequentérque eueniet vt æſtimatio poſſit inueniri, at ſi primus raró admodum: quia non contingit duas partes numeri integri commenſas inuicem ſeu fractas numerum integrum producere, quanto minus in radicem vel alterius quadratum: quod in his plerunque regulis præſupponitur.

Corm. Quia ex regula 14. huius ex $22\frac{1}{2}$ numero rerum poſſunt fieri duæ partes, ex quarum vna in alterius quadratum, fient 98. numerus æquationis & æſtimatio eſt differentia ℞. producti ex vna illarum in ſuam quartam ac reliquam à dimidio eiuſdem primæ partis, ideò poſita prima parte 1. poſ. ducemus eam in $22\frac{1}{2}$ m̃. $\frac{3}{4}$ poſ. & fient $22\frac{1}{2}$ poſ. m̃. $\frac{3}{4}$ quad. cuius ℞. eſt 2. p̃. quam $\frac{1}{2}$ poſ. igitur $\frac{1}{2}$ poſ. p̃. 2. æquatur illi radici ergo prima pars eſt $10\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $101\frac{1}{16}$ alia $12\frac{1}{4}$ m̃. ℞. $101\frac{1}{16}$.

CAPVT XXVI.

Oſtendit regulas maiores, quæ ſunt omnino ſingulares.

Prima QVANDO quadratum quadrati & res, æquantur quadratis & numero, & diuiſo numero rerum ac numero æquationis, per numerum quadratorum, dimidium exeuntis ex numero rerum, fuerit radix prouentus numeri æquationis iam diuiſi, tunc accipe ℞. numeri primi æquationis, & ei adde quartam partem numeri quadratorum, & totius accipe radicem vniuerſalem, à qua minue ℞. eiuſdem quartæ partis numeri quadratorum, reſiduum eſt rei æſtimatio.

Quæſt. Exemplum, Quatuor iniere ſocietatem, Primus poſuit quantitatem; Secundus poſuit quadratum quadrati decimæ partis primi; Tertius poſuit quintuplum quadrati decimæ partis primi; Quartus poſuit quinque, & tantum poſuit primus cum ſecundo, quantum tertius cum quarto. Quæritur quantum quiſque poſuerit? Pone quòd primus poſuerit 10. res, ſecundus poſuit igitur quadratum quadrati, tertius 5. quadrata, quartus autem vt dictum eſt, poſuit 5. Igitur quadratum quadrati, & 10. res, æquantur 5. quadratis & 5. diuidendo igitur numerum rerum per numerum quadratorum, exiret 2. cuius dimidium eſſet ℞. 1. qui prouenit diuiſo 5. numero æquationis, per 5. numerum quadratorum, igitur accipe ℞. 5. numeri æquationis, cui adde quartam partem numeri quadratorum, & fiet ℞. 5. p̃. $1\frac{1}{4}$, cuius accipe ℞. v. quæ eſt ℞. 5. p̃. $1\frac{1}{4}$, & ab ea minue quartam partem numeri quadratorum, habebis rei æſtimationem ℞. v. ℞. 5. p̃. $1\frac{1}{4}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & habebunt vt vides:

p[s] ℞. v. ℞. 50000. p̃. 125. m̃. ℞. 125.
2[s] $17\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 500. m̃. ℞. v. ℞. 612500. p̃. $781\frac{1}{4}$.
3[s] $12\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 125. m̃. ℞. v. 78125. p̃. $156\frac{1}{4}$
4[s] 5

Eodem modo, vbi quad. quadratum, 2
æquetur eiſdem conditionibus quidratis rebus & numero, regula tenebit ſimilis, & in æſtimatione erit idem modus, niſi quòd in fine addemus ℞. quartæ partis numeri quadratorum, radici vniuerſali, quàm in præcedente regula detrahebamus, vt in exemplo, ſi quad. quadratum æquale foret 5. quadratis, 10. rebus & 5. numero, rei æſtimatio eſſet ℞. v. ℞. 5. p̃. $1\frac{1}{4}$, p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$.

Et cauſa in his regulis eſt, quod ℞. quad. quadrati, eſt quadratum, & ℞. 5. quadratorum m̃. 10. rebus p̃. 5. eſt ℞. m̃. ℞. 5. quadratorum, ſeu m̃. rebus ℞. 5. igitur quadratum & res ℞. 5. æquantur ℞. 5. & æſtimatio eſt nota, quæ eſt eadem cum illa, quad. quadrati, p̃. 10. rebus, æqualium 5. quadratis & 5. & eadem ratione, ſi quad. quadratum æquale eſt 5. quadratis, 10. rebus & 5. erit quadratum æquale rebus ℞. 5. p̃. ℞. 5. quare nota eſt res.

Quando quadratum quadrati & quadrata & res, æqualia fuerint cubis & numero, qui ſit 2. p̃. numero quadratorum, fuerintque numerus rerum & cuborum idem, & dimidium numeri rerum, radix numeri, tunc duc in ſe quartam partem numeri rerum, & producto adde 1. & ab hoc minue ℞. aggregati ex quadrato dimidij numeri rerum & vnitate, & reſidui ℞. adde vel minue à quarta parte numeri rerum, quod fiet, erit rei æſtimatio.

Exemplum, Quad. quadratum & 34. quadrata & 12. res, æquantur 12. cubis & 36. tunc vides quòd cubi ſunt æquales rebus & numero, & dimidium numeri rerum eſt ℞. 36. numeri, & numerus ipſe eſt 2. p̃. numero quadratorum, ideo duc 3. quartam partem 12. numeri rerum in ſe, fit 9. adde

1. pro

1. pro regula, fit 10. abiice ℞. 37. aggregati ex quadrato dimidij numeri rerum & vnitate, fit 10. abiice ℞. 37. huius ℞. vniuersalem minue vel adde 3. quartæ parti numeri rerum, habebis æstimationem rei, 3. p̃. ℞. v. 10. m̃. ℞. 37. vel 3. m̃. ℞. v. 10. m̃. ℞. 37.

Et modus inueniendi tales regulas habetur ex regula magna, vnde etiam capitulo huic nomen dedimus, & est, vt soluas aliquam quæstionem simpliciter, deinde per regulam magnam, vel etiam aliam, deinde obseruabis conditiones necessarias, in transitu ex vna in aliam, postmodum obserua, quo modo perueneris ad rei æstimationem, & facies regulam nouam hoc modo super capitulum ignotum.

Exemplum, Fac ex 6. duas partes, ita quòd cubus minoris, & quadratum maioris, & productum ex eadem maiore in 8. hæc tria producta, sint proportionalia, dico peruenies per regulam magnam ad hoc quòd proportio talium partium erit ℞. cub. 8. scilicet 2. quare diuidemus 6. per ℞. cu. 8. p̃. 1. & exibit rei æstimatio, at sequendo positionem, habebimus 1. quad. quadratum p̃. 24. quadratis p̃. 144. æqualia 8. cub. p̃. 96. positionibus. Dicemus igitur, quando quad. quadratum & quadrata & numerus æquantur cubis & rebus, & potuerimus inuenire numerum aliquem, qui ductus in numerum æquationis, producat numerum cuius ℞. ducta per 6. pro regula,

6

1. pos. 6. m̃. 1. pos.

1. cu. | 36. p̃. 1. quad. m̃. 12. pos. | 48. m̃. 8. pos.

48. cub. m̃. 8. quad. quad. æquales 1296. p. 1. quad. qd. p̃. 216. qd. m̃. 24. cub. m̃. 864. pos.

72. cub. p̃. 864. pos. æquales 9. quad. quad. p̃. 216. quad. p̃. 1296.

8. cub. p̃. 96. pos. æquales 1. quad. quad. p̃. 24 quad. p. 144.

producat numerum, qui diuisus per primum numerum, quem multiplicasti, producat numerum quadratorum, tunc si ipsi primo numero iam dicto, quem multiplicasti in numerum æquationis, addas 3. pro regula, & ducto in ℞. radicis numeri quem iam ab initio produxisti, proueniat numerus, qui diuisus per numerum primum inuentum, producat numerum cuborum, & numerus rerum ductus per numerum primum, fuerit quadruplus cubo eius ℞. ℞. tunc dico, quòd detracto 1. pro regula à primo numero quem multiplicasti, & residui sumpta ℞. cubica. & ei addita etiam vnitate pro regula, & cum aggregato diuisa tali ℞. ℞. quod prouenit, est rei æstimatio. Et causa in hoc est, quòd in tali quæstione numerus quad. quadrati, prouenit ex multiplicando, vnitate addita, numerus cuborum, ex diuidendo in multiplicandum, p̃. 4. numerus quadratorum verò, ex sexcuplo quadrati diuidendi, numerus rerum ex quadruplo cubi diuidendi, numerus æquationis est quad. quadrati diuidendi. Diuidendum voco in hac quæstione 6. multiplicandum autem 8.

Exemplum, quad. quadratum p̃. 6. quadratis p̃. 4. æquantur $3\frac{1}{2}$ cubis p̃. 7. rebus, pone primum numerum quadratum, duc in 4. fiunt 4. quadrata, huius ℞. est 2. res, duc in 6. ex regula, fiunt 12. res quas diuide per quadrata, exit quod æquatur 6. igitur 6. quadrata æquantur 12. rebus, res igitur est 2. Nos autem in positione posuimus quadratum, igitur numerus primus seu multiplicandus erit 4. & cum cæteræ conditiones conueniant, quæ dictæ sunt, erit 2. numerus diuidendus, quo diuiso per ℞. cub. 3. p̃. 1. exibit æstimatio rei, & de hoc diximus capitulo sexto.

Caput XXVII.

De transitu capituli specialis in capitulum speciale,

Fit etiam transitus capituli singularis in singulare, hoc modo: Cubus, & 2. quadrata, & 56. æquantur 41. rebus, & rei 1
æstimatio vna est 3. p̃. ℞. 2. quæro in eadem æstimatione, cubus cum 7. quadratis, quot rebus æquabitur? & cum quo numero? duc differentiam numeri quadratorum, quæ est 2. in duplum partis, quæ est numerus in æstimatione, scilicet in 6. fit 30. cui

cubus & 2. quad. & 56. æqual. 41. rebus.
cubus & 7. quad. æstimatio rei.

5.	3. p̃. ℞. 2.
6.	9 ——— 2
30.	7.
41.	5.
71. res	35.
	56.
numerus	91.

adde 41. numerum rerum, fit 71. numerus rerum, deinde duc partes æstimationis in se, fiunt 2. & 9. quorum productorum differentiam, quæ est 7. duc in 5. differentiam numeri quadratorum, fit 35. quem adde ad 56. quia 3. est maior ℞. 2. fit numerus æquationis 91. igitur cubus & 7. quadrata & 91. æquantur 71. rebus, æstimatione existente 3. p̃. ℞. 2. & vbi ℞. fuisset maior numero. detraxisses 35. à 56. & remansisset numerus 21.

Dico etiam, quòd non licet transire à 2
capitulo in capitulum, stante eodem genere denominationum, & quòd æstimatio rei sit eadem, & non rationalis, id est, non numerus integer, aut fractus. Exemplum sit cubus p̃. 3. rebus, æqualis 10. æstimatio rei est ℞. v. cubica ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cubica ℞. 26. m̃. 5. dico quòd sub hac æstimatione, non poterit cubus cum aliquibus rebus æquari vlli numero, vsque in infini-

| cub. p̃. 3. rebus æqual. 10.
| cub. p̃. 6. rebus æqual. 18.

tum, nam sit (gratiâ exempli) cubus p̃. 9. rebus, æqualis 18. quia igitur res est eadem,

dem, ℞. cubica scilicet dicta, erit cubus idem in vtroque permutatim. Igitur ex tertio libro, cubi cubus p̄. 9. rebus p̄. 10. æquatur cubo p̄. 3. rebus p̄. 18. abiicio communem cubum, fient 9. res p̄. 10. æquales 3. rebus p̄. 18. igitur 6. res æquantur 8. igitur æstimatio rei est $1\frac{1}{3}$, numerus rationalis, & non ℞. cubica dicta, quod est contra suppositum.

3 Similiter nec plures cubi cum pluribus rebus, æquabuntur alicui numero, stante eadem æstimatione, patet ex præcedenti, nam diuisis omnibus per numerum cuborum, habebimus, vt priùs, cubum & res æquales numero, quod iam ostendi fore impossibile. Eadem ratio igitur militat in omnibus, nam si dixero cubus æquatur 6. rebus p̄. 2. vel quad. quadrat. æquatur 6. rebus p̄. 2. dicam igitur in eadem æstimatione cubus aut quad. quadratum nullis rebus & numero rationalibus æquari potest, dico rationalibus, quia non prohibet, quod assumptis aut rebus aut numero irrationalibus æquatio non sequatur.

Et ex hoc sequitur etiam, quòd in cæteris regula tenet denominationibus, vbi æstimatio rei non sit nec numerus rationalis, nec ℞. simplex ex genere mediæ denominationis. Exemplum, 2. cubi & 10. æquantur 1. quad. quadrato & rei, æstimatio non est nec numerus, nec ℞. cubica simplex alicuius numeri rationalis, dico quòd quadr. quadratum sub eadem æstimatione, nullis cubis ac numero æquari poterit, patet, quia facta transmutatione, & abiecto quad. quadrato, relinquentur cubi æquales numero, igitur æstimatio rei, erit necessariò ℞. cubica numeri, vel numerus, quod est contra suppositam.

CAPVT XXVIII.

De operationibus radicum Pronicarum seu mixtarum & Allellarum.

1 IAM ostendimus in superioribus, tres esse species Pronicarum radicum. Minorem, quando radix quadrata comparatur quadrati sui & suimet aggregato, ipsum autem aggregatum dicetur pronicum minus. Medium, cùm cubica radix comparatur aggregato ex se & suo cubo, ipsum autem aggregatum dicetur Pronicum medium, sed maior radix pronica est, cum radix radicis alicuius numeri, comparatur aggregato ex seipsa & eius numeri, cuius est racix radicis, ipsum autem aggregatum dicetur pronicum maius, vt in exemplo. Pronicum maius 3. est 84. & 3. est radix pronica maior 84. Non contingunt autem his, cùm sint velut anomala verba in Grammatica, operuaiones quæ sunt communes, neque possunt multiplicari, vel diuidi, addi vel minui, sed habent propriam quandam operationem, quæ dicitur transitus.

2 Cùm igitur duxeris pronicum minus, in suam ℞. pronicam, productóque addideris ipsum pronicum, ℞. quadrata aggregati, erit pronicum medium ℞. quadratæ radicis pronrcæ minoris, vt in exemplo, duco 3. ℞. pronicam minorem 12. in 12. fit 36. addo ei 12. pronicum minus fit 48. huius ℞. (& est ℞. 48. est pronicum medium ℞. 3. quæ fuit ℞. pronica minor 12. nam ducta ℞. 3. ad cubum, fit ℞. 27. cui addita ipsa ℞. 3. prnducit ℞. 48. igitur ℞. 3. est ℞. pronica media ℞. 48. vt propositum est.

Cùm duxeris pronicum medium in suam ℞. pronicam, producitur pronicum minus quadrati radicis pronicæ mediæ. Exemplum, duco 3. radicem pronicam mediam 30. in 30. fit 900. pronicum minus 9. quadrati 3. quod fuit ℞. pronica media ipsius 30. 3

Cùm pronicum maius in se ducitur, & productum diuiditur per quadratum radicis suæ pronicæ maioris, quod exit, ad cubum eiusdem radicis pronicæ, est velut 1. quadratum p̄. 2. positionibus p̄. 1. Exemplum, capio 18. pronicum maius, duco in se fit 324. diuido per 4. quadratum 2. ℞. pronicæ maioris 18. exit 81. quod est 1. quadratum p̄. 2. positionibus p̄. respectu 8. cubi 2. eiusdem radicis pronicæ. 4

Allellæ dicuntur radices, cùm ex multiplicatione mutua duorum numerorum, in quadratum alterius, duo numeri consurgunt, velut capio 2. & 3. ipsi dicuntur radices allelæ 12. & 18. nam ex 2. in 9. fit 18. & ex 3. in 4. fit 12. inueniuntur autem radices hoc modo, duc vtrunque eorum in se, & diuide productum per reliquum, & ℞. cubicæ prouentus sunt allellæ. Exemplum, volo ℞. allellam 4. & 8. duc 8. in se, fit 64. diuide per 4. exit 16. duc etiam 4. in se, fit 16. diuide per 8. exit 2. igitur ℞. cubica 16. & ℞. cubica 2. sunt allellæ 4. & 8. & ita allellæ 6. & 18. sunt ℞ cubica 54. & ℞. cubica 54. & ℞. cubica 2. 5

4	8
16	64
2	16

Ex quo patet, quòd omnes ℞. allellæ, sunt ℞. cubicæ numerorum, se habentium in triplicata proportione, in qua se habent sui solidi propositi priores, & hi sunt medij proportione. Com.

Operationes igitur in his, ex hoc sunt manifestæ, nam cùm inuentæ fuerint, reducentur ad radices cubicas, cum quibus operaberis rursus, perfecta operatione, reduces ad allellas. 6

CAPVT XXIX.

De regula Modi.

DICITVR hæc regula (quia modum exhibet fabricandi regulas quotlibet mercaturæ) Modi, vtilissima magistris Arithmeticæ vt facilioribus quibusdam inuentis, artem docerent, cuius etiam auxilio, maximam sexti libri partem confecimus. Est igitur regula hæc, solue quamuis quæstionem propositam, modo quo potes, seu positione, seu auxilio sexti libri, deinde auferes positionem, & regulas alias, & serua operationes, quas quàm potes maxime, ad breuita-

breuitatem redige, & habebis regulam de modo pro omni consimili quæstione.

Exemplum, Sericl viridis passus 7. & nigri passus 3. veneunt denariis 72. & eodem precio seric i viridis passus 2. & nigri passus 4. veneunt denariis 52. quæritur precium. Pones positionem, esse æstimationem vnius passus serici viridis, igitur 7. passus viridis veneunt 7. positionibus, quare 3. pas. nigri veneunt 72. de. m̃. 7. positionibus, & passus valebit $\frac{1}{3}$ horum, scilicet 24. de. m̃. $2\frac{1}{3}$ positionibus, & 4. passus nigri, valebunt 96. de. m̃. $9\frac{1}{3}$ positionibus, at duo passus viridis valent 2. positiones ex supposito, igitur 2. passus serici viridis & 4. nigri valent de. 96. m̃. $7\frac{1}{3}$ positionibus, & hæc eadem æstimabantur 52. de. igitur de. 96. m̃. $7\frac{1}{3}$

7. 3D72.
2. 4D52.

7. pos. | 72. m̃. 7. pos.

3.

24. m̃. $2\frac{1}{3}$ pos.
4.

96. m̃. $9\frac{1}{3}$ pos.
2. pos.

66. m̃. $7\frac{1}{3}$ pos.
52.

44. m̃. $7\frac{1}{3}$ pos.
$7\frac{1}{3}$

6.

positionibus, æquantur 52. de. quare de. 44. qui sunt differentia 96. & 52. æquabuntur $7\frac{1}{3}$ positionibus, igitur pos. valet 6. denarios, & tantam æstimationem passus serici viridis esse conueniet. Quare 7. passus viridis veneunt 42. de. & 3. passus nigri reliquis de. ad 72. scilicet de. 30. quare passus vnus de. 10. serici igitur vtriusque pretium habes. Hucusque positione operatus es, nunc venio ad regulam dicóque, in talibus diuide passus numerosiores, scilicet 7. & numerum rerum de. ℞. scilicet 72. per passus pauciores, scilicet 3. & quod exit, duc per passus positos in secunda positione, correspondentes paucioribus, & à producto numeri passuum, detrahe reliquos

virid.	nigri.	precium.
pas. 7.	pas. 3.	de. 72.
pas. 2.	pas. 4.	de. 52.

7 —— 3 —— 72.
$2\frac{1}{3}$ 24.
4.
$9\frac{1}{3}$ 96.

2. 52.

$7\frac{1}{3}$ —— 44.
6.

2 —— 4 —— 52
7 —— 3 —— 72.
$9\frac{1}{3}$ —— $1\frac{1}{3}$ —— 96.
$7\frac{1}{3}$ —— 6 —— 44.

passus secundæ positionis, & cum residuo diuide precij 2. & producti differentiam, exibit æstimatio passus numerosioris, in prima positione. Exemplum, diuide 7. & 72. per 3. exit $2\frac{1}{3}$, & 24. duc per 4. fiunt $9\frac{1}{3}$, & 96. à $9\frac{1}{3}$ abiice 2. à 96. abiice 52. relinquuntur $7\frac{1}{3}$, & 44. diuide 44. per $7\frac{1}{3}$ exit 6. precium passus vnius serici viridis.

Inde ex hoc breuior regula emergit, vt in tertia figura, diuide 4. per 3. scilicet numerum passuum eiusdem generis serici in duabus petitionibus, exit $1\frac{1}{3}$, quem duc in 7. & 72. fiunt $9\frac{1}{3}$, & 96. à quibus abiice numeros suprapositos secundæ positionis, & sunt 2. & 52. directos à directis, relinquuntur $7\frac{1}{3}$ & 44. diuide numerum denariorum 44. per $7\frac{1}{3}$ numerum passuum, exit 6. precium passus viridis serici, & ita constitues breuissimam regulam, ex tam longa positionis operatione. Vnde meritò hæc modi regula, mater regularum dici potest.

Capvt XXX.

De regula Aurea.

HÆc regula rerum, quæ in vsum veniunt, maximam partem amplectitur, nam quæstione ad positionem deducta, perfectáque operatione, proximam quærit æstimationen, quæ sic habetur. Primò venare proximiores, integros numeros, maiorem ac minorem, qui æquationi satisfaciunt, quos non difficile erit habere, horum minorem vocabimus primum inuentum, & maiorem secundum inuentum, & differentiam productorum, differentiam maiorem, differentiam verò producti primi & numeri æquationis differentiam primam, differentiam autem producti secundi & numeri æquationis, secundam differentiam. diuide igitur differentiam primam, per differentiam maiorem, quod exit addatur primò inuento, & perficiemus æstimationem imperfectam quam deducemus ad æquationem, scilicet per denominationis æquationis, vt in primo & secundo inuento, & quod producitur, subtrahe à producto secundo, deinde subtrahe æstimationem imperfectam, ab inuento secundo, residuum duc in differentiam secundam habitam, & tale productum diuide per differentiam producti æstimationis imperfectæ, & secundi producti, quod exit, detrahe ex inuento secundo, residuum est æstimatio rei valde proxima, cui per iteratas operationes semper propinquius licet accedere. Idem fiet, vbi æquatio sit denominationis alicuius, ad numerum, ac denominationes, vt in exemplis patebit.

Sit igitur primo, quad. quadratum & 3. cubi, æqualia 100. vides quòd si res est 2. quad. quadratum, & 3. cubi sunt 40. & si res est 3. erit quad. quadratum & 3. cubi 162. igitur inuentum primum est 2. & productum primum 40. & inuentum secundum 3. & productum secundum 162. & 122. maior differentia, & 60. differentia prima,

2. 3.
4 —— 100 —— 162.
60 62.

122. > 162.
$\frac{60}{122}$ | $\frac{30}{61}$ $2\frac{30}{61}$
77 —— 85.
62 —— 100.
$2\frac{30}{6}$ | 3 | $\frac{31}{61}$
$\frac{31}{61}$ | 62. $\frac{1922}{61}$ 77.
$\frac{1922}{4697}$ | 3 | $2\frac{2775}{4697}$

prima, & 62. differentia ſecunda, & nota, quòd inuentum primum ſemper differt vnitate ab inuento ſecundo, aliter non rectè es operatus, his cognitis, diuide 60. per 122. exit $\frac{30}{61}$, quop adde ad 2. primum inuentum, fit imperfecta æſtimatio $2\frac{30}{61}$, hanc ducito ad quad. quadratum & tres cubos, fit 85. ferè, ſubtrahe igitur 85. productum æſtimationis imperfectæ, à 162. producto ſecundo, habebis 77. ſubtrahe etiam $2\frac{30}{61}$, ex 3. inuento ſecundo, relinquuntur $\frac{31}{61}$, duc in 62. differentiam ſecundam, fit $\frac{1922}{61}$, diuide per 77. exit $\frac{1922}{4697}$: detrahe ex 3. inuento ſecundo, erit æſtimatio ſatis proxima quad. quadrati p̃. 3. cubis æqualium 100. hæc, $2\frac{2775}{4697}$, & ſi velles, poſſes alternatis operationibus quantumlibet propius accedere.

Quòd ſi quadratum & 20. æquentur 10. rebus, tunc ſi res eſſet 7. haberemus quadratum p̃. 20. æquale rebus $9\frac{6}{7}$, & ſi res eſſet 8. haberemus quadratum p̃. 27. æquale rebus $10\frac{1}{2}$, igitur vt priùs, inuentum primum eſt 7. productum primum $9\frac{6}{7}$, inuen-

7. 8.
$9\frac{6}{7}$ —— 10 —— $10\frac{1}{2}$
$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{2}$
$\frac{2}{9}$ $\frac{9}{14}$
$8\frac{2}{9}$ | $9\frac{116}{117}$

tum ſecundum 8. productum ſecundum $10\frac{1}{2}$, differentia maior $\frac{9}{14}$, differentia prima $\frac{1}{7}$, differentia ſecunda $\frac{1}{2}$, diuidemus igitur differentiam primam, per maiorem differentiam, exibit $\frac{2}{9}$ & addemus hoc ad 7. inuentum primum, fiet æſtimatio imperfecta $7\frac{2}{9}$, cuius quadratum p̃. 20. eſt æquale 9. rebus & $\frac{116}{117}$, ideo quia hoc inſenſibiliter differt ferè, à 10. numero rerum, ideo non vtimur alia operatione, ſed dicemus æſtimationem propinquam eſſe $7\frac{2}{9}$.

Sit etiam cubus æqualis 6. rebus p̃. 20. dicemus, ſi 3. eſſent res, 6. res & 20. æquarentur $1\frac{11}{27}$ cubi, & ſi res eſſent 4. eſſent 6. res & 20. æquales $\frac{11}{16}$ cubi, igitur inuentum primum eſt 3. & productum primum $1\frac{11}{27}$,

3. 4.
$1\frac{11}{27}$ —— 1 —— $\frac{11}{16}$
$\frac{11}{27}$ $\frac{5}{16}$
$\frac{311}{432}$
$\frac{176}{311}$ $3\frac{176}{311}$
$\frac{61}{271}$ —— $\frac{31}{14}$ > $\frac{11}{16}$
$\frac{5}{16}$ —— 1.
$3\frac{1}{31}$ | 4 | $\frac{135}{311}$ $\frac{5}{10}$
$\frac{675}{4976}$ $\frac{6}{27}$ $\frac{05}{506}$ 4 | $3\frac{201}{506}$.

inuentum ſecundum erit 4. productum ſecundum $\frac{11}{16}$, differentia prima $\frac{11}{27}$, differentia ſecunda $\frac{5}{16}$, differentia maior $\frac{311}{432}$, cum qua diuide differentiam minorem, exit $\frac{176}{311}$, quam adde ad 3. fiet æſtimatio imperfecta $3\frac{176}{311}$, ſequere æquationem, ſciliceteſſumendo 6. res p̃. 20. & erunt $\frac{1245186154}{1363938029}$ ſui cubi, hoc autem eſt proximum ad $\frac{31}{43}$, ab hoc detrahemus productum ſecundum, & relinquentur $\frac{61}{271}$ & $\frac{5}{26}$, ſimiliter ſubtraho $3\frac{176}{311}$, æſtimationem imperfectam, à 4. inuento ſecundo, relinquitur $\frac{135}{311}$, hoc duco in $\frac{5}{16}$ differentiam ſecundam, vt etiam primo exemplo, fit $\frac{675}{4976}$, diuide per differentiam producti ſecundi, & producti æſtimationis, & eſt $\frac{61}{271}$, exit $\frac{182925}{303536}$, detrahe à ſecundo inuento, vt priùs, relinquitur rei æſtimatio $3\frac{120611}{303536}$, & hoc eſt proximum ad $3\frac{201}{506}$, & ideo ad $3\frac{2}{5}$, & 6. res p̃. 20. ſunt $40\frac{2}{5}$, & cubus $3\frac{2}{5}$, eſt $39\frac{38}{125}$, & ſi velles proximius, poſſes operari tertio, ſicut primò feciſti, & proculdubio pernenires ad inſenſibilem differentiam & ratio hæc vniuerſalis eſt, nec indiget alia regula.

Et ſimiliter operaberis, vbi eſſent tres denominationes æquales duabus aliis, aut tribus, ſed cum duplici ingreſſu, vel triplici, potes etiam deducere ad numeros omnia, vt in primo exemplo, & operationes in eo caſu ſunt longè faciliores, velut ſi dicam quad. quadratum & 6. quadrata & 200. æquantur 10. cubis & 12. rebus, erit primum inuentum 6. & productum m̃. 152. differentia

6. 10.
152. m̃. p̃. 608.
$\frac{152}{832}$ 832.

quia 10. cubi & 12. res ſuperant quadr. quadratum 6. quad. & 200. & ſecundum inuentum erit 10. & productum ſecundum erit 680. p̃. quo quad. quadratum & 6. quadrata & 200. ſuperant 10. cubos & 12. res, & tunc differentia prima, æqualis eſt producto primo, & differentia ſecunda, producto ſecundo & maior differentia eſt aggregatum ex vtroque, & tunc ſufficiet pro prima operatione, diuidere vt priùs, differentiam primam per differentiam maiorem, & quod exit, & eſt $\frac{19}{104}$, addemus primo inuento, & fiet æſtimatio imperfecta $9\frac{19}{104}$, deinde ſi vis proximius accedere, produces hanc æſtimationem ad ſuas denominationes vtrinque, & collige differentiam, quæ vocetur a. quam multiplica per differentiam æſtimationis imperfectæ & ſecundi inuenti, & productum diuide denuo per maiorem differentiam, & quod exit, adde aut minue, ſecundùm quod oportet, & habebis inuentum, & hoc modo liceret etiam operari in ſecundo & tertio exemplo, ſed nos voluimus declarare vtrumque modum, ad maiorem in occaſionibus facilitatem, idem dic de radicibus extrahendis.

Caput XXXI.

De Regula magna.

HÆc regula eſt pro magnis quæſtionibus ſoluendis, & ex ea inuentæ ſunt regulæ auri, & argenti conſolandi, Acuit ingenium, & fit per demonſtrationes, exigitque hominem expertum, docetúrque per quæſtiones, quoniam eſt multiformis, Fundamentum regulæ eſt commutatio.

Qvæstio I.

Fac de 8. duas partes, ex quarum cubis inuicem ductis, fiat 16. Dices igitur, ex vna in aliam fiet ℞. cubica 16. diuide 8. in duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat ℞ cubica 16. & erunt 4. p̄. ℞. 16. m̄. ℞. cubica 16. & 4. m̄. ℞. v. 16. m. ℞. cubica 16.

Qvæstio II.

Fac de 8. tres partes proportionales, quarum quadratum primæ ſit æquale reliquis, igitur fient primæ duæ partes, quarum vnius quadratum. ſit æquale alteri, deinde maiorem diuidemus in duas partes exiſtentes in continua proportione cum minore, & erunt.

pª	℞. $8\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$
2ª	℞. v. ℞. $631\frac{1}{4}$ m̄. $10\frac{3}{8}$ p̄. $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $2\frac{1}{16}$
3ª	$8\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $18\frac{9}{16}$ m̄ ℞. v. $631\frac{1}{4}$ m̄. $10\frac{3}{8}$

Qvæstio III.

Fac de 8. tres partes in contina proportione, quarum quadratum maioris, ſit medium proportione inter cubum vtriuſque partis, dices igitur, cubus minoris eſt ℞. cubica cubi maioris, & hoc, quia proportio cubi maioris, ad ſuum quadratum, eſt ipſa maior, & hæc eadem eſt quadrati maioris, ad cubum minoris, igitur cubus minoris, eſt ℞ quadrati maioris, & æqualis ipſi maiori, quare 8. conſtat ex minore & ſuo cubo, igitur 1. cub. p̄. 1. re, æqualis eſt 8. & æſtimatio rei eſt minor pars.

Qvæstio IV.

Fac ex 8. duas partes, ita quòd ſeptuplum maioris, ſit proportione medium inter quadratum maioris, & cubum minoris. Sit a maior, & c quadratum eius, & b minor, & d cubus eius, ſit etiam e ſeptuplum a, cùm igitur ex a in a fiat c, & ex a in 7. e, erit a ad 7. vt c ad e, quare ex 11. 5ⁱ, vt e ad d, igitur ex a in d, fit ſeptuplum e, at e eſt ſeptuplum a, igitur ex a in d, fit 49. a, igitur d eſt 49. quadratum 7. quare cubus b minoris eſt 49. & b eſt ℞. cubica 49. & a reſiduum.

	8.	
a	7.	b
c	e	d

Qvæstio V.

Fac ex 8. duas partes, ita quod ſeptuplum maioris, ſit proportione medium inter cubum maioris & quadratum minoris, ſit a maior, & c cubus a, & b minor, & d quadratum b, & e productum ex 7. in a, quia igitur ex a in quadratum a, fit c, & in 7. fit e, erit quadrati a ad 7. vt c ad e, quare vt ad d, proportio autem quadrati a, ad quadratum b, componitur ex proportione quadrati a ad 7. & 7. ad quadratum b, quare ex proportione e ad d, & 7. ad quadratum b, ſed d eſt quadratum b, igitur proportio quadrati a ad quadratum b, componitur ex proporportione ſeptupli a, & eſt e ad d & 7. ad ipſum d. Proportio igitur quadrati a ad d, componitur ex proportione e ad d, & 7. ad d, igitur ex regula ſex quantitatum, ſeu ex proportionum compoſitione, ex 7. in e, fit quadratum a in d, ſed e eſt ſeptuplum a, igitur ex 49. in a, fit quadratum a in d, igitur ex a in d, ſeu in quadratum b, fit 49. quare ex capitulo cubi & numeri æqualium quadratis, b eſt ℞. $7\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$, & $47\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $7\frac{1}{4}$.

	8.	
a	7.	b
c	e	d

Qvæstio VI.

Fac ex 8. duas partes, quarum productum totius in minorem, ſit proportione medium inter producta maioris in minorem, quia igitur minor ducitur in maiorem, & totum erit illorum productorum proportio vt totius ad maiorem, item quia totum ducitur in maiorem & minorem, erit productorum, vt maioris ad minorem, ſed producta ſunt analoga. Igitur ex 11. quinti Elementorum, totius ad maiorem partem vt maioris ad minorē, igitur 8. diuiſum erit ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, quare partes ſunt manifeſtæ, ℞. 80. m̄. 4. & 12. m̄. 80.

Qvæstio VII.

Fac de 8. duas partes, ita quòd productum maioris in minorem, ſit proportione medium inter quadratum minoris & decuplum eiuſdem minoris, dices igitur, quia minor eſt illa, quæ multiplicatur in ſe, in maiorem, & in 10. quod maior eſt proportionalis inter minorem & 10. igitur quadratum maioris, æquatur decuplo minoris, & res nota eſt, nam maior erit ℞. 105. m̄. 5. & minor 13. m̄. ℞. 105.

Qvæstio VIII.

Fac de 8. duas partes, quarum quadratum maioris ſit proportione medium inter quadratum minoris, & productum ex toto in maiorem, pone maiorem a, & b minorem, quia igitur quod fit ex 8. in a, proportionale eſt inter 64. & quadratum a, ex demonſtratis in ſecundo

	8.	
c	a	b

do ſuper Euclidem, erit 64. quarta quantitas in continua proportione, cum illis tribus productis, quare 64. ad quadratum a, vt quadrati a ad quadratum b duplicata, igitur 8. ad a, vt a ad b duplicata ex decimaſeptima ſexti Elementorum, nam vtraque eſt media proportionum ſuorum quadratorum, quare cubus a æqualis eſt producto ex 8. in quadratum b, hoc enim in ſeptimo libro demonſtratum eſt, quare ponemus a quadratum, erit cubus eius, cubus quadrati ℞. a, quæ ſit c, igitur quadratum b, eſt æquale $\frac{1}{8}$ quadrati cubi c, igitur b eſt, ℞. $\frac{1}{8}$ quadrati cubi c, quare cum ℞. cubi quadrati ſit cubus, erit b æqualis cubi c parti ℞. $\frac{1}{8}$, & cùm a ſit quadratum c, erit 1. quadratum p̄. cub. ℞. $\frac{1}{8}$, æquale 8. & ideo multiplicando omnia per ℞. 8. erit cubus p̄. quad. ℞. 8. æqualis ℞. 512. ſolue igitur per capitulum decimumquintum, vt in numeris notis a c veris operando per regulas tertij libri.

Qvæstio IX.

Fac ex 8. tres partes in continua proportione, quarum aggregatum primæ & ſecundæ, & aggregatum ſecundæ & tertiæ, & ipſum 8. ſint rurſus in continua proportione? dico, inuenies primò proportionem illarum quantitatum proportionalium, quarum aggregatum ſecundæ & tertiæ, eſt proportionale inter aggregatum primæ & ſecundæ, & aggregatum omnium, ſint igitur tales quantitates a b c, & quia proportio a b c, ad b c, eſt vt b c, ad a b, ex ſuppoſito quæſtionis. Et b c ad a b, vt c ad b, ex duodecima quinti Elementorum, erit a b c, ad b c, vt b ad c ex vndecima eiuſdem, ſed ex proportione in b fit c, igitur ex proportione in b c, fit a b c, ſit igitur, vt ex proportione in c fiat d, cùm igitur ex proportione in b fiat c, & ex eadem in c fiat d, igitur ex proportione in b c fit c d, & ex eadem in b c fiebat etiam a b c, igitur a b c, æquatur c d, abiecto autem c, relinquitur a b, æqualis d, eſt autem d quarta quantitas proportionalis, igitur oportebit inuenire quatuor quantitates, in continua proportione, quarum quarta ſit æqualis duabus primis, poſita igitur prima 1. ſecunda 1. re, tertia 1. quadrato, quarta 1. cubo, erit cubus æqualis 1. rei, p̄. 1. & nota eſt ex capitulo, quantitas rei, quæ eſt proportio, diuides igitur 8. in quatuor quantitates ſub ea proportione continuatas, vt in ſexto libro docetur, ſoluimus & aliter hanc quæſtionem in quarto libro.

a	b	c	d

Qvæstio X.

Fac ex 8. duas partes, quarum ſeptuplum maioris, proportione medium ſit inter cubum minoris, & productum maioris in minorem. Sit a minor, eius cubus c, b autem maior, & productum b in a ſit e, & ſeptuplum b ſit d, quia igitur ex b in a, fit e, & ex b in 7. fit d, erit a ad 7. vt e ad d, quare a ad 7. vt d ad c. Igitur ex a in c, fit ſeptuplum d, ſed d eſt ſeptuplum b, igitur 49. b, æqualia ſunt quadrato quadrati a, igitur b eſt æquale $\frac{1}{49}$ quad. quadrati a, quia igitur a cum b eſt 8. & b eſt $\frac{1}{49}$ quad. quadrati a, igitur a cum $\frac{1}{49}$ quad quadrati ſui, æquatur 8. quare res & $\frac{1}{49}$ quad. quadratum p̄. 49. rebus, æquatur 392. & quamuis huius non ſit capitulum generale, pulchrum tamen fuerit hucvſque perduxiſſe quæſtionem.

	8.	
a	b	7.
c	d	e

Deprehenditur & quandoque eodem mo- 2
do quòd propoſitæ quæſtiones ſint impoſſibiles.

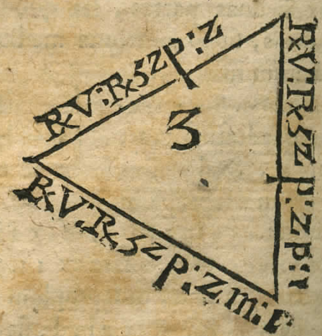
Capvt XXXII.

De Regula æqualis poſitionis.

HÆc regula, eſt vtilior poſitione ſim- 1
plici, in omnibus quæſtionibus, vbi partes æqualiter multiplicantur, ſecus vbi inæqualiter, nam in his ſimplex facilior eſt, vt ſi dicam, diuide 8. in duas partes, quarum vna ducta in quadratum alterius, vel in cubum, fiat 20. per ſimplicem poſitionem, peruenies ad 8. quadrata m̄. 1. cubo, æqualia 20. vel ad 8. cub. m̄. 1. quad. quadrato, æqualia 20. in ſecunda quæſtione, ſed ponendo 4. p̄. 1. poſitione, & 4. m̄. 1. poſitione, peruenies ad 16. poſ. p̄. 44. æquales 1. cubo p̄. 4. quadratis, & in ſecunda quæſtione, ad 128. poſitiones 7. 236. æqualia 1. quad. quadrato p̄. 8. cubis, manifeſtum eſt igitur, quàm hæ ſint prioribus difficiliores. In poſitione etiam ſimplici, inuenimus prima operatione, rei æſtimationem in æquali differentia, quæ addita dimidio diuidendi, & detracta oſtendit numeros quæſitos, qui verè ſunt æſtimatio rei, quanquam poſuerimus rem eſſe differentiam, voco autem poſitionem ſimplicem, cùm dico, diuide 10. in duas partes, producentes 20. tunc ponimus partem vnam rem, aliam 10. m̄. re, ſed æqualem, cùm pono partem vnam 5. p̄. re & aliam 5. m̄. re, ideo cùm ſimplex iam per ſe nota ſit, de æquali per quæſtiones & exempla dicendum erit, cùm certè frequentiſſimus ſit eius vſus ac vtilis.

Qvæstio I.

Eſt trigonus, cuius laterum differentia primi ad ſecundum, eſt 1. & iterum ſecundi ad tertium, eſt etiam 1. & area eſt 3. pones ſecundum igitur poſitionem, & primum



mum erit positio m̄. 1. & tertium positio p̄. 1. sequere trigonorum regulam, datam in libro sequente, & fiet ℞. $\frac{3}{16}$ quad. quadrati m̄. $\frac{1}{4}$ quadrati generaliter sumpta, æqualis 3. quare $\frac{3}{16}$ quad. quadrati æquabitur $\frac{3}{4}$ quadrati p̄. 9. ideoque 1. quad. quadratum, æquabitur 4. quadratis p̄. 48. & res erit per capitulum deriuatiuorum, ℞. v. ℞. 52. p̄. 2. & hoc est latus secundum, adde igitur & minue 1. habes reliqua latera, vt in figura vides.

QVÆSTIO II.

Fac de 10. duas partes, quarum cubi cum quadratis iuncti, faciant 400. pones primam partem 5. p̄. 1. positione, & secundam partem 5. m̄. 1. positione, sequere problema, reducendo partes ad cubum, & ad quadratum, colliges tandem cadentibus vicissim partibus, 32. quadrata p̄. 300. æqualia 400. quare quadratum æquabitur $3\frac{1}{8}$, & res quæ est differentia, erit ℞. $3\frac{1}{8}$, igitur partes sunt 5. p̄. ℞. $3\frac{1}{8}$ & 5. m̄. $3\frac{1}{8}$.

5. p̄. 1. pos.	25. p̄. 1. quad. p̄. 10. rebus.
	125. p̄. 15. quad. p̄. 75. rebus p̄. 1. cu.
5. m̄. 1. pos.	25. p̄. 1. quad. m̄. 10. rebus.
	125. p̄. 15. quad. m̄. 75. rebus m̄. 1. cu.
	300. p̄. 32. qd. æqualia 400.

QVÆSTIO III.

Fac ex 6. duas partes, quarum quadratorum aggregatum, sit æquale differentiæ cuborum. Pones maiorem 3. p̄. 1. positione, & minorem 3. m̄. 1. positione, sequere quæstionem, habebis aggregatum quadratorum, 2. quadrata p̄. 18. & differentiam cuborum 2. cubos p̄. 54. positionibus, & hæc æquantur inuicem, igitur cubus & 27. positiones æquantur quadrato & 9. sequere capitulum, fiet rei æstimatio, id est differentiæ, ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{7}$ p̄. $\frac{1}{27}$, m. ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{7}$ m. $\frac{1}{27}$ p̄. $\frac{1}{3}$, quare partes erunt, $3\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{7}$ p̄. $\frac{1}{27}$ m. ℞. v. ℞. $702\frac{1}{7}$ m. $\frac{1}{27}$, & minor, $2\frac{2}{3}$ p̄. ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{7}$ m. $\frac{1}{27}$ m. ℞. v. cubica ℞. $702\frac{1}{7}$ p̄. $\frac{1}{27}$.

3. pos. 1. pos.	9. p̄. 1. quad. p̄. 6. rebus.
3. m̄. 1. pos.	9. p̄. 1. quad. m̄. 6. rebus.
	18. p̄. 2. quad. aggregatum.
3. p̄. 1. pos.	17. p̄. 9. quad. p̄. 27. pos. p̄. 1. cub.
3. m̄. 1. pos.	27. p̄. 9. quad. m̄. 27. pos. m̄. 1. cu.
	differẽtia 54. pos. p̄. 2. cu

QVÆSTIO IV.

Fac ex 8. duas partes, quarum productum maioris in minorem, proportionale sit, inter nonuplum maioris, & ipsam minorem. Pone partem primam 4. p̄. 1. positione, & minorem 4. m. 1. positione, sequere propositum, habebis productum maioris, in 9. esse 36. p̄. 9. positionibus, & maioris in minorem 16. m. 1. quadrato, & minorem 4. m. 1. positione, & hæc sunt in eadem proportione, igitur ducto 36. p̄. 9. positionibus, in 4. m̄. positione, fit quadratum 16. m. 1. quadrato, ducito igitur inuicem 36. p. 9. positionibus, & 4. m. 1. positione, & cadent positiones propter mutuam proportionem, quare producetur 144. m. 9. quadratis, & hoc est æquale quadrato 16. m. 1. quadrato, quod est, 256. p. 1. quad. quadrato m. 32. quadratis, quare reddendo m̄. parti aduersæ, 112. p̄. 1. quad. quadrato, æquabuntur 23. quadratis, habebis æstimationem rei, ℞. v. $11\frac{1}{2}$ m. ℞. $20\frac{1}{4}$, id est ℞. 7. quam adde & minue à 4. erunt partes quæsitæ, 4. p. ℞. 7. & 4. m. ℞. 7. & quamuis potuisses soluere per simplicem, veniens ad capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, fuisset tamen negocium inexplicabilius, sine vlla comparatione, nam plusquam decem aliis indiges operationibus, antequam peruenias ad veram æstimationem, quæ semper est in natura Binomij, vel recisi veri, non improprij.

9.	4. m. 1. pos.
4. p̄. 1. pos.	
36. p̄. 9. pos.	16. m. 1. quad. 4. m. 1. pos.
	256. p. 1. quad. quad. m. 32. quad.
	144. m. 9. quad.
	112. p. 1. quad. quad. æqual. 23. quad.

QVÆSTIO V.

Diuide 10. in duas partes, quarum quadrato primæ detracto ex 100. & quadrato secundæ detracto ex 97. residuorum ℞. iunctæ, constituant 17. Si libet ad vitandum laborem, primò videbis via tentatiua an casus possibilis sit, hoc igitur cognito, pone primũ partem 5. p. 1. positione, & reliquã 5. m. 1. positione, duc partes in se, & quadratum maius

5. p. 1. pos. 5. m. 1. pos.	
25. p. 1. quad. p. 10. pos.	100.
25. p. 1. quad. m. 10. pos.	97.
75. m. 1. quad. m. 10. pos. resid.	
72. m. 1. quad. p. 10. pos. resid.	
17. m. ℞. v. 75. m. 1. quad. m 10. pos. ℞. v. 72. m. 1. quad. p. 10. pos.	
364. m. 1. quad. m. 10. pos. m. ℞. v. 86700. m. 1156 quad. m. 11560. pos. 72. m. 1. quad. p. 10. pos.	
292. m. 20. rebus. ℞. v. 86700. m. 1156. quad. m̄. 11560. pos.	
86700. m. 1156. quad. m. 11560. pos.	
85264. p. 400. quad. m. 11680. pos.	
1436. p. 120. pos. æqual. 1556. quad. 1556.	
quad. æqual. $\frac{30}{389}$ pos. p. $\frac{359}{389}$.	

detrahe ex 100. & minus ex 97. habebis residua, vt in figura, quorum R. iunctæ, debent æquari 17. igitur 17. m̃. vna illarum radicum æquatur reliquæ, quare ducemus in se, 17. m. R. v. 75. m̃. 1. quadrato m. 10. positionibus, & habebimus 364. m. 1. quadrato m̃. 10. positionibus m. R. v. 86700. m̃. 1156. quadratis m. 11560. rebus, æqualia quadrato alterius radicis, scilicet 72. m̃. 1. quadrato p̃. 10. rebus, abiice similia ex vtraque parte, & radicem vniuersalem solam ex aduerso omnium colloca, vt in tertio libro docuimus, ac in quarto habebis 292. m. 20. rebus, æqualia R. v. 86700. m. 1156. quadratis m. 11560. rebus, quare ducendo denuo partes in se, habebis 86700. m̃. 1156. quadratis m̃. 11560. positionibus, æqualia 85264. p̃. 400. quadratis m. 11680. rebus, duc ad æquationem reducendo ad 1. quadratum habebis rei æstimationem esse R. $\frac{139876}{151321}$ p. $\frac{15}{389}$, sed R. $\frac{139876}{151321}$, est $\frac{374}{389}$, igitur additis $\frac{15}{389}$ fient $\frac{389}{389}$, igitur res est 1. & partes 4. & 6.

Qvæstio VI.

Est etiam, vbi positio æqualis, non soluit omnino quæstionem, & simplex soluit. Exemplum, fac de 8. duas partes, quarum quadratum maioris, sit proportione medium inter productum maioris in minorem, & decuplum totius, vtpote 60. posita itaque maiore 1. positione, habebis 60. & 1. quadratum & 8. positiones m̃. 1. quadrato pro-

60. | 1. quad. | 8. pos. m̃. 1. quad.
1. quad. quad. æqual. 480. pos. m̃. 60. quad.

portionalia, quare ducta media in seipsam, habebimus 1. quad. quadratum, æquale 480. positionibus m̃. 60. quadratis, deprime, & fiet cubus & 60. res, æqualia 480. & & ideo res nota est, per positionem autem æqualem, peruenies ad capitulum constans ex quinque denominationibus, posset autem solui, & per regulam magnam, sed hoc ad rem nihil pertinet.

Capvt XXXIII.

De Regula inæqualiter ponendi seu proportionis.

HÆc regula nos docet, vt positis numeris inæqualibus, positiones pariter æquales annectamus, sic vt in multiplicatione, vicissim similes excidant partes. Docebo autem hoc per exempla, quamuis quæstiones, quæ per hanc soluuntur, etiam per regulam retro agendi positionem, de qua in capitulo quinto dictum est, dissolui possint.

Qvæstio I.

Exemplum, Sunt duo numeri, quorum differentia est 4. & quadratum minoris cum quadrato dimidij maioris, & R. aggregati ipsorum quadratorum, constituit 110. posses hanc retro agendo dicere, igitur 110. componitur ex aggregato quadratorum, & R. aggregati, igitur posito aggregato quadrato, erit 110. æquale quadrato & vni rei, quare res est 10. aggregatum 100. ideo facies ex 100. duas partes, quarum duplum R. vnius, excedat aliam R. in 4. & solutio clara est, verum hoc modo nos ponemus. Sit primus numerus minor 2. positiones, quia pars est $\frac{1}{2}$, erit maior 2. positiones p̃. 4. inde accipe partem secundi, quæ est in

2. pos. | 2. pos. p̃. 4.
2. pos. | 1. pos. p̃. 2.
$\frac{1}{2}$ ——— $\frac{1}{4}$) 5.
$\frac{1}{2}$ —— 1 —— 4 —— $\frac{4}{5}$
$\frac{1}{2}$ ✕ $\frac{4}{5}$ | $\frac{8}{5}$
2. pos. m. $\frac{4}{5}$
1. pos. p̃. $\frac{8}{5}$

4. quad. p̃. $\frac{16}{25}$ m. $\frac{16}{5}$ pos.
1. quad. p̃. $2\frac{14}{25}$ p̃. $\frac{16}{5}$ pos.

5. quad. p̃. $3\frac{1}{5}$

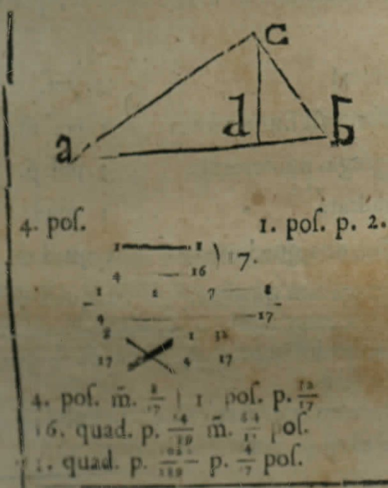
se ducenda, & est $\frac{1}{2}$, erit igitur pars multiplicanda 1. positio p̃. 2. & primus numerus vt dictum est, 2. positiones, hoc habito, positum est, non permutata quæstionis natura, partes numeri ita aptare cum rebus, vt in quadratis res ex toto excidant, sic igitur facies. Considera secundum numerum in se ducendum, qualis pars sit primi, vt in exemplo, 1. positio p̃. 2. quæ pars est 2. positionum, inuenies quod est $\frac{1}{2}$ p̃. 2. duc igitur denominatorem & numeratorem fracti in se, & producta iunge, & habebis 5. pro diuisore, deinde duc numeratorem in se, & productum in numerum differentiæ, qui est 4. fit etiam 4. pro diuidendo, diuide igitur 4. per 5. exit $\frac{4}{5}$ hoc auferes ex 2. positionibus, scilicet maiore parte, habebis 2. pos. m̃. $\frac{4}{5}$, deinde diuide $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{2}$ partem, exit $\frac{8}{5}$, hoc addes ad positionem, habebis 1. pos. p̃. $\frac{8}{5}$, ecce vides, quoniam habes 2. positiones m̃. $\frac{4}{5}$, & 1. positionem p̃. $\frac{8}{5}$, & proportio $\frac{8}{5}$ ad $\frac{4}{5}$, est vt 2. positiones ad 1. positionem, & si sumpseris duplum maioris, scilicet 2. pos. p̃. $3\frac{1}{5}$, superabit minorem scilicet 2. pos. m̃. $\frac{4}{5}$, in 4. ad vnguem, hoc peracto, ex regula vniuersali, duc partes in se, habebis 4. quadrata p̃. $\frac{16}{25}$ m̃. $\frac{16}{5}$ positionibus, & 1. quadratũ p. $2\frac{14}{25}$ p. $\frac{16}{5}$ positionibus, iunge habebis 5. quadrata p. $3\frac{1}{5}$, hæc cum radice æquantur 110. igitur R. æquatur 110. m̃. hoc aggregato, igitur $106\frac{4}{5}$ m̃. 5. quadratis, æquatur R. v. 5. quadratis p̃. $3\frac{1}{5}$, duc partes in se, habebis 5. quadrata p. $3\frac{1}{5}$, æqualia $11406\frac{6}{25}$ p̃. 25. quadr. quadratis m̃. 1068. quadratis, redde reddenda m̃. alteri parti, & diuide per numerum quadr. quadratorum, qui est 25. habebis 1. quad. quadratum p. $456\frac{76}{625}$, æqualia $42\frac{23}{25}$ quadratis,

ideo

ideo res valet ℞. v. 21 $\frac{31}{50}$ m. ℞. 4 $\frac{025}{500}$ sed ℞. 4 $\frac{1025}{2500}$ est 2 $\frac{1}{50}$ igitur res est ℞. 19 $\frac{6}{100}$, sed hæc est 4 $\frac{2}{5}$, igitur res fuit 4 $\frac{2}{5}$, sed prima pars seu maior, fuit 2. positiones m̄. $\frac{1}{5}$, igitur ipsa fuit 8. & minor fuit 1. positio p̄. $\frac{1}{5}$, igitur fuit 6. & eius duplum fuit 12. qui excedit 8. in 4. & hoc est quod voluimus,

Qvæstio II.

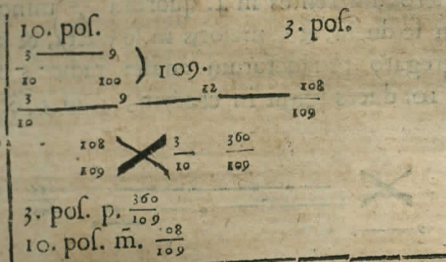
Est trigonus a b c, cuius basis a b, est 8. p̄. c t... o c d, & a d tripla est d b, & quadratum b c cum latere c b, est 182. posita igitur c d re, & a b, re & 8. seu c d 4. re-



bus, & a b 4. r b is p. 8. erit b d res p. 2. & proportio $\frac{1}{4}$, ideo vt prius, duc 4. in se, fit 16. duc 1. in se, fit 1. iunge, fit 17. diuisor, inde duc 1. numeratorem $\frac{1}{4}$ in se, fit 1. duc in 8 differentiam, fit 8. diuide per 17. exit $\frac{8}{17}$, pars minuenda ex 4. rebus, inde diuide $\frac{8}{17}$ per proportionem quæ est $\frac{1}{4}$, ex ... pars addenda vni rei, erit igitur b d 1. positio p. $\frac{32}{17}$, & c d, 4. positiones m̄. $\frac{8}{17}$, duc partes in se, habebis quadrata c d & b d pariter accepta, & ex consequenti, quadratum b c, est 17 quadrata p. 3 $\frac{21}{289}$, sequere vt in præcedente, addendo ei latus b c, eritque ℞. v. 17. quadratorum p. $\frac{221}{89}$ p. 17. quadratis p. 3 $\frac{221}{289}$ æqualis 182. quare 178 $\frac{68}{289}$ m̄. 7. quadratis æquatur ℞ v. 17. quadratorum p. 3 $\frac{221}{289}$, sequere igitur operationem, vt prius, habebis rei æstimationem esse 3 $\frac{1}{17}$, cùm igitur b d sit 1. positio p. $\frac{32}{17}$, erit b d 5. & a b 20. quadrupla b d, quare c d, quæ est 8. m̄. quam a b, erit 12.

Qvæstio III.

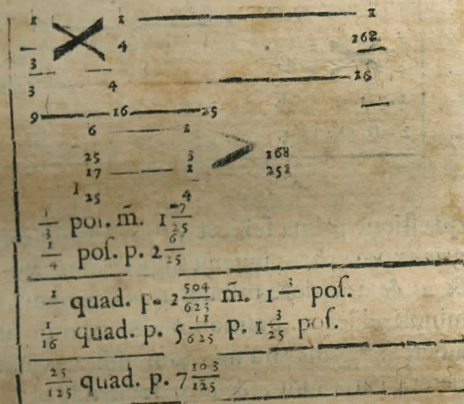
Et similiter, si diceret, sunt duo numeri, quorum differentia est 12. & quadratum minoris cum quadrato $\frac{1}{10}$ maioris, & quadrato aggregati, æquatur 1000. tunc vt prius operaberis, ducendo numeratorem ac denominatorem in se, & iungendo, fit diuisor 109. deinde duco 3. numeratorem in se, & productum in 12. fit 108. diuido per 109. habeo partem minuendam ex 10. positionibus, deinde diuido $\frac{108}{109}$ per $\frac{3}{10}$, exit $\frac{360}{109}$, pars addenda 3. positionibus, si igitur 3. positiones p. $\frac{360}{109}$, ducantur in $\frac{3}{10}$, numerus



qui producetur, erit 12. p. quàm 10. res m̄. $\frac{108}{109}$, & talis est proportio $\frac{360}{109}$ ad $\frac{108}{109}$, qualis 10. ad 3. & ideo, quia regula hæc habet infinitos modos, velut si dicamus, $\frac{1}{2}$ primi & $\frac{1}{3}$ secundi numeri, differentium per 12. in se ducti addita radice, faciunt 100. tunc quæres eodem modo suam regulam, per regulam de modo, quia hæc regula est ramus illius, quærendo numeros differentes, primo in 12. quorum $\frac{1}{2}$ vnius ita diuidatur, in $\frac{1}{2}$ rem & numerum, & reliquus in $\frac{1}{3}$ rei & numerum, ita vt producta rerum sint æqualia. Ponendo vnum numerum p̄. alium m̄. & inuenitur per capitulum nonum, cum quantitate surda, vt in talibus, ponam regulam exemplo adiunctam, dico quòd si quis dicat,

Qvæstio IV.

Inuenias duos numeros, quorum differentia sit 14. & $\frac{1}{3}$ vnius in se ductum, cum $\frac{1}{4}$ alterius in se ducto, & cum ℞. ag-



gregati talium productorum, fiat 110. dico primò, duc nominatores in nominatores vicissim, videlicet 4. in 1. & 3. in 1. & productorum quæ sunt etiam 4. & 3. iunge quadrata, habebis 25. pro diuisore, deinde duc denominatores inuicem, 3. in 4. fit 12. & quod fit in differentiam quæ fuit 14. fit 168. hoc ducito in productum numeratorum, quod fuit 1. fit etiam 168. pro diuidendo, diuide igitur 168. per 25. exit $\frac{168}{25}$, hoc multiplica in ipsas partes, videlicet $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, habebis 2 $\frac{6}{25}$, addendum, & 1 $\frac{17}{25}$ minuendum, quia semper vt dictum est, minor pars numeri, minuitur à maiore, & maior additur minori, duc igitur $\frac{1}{3}$ positionis m̄. 1 $\frac{17}{25}$ in se, & similiter $\frac{1}{4}$ positionis p̄. 2 $\frac{6}{25}$ in se, & collige producta, habebis $\frac{25}{144}$ quadrati p̄. 7 $\frac{103}{125}$, absque rebus, quare sequeris operationem, vt in prioribus. Aliud exemplũ, in regula parum difficili, inuenias duos numeros

meros differentes in 4. quorum $\frac{3}{4}$ minoris in se ducta, & $\frac{2}{3}$ maioris in se ducta, & aggregato productorum addita radice, fiat 110. duces igitur in crucem, 3. in 3. & 4.

$\frac{2}{3}$ ✕ $\frac{3}{4}$ ——— 6 | $\frac{288}{145}$
— 12 — 4 — 48
9 —— 8   288

81 —— 64 —— 145 | $\frac{288}{145}$
$\frac{3}{4}$ pos. p̃. $1\frac{71}{145}$ | $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$
$\frac{3}{4}$ pos. m̃. $1\frac{47}{145}$ | $\frac{192}{145}$ $\frac{216}{145}$

in 2. & fient 9 & 8. quorum quadrata iuncta sunt 145. pro diuisore, similiter duces 3. in 4. denominatores, fit 12. duc in 4. differentiam numerorum, fit 48. duc in 6. productum numeratorum, fit 288, pro diuidendo, inde diuiso 288. per 145. exit $\frac{288}{145}$, duc in $\frac{2}{3}$ & in $\frac{3}{4}$, partes acceptas seorsum, habebis $\frac{192}{145}$ & $\frac{216}{145}$, partes addendas ac minuendas vt priùs.

Qvæstio V.

Et similiter dicemus de aggregato, veluti si dicat, fac ex 10. duas partes, quarum vna in se ducta, & alterius dimidio in se ducto, & accepta radice aggregati, totum sit 30. dico operaberis per regulam dictam, in

$\frac{1}{2}$ —— 1) 5.
—— 4
$\frac{1}{2}$ —— 5 —— 10 —— 19.

10 —— 5 —— 2.

$\frac{1}{2}$ ✕ $\frac{1}{2}$ 4.
4. m̃. 1. pos.
2. p̃. 2. pos.

quæstione prima scilicet, quia est de integris ex vna parte, inuenies igitur numeros 4. & 2. & à maiore minues 1. positionem, & minori addes 2. positiones, & ideo in hoc differt à regulis numerorum differentium, cætera paria sunt, & ideo sequendo operationem, habebis rei æstimationem, ℞. v. $2\frac{1}{10}$ m̃. ℞. $\frac{121}{100}$, quod est dicere 1. ideo numeri sunt 6. & 4.

Capvt XXXIV.

De Regula medij.

Hæc sic vocata à me est, quia medium inquiritur, scilicet proportio, & quia ad vnitatis confusionem vitandam, ponimus partem vnam, dimidium vnitatis, & est eius vsus solum ad quærendum quantitates, quæ æqualiter multiplicantur, & proportionem seruant, cùm autem eam non seruauerint, vsus regulæ non est vtilis, verùm in duabus quantitatibus solum explicatur, de pluribus autem in capitulo trigesimono no dicemus. Patet autem, quod si quis dicat, inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 30. quod regula hæc non seruiet, quia proportio 30. ad 10. quæ est tripla, non seruatur inter cubos & quadratos, variata quantitate, at regulam ipsam ostendere quemadmodum & alias per exemplā vtile fuerit.

Qvæstio I.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in quadratorum differentiam faciat 20. & aggregatum illorum in quadratorum aggregatum, faciat 20. Pones igitur vt dictum est vnum illorum, positionem, alium $\frac{1}{2}$ deinde inuenies differentiam, & aggregatum, & quadrata partium, & differentiam quadratorum, & aggregatum, vt in margine, inde ducito differentiam partium in differentiam quadratorum, & habebis $\frac{1}{8}$ p̃. 1, cubo m̃. $\frac{1}{2}$ quadrato m̃. $\frac{1}{4}$ positionis, & hoc debet esse dimidium producti aggregatorum numerorum scilicet ac quadratorum, quia 10. est dimidium 20. igitur erit dimidium $\frac{1}{8}$ p̃. 1. cubo p̃. $\frac{1}{2}$ quadrato p̃. $\frac{1}{4}$ positionis, quare $\frac{1}{4}$ p̃. 2. cubis m̃. 1. quadrato m̃. $\frac{1}{2}$ positione, æquatur $\frac{1}{8}$ p̃. 1. cubo p̃. $\frac{1}{2}$ quadrato p̃. $\frac{1}{4}$ positionis, igitur reddendo partes m̃. ad p̃. erit vt $\frac{1}{8}$ p̃. 1. cubo, æquetur $1\frac{1}{2}$ quadrato p̃. $\frac{3}{4}$ positionis, quare diuisis partibus, ad faciliorem operationem, quæ semper poterunt diuidi, habebimus $1\frac{1}{2}$ positionis, æqualem 1. quadrato m̃. $\frac{1}{2}$ positione p̃. $\frac{1}{4}$, diuisor, namque componitur ex partibus ab initio sumptis, scilicet 1. positione & $\frac{1}{2}$, quare 1. quadratum p̃. $\frac{1}{4}$, æquabitur 2. positionibus, & res erit 1. p̃. ℞. $\frac{3}{4}$, sunt igitur quantitates in proportione 1. p̃. ℞. $\frac{3}{4}$, & $\frac{1}{2}$, quare in proportione 2. p̃. ℞. 3. & 1. Iterum igitur quæramus duas quantitates in hac proportione, quarum aggregatum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 20. nam tales necessario habebunt etiam reliquam conditionem, ponemus igitur vnam illarum rem, aliam res 2. p̃. ℞.

Numeri	1. pos.	$\frac{1}{2}$
Differentia numerorum	1. pos. m̃.	$\frac{1}{2}$
Aggrega. numerorum	1. pos. p̃.	$\frac{1}{2}$
Quadrata	1. quad.	$\frac{1}{4}$
Differentia quadratorum	1. quad. m̃.	$\frac{1}{4}$
Aggregatum quadrat.	1. quad. p̃.	$\frac{1}{4}$

productū different. $\frac{1}{8}$ p̃. 1. cu. m̃. $\frac{1}{2}$ quad. m̃. $\frac{1}{4}$ pos.
productum quadrat. $\frac{1}{8}$ p̃. 1. cub. p̃. $\frac{1}{2}$ quad. p̃. $\frac{1}{4}$ pos.

$\frac{1}{4}$ p̃. 2. cub. m̃. 1. quad. m̃. $\frac{1}{2}$ pos.
$\frac{1}{8}$ p̃. 2. cub. p̃. $\frac{1}{2}$ quad. p̃ $\frac{1}{2}$ pos.

$\frac{1}{8}$ p̃. 1. cub. æquatur $1\frac{1}{2}$ quad. p̃. $\frac{3}{4}$ pos.
1. pos. p̃. $\frac{1}{2}$ | 1. pos. p̃. $\frac{1}{2}$
1. quad. m̃. $\frac{1}{2}$ pos. p̃. $\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ pos.

Numerus 1.	res 2. p̃. ℞. 3.
Quadrata quad. 1.	quad. 7. p̃. ℞. 48.
Aggreg. numero.	res 3. p̃. ℞. 3.
Aggreg. quad.	quad. 8. p̃. ℞. 48.
Productum cubi 36. p̃. ℞. 1200.	

p̃. ℞. 3. & quæremus ſua quadrata, quæ iungemus, & erunt quadrata 8. p̃. ℞. 48. & ducemus in aggregatum numerorum, ſcilicet res 3. p̃. ℞. 3. & fiunt cubi 36. p̃. ℞. 1200. diuidemus igitur 20. per ℞. 1200. p̃. 36. & exibit $7\frac{1}{2}$ m. ℞. $52\frac{1}{12}$, cuius ℞. cubica erit numerus minor quæſitus, maior autem habebitur, ducto minore in 2. p̃. ℞. 3. quare numeri quæſiti erunt,

Primus ℞. v. cubica $7\frac{1}{2}$ m. ℞. $52\frac{1}{12}$.

Secundus ℞. v. cubica 195. m. ℞. $35437\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 33075. m. ℞. 35490.

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in differentiam cuborum, producat 10. & aggregatum in aggregatum cuborum conſtituat 30.

Numeri	1. poſ.	1.
Differentia numer.	1. poſ. m.	1.
Aggregatum numero.	1. poſ. p̃.	1.
Cubi	1. cub.	1.
Differentia cuborum	1. cub. m.	1.
Aggregatum cuborum	1. cub. p̃.	1.

Produc. Aggregatorum.
1. quad. quad. p̃. 1. cub. p̃. 1. poſ. p̃. 1.
Productum differentiarum.
1. quad. quad. m. 1. cub. m. 1. poſ. p̃. 1.

3. quad. quad. m. 3. cub. m. 3. poſ. p̃. 3.
1. quad. quad. p̃. 1. cub. p̃. 1. poſ. p̃. 1.

2. quad. quad. p̃. 2. | 4. cub. p̃. 4. poſ.
1. quad. quad. p̃. 1. | 2. cub. p̃. 2. poſ.

hac in quæſtione, procedes vt in præcedenti, verùm pones partes 1. poſitionem & 1. ad facilitatem maiorem, & ſequeris vt in præcedenti, donec veneris ad 1. quad. quadratum. p̃. 1. æquale 2. cubis p̃. 2. poſitionibus, igitur habeo quinque quantitates continuè proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, eſt duplum aggregato ſecundæ & quartæ, igitur per capitulum quinque quantitatum in continua proportione conſtitutarum quæro proportionem, aſſumendo puta 2. & 4. quorum 4. eſt duplus alteri, & faciendo de 4. primam & quintam, & de 2. ſecundam & quartam, igitur talis proportio erit vt $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $\frac{3}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $6\frac{3}{4}$ m. $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $\frac{3}{4}$ m. $\frac{3}{4}$, ad vnitatem, pones igitur denuo res ſub his numeris, videlicet 1. rem, & res $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $\frac{3}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $6\frac{3}{4}$ m. $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. $\frac{3}{4}$ m. $\frac{3}{4}$, inde ducito ad cubum partes per regulas tertij libri, quod non difficile fiet, inde duces res ℞. $\frac{3}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $6\frac{3}{4}$ m. $2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. v. ℞. $\frac{3}{4}$ m. $\frac{1}{2}$, differentiam ſcilicet numerorum, in differenttam cuborum, quæ habetur detracto 1. cubo, ex cubo dicti iam compoſiti ex quatuor nominibus, & productum æquabitur 10. diuides 10. per tale productum & eius quod exit ℞. ℞. erit æſtimatio primæ quantitatis, qua ducta in $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $\frac{3}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $6\frac{3}{4}$ m. $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. $\frac{3}{4}$ m. $\frac{3}{4}$, conſurget ſecunda quantitas ſeu ſecundus numerus.

QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros quorum relati primi iuncti faciant 20. & aggregatum cuborum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 25. pones vt in præcedente,

1. poſ.	1.
1. $p^m r^m$	1.
1. cub. p.	1.
1. quad. p.	1.

1. $p^m r^m$ p. 1. cu. p. 1. quad. p. 1.

5 $r^i p^i$ p.	5.
4. $r^i p^i$ p. 4. cub. p. 4. quad. p. 4.	

1. $r^m p^m$ p.
æquatur 4. cub. p. 4. quad.

1. poſ. p. 1.

1. quad. quad. m. 1. cub. p. 1. quad. m. 1. poſ. p. 14. quad.

1. quad. quad. p. 1. | 1. cu. p. 3. quad. p. 1. poſ.

partes, 1. poſitionem & 1. & relati primi earum, ſunt 1. $p^m r^m$ & 1. & productum aggregati quadratorum in aggregatum cuborum eſt, 1. $p^m r^m$ p. 1. cubo p. 1. quadrato p. 1. & hoc ſe habet ad 1. $p^m r^m$. p. 1. vt 25. ad 20. & vt 5. ad 4. igitur per regulam quantitatum proportionalium, & ducto 2. $p^o r^o$ p. 1. cubo p. 1. quadrato p. 1. per 4. faciemus quantum ducto 1. $p^o r^o$ p. 1. per 5. igitur 4. $p^i r^i$ p. 4. cubis, p. 4. quadratis p. 4. æquantur 5. $p^{is} r^{is}$ p. 5. quare tandem habebimus $p^m r^m$ p. 1. facta detractione, æquale 4. cubis p. 4. quadratis, diuide partes per poſitionem p̃. 1. quad. quadrato m. 1. cubo p. 1. quadrato m. 1. poſitione p. 1. æqualia 4. quadratis, igitur 1. quad. quadratum p. 1. æquatur 1. cubo p. 3. quadratis p. 1. poſitione, ſunt igitur quinque quantitates continuè proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, eſt gratiâ exempli 10. & aggregatum ſecundæ & quartæ cum triplo tertiæ etiam, 10. igitur nota erit proportio, per capitulum 5. quantitatum continuæ proportionis, & erit

$$\frac{\text{℞. } 3\frac{6}{7} \text{ m. 1. p. ℞. v. ℞. } 1\frac{5}{7} \text{ m. } \frac{6}{7}, \text{ \&}}{\text{2. m. ℞. } 1\frac{5}{7}}$$

eſt proportio illarum quantitatum, in ſecunda igitur poſitione, pones 1. rem, & res in numero ſupràdicto ſeu proprtione, vel reductam proportionem, vt in præcedente quæſtione, facta diuiſione per numeratorem, ad relatum ducito, per ſuam regulam, cui adde 1. relatum primum de 1. & cum aggregato diuide 20. & ℞. relata prima, prima, prouentus eſt numerus minor, inde multiplica ipſum in pro-

proportionem, & proueniet maior, & perficere talem operationem est res quasi supra humanum laborem, & nisi essent regulæ tertij libri, vix omnino possibile foret.

Capvt XXXV.

De Regula aggregati.

Regvla I.

Sicvt ex præcedente, & regula iterata, proportio ipsa quæritur, sic per hanc habemus aggregatum, Est autem vtilis valde, vbi inter partes nulla supponitur proportio. Nam medium ad quærendum plures numeros simul, est vel proportio, vel aggregatum, aut differentia, cùm igitur ex præcedente & regula iterata proportio habeatur, cùm hac autem & aggregatum & differentia, satis constat, quanto hæc illas antecedat interuallo. Vocauimus & hanc regulam dupli, quòd duas contineat partes, seu duos numeros quæsitos, ratio verò eius, vt reliquarum, per exempla patet.

Qvæstio I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 20. & productum vnius in alterum, cum ipsis numeris, sit 10. dico (quamuis ex sexto libro solui possit) sic per regulam faciemus. Pone aggregatum 1. positionem, seu rem, & quia ex vno in alterum fit 10. minus aggregato, igitur ex vno in alterum fiet 10. m̃. [illegible] fac igitur ex positione, duas partes prod centes 10. m̃. 1. positione, & erunt ex regula capituli de operationibus in sexto libro posita, partes, $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ pos. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. p̃. 1. pos. m̃. 10.
$\frac{1}{2}$ pos. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. p̃. 1. pos. m̃. 10.

$\frac{1}{4}$ quad. p̃. $\frac{1}{4}$ quad. p̃. 1. pos. m̃. 10.

$\frac{1}{2}$ pos. m̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. p̃. 1. pos. m̃. 10.
$\frac{1}{2}$ pos. m̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. p̃. 1. pos. m̃. 10.

$\frac{1}{4}$ quad. p̃. $\frac{1}{4}$ quad. p̃. 1. pos. m̃. 10.

1. quad. p̃. 2. pos. m̃. 20.

positionis p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 1. positione m̃. 10. & $\frac{1}{2}$ positionis, m̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 1. positione m̃. 10. horum itaque quadrata iuncta debent esse 20. & quia vna pars est Binomium, altera recisum respectu $\frac{1}{2}$ positionis, sufficiet ducere partes in se, non vnam in aliam, vt in libris tertio & quarto & quinto docuimus, ideo ducta $\frac{1}{2}$ positio in se, fit $\frac{1}{4}$ quadrati, & ducta ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 1. positione m̃. 10. in se fit $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 1. positione m. 10. & tantundẽ ex alia parte, vt in figura, quare quadrata Binomij & recisi iuncta, sunt 1. quadratũ p̃. 2. positionibus m̃. 20. & ho[illegible] æquatur 20. vt dictũ est, igitur 1. quad. p̃. 2. positionibus æquatur 40. [illegible] rei æstimatio erit ℞. 41. m̃. 1. fac ex ℞. [illegible] m̃. 1. duas partes, quarum quadrata iuncta sint 20. & erunt per no-

| pa ℞. 10 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. v. 10 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$
| 2a ℞. 10 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. 10 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$

uam positionem, vel per regulas capituli de operationibus in quarto libro partes quas à latere vides.

Qvæstio II.

Inuenias duos numeros, qui iuncti faciant tantum, quantum inuicem ducti, & & eorum quadrata iuncta sint 20. si igitur aggregatum est 1. positio, productum etiam vnius in alterum est 1. positio, fac ex 1. positione duas partes, producentes 1. positionem, per regulas capituli de operationibus in sexto libro positas, seu per quintam secundi Elementorum, & erunt partes quas à latere posui, harum igitur quadrata iuncta

$\frac{1}{2}$ pos. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. m̃. 1. pos.
$\frac{1}{2}$ pos. m̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. m̃. 1. pos.

$\frac{1}{2}$ quad. p̃. $\frac{1}{2}$ quad. m̃. 2. pos.

℞. 5 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ ℞. v. 4 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 5 $\frac{1}{4}$
℞. 5 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. 4 $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 5 $\frac{1}{4}$

sunt 20. quare cùm habeant vt in præcedenti rationem Binomij & recisi, sufficiet ducere partes vnius eorũ in se, & duplicare. Igitur habebimus pro aggregato quadratorum 1. quadratum m̃. 2. positionibus, æqualia 20. quare res erit ℞. 21. p̃. 1. ideo faciemus ex ipsa partes, vt propositum est, & erunt vt vides.

Qvæstio III.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producatur aggregatum, & quadrata ipsorum cum ipsis numeris faciant 20. fac vt in præcedenti, & habebis aggregatum ℞. 20 $\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, quod est 5. & quia quadrata partium cum ipsis numeris debent æquari 20. igitur quadrata ipsa sola absque numeris erunt 15. fac igitur ex 5. duas partes, quarum quadrata iuncta sint 15. & habebis numeros quos vides. Memineris autem, quod in prima operatione, quando perueneris ad 1. quadratum m̃. 2. positionibus pro aggregato quadratorum, vt addas 1. positionem, quod est aggregatum numerorum, & peruenies ad 1. quadratum m̃. 1. positione, æqualia 20.

| 2 $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$
| 2 $\frac{1}{2}$ m̃. 1 $\frac{1}{4}$

Qvæstio IV.

Inuenias duos numeros, qui inuicem ducti producant aggregatum, & diuiso 12. per vtrumque, quadrata prouenientium iuncta cum aggregato diuidentium faciant 80. hæc cum præcedentibus est fratris Lucæ, in quodam scripto quod perierat. Pone aggregatum rem vnam, eam diuide in partes, vt vides, cum quibus diuide 12. vt in figura.

Igitur

12.

Partes | $\frac{1}{2}$ pos. p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. m̄. 1. pos.

12.

$\frac{1}{2}$ pos. m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. m̄. 1. pos.

144.

$\frac{1}{2}$ quad. m̄. 1. pos. p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quad. m̄. 1. cub.

quadrata |

144.

partium | — quad. m̄. 1. pos. p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. qd. m̄. 1. cub.

144. quad. m̄. 288. pos.

Aggregatū quadratorū ——— 1. quad.

Igitur ex partibus ipsis factis quadratis, iunctisque, vt in quinto libro docui te, habebis aggregatum quadratorum, cui adde aggregatum diuidentium, siquidem rem vnam habebis, $\frac{\text{144. quadr. m. 288. positionibus.}}{\text{1. quad.}}$ p̄. 1. positione, æqualia 80. multiplica omnia per positionem, fient 144. positiones m̄. 288. p̄. 1. quadrato, æqualia 80. positionibus, quare quadratum & 94. positiones, æquantur 288. res igitur est ℞. 1312. m̄. 32. fac igitur ex ℞. 1312. m̄. 32. duas partes, producentes ℞. 1312. m̄. 32. & illæ erunt numeri quæsiti.

Qvæstio V.

Inuenias numeros quorum quadrata iuncta sint 20. & productum vnius in alterum, æquale sit quadrato differentiæ, hæc quamquam clara sit, quoniam necessarium sit eos numeros esse in proportione, quæ dicitur habere medium & duo extrema. Possit etiam solui ex regula positionis æqualis, nam plures quæstiones, multis ac diuersis regulis solui possunt. Sic tamen ex hac regula faciemus, posito aggregato re, diuide-

| $\frac{1}{2}$ pos. m̄. ℞. v. 10. m̄. $\frac{1}{4}$ quad.
| $\frac{1}{2}$ pos. p̄. ℞. v. 10. m̄. $\frac{1}{4}$ quad.
| Differentia ℞. v. 40. m̄. 1. quad.
| Quad. differentiæ 40. m̄. 1. quad.
| productum $\frac{1}{2}$ quad. m̄. 10.

mus eam in partes, quarum quadrata iuncta sint 20. & erunt vi vides, igitur quadratum differentiæ est 40. m̄. 1. quadrato, & hoc æquatur producto partium inuicē, quod est $\frac{1}{2}$ quadratū m. 10. quare 1$\frac{1}{2}$ quad. æquatur 50. igitur res est ℞. 33$\frac{1}{3}$, ex hoc fac duas partes, quarū quadrata iuncta sint 20. & erūt ℞. 8$\frac{1}{3}$, p̄. ℞. 1$\frac{2}{3}$, & ℞. 8$\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $\frac{2}{3}$. Et hac regula deducuntur octo quæstiones, quas ego ob vehementem similitudinem Sorores appellaui, ad capitula melius, quam alia.

Sequuntur octo quæstiones, quæ vocantur Sorores, quarum vltima sola pro aliarum exemplo declaratur.

Qvæstio VI.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sunt 10. & cubi sint 30. pones aggregatum numerorum positionem, & facies partes ex ea, quarum quadrata iuncta sint 10. inde iunge cubos illarum partium, & habebis cubum p̄. 60. æqualia 30. rebus.

Qvæstio VII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & differentia cuborum illorum, sit 15. pone aggregatum eorum vt priùs, rem, & habebis 1. cub. quadratum, æquale 300. quadratis p̄. 1100.

Qvæstio VIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & ex ductu cuiuslbet eorum in quadratum alterius, producta iuncta faciant 20. pones eodem modo aggregatum numerorum, rem, & habebis 1. cub. quadratum p̄. 300. quadratis p̄. 800. positionibus, æqualia 40. quadr. quadratis p̄. 1600.

Qvæstio IX.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & producta vnius in alterius quadratum mutuò, differant per 4. Pones vt priùs aggregatum, rem, & habebis 1. cub. quadratum p̄. 500. quadratis æqualia 40. quad. quadratis p̄. 1936.

Qvæstio X.

Inuenias duos numeros, quorum differentia quadratorum sit 10. & cuborum aggregatum sit 100. Pones aggregatum numerorum, rem, & facies ex ea partes, quarum quadrata differant in 10. & eas duces ad cubum, & habis 1. quad. quadratum p̄. 300. æqualia 400. positionibus.

Qvæstio XI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & cuborum differentia sit 100. Pones vt priùs, aggregatum numerorum, rem, & habebis 1. quad. quadratum p̄. 33$\frac{1}{3}$, æqualia 13$\frac{1}{3}$ cubis.

Qvæstio XII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & aggregatum productorum vnius in quadratum alterius mutuo, sit 100. Pones vt priùs aggregatum illorum, rem, & habebis 1. quad. quadratum æquale 400. rebus p̄. 100.

Qvæstio XIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & differentia productorum vnius in alterius quadratorum, sit 100. hanc explicabo diligenter, vt sit forma operandi, atque exemplar in reliquis, non solùm septem præcedentibus, sed & aliis multis, quæ formari possunt in hoc genere.

 Ponam

Ponam igitur illorum aggregatum, rem, & per regulam de modo, vel capituli operationum in quarto libro, faciam ex ea duas partes, quarum quadratorum differentia sit 10. & est, vt diuidas illam differentiam sci-

$\frac{1}{2}$ pos. $\frac{5}{1.\ pos.}$ | $\frac{1}{2}$ pos. m̃. $\frac{5}{1.\ pos.}$
$\frac{1}{4}$ quad. p $\frac{25}{1.\ quad.}$ m̃. 5. | $\frac{1}{4}$ quad. p̃ $\frac{25}{1.\ quad.}$ p̃. 5.

$2\frac{1}{2}$ pos. m̃. $1\frac{1}{4}$ | $1\frac{1}{4}$ pos. m̃. $2\frac{1}{2}$
pos. m̃. $\frac{25}{1.\ cub.}$ | pos. p̃. $\frac{125}{1.\ cub.}$

Differentia $2\frac{1}{2}$ pos. m̃. $\frac{250}{1.\ cub.}$ æqualia 100.
1. quad. quad. æquale 40. cub. p̃. 100.

licet 10. per duplum diuidendi, quod est 2. positiones, exiens quod est $\frac{5}{1.\ pos.}$ addes & minues dimidio diuidendi, quod est $\frac{1}{2}$ positio, habebis partes, & quadrata illarum, quæ suppone permutato ordine suis radicibus, vt in figura patet, duces igitur inferiora in sua superiora, sufficitque in his, quorum volumus differentiam multiplicare, partes dissimiles, id est quæ in vno producant p̃. in alio m̃. sicut in aggregandis sufficit multiplicare partes similes, nam reliquæ per se cadunt, duc igitur $\frac{1}{2}$ position. in m̃. $\frac{5}{1.\ pos.}$ m̃. 5. & $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. $\frac{5}{1.\ quad.}$ quia vbi vna producit p̃. alia producit m̃. & detrahe m̃. à p̃. & hoc non est aliud, quàm duplicare vnum illorum productorum, habebis differentiam vnius producti ab altero, $2\frac{1}{2}$ positiones m̃. $\frac{250}{1.\ cub.}$ igitur hoc æquatur 100. diuide omnia per $2\frac{1}{2}$, & multiplica per 1. cubum, habebis 1. quad. quadratum æquale 40. cubis p̃. 100. & ita in aliis, & posses super hoc statuere regulam de modo, dicendo, cùm duo numeri, quorum quadratorum differentia est constituta ex multiplicatione vicissim in quadrata, debent producere aliquam differentiam inter ipsa producta, tunc erit quad. quadratum æquale quadrato differentiæ quadratorum, & totidem cubis, quotus est numerus, qui prouenit, diuiso numero differentiæ productorum per quartam partem differentiæ quadratorum, velut si dicam, inuenias duos numeros quorum quadratorum differentia sit 6. & productorum vnius in quadratum alterius differentia sit 60. dicemus igitur 1. quad. quadratum æquabitur 40. cubis p̃. 36. & ita de aliis.

REGVLA II.

Est & alius modus regulæ aggregati, longè subtilior præcedente, & facit duas positiones simul & duas conuersiones, & nihil est subtilius his in regulis, & inueni ipsum in quodam fragmento fratris Lucæ, & tandem reduxi ipsum post multos labores, quia vix poterat legi in hac parte, vel percipi imago huius regulæ, & ego explicabo eam faciliter, & nisi esset, quod non est multum generalis hic modus, quantum ad ostendendam æstimationem rei, licet quo ad positionem sit amplissimus, nihil aliud posset excogitari præstantiùs, & exemplum ac regula erit in quæstionibus.

QVÆSTIO XIV.

Inuenias duos numeros, ex quorum ductu vnius in alterum producatur 8. & quadrata iuncta cum ipsis numeris, faciant 40. Pones aggregatum illorum numerorum $\frac{1}{2}$ quantitatem, & alterum ex illis 1. positionem, reliquus igitur est $\frac{1}{2}$ quantit. m̃. 1. positione, duc inuicem, fiunt $\frac{1}{2}$ quant. pos. m. 1. quadrato, & hoc æquatur 8. igitur habes quadratum p̃. 8. æquale quantitati, cuidam rerum. Sequere igitur capitulum, accipe dimidium numeri rerum, id est $\frac{1}{4}$ quantitatis, vt in capitulo quinto doceris, quando quadratum & numerus æquantur rebus, duc igitur $\frac{1}{4}$ quantitatis in se, fit $\frac{1}{16}$ quad. quan. abiice 8. numerum æquationis, fit $\frac{1}{16}$ quad quan. m. 8. accipe ℞. v. quam adde, ac minue, ad $\frac{1}{4}$ quantitatis, dimidium numeri rerum, fiet rei æstimatio, seu numeri quæsiti, quorum vnus est, $\frac{1}{4}$ quantitatis p̃. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad quan. m. 8 & alter, $\frac{1}{4}$ quantitatis m. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8. horum igitur quadrata, addito aggregato numerorum, id est $\frac{1}{2}$ quantitatis,

$\frac{1}{2}$ quan.
1. pos. | $\frac{1}{2}$ quan. m. 1. pos.
$\frac{1}{2}$ quan. pos. m. 1. quad.
æqualis 8.
$\frac{1}{4}$ quan.
$\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{4}$ quad. p̃. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{4}$ quan. m. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.

$\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{2}$ quan.

$\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 16. p̃. $\frac{1}{2}$ quan. æqualis 40.

1. quad. quan. p̃. 2. quan. æqualis 224.
æstimatio rei ℞. 225. m. 1.

æquantur 40. quadrata igitur partium, cadentibus vicissim multiplicationibus $\frac{1}{4}$ quantitatis in ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8. quia sunt æqualia, m. & p̃. erunt $\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8. & $\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8. iuncta igitur $\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 16. æqualia cum $\frac{1}{2}$ quantitatis, aggregato numerorum ad 40. pone igitur pro quantitate rem, erit $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. $\frac{1}{2}$ positione æquale 56. igitur 1. quadratum p̃. 2. positionibus, æquatur 224. quare res valet ℞. 225. m. 1. id est 14. & tantundem valet quantitas, sed nos posuimus dimidium quantitatis aggregatum, igitur aggregatum numerorum est 7. fac ex 7. duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat 8. & erunt $3\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $4\frac{1}{4}$, & $3\frac{1}{2}$ m. ℞. $4\frac{1}{4}$, numeri quæsiti, quorum quadrata cum numeris ipsis sunt 40.

Et si quis quærat, quid prosit hæc regula, cuique possit opitulari præter primam? Respondeo, Prima indiget regula speciali sexti libri in operando, hæc autem liberè vsque in finem agit, deducendo, quod quàm pulcherrimum vltra id quod vtilissimum est, nullo alieno indigere præsidio. Est & aliud exemplum. Notandum

QVÆ-

Qvæstio XV.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producatur 6. & quorum cubi iuncti faciant 100. Ponemus $\frac{1}{2}$ quantitatem p o aggregato, & partem vnam rem, alia erit $\frac{1}{2}$ quantitas m̃. re, duc partes inui-

$\frac{1}{2}$ quan.
1. poſ. | $\frac{1}{2}$ quan. m̃. 1. poſ.
$\frac{1}{2}$ quan. poſ. m̃. 1. quad.
æqualis 6.

$\frac{1}{4}$ quan. p̃. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan m̃. 6. | poſ.
$\frac{1}{4}$ quan. m̃. ℞. v. $\frac{1}{1}$ quad. quan. m̃. 6. | poſ.

$\frac{1}{16}$ cub. quan. m̃. $4\frac{1}{2}$ quan. | cubus.
$\frac{1}{1}$ cub. quan. m̃. $4\frac{1}{2}$ quan. | cubus.

$\frac{1}{8}$ cub. quan. m̃. 9. quan. æqualia 100.
1. cub. æqualis 72. res p. 800.

cem, habebis $\frac{1}{2}$ quan. poſ. m̃. 1. quadrato æqualia 6. ſequere æquationem tanquam $\frac{1}{2}$ quantitas eſſet aliquis numerus, & habebis æſtimationem, duas æſtimationes poſ. ſcilicet, $\frac{1}{4}$ quantitatis p̃. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m̃. 9. & $\frac{1}{1}$ quantitatis m. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m̃. 6. horum cubi debent æquari 100. duc ad cubum, dimittendo partes, quæ in vno ſunt p̃. in alio m̃. habebis $\frac{1}{16}$ cub. quan. m̃. $4\frac{1}{2}$ quantitatibus pro ſingulis partibus, quare in totum $\frac{1}{8}$ cub. quan. m. 9. quantitatibus, æqualia 200. permuta cub. quan. in cubum rei, & quantitatem in rem, & reduces ad 1. cubum, habebis cubum, æqualem 72. rebus p̃. 800. & rei æſtimatio erit æſtimatio quãtitatis, ſcilicet ℞. v. cubica 400. p̃ ℞ 146176. huius igitur dimidium, quod eſt ℞. v cubica 50. p̃. ℞. 2284. p̃ ℞. v. cubica 50. m̃. ℞. 2287. eſt aggregatum quæſitorum numerorum, & partes ſunt, ℞. v. cubicæ quæſitæ, ſed hoc apparet alia operatione.

Qvæstio XVI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia ſit 10. & ex maiore illorum iuncto cum ſuis quadratis, fiat 40. Pones aggregatum numerorum rem, & vnam partem $\frac{1}{2}$ quantitatem, reliqua erit

1. poſ.
$\frac{1}{2}$ quan. | 1. poſ. m̃. $\frac{1}{2}$ quan.
$\frac{1}{4}$ quad. quan. | 1. quad. p̃. $\frac{1}{4}$
quad. quan. m̃. 1. quan. poſ.

$\frac{1}{2}$ quan. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad quan. m̃. 10. | poſ.
$\frac{1}{2}$ quan. m̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad quan. p̃ 10. | poſ.

$\frac{1}{4}$ quad. quan. | $\frac{1}{4}$ qd. q. m̃. 10. | $\frac{1}{2}$ quan.
1. quad. quan. p̃. 1. quan æquantur 100.

res m̃. $\frac{1}{2}$ quantitatis, duc in ſe partes, habebis $\frac{1}{4}$ quad. quan. & 1. quadratum p̃. $\frac{1}{4}$ quad. quan. m̃. 1. quan. poſ. ſume differentiam, quæ erit 1. quan. poſ. m̃. 1. quad. & hoc æquatur 10. igitur rei æſtimatio eſt $\frac{1}{2}$ quantitas p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 10. & $\frac{1}{2}$ quantitas m. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 10. horum quoduis æquatur 1. poſitioni, & iam poſitio diuiſa fuit in $\frac{1}{2}$ quantitatem, & poſitionem m̃. $\frac{1}{2}$ quantitate, igitur cum $\frac{1}{2}$ quantitas ſit communis vtrobique erit ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quan. m̃. 10. æqualis 1. poſitioni m̃. $\frac{1}{2}$ quantitatis, igitur quadrata partium, quæ ſunt $\frac{1}{4}$ quad. quan. & $\frac{1}{4}$ quad. quan. m̃. 10. cum vna partium, ſcilicet $\frac{1}{2}$ quantitate, æquantur 40. quare 1. quad. quan. p. 1. quantitate, æquantur 100. res igitur quæ eſt quantitas, eſt ℞. $100\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$, & quia nos poſuimus $\frac{1}{2}$ quantitatis, erit vna pars, ℞. $25\frac{1}{1}$ m̃. $\frac{1}{4}$, dimidium ſcilicet ℞. $100\frac{1}{4}$ m. $\frac{1}{2}$, & minor erit ℞. v. $15\frac{1}{8}$ m. ℞. $6\frac{17}{64}$. Et generaliter in hac regula, qui plus valet ingenio, plus valet in operatione, nam modi ſunt complures, & de omnibus dicere longum foret. Iſta igitur ſufficiant, & ad exempla primæ regulæ denuo tranſeamus, quærentes hoc modo.

Qvæstio XVII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratum ſecundi, æquale ſit ductui primi in aggregatum, & quadrata illorum iuncta ſint 10. vides manifeſtè, quod ſi ponatur aggregatum illorum res, ipſa erit diuidenda ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, erúntque partes, ℞. v. $\frac{5}{4}$ quadrati m. $\frac{1}{2}$ poſitionis: & $1\frac{1}{2}$ poſitiones m̃. ℞ v. $\frac{1}{4}$ quadrati harum igitur quadrata erunt 5. quadrata m̃. ℞. 20. quad. quadrato-

℞. v. $2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 5. p̃. ℞. v. $2\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 5.
℞ v. $2\frac{1}{2}$ p. ℞. 5. m̃. ℞. v $2\frac{1}{2}$ m̃ ℞. 5.

rum, & erunt æqualia 10. igitur ex capitulo argumentando p̃. & m̃. 5. quadrata m̃. 10. æquantur ℞. 20. quad. quadratorum, quare partes erunt vt vides,

Qvæstio XVIII.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum primus & ſecundus æquentur tertio, & quadrata primi & ſecundi iuncta ſint 10. Pones tertium 1. poſitionem, fac de 1. poſitione duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 10. & erunt $\frac{1}{2}$ poſitionis p̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ quadrati & $\frac{1}{2}$ poſitio m̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ quadrati, duc 1. poſitionem in minorem, & producetur quadratum maioris, aliter diuides 1. poſitionem ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, inde duces partes ad quadratum, & quadrata iuncta erunt 10. partes igitur erunt.

pa	℞ v. $22\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 405. m̃. ℞. v. $12\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 125.
2a	℞. v. $12\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 125. m. ℞. v. $2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 5.
3a	℞. v. 10. p̃. ℞. 80.

Qvæ-

Qvæstio XIX.

Similiter, ſi quis dicat. inuenias tres numeros in continua proportione, ex quorum ductu primi in ſecundum fiat 10. & primus cum ſecundo æquentur tertio, eodem modo procedendo habebis quantitates.

pª	℞.v.℞.$31\frac{1}{4}$ p̄. 5. m̄.℞.v.℞.$31\frac{1}{4}$ m̄. 5.
2ª	℞.v.℞.$31\frac{1}{4}$ p̄.5 p̄.℞.v.℞.$31\frac{1}{4}$ m̄.5.
3ª	℞.v.℞.500. p̄. 20.

Capvt XXXVI.

De Regula liberæ poſitionis.

EST regula pro quæſtionibus, quæ conſequuntur proprietates numerorum vniuerſales, quas homo ignorat, inde quærens regulas, laborat inaniter, non enim proportionem exigunt, nec tamen in omnibus quantitatibus inueniri queunt, tales autem ſunt,

Qvæstio I.

Inuenias quinque quantitates, quarum ſecundæ quadratum, æquale ſit aggregato earum, cum quadrato primæ, ſintque hæ quantitates in continua proportione, ponam igitur in quacunque voluero proportione, ab vna poſitione inchoando, velut in figura vides, eritque in dupla (exempli gratiâ) quadratum ſecundæ, 4. quadrata, & hoc æquatur 1. quadrato quod eſt quadratum primæ & 31. rebus, igitur 3. quadrata æquantur 31. rebus, & res erit $10\frac{1}{3}$, & reliquæ ſecundum duplam proportionem, vt vides, $10\frac{1}{3}$, $20\frac{2}{3}$, $41\frac{1}{3}$, $82\frac{2}{3}$, $165\frac{1}{3}$.

1. quad.	1. poſ.
4. quad.	2. poſ.
	4. poſ.
	8. poſ.
	16. poſ.
3. quad. æqualia	31. poſ.

Qvæstio II.

Inuenias duos numeros, in proportione dupla, quorum quadrata, vel cubi, vel relati, ſint æqualia ipſis, & ſit exemplum de relatis, tanquam magis admirandis. Ponemus igitur in proportione dupla, 1. poſitionem & 2. poſitiones, quorum relata erunt, 32. relata prima, & 1. relatum primum, iunge, fient 33. relata prima, æqualia 3. rebus, igitur per capitulum ſimplex, res erit ℞.℞.$\frac{1}{11}$, diuiſo 3. per 33. reliqua quantitas igitur erit ℞.℞.$1\frac{5}{11}$, ſcilicet duplum ℞.℞.$\frac{1}{11}$.

Qvæstio III.

Inuenias tres quantitates in continua proportione, quarum proportio ſit tripla, & $\frac{1}{4}$ aggregati, in ſe ductum, producat $\frac{1}{7}$ ſecundæ quantitatis. Ponemus igitur quantitates, 1. poſitionem, 3. poſ. 9. poſ. harum aggregatum eſt 13. poſitiones, cuius $\frac{1}{4}$ eſt $3\frac{1}{4}$ poſitiones, & quadratum eſt $10\frac{9}{16}$, & hoc eſt $\frac{1}{7}$ de 3. poſitionibus, igitur $73\frac{15}{16}$ quadrata, æquantur 3. poſitionibus, quare poſitio eſt $\frac{48}{1183}$, & quantitas ſecunda erit $\frac{144}{1183}$ & tertia erit $\frac{432}{1183}$.

Qvæstio IV.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum ſecundus ſit 10. & $\frac{1}{20}$, aggregati omnium in ſe ductum, producat ſeptuplum ſecundi, ponemus primum rem, igitur tertius erit $\frac{100}{1.\ poſ.}$, & quia $\frac{1}{20}$ aggregati in ſe ductum, producit ſeptuplum ſecundi, igitur producit 70. & ℞. 70. eſt $\frac{1}{20}$ aggregati, igitur aggregatum eſt ℞. 28000. & ideo prima & tertia, erunt ℞. 28000. m̄. 10. & hoc æquale eſt 1. poſitioni p̄. $\frac{100}{1.\ poſ.}$, igitur 1. quadratum p̄. 100. æquatur poſitionibus ℞. 28000. m̄. 10. igitur prima quantitas fuit ℞. 7000. m̄. 5. m̄. ℞.v.6925. m̄. ℞. 700000. & tertia quantitas erit ℞. 7000. m̄. 5. p̄. ℞. v. 6925. m̄ ℞. 700000. poſſet etiam breuius fieri, ſed abſque poſitione.

Capvt XXXVII.

De Regula falſum ponendi.

Regvla I.

HÆC regula triplex eſt, aut enim ponit m̄. aut quærit ℞. m̄. aut quærit quod non eſt. Primò igitur quærimus quæſtionum ſolutiones, quæ per p̄. vera re minimè licet, velut ſi quis dicat, quadratum æquatur 4. rebus p̄. 32. & in eadem æſtimatione, quadratum æquatur 1. rei p̄. 20. tunc ſi velles ſequi æſtimationem veram, in prima res eſſet 8. in ſecunda autem quæſtione 5. ſed ſi dicas conuertendo, igitur quadratum p̄. 4. rebus, æquatur 32. & res erit 4. & in hoc etiam verum erit, quòd quadratum & res, æquantur 20. dic igitur, ſi 4. p̄. ſeruit his quæſitis, igitur 4. m̄. eſt æſtimatio 1. quadrati: æqualis 4. rebus p̄. 32. & 1. quadratum æquale 1. rei p̄. 20. ideo conuertes capitula, vt in primo capitulo diximus, & ſi caſus eſt impoſſibilis, in vtroque quæſtio falſa eſt, per p̄. & per m̄. & ſi vera eſt, per p̄. in vno, erit vera per m̄. in alio, & eiuſcemodi generis eſt quæſtio hæc.

Qvæstio I.

Dos vxoris Franciſci, eſt aurei 100. pluſquam Franciſci peculium, & dos vxoris eius in ſe ducta, eſt aurei 400. plus peculio Franciſci in ſe ducto, quæritur dos, & peculium. Ponemus Franciſcum habere rem vnam m̄. igitur dos vxoris eſt aurei 100. m̄. 1. re, duc partes in ſe, fient 1. quadratum & 10000. p̄. 1. quadrato m̄ 200. ſi poſitionibus, horum differentia eſt 400. aurei, igitur 1. quadratum p̄. 400. p̄. 200. poſitionibus

bus

m̄. 1. poſ. | 100. m̄. 1. poſ.
1. quad. | 10000. p̄. 1. quad.
m̄. 200. poſ.
differentia 10000. m̄. 200.
poſ. æqualis 400.

bus æquantur 10000. p̄. 1. quadrato, abiice communia, habebis 9600. æqualia 200. poſitionibus. Igitur res eſt 48. & tantum habuit m̄. id eſt debiti, & dos erit reſiduum ad 100. ſcilicet 52. igitur Franciſcus habuit 48. aureos debiti, ſine vllo capitali vel peculio: & dos eius vxoris fuit 52. aureorum, & ſic his operando peruenires ad quæſtiones difficillimas, ac inextricabiles. Talis modi etiam hæc eſt.

Qvæstio II.

Ego habeo aureos 12. plus Franciſco, & cubus meorum eſt, 1161. aurei plus cubo Franciſci, ponatur 1. res m̄. Franciſco, ego habeo 12. aureos m̄. 1. poſitione duc ad cubum partes, fient 1. cubus m̄. & 1728. p. 36. quadratis m̄. 432. rebus m̄. 1. cubo, & horum differentia, eſt 1161. igitur 1. cubus m̄. p̄. 422. rebus p. 1161. æquabitur 1728. p̄. 36. quadratis m̄. 1. cubo, abiice m̄. 1. cubum & 1161. ex vtraque parte, fient 432. res æquales 36. quadratis p. 567. quare 1. quadratum p. 15$\frac{3}{4}$, æqualia 12. rebus, igitur res eſt 1—, & hoc habuit m̄. Franciſcus, & ego 10$\frac{1}{2}$ p̄. & tot ſunt aurei quæſiti.

Qvæstio III.

Et eodem modo, ſi dicam etiam ſic, aurei mei ſunt 12. p̄. quàm illi Franciſci. Et quadratum meorum eſt 128. p̄. cubo aureorum Franciſci, dabimus rem vnam m. Franciſco, ego verò habeo 12. aureos m. 1. re, & quadratum meorum erit 144. p̄. 1. quadrata m̄. 24. rebus, & hoc æquale eſt m. 1. cubo p. 128. igitur 16. p̄. 1. quadrato p. 1. cubo, æquatur 24. rebus, Et res erit 4. m̄. & tantum habet Franciſcus debiti, ego verò aureos 8. peculij.

Regvla II.

Secundum genus poſitionis falſæ, eſt per radicem m̄. Et dabo exemplum, ſi quis dicat, diuide 10. in duas partes, ex quarum vnius in reliquam ductu, producatur 30. aut 40. manifeſtum eſt quad caſus ſeu quæſtio eſt impoſſibilis, ſic tamen operabimur, diuidemus 10. per æqualia, & fiet eius medietas 5. duc in ſe fit 25. auferes ex 25. ipſum producendum, vtpote 40. vt docui te, in capitulo operationum, in quarto libro, fiet reſiduum m̄. 15. cuius R̸. addita & detracta à 5. oſtendit partes, quæ inuicem ductæ producunt 40. erunt igitur hæ, 5. p̄. R̸. m̄. 15. & 5. m̄. R̸. m̄. 15.

Demonstratio.

Vt igitur regulæ verus pateat intellectus, ſit a b linea, quæ dicatur 10. diuidenda in duas partes, quarum rectangulum debeat eſſe 40. eſt autem 40. quadruplum ad



10. quare nos volumus quadruplum totius a b, igitur fiat a d, quadratum a c, dimidij a b, & ex a d auferatur quadruplum a b, abſque numero, R̸. igitur reſidui, ſi aliquid maneret, addita & detracta ex a c, oſtenderet partes, at quia tale reſiduum eſt minus, ideo imaginaberis R̸. m̄. 15. id eſt differentiæ a d, & quadrupli a b, quam adde & minue ex a c, & habebis quæſitum, ſcilicet 5. p̄. R̸. v. 25. m̄. 40. & 5. m̄. R̸. v. 25. m̄. 40. ſeu 5. p̄. R̸. m̄. 15. & 5. m. R̸. m. 15. duc 5. p̄. R̸. m. 15. in 5. m. R̸. m. 15. dimiſſis incruciationibus, fit 25. m. m. 15. quod eſt p̄. 15. igitur hoc productum eſt 40. natura tamen a d, non eſt eadem cum natura 40. nec a b, quia ſuperficies eſt

5. p̄. R̸. m̄. 15.
5. m̄. R̸. m. 15.

25 . m̄. 15. quad. eſt 40.

remota à natura numeri, & lineæ, proximius tamen huic quantitati, quæ verè eſt ſophiſtica, quoniam per eam, non vt in puro m. nec in aliis operationes exercere licet, nec venari quid ſit. Modus eſt, vt addas quadratū medietatis numeri numero producendo, & a R̸. aggregati minuas ac addas dimidium diuidendi. Exemplum, in hoc caſu, diuide 10. in duas partes, producentes 40. adde 25. quadratum dimidij 10. ad 40. fit 65. ab huius R̸. minue 5. & adde etiam 5. habebis partes ſecundùm ſimilitudinem, R̸. 65. p̄. 5. & R̸. 65. m. 5. At hi numeri differunt in 10. non iuncti faciunt 10. ſed R̸. 260. & hucuſque progreditur Arithmetica ſubtilitas, cuius hoc extremum vt dixi, adeò eſt ſubtile, vt ſit inutile.

Qvæstio IV.

Fac de 8. duas partes, quarum quadrata iuncta ſint 50. hæc ſoluitur per primam, non per ſecundam regulam, eſt enim de puro m. ideo duc 3. dimidium 6. in ſe fit 9. minue ex dimidio 50. quod eſt 25. fit reſiduum 16. cuius R̸. 4. adde & minue à 3. dimidio 6. fiunt partes 7. & 1. m. harum quadrata iuncta ſunt 50. & aggregatum eſt 6.

Qvæstio V.

Per idem ſoluitur quæſtio hæc, fac ex 6. duas partes, quarum vna in reliquam ducta, producatur m. 40. duc 3. dimidium 6. in ſe, fit 9. adde ad 40. fit 49. huius R̸. quæ eſt

7. ad-

7. adde ad 3. dimidium 6. & minue habebis 10. p̃. & 4. m̃. quæ ducta inuicem producunt 40. m̃. & iuncta, faciunt 6. ita 10. m̃. & 4. p̃. producunt 40. m̃. & iuncta, faciunt 6. m̃. ideo etiam hæc quæſtio, eſt de puro m̃. & pertinet ad primam regulam.

Ex hoc patet, quod ſi quis dicat, fac de 6. duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producatur 40. quæſtio eſt de m̃. ſophiſtico, & pertinet ad ſecundam regulam. Et ſi dicat, fac de 6. duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem producatur 40. m̃. vel ex 6. m̃. fiant duæ partes producentes m̃. 40. vtroque modo erit quæſtio de m̃. puro, & pertinebit ad primam regulam, & tales partes erunt quæ dictæ ſunt, & ſi dicat, quod ex 6. m̃. fiant duæ partes, quarum productum ſit 40. p. quæſtio erit de m̃. ſophiſtico, & pertinebit ad ſecundam regulam, & erunt partes m̃. 3. p̃. ℞. m̃. 15. & m̃. 3. m. ℞. m. 15.

Regvla III.

Coroll. Poſſumus verò venari genus m. aliud, quod neque eſt purum m. neque ℞. m. ſed res omnino falſa, & componitur hæc regula quaſi ex ambobus, & dabo huius vnum exemplum, quod eſt hoc.

Qvæstio VI.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum ℞. primi detracta à primo, facit ſecundum, & ℞. ſecundi, detracta à ſecundo, faciet tertium. Ponemus igitur primum, 1. quadratum, & ſecundus erit 1. quad. m. 1. poſitione, & tertius erit 1. quad. m. 1. poſitione m. ℞. 1. quadrati m. 1. poſitione, duc primum in tertium, & ſecundum in ſe, habebis quantitates ipſas,

$\frac{1}{4}$	m. $\frac{1}{4}$	m. $\frac{1}{4}$ m. ℞. m. $\frac{1}{4}$

operando vt vides, & productum primi in tertium, eſt m. $\frac{1}{16}$ p. ℞. $\frac{1}{64}$, quod eſt $\frac{1}{8}$ m. $\frac{1}{16}$, & tantum fit ducto ſecundo numero in ſe.

Capvt XXXVIII.

Quomodo excidant partes & denominationes multiplicando.

Regvla I.

Etsi hoc & generale ſit, & abūdè in libro tertio & quarto demonſtratū, nihilominus denuo ad facilitatem & vtilitatē repetendū erit, fit autem hoc duobus modis, totidémque regulis indigemus, quarum prima particularis eſt, & inuenta cauſa capitulorum illorum, quæ poſtmodum Geom tricâ ratione, in quatuor denominationibus ſuperiùs à nobis ſunt demonſtrata, nunc inuentis i lis, eius vtilitas magna ex parte extincta eſt, docebimus tamen eam ob artis locupletationem, & ingenij eius admirationem cùm etiam ad alia vtilis ſit, ad quæ transferri commodè poteſt, quanquam nullo vſui generali poſſit conuenire. Igitur eius regula hæc eſt. Vel vis numeros differentes, quorum quadratum vnius, cum cubo alterius faciant iuncti, numerum: tunc diuides differentiam illam in duas partes, quarum triplum quadrati vnius, ſit æquale duplo alterius, per poſitionem, inde inuentis partibus, pones rem, p. parte, cuius ſumitur triplum quadrati, pro parte cubanda, & partem quadrandam, rem m. parte, cuius ſumitur duplum, inde peracta operatione, peruenies ad cubum, ac quadrata æqualia numero, excidentibus rebus.

Qvæstio I.

Exemplum, Inuenias duos numeros, quorum differentia ſit 8. & cubus vnius, cum alterius quadrato iunctus, faciat 100. fac primò per poſitionem duas partes, quarum triplum quadrati vnius, ſit æquale duplo alterius, quas inuenies eſſe 2. & 6. nam triplum 4. quadrati 2. eſt 12. quod eſt duplum 6. reſidui, igitur pones partem cubandam poſitionem p̃. 2. & quadrandam poſitionem m. 6. iunge cubum 1. poſitionis, p. 2. cum quadrato 1. poſitionis m. 6. habes 1. cub. p. 7. quadratis p. 44. æqualia 100. igitur 1. cub. p. 7. quadratis, æquatur 56. & rei æſtimatio erit ℞. v. cubica 15 $\frac{8}{27}$

pof. p. 2.
pof. m. 6.
cu. p. 12. pof. p̃. 6. quad. p̃. 8.
m. 12. pof. p̃. 1. quad. p̃. 36.

cub. p. 7. quad. p. 44.
æqualis 100.

p. ℞. 72 $\frac{16}{27}$ p. ℞. v. cubica 15 $\frac{8}{27}$ m. ℞. 72 $\frac{16}{27}$ m. 2 $\frac{1}{3}$, & quia partes fuerunt, res p. 2. & res m. 6. ideo huic adde 2. & minue 6. habebis partes,. vt vides à latere. Eſt autem manifeſtum, quod vna illarum eſt m. purum, & ſi voluiſſes vt eſſent ambæ p. oportuiſſet ponere, quòd cubus & quadratum talium numerorum æquarentur numero maiori, vt putà 1000. loco 100.

℞. v. cub. 15 $\frac{8}{27}$ p. ℞. 72 $\frac{16}{27}$ p. ℞. v. cub. 15 $\frac{8}{27}$ m. ℞. 72 $\frac{16}{27}$ m. $\frac{1}{3}$.
℞. v. cub. 15 $\frac{8}{27}$ p. ℞. 72 $\frac{16}{27}$ p. ℞. v. cub. 15 $\frac{8}{27}$ m. ℞. 72 $\frac{16}{27}$ m. 8 $\frac{1}{3}$.

Et eodem modo facies, ſi volueris, quod numerorum differentium in aliquo numero, cubus & quadratum differāt in aſſignato numero, eadem regulâ inuenies partes differentiæ, quibus inuentis, pones econtra, ſcilicet poſitionem m. numero, cuius ſumitur triplum quadrati, & poſitionem p. numero, cuius ſumitur duplum, inde ſequeris operationem, vt in exemplo.

Qvæstio II.

Inuenias duos numeros, quorum differentia

tia ſit 8. & differentia cubi vnius, à quadrato alterius, ſit 100. facies ex 8. duas partes, vt dictum eſt, & erunt 2. & 6. pones igitur

| poſ. m̄. 2.
| poſ. p̄. 6.
| cub. p̄. 12. poſ. m̄. 6. quad. m̄. 8.
| p̄. 12. poſ. p̄. 1. quad. p̄. 36.
| cub. m̄. 7. quad. m̄. 44.
| æqualis 100.

rem m̄. 2. & rem p̄. 6. cuba rem m̄. 2. & quadra rem p̄. 6. & ſume differentiam, habebis cubum m̄. 7. quadratis m̄. 44. æqualem 100. quare cubus æquabitur 7. quadratis p̄. 144. & rei æſtimatio erit ℞. v. cubica $84\frac{19}{27}$ p̄. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cubica $84\frac{19}{27}$ m̄. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̄. $2\frac{1}{3}$, & quia nos poſuimus partes, rem m̄. 2. & rem p̄. 6. erunt numeri quæſiti, vt vides.

Et ſimiliter, ſi dicat, duas fac partes ex aliquo numero, quorum quadratum vnius, cum cubo alterius iunctum, faciat aliquem numerum, facies enim duas partes ex numero diuidendo, vt ſuprà, quarum vni, ſcilicet cuius ſumitur triplum quadrati, addes rem, alteri cuius ſumitur duplum ipſius, detrahes rem, inde perficies operationem, vt in exemplo.

| ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p̄. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m̄. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̄. $\frac{1}{3}$.
| ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p̄. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m̄. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̄. $8\frac{1}{3}$.

QVÆSTIO III.

Fac ex 8. duas partes, quarum cubus vnius, cum quadrato alterius, faciat 400. facies ex 8. duas partes, vt priùs, quæ erunt 6. & 2. & pones 2. p̄. re, & 6. m̄. re, duces 2. p̄. 1. poſitione ad cubum, & 6. m̄. 1. poſitione ad quadratum, habebis iungendo 1. cub. p̄. 7. quadratis p̄. 44. æqualia 400. igitur 1. cub. p. 7. quadratis, æquatur 356. quare rei æſtimatio, eſt ℞. v. cubica $165\frac{8}{27}$ p. ℞. $27161\frac{13}{27}$ p. ℞. v. cubica $165\frac{8}{27}$ m̄. ℞. $27161\frac{13}{27}$ m̄. $2\frac{1}{3}$, quare cùm partes ſint 2. p. 1. poſitione, & 6. m̄. 1. poſitione, ipſæ erunt quales vides, $8\frac{1}{3}$ m̄. ℞. v. cubica $165\frac{8}{27}$ p. ℞. $27161\frac{13}{27}$ m̄. ℞. v. cubica $165\frac{8}{27}$ m̄. ℞. $27161\frac{13}{27}$ ℞. v. cubica $165\frac{8}{27}$ p. ℞. $27161\frac{13}{27}$ p. ℞. v. cubica $165\frac{8}{27}$ m̄. ℞. $27161\frac{13}{27}$ m̄. $\frac{1}{3}$.

| 2. p̄. 1. poſ.
| 6. m̄. 1. poſ.
| 8. p̄. 6. quad. p̄. 12. poſ. p̄. 1. cub.
| 36. p. 1. quad. m̄. 12. poſ.
| 44. p. 7. quad. p. 1. cub.
| æqualia 400.
| 1. cub. p. 7. quad. æqual. 356.

Et ſi dicat de diuiſione numeri aſſignati, in duas partes, quarum differentia cubi vnius à quadrato alterius, ſit numero dato æqualis, tunc ſemper pones, $\frac{1}{3}$ p̄. 1. poſitione, pro parte quæ cubari debet, & reſiduum numeri diuidendi, detracto $\frac{1}{3}$ m̄. 1. poſitione, pro numero in ſe ducendo, inde facta detractione, habebis cubum & res æquales numero, quare erit cognita vtraque pars confeſtim.

QVÆSTIO IV.

Exemplum, Diuide 8, in duas partes, quarum cubus vnius, excedat quadratum alterius, in 10. Ponemus itaque partem primam $\frac{1}{3}$, & ſecundam $7\frac{2}{3}$, & addemus ad $\frac{1}{3}$, rem, & fiet $\frac{1}{3}$ p. 1. poſitione, & minuemus rem ex $7\frac{2}{3}$, & fiet $7\frac{2}{3}$ m̄. re, inde ſequemur operationem, & habebimus pro cubo, $\frac{1}{3}$ p. 1. poſitione, hoc, in cubo p. 1. quadrato p. $\frac{1}{3}$ poſitionis p. $\frac{1}{27}$, & pro quadrato, 1. quad. m̄. $15\frac{1}{3}$ poſitionibus p. $58\frac{7}{9}$, horum differentia erit 1. cubus p. $15\frac{2}{3}$ poſitionibus m̄. $58\frac{20}{27}$ & hoc æquatur 10. igitur cubus & $15\frac{2}{3}$ poſitiones, æquantur $68\frac{20}{27}$, & rei æſtimatio cognita eſt, cui addemus $\frac{1}{3}$ pro prima parte, & minuemus eam à $7\frac{2}{3}$, pro ſecunda parte, & ſi voluiſſemus, quòd quadratum ſuperaſſet cubum, detraxiſſemus 10. numerum æquationis, ex $58\frac{20}{27}$, & haberemus 1. cubum p. $15\frac{2}{3}$ poſitionibus, æqualem $48\frac{20}{27}$, & modi huius primæ regulæ ſunt innumerabiles, & ſunt quaſi pars regulæ de modo.

| $\frac{1}{3}$ p. 1. poſ.
| $7\frac{2}{3}$ m̄. 1. poſ.
| $\frac{1}{27}$ p. $\frac{1}{3}$ poſ. p. 1. quad. p. 1. cu.
| $58\frac{7}{9}$ m̄. $15\frac{1}{3}$ poſ. p. 1. quad.
| $69\frac{20}{27}$ | $15\frac{2}{3}$ poſ. p. 1. cub.

REGVLA II.

Verum alia regula quæ multum apud nos in vſu eſt, & facilior, talis eſt, & etiam exemplis vt reliquæ facilius explicabitur.

QVÆSTIO V.

Fac igitur ex 8. duas partes, quarum aſſumptis quadratis ſimul, item cubis ſimul, ductóque vno aggregato per alterum, fiat numerus perfectus, poſſem dicere, quòd faceret etiam numerum terminatum, vt 10000. vel alium, datur etiam maximus quem poteſt producere, & eſt 32768. & producitur ex cubo totius, in quadratum totius, datur etiam minimus quo minorem producere non poteſt, & eſt 4096. Videndum eſt igitur primò, an inter hos duos numeros, cadat numerus perfectus, & eſt 8128. qui ſi non caderet, eſſet quæſtio impoſſibilis, pone igitur vnam partem 4. m̄. 1. poſitione, aliam 4. p. 1. poſitione, & fient quadrata, 16. p. 8. poſitionibus p. 1. quadraro, & 16. m. 8. poſitionibus p. 1. quadrato, quæ iuncta erunt 32. p. 2. quadratis, excidentibus rebus, cubi etiam erunt, 64. p. 12. quadratis p. 48. poſitionibus p. 1. cubo, & 64. p. 12. quadratis m̄. 48. poſitionibus m. 1. cubo, qui iuncti, ſunt 128. p. 24. quadratis, quare ducemus 32. p. 2. quadratis, in 128. p. 24. quadratis, & fient 4096. p. 1024. quadratis p. 48. qd. quadratis, & hæc ſunt æqualia 8128. igitur habebimus, facta detra-

detractione & diuisione 1 quad. quadratum p̃. $21\frac{1}{3}$ quadratis, æqualia 84. quare res est ℞. v. ℞. $197\frac{7}{9}$ m̃. $10\frac{2}{3}$, partes igitur sunt 4. p̃. dicta radice & 4. m̃. dicta radice.

Qvæstio VI.

Fac de 10. duas partes, quarum radices quadratæ cubicatæ faciant 26. pone quòd tales ℞. sint 1. positio, fac ex 1. positione duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10, eò quòd radices talium partium debent aggregare 1. positionem, ex regulis igitur sexti libri, vel ex Euclide, habebis partes, vt vides, id est, $\frac{1}{2}$ positionem p̃. ℞. v. 5. m̃.

| $\frac{1}{2}$ pos. p̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ quad.
| $\frac{1}{2}$ pos. m̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ quad.

$\frac{1}{4}$ quadrati & $\frac{1}{2}$ positionis m̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ quadrati, istæ reducendæ sunt ad cubum, & quia in cubando Binomium, oportet ducere quamlibet partium in se, & triplare, & addere quadrato alterius partis, & productum ducere in illam alteram partem, ideo, cùm talia producta assimilentur, & sint æqualia, & vnum sit p̃. aliud m̃. quando duceremus triplum quadrati primæ partis cum quadrato secundæ in secundam, ideo sufficiet ducere triplum quadrati secundæ partis, quod est 15. m̃. $\frac{3}{4}$ quadrati cum quadrato primæ partis, quod est $\frac{1}{4}$ quadrati, & fiet totum 15. m̃. $\frac{3}{4}$ quadrati, in primam partem quæ est $\frac{1}{2}$ positio, sed quia hæc operatio geminanda est, propter duas partes habebimus multiplicationem 15. m. $\frac{1}{2}$ quadrati, in 1. positionem, quæ est duplum $\frac{1}{2}$ positionis primæ partis, igitur tandem producentur 15. positiones m. $\frac{1}{2}$ cubi, æqualis 26. quare 1. cubus p̃. 52. æquabitur 30. positionibus, & rei æstimatio erit ex capituo suo, ℞. 27. m. 1. inde habebis partes, vt vides & in verificatione operationis, multò magis hac regulâ indiges ad facilitatem, verum de hoc diximus in tertio libro suo loco.

| ℞. $6\frac{3}{4}$ m. $\frac{1}{2}$ p. ℞. v. ℞. $6\frac{3}{4}$ m. 2.
| ℞. $6\frac{3}{4}$ m. $\frac{1}{2}$ m. ℞. v. ℞. $6\frac{3}{4}$ m. 2.

Qvæstio VII.

Et ad hanc reducitur quæstio illa. Quidam emit Croci lib. 1. Cinamomi lib 2. Piperis lib. 5. preciis inter se eandem seruantibus proportionem sic, vt se habuit pretium totius piperis, ad precium cinamomi, sic precium cinamomi ad precium croci, ita quòd precium croci fuit minimũ, & piperis maximũ, & cinamomi medium, & hæc tria precia, iuncta simul, fuerunt 6. aurei. Denuo sub eisdem preciis emit croci lib. 30. cinamomi lib. 50. piperis lib. 40. aureis 100. quærantur singulorum precia. Hæc quæstio, à fratre Luca posita est, sed in numeris proportionalibus, nam sic existimat eam admodum difficilem, sed non est, nam cùm precia hæc, 5. librarum piperis, & 2. cinamomi, & 1. croci sint proportionalia, ipsa manebunt etiam proportionalia, in suis aggregatis, diuidemus igitur 30. lib. croci per 1.

Crocus,	Cinamomum,	Piper,	Aurei.
30.	50.	40.	100.
1.	2.	5.	6.
30.	25.	8.	100.

& est secunda quantitas per primam, & ita 50. cinamomi per 2. & 40. piperis per 5. & exibunt numeri in margine, id est 30. pro croco, 25. pro cinamomo, & 8. pro pipere, manifestum est igitur quòd hi sunt numeri trium quantitatum analogarum, quæ sunt precia 1. lib. croci, 2. cinamomi, & 5. piperis & quod prima quantitas seu precium, sumptum 30. vicibus, & secundum 25. vicibus, & tertium 8. vicibus, faciunt 100. aureos, at verò istæ quantitates, vt dictum est, sunt 6. aurei, simpliciter sumptæ, fac igitur ex 6. tres quantitates, proportionales, quarum prima ducta per 30. secunda per 25. tertia per 8. faciant 100. Ponemus igitur, mediam 2. positiones, relinquentur reliquæ, 3. m. 1. positione p. ℞. v. 9. m. 3. quadratis m. 6. positionibus, & 3. m. 1. positione m. ℞. v. 9. m. 3. quadratis m. 6. positionibus, ducendæ igitur sunt singulæ per suos numeros, quia igitur primæ partes Bonomiorum sunt æquales, & ambæ p. tantum erit ducere eas per 30. & per 8. quantum per 38. & similiter, quia radicum vniuersalium vna est m. ducenda per 30. alia p. ducenda per 8. tantum erit, cùm sint æquales, quantum, si ducantur per 22. differentiam 30. & 8. & producentur partes, quas vides à latere, & ipsæ erunt æquales 100. iunge & detrahe similia, habebis 14. p. 12. positionibus, æqualia ℞. v. illi, quæ est m. & ideo quadratum quadrato, id est 196. p. 336. positionibus p. 144. quadratis, æqualia 4356. m. 1452. quadratis m. 2904. positionibus, æqua partes, habebis 4160. æqualia 1596. quadratis p. 3240. positionibus, quare 1. quadrat. p. $2\frac{4}{133}$, æquatur $2\frac{242}{399}$, est igitur rei æstimatio ℞. $3\frac{4494602}{7057911}$ m. $1\frac{2}{133}$, precium igitur vnius libræ croci, est aurei $4\frac{2}{133}$ m. ℞. $3\frac{4494602}{7057911}$, & precium duarum librarum cina-

| 3. m. 1. pos. p. ℞. v. 9. m. 3. quad. m. 6. pos.
| 8.
| 3. m. 1. pos. m. ℞. v. 9. m. 3. quad. m. 6. pos.
| 30.
| 2. pos. —— 25 —— 50. pos.
| p. 3. m. 1. pos. | m. ℞. v. 9. m. 3. quad. m. 6. pos.
| 38. 22.
| 114. m. 38. pos. | m. ℞. v. 4356. m. ℞. 1452. quad. m. 2904. pos.
| 114. m. 38. pos.
| 50. pos.
| m. ℞. v. 4356. m. 1452. quad. m. 2904. pos. æqualia 100.

cinamomi, est ℞. $14\frac{3862586}{7057911}$ m̄. $2\frac{4}{133}$, & precium quinque librarum piperis, est ℞. $3\frac{4494502}{7057911}$ p̄. $1.\frac{131}{133}$, si igitur diuiseris hæc precia analoga, per suarum librarum numerum, referendo singula singulis, primum per 1. secundum per 2. tertium per 5. habebis precia librarum singularum, vnius cuiusque generis, & si duxeris ea per duos numeros, in secunda emptione, precium croci per 30. cinamomi per 50. piperis per 40. habebis quantum pecuniarum singulis impenderit.

Qvæstio VIII.

Eodem modo soluitur quæstio hæc, fac ex 14. tres partes in eadem proportione, quarum maior ducta per 2. media per 3. minor per 4. producta hæc iuncta, faciant 36. peruenies enim per modum superioris, ad 1. quadratum p̄. $9\frac{1}{3}$ positionibus, æqualia $53\frac{1}{3}$, quare res est ℞. $75\frac{1}{9}$ m̄. $4\frac{2}{3}$, & est 4. media quantitas, posita media quautitate 1. positione, non vt in priore, 2. positionibus.

Qvæstio IX.

Diuide 14. in tres partes in continua proportione, vt ducta prima per 2. secunda per 3. talia producta æquentur tertiæ multiplicatæ per 7. Pones secundam, esse 2. positiones, reliquæ erunt vt vides, ducta se-

2ª 2. pos.
pª 7. m̄. 1. pos. p̄. ℞. v. 49. m̄. 14. pos. m̄. 3. qd.
3ª 7. m̄. 1. pos. m̄. ℞. v. 49. m̄. 14. pos. m̄. 3. qd.

cunda per 3. fiunt 6. positiones, modo prima habet multiplicari per 2. & tertia per 7. & habent detrahi, igitur cum ambæ partes sint similes, & prima in ambabus sit p̄. & secunda in prima sit p̄. & secunda in tertia m̄. ideo primam partem sufficit multiplicare per differentiam 7. & 2. quæ est 5. & producentur pro tertia parte, 35. m̄. 5. positionibus, quibus demptis 6. positionibus producto secundæ partis, habebimus 35. m̄. 11. positionibus, pro differentia tertij & secundi producti, primum autem producetur, ducto 9. aggregato primi & tertij, in radicem vniuersalem, & fit ℞. v. 3969. m̄. 1134. positionibus m̄. 243. quadratis, hæc igitur æquatur 35. m̄. 11. positionibus, quare quadratum quadrato, igitur 1225. m̄. 770. positionibus p̄. 121. quadratis, æquantur 3969. m̄. 1134. positionibus m. 243. quadratis, æqua partes, habebis 2744. æqualia 364. positionibus p̄. 364. quadratis, quare 1. quad. p̄. vnâ positione æquantur $7\frac{7}{13}$, quare rei æstimatio est cognita & eius duplum est pars secunda, scilicet ℞. $31\frac{2}{3}$ m. 1.

Qvæstio X.

Fac de 8. tres partes, quæ sint in continua proportione, vt aggregatum quadratorum primæ & secundæ, triplum sit quadrato secundæ, pones quantitatem mediam 2. positiones, eius quadratum est 4. quadrata, cuius triplum est aggregatum quadratorum primæ & tertiæ, est autem prima 4. m. 1. positione p. ℞. v. 16. m. 8. positionibus m. 3. quadratis, & tertia est 4. m. 1. positione m. ℞. v. 16. m. 8. positionibus m. 3. quadratis, deducendo igitur hæc ad quadrata, vides

4. m. 1. pos. | p̄. ℞. v. 16. m. 8. pos. m. 3. quad.
×
4. m. 1. pos. | p. ℞. v. 16. m. 8. pos. m. 3. quad.

4. m. 1. pos. | m. ℞. v. 16. m. 8. pos. m. 3. quad.
×
4. m. 1. pos. | m. ℞. v. 16. m. 8. pos. m 3. quad

32. m. 16. pos. p. 2. quad. | p. 32. m. 16. pos. m. 6. quad.

quod oportet oportet multiplicare ℞. v. in se semel, & partem primam in se semel, & omnia sunt p. quare sufficiet talia producta duplicare, deinde oporteret ducere ℞. v. in primam partē bis, quare cùm in vna producatur p. in alia m. suppositis partibus æqualibus nihil producet, igitur habebimus aggregatum quadratorum 64. m. 32. positionibus m. 4. quadratis, & hoc est æquale 12. quadratis, triplo quadrati secundæ, igitur 1. quadratum p. 2. positionibus æquatur 4. & res est ℞. 5. m. 1. & duplum eius, est quantitas media scilicet ℞. 20. m. 2. & reli-

pª 5. m. ℞. 5. p. ℞. v. 6. m. ℞. 20.
3ª 5. m. ℞. 5. m. ℞. v. 6. m. ℞. 20.

quæ vt vides, quadratum secundæ est 24. m. ℞. 320. quadrata autem primæ & tertiæ, 72 m. ℞. 2580. probata est. Sed si diceret, quod quadrata primæ & tertiæ, tripla essent quadratis secundæ & tertiæ, tunc difficulter per hanc regulam soluitur, verum faciliùs longè, per primam regulam 39[i] capituli, ponendo quantitates 1. 1. positio, & 1. quadratum, habebis 1. quad. quadratum p. triplum de 1. quadrato p. 1. quare res nōta est.

Qvæstio XI.

Si dicas, fac ex 8. duas partes, quæ vicissim diuisæ per alterius quadratum, producant iuncta prouenientia 10. pones partes 4. p. 1. positione & 4. m. 1. positione, & per hanc regulam, peruenies ad capitulum deriuatiuum, quad. quadrati & quadrati & numeri, & est facilis.

Qvæstio XII.

Inuenias quatuor numeros in continua proportione, quorum aggregatum, primi, secundi & quarti, sit 15. & aggregatum primi, & tertij & quarti sit 17. tunc dices, igitur cum hæc aggregata differant, per differentiam secundæ & tertiæ, igitur tertia est 2. p. quàm secunda, ponam igitur secundam, 1. positionem m. 1. & tertiam 1. positionem p. 1. nam sic differen-

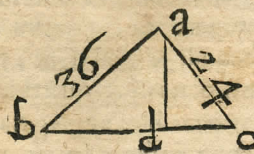
ferentia illarum erit 2. relinquetur igitur aggregatum primæ & quartæ 16. m̃. 1. positione, duc secundam in tertiam, fit 1. quad. m̃. 1. fac ex 16. m̃. 1. positione duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producantur 1. quadratum m̃. 1. & erunt partes vt vides, quia igitur proportio quar-

8. m̃. $\frac{1}{2}$ pos. p̃. ℞. v. 65. m̃. 8. pos. m̃. $\frac{3}{4}$ qd.			4ª
8. m̃. $\frac{1}{2}$ pos. m. ℞. v. 65. m. 8. pos. m. $\frac{3}{4}$ qd.			pª
1. pos. p̃.	1.	3ª	
1. pos. m.	1.	2ª	
2. cub. p̃. 6. pos.			

tæ ad tertiam, est vt secundæ ad primam, ex constituto, quia productum secundæ in tertiam, æquale est producto primæ in quartam, sufficiet ad demonstrandum, quòd sint in continua proportione, quod cubi secundæ & tertiæ iuncti æquales sint, productis quantitatum quartæ & primæ, in sua quadrata mutuo, at tales cubi, fiunt solùm ex multiplicatione tripli quadrati secundæ partis, cum quadrato primæ, in ipsam primam, eò quòd reliqua multiplicatio tripli quadrati primæ partis, cum quadrato secundæ in ipsam secundam, excidit, eò quòd, in vna est p̃. in alia m. igitur habemus cubos iunctos, 2. cub. p̃. 6. positionibus, & tantum debet fieri ex multiplicatione quadratorum primæ & quartæ quantitatis, in ipsas quantitates vicissim, hoc autem vt demonstratum est, æquale est ductui vnius quantitatis in alteram, multiplicato in aggregatum ipsarum quantitatum, ex dictis in sexto libro. Duc igitur quantitates inuicem, & quia ℞. v. sunt similes, multiplicatio in crucem nulla erit, quare sufficiet quadrare vtramque partem, & minuere vnam ab altera, quia m. in p̃. facit m. producentur igitur à partibus similibus 1. quad. m. 1. aggregatum etiam radicum est 16. m. 1. positio, eò quòd ℞. v. excidunt, igitur productum erit 16. quadrata m. 1. cubo p̃. 1. positione m. 16. & hoc æquatur 2. cubis p̃. 6. positionibus, igitur 3. cubi p̃. 5. positionibus p̃. 16. æquantur 16. quadratis, quare res est in capitulo, vides autem quoniam inextricabilis quæstio ad magnam reducitur facilitatem, & posset reduci ad regulam de modo, nam vbi differentia est 2. semper 3. cubi p̃. 5. positionibus, p̃. numero medio inter duo aggregata per æquidistantiam, æquantur totidem quadratis, quotus est numerus.

QVÆSTIO XIII.

Est trigonus a b c, orthogonius, & eius perpendicularis ad basim a d, cuius latus a b, cum b d, est 36. & a c cum c d, est 24. quæritur area, pone b c 1. positionem, erit igitur quadratū b c 1. quad. & ideo cum a b & b d, sint 36. & rursus a c & c d, 24. erunt omnia latera trigoni 60.



quare a b & b c, erunt 60. m. 1. positione, oportet igitur ex a b & a c, facere duas partes, quarum quadrata iuncta sint æqualia quadrato b c, per 47. primi Elementorum Euclidis, quare ex regulis sexti libri nostri, diuide 60. m. 1. positione per æqualia, fit 30. m. $\frac{1}{2}$ positionis, duc in se, fit 900. m. 30. positionibus p̃. $\frac{1}{4}$ quadrati, detrahe ex dimidio quadrati b c, relinquitur $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. positionibus m. 900. cuius ℞. addita & detracta, à dimidio aggregati a b, & a c, ostendit partes, est igitur a b 30. m. $\frac{1}{2}$ positionis p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. positionibus m. 900. & a c 30. m. $\frac{1}{2}$ positionis m. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. positionibus m. 900. quare si detrahatur a b ex aggregato a b & b d, relinquetur b d 6. p̃. $\frac{1}{2}$ positionis m. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. positionibus m. 900. & similiter, detracta a c, ex aggregato a c & c d. relinquitur c d, $\frac{1}{2}$ positionis m. 6. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati p̃. 30. positionibus m. 900. est autem manifestū ex demonstratione 47ª, primi Elementorum Euclid. quod differentia quadrati a b, à quadrato a c, æqualis est differentiæ quadrati b d, à quadrato c d, differentia autē duarum quantitatum, est semper in partibus dissimilibus, nam quæ similes sunt, nullam producunt differentiam, quare cum quadrata partium constent ex nouem multiplicationibus, quarum tres sunt quadrata partium, erunt illæ tres omnino similes, comparando a b ad a c, & b d ad c d, & similiter multiplicationes duæ 30. in $\frac{1}{2}$ positionis, sunt communes a b & a c, cùm vtræque producant m. & ita in b d & c d, & communes sunt multiplicationes, 6. in ℞. v. nam vtrinque prouenit idem m. differentia igitur a b & a c, ex parte a b, est multiplicatio 30. in ℞. v. & ex parte a c, multiplicatio $\frac{1}{2}$ positionis in ℞. v. quare differentia quadratorum a b, & a c, est illud quorum ℞. v. 225. quadratorum p̃. 2700. positionibus m. 810000. excedit ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quadrati p. 7$\frac{1}{7}$ cubis m. 225. quadratis, eadem ratione differentia b d & c d quadratorum, est qua 3. positiones excedunt ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quadrati p̃. 7$\frac{1}{2}$ cubis m. 225. quadra-

a b 30. m. $\frac{1}{2}$ pos. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̃. 30. pos. m. 900
a c 30. m. $\frac{1}{2}$ pos. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̃. 30. pos. m. 900.
b d $\frac{1}{2}$ pos. p̃. 6. m. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̃. 30. pos. m. 900
c d $\frac{1}{2}$ pos. m, 6. p̃. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd, p̃. 30. pos. m. 600.

pars quad. a b dissim. ℞. v. 225. quad. p̃. 27000, pos. m. 810000.
pars quad. a c. dissim. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quad. p̃. 7$\frac{1}{2}$ cub. m. 225. quad.
pars quad. b d 3. pos.
pars quad. c d ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quad. p̃. 7$\frac{1}{2}$ cub. m. 225. quad.

tis, oportuisset autem complendo operationem, omnia quadruplicare, sed hoc vitauimus, quia quadruplum est æquale quadruplo, igitur & simplum simplo, hæ igitur differentiæ æquales supponuntur, & radices v. etiam sunt idem, igitur ex communi sententia, 3. positiones æquantur illi ℞. v. primæ, id est, ℞. v. 225. quadratorum p̃. 27000. positionibus m. 810000. igitur 216. quadrata p̃. 27000. positionibus æquantur 810000. & 1. quad. p̃. 125. positionibus, æquabitur 3750. & res erit ℞. 7656$\frac{1}{4}$ m. 62$\frac{1}{2}$, quod est 25. & tanta fuit b c, vnde habes alias.

QVÆ-

Qværtio XIV.

Rurſus diſponatur trigonus a b c, orthogonius, cum perpendiculari a d, & ſint a b cum c d, 29. & a c cum b d 31. quæritur area, ponemus b c poſitionem, & erunt rurſus a b a c eadem, vt in ſuperiore quæſtione, ſed caue, ne maius latus ponas ex parte maioris numeri, vt in priori, detrahe igitur a b ex 29. & a c ex 31. & habebis quantitates, vt vides, differentia igitur quadratorum a b & a c, æqualis eſt differentiæ quadratorum b d & c d, eſt autem differentia quadratorum a b & a c, vt priùs, at differentia quadratorum b d & c d, eſt vt vides, ſumpta eodem modo vt in priori quæſtione, ſed eſt ſuperatio abſoluta, non autem mutua vt in priori quæſtione, quia igitur quadratum a b, excedit quadratum a c in differentia quadrati b d, ad quadratum c d, erit differentia quadratorum b d & c d, addita quadrato a c conſtituens quadratum a b, quare ℞. v. 225. quadratorum p̄. 27000. poſitionibus m̄. 810000. æquabitur $\frac{1}{2}$ poſitionis p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quad. quadrati p̄. 30. cubis m̄. 900. quadratis, nam hæc ℞. v. eſt aggregatum ex ℞. v. differentiæ quadratorum b d & c d, & partis quadrati a c, in qua ſuperat quadratum a b, quare ducendo paries in ſe, habebimus 675$\frac{1}{4}$ quadrata p̄. 27000. poſitionibus m̄. $\frac{1}{4}$ quad. quadrati m̄. 30. cubis m̄. 810000. æqualia ℞. v. 225. quad. quadratorum p̄. 27000. cubis m̄. 810000. quadratis, & cùm duxeris partes in ſe, peruenies ad quantitatem cuius non eſt nota æſtimatio, quare alia regula

a b 30. m̄. $\frac{1}{2}$ poſ. p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̄. 30. poſ. m̄. 900
a c 30. m̄. $\frac{1}{2}$ poſ. m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p̄. 30. poſ. m̄. 900
b d $\frac{1}{2}$ poſ. p. 1. p. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p. 30. poſ. m̄. 900.
c d $\frac{1}{2}$ poſ. m̄. 1. m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ qd. p. 30. poſ. m̄. 900

pars quad. a b diſſim. ℞. v. 225. quad. p. 27000. poſ. m̄. 810000.
pars quad. a c diſſim. ℞. v. $\frac{1}{16}$ quad. quad. p. 7$\frac{1}{2}$ cub. m̄. 225. quad.
pars quad. b d qua ſuperat quadratũ c d eſt $\frac{1}{2}$ poſ. p. ℞. v. $\frac{1}{16}$ qd. qd. p. 7$\frac{1}{2}$ cub. m̄. 225. qd.

indigebis aut generali aut ſpeciali. Volui tamen, vt intelligeres facilitatem operandi in hoc, & quæſtionem valde difficilem, niſi Geometrico auxilio diſſoluatur, manifeſtum eſt enim quòd b c eſt 25. vt in priore quæſtione, verum generalis debet eſſe ſolutio, latera igitur trigoni b c 25. a b 20. a c 15. a d 12. b d 16. c d 9. area igitur eius eſt 150.

Capvt XXXIX.

De Regula qua pluribus poſitionibus inuenimus ignotam quantitatem.

Regvla I.

HÆc regula ſimilis eſt regulæ de medio, eſt autem talis, Conſtitue quantitates totidem in denominationibus liberis, quotus eſt numerus quærendarum, inde inuenies proportionem, qua inuenta, denuo pones res ſub numero quantitatum inuentarum, vtque propoſitum eſt, perfice operationem, & habebis æquationem, qua habita, habebis rei æſtimationem.

Qværtio I.

Exemplum, Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum quadratum primi ſit æquale ſecundo & tertio, & quadratum tertij æquale ſit quadratis primi & ſecundi, quia igitur quadratum tertij æquale eſt quadratis ſecundi & primi, ipſum ſit 1. quadr. quadratum, æquale 1. quadrato p̄. 1. quare res, ſeu proportio, eſt ℞. v. ℞. 1$\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$, igitur ponemus res 1. & ℞. v. ℞. 1$\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$, & ℞. 1$\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$, quadratum igitur primæ quantititatis, quod

| 1. 1. poſ. 1. quad.
| 1. 1. quad. 1. quad. quad.

eſt 1. quadratum, æquatur ſecundæ & tertiæ, ſcilicet totidem rebus, igitur rei æſtimatio, eſt aggregatum ex ſecunda & tertia, quia diuidere aliquid per vnitatem, qui eſt numerus quadratorum, eſt non diuidere, igitur rei æſtimatio eſt, ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ p. ℞. v. ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & ſecunda quantitas, eſt quod producitur ex hac, in ℞. v. ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & tertia habebitur, ducendo rem quam habes in ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$.

Qværtio II.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum tertius ſit æqualis ſecundo & primo, & quadratum primi, ſit æquale aggregato ſecundi & tertij, pones primum quadratum, ſecundum rem, tertium vnitatem, & quia tertius, æqualis eſt ſecundo & primo, igitur 1. quadratum, æquatur 1. rei p. 1. & proportio erit ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, partes igitur erunt, 1. poſitio, & poſitiones ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & poſitiones 1$\frac{1}{2}$ p. ℞. 1$\frac{1}{4}$, & quia quadratum primi æquale eſt aggregato ſecundi & tertij, igitur 1. quadratum æquatur poſitionibus ℞. 1$\frac{1}{4}$ p. 1$\frac{1}{2}$ p. 1$\frac{1}{2}$ p. ℞. 1$\frac{1}{4}$, quare rei æſtimatio erit ℞. 5. p. 2. & partes vt vides.

| ℞. 5. p. 2.
| 3$\frac{1}{2}$ p. ℞. 11$\frac{1}{4}$
| ℞. 31$\frac{1}{4}$ p. 5$\frac{1}{2}$

Qværtio III.

Inuenias quatuor quantitates in continua proportione, quarum quadratum quartæ, æquale ſit quadratis primæ, & ſecundæ, & quantitates iunctæ ſimul, faciant 10. capiam 1. rem, quadratum & cubum, igitur quad. cubus æquatur 1. quadrato p. 1. quare res valet ex capitulo deriuatiuorum, ℞. v^{ma} ℞. v. cubicæ $\frac{1}{2}$ p. ℞. $\frac{23}{108}$ p. ℞. v. cubica $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{23}{108}$, igitur poſita prima vnitate, hæc eſt ſecunda quantitas, & tertia erit quadratum huius, ſcilicet ℞. v. cubica $\frac{1}{2}$ p. ℞. $\frac{23}{108}$ p. ℞. v. cubica $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{23}{108}$, quarta erit cubus ſecundæ ſeu proportionis, inde

| 1. 1. poſ. 1. quad. 1. cub.
| 1. 1. quad. — 1. cub. qd.

inde iunctis quatuor quantitatibus scilicet vnitate, re, quadrato, & cubo, & diuiso 10. per aggregatum, exibit prima quantitas, qua ducta in rem habebimus secundam, hac denuo ducta in rem, habebimus tertiam, qua ducta per rem, habebimus quartam.

QVÆSTIO IV.

Inuenias quatuor quantitates in continua proportione, quarum quadratum quartæ, æquale sit quadratis primæ & tertiæ, & aggregatum earum sit 10. capiam vt in præcedente 1. rem, quadratum cubum, erit igitur cu. quadratum æqualis quad. quadrato p̄. 1. quare ex capitulo deriuatorum, rei æstimatio est ℞. v^{ma} ℞. v. cubicæ $\frac{29}{54}$ p̄. ℞. $\frac{31}{108}$ p̄. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cubica $\frac{29}{54}$ m̄. ℞. $\frac{31}{108}$, & huius quadratum, quod est, idem, abiecta ℞. v^{ma} est tertia quantitas, inde ductis inuicem secunda & tertia, vel secunda ad suum cubum, vel tertia ad quadratum, & addita vnitate consurgit quarta, quibus quatuor quantitatibus iunctis, si per eas diuiseris 10. habebis primam quæsitarum, qua ducta per secundam, & tertiam, & quartam, præcedentium, habebis secundam & tertiam, & quartam quantitatem quas quærebas.

REGVLA II.

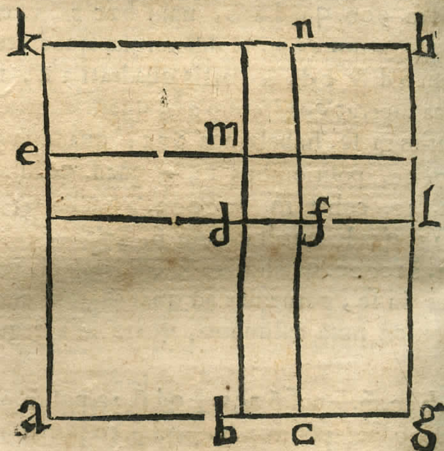
2 Alia est regula nobilior præcedente, & est Ludouici de Ferrariis, qui eam me rogante inuenit, & per eam habemus omnes æstimationes fermè capitulorum, quadr. quadrati & quadrati rerum, & numeri, vel quad. quadrati cubi, quadrati & numeri, & ego ponam ea per ordinē hoc modo vt vides.

1. quad. quad. æquale quad. rebus & numero.
2. quad. quad. æquale quad. cubis & numero.
3. quad. quad. æquale cubis & numero.
4. quad. quad. æquale rebus & numero.
5. quad. quad. æquale rebus & numero.
6. quad. quad. cum rebus æqualia quad. & numero.
7. quad. quad. cum cubis æqualia numero.
8. quad. quad. cum rebus æqualia numero.
9. quad. quad cum quad. æqualia cub. & numero.
10. quad. quad. cum quad. æqualia rebus & numero.
11. quad. quad. cum quad. & rebus æqualia numero.
12. quad. quad. cum quad. & cubis æqualia numero.
13. quad. quad. cum quad. & numero æqualia cubis.
14. quad. quad. cum quad. & numero æqualia rebus.
15. quad. quad. cum numero æqualia cubis & quad.
16. quad. quad. cum numero æqualia cubis.
17. quad. quad. cum numero æqualia rebus & quad.
18. quad. quad. cum numero æqualia rebus.
19. quad. quad. cum cubis & numero æqualia quad.
20. quad. quad. cum rebus & numero æqualia quad.

In his igitur omnibus capitulis, quæquidem sunt generalissima, vt reliqua omnia sexaginta septem superiora, oportet reducere capitula, in quibus ingreditur cubus, ad capitula, ingreditur res vt septimum ad quartum, & secundum ad primum, deinde quæremus demonstrationem hoc modo.

DEMONSTRATIO.

Sit quadratum a f, diuisum in duo quadrata a d & d f, & duo supplementa d c & d e, & velim addere gnomonem k f g circuncirca, vt remaneat quadratum totum a h, dico quòd talis gnomo constabit ex duplo g c additæ lineæ, in c a, cum quadrato g c, nam f g constat ex g c in c f, ex diffinitione data in initio secundi Elementorum, & c f est æqualis c a, ex diffinitione quadrati, & quia per 44. primi Elemento-



rum, k f est æqualis f g, igitur duæ superficies g f & f k constant ex g c, in duplum c a, & quadratum g c est f h, per coroll. 4. secundi Elementorum, igitur patet propositum, si igitur a d sit 1. quad. quadratum, & c d ac d e, 3. quadrata, & d f 9. erunt b a 1. quadratum, & b c 3. necessario. Cùm igitur voluerimus addere quadrata aliqua, ad d c & d e, & fuerint c l & k m erit ad complendum quadratum totum necessaria superficies l n m, quæ vt demonstratum est, constat ex quadrato g c numeri quadratorum dimidiati, nam c l est superficies ex g c in a b, vt ostensum est, & a b est 1. quadratum, quia ponimus, a d 1. quad. quadratum, f l verò & m n, fiunt ex g c in c b, ex 42ª primi Elementorum, quare superficies l n m, & est numerus addendus, fit ex g c in duplum c b, id est in numerum quadratorum, qui fuit 6. & g c in seipsam, id est numero quadratorum addito, & hæc demonstratio nostra est.

Hoc peracto, semper reduces partem quad. quadrati ad ℞. id est addendo tantum vtrique parti, vt 1. quad. quadratum cum quadrato & numero, habeant radicem, hoc facile est, cùm posueris dimidium numeri quadratorum, radicem numeri, item facies,

facies, vt denominationes extremæ sint plus, in ambabus æquationibus, nam secus, trinomium seu Binomium redactum ad trinomium, necessariò careret radice.

5 Quibus iam peractis, addes tantum de quad atis, & numero vni parti, per tertiam regulam, vt idem additum alteri parti, in qua erunt res, faciant trinomium habens ℞. quadratam per positionem, & habebis numerum quadratorum, & numeri addendi vtrique parti, quo habito, ab vtroque extrahes ℞. quadratam, quæ erit in vna, 1. quadratum p̃. numero, vel m̃. numero, ex alia 1. positio vel plures p̃. numero, vel m̃. numero, vel numerus m̃. positionibus, quare per quintum capitulum huius, habes prpoositum.

QVÆSTIO V.

Exemplum, Fac ex 10. tres partes in continua proportione, ex quarum ductu primæ in secundam, producantur 6. Hanc proponebat Ioannes Colla, & dicebat solui non posse, ego verò dicebam, eam posse solui, modum tamen ignorabam, donec Ferrarius eum inuenit. Pones igitur mediam 1. positionem, prima erit $\frac{6.}{1.\ pos.}$ & tertia erit $\frac{1}{6}$ cubi, quare hæc æquantur 10. ducendo omnia in 6. positiones, habebimus 60. positiones, æquales 1. quad. quadrato p̃. 6. quadratis p̃. 36. adde ex quinta regula, 6. quadrata vtrique parti, habebis 1. quad. quadratum p̃. 12. quadratis p̃. 36. æqualia 6. quadratis p̃. 90. positionibus, nam si æqualibus æqualia addantur, tota fient æqualia, habent autem 1. quad. quadratum p̃. 12. quadratis p̃. 36. radicem &

| 1. qd. quad. p̃. 6. quad. p̃. 36. æqualia 60. pos.
| 6. quad.   6. quad.
| 1. quad. quad. p̃. 12. quad. p̃. 36. æqualia
| 6. quad. p̃. 60. pos.
| ———————————————————
| 2. pos.   1. quad. p̃. 12. pos.

est, 1. quadratum p̃. 6. quam si haberent 6. quadrata p̃. 60. positionibus iam haberemus negocium, sed non habent, addendi igitur sunt tot quadrati & numerus idem ex vtraque parte, vt in priore relinquatur trinomium habens radicem, in altero autem fiat, sit igitur numerus quadratorum 1. positio, & quia vt vides in figura tertiæ regulæ, c l & m k, fiunt ex duplo g c in a b, & g c est 1. positio, ponam numerum quadratorum addendorum semper 2. positiones, id est duplum g c, & quia numerus addendus ad 36. est l n m, & ideo quadratum g c cum eo quod fit ex g c duplicato in b c, seu ex g c in duplum c b, & est 12. numerus quadratorum priorum, ducam igitur 1. positionem, dimidium numeri quadratorum additorum, semper in numerum quadratorum priorum, & in se, & fient 1. quadratum p̃. 12. positionibus addenda ex alia parte, & etiam 2. positiones pro numero quadratorum, habemus igitur iterum ex communi animi sententia, quantitates infrà scriptas, inuicem æquales, & vtraque habent radicem, prima ex regula tertia, sed secunda quantitas ex supposito, igitur du-

| 1. quad. qd. po. 2. pos. p̃. 12. qd. ℞. p̃. quad.
| p̃. 12. pos. additi numeri p̃. 36. æqualia.
| 2. pos. p̃. 6. quadrato, p̃. 60. pos. p̃. 1. quad.
| p̃. 12. pos. numeri additi.

———————————————————

cta prima parte trinomij in tertiam, fit quadratum dimidiæ partis secundæ trinomij, quia igitur ex dimidio secundæ in se, fiunt 900. quadrata, & ex prima in tertiam, fiunt 2. cubi p̃. 30. quadratis p̃. 72. positionibus quadratorum, similiter erit deprimendo per quadrata, quia æqualia per æqualia diuisa, producunt æqualia, vt 2. cu. p̃. 30. quadratis p̃. 72. positionibus æquantur 900. quare 1. cubus p̃. 15. quadratis p̃. 36. positionibus æquantur 450.

Sufficit igitur deducendo ad regulam, habere semper 1. cubum p̃. numero priorum quadratorum, addita ei quarta parte p̃. numero positionum tali, qualis est numerus æquationis primus, vt si habuerimus 1. quad. quadratum p̃. 12. quadratis p̃. 36. æqualia 6. quadratis p̃. 60. positionibus, habebimus 1. cubum p̃. 15. quadratis p̃. 36. positionibus æqualia 450. dimidio quadrati dimidij numeri positionum, & si haberemus 1. quad. quadratum p̃. 16. quadratis p̃. 64. æqualia 80. positionibus, haberemus 1. cubum p̃. 20. quadratis p. 94. positionibus æqualia 800. & si haberemus 1. quad. quadratum p. 20. quadratis p. 100. æqualia 80. positionibus, haberemus 1. cubum p. 25. quadratis p. 100. positionibus æqualia 800. igitur hoc habito, in priore exemplo habuimus, 1. cub. p. 15. quadratis p. 36. positionibus æqualia 450. igitur rei æstimatio, per decimum septimum capitulum, est ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$ p. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$, m̃. ℞. $80449\frac{1}{4}$ m̃. 5. hic igitur est numerus quadratorum, qui duplicatus, est addendus ex vtraque parte, quia supponuntur 2. res addendæ, & numerus addendus ex vtraque parte, ex demonstratione, est quadratum huius, cum eo quod fit ex hoc in 12. numerum quadratorum, manifestum est autem, quod ℞. quadrata primi aggregati, semper est 1. quadratum p. dimidio numeri quadratorum, absque alio, seu p. 1. pos. p. dimidio prioris numeri quadratorum velut 1. quad. quad. p. 6. quad. p. 9. est 144. & 1. quad. quad. p. 2. pos. p. 6. quadratorum p. p. 1. quad. p. 6. pos. numeri assumpti p. 9. est æquale 225. ℞. est 1. quad. p. 1. pos. numeri assumpti p. 3. Est autem 1. pos. p. 3. dimidium 2. pos. p. 6. numeri quadratorum & ideo cùm positio sit alterius generis à quadrato, oportet inuenire prius æstimationem eius, & est numerus simplex addendus, vt in præsenti exemplo erit ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$ p. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. ℞. v. cub. $287\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. 1. & hoc quia dimidium prioris numeri quadratorum fuit 6. & in addito trinomio fuit m̃. 5. igitur totum fuit, vt dixi, verum reliqua pars, fuit quadrata 6. p. duplo huius numeri, igitur fuit nu-

merus quadratorum ℞. v. cubica 2300. p̄. ℞. 5148752. p. ℞. v. cubica 2300. m̄. ℞. 5148752. m̄. 4. & numerus rerum ex ſuppoſito fuit 60. & numerus eſt (vt oſtenſum eſt) quadratum dictæ quantitatis, plus duodecuplo ipſius quantitatis, verum quia ex ſuppoſito, ex numero quadratorum in numerum æquationis fit quadratum dimidij numeri rerũ, igitur diuiſo 900. quadrato dimidij numeri rerum, per numerũ quadratorum, exibit numerus, quantitates igitur ſunt hæ, vt vides, & quia latus a g eſt compoſitum ex lateribus duorum quadratorum a d & d h dimiſſis ſupplementis, erunt ℞.

quadrata ℞. v. cubica 3200. p. ℞. 5148752.
p. ℞. v. cubica 2300. m̄. ℞. 5148752.
m̄. 4.
res 60.
900.

numerus ℞. v. cubica 2300. p. ℞. 5148452.
p. ℞. v. cubica 23000. m̄. ℞. 5148452.
m̄. 4.

primæ & tertiæ harum quantitatum iunctæ inuicem, ℞. v. totius aggregati, quare ℞. primæ & tertiæ quantitatis, æquantur 1. quadrato p. ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$ p. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. ℞. v. cubica $287\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. 1. ſed ℞. primæ quantitatis, eſt numerus rerum, quia eſt ℞. totidem quadratorum, & ℞ tertiæ quantitatis eſt numerus, quia tertia quantitas eſt numerus, habemus igitur 1. quadratũ p. numero, æqualia rebus & numero, minue minorẽ numerum de maiore, accipiendo ℞. id eſt accipiendo ℞. denominatoris & numeratoris, habebis 1. quadratum p. hoc numero toto m̄. numero infrà ſcripto, æqualia numero rerum, huic ſcilicet, ℞. vniuerſaliſſima ℞. v. cubicæ 2300. p. ℞. v. cu. $287\frac{1}{2}$ p. ℞. $80449\frac{1}{2}$ p. ℞. v. cu. $287\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $80449\frac{1}{4}$ p. 4.

30.

℞. v. ma. ℞. v. c. 2300. p. ℞. 5148752. p. ℞. v. cu. 2300. m̄. ℞. 5148752. m̄. 4. ℞. 5148452. p. ℞. v. cubica 2300. m̄. ℞. 5148452. m̄. 4. nec refert, quod numerus ille ſit compoſitus ex p. & m̄. nam tantum refert dicere, 1. quadratum p. 8. æquatur 6. rebus, quantum dicere 1. quadratum p. 10. m. 2. æquatur 6. rebus, ſequere igitur capitulum quintum, de quadrato & numero, æqualibus rebus, ducendo dimidium numeri rerum in ſe, & auferendo numerum æquationis inde reſidui ſumendo ℞. generalem, quam addes dimidio numeri rerum, & habebis rem quæ fuit media quantitatum analogarum quæſitarum.

Qvæstio VI.

Inuenias numerum, qui ſit æqualis radici ſuæ quadratæ, & duabus radicibus cubicis pariter acceptis, dices igitur ſi talis numerus fuerit cu. quadratum, radix ſua quadrata neceſſariò eſt 1. cubus, & duæ radices cubicæ ſunt 2. quad. igitur 1. cu. quadratum, æquabitur 1. cubo p. 2. quadratis deducendo igitur ad inferiores denominationes per quad. erit quad. quadratum æquale 1. poſitioni p. 2. poſui autem 2. radicibus cubicis, quia cùm regula ſit generalis, hoc tamen modo dupliciter ſolui poteſt, vt patebit. Namque ſi 1. quad. quadratum æquatur 1. poſitioni p. 2. igitur 1. quad. quadratum m̄. 1. æquabitur 1. poſitioni p. 1. nam ab æqualibus æqualia auferuntur, diuide igitur ambo hæc, per 1. poſitionem p. 1. communem diuiſorem, habebis 1. cubum m̄. 1. quadrato p. 1. poſitione m̄. 1. æqualia 1.

1. quad. quad. m̄. 1.
1. poſ. p. 1.

1. poſ. p. 1.

1. cu. m̄. 1. quad. p. 1. poſ. m̄. 1.
1.

igitur 1. cubus p. 1. poſitione, æquatur 1. quadrato p. 2. igitur ex decimo octauo capitulo, rei æſtimatio eſt ℞. v. cubica ℞. $\frac{2241}{2916}$ p. $\frac{47}{54}$ m̄. ℞. v. cub. ℞. $\frac{2241}{2916}$ m̄. $\frac{47}{54}$ p. $\frac{1}{3}$, & cu. quadratum huius eſt numerus quæſitus, cuius ℞. quadrata, & 2. radices cubicæ ſunt illi æquales, & tales radices ſunt duplum quadrati huius quantitatis cum ſuo cubo.

At regula generali ſic faciemus quia enim 1. quad. quadratum æquatur 1. poſitioni p. 2. addemus ad vtramque partem 2. poſitiones quadratorum, cui ſubſcripſimus quad. vt intelligas non eſſe ex genere priorum denominationum, ſed eſſe poſitiones

1. quad. quad. p. 2. poſ. p̄. 1. quad.
numeri quad. numeri quad.
2. poſ. p. 1. poſ. p. 2. p. 1. quad.
numeri quad. numeri quad.

$\frac{1}{4}$ quad. 4. poſ. p. 2. cub.
numeri quad.

$\frac{1}{4}$ æquatur 2. cu. p. 4. poſ.
$\frac{1}{8}$ æquatur 1. cu. p. 2. poſ.

quadratorum, igitur numerus addendus, eſt 1. quadratum numeri quadratorum, & hoc eſt, vt in tertia regula huius capituli, quadratum d f, nam hic additio ſupplementorum eſt vt d c, a c, d e, ad quadratum ſimplex a d, igitur ſufficit addere quadratum d f, abſque additione ſuperficierum f l & m n, quæ erant neceſſariæ in exemplo quintæ quæſtionis, quia igitur additis 2. poſitionibus p. 1. quadrato numeri quadratorum, ad 1. poſitionem p. 2. fit totum 2. poſitiones numeri quadratorum p. 1. poſ. p. 2. p. 1. quadrato numeri quadratorum, & hoc habet radicem, oportet vt quadratum dimidij mediæ quantitatis, quæ eſt 1. poſitio, æquetur ductui extremorum, igitur $\frac{1}{4}$ quadrati, æquabitur quadrato, 2. cuborum p. 4. poſitionibus numeri prioris, quare abiectis quadratis vtrinque, fiet $\frac{1}{4}$ æqualis 2. cubis p. 4. poſitionibus, & $\frac{1}{8}$ æqualis 1. cubo p. 2. poſitionibus, quare rei æſtimatio eſt ℞. v. cubica ℞. $\frac{2075}{6912}$ p. $\frac{1}{16}$ m̄. ℞. v. cubica ℞. $\frac{2075}{6912}$ m̄. $\frac{1}{16}$, hîc igitur eſt numerus quadratorum addendus vtrique parti, & duplicatur,

catur, & quadratum huius erit numerus addendus ad vtramque partem, & gratia clarioris intelligentiæ apposui hîc.

Prima 1. quad. quad. p̃. quad. ℞. v. cu. ℞. $19\frac{23}{2075}$ p̃. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $19\frac{23}{2075}$ m̃. $\frac{1}{2}$ p̃. numero ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ p̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ m̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ m̃. $\frac{1}{3}$.

Secunda quad. ℞. v. cu. ℞. $19\frac{23}{2075}$ p̃. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $19\frac{23}{2075}$ m̃. $\frac{1}{2}$ p̃. 1. pos. p̃. numero ℞. v. cu. $\frac{1051}{3454}$ p̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ m̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. $\frac{2}{3}$.

Manifestum est igitur, quod ℞. primi, est 1. quad. p̃. ℞. v. cubica ℞. $\frac{2075}{6912}$ p̃. $\frac{1}{16}$ m̃. ℞. v. cubica ℞. $\frac{2075}{6912}$ m̃. $\frac{1}{16}$, & radix secundi, est res G. i. generalis ℞. v. cubicæ ℞. $19\frac{23}{2071}$ p̃. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $19\frac{23}{2075}$ m̃. $\frac{1}{2}$ p̃. numero ℞. v^{ma} ℞. v. cubicæ $\frac{1051}{3456}$ p̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ m̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. $\frac{2}{3}$ & hoc, vt dixi, quia latus a d quadrati, componitur ex a b, & b c lateribus quadratorum extremorũ, absque commemoratione supplementorum. Manifestum est etiam, quòd numerus, qui est cum 1. quad. est minor numero qui est cum rebus, igitur habebimus 1. quadratum æquale rebus ℞. G. ℞. v. cubicæ ℞. $19\frac{23}{2075}$ p̃. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $19\frac{23}{2075}$ m̃. $\frac{1}{2}$ p̃. numero, hoc ℞. G. ℞. v. cubicæ $\frac{1051}{3456}$ p̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. ℞. v. cu. $\frac{1051}{3456}$ m̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. $\frac{2}{3}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{2075}{6912}$ p̃. $\frac{1}{16}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{2075}{6912}$ m̃. $\frac{1}{16}$. Quare ducemus dimidium numeri rerum se, & est vt ducamus totum in se, & fit idem, dempta ℞. v^{ma}, deinde accipiemus quartam partem producti, & est dimidium vltimæ ℞. v. quæ est m̃. suprà positæ, ideo addita, relinquetur numerus totus compositus ℞. v^{ma} ℞. cub. v. $\frac{1051}{3456}$ p̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. ℞. v. cub. $\frac{1051}{3456}$ m̃. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. $\frac{2}{3}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. $\frac{1}{128}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{2075}{442368}$ m̃. $\frac{1}{128}$, & radix huius totius G, addita dimidio numeri rerum, id est huic numero ℞. v^{ma} ℞. v. cu. ℞. $\frac{2075}{442368}$ p̃. $\frac{1}{128}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{2075}{442368}$ m̃. $\frac{1}{128}$, constituit rem.

Et si dixisset, quod numerus propositus æquaretur radici quadratæ & cubicæ pariter acceptis, non potuisset solui, nisi hoc secundo modo, per regulam generalem. Deducere autem æstimationes æquales ad idem, vt primam æstimationem ad secundam, iam te docui in libro quantitatum analogarum, quamuis sit difficillima operatio, & ideo complementum in his operationibus, est quasi extremum, ad quod peruenit perfectio humani intellectus, vel potius imaginationis, in hoc enim cognosces illorum differentiam.

QVÆSTIO VII.

Si quis igitur dicat, inuenias numerum qui ductus in ℞. cubicã suam p̃. 6. faciat 64. dices igitur, posito eo numero 1. cubo, habebimus 1. quad. quadratum p̃. 6. cubis æqualia 64. quare per septimam transmutandi regulam septimi capituli huius habebimus 1. quad. quad. æquale 6. rebus p̃. 4. vnde habita æstimatione ex hoc capitulo per nonam regulam eiusdem capituli, habebimus intentum. Et quibusdam adeò videbuntur difficiles hæ operationes, vt vix eas veras esse credant, nos autem ostendimus modum, quo quantitates istæ alogæ æquiualentes numeris, ad numeros reducantur, & dedimus demonstrationem vtramque, & Geometricam à causa, & Arithmeticam ab effectu.

QVÆSTIO VIII.

Fac ex 6. tres partes, in continua proportione, quarum quadrata primæ & secundæ iuncta simul faciant 4. ponemus primam 1. positionem, quadratum eius est 1. quadratum, residuum igitur ad 4. est quadratum secundæ quantitatis, id est 4. m̃. 1. quadrato, huius radicem, & 1 positionem detrahe ex 6. habebis tertiam quantitatem, vt vides, quare ducta prima in tertiam, habebis 6. positiones m̃. 1. quadrato m̃. ℞. v. 4. quadratorum m̃. 1. quad. quadrato æqualia 4. m̃. 1. quad. quadrato secundæ, abiice 1. quadratum m̃. ex partibus, habebis 4. æqualia 6. positionibus m̃. ℞. v. 4. quad. m̃. 1. quad. quadrato, quare 6. positiones m̃. 4. æquantur ℞. v. 4. quadratorum m̃. 1. quad. quadrato. Quare quadrata horum etiam æqualia sunt, à quibus abiice 4. quadrata communia, ex vtraque parte, habebis tandem 32. quadrata p̃. 16. p̃. 1. quad. quadrato, æqualia 48. positionibus, quare addendo 240. vtrique parti, id est residuum quadrati dimidij numeri quadratorum, habebis 1. quad. quadratum p̃. 32. quadratis p. 156. æqualia 48. positionibus p. 240. addas igitur 2. positiones quadratorum p. 1. quadrato p. 32. positionibus numeri quadratorum vtrique parti, prima igitur pars habet radicem necessariò & quia volumus secundam etiam habere, quæ est 2. positiones quadratorum p. 48. positionibus, ex prioribus p. 1. quadrato p. 32. positionibus numeri quadratorum p. 240. ducemus primam partem trinomij in tertiam vt vides, & dimidium secundæ in se, & fient 576. quadrata æqualia 2. cub. p. 64. quadratis

1. pos. | v. ℞. 4. m̃. 1. quad. | 6. m̃. 1. pos. m̃. ℞. v. 4. m̃. 1. quad.
6. pos. m̃. 1. quad. m̃. ℞. v. 4. quad. m̃. 1. quad. quad.

4. | 6. pos. m̃. ℞. v. 4. quad. m̃. 1. quad. quad.
6. pos. m̃. 4. æqual. ℞. v. 4. quad. m̃. 1. quad. quad.
36. quad. p̃. 16. m̃. 48. pos. æquantur 4. quad. m̃. 1. quad. quad.

32. quad. p̃. 16. p̃. 1. quad. quad. æqualia 48. pos.

1. quad. quad. p̃. 32. quad. p̃. 256. æqualia 48. pos. p̃. 240.

576. | quad.
2. pos. p. 48. pos. p. 1. quad. p. 32. pos. p. 240.
quad. numeri quad.

2. cub. p. 64. quad. p. 480. pos. | quad.

p. 480.

p̃. 480. poſ. quadratorum, igitur 288. æquantur 1. cubo p̃. 32. quadratis p̃. poſ. 240. quare per 17. capitulum huius, habebimus 1. cubum æqualem $101\frac{1}{3}$ rerum p̃. $420\frac{16}{27}$, inde habita huius æſtimatione per ſuum capitulum, minue $10\frac{2}{3}$, tertiam partem numeri quadratorum, per 17. cap. & conſurgit rei fictæ æſtimatio, habebis igitur 1. quadratum p̃. 16. p̃. dicta æſtimatione, ex vna parte, æqualia rebus quæ ſunt ℞. dupli æſtimationis inuentæ p̃. ℞. aggregati ex quadrato dictæ æſtimationis, & eadem æſtimatione ducta per 32. & 240. numero addito, hoc autem vt liquet, eſt minus priore numero, quia ſi loco 240. adderentur 256. eſſent æquales, igitur 1. quadratum p̃. æſtimatione inuenta p̃. 16. m̃. ℞. v. illa trium quantitatum, id eſt quadrati æſtimationis cum eadem ducta per 32. & cum 240. tanquam vno numero, æquantur rebus quæ ſunt ſecundum radicem dupli æſtimationis inuentæ, quod eſt propoſitum.

QVÆSTIO IX.

Inuenias numerum, cuius quad. quadratum, cum quadruplo ſui, & 8. æquetur decuplo ſui quadrati, dicemus igitur 1. quad. quadratum p̃. 4. poſ. p̃. 8. æquantur 10. quadratis. Quare ſemper poſitiones dabimus

1. quad. quad. p̃. 4. poſ. p̃. 8.
10. quad.

1. quad. quad. p̃. 8. | 10. quad. m̃. 4. poſ.

1. quad. quad. m̃. 2. quad. p̃. 8.
8. quad. m. 4. poſ.

1. quad. quad. m. 2. quad. p̃. 1.
8. quad. m. 4. poſ. m. 7.

2. poſ. | quad. p̃. 2. poſ.

1. quad. quad. m. 2. poſ. m. 2.
quad. p̃. 1. quad. p. 2. poſ. p. 1.
8. quad. m. 2. poſ. quad. m. 4.
poſ. p. 1. quad. p. 2. poſ. m. 7.

quadratis, & auferemus à quad. quadrato, & habebimus 1. quad. quadratum p. 8. æquale 20. quadratis m. 4. poſitionibus, & quia videmus numerum quadratorum eſſe magnum, & rerum paruum, ideo conabimur minuere numerum quadratorum potius, quàm augere, & faciemus vt diminutio ſit ex vtraque parte 2. quad. nam à minori imò à 2. quadratis ſemper fermè eſt incipiendum, quia non oportet vt venias ad m. quad. ex parte rerum, quia ſic non haberent radicem, ſubductis igitur 2. quadratis

8. m. 2. poſ. quad. | 4. poſ. | 1. qd. p. 2. poſ. m. 7
4. quad. | 8. m. 2. poſ.

8. quad. p. 16. poſ. m. 56. m. 2. cu. m. 4. quad.
p. 14. poſ. quad.
4. quad. p. 30. poſ. | 60. p. 2. cub.

1. cub. p. 30. æquatur 2. quad. p. 15. poſ.

poſ. 2.

ex vtraque parte, habebis 1. quad. quadratum m. 2. quadratis p. 8. æqualia 8. quadratis m. 4. poſitionibus, clarum eſt autem quòd ſi 1. quad. quadratum m. 2. quadratis debet habere radicem, oportet vt numerus ſit p̃. 1. ſed erat p. 8. igitur oportebit auferre 7. ex vtraque parte, habebimus igitur 1. quad. quadratum m. 2. quadratis p. 1. æquale 8. quadratis m. 4. poſitionibus m. 7. addemus igitur per m. vt dictum eſt, 2. poſitiones quadratorum ad reliqua 2. quadrata m. ex regula, & addemus per p. vt in eadem, ad numerum 1, quadratum p. 2. poſitionibus ex vtraque parte, quare habebimus partes æquales, quæ enim adduntur & minuuntur ſunt æqualia, igitur 8. m. 2. poſitionibus quadratorum m. 4. poſitionibus, p. 1. quadrato p. 2. poſitionibus m. 7. numeris, habent radicem, multiplicando igitur primam partem, quæ eſt 8. m. 2. poſitionibus quadratorum, in tertiam, quæ eſt 1. quadratum p. 2. poſitionibus m. 7. fit illud quod vides à latere, pro numero quadratorum, & hoc æquale eſſe debet 4. quadratis, qui eſt numerus productus, ex dimidio mediæ partis in ſe, quare abiiciendo quad. vtrinque, fiet illud multinomium, æquale 4. quare tandem reductis partibus ad ſuas conſimiles erunt 2. cubi p. 60. æquales 4. quadratis p. 30. poſitionibus, & 1. cubus p. 30. æqualia 2. quadratis p. 15. poſitionibus, quare res valet 2. vel per capitulum, vel etiamſolo ſenſu experiendo.

Circa quod notanda ſunt tria. Primum, quòd reduxi rem ad experimentum in numeris, vt videres veritatem rei facilius, ſtultum eſt enim ſemper difficultatem addere difficultati. Secundum, quòd 1. cubus p. 30. æqualis 2. quad. p. 15. rebus, habet aliam rei æſtimationem quàm 2. quæ cognita eſt ex ſuo capitulo, ſed pro nunc ne operatio longior euadat, eam relinquimus. Tertium notandum eſt, quòd tu vides, demonſtrationem ſic tenere in m. ſicut in p. & quòd numerus ſemper eſt addendus neceſſariò, quia conſurgit ex quadrato numeri quadratorum cum numero quadratorum priorum, ſeu quadrata ſint addenda ſeu minuenda, ducto in dimidium numeri quadratorum minuendorum. Hoc ſtante, diximus quòd rei æſtimatio eſt 2. & addendæ ſunt 2. res per m. quadratorum, igitur minuemus 4. quadrata ex vtraque parte, habebimus igitur 1. quad. quadratum m. 6. quadratis p. 1. æqualia 4. quadratis m. 4. poſitionibus m. 7. pro numero autem addendus eſt quadratus numeri dimidij quadratorum detractorum, & hoc dimidium eſt 2. quadratum cuius eſt 4. & ſimiliter productum ex numero priorum quadratorum in rei æſtimationem, quod productum eſt 4. igitur addemus 8. vtrique parti, & fient tandem vt vides 1. quad. quadratum m. 6. quadratis p. 9. æqualia 4. quadratis m. 4. poſitionibus p. 1. manifeſtum eſt autem quod ambo hæc habent radices duplices, vt vides, ſed facta reductione veniunt neceſſario ad duo capitula, vel 1. quadratum æquale 2. poſitionibus p. 2. vel 1. quadratum p. 2. poſitionibus æqualia 4. horum capitulo- Notandum.

rum

1. quad. quad. m̃. 2. quad. p̃. 1. m̃. 4. quad. p. 8.
1. quad. quad. m̃. 6. quad. p. 1.
8. quad. m̃. 4. pos. m̃. 7. m̃. 4. quad. p. 8.
4. quad. m̃. 4. pos. p. 1.

1. quad. quad. m̃. 6. qd. p. 9.	1. quad. m̃. 3.
	3. m̃. 1. quad.
4. quad. m̃. 4. quad. p. 1.	2. pos. m̃. 1.
	1. m̃. 2. pos.
1. quad. æqual. 2. pos. p. 2.	℞. 3. p. 1.
1. quad. p. 2. pos. æqual. 4.	℞. 5. m̃. 1.

pª æstimatio.	2ª æstimatio.
res ℞. 3. p. 1.	res ℞. 5. m̃. 1.
quad. 4. p. ℞. 12.	quad. 6. m̃. ℞. 20.
qd. qd. 28. p. ℞. 768	qd. qd. 56. m̃. ℞. 2880.
4. res ℞. 48. p̃. 4. qd. qd. ℞. 768. p. 28 p. 8.	4. res ℞. 80. m̃. 4. qd. quad. m. ℞. 2880. p. 56. p. 8.
aggreg. ℞. 1200. p. 40.	aggreg. 60. m. ℞. 2000.
10. quad. 40. p. ℞. 1200.	10. quad. 60. m. ℞. 2000.

rum æstimationes sunt ℞. 3. p. 1. & ℞. 5. m. 1. dico igitur quod in æstimationibus 1. quad. quadrati p. 4. positionibus p. 8. æquantur 10. quadratis, cuius probationis experimentum habes à latere dilucidum, vt patet, non declaro autem, an facta alia positione perueniremus vt dixi, cùm 1. cubus p. 30. æquabatur 2. quadratis p. 15. rebus, ad alias duas æstimationes, sed si te delectat operatio, per te ipsum potes illud inquirere.

Qvæstio X.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum aggregatum sit 8. & quadratum tertij, sit æquale aggregato ex quadratis primi & secundi, ponemus eos per primam regulam 1. 1. pos. 1. quad. erunt igitur quadrata 1. 1. quadratum, 1. quad. quad. igitur 1. quad. quad. æquatur 1. quadrato p. 1. quare ex capitulo deriuatiuorum vigesimoquarto, habebimus rei æstimationem ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & tertia quantitas est eius quadratum, scilicet ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & prima fuit 1. igitur totum aggregatum est $1\frac{1}{2}$ p. ℞. $\frac{1}{4}$, p. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p $\frac{1}{2}$,

1.	pª
$\frac{1}{2}$ p. ℞. $1\frac{1}{4}$	2ª
℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$	3ª
$1\frac{1}{2}$ p. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$.	

hoc autem non est 8. vt propositum est, dic igitur per regulam trium quantitatum, si $1\frac{1}{2}$ p. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ esset 8. quid esset 1. prima quantitas? duc 8. in 1. fit 8. diuide 8. per $1\frac{1}{2}$ p. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, & exit 4. p. ℞. v. ℞. 500. p. 10. m. ℞. v. ℞. 1920. p. 18. & hæc est prima quantitas, qua habita si duxeris eam per ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$, habebis tertiam quantitatem, quam si duxeris denuò in primam quantitatem vltimo inuentarum, ℞. G. producti, est secunda quantitas, & ne mireris quòd tertiam quantitatem præponam secundæ in operatione, quia est longè simplicior.

Qvæstio XI.

Si quis dicat, inuenias numerum, qui ductus in ℞. suam cubicam m. 3. faciat 64. Pones illum 1. cubum, igitur ductus in ℞. cubicam m. 3. producit 1. quad. quadratum m. 3. cubis, æqualia 64. igitur 1. quad. quadratum m. 3. cubis, æquatur 64. dico quòd possumus soluere modo septimæ quæstionis, & etiam alio modo, sine transmutatione, quo potest etiam solui septima quæstio, & facilius, sed volui docere ambos modos, vt melius scires operari, debes igitur scire duo. Primum, quòd vt res debent semper manere ab alia parte, à qua est numerus cum quadratis, & non à parte quad. quadrati, sic cubi, seu p. seu m. debent manere cum quad. quadrato. Secundum, quòd vt numerus rerum nunquam debet variari, sic nec numerus cuborum. Et possumus addere tertium his, scilicet, quòd vbi sunt res, peruenimus ad 1. quad. quadratum p. quad. p. numero, æqualia quad. rebus p. vel m. & numero p. sic hîc peruenimus ad quad. quadratum p. quad. p. numero, æqualia quad. quad. cubis p. vel m. & quad. p. Hoc intellecto, sic soluitur quæstio, addes ad numerum 2. positiones quadratorum, igitur ducto eius dimidio in se, fit 1. quadratum numeri quadratorum quadratorum, diuiso igitur per 64. habes $\frac{1}{64}$ quad. numerum quadratorum quadratorum, quare vides, quòd

$\frac{1}{64}$ qd. p. 1. quad. qd.	m. 3. cub.	2. pos. quad.	$\frac{1}{64}$ qd. qd. qd.	2. pos. qd.	64

addidisti ad habendam radicem $\frac{1}{16}$ quadrat. pro numero quad. quad. & 2. positiones pro numero quad. igitur addes eadem ad 1. quad. quadratum m. 3. cubis, & habebis $\frac{1}{46}$ quadrati p. 1. pro numero quad. quad. & m. 3. cubis & 2. positionibus, pro numero quadr. igitur ad hoc vt habeat radicem, oportet vt extrema inuicem ducta, producant, quantum dimidium mediæ quantitatis in se, est autem dimidium $1\frac{1}{2}$ cubi, quod ductum in se, producit $2\frac{1}{4}$ cu. quadrata, & $\frac{1}{64}$ quadrati p. 1. numeri quad. quad. in 2. positiones numeri quad. producit $\frac{1}{32}$ cubi p. 2. positionibus numeri cu. quadrati, nam quad. quadratum in quadratum, producit cu. quadratum, habes igitur $\frac{1}{32}$ cubi p. 2. positionibus numeri cu. quad. æqualia $2\frac{1}{4}$ cu. quadratis, igitur cu. quadratum, ad cu. quadratum in æqualitate; sic numerus ad numerum, quare $\frac{1}{32}$ cubi p. 2. positionibus, æqualia $2\frac{1}{4}$, quare 1. cubus p. 64. positionibus æqualia 72. quare rei æstimatio, p. ℞. v. cubica ℞. $11005\frac{1}{27}$ p. 36. m. ℞. v. cubica ℞. $11005\frac{1}{27}$ m. 36. & duplum

duplum huius pro quadratis addetur vtrique parti, radix igitur ex vna parte eſt 8. p̃. rebus ſub numero æſtimationis rei, ex alia autem quadrata ſub numero ℞. v. $\frac{1}{64}$ quadrati, huius æſtimationis addito 1. m. poſitionibus ſub numero ℞. dupli huius æſtimationis.

Qvæstio XII.

Si quis dicat, 1. quad. quadratum p̃. 3. æquatur 12. rebus, addes 2. poſitiones quadratorum, & 1. quadratum numeri quadratorum, quare ſic habebit ℞. quadratam ſi-

1. quad. quad. p̃. 3.	12. poſ.
2. poſ. quad. p̃. 1. quad. m. 3.	
1. qd. qd. p̃. 2. poſ. p̃. 1. qd.	2. poſ. | 12. | 1. quad. m. 3.
1. qd. qd. p̃. 6. quad. p̃. 9.	6. quad. p̃. 12. poſ. p̃. 6.

ne numero vt clarum eſt, igitur addemus ex alia parte pro numero quadratorum 2. poſitiones, & pro numero 1. quad. m. 3. habebis partes vt vides, quare multiplicatis partibus, habes 2. cubos æquales 6. rebus p̃. 36. & 1. cubum, æqualem 3. rebus p̃. 18. & res valet 3. igitur partes ſunt vt vides, & erit 1. quadratum p̃. 3. ℞. primæ partis, æqualis rebus ℞. 6. p̃. numero ℞. 6. & res quæſita erit, ℞. v. ℞. 6. m. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{2}$.

Qvæstio XIII.

Inuenias numerum, cuius quad. quadratum cum duplo cubi, ſit p̃. ipſo numero, igitur dices, 1. quad. quadratum p̃. 2. cubis æquantur ad 1. poſitionem p̃. 1. hic non datur locus radici ſubtrahendæ, nec diuiſioni. Sed dices ex prima regula, inuenias tres numeros in continua proportione, quorum aggregatum ad aggregatum ſecundi & tertij eamdem habeat ratione quam aggregatum 2[i] & 3[ii] ad primum. Pones igitur eos 1. 1. poſ. 1. quad. habebis igitur 1. quad. quadratum p̃. 2. cubis p̃. 1. quadrato, æqualia 1. quadrato p̃. 1. poſitioni p̃. 1. quare abiecto 1. quadrato communi, habebimus 1. quad. quadratum p̃. 2. cubis, æqualia 1. poſitioni p̃. 1. ergo iam ſcimus rationes quantitatum, quia verò ex aggregato in primam, fit quadratum aggregati ſecundæ & tertiæ, igitur tale aggregatum eſt diuiſum ſecundùm proportionem habentem medium & duo extrema, & eius minor portio eſt 1. igitur reſiduum (& eſt maior portio) eſt ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$, & hoc æquatur (vt ſupponitur) 1. quadrato p̃. 1. poſitione, igitur quantitates ſunt vt vides.

Mediæ igitur quantitatis (quæ eſt res) 1. quad. quadratum p̃. 2. cubis æquantur ipſi

	prima	1.
2. res ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{3}{4}$ m. $\frac{1}{2}$		
3. quad. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. 1. m. ℞. v. ℞. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{3}{4}$		

quantitati p̃. 1. id eſt ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{3}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$: & per hæc intelligis modos harum regularum, ſi exempla hæc diligenter cum ſuis operationibus animaduertas.

Capvt XL.

De modis ſuppoſitionum generalium, ad artem maiorem pertinentibus, & regulis quæ extra ordinem ſunt, ac æſtimationibus diuerſi generis ab his quæ dictæ ſunt.

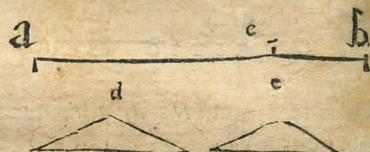
Cvm fuerit cubus æqualis quadratis & numero, ſi ab æſtimatione illa detrahatur numerus quadratorum, relinquetur æſtimatio cubi & totidem quadratorum, æqualium numero qui ſit in eadem proportione cum numero primæ æquationis in qua eſt ipſa ſecunda æquatio ſeu æſtimatio ad primam æſtimationem. Exemplum, cubus æquatur 2. quadratis p. $1\frac{17}{64}$, & æſti- 1

	æſtimat.
1. cu. æqual. 2. quad. p. $1\frac{17}{64}$	$2\frac{1}{4}$
1. cu. p. 2. quad. æqual. $\frac{9}{64}$	$\frac{1}{4}$

matio eſt $2\frac{1}{4}$, dico, quòd ſi abiicias 2. numerum quadratorum, relinquetur $\frac{1}{4}$, æſtimatio cubi & 2. quadratorum, æqualium $\frac{9}{64}$, qui numerus eſt in eadem proportione cum $1\frac{17}{64}$ numero prioris æquationis, in qua eſt $\frac{1}{4}$ æſtimatio ſecunda, ad $2\frac{1}{4}$ primam æſtimationem, cuius demonſtratio ſit hæc:

Demonstratio.

Ponatur a b æſtimatio prima, & a c numerus quadratorum, & erit b c æſtimatio alicuius cubi & quadratorum, ſecundum a c numerum æqualium alicui numero, qui ſit e, ponatur verò d numerus, qui cum quadratis a b ſecundum numerum a c æquetur cubo a b, quia igitur cubus a b æquatur producto ex a c & c b in quadratum a b,



itémque producto ex a c in quadratum a b cum numero d, erit d æqualis producto c b in a b quadratum, & ſimiliter cubus c b cum producto a c in quadratum c b, æquatur e numero, & æquatur etiam producto ex a b in quadratum b c, igitur productum a b in quadratum b c, æquatur e, verùm producti b c in quadratum a b, ad productum a b in quadratum b c, vt a b ad b c per 143. libri de proport. colligitur, & in lib. Alizæ. Proportio igitur d ad e, vt a b ad b c, quod erat probandum. Similiter ſequitur, permutando proportiones æquationum numerorum ad ſuas æſtimationes eaſdem eſſe, cùm æſtimationum differentia fuerit numerus quadratorum.

Cùm fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, item cubus æqualis totidem quadratis eidémque numero, erit proportio aggregati ex prima æſtimatione & numero quadratorum, ad reſiduum, quod fit detracto à ſecunda æſtimatione numero quadratorum, 2

torum, vt secundæ æstimationis ad primam duplicata, velut si dicam, cubus & 3. quadrata, æquantur 20. & cubus æquatur 3. quadratis p̄. 20. in prima æstimatio rei est 2. in secunda est ℞. v. cubica 11. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. v. cubica 11. m̄. ℞. 120. p̄. 1. dico quòd si addas 3. numerum quadratorum, ad 2. primam æstimationem (& fiet 5.) & minuas idem 3. ex secunda æstimatione (& fiet ℞. v. cu. 11. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. v. cu. 11. m̄. ℞. 120. m̄. 2.) quod proportio 5. ad hanc radicem, est velut ℞. v. cubicæ 11. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. v. cubica 11. m̄. ℞. 120. p̄. 1. æstimationis secundæ, ad 2. æstimationem primam, duplicata, cuius rei est demonstratio hæc.

Demonstratio.

Sit æstimatio prima b c, secunda a b, numerus quadratorum communis, a d, quia igitur cubus a b, æqualis est productis a d & d b in quadratum a b, & a b est



numerus quadratorum, erit productum ex db in quadratum a b, æquale numero æquationis, quare & cubo b c cum producto a d in quadratum b c, igitur quod ex b d in quadratum a b, æquale est ei, quod ex aggregato a d & c b in quadratum c b, igitur per 7. sexti & 34. 11. Elementorum, a d & c b, iunctorum ad b d, velut a b ad b c, ratio seu proportio duplicata.

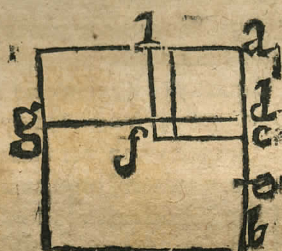
3 Cùm fuerint quadrata æqualia cubo & numero, conuertetur capitulum in capitulum rerum æqualium cubo & numero, & æstimatio secunda semper est addenda vel detrahenda tertiæ parti numeri quadratorum, vt habeatur prima, & est ex his quæ ad septimum capitulum pertinent, & modus est. Sume differentiam numeri æquationis propositi, & dupli cubi τpquad. & eam pone pro numero, qui cum cubo æquatur rebus totidem, quotus est numerus, qui est tertia pars quadrati numeri quadratorum, ergo inuenta secunda æstimatione, pro habenda prima, addes eam τpquad. si numerus fuit maior duplo cubi τpquad. vel minues, si numerus fuit minor duplo cubi τpquad. & conflatum vel residuum, est æstimatio prima.

Exemplum, Cubus & 80. æquantur 9. quadratis, dupla cubum 3 qui est τpquad. fit 54. differentia cuius ab 80. est 26. igitur cubus p̄. 26. æquabitur 27. rebus, est autem 27. tertia pars quadrati 9. igitur æstimatio secunda est 1. quæ addita ad 3. τpquad. constituit 4. æstimationem primam quia numerus, qui est 80. est maior duplo cubi τpquad. quod est 54.

Aliud exemplum, Cubus p̄. 5. æquatur 6. quadratis, duc 6. in se fit 36. huius tertia pars est 12. numerus rerum, inde detrahe 5. numerum æquationis, ex 16. duplo cubi 2. τpquad. & relinquitur 11. igitur 1. cub. p̄. 11. æquatur 12. rebus, æstimatio autem est 1. detrahe igitur 1. ex 2. τpquad. quia numerus est minor duplo cubi τpquad. relinquitur æstimatio cubi p̄. 5. æqualis 6. quad.

Demonstratio.

Demonstratio autem huius est, ponatur a b numerus quadratorum 9. a c æstimatio rei, cuius cubus p̄. 80. æquatur a b ductæ in a f quadratum a c, & fit a d tertia pars



a b, & similiter d e & e b & a g superficies æquidistantium laterum, & tertia pars quadrati a b per primam sexti Elementorum, quia igitur ex b a in a c, fit cubus a f p̄. 80. erit quod ex b c in a f 80. quod igitur ex b d in a f 80. p̄. eo quod ex c d in a f, detracto igitur quod ex b d in a h, & est duplum cubi a d, fiet quod ex b d in gnomonem, 26. p̄. eo quod ex c d in a f, at quod ex b d in gnomonem, æquale est quadruplo c d in quadratum a h, & duplo a d in quadratum h f, eò quòd lineæ b e, e d, d a, d h, & reliquæ supplementorum sunt æquales inuicem, quadruplum igitur c d in quadratum a h cum duplo a d in quadratum h f, æquatur 26. p̄. eo quod ex c d in f a, at ex c d in f a, fit cubus c d, & duplum a d in quadratum f h, & c d in quadratum a h semel, igitur ablato eo quod ex c d in quadratum a h semel, & ex a d in quadratum h f bis, vtrinque, erit triplum c d in a h, æquale cubo c d p̄. 26. at quod ex c d in h a ter, æquale est ei, quod ex c d in a g semel, cùm d h sit tertia pars d g, igitur quod ex c d in a g tertiam partem quadrati a b, æquale est cubo ipsius c d p̄. 26.

Cùm quæstionis solutio ad multitudinem denominationum peruenerit, solutio plerunque sperari potest, nam ex mala tractatione sæpius hoc euenit, vnde ad pauciores & notas denominationes deducta soluitur, & generaliter. At cùm ad capitulum paucarum sed inæqualium denominationum peruenerit, quæstionis solutio, nunquam generaliter ad cognitionem perueniet, cùm semper in id incidat capitulum, quod generalem æstimationis inueniendæ regulam non habet: velut si ad capitulum r[1] p[1], quadratorum, rerum ac numeri deuenerit. 4

Cùm verò hoc in omnibus, tum maximè in Geometricis quæstionibus, quæ graues sunt, plurimum conferre solet, vt præuias alias, ac minus difficiles quæstiones oluas, huius libri auxilio, demum in regulas de 5

de modo solutiones has contrahes, inde illarum auxilio pedetentim procedens per positionis præcepta & regulas, ad aliquod tandem horum capitulorum notorum peruenies, ex quo dilucida solutio apparebit.

6 Præter has autem æstimationes, aliæ quædam emergunt, quarum numerus est infinitus, nec vllius earum generalis est vsus, verùm quæ maximè sunt frequentes, tribus modis fiunt. Aut enim regula peculiari, vt in sexto libro ostensum est. Tum magis in capitulis omnibus quantitatum continuè proportionalium, vt facile est experiri. Aliæ autem ex iterata regularum vel capitulorum operatione, vel mixtione: vt, cùm ad quæsiti solutionem pluribus capitulis vel regulis indigemus. Exemplum habes, superiùs, Capite 35. Quæstione 4. & Capite 31. Quæstione 2. huius, sed oportet perficere. Tertio modo habebis varias æstimationes, cum capitula vel regulas non in numeris, sed iam variatis æstimationibus exerceueris, vt si dicam, fac ex ℞. vltimi 8. m̄. ℞. 2. duas partes, ex quarum ductu in radices alterius mutuo fiant numeri, qui iuncti inuicem faciant 4. operatio perueniet ad absonam quantitatem.

7 Natura producti ex partibus numeri in ℞. quadratam vel cubam vel alterius generis partis reliquæ, est de genere cubi, vel quad. quadrati, excepto quòd quantitas sumenda est proximior maximè, non minori. Exemplum, si qus dicat, fac ex 10. duas partes, quarum productum vnius in quadratum alterius faciat 9. & postmodum velis dicere, fac ex aliquo numero duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius, fiat 18. tunc vides quòd talis productio est ex genere cubi, quia igitur, si proportio esset eadem, fieret hoc ex 20. quod est duplum 10. vt 18. est duplum 9. at quia est ex genere cubi, inueniemus duos terminos proportione continuâ medios inter 10. & 20. & sunt ℞. cubica 2000. & ℞. cubica 4000. igitur numerus quæsitus est ℞. cubica 2000. nam vna pars est ℞. cubica 2. alia ℞. 1458. ducta ℞. cub. 1458. in quadratum ℞. cub. 2. fit ℞. cubica 5832. quæ est 18. Dico igitur quòd si dixisset, vt facias de 10. duas partes, ex quarum mutua multiplicatione in ℞. alterius fiat 12. quod hæc habet rationem cubicam, vnde si diceremus, inuenias numerum ex cuius ductu vicissim partium in mutuas radices fiat 24. & velis ex primis partibus inuenire alias, tunc inter 10. & 20. eadem ratione, qui se habent vt 9. & 18. accipies in ratione cubica duos terminos medios proportionales, & maior illorum qui est ℞. cubica 4000. est terminus quæsitus, nam vna pars est ℞. cubica 4. alia ℞. cubica 2916. duc vicissim in ℞. quadratam alterius fiunt ℞. cubica 5832. & ℞. cub. 216. quæ sunt 18. & 6. & hæ iunctæ faciunt 24.

9.	18.
10.	20.
℞. cu.	℞. cu.
2000.	4000.

Quælibet æquatio cubi æqualis rebus & numero, conuertitur in consimilem, cuius numerus rerum constat ex diuisione prioris numeri rerum per numerum æquationis, & numerus æquationis est ℞. eius quod prouenit diuisâ monade per numerum æquationis, vt in exemplo, cubus æquetur 6. positionibus p̄. 2. diuide 6. numerum positio- 8

1. cub. æqualis 6. pos. p̄. 2.
1. cub. æqualis 3. pos. p̄. ℞. $\frac{1}{2}$

1. cub. æqualis 4. pos. p̄. 4.
1 cub. æqualis 1. pos. p̄. $\frac{1}{2}$

1. cub. æqualis 6. pos. p̄. 9.
1. cub. æqualis $\frac{2}{3}$ pos. p̄. $\frac{1}{3}$

num per 2. numerum æquationis, exibit 3. numerus positionum secundæ æquationis, diuide etiam vnitatem per 2. numerum æquationis, exit $\frac{1}{2}$, cuius ℞. est numerus æquationis, & ita in duobus reliquis exemplis. Inuentio autem æstimationis vnius per aliam, est valde difficilis, veruntamen dico, quòd habita secunda æstimatione, ipsa erit ℞. numeri rerum multiplicandarum cum monade seu vno per 1. cub. & per positiones, & numerum priorem ex alia parte, inde addes tot quadrata vtrique parti, quotus est numerus, qui prouenit diuiso vno per quadruplum quadrati eiusdem secundæ æstimationis, & habebis quad. quadratum p̄. cubo p̄. quadrato ex vna parte, habentia ℞. quæ erit quad. p̄. pos. & ex alia quad. p̄. pos. p̄. numero, habentia similiter radicem quæ erit positio p̄. numero, quare per capitulum, habebis æstimationem, vt in tertio exemplo, habes secundam rei æstimationem 1. pro habenda prima duc 1. positionem p̄. 1. (pro regula sumitur 1.) sed 1.

1. cub.	6. pos. p̄. 9.
1. pos. p̄. 1.	1. pos. p̄. 1.
1. quad. quad. p̄. 1. cub.	6. quad. p̄. 15. pos. p̄. 9.
1. qd. qd. p̄. 1. cu. p̄. $\frac{1}{4}$ qd.	$6\frac{1}{4}$ quad. p̄. 15. pos. p̄. 9.
1. quad. p̄. $\frac{1}{2}$ pos.	$2\frac{1}{2}$ pos. p̄. 3.

pos. est propter quadratum æstimationis rei, quod fuit etiam 1. in 1. cubum & 6. positiones p̄. 9. habebis 1. quad. quadratum p̄. 1. cubo, æqualia 6. quadratis p̄. 9. p̄. 15. positionibus, deinde adde vtrique parti $\frac{1}{4}$ quadrati, & est quod prouenit semper diuisa vnitate per quadruplum quadrati numeri positionum additarum, & habebis partes habentes ℞. quadratas, quare res est 3.

HIERO.



HIERONYMI CARDANI ARS MAGNA ARITHMETICÆ,

Seu Liber quadraginta Capitulorum, & quadraginta Quæstionum.

PROOEMIVM
AD R. D. PHILIPPVM ARCHINTVM, Episcopum Burgi sancti Sepulchri.



POST compositionem Libri Practicæ visum est mihi necessarium ea ostendere, quæ à pluribus impossibilia iudicata sunt, quæ omnia nos inuenimus ex demonstrationibus trium Librorum à nobis editorum super Euclidem, exceptis duabus regulis harum, nomina Auctorum cum ipsis regulis apposui; hæc autem omnia tibi dicaui, vt (cùm existimem hunc librum perpetuum futurum inter cæteros, vtpote quòd Aritmeticæ artem totam complecti videatur) æternum testimonium præcelsæ tuæ Virtutis, & Humanitatis, & meæ, erga te obseruantiæ, in futuris seculis. Vale.

CAPVT PRIMVM.

De subiectis huius libri in comparatione ad decimum Euclidis.

EVCLIDES inuenit 4. lineas simplices rationalem actu, & est numerus vt 3. vel $2\frac{1}{4}$: nam fractorum & integrorum eadem est ratio.

Rationalem in potentia, & est ℞. cuiuslibet numeri non habentis radicem quadratam, quæ sit numerus veluti ℞. 3. vel ℞. $2\frac{1}{2}$.

Medialem, & est ℞. ℞. cuiuslibet numenon quadrati, veluti ℞. ℞. 3. & ℞. ℞. $2\frac{1}{2}$ sed ℞.℞. $2\frac{1}{4}$ non est medialis, sed est rationalis potentia, quia ℞. ℞. $2\frac{1}{4}$ æquivalet ℞. $1\frac{1}{2}$.

Irrationalem absolutè, & est quædam medialis & quædam non; veluti ℞. ℞. 3. est etiam irrationalis, omnis. n. medialis numerus est irrationalis, sed non conuertitur; est etiam irrationalis non medialis, veluti ℞. ℞. ℞. 3. vel ℞. cu. 3. vel ℞. v. 5. p̄. ℞. 10. & vniuersaliter sunt numero & specie infinitæ.

Rationalis actu:	Rationalis potentiâ tantùm:
3.	℞. 3.

Medialis:
℞. ℞. 3.

Irrationalis absolutè:
℞. ℞. ℞. 3. vel ℞. cu. 3. vel ℞. v. 3. p̄. ℞. 5.

Post hæc considerat lineas compositas ex duabus, & sunt 6. in genere per additionem, & 6. conuersæ per diminutionem, sed antequam hoc consideret, comparat has quatuor lineas simplices inuicem, & semper præsupponit in omnibus quod sint actu in commēsurabiles, quia alioqui fierent vna

linea, siue vnus numerus veluti ℞. 12. & ℞. 3. non comparantur inuicem, quia reuera iunctæ æquiualent ℞. 27. in comparatione igitur fugit commensurabiles, igitur comparationem rationalis ad rationalẽ. Fugit etiam eas quæ nihil producunt rationale, nec potentiâ nec actu, nec quadrata illarum componant aliquid rationale, actu vel potentiâ, solùm igitur considerat comparationem inter has quatuor quæ habent duas conditiones quod sint incommensurabiles longitudine, & quòd aliquo modo producant numerum vel ℞. simplicem.

Prima igitur comparatio fit inter numerũ & ℞. vel inter duas ℞. & per additionem constituitur binomium, per diminutionem residuum veluti 3. p̃. ℞. 5. vel ℞. 7. p̃. 2. vel ℞. 3. p̃. ℞. 2. omnia sunt binomia, hæc verò sunt residua vt 3. m̃. ℞. 5. & ℞. 7. m̃. 2. & ℞. 3. m̃. ℞. 2.

Secunda comparatio est duarum medialium, solùm potentia commensurabilium, quæ vel inuicem multiplicatæ producunt numerum, & tales iunctæ constituunt bimediale primum veluti ℞. ℞. 54. & ℞. ℞. 24. inuicem ductæ producunt ℞. ℞. 1296. & est 6. sunt etiam potentia communicantes, quia proportio quadratorum ℞. ℞. 54. & ℞. ℞. 24. (súntque talia quadrata ℞. 54. & ℞. 24.) est in proportione ℞. 9. ad ℞. 4. quare proportio talium quadratorum est veluti 3. ad 2. & ita communicant, tales autem iuncti numeri producunt bimediale primum, vt ℞. ℞. 54. p̃. ℞. ℞. 24. sed adiuncti perm̃. constituunt residuum mediale primum, vt ℞. ℞. 54. m̃. ℞. ℞. 24.

Tertia comparatio est duarum medialium potentia tantùm communicantium producentium mediale quarum longior sit potentior breuiore quadrato alicuius quantitatis incommensurabilis longiori, & tales numeri vel lineæ (non enim in nomine differentiam facio, nam & lineas pro numeris & numeros pro lineis intelligi volo) componunt iunctæ bimediale secundum, & residuatæ residuant residuum mediale secundum, veluti ℞. ℞. 18. p̃. ℞. ℞. 8. est bimediale secundum, & ℞. ℞. 18. m̃. ℞. ℞. 8. est residuum mediale secundum, nam proportio ℞. ℞. 18. ad ℞. ℞. 8. est commensurabilium potentia, quia quadrata quæ sunt ℞. 18. & ℞. 8. sunt in proportione ℞. 9. ad ℞. 4. & est 3. ad 2. igitur sunt commensurabilia talia quadrata. Quod autem producatur ℞. patet quia ex ℞. ℞. 18. in ℞. ℞. 8. fit ℞. ℞. 144. quod est ℞. 12.

Quarta comparatio est irrationalium & potentia incommensurabilium & tunc vel multiplicatæ inuicem producunt ℞. numeri & quadrata iuncta faciunt numerum, & tales numeri iuncti faciunt lineam maiorem vel residuati faciunt lineam minorem.

Si verò potentia incommensurabiles producant numerum & quadrata iuncta faciant ℞. (& est conuersum præcedentis) tunc compositæ faciunt lineam potentem in rationale & mediale, residuatæ autem faciunt lineam quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Si verò potentia incommensurabiles producant mediale inuicem multiplicatæ, & etiam quadrata iuncta componant mediale ita tamen quòd hoc mediale non sit commensurabile productioni vnius in alteram: tunc hæ iunctæ faciunt lineam potentem in duo medialia & residuatæ lineam quæ iuncta cum mediali componit totum mediale.

Circa hoc nota duo, primum quòd possibile est duas quantitates esse longitudine commensurabiles & tamen producere ℞. & non numerum veluti ℞. 32. & ℞. ℞. 2. communicant longitudine, quia vna est dimidium alterius, eò quòd vna continet aliam 16. vicibus quod est quadratum quadrati de 2. & tamen multiplicata ℞. ℞. 2. in ℞. ℞. 32. producitur ℞. ℞. 64. & est ℞. 8. qui non est numerus sed ℞. Et per contrarium duæ quantitates mediales non communicabunt longitudine, & tamen inuicem multiplicatæ producent numerum veluti ℞. ℞. 54. & ℞. ℞. 24. inuicem ductæ producunt 6. & tamen non communicant longitudine, quia proportio ℞. ℞. 54. ad ℞. ℞. 24. est veluti ℞. ℞. $2\frac{1}{4}$ prodeuntis ex diuisione 54. per 24. quæ ℞. ℞. $2\frac{1}{4}$ est ℞. $1\frac{1}{2}$ quod est numerus surdus, ideo non communicant.

Secundum est quod in vltima comparatione quantitatum diximus quòd aggregatum quadratorum esset incommensurabile producto vnius in alteram, quia si essent commensurabilia, tunc totum esset mediale, quare per quartam secundi quadratum totius esset mediale, & ℞. quod est aggregatum, esset quantitas medialis & non potens in duo medialia, nam hoc est suppositum generale tales species quantitatum inuicem omnes differre.

CAPVT II.

De inuentione dictarum quantitatum.

PRo inuentione binomij sufficit vel residui accipere numerum & ℞. numeri vel duas ℞. non communicantes & habes binomium addendo vel residuum minuendo vt ℞. 5. p̃. ℞. 2. vel ℞. 5. m̃. ℞. 2. vel 5. p̃. ℞. 2. vel ℞. 7. m̃. 2. Porrò tales quantitates non communicabunt, cùm fuerit proportio earum, veluti numeri quadrati ad numerum non quadratum.

Pro inuentione constituentium bimediale primum vel residuum mediale primum, cape binomium aliquod quoduis veluti 6. p̃. ℞. 2. quadra vtramque partem, fiunt 36. & 2. multiplica vnam in aliam, fit 72. huius accipe ℞. ℞. fit ℞. ℞. 72. & hæc est prima quantitas: deinde multiplica quamuis partem binomij assumpti videlicet 6. vel ℞. 2. in seipsam ter vtpote multiplico 6. in se fit 36. multiplico 36. in se fit 1296. multiplico 1296. in se fit 1679616. diuide hoc per 72. exit 23328. &

6. p̄. ℞. 2.
36. 2.
1296. ℞. ℞. 72. ℞. ℞. 23328.
1679616.
72.

23328. ℞. ℞. 23328. p̄. ℞. ℞. 72.
℞. ℞. 23328. m̄. ℞. ℞. 72.

& huius ℞. ℞. est secundus numerus, igitur bimediale primum erit ℞. ℞. 23328. p̄. ℞. ℞. 72. & residuum mediale primum erit ℞. ℞. 23328. m̄. ℞. ℞. 72. & sic potes inuenire infinitos.

Pro inuentione quantitatum componentium bimediale secundum, cape numerum quadratum vtpote 36. quem diuide in duos non quadratos, veluti 24. & 12. deinde cape ℞. omnium, ita quod fiat trinomium hoc 6. p̄. ℞. 24. p̄. ℞. 12. deinde quadra duos primos & fient 36. & 24. multiplica

36.
24. 12.
6. ℞. 24. ℞. 12.
36. 24. 12.
24. 144.

℞. ℞. 864. 124416.
144. 1296.

124416. ℞. ℞. 96.

inuicem fiunt 864. huius cape ℞. ℞. & est ℞. ℞. 864. quantitas prima. Deinde quadra ℞. 12. bis, primò fit 12. secundò 144. multiplica 144. in 864. fit 124416. Diuide per quadratum 36. (quod est 1296.) exit 96. cuius ℞. ℞. est secundus numerus quæsitus. Habebis igitur primam quantitatem ℞. ℞. 864. secundam ℞. ℞. 96. quare erit bimediale secundum ℞. ℞. 864. p̄. ℞. ℞. 96. & residuum mediale secundum ℞. ℞. 864. m̄. ℞. ℞. 96.

Pro inuentione duarum quantitatũ componentium lineam maiorem, & residuantium minorem accipe aliquod binomium sub hac formâ veluti cape vnum numerum quadratũ qui sit 36. & diuide eum in duos non quadratos, qui sint 24. & 12. deinde accipe ℞. totius quæ est 6. & ℞. vnius partis quæ est puta 12. & habebis 6. p̄. ℞. 12. Deinde diuide minorem partem binomij quæ est ℞. 12. per æqualia fit ℞. 3. diuide 6. in duas partes, ex quarum multiplicatione proproducatur quadratum ℞. 3. quod est 3. per

36.
24. 12.
6. p̄. ℞. 12.
3. p̄. ℞. 6. ℞. 3.
3. m̄. ℞. 6 15. p̄. ℞. 216.
18. p̄. ℞. 216. 15. m̄. ℞. 216.
18. m̄. ℞. 216.

centesimam regulam quadragesimi secundi capituli practicæ & habebis 3. p̄. ℞. 6. & 3. m̄. ℞. 6. Deinde quadra vtramque partem & habebis 15. p̄. ℞. 216. & 15. m̄. ℞. 216. cuilibet harum partium adde quadratum dimidij minoris quantitatis & fuit 3. tale quadratum, habebis igitur 18. p̄. ℞. 216. & 18. m̄. ℞. 216. & ℞. v. talium

℞. v. 18. p̄. ℞. 216.
℞. v. 18. m̄. ℞. 216.

erunt quæsitæ quantitates videlicet ℞. v. 18. p̄. ℞. 216. & ℞. v. 18. m̄. ℞. 216. igitur linea maior est ℞. v. 18. p̄. ℞. 216. p̄. l. ℞. v. 18. m̄. ℞. 216. & linea minor erit ℞. v. 18. p̄. ℞. 216. m̄. l. ℞. v. 18. m̄. ℞. 216.

De tribus aliis lineis dictis fecimus probationem in primo capitulo, de hac autem facimus probationem sic: constat quadrata partium esse 18. p̄. ℞. 216. & 18. m̄. ℞. 216. & hæc sunt incommensurabilia. Igitur ℞. v. 18. p̄. ℞. 216. & ℞. v. 18. m̄. ℞. 216. sunt potentia incommẽsurabiles, quadrata etiam iuncta faciunt 18. igitur sunt numerus & est secunda proprietas, multiplicatio etiam vnius in alteram facit ℞. 8. quare &c.

Pro inuentione duarum quantitatum componentium potentem in rationale & mediale, nota quòd duæ componentes bimediale primum huic inseruiunt sicut & componentes bimediale secundum inseruiunt potenti in duo medialia. Accipe igitur quantitates componentes residuum mediale primum vel bimediale primum & sint vt in exemplo primo ℞. ℞. 54. & ℞. ℞. 24. & operatio est eadem præcisè vt in præcedenti diuide ℞. ℞. 24. per æqualia fit ℞. ℞. $1\frac{1}{2}$ quadra ℞. ℞. $1\frac{1}{2}$ fit ℞. $1\frac{1}{2}$ diuide

℞. ℞. 54. ℞. ℞. 24.
℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ ℞. ℞. $1\frac{1}{2}$
℞. $3\frac{3}{8}$ ℞. $1\frac{1}{2}$
℞. $1\frac{1}{2}$

℞. $\frac{3}{8}$
℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ p̄. ℞. ℞. $\frac{3}{8}$
℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ m̄. ℞. ℞. $\frac{3}{8}$
℞. 6. p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$
℞. 6. m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$

℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$
℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$

℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$
℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$

℞. ℞. 54. in duas partes producentes ℞. $1\frac{1}{2}$ hoc modo per centesimam regulam quadragesimisecundi capituli practicæ. Diuide ℞. ℞. 54. per æqualia fit ℞. ℞. $3\frac{3}{8}$, quadra fit ℞. $3\frac{3}{8}$, aufer ℞. $1\frac{1}{2}$ remanet ℞. $\frac{3}{8}$ cuius ℞. (quæ est ℞. ℞. $\frac{3}{8}$) detracta & addita dimidio quod fuit ℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ ostendit partes quæ sunt ℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ p̄. ℞. ℞. $\frac{3}{8}$ & ℞. ℞. $3\frac{3}{8}$ m̄. ℞. ℞. $\frac{3}{8}$. Hæ enim partes inuicem multiplicatæ producunt ℞. $1\frac{1}{2}$ quia producunt ℞. $3\frac{3}{8}$ m̄. ℞. $\frac{3}{8}$ & hoc est æquale ℞. $1\frac{1}{2}$ quia ℞. $1\frac{1}{2}$ cum ℞. $\frac{3}{8}$ producit iuncta simul ℞. $\frac{3}{8}$. Quadra igitur has partes per se, & sunt producta ℞. 6. p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ & ℞. 6. m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ quare addendo vtrique quadratum dimidij minoris quod fuit ℞. $1\frac{1}{2}$

℞. $1\frac{1}{2}$ fiet prima pars ℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ & secunda ℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$, horum igitur ℞. v. sunt quantitates quæsitæ, videlicet ℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ & ℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$. Igitur potens in rationale & mediale est ℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ p̄. l. ℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$, & quantitas quæ cum rationali constituit totum mediale erit ℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ m̄. l. ℞. v. ℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$.

Quòd quadrata partium sint incommensurabilia patet, quia vnum est ℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$, aliud ℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ quare sunt binomium & recisum, ideo incommensurabilia.

Quòd autem contineant numerum patet, productum enim vnius in alteram est ℞. 9. quod est 3. ideo est numerus.

Quòd etiam quadrata iuncta sint mediale patet, nam sunt ℞. 54. nam ℞. $13\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ cum ℞. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $4\frac{1}{2}$ facit duas ℞. $13\frac{1}{2}$ quæ sunt ℞. 54.

Pro inuentione componentium lineam potentem in duo medialia, aut residuantium lineam quæ cum mediali componit totum mediale iam dixi quod oportet assumere duas quantitates componentes bimediale secundum, & fuerunt ℞. ℞. 864. & ℞. ℞. 96. diuido minorem per æqualia, fit ℞. ℞. 6. quadratum eius est ℞. 6. diuido ℞. ℞. 864. in duas partes, quarum multi-

℞. ℞. 864. ℞. ℞. 96.
℞. ℞. 54. ℞. ℞. 6.
℞. 54. ℞. 6.
℞. 6.

℞. 24.
℞. ℞. 54. p̄. ℞. ℞. 24.
℞. ℞. 54. m̄. ℞. ℞. 24.
℞. 150. p̄. 12.
℞. 150. m̄. 12.
℞. 216. p̄. 12.
℞. 216. m̄. 12.

plicatio vnius in alteram, producat ℞. 6. hoc modo, diuido ℞. ℞. 864. per æqualia, fit ℞. ℞. 54. quadro fit ℞. 54. detraho ℞. 6. remanet ℞. 24. huius ℞. quæ est ℞. ℞. 24. adde & minue ex ℞. ℞. 54. habebimus partes ℞. ℞. 54. p̄. ℞. ℞. 24. & ℞. ℞. 54. m̄. ℞. ℞. 24. quadra eas de per se, fiunt ℞. 150. p̄. 12. & ℞. 150. m̄. 12. quibus adde quadratum dimidij minoris, quod fuit ℞. 6. ℞. fiunt ℞. 216. p̄. 12. & ℞. 216. m̄. 12. horum ℞. v. videlicet ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. & ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. sunt partes quæsitæ. Vnde linea potens in duo medialia erit ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. p̄. l. ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. & linea quæ cum mediali componit totum mediale erit ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. p̄. l. ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. & quantitas quæ cum mediali constituit totum mediale erit ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. m̄. l. ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. Quòd autem perficiant partes conditiones prædictas patet, nam sunt incommensurabilia quadrata, videlicet ℞. 216. m̄. 12. & ℞. 216. p̄. 12. cùm sint binomium & recisum, productio vero vnius in altetam est ℞. 72. quæ est medialis, item aggregata quadratorum sunt ℞. 864. & ℞. 72. quæ sunt medialia inuicem incommensurabilia, est enim proportio ℞. 864. ad ℞. 72. veluti ℞. 12. ad 1. & ita patet quod verificantur conditiones.

Circa prædicta nota tria, primum quod Campanus demonstrat in decimo Euclidis, quod tantum est multiplicare ℞. 3. in ℞. 5. quantum multiplicare 3. in 5. & fit 15. deinde accipe ℞. ipsius 15. & hoc tenet in radicibus quadratis cubicis ℞. ℞. radicibus relatis & omnibus aliis. Secundum, quòd quælibet quantitas irrationalis, siue multiplicata siue diuisa per numerum aliquem, remanet in eodem genere quantitatis irrationalis, ac si non esset multiplicata aut diuisa. Vnde si multiplicauerimus ℞. v. ℞. 216. p̄. 12. p̄. l. ℞. v. ℞. 216. m̄. 12. per 3. producetur ℞. v. ℞. 17496. p̄. 108. p̄. l. ℞. v. ℞. 17496. m̄. 108. & hæc erit quantitas potens in duo medialia, & ita de reliquis. Et vniuersaliter omnis quantitas communicans alicui quantitati irrationali est in eodem genere & specie in quo est illa cui communicat, & hoc nota. Tertium notandum est quòd quemadmodum ex bimediali primo & secundo fiunt potens in rationale & mediale, & potens in duo medialia cum suis residuis, ita ex binomio fit linea maior & minor, & ita patet qualiter cum tribus geminationibus linearum per ordinem secundùm duas operationes fiunt sex lineæ principales, videlicet tres primæ fiunt per solam additionem quæ sunt binomium bimediale primum & bimediale secundum cum suis recisis quæ fiunt per detractionem, deinde assumptis eisdem quātitatibus per ordinem, diuisaque minore per æqualia & quadrata, deinde diuisa maiore in partes producentes quadratum dimidij minoris, deinde quadratis talibus partibus vtrique eorum adiungitur quadratum dimidij minoris, & ℞. v. dictorum aggregatorum sunt partes componentes tres quantitates sequentes secundùm suam correspondentiam vt hîc,

Ex binomio,
linea maior
& minor.

Ex bimediali primo, linea potens in rationale & mediale & suum residuum.	Ex bimediali secundo, linea potens in duo medialia cum suo residuo.

Est tamen vna modica differentia, quoniam omnes lineæ constituentes bimediale primum sunt aptæ ad faciendum lineam potentem in rationale & mediale, & omnes lineæ componentes bimediale secundum, sunt aptæ ad constituendum lineam potentem in duo medialia, sed non omnes lineæ constituentes binomium possunt constituere lineam maiorem, sed requiritur quòd maior pars sit potentior minore quadrato incommensurabilis longiori in longitudine vt declarauimus in constitutione lineæ maioris & minoris: & ita solùm quantitates constituentes quartum, quintum,

tum, & sextum binomium, quæ sunt tres vltimæ species binomiorum sunt aptæ ad constituendum lineam maiorem & minorem, primæ autem tres species binomiorum non sunt aptæ ad hoc.

Est etiam quoddam genus quantitatum simile prædictis, & non est de iis, sed æquiualet numero, vel ℞. 51. Si igitur volueris inuenire aliquod binomium, cuius ℞. v. si addatur ℞. v. sui recisi vel minuatur faciat numerum; scias quod hoc est possibile. Si igitur vis quòd addendo proueniat numerus, cape numerum quadratum & eius cape dimidium & ab eo minue 1. & hoc est prima pars binomij. Deinde quadra hanc partem, & ab ea minue 1. & residui accipe ℞. & hæc est secunda pars. Si autem volueris vt minuendo radicem residui à radice binomij proueniat numerus, tunc cape numerum quadratum, & eius dimidio adde 1. & hæc est prima pars. Deinde quadra ipsum, & ab eo minue 1. & residui cape ℞. & hæc est secunda pars.

Exemplum primi, volo duas ℞. v. binomij & sui recisi, quæ faciant numerum, capio 16. quadratum, diuido per æqualia fit 8. detraho 1. remanet 7. prima pars. Quadro 7. fit 49. detraho 1. fit 48. & ℞. 48. est secunda pars. Igitur ℞. v. 7. p. ℞. 48. p̃. ℞. v. 7. m̃. ℞. 48. est numerus & est 4. Et similiter volo residuum ℞. v. quod sit numerus, capio 4. numerum quadratum, diuido per æqualia fit 2. addo 1. fit 3. & hæc est prima pars, quadro 3. fit 9. detraho 1. remanet 8. & ℞. 8. est secunda pars, igitur ℞. v. 3. p̃. ℞. 8. m̃. ℞. v. 3. m̃. ℞. 8. facit numerum qui est 2. Probatio sumitur ex modo adiungendi & detrahendi dictas ℞. v. & ideo patet ex hoc quod duæ quantitates tales, quæ habent rationem binomij & recisi possunt esse numerus verè, & eadem ratio tenet in cubicis sed probatio est difficilior, & regula hæc tenet etiam in aliis & est quod quotiescunque duplum ℞. differentiæ quadratorum partium binomij vel recisi additum duplo primæ partis, vel diminutum ab eo constituit numerum quadratum, tunc verificatur quòd tale binomium vtile, vel recisum vtile æquiualet numero vero &

℞. v. 7. p̃. ℞. 48. p̃. ℞. v. 7. m̃. ℞. 48.	4.
℞. v. 3. p̃. ℞. 8. m̃. ℞. v. 3. m̃. ℞. 8.	2.

℞. v. 6. p̃. ℞. 35. p̃. ℞. v. 6. m̃. ℞. 35.	℞. 14.
℞. v. 8. p̃. ℞. 63. m̃. ℞. v. 8. m̃. ℞. 63.	℞. 14.

ex hoc inuenimus binomium vtile vel recisum vtile, quod erit ℞. 14. ponendo loco quadrati assumpti numerum 14. habebis pro binomio æquiualente & reciso, vt vides.

Caput III.

De cognoscendis sex speciebus Binomiorum & Recisorum.

Cum Binomium sit omnis quantitas composita ex duabus quantitatibus, quarũ vna est ℞. alia numerus vel ambæ radices; diuiditur autem Binomium in sex species, hoc modo, aut enim quadratum maioris partis excedit quadratum minoris, in numero cuius ℞. est commensurabilis maiori parti, & fit Binomium primum, secundum, vel tertium; vel talis ℞. excessus est incommensurabilis maiori parti, & tunc fit Binomium quartum, quintum, vel sextum.

Quod si ℞. excessus est commensurabilis parti maiori, & maior pars sit numerus, & minor ℞. tunc est Binomium primum, vt in exemplo.

Binomium primum,	Residuum primum,
3. p̃. ℞. 5.	3. m̃. ℞. 5.

Constat enim quòd quadratum maioris partis, quod est 9. excedit quadratum minoris partis quod est 5. in 4. cuius ℞. est 2. commensurabilis cum 3. maiore parte, & quia 3. maior pars est numerus, ideo erit Binomium primum: quare & 3. m̃. ℞. 5. erit recisum primum, quia constat ex eisdem.

Si verò ℞. excessus est commensurabilis maiori parti, & maior pars est ℞. & minor numerus, erit Binomium secundum veluti,

Binomium secundũ,	Residuum secundũ,
℞. 12. p̃. 3.	℞. 12. m̃. 3.

Constat enim quòd 12. quod est quadratum maioris excedit 9. quadratum minoris in 3. cuius ℞. est commensurabilis, ℞. 12. quæ est maior pars, quia ℞. 3. est dimidium ℞. 12. cùm igitur ℞. 12. sit ℞. & 3. pars minor sit numerus, erit ℞. 12. p̃. 3. binomium secundum, & ℞. 12. m̃. 3. residuum secundum.

Si verò ℞. excessus sit commensurabilis maiori parti, & vtraque pars sit ℞. tunc est binomium tertium veluti,

Binomium tertium,	Residuum tertium,
℞. 18. p̃. ℞. 10.	℞. 18. m̃. ℞. 10.

Constat enim quòd 18. quod est quadratum primæ partis, excedit 10. quadratũ secundæ partis in 8. cuius ℞. est commensurabilis ℞. 18. vt apparebit in notando & quia tam ℞. 18. quàm ℞. 8. sunt ℞. non numeri, constat ℞. 18. p̃. ℞. 10. esse binomium tertium, & ℞. 18. m̃. ℞. 10. recisum tertium cum componatur ex eisdem.

Si verò ℞. excessus est incommensurabilis maiori parti, & maior pars sit numerus & minor ℞. erit binomium quartum veluti,

Binomium quartum,	Recisum quartum,
3. p̃. ℞. 2.	3. m̃. ℞. 2.

Constat enim quòd quadratum 3. maioris partis excedit 2. quadratum minoris in 7. cuius ℞. est incommensurabilis 3. igitur cum maior pars quæ est 3. sit numerus, & minor ℞. constat esse binomium quartum,

quare & 3. m̄. ℞. 2. erit residuum quartum.

Si verò ℞. excessus est incommensurabilis maiori parti binomij vel recisi, & maior pars est ℞. & minor numerus erit binomium vel recisum quintum, veluti,

Binomium quintum,	Recisum quintum,
℞. 11. p̄. 2.	℞. 11. m̄. 2.

Constat enim quòd quadratum ℞. 11. maioris partis quod est 11. excedit 4. quadratum minoris partis in 7. cuius ℞. est incommensurabilis ℞. 11. & quia ℞. 11. est ℞. & 2. est numerus, constat ℞. 11. p̄. 2. esse Binomium quintum & ℞. 11. m̄. 2. recisum quintum.

Si verò ℞. excessus quadrati maioris partis super quadratum minoris partis est inincommensurabilis maiori parti & vtraque pars est ℞. erit binomium vel recisum sextum veluti,

Binomium sextum,	Recisum sextum,
℞. 7. p̄. ℞. 3.	℞. 7. m̄. ℞. 3.

Constat enim quòd quadratum maioris partis, quod est, 7. excedit quadratum minoris, quod est 3. in 4. cuius ℞. est 2. dato quod sit numerus, est tamen incommensurabilis ℞. 7. qnod est maior pars, & quia ℞. 7. & ℞. 3. vtraque sunt ℞. & non numeri, ideo erit ℞. 7. p̄. ℞. 3. binomium sextum, & ℞. 7. m̄. ℞. 3. erit recisum.

Nota igitur quòd præsentato binomio vel reciso, si vis scire cuius speciei sit, quadra vtramque partem per se, & aufer minorem à maiore, & residuum multiplica in quadratum maioris. Si fit numerus quadratus, dic quòd est primum vel secundum vel tertium binomium vel recisum: si verò non producitur numerus quadratus, dic quòd est binomium vel recisum quartum vel quintum vel sextum. Quo cognito, si prima pars binomij vel recisi est numerus, & secunda ℞. dic quod est primum si sit ex primo ordine, vel quartum si ex secundo ordine: si verò prima pars binomij vel recisi sit ℞. & secunda numerus, dic quod est binomium aut recisum secundum si sit ex primo ordine, aut quintum si ex secundo ordine: si verò vtraque pars binomij vel recisi sit ℞. dic quòd est tertium si ex primo ordine, vel sextum si ex secundo ordine.

Exemplum, offertur mihi binomium ℞. 7. p̄. 2. volo scire quod binomium sit. Quadra ℞. 7. fit 7. quadra 2. fit 4. detrahe 4. ex 7. remanet 3. multiplica 3. in 7. fit 21. quia igitur 21. non est quadratus, dices quòd est ex secundo ordine, id est binomium quartum vel quintum, vel sextum: deinde quia minor pars est numerus, & maior ℞. dices quòd est binomium quintum.

℞. 7. p̄. 2.	
7.	4.
3.	
21.	

Exemplum aliud, Offertur recisum tale ℞. 12. m̄. 3. volo scire quod recisum sit quadra ℞. 12. fit 12. quadra 3. fit 9. detrahe 9. ex 12. remanet 3. multiplica 3. in 12. fit 36. & quia 36. est numerus quadratus,

℞. 12. m̄. 3.		
12	9	3.
3.		
36.		

ideo dicemus quod tale recisum est ex primo ordine, videlicet primum, secundum vel tertium, & quia minor pars est numerus, & & maior ℞. dicemus quòd sit recisum secundum.

Primus ordo in quo ex excessu quadratorum in quadratũ um maioris fit quadratum.	Secundus ordo in quo ex excessu quadratorum in quadratũ maioris non fit quadratum.
Primũ binomium vel recisum.	Quartũ binomium vel recisum.
Secundum binomium vel recisũ.	Quintũ binomium vel recisum.
Tertium binomiũ vel recisum.	Sextum binomium vel recisum.

In binomiis primo & quarto & suis recisis, prima pars est numerus, secunda ℞.

In binomiis secundo & quinto & suis recisis, prima pars est ℞. secunda numerus.

In binomiis tertio & sexto & suis recisis, vtraque pars est ℞.

Ex hoc igitur scimus subitò cognoscere omne genus binomij vel recisi quale sit.

Et nota quòd sub his speciebus continentur omnes species binomiorum possibiles imaginari, loquendo de propriis binomiis, nam 3. p̄. ℞. ℞. 7. non est propriè binomium, quia non sunt partes potentia communicantes, nec ℞. aliqua vniuersalis est binomium nisi æquiualeat ligatæ, veluti ℞. v. 8. p̄. ℞. 60. est binomium, non in quantum ℞. v. sed quia æquiualeat ℞. 1. 5. p̄. ℞. 3. quæ est binomium ex sexta specie.

CAPVT IV.

De modo inueniendi omnia sex genera Binomiorum & Recisorum.

PRo habendis autẽ 6. speciebus binomiorum & recisorum, pro primo capies numerũm quadratum qui sit 9. & diuide eum in duos numeros, quorum alter sit quadratus alter non. Tales sunt 4. & 5. vel 1. & 8. componunt enim 9. & vnus est quadratus alter non. Capies ℞. 9. quæ est 3. & ℞. partis non quadratæ, quæ sit ℞. 5. dices igitur quòd 3. p̄. ℞. 5. est binomium primum, & 3. m̄. ℞. 5. recisum primum.

Pro secundo cape numerum quadratum qui sit 4. aufer vnitatem fit 3. multiplica 3. in se fit 9. multiplica 3. in 4. fit 12. & ℞. horum quadratorum quæ sunt ℞. 12. & 3. producunt binomium secundum & recisum secundum, erit igitur binomium secundum ℞. 12. p̄. 3. & recisum secundũ ℞. 12. m̄. 3. & ita si accepisses 9. numerũ quadratum detractâ vnitate remanet 8. multiplica 8. in 9. fit 72. multiplica 8. in se fit 64. & ℞. 72. p̄. 8. est binomium secundũ & ℞. 72. m̄. 8. est recisum secundũ.

4	1	3.
3.		3.
12.		9.
℞. 12.		3.
9	1	8.
8.		8.
72.		64.
℞. 72.		8.

Pro

Pro tertio binomio cape numerum quadratum, qui ſit 9. & diuide eum in numerum non quadratum & numerum quadratum qui ſint 4. & 5. Deinde cape numerum primum qui ſit 7. & eum multiplica in 9. qui fuit totum fit 63. multiplica etiam 7. in partem quæ non eſt numerus quadratus & eſt 5. fit 35. & ℞. 63. cum ℞. 35. cõſtituunt binomium & reciſum tertium.

9.	5.	4.
7.	7.	
63.	35.	
℞. 63.	℞. 35.	

Erit igitur binomium tertium ℞. 63. p̃. ℞. 35. & reciſum tertium ℞. 63. m̃. ℞. 35.

Pro quarto binomio cape numerum quadratum qui ſit 9. diuide eum in duos non quadratos qui ſint 7. & 2. deinde cape ℞. totius & eſt 3. & alterius partis puta 2. quæ eſt ℞. 2. Igitur binomium quartum eſt 3. m̃. ℞. 2.

Pro quinto binomio cape numerum quadratum & ei adde portionem ad quam ſe habeat totum ſicut numerus quadratus ad aliquem non quadratum hoc modo. Veluti capio 9. quadratum, hic ad 3. habet proportionem triplam, ab hac ſemper auffero 1. pro regula fit dupla. Capio igitur 16. numerum quadratum, & capio 8. ad quem 16. habet proportionem duplam, & addo 8. ad 16. fit 24. & ℞. 24. cum ℞. 16. faciunt binomium & reciſum quintũ. Erit igitur binomium quintum ℞. 24. p̃. 4. & reciſum quintum ℞. 24. m̃. 4.

16.	9.
2.	3.
8.	3.
16.	1.
8.	2.
24.	16.
℞ 24.	4.

Pro binomio ſexto cape numerum quadratum, qui ſit 9. & eum diuide in duos non quadratos, qui ſint 7. & 2. Deinde cape numerum primum qui ſit puta 5. & eum multiplica in 9. quod eſt totum fit 45. & in alteram partem puta 2. fit 10. & ℞. horum productorum componunt binomium & reciſum ſextum, videlicet ℞. 45. & ℞. 10. erit igitur binomium ſextum ℞. 45. p̃. ℞. 10. & reciſum ſextum ℞. 45. m̃. ℞. 10.

Nota quòd ſunt etiam alij modi inueniendi binomia & reciſa, ſed hi ſunt faciliores, vniuerſaliores & Euclidi magis conformes, nam quod poteſt fieri per pauciora non debet fieri per plura.

Capvt V.

De comparatione Binomiorum & Reciſorum ad alias 12. quantitates.

Et pòſt comparauit Euclides 12. genera quantitatum ad 12. ſpecies quãtitatum, & inuenit quòd genera erant ℞. ſpecierum & ſpecies erant quadrata generum, ita quòd quadratum binomij in generali erat binomium primum & quadratum reciſi in generali erat reciſum primum, & ita per contrarium ℞. binomij primi erat aliquod binomium, & ℞. reciſi primi erat aliquod reciſum, & ita quadratum bimedialis primi erat binomium ſecundum, & quadratum reſidui medialis primi erat reciſum ſecundum, & per contrarium ℞. binomij ſecundi erat bimediale primum & ℞. reciſi ſecundi erat reſiduum mediale ſecundum, & ita poſui exempla omnium quorum operatio eſt per 162am quæſtionem libri practicæ.

Binomium primum 4. p̃. ℞. 7. eius ℞. eſt binomium hoc ℞. $3\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $\frac{1}{2}$ vel ℞. v. 4. p̃. ℞. 7. & æquiualent hæ duæ ℞. v. cum ligata.

Reciſum primum 4. m̃. ℞. 7. eius ℞. eſt reciſum hoc ℞. $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $\frac{1}{2}$ vel ℞. v. 4. m̃. ℞. 7. & æquiualent.

Binomium ſecundum, ℞. 72. p̃. 8. eius ℞. eſt bimediale primum hoc ℞. v. ℞. 18. p̃. ℞. 2. p̃. l. ℞. v. ℞. 18. m̃. ℞. 2. ſed ℞. 18. p̃. ℞. 2. æquiualet ℞. 32. & ℞. 18. m̃. ℞. 2. æquiualet ℞. 8. igitur ℞. v. ℞. 18. p̃. ℞. 2. p̃. l. ℞. v. ℞. 18. m̃. ℞. 2. ſunt ℞. ℞. 32. p̃. ℞. ℞. 8. & hoc bimediale primum eſt ℞. v. ℞. 72. p̃. 8. & æquiualet ℞. v. ℞. 72. p̃. 8.

Reciſum ſecundum ℞. 72. m̃. 8. eius ℞. eſt bimediale primum ℞. ℞ 32. m̃. ℞. ℞. 8. vel ℞. v. ℞. 72. m̃. 8. & æquiualent.

Binomium tertium eſt ℞. 18. p̃. ℞. 10. eius ℞. eſt bimediale ſecundum ℞. v. ℞. $4\frac{1}{2}$ p̃ ℞. 2. p̃. l. ℞. v. $4\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 2. æquiualet ℞. $\frac{1}{2}$ igitur ℞. v. ℞. $4\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 2. p̃. l. ℞. v. ℞. $4\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 2. æquiualet ℞. ℞. $12\frac{1}{2}$ p̃. ℞. ℞. $\frac{1}{2}$ & hoc bimediale ſecundum eſt ℞. ℞. 18. p̃. ℞. 10. & æquiualet ℞. v. ℞. 18. p̃. ℞. 10.

Reciſum tertium eſt ℞. 18. m̃. ℞. 10. eius ℞. eſt bimediale ſecundum, & eſt ℞. ℞. $12\frac{1}{2}$ p̃. ℞. ℞. $\frac{1}{2}$ vel ℞. v. ℞. 18. m̃. ℞. 10. & æquiualent.

Binomium quartum eſt 3. p̃ ℞. 2. eius ℞. eſt linea maior hæc ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{3}{4}$ p̃. l. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{3}{4}$ hæc enim quantitas æquiualet ℞. v. 3. p̃ ℞. 2. & habet conditiones lineæ maioris.

Reciſum quartum eſt 3. m̃. ℞. 2. eius ℞. eſt linea minor hæc ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{3}{4}$ m̃. l. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{3}{4}$ vel ℞. v. 3. m̃. ℞. 2. & æquiualent.

Binomium quintum eſt ℞. 24. p̃. 4. eius ℞. eſt linea potens in rationale & mediale & eſt ℞. v. ℞. 6. p̃. ℞. 2. p̃. l. ℞. v. ℞. 6. m̃. ℞. 2. vel. ℞. v. 3. m̃. ℞. 2. & æquiualent, nam ex ℞. v. ℞. 6. p̃. ℞. 2. p̃. l. ℞. v. ℞. 6. m̃. ℞. 2. in ſe multiplicata producitur ℞. 24. p̃. 4. & habet conditiones quantitatis potentis in rationale & mediale.

Reciſum quintum eſt per exemplum ℞. 24. m̃. 4. eius ℞. eſt quantitas quæ cum rationali componit mediale & eſt ℞. v. ℞. 6. p̃. ℞. 2. m̃. l. ℞. v. ℞. 6. m̃. ℞. 2. vel ℞. v. ℞. 24. m̃. 4. & æquiualent.

Binomium ſextum fuit in exemplo ℞. 7. p̃. ℞. 3. eius ℞. eſt quantitas quæ cum mediali componit totum mediale, & eſt ℞. v. ℞. $1\frac{3}{4}$ p̃. 1. p̃. l. ℞. v. ℞. $1\frac{3}{4}$ m̃. 1. vel ℞. v. ℞. 7. p̃. ℞. 3. & æquiualent. Habent

enim

enim ℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1. p̄. l. ℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1. conditiones quantitatis potentis in duo medialia, & eius quadratum est ℞. 7. p̄. ℞. 3.

Recisum sextum fuit ℞. 7. m̄. ℞. 3. eius ℞. est quantitas, quæ cum mediali componit totum mediale, & est ℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1. m̄. l. ℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1. vel ℞. v. ℞. 7. m̄. ℞. 3. & æquiualent.

Et vt sit exemplum vnum in omnibus extrahendi radicem quamquam in centesima sexagesima secunda quæstione dederimus modum, tamen iterare propter difficultatem non pigebit, & sit vt velim accipere ℞. binomij sexti, & fuit ℞. 7. p̄. ℞. 3. Di-

℞. 7. p̄. ℞. 3.	
℞. 4.	℞. 4.
℞. 1 $\frac{3}{4}$	℞. $\frac{3}{4}$
1 $\frac{3}{4}$ ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1.	
$\frac{3}{4}$	
1.	
℞. 1. & est 1.	

uido ℞. 3. per æqualia & est minor quantitas, & est diuidere per ℞. 4. exit ℞. $\frac{3}{4}$. Quadro ℞. $\frac{3}{4}$ fit $\frac{3}{4}$. Diuido ℞. 7. in duas partes ex quarum multiplicatione fiat $\frac{3}{4}$. Diuido ℞. 7. per æqualia & est diuidere per per ℞. 4. exit ℞. 1 $\frac{3}{4}$. Quadra fit 1 $\frac{3}{4}$. Detrahe $\frac{3}{4}$ quadratum dimidij minoris partis, remanet 1. accipe ℞. 1. quæ est 1. detrahe & adde ex ℞. 1 $\frac{3}{4}$ fit ℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1. & ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1. Harum igitur partium ℞. v. sunt partes quæsitæ videlicet ℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1. & ℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1. & hæ iunctæ componunt quantitatem potentem in duo medialia & sunt ℞. v. ℞. 7. p̄. ℞. 3. Quod autem multiplicata hæc ℞. in se producat ℞. 7. p̄. ℞. 3. Item quod quadrata partium faciant mediale, & similiter quod ex multiplicatione vnius in alteram fiat mediale incommensurabile mediali quod fit ex aggregatione quadratorum partium, habebis in tribus exemplis. In primo est multiplicatio partium in se & aggregatio: in secundo multiplicatio vnius partis in alteram: in tertio aggregatio productorum quadratorum & dupli producti vnius partis in alteram, ex qua aggregatione fit quadratum totius per quartam secundi Elementorum, siue per regulam quinquagesimam tertiam capituli quadragesimi secundi.

Prima operatio multiplicationis partium in se,

Prima pars,	Secunda pars.
℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1	℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1.
℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1	℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1.
℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1.	℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1.
Quadratum primæ partis.	Quadratum secundæ partis.

℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1.
℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1.

Aggregatum quadratorum ℞. 7.

Secunda operatio multiplicationis partium vnius in alteram,

Prima pars,	℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1.
Secunda pars,	℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1.
Quadratum primæ partis,	℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1.
Quadratũ secundæ partis,	℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1.
Productum quadratorum inuicem,	$\frac{3}{4}$
Productum partium inuicem,	℞. $\frac{3}{4}$
Duplum producti partium inuicẽ,	℞. 3.

Tertia operatio,

Aggregatum quadratorum, ℞. 7.
Duplum producti partium inuicem, ℞. 3.
Quadratum totius quod est aggregatum, ℞. 7. p̄. ℞. 3.

℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1. p̄. l. ℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1.
℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ p̄. 1. p̄. l. ℞. v. ℞. 1 $\frac{3}{4}$ m̄. 1.

Productum, ℞. 7. p̄. ℞. 3.

Circa hoc nota quòd aliud est dicere mediale, aliud est linea medialis, nam mediale est ℞. numeri vt ℞. 5. est mediale siue superficies medialis, sed ℞. ℞. 5. linea medialis, nam dicitur linea medialis eò quòd est ℞. quantitatis medialis, quæ est ℞. numeri, concludo igitur quòd cùm dico mediale loquendo de producente, intelligo ℞. ℞. alicuius numeri: Cùm autem dico mediale loquendo de producto intelligo ℞. numeri tantùm, & ita caue ne decipiaris in æquiuocatione nominum.

CAPVT VI.

De multiplicatione omnium radicum multinomiarum & etiam diuersorum generum.

PRo multiplicandis radicibus vniuersalibus quoniam de eis sermo inciderat & quoniam de quadratis in suo capitulo diximus, & etiam in præcedenti capitulo, dicam tamen vnum exemplum vtile: volo multiplicare ℞. v. 7. p̄. ℞. 4. p̄. l. ℞. v. 8. m̄. ℞. 16. in ℞. v. 13. p̄. ℞. 9. m̄. l. ℞. v. 5. m̄. 1. dispone vt vides vnam sub alia, deinde quadra partes seorsum auferendo ℞. v. ab omnibus, & si esset vna pars ℞. l. tunc

℞. v. 7. p̄. ℞. 4. p̄. l. v. ℞. 8. m̄. ℞. 16.
℞. v. 13. p̄. ℞. 9. m̄. l. v. ℞. 5. m̄. 1.

7. p̄. ℞. 4.	p̄. l. 8. m̄. ℞. 16.
13. p̄. ℞. 9.	m̄. l. 5. m̄. 1.
91. p̄. ℞. 36. p̄.	p̄. l. 104. m̄. ℞. 144.
℞. 676. p̄. ℞. 441.	p̄. ℞. 576. m̄. ℞. 2704.
m̄. l. 35. p̄. ℞. 100.	m̄. l. 40. m̄. ℞. 400.
m̄. 3. m̄. ℞. 4.	m̄. 8. p̄. ℞. 16.

Productum,

℞. v. 19. p̄. ℞. 36. p̄. ℞. 676. p̄. ℞. 441. p̄. l. ℞. v. 104. m̄. ℞. 144. m̄. ℞. 2704. p̄. ℞. 576 m̄. l. ℞. v. 35. p̄. ℞. 100. m̄. ℞. 4. m̄. 7. m̄. l. ℞. v. 40. m̄. ℞. 400. m̄. 8. p̄. ℞. 16.

quadrares eam per modum ℞. l. fient igitur duæ ℞. l. quarum quælibet illarum continebit

tinebit duas ℞. ligatas, & ita productum est vt vides, nam prima ℞. v. l. fuit 5. secunda autem 2. ex vna in aliam fit 10. nam prima ℞. v. producta est 12. secunda 8. p̄. quod est 20. tertia est 6. m̄. & quarta 4. m̄. quæ iuncta faciunt 10. m̄. quod additum ad 20. facit 10. & tantum est productum.

Circa hoc nota quod plurimum differt dicere ℞. v. ℞. 5. p̄. ℞. 4. & ℞. v. 5. p̄. ℞. 4. nam ℞. v. 5. p̄ ℞. 4. est ℞. 7. & est vt accipias ℞. 4. quæ est 2. & eam addas ad 5. fit 7. cuius ℞. v. est ℞. 7. sed ℞. v. ℞. 5. p̄. ℞. 4. est vt accipias ℞. 4. quæ est 2. & eam addas ℞. 5. quæ est ℞. 5. fit ℞. 5. p̄. 2. & huius capias ℞. v. quæ est ℞. v. ℞. 5. p̄. 2. quare prima est ℞. 7. & hæc est ℞. v. 2. p̄. ℞. 5. & ita ℞. v. ℞. 9. p̄. ℞. 169. est 4. vt vides, sed ℞. v. 9. p̄. ℞. 169. est ℞. 22. quæ est longè maior & plurimum differt à 4. quare nota bene.

Multiplica ℞. v. cu. 18. p̄. ℞. 215. in se, tu vides quòd est ℞. cu. v. Cuba igitur eam fit 18. p̄. ℞. 315. deinde multiplica 18. p̄. ℞. 315. in se fit 639. p̄. ℞. 408240. Huius igitur binomij ℞. cu. v. est productum. Igitur ducta ℞. v. cu. 18. p̄. ℞. 315. in se fit ℞. cu. v. 639. p̄. ℞. 408240. Et similiter multiplica ℞. v. cu. 10. p̄. ℞. 3. in ℞. v. cu. 5. p̄. ℞. 7. cuba vtramque seorsum auferendo ℞. v. cu. remanebunt cubi partium 10. p̄. ℞. 3. & 5. p̄. ℞. 7. duc 10. p̄. ℞. 3. in 5. p̄. ℞. 7. fit 50. p̄. ℞. 700. p̄. ℞. 75. p̄. ℞. 21. Huius quadrinomij ℞. cu. v. est productum, videlicet ℞. cu. v. 50. p̄. ℞. 700. p̄. ℞. 75. p̄. ℞. 21. & similiter volo multiplicare ℞. v. cu. ℞. 5. p̄. ℞. cu. 7. in ℞. v. cu. ℞. cu. 10. m̄. ℞. 2. Cuba primò vtramque partem, & fiunt ℞. 5. p̄. ℞. 7. & ℞. cu. 10. m̄. ℞. 2. Deinde multiplica in crucem has partes vt vides cubando quadratas & quadrando cubas, habebis productum ℞. cu. ℞. 12500.

℞. v. cu. ℞. 5. p̄. ℞. cu. 7.
℞. v. cu. ℞. cu. 10. m̄. ℞. 2.

℞. 5. p̄. ℞. cu. 7.
℞. cu. 10. m̄. ℞. 2.

℞. cu. ℞. 12500. p̄. ℞. cu. 70.
m̄. ℞. 10. m̄. ℞. cu. ℞. 392.

p̄. ℞. cu. 70. m̄. ℞. 10. m̄. ℞. cu. ℞. 392. Huius igitur ℞. v. cu. est productum, videlicet ℞. cu. v. ℞. cu. ℞. 12500. p̄. ℞. cu. 70. m̄ ℞. 10. m̄. ℞. cu. ℞. 392. nam generale præceptum est, Cùm multiplicas ℞. in ℞. cu. debes quadrare ℞. cu. & cubare ℞. deinde multiplicare inuicem, & producti ℞. cu. ℞. est, productum. Et si radices multiplicandæ sint ambæ quadratæ, vel ambæ cubæ, sufficit multiplicare vnam in aliam, & producti ℞. cu. vel ℞. simplex, prout fuere partes multiplicatæ, est quæsitum.

Multiplica ℞. v. cu. 10. p̄. ℞. 5. p̄. l. ℞. v. 7. p̄. ℞. cu. 10. in ℞. v. 10. p̄. ℞. cu. 3. m̄. l. ℞. v. cu. 5. p̄. ℞. cu. 4. apposui hanc multiplicationem vt intelligeres modum cuiuslibet mixtionis, & hoc componitur ex exemplo primo & quarto, dispone vt vides, deinde considera quòd sunt quatuor partes, quarum duæ sunt ℞. cu. v. & duæ ℞. v. tantum. Cuba igitur ℞. v. cu. & quadra ℞. v. simplices, & habebis quod vides in prima multiplicatione, deinde quadra cubas & cuba quadratas, & habebis 105. p̄. ℞. 2000. p̄. l. 353. p̄. ℞. cu. 3176523. p̄. ℞. cu. 926100. & ex alia parte 1003. p̄. ℞. cu. 81000000. p̄. ℞. cu. 243000. m̄. l. 25. p̄. ℞. cu. 4000. p̄. ℞. cu. 16.

℞. v. cu. 10. p̄. ℞. 5. p̄. l. ℞. v. 7. p̄. ℞. cu. 10.
℞. v. 10. p̄. ℞. cu. 3. m̄. l. ℞. v. cu. 5. p̄. ℞. cu. 4.

10. p̄. ℞. 5. p̄. l. 7. p̄. ℞. cu. 10.
10. p̄. ℞. cu. 3. m̄. l. 5. p̄. ℞. cu. 4.

105. p̄. ℞. 2000. p̄. l. 353. p̄. ℞. cu. 3176523. p̄. ℞. cu. 926100.
1003. p̄. ℞. cu. 81000000. p̄. ℞. cu. 243000. m̄. l. 25. p̄. ℞. cu. 4000. p̄. ℞. cu. 16.

Hæc duo multinomia ligata si inuicem multiplicaueris, habebis quadrinomium ex quatuor ligatis numeris, quorum ℞. v. cu. ℞. est productum. Erunt igitur quatuor ℞. v. cu. ℞. inuicem ligatæ quarum duæ erunt per p̄. & aliæ duæ per m̄. Constabit autem prima pars quadrinomij ex 6. numeris per p̄. & secunda pars ex 9. numeris per p̄. & tertia pars ex 6. numeris per m̄. & quarta pars ex 9. numeris per m̄.

Caput VII.

De diuisione per multinomia.

DIVIDE 10. per ℞. v. cu. ℞. 4900. m̄. 6. m̄. ℞. v. cu. ℞. 100. m̄. 2. Dico quòd debes quadrare vtramque partem, & multiplicare vnam in aliam, & habebis trinomium ℞s v. cu. ℞. 24010000. p̄. 36. m̄. ℞. 705600. p̄. ℞. v. cu. ℞. 10000. p̄. 4. m̄. ℞. 1600. p̄. ℞. v. cu. ℞. 490000. p̄. 12. m̄. ℞. 19600. m̄. ℞. 3600. Hoc multiplica in 10. cubando 10. fit 1000. & fiet quadrando 1000. pro radicibus numerus diuidendus ℞. v. cu. ℞. 24010000000000. p̄. 36000. m̄. ℞. 705600000000. p̄. ℞. v. cu. ℞. 10000000000. p̄. 4000. m̄. ℞. 1600000000. p̄. ℞. v. cu. ℞. 490000000000. p̄. 12000. m̄. ℞. 19600000000. m̄. ℞. 3600000000. huius diuisor est quod producitur ex cubis partium detractis altera ab altera, & est ℞. 4900. m̄. 6. m̄. ℞. 100. m̄. 2. quod est ℞. 4900. m̄. ℞. 100. m̄. 4. Si igitur diuidatur tale productum, per hoc trinomium habebis intentum. Si verò partes sint æquales, veluti ℞. v. cu. ℞. $306\frac{1}{4}$ p̄. $9\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. $306\frac{1}{4}$ m̄. $9\frac{1}{2}$. Tunc sufficit prima operatio dicta & diuisor est 19. vt patet.

Nota etiam quòd recisum cuiuslibet binomij & binomium cuiuslbet recisi non solùm fit per partes consimiles permutando p̄. in m̄. sed per omnes partes proportionatas

tas facta dicta permutatione, veluti dicendo 40. p̃. ℞. 1500. ſuum reciſum non ſolùm eſt 40. m̃. ℞. 1500. ſed 4. p̃. ℞. 15. nam

40. p̃. ℞. 1500.
40. m̃ ℞. 1500.
100.
40. p̃. ℞. 1500.
4. m̃. ℞. 15.
10.
40. p̃. ℞. 1500.
10. m̃. ℞. $93\frac{3}{4}$
25.
40. m̃. ℞. 1500.
100. p̃. ℞. 9375.

proportio 40. ad 4. eſt veluti 1000. ad 100. & ſimiliter 10. m̃. ℞. $93\frac{1}{4}$ eſt ſuum reciſum, quia talis eſt proportio 40. ad 10. veluti ℞. 1500. ad ℞. $93\frac{3}{4}$ nam vbique quadrupla.

Pro ſciendo productum in omnibus inuento producto primi reciſi & proprij multiplica ipſum per numerum qui prouenit diuiſo numero inuento per numerum primum, quod fit eſt numerus prouentus. Exemplum, numerus prouentus reciſi proprij de 40. p̃. ℞. 1500. in 40. m̃. ℞. 1500. eſt 100. Si igitur vis ſcire prouentum de 40. p̃. ℞ 1500. in 4. m̃. ℞. 15. Diuide 4. per 40. exit $\frac{1}{10}$ multiplica $\frac{1}{10}$ per 100. fit 10. & 10. eſt productum. Similiter ſi volo ſcire productum de 40. p̃. ℞. 1500. in 10. m̃. ℞. $93\frac{3}{4}$, diuido 10. per 40. exit $\frac{1}{4}$, multiplico $\frac{1}{4}$ in 100. fit 25. productum quæſitum. Similiter ſi volo productum de 40. m̃. ℞. 1500. in 100. p̃. ℞. 9375. quorum proportio numeri ad numerum eſt dupla ſexquialtera, eſt veluti ℞. ad ℞. diuido 100. numerum binomij nouiter inuenti per 40. numerum reciſi propoſiti primo & exit $2\frac{1}{2}$. Multiplico $2\frac{1}{2}$ in 100. numerum productum ex reciſo in ſuum binomium (qui numerus inuenitur per primam proprietatem 15. capituli) & fit 250. productum ex 40. m̃. ℞. 1500. in 100. p̃. ℞. 9375. & hæc regula plurimum valet.

Caput VIII.

De cubandis Binomiis & Reciſis.

PRo cubandis binomiis & ſuis reciſis cum facilitate ita facies. Quadra vnam partem binomij vel reciſi, & tripla eam, deinde quadra aliam partem, & adde triplato dicto & hoc multiplica in partem quam quadraſti & non multiplicaſti per 3. Idem fac de alia parte, & habebis productum binomij vel reciſi cubati. Exemplum, volo cubare ℞. 10. m̃. 2. Quadra ℞. 10. fit 10. tripla, fit 30. Adde quadratum alterius partis quod eſt 4. fit 34. ſuppone ad 2. cuius quadratum non triplaſti, & ſimiliter quadra 2. fit 4. tripla fit 12. adde quadratum ℞. 10. quod eſt 10. fit 22. ſuppone 22. ad ℞. 10. cuius quadratum non triplaſti, multiplica numeros inferiores in ſuperiores, quadrando ℞. vt docui in capitulo ſuo, habebis ℞. 4840. m̃. 68.

℞. 10. m̃.	2.
22.	34.
℞. 4840. m̃.	68.

Et ſimiliter volo cubare 6. p̃. ℞. 3. quadra ℞. 3. fit 3. tripla, fit 9. adde quadratum 6. quod eſt 36. fit 45. Superpone 45. ad 6. ſimiliter quadra 6. fit 36. tripla, fit 108. adde ei quadratum ℞. 3. quod eſt 3. fit 111. Quadra 111. fit 12321. ſuperpone ad 3. Deinde multiplica 6. in 45. fit 270. & hic eſt numerus: & ℞. 3. in 12321. fit ℞. 36963. & ita cubus de 6. p̃. ℞. 3. eſt 270. p̃. ℞. 36963.

6. p̃.	℞. 3.
108.	9.
3.	36.
111.	45.
12321.	6.
3.	
36963.	270.
270. p̃. ℞. 36963.	

Et ſimiliter volo cubare hoc binomium 10. p̃. ℞. cu. 3. quadra 10. fit 100. tripla fit 300. adde ei quadratum ℞. cu. 3. quod eſt ℞. cu. 9. fit 300. p̃. ℞. cu. 9. ſuppone hoc ad ℞. cu. 3. & ſimiliter quadra ℞. cu. 3. fit ℞. cu. 9. tripla, id eſt multiplica per cubum de 3. quod eſt 27. fit ℞. cu. 243. adde ei quadratum 10. quod eſt 100. habebis 100. p̃. ℞. cu. 243. hoc ſuppone ad 10. deinde multiplica inferiores cum ſuis ſuperioribus, habebis ex vna parte 1000. p̃. ℞. cu. 243000. & ex alia autem parte 3. p̃. ℞. cu. 81000000. quod eſt dicere 1003. p̃. ℞. cu. 81000000. p̃. ℞. cu. 243000. & hic eſt cubus de 10. p̃. ℞. cu. 3.

10. p̃. ℞. cu. 3.	
100. p̃. ℞. cu. 243.	300. p̃. ℞. cu. 9.
1000. p̃. ℞. cu. 243000.	3. p̃. ℞. cu. 81000000.

Caput IX.

De cubandis trinomiis & reciſis.

QVòd ſi volueris cubare aliquod trinomium vtpote 5. p̃. ℞. 3. m̃. ℞. 2. Regula eſt ferè eadem, duobus exceptis, primum, quòd debes triplicare quadrata duorum, & duorum ſemper & addere quadratum tertij, & tale aggregatum ponere ſub illo cuius quadratum non triplaſti vt in exemplo quadra primo 5. fit 25. quadra ℞. 3. fit 3. iunge ad 25. fit 28. tripla 28. fit 84. adde ei quadratum ℞. 2. quod eſt 2. fit 86. ſuppone 86. ad ℞. 2. cuius quadratum non

non triplaſti, & ſimiliter quadra 5. fit 25. quadra ℞. 2. fit 2. iunge cum 25. fit 27.

5. p̃. ℞. 3.	m̃. ℞. 2.	m̃. ℞. 150.	
40.	84.	86.	6.
200. p̃. ℞. 21168.	m̃. ℞. 14792.	m̃. ℞. 5400.	

tripla 27. fit 81. quadra ℞. 3. fit 3. adde 81. fit 84. ſuppone ad ℞. 3. cuius quadratum non triplaſti, & ſimiliter quadra ℞. 3. fit 3. quadra ℞. 2. fit 2. iunge ad 3. fit 5. tripla 5. fit 15. adde ei quadratum 5. quod eſt 25. fit 40. ſuppone ad 5. cuius quadratum non triplaſti poſtmodum quadra 5. & ℞. 3. & ℞. 2. fiunt 25. & 3. & 2. hos numeros inuicem multiplica, fiunt 150. huius ℞. eſt ℞. 150. quam pone in directo 5. & ℞. 3. & ℞. 2. & pone per m̃. ſi vna pars eſſet m̃. vt hîc, & ſi eſſent duæ m̃. & vna p̃. poneres eam p̃. & ſi eſſent omnes p̃. poneres eam p̃. ita quòd m̃. & p̃. ſint ſemper paria, vel quòd non ſit niſi p̃. hoc facto huic addito ſemper ſuppone 6. pro regula, habes igitur quatuor numeros ſuperiores, & quatuor inferiores, multiplica igitur ſuperiores in inferiores quadrando ℞. & numeros quos vis multiplicare in ℞. & habebis quatuor producta, quæ iuncta ſunt cubus dicti trinomij, vt in exemplo, multiplica 40. in 5. fit 200. & ſimiliter multiplica 84. in ℞. 3. quadra 84. fit 7056. multiplica in 3. fit 21168. & ℞. 21168. ponetur p̃. quia ℞. eſt p̃. Et ſimiliter multiplica 86. in ℞. 2. quadra ℞. 2. fit 2. quadra 86. fit 7396. multiplica 7396. in 2. fit 14792. huius accipe ℞. & pone m̃. quia ℞. 2. fuit m̃. Et ſimiliter multiplica ℞. 150. in 6. quadrando vtrumque & multiplicando fiet ℞. 5400. m̃. quia ℞. 150. fuit m̃. erit igitur cubus de 5. p̃. ℞. 3. m̃. ℞. 2. hoc quadrinomium 200. p̃. ℞. 21168. m̃. ℞. 14792. m̃. ℞. 5400.

Et ita in hoc exemplo quadrando ℞. 5. & 2. & ℞. 3. habebis 5. 4. & 3. deinde iunges binos vtpote 5. & 4. fiunt 9. tri-

℞. 5.	m̃. 2.	p̃. ℞. 3.	m̃. ℞. 60.
26.	28.	30.	6.
℞. 3380.	m̃. 56.	p̃. ℞. 2700.	m̃. ℞. 2160.

pla, fiunt 27. adde 3. fit 30. ſuppone ad ℞. 3. Similiter iunge 5. & 3. fit 8. tripla. fit 24. adde 4. fit 28. ſuppone ad ℞. 4. quod fuit 2. Similiter iunge 4. & 3. fiunt 7. tripla fit 21. adde 5. fit 26. ſuppone ad 5. Deinde multiplica 5. in 4. fit 20. & 20. in 3. fit 60. huius ℞. quæ eſt ℞. 60. pone in directo trinomij per m̃. quia ſunt duæ partes p̃. & vna m̃. habebis m̃. ℞. 60. huic ſuppone 6. pro regula, deinde ſequere multiplicationem inferiorum cum ſuperioribus in directo, habebis cubum de ℞. 5. p̃. 2. m̃. ℞. 3. eſſe ℞. 3380. m̃. 56. p̃. ℞. 2700. m̃. ℞. 2160. & hæc regula tenet in quadrinomiis & quinomiis & reliquis talibus animaduertendo diligenter, ſed quia cadunt raró in operatione, ideò dimiſi & fui contentus exemplo vnius trinomij cubici quod poſui proportionatum propter quædam dicenda in capitulo.

Cùm autem fuerit trinomium ex partibus continuè proportionalibus, cuius vna pars ſit numerus & reliquæ duæ ſint ℞. cu. ſiue vniuerſales, ſiue ſimplices, erit cubus talis trinomij trinomium, conſtans etiam ex numero & duabus ℞. v. Pro quo habendo, ſi ſit prima pars vel tertia m̃. & reliquæ p̃. fac vt in hoc Exemplo: volo cubare 3. p̃. ℞. cu. 18. m̃. ℞. cu. 12. Cuba partes, vt vides;

3. p̃. ℞. cu.	18. m̃. ℞. cu.	12.	m̃. 6.
27.	18.	12.	3.
729.		144.	m̃. 18.
27.		27.	6.
19683.		3888.	m̃. 108.
18.		18.	m̃. 12.
℞. cu. 354294.	p̃. ℞. cu. 69984.		m̃. 120.
			p̃. 27.
			p̃. 18.
			p̃. 45.
			m̃. 75.

Deinde quadra primam & tertiam, & habes 729. & 144. & quia tertia eſt per m̃. multiplica hæc per 27. habebis 19683. & 3888. Multiplica hæc per 18. cubum ſecundæ, habebis productum ℞. cu. 354294. p̃. ℞. cu. 69984. Pro numero autem multiplica ℞. cu. 18. in in ℞. cu. 12. fit 6. m̃. quia ℞. cu. 12. eſt m̃. Hoc multiplica in 3. reliquam partem trinomij fit 18. multiplica per 6. ſemper fit 108. m̃. Adde ei 12. m̃. qui eſt cubus de ℞. cu. 12. m̃. fit 120. m̃. à quo detrahe 45. p̃. pro cubo reliquarum partium quæ ſunt p̃. relinquitur 75. m̃. Eſt igitur cubus dicti trinomij ℞. cu. 354294. p̃. ℞. cu. 68184. m̃. 75.

Cùm verò omnes partes fuerint per p̃. tunc numeros quos detraxiſti iunges vt in exemplo priore detraxiſti 45. ex 120. & & remanſerunt 75. addes igitur 45. ad 120. & habebis 165. pro numero: at pro ℞. facta cubatione partium, quadra cubum ſecundæ & tertiæ, & productum multiplica per cubum primæ; deinde per 216. & ita rediges ad quatuor radices ſumptis prioribus, quas rediges ad duas per ſuam regulam. Vt in exemplo priore quadra 18. & 12. fiunt 324. & 144. multiplica per 27. cubum primæ, fit 8748. & 3888. multiplica per 216. fit 1889568. & 839808. Habes igitur cubum de 3. p̃. ℞. cu. 18. p̃. ℞. cu. 12. fore ℞. cu. 1889568. p̃. ℞. cu. 839808. p̃. ℞. cu. 354294. p̃. ℞. cu. 69984. p̃. 165. & quia vt dixi ℞. cubicæ ſemper ſunt duæ tantùm, ideò redigam has quatuor ad duas, diuidendo 1889568. per 69984. exit 27. & diuidendo 839808. per 354294. exit $2\frac{10}{27}$ ℞. cuba 27. eſt 3. adde 1. fit 4. cuba fit 64. multiplica in 69984. fit

fit 4478976. & ℞. cuba $2\frac{10}{27}$ eſt $1\frac{1}{3}$, adde 1. fit $2\frac{1}{3}$, cuba, fit $12\frac{19}{27}$, multiplica in 354294. fit 4500846. Igitur talis cubus eſt ℞. cu. 4500846. p̃. ℞. cu. 4478976. p̃. 165. & hæc operatio præſupponit præcedens exemplum cum ſua operatione.

Caput X.

De reducendis Binomiis ad cenſum cenſus & Rᵐ primum.

CVM volueris reducere aliquod binomium ad cen. cen. tunc multiplica vnam partem in aliam, & productum multiplica per 16. & hoc productum multiplica in quadrata vtriuſque partis ſimul iuncta, & habebis vnam partem producti. Et Similiter quadra tale productnm, & quadrupla & aggregatum quadratorum ambarum partium, & iunge ſimul, & habebis ſecundam partem.

Exemplum, volo cen. cen. 3. p̃. ℞. 2. multiplica 3. in ℞. 2. fit ℞. 18. multiplica

3.	p̃. ℞. 2.
11.	℞. 18.
	16.
121.	
72.	℞. 288.
	℞. 121.
193.	
	℞. 34848.

℞. 18. per 16. tanquam numerum fit ℞. 288. quadra ℞. 2. fit 2. quadra 3. fit 9. iunge 9. cum 2. fit 11. multiplica 11. in 288. & quia 288. eſt ℞. quadra 11. fit 121. multiplica 121. in 288. fit ℞. 34848. Et ſimiliter quadra 11. fit 121. quadra ℞. 18. fit 18. quadrupla 18. fit 72. iunge ad 121. fit 193 alia pars.

Exemplum in ℞. v. Volo reducere hoc binomium vniuerſale, quod eſt ℞. v. ℞. 25. p̃. 4. m̃. ℞. v. ℞. 25. m̃. 4. ad ce. ce. Quadra partes, fiunt ℞. 25. p̃. 4. & ℞. 25. m̃. 4

℞. v. ℞. 25. p̃. 4.	m̃.	℞. v. ℞. 25. m̃. 4.
℞. 25. p̃. 4.		℞. 25. m̃. 4.
℞. 100.		℞. 9.
100.		16.
36.		
		℞. 144.
		℞. 100.
136.	m̃.	℞. 14400.

quæ ſimul iunctæ faciunt ℞. 100. & ſimiliter multiplica ℞. v. ℞. 25. p̃. 4. in ℞. v. ℞. 25. m̃. 4. & fit ℞. 9. Quadra igitur ℞. 100. fit 100. quadra ℞. 9. fit 9. quadrupla, fit 36. adde ad 100. habebis 136. pro vna parte. Et ſimiliter multiplica ℞. 9. in 16. fit ℞. 144. ponendo ſemper 16. tanquam quadratum de 4. ſub nomine ℞. deinde multiplica ℞. 144. in ℞. 100. quod eſt aggregatum quadratorum, fit ℞. 14400. & hoc eſt ſecunda pars producti. Igitur productum eſt 136. m̃. ℞. 14400. quod eſt 16.

Aliter pro reducendis binomiis ad cen. ce. ſcias quod quadruplum cubi partis, quæ eſt numerus cum eo quod fit ex numero in quadruplum quadrati ℞. eſt proportio ℞. ad ℞.

Et quod cen. ce. vtriuſque partis, & ſexcuplum quadrati in quadratum eſt productum quod eſt numerus. Exemplum, volo reducere 3. p̃. ℞. 2. ad ce. ce. cuba 3. fit 27. quadrupla fit 108. quadra ℞. 2. fit 2. quadrupla fit 8. multiplica in 3. fit 24. adde ad 108. fit 132. proportio ℞. cen. cen. ad ℞. quæ eſt 2. Deinde accipe cen. cen. 3. & eſt 81. & cen. cen. ℞. 2. quod eſt 4. fit 85. deinde quadra 3. & ℞. 2. fiunt 9. & 2. multiplica inuicem, fiunt 18. ſexcupla, fit 108. adde ad 85. fit 193. numerus. Similiter capio ℞. 5. m̃. 2. cuba 2. numerum, fit 8. quadrupla, fit 32. deinde multiplica numeros inuicem tanquam ambo eſſent numeri, fit 10. quadrupla, fit 40. adde ad 32. fit 72. m̃. proportio ℞. ce. ce. ad ℞. rei. Similiter accipe cen. cen. partium & eſt 41. deinde quadra partes, fiunt 5. & 4. multiplica inuicem, fiunt 20. ſexcupla fit 120. adde 41. fit 161. numerus.

Cùm volueris inuenire ℞ᵐ primum, verbi gratiâ, de ℞. 5. p̃. ℞. 2. tunc quadra ℞. 5. fit 5. tripla, fit 15. adde ei quadratum ℞. 2. quod eſt 2. fit 17. ſuppone 17. ad 2. ſicut feciſti in cubatione. Et ſimiliter quadra ℞. 2. fit 2. tripla, fit 6. adde quadratum alterius partis, quod eſt 5. fit 11. ſuppone 11. ad 5. pòſt quadra vtramque partem bino-

℞. 5.	p̃.	℞. 2.
11.		17.
10.	7.	4.
110.		68.
119.		77.
229.		145.
℞. 104882		℞. 105125.

mij fiunt 5. & 2. iunge, fiunt 7. pone in medio infrà 17. & 11. deinde quadra ℞. 2. fit 2. dupla fit 4. ſuppone ad 17. Similiter quadra ℞. 5. fit 9. dupla, fit 10. ſuppone ad 11. pòſt multiplica inferiores cum ſuperioribus, habebis 68. & 110. quos ſuppone ſuis productoribus, deinde muliplica 7. in 17. fit 119. ſuppone ad 110. multiplica etiam 7. in 11. fit 77. ſuppone ad 68. deinde iunge inferiores cum ſuperioribus, habebis 229. & 145. deinde multiplica in crucem 229. cum ℞. 2. & 145. cum ℞. 5. quadrando ſi oporteurit, habebis tandem ℞ᵐ primum de ℞. 5. p̃. ℞. 2. hoc ℞. 104882. p̃. ℞. 105125.

Et

Et similiter in alio exemplo ponatur res 2. p̃. ℞. 3. erunt numeri cubales 13. & 15. & aggregatum quadratorum est 7. & duplum quadrati ℞. est 6. & duplum quadrati

2. p̃. ℞. 3.		
13.	╲ ╱	15.
8.	7.	6.
104.		90.
105.		91.
209.		181.
℞. 131043. p̃. 362.		

2. est 8. multiplica inferiores in superiores, habebis 91. & 90. qui iuncti faciunt 181. supponendum ad 3. & ex alia parte habebis 105. & 104. qui iuncti faciunt 209. suppone ad 2. deinde multiplica in crucem, inferiores cum superioribus, habebis ℞m primum de 2. p̃. ℞. 3. esse 362. p̃. ℞. 131043.

Capvt XI.

De Insitione Radicum cum facilitate.

PRo facilitate autem inserendi ℞. magnas, vtpote ℞. 77220700. cum ℞. 772207. debes diuidere maiorem per minorem, exit 100. cuius accipe ℞. quæ est 10. hanc semper duplica, fit 20. & adde ei 1. pro regula fit 21. multiplica 21. in 772207. qui est minor, fit 16216347. & hoc adde maiori ℞. quæ est 77220700. fit totum ℞. 93437047. & hoc est longè faciliùs quàm facere in magnis numeris per additionem. Quod si in diuisione non haberes ℞. vtpote volo addere ℞. 30. cum ℞. 3. tunc diuide 30. per 3. exit 10. & quia 10. non habet ℞. ideo es excusatus ab hac operatione, non enim hæ radices, videlicet ℞. 30. & ℞. 3. possunt facere vnam ℞. sed si vis oportet facere per viam ℞. l. vel v. Aliud exemplum volo inserere ℞. 3872. cum ℞. 72. vides quòd diuiso 3872 per 2. exit 1936. cuius ℞. est 44. diuiso etiam 72. per 2. exit 36. cuius ℞. est 6. ideo proportio ℞. 3872. ad ℞. 72. est veluti 44. ad 6. Dico igitur quòd debes duplare $\frac{44}{6}$ fit $\frac{44}{3}$ adde ei 1. pro regula fit $\frac{47}{3}$ nam addere vnitatem proportioni est addere denominatorem numeratori & addere 2. proportioni est addere bis denominatorem numeratori, & addere 3. est addere ter denominatorem numeratori, dico igitur quòd habes $\frac{47}{3}$ multiplica igitur $\frac{47}{3}$ in 72. & est multiplicare 47. in 72. fit 3384. diuide per 3. fit 1128. hoc adde ad ℞. 3872. fit ℞. 5000. & tantùm faciunt ℞. 3872. & ℞. 72. simul iunctæ. Potuisses etiam diuidere 72. per 3. antequam multiplicares in 47. & prouenisset 24. qui multiplicatus in 47. produxisset 1128. addendum ad ℞. 3872.

vt priùs. Debes igitur inuenta proportione radicum per communem diuisorem, & duplata addere 1. & totum multiplicare in minorem, & productum addere maiori numero, & ℞. totius æquiualet duabus radicibus assumptis. & hanc regulam feci ad facilitandum operationem in ℞. censuum radicum cuborum, & talium denominationum, quæ omnes vt demonstraui sunt communicantes & possunt fieri vna ℞. & plerumque sunt magnæ, ita quòd in multiplicando assumitur multum temporis & laboris, deinde in extrahendo ℞. & duplando ita vt in tot operationibus vix homo possit euadere ab errore, cùm plures fuerint ℞. inserendæ & valde magnæ.

Pro detrahenda autem ℞. minore à maiore, facies èconuerso, diuide maiorem per minorem, exeuntis accipe ℞. quam dupla & detrahe 1. pro regula, residuum multiplica per minorem, & productum detrahe à maiore, ℞. residui est quod quæris. Veluti volo detrahere ℞. 2. ex ℞. 32. diuide 32. per 2. exit 16. cape ℞. quæ est 4. hanc dupla fit 8. detrahe 1. fit 7. multiplica 7. in 2. minorem, fit 14. detrahe 14. à 32. remanet 18. & ℞. 18. est residuum detracta ℞. 2. à ℞. 32.

Capvt XII.

De regulis supplementi.

CVm fuerint duo numeri, quorum alterum eorum in duas partes volueris diuidere continuè proportionales cum reliquo, dico quòd debes multiplicare vnum per alium, & ei addere quadratum medietatis numeri non diuidendi, qui debet esse prima quantitas & ℞. totius detracta dicta medietate numeri non diuidendi est secunda quantitas & residuum numeri diuidendi est tertia quantitas. Exemplum, volo diuidere 10. in duas partes quæ sint in continua proportionalitate cum 3. duc 10. in 3. fit 30. quadra dimidium 3. quod est $1\frac{1}{2}$ fit $2\frac{1}{4}$, adde ad 30. fit $32\frac{1}{4}$

Partes,	10. ———	3.
3.	30.	$1\frac{1}{2}$
℞. $32\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$
$11\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $32\frac{1}{4}$	℞. $32\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$	

accipe ℞. $32\frac{1}{4}$ & ab ea minue $1\frac{1}{2}$ medietatem numeri non diuidendi, fit valor rei ℞. $32\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$. Erunt igitur quantitates prima 3. secunda ℞. $32\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$, tertia $11\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $32\frac{1}{4}$.

Exemplum aliud, Volo diuidere 3. in duas partes in continua proportione cum 10. multiplica 10. in 3. fit 30. adde ei 25. quadratum medietatis 10. non diuidendi fit 55. accipe ℞. 55. & ab ea minue

minue 5. medietate 10. numeri non diuidendi fit valor rei ℞. 55. m̃. 5. quare quan-

Partes,	
10.	10 —— 3.
℞. 55. m̃. 5.	5. 30.
8. m̃. ℞. 55.	25. 25.
	℞. 55. m̃. 5.

titates erunt prima 10. secunda ℞. 55. m̃. 5. tertia 8. m̃. ℞. 55. & hæc regula est eadem vigesimæ nonæ regulæ quinquagesimi primi capituli practicæ, sed est longè facilior.

2 Nota quòd si volo cognoscere quænam proportio sit maior, vtpote $\frac{38}{9}$ an $\frac{17}{4}$ multiplica in crucem 38. in 4. fit 152. & 9. in 17. fit 153. & proportio componentium numerum maiorem erit maior sua correlatiua. Igitur proportio 17. ad 4. erit maior quàm 38. ad 9. Et similiter proportio 9. ad 38. est maior quàm 4. ad 17. quia 9. & 17. multiplicati producunt numerum maiorem, & ita cognosces tam directas quàm conuersas proportiones in vna operatione semper ponendo producentes numerum maiorem vtrumque esse maiorem denominatorem, alterum directæ proportionis alterum conuersæ.

3 Cùm volueris diuidere 12. in duas partes, ita vt vna pars ducta in radicem alterius, faciat maius quod possibile sit, semper accipe $\frac{1}{3}$ de 12. & est 4. Dico igitur quod ℞. 4. quæ est 2. ducta in 8. residuam partem producit 16. & quòd 16. est maius quod possit produci ex vna parte 12. in ℞. alterius partis, & ita si volueris diuidere 30. taliter accipies 10. & 20. & multiplicabis 20. in ℞. 10. & fit ℞. 4000. & hoc est maius quod possit produci.

4 Cùm autem volueris diuidere 12. ita quòd multiplicatio vnius partis in quadratum alterius faciat maius quàm possibile est, accipe similiter $\frac{1}{3}$ de 12. quod est 4. & hoc muliplica in quadratum de 8. quod est 64. fit 256. & hoc est maius quod potest produci. Et ita si diuideres 30. vna pars esset 10. alia 20. & productum esset 4000. & semper hoc maximum productum est quadratum alterius maximi producti, veluti de 30. dicimus quòd 4000. est maximum quod potest produci ex vna parte in quadratum alterius, & ℞. 4000. est etiam maximum quod potest produci ex vna parte in radicem alterius, igitur maximum vnum est ℞. alterius. Et ita maximum de 12. est per viam quadrati 256. & per viam ℞. est 16. & 16. est ℞. 256. vt patet in figura.

	12.	
8.	×	4.
64.		2.
256.		16.

Capvt XIII.

De commensuratione partium binomiorũ & recisorũ producibiliũ cum suis productis.

Omne binomium aut recisum quod componitur ex ℞. & numero, & talia sunt primum, secundum, quartum & quintum (nam de tertio & sexto non loquor quia componuntur ex duabus radicibus.) Cùm igitur componatur ex ℞. & numero, census eius est binomium primum ex capitulo quinto. Dico igitur quòd pars census, quæ est ℞. est commensurabilis parti quæ est ℞. in binomio.

Exemplum, sit binomium ℞. 5. p̃. 2. eius census per regulam est binomium primum, & est 9. p̃. ℞. 80. Dico igitur quòd ℞. 80. est commensurabilis ℞. 5. nam in quadrando ℞. 5. p̃. 2. necessariò quadramus 2. qui est numerus, igitur productum est numerus. Quadrabimus etiam ℞. 5. ex quo etiam proueniet numerus, quia est ℞. numeri simplex, quare per quinquagesimam tertiam regulam quadragesimi secundi capituli practicæ, siue per quartam secundi Euclidis remanet multiplicanda ℞. 5. in 2. & quia ℞. 5. est ℞. ideo quadranda est & fit 5. quadrandus est etiam 2. fit 4. igitur 4. est numerus quadratus, multiplicato igitur 5. in 4. fit 20. igitur proportio 20. ad. 5. est veluti 4. ad 1. igitur vt numeri quadrati ad numerum quadratum, igitur ℞. 20. & ℞. 5. sunt commensurabiles longitudine per septimam decimi Euclidis. Et quia ℞. 20. est duplanda, igitur cùm sit ℞. est multiplicanda per 4. Cùm autem 4. sit quadratus & ductus in 4. producit quadratum per secundam noni Euclidis; constat igitur 16. esse quadratum, quare proportio 80. ad 5. est veluti numeri quadrati ad numerum quadratum. Igitur constat ℞. 80. esse longitudine commensurabilem ℞. 5. per dictam septimam decimi Euclidis. Igitur ℞. cuiuslibet binomij primi aut secundi aut 4ⁱ vel 5ⁱ, vel recisorũ eis correspondentium est commensurabilis ℞. producti, siue ℞. census.

℞. 5. p̃. 2.
9. p̃. ℞. 80.

Item dico quòd ℞. cubi est commensurabilis ℞. binomij. Exemplũ sit binomium aut recisum primum vel secundum aut quartum aut quintum, (tale erit cubus per octauum capitulum) ℞. 1445. per 38. dico igitur quòd ℞. ipsa 1445. est commensurabilis ℞. 5. & quòd diuiso 1445. per 5. exit numerus quadratus, nam ex octauo capitulo 1445. fit ex quadrato aggregati ex triplo quadrati 2. & quadrato ℞. 5. addito, igitur productum quod est 1445. habet proportionẽ ad 5. quam habet 289. quadratũ dicti aggregati ad vnitatem. Igitur per septimam decimi ℞. 1445. est commensurabilis ℞. 5.

℞. 5. p̃. 2.
℞. 1445. p̃. 38.

Vel aliter & clariùs, Demonstratum est quod ℞. 80. est commensurabilis ℞. 5. igitur productum est numerus: & similiter

productum

productum ex 2. in 9. remanent igitur duæ multiplicationes ℞. 5. in 9.& ℞.80. in 2. sed multiplicato 9. in ℞. 5. productum necessariò est commensurabile ℞. 5. quia erit in proportione 9. ad 1. & quia ℞. 80. est commensurabilis ℞. 5. Igitur productum ex 2. in ℞. 80. est commensurabile ℞. 5. Igitur productum ex ℞. 80. in 2. est commensurabile producto ex ℞. 5. in 9. Igitur ex his fiet vna ℞. commensurabilis ℞. 5. per octauam & nonam decimi Euclidis quod est propositum.

℞. 5. p̄. 2.
9. p̄. ℞. 80.

Ex hac sequitur primò, quòd multiplicato binomio, siue cubato siue redacto ad ce. ce. siue ad ℞m primum siue ad ce. cu. atque ita in infinitum semper prouenient binomia ex ℞. & numero composita quæ ℞. semper erunt communicantes & in proportione numeri ad numerum.

Sequitur etiam secundò, quòd cùm ce. binomij sit incommensurabilis binomio cuius est ce. & cubo binomij (& ita de reliquis productis) quodlibet tamen illorum ita diuiditur in duas partes, quòd ℞. est commensurabilis ℞. & numerus numero, & hoc est mirabile. Et sit exemplum ℞. 5. p̄. 2. est incommensurabilis 9. p̄. ℞. 80. & tamen ℞. 5. est commensurabilis ℞. 80. & 2. est commensurabilis 9. & ita 9. p̄. ℞. 80. est incommensurabilis ℞. 1445. p̄. 38. & tamen 9. est commensurabilis cum 38. eo quòd ambo sunt numeri & ℞. 80. est commensurabilis ℞. 1445. & ita de aliis vsque in infinitum dependentibus ex vno binomio vel reciso, quod sit ex primo genere vel secundo vel quarto vel quinto.

Ex his sequitur tertiò, quòd semper licet ce. & res sint incommensurabiles item ce. & cubi (& ita de aliis) poterimus tamen toties residuare ce. à rebus, aut addere aut ce. minuere ex cubis aut addere (& ita de aliis) quod remanebit numerus, & est quid mirabile. Licèt igitur ℞. 5. p̄. 2. sit incommensurabilis 9. p̄. ℞. 80. attamen cùm acceperimus 4. radices erunt ℞. 80. p̄. 8. Igitur detractæ ℞. 80. p̄. 8. ex ℞. 80. p̄. 9. remanet 1. Igitur detractis 4. rebus ex vno ce. remanet vnitas quæ est numerus, quare &c.

Capvt XIV.

De proprietatibus quadrandi & cubandi binomia & recisa.

PRIMA proprietas, cùm diuiseris aliquem numerum cubum per 6. numerus superfluus, est ℞. cubica illius numeri cubi. Exemplum, diuido 8. numerum cubum per 6. remanent 2. & 2. est ℞. cubica 8. diuido 27. per 6. supersunt 3. & 3. est ℞. cubica 27. diuido 125. per 6. remanent 5. & 5. est ℞. cubica 125. diuido 343. per 6. remanet 1. sed quia 1. non potest esse ℞. 343. adde 1. ad 6. fit 7. ℞. cubica 343. & ita diuiso 512. per 6. remanet 2. qui additus ad 6. facit 8. ℞. cubam 512. Et vniuersaliter si auferas ℞. cu. alicuius numeri cubi ab ipso numero cubo, residuum poterit diuidi per 6. ita quod nihil superèrit. Exemplum, 100. est ℞. cu. de 1000000. detrahe 100. ex 1000000. remanent 999900. & hoc potest diuidi per 6. & exeunt 166650. quare patet propositũ.

Secunda proprietas autem est, quòd omnis cubus binomij continet ex sua ℞. radicem rei in triplo quadrati numeri addito quadrato ℞. Exemplum sit binomium vel recisum ex dictis primo, secundo, quarto vel quinto, ℞. 5. m̄. 2. vt dictum est eius cubus est ℞. 1445. p̄. 38. dico quòd ℞. 1445. continet ℞. 5. in triplo quadrati 2. qui est numerus rei, & est triplum quadrati 2. ipsum 12. cum quadrato ℞. rei quòd est 5. quæ iuncta faciunt 17. Dices igitur quòd ℞. 1445. continet ℞. 5. vicibus 17. & ita si quis dicat ℞. cubi huius rei ℞. 7. p̄. 3. quantum continebit ℞. 7. dico quadra 3. fit 9. tripla, fit 27. adde quadratum ℞. 7. quod est 7. fit 34. & ita ℞. in cubo continebit ℞. 7. in 34. & ita de aliis, in numero verò est è conuerso, & hoc pendet totum ex capitulo octauo.

℞. 5. m̄. 2.
℞. 1445. m̄. 38.

Tertia proprietas est quòd cubus cuiuslibet binomij est eiusdem speciei qualis est binomium, & ita dico de cubo recisi; veluti cubus de ℞. 7. m̄. 2. quod est recisum quintum, est ℞. 2527. m̄ 50. quod est recisum quintum, nam prima pars est ℞. & secunda numerus in vtroque, & differentia est incommensurabilis maiori parti, & ita cubus de ℞. 12. m̄. 3. est ℞. 18252. m̄. 135. & vterque tam ℞. quàm cubus est binomium secundum, nam ℞. 18252. quadrata superat 18225. quod est quadratum minoris partis in 27. quod est $\frac{1}{676}$ de 18252. cùm autem $\frac{1}{676}$ sit quadratum patet quod maior pars binomij, quæ est ℞. 18252. est potentior breuiore quæ est 135. in quadrato ℞. 27. quæ ℞. 27. est commensurabilis ℞. 18252. in longitudine, igitur tam binomium quod est ℞. quàm eius cubus est ex secunda specie.

Quarta proprietas, Omne binomium componitur ex duabus partibus, quarum differentia si cubetur, producitur differentia partium cubi. Exemplum, ℞. 7. m̄. 2. est binomium, differentia est ℞. 7. m̄. 2. & partes cubi sunt ℞. 2527. m̄. 50. & differentia harum partium est ℞. 2527. m̄. 50. quæ est cubus de ℞. 7. m̄. 2. differentiæ partium. Et ita in numeris 5. p̄. 3. habet cubum 260. p̄. 252. quorum differentia est 8. qui est cubus de 2. differentiæ inter 5. & 3. & similiter dico quòd quadrata partium cubi differunt in cubo differentiæ quadratorum partium radicis, veluti si dico ℞. 7. p̄. 2. cubus eius est ℞. 2527. p̄. 50. quarum partium quadratarum differentia est 27. qui est cubus de 3. qui est differentia quadratorum ℞. 7. & 2. nam. quadratum ℞. 7. est 7. & quadratum 2. est 4. quorum differentia est 3. & ita cubus de ℞. 10. p̄. 3. est ℞. 13690. p̄. 117. quarum partium quadrata differunt in 1. quod est cubus de 1. differentiæ quadratorum ℞. 10. & 3. vt patet.

Quinta proprietas, ex præcedente cognoſcitur differentia partium cubi per differentiam partium radicis & econtrà. Et ſimiliter cognoſcitur differentia quadratorum partium cubi per differentiam quadratorum partium ℞. & econtrà. Exemplum, ſi quis dicat, volo differentiam quadratorum partium cubi de ℞. 7. p̄. 2. Quadra ℞. 7. fit 7. & ſimiliter quadra 2. fit 4. detrahe 4. ex 7. fit 3. cuba 3. fit 27. & 27. erit differentia partium cubi, quadratarum ſeorſum. Et ſimiliter ſi dicat quæ eſt differentia partium quadratarum ℞. cubicæ huius binomij quod eſt 68. p̄. ℞. 4840. Quadra 68. fit 4624. quadra ℞. 4840. fit 4840. detrahe 4624. ex 4840. remanent 216. accipe ℞. cu. 216. quæ eſt 6. & 6. dices eſſe differentiam partium ℞. cu. de 68. p̄. ℞. 4840. cùm partes illæ radicis ſeorſum fuerint quadratæ.

Sed pro differentia proportionis duplica ſemper differentiam quadratorum partium quæ fuit 6. fit 12. & hæc eſt differentia proportionum, id eſt, quòd ſi 68. continet numerum ℞. 20. vicibus, igitur ℞. 4840. continebit ℞. quæ eſt pars ℞. cu. de 68. p̄. ℞. 4840. in 8. vicibus quæ ſunt 12. m̄. quam 20. quare tunc oportebit diuidere 68. per 20. & ℞. 4840. per ℞. 64. nam 64. eſt quadratum de 8. tales igitur proportiones ſunt in hoc caſu 34. & 22. Diuidemus igitur 68. per 34. exit 2. & ℞. 4840. per ℞. 484. & eſt idem quod 22. erit igitur ℞. cu. de 68. p̄. ℞. 4840. hoc ℞. 10. p̄. 2. & hoc optimè nota.

Sexta proprietas tangit quadraturam binomiorum & reciſorum, & eſt quod omnium duarum quantitatum aggregatum quadratorũ excedit duplum producti vnius in alteram in quadrato differentiæ, veluti capio 7. & 3. aggregatum quadratorum eſt 58. duplum vnius in alterum eſt 42. & 58. excedit 42. in 16. quod eſt quadratum de 4. quod eſt differentia 7. à 3. & hæc proprietas demonſtratur à Campano in decimo Elementorum.

Septimam proprietatem autem cenſuum cenſus in proportione partium ad partes ſuarum radicum habes ex capitulo decimo ſic, nam inuenies ſuperationem cum facilitate & eſt vt multiplices numerum proportionis ℞. in numerum quem habes ℞. & producti accipe differentiam à numero cen. cen. & habebis 1. cen. cen. p̄. vel m̄. tot rebus quotus eſt numerus proportionis, æqualia numero differentiæ aut 1. ce. ce. p̄. numero differentiæ æqualia tot rebus quotus eſt numerus proportionis ſecundum quod binomia vel reciſa ſeruiunt capitulis.

Exemplum, volo ſuperationem & numerum de 5. p̄. ℞. 2. Quadra ℞. 2. fit 2. quadra 5. fit 25. iunge fit 27. multiplica in 5. fit 135. quadrupla fit 540. numerus rerum. Item cape cen. cen. de 5. & de ℞. 2. ſunt 625. & 4. quæ iuncta ſunt 629. multiplica 25. quadratum de 7. in 2. quadratum ℞. 2. fit 50. ſexcupla fit 300. adde ad 629 habebis 929. multiplica 540. in 5. fit 2700. detrahe 929. habebis igitur 1. ce. ce. p̄. 1771. æqualia 540. rebus, quia æquatio binomij & reciſi primi ſeruit capitulo ce. ce. & numeri æqualium rebus.

Et ſimiliter volo ſcire æquationem de ℞. 5. m̄. 2. quadra ℞. 5. fit 5. quadra 2. fit 4. iunge fiunt 9. multiplica in 2. fit 18. quadrupla fit 72. numerus rerum. Similiter accipe cen. cen. de ℞. 5. & 2. habebis 25. & 16. iunge fiunt 41. multiplica 5. in 4. quadrata partium, fit 20. ſexcupla fit 120. adde 41. fit 161. multiplica 72. numerum rerum in 2. fit 144. detrahe ex 161. fiet 1. cen. cen. p̄. 72. co. æqualia 17. quia reciſum ſecundum & quintum ſeruiunt capitulo numeri æqualis cen. cen. & rebus, & per idem dices de ℞. 5. p̄. 2. quod æquatio erit 1. cen. cen. æqualis 72. rebus p̄. 17.

Capvt XV.

De quibuſdam proprietatibus quantitatum in generali.

Cvm fuerint quotlibet quantitates multiplicatio aggregati primæ & vltimæ in differentiam earundem æquatur differentiæ quadratorum illarum. Veluti capio 2. 5. 7. 11. Capio primam & vltimam, & ſunt 13. multiplico in differentiam primæ ab vltima, quæ eſt 9. fit 117. & tantum differt quadratum 11. quod eſt 121. à quadrato 2. quod eſt 4.

Exemplum, capio 2. 4. 7. 11. dico quòd ſi capias ℞. 18. aggregati 11. & 7. & ℞. 6. aggregati primæ & ſecundæ quantitatis fient aggregatæ ℞. 18. p̄. ℞. 6. & detractæ

℞. 18. p̄. ℞. 6.
1. ✕ 1.
℞. 18. m̄. ℞. 6.
18. m̄. 6. quod eſt 12.

℞. 18. m̄. ℞. 6. & ita aggregatum in differentiam multiplicatum producit 12. vt vides in figura. Dico igitur quod 12. eſt differentia quadratorum talium aggregatorum, nam aggregato 11. & 7. fit 18. & aggregato 2. & 4. fit 6. quo detracto à 18. remanent 12.

Si productioni aggregati radicum duarum quantitatum in earum differentiam addatur minor quantitas conflabitur maior. Exemplum, ſi ex ℞. 7. p̄. ℞. 2. in ℞. 7. m̄. ℞. 2. fit 5. igitur addita 2. minore quantitate ad 5. fiet 7. maior quantitas & econtrà dempta 2. minore ex 7. maiore remanebit 5. productum aggregati ℞. in earum differentiam, ſi quis igitur dicat quantum facit ℞. 18. p̄. ℞. 19. in ℞. 37. m̄. ℞. 19. dic abſolutè quòd facit 18. quod eſt reſiduum 37. detracto 19.

Ex hac ſequitur quòd ſi addito quadrato primi numeri ad productum aggregati ℞. in earum differentiam conſletur maior numerus, tunc minor numerus erit neceſſariò vnitas. Patet quia tantum fit etiam addita

dita ipsa quantitate ex præcedente, igitur illa quantitas æquatur quadrato suo, igitur est vnitas quoniam sola vnitas est æqualis quadrato suo. Vnde si quis dicat, inuenias duos numeros quorum aggregatum ℞. ductum in differentiam earum superadditoque quadrato primæ quantitatis totum fit 10. dices igitur prima quantitas est 1. igitur productum est 9. nam 9. & 1. faciunt 10. pones igitur primam quantitatem 1. ce. & secundam 1. ce. & erit per præcedentem productum ex ℞. 1. ce. p̄. ℞. 1. siue p̄. 1. (nam idem est) in ℞. 1. ce. m̄. 1. hoc 1. ce. m̄. 1. & hoc æquatur 9. igitur 1. ce. æquatur 10. igitur prima quantitas est 1. & secunda 10. & ita ℞. 10. p̄. 1. in ℞. 10. m̄. 1. facit 9. cui addito 1. quadrato sui ipsius fit 10. quod est propositum.

Omnis numerus multiplicatus in duplum sui, & diuisus per 8. vel per 18. vel per 32. vel per 50. est exiens quadratus veluti multiplica 6. in 12. fit 72. diuiso 72. per 8. exit 9. quadratus, diuiso 72. per 18. exit 4. quadratus, & diuiso per 32. exit $2\frac{1}{4}$ quadratus, & diuiso per 50. exit $1\frac{11}{25}$ quadratus, & ita etiam omnis numerus productus ex numero in triplum sui, & diuisus per 12. vel per 27. vel per 48. vel per 75. est quadratus & ita de aliis, & hoc est quoniam 8. & 18. & 32. & 50. producuntur

5.	15.	75.
6.	18.	108.
$1\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{11}{25}$

ex numero in duplum sui, & 12. & 27. & 48. & 75. producuntur ex numero in triplum sui, ideo si diuidant numeros similiter productos diuident latera producentia æqualiter. Igitur exiens erit quadratus vt in exemplo.

CAPVT XVI.

De proprietatibus quibusdam quantitatum continuè proportionalium.

PRIMA proprietas est quòd si fuerint quotlibet quantitates continuè proportionales, differentia primæ ab vltima æquatur producto ex aggregato omnium, præter vltimam in proportionem m̄. 1. veluti capio 8. 12. 18. 27. differentia primæ ab vltima est 19. dico quòd 19. producitur ex aggregato omnium quantitatum, præter vltimam quod est 38. in proportionem m̄. 1. id est in $\frac{1}{2}$, nam proportio cùm sit sexquialtera, ita signatur $1\frac{1}{2}$ quare dempto 1. remanet $\frac{1}{2}$ & est generale.

Secunda proprietas est quòd si fuerint quotlibet quantitates continuè proportionales si productum ex aggregato ℞. primæ & vltimæ in differentiam dictarum ℞. diuidatur per 1. m̄. proportione, exibit summa omnium quantitatum præter vltimam. Veluti capio 8. 12. 18. 27. Capio aggregatum ℞. primæ & vltimæ, quod est ℞. 27. p̄ ℞. 8. & duco in differentiam dictarum radicum, quæ est ℞ 27. m̄. ℞. 8. & fit 19. hoc diuido per 1. m̄. proportione, quod est $\frac{1}{2}$ fit 38. aggregatum dictarum quantitatum præter vltimam, nam 8. 12. & 18. iuncta faciunt 38. & pendet hæc ex præcedente proprietate.

Tertia proprietas est quòd si fuerint quotlibet quantitates continuè proportionales detracto quadrato primæ ex quadrato vltimæ, & residuo diuiso per aggregatum primæ & vltimæ, exiens æquabitur producto ex aggregato omnium quantitatum, excepta vltima in proportionem m̄. 1. Veluti capio 8. 12. 18. 27. quadra 27. vltimam, fit 729. quadro 8. primam, fit 64. detraho 64. ex 729. fit 665. diuido per 35. aggregatum 27. vltimæ, & 8. primæ, exit 19. quod est productum ex aggregato omnium, præter vltimam quod fuit 38. in $\frac{1}{2}$ quod est 1. m̄. proportione, & idem est differentia primæ ab vltima per primam proprietatem.

Quarta proprietas, Cùm fuerint tres quantitates continuè proportionales, erit portio producti ex secunda in tertiam ad quadratum primæ, veluti cubi secundæ ad cubum primæ posita prima quacunque volueris.

Quinta proprietas est quòd si fuerint tres quantitates, continuè proportionales, quod fit ex prima in quadratum secundæ, æquale est ei quod fit ex tertia in quadratum primæ & è contra. Igitur sequitur quòd duplata producta triplatorum quadratorum secundæ & tertiæ in primam fient tantum quatuor quantitates: cùm verò secunda harum communicet primæ productæ secundæ, & prima harum communicet secundæ secundæ erit vt fiant duæ quantitates & hoc in trimoniis ℞. cubarum.

Sexta proprietas est quòd omnium quantitatum continuè proportionalium ab vnitate inchoantium productum aggregati omnium earum in proportionem m̄. 1. æquatur quadrato tertiæ quãtitatis detracta vnitate ab ipso quadrato. Veluti capio 1. $1\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{4}$ $3\frac{3}{8}$ aggregatum est $8\frac{1}{8}$ ductum in $\frac{1}{2}$ quod est 1. m̄. proportione producit $4\frac{1}{16}$ & tantum fit quadrato $2\frac{1}{4}$ quantitate tertia & detracta vnitate nam quadratum de $2\frac{1}{4}$ est $5\frac{1}{16}$. Vnde detractâ vnitate remanet $4\frac{1}{16}$.

Septima proprietas est quòd si fuerint quinque quantitates continuè proportionales diuisa ℞. quintæ quãtitatis per proportionem tertiæ quantitatis ad primam illarum (& est duplicata proportio) quod exit est ℞. primæ quantitatis ex illis. Exemplum, Capio 32. 48. 72. 162. Capio ℞. 162. & est ℞. 162. diuido per proportionem 72. ad 32. & est $2\frac{1}{4}$, & quia ℞. 162. est ℞. reduco $2\frac{1}{4}$ ad ℞. & est ℞. $5\frac{1}{16}$, diuido ℞. 162. per ℞. $5\frac{1}{16}$ exit ℞. 32. & ℞. 32. est ℞. primæ quantitatis, & quadratum eius quod est 32. erit prima quantitas.

Octaua proprietas, Si fuerint tres quantitates continuè propdrtionales, aliæque totidem in eadem proportione, sumaturque

aliqua pars aggregati primarum cuius quadratum ad mediam quantitatem siue ad primam siue ad tertiam certam habeat proportionem, si eademmet pars sumatur ex aggregato secundarum quantitatum, & quadretur, talem habebit proportionem ad secundam illarum quantitatum, vel primam, vel tertiam correspondentem qualis est proportio prima multiplicata in proportionem aggregati secundarum ad aggregatum primarum.

Exemplum sint 1. 2. 4. in proportione dupla; item, 3. 6. 12. in eadem proportio- & capiamus $\frac{1}{7}$ aggregati primarum quod

Primæ,	1.	2.	4.
Primarum aggregatum 7.			
Septima pars aggregati 1. quad. $\frac{1}{2}$			
Secundæ,	3.	6.	12.
Secundarum aggregatum, 21.			
Septima pars aggregati 3. quad. $\frac{9}{6}$			
Proportioprima $\frac{1}{2}$ Proportio secunda $\frac{9}{6}$			
Triplata $\frac{3}{2}$ vt $\frac{9}{6}$			

est 7. & est 1. per exemplum & quadremus ipsum fit 1. & hoc est medietas secundæ quãtitatis & æquale primæ & quarta pars tertiæ hoc modo $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ dico quod si 21. aggregatum secundarum sit triplum de 7. aggregato primarum quod assumpta eadem parte de 21. quæ est 3. & quadrata, & fit 9. quod ipsa erit in proportione ad dictas partes, quæ fuerunt 3. 6. 12. in qua esset multiplicando 3. prouentum diuisionis 21. per 7. in numeratorem dictarum proportionum, & erunt $\frac{3}{1}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$.

Nona proprietas si fuerint tres aut quatuor, aut quotlibet numeri siue continuè proportionales siue non, aliíque totidem

2. 5. 10. 13. | 30.
50. | 900.
18.
6. 15. 30. 39. | 90.
450. 8100.
18.

in eadem proportione qualis proportio quadrati aggregati primorum ad quadratum primi aut secundi aut tertij aut quarti si sint plures tribus aut ad multiplicationem primi in secundum, vel tertium vel quartum, vel secundi in tertium aut quartum, & ita in infinitum talis erit proportio quadrati aggregati duorum ad quadratum vel multiplicationem correspondentium in suo ordine.

Caput XVII.

De proprietatibus insequentibus maioritatem proportionis partium binomiorum quadratorum cubatorum & reductorum ad censum census.

PRIMA consideratio est generalis seruiens rebus comparatis aut censibus, aut cubis, aut censibus censuum, aut relatis & ita in infinitum dico quòd in primo & quarto binomio & suis recisis semper est maior proportio ℞. producti ad ℞. rei quam numeri producti ad numerum rei. Exemplum, si res sit 3. p̃. ℞. 2. erit census

Res,	3.	p̃. ℞. 2.
Census,	11.	p̃ ℞. 72.
Cubus,	45.	p̃. ℞. 1682.
Cen.ce.	193.	p̃. ℞. 8712.

11. p̃. ℞. 72. & cubus 45. p̃. ℞. 1682. & ce. ce. 193. p̃. ℞. 8712. Proportio igitur ℞. 72. ad ℞. 2. est maior quàm 11. ad 3. & proportio ℞. 1682. ad ℞. 2. est maior quàm 45. ad 3. & proportio ℞. 8712. ad ℞. 2. est maior quàm 193. ad 3. cuius demonstratio patet ex regulis quas posuimus, de productione censuum & cuborum & reliquarum denominationum. Et est regula generalis quòd proportio ex latere maiore minor est, & ex minore maior, sed 3. est maior quàm ℞. 2. quia in primo & quarto binomio & recisis supponitur maior pars numerus, & minor ℞. Igitur proportio ℞. ad ℞. est maior quàm numeri ad numerum.

Et ex hoc patet, quòd in secundo & quinto binomiis & recisis erit è conuerso videlicet maior proportio numeri producti ad numerum rei quàm ℞. producti ad ℞. rei. Veluti capio rem quæ sit ℞. 5. m̃. 2. & est recisum quintum, eius census est 9. m̃. ℞. 80. & cubus est ℞. 1445. m̃. 38 & ce. ce. est 161. m̃. ℞. 25920. & proportio 9. ad 2. est maior quàm ℞. 80. ad ℞. 5. & pro-

Res,	℞. 5.	m̃. 2.
Census,	9.	m̃. ℞. 80.
Cubus,	℞. 1445.	m̃. 38.
Ce. ce.	161.	m̃. ℞. 25920.

portio 38. ad 2. est maior quàm ℞. 1445. ad ℞. 5. & proportio 161. ad 2. est maior quàm ℞. 25920. ad ℞. 5. & ita in his quæ pertinent ad rem & sua producta regula est generalis, quòd proportio est maior ex parte minore, & minor ex maiore, ideo si in binomio vel reciso, quod est res, sit numerus maior pars tunc proportio radicum est maior, & si maior pars est ℞. tunc proportio numerorum est maior.

Et hæc eadem regula seruit comparando 2 censum ad censum census, quoniam in primo & quarto binomio & recisis suis maior est

eſt proportio ℞. ad ℞. quam numeri ad numerum: in ſecundo autem & quinto binomio & ſuis reciſis maior eſt proportio numeri ad numerum quàm ℞. ad ℞. quia cenſus habet locum rei & ce. ce. habet locum cenſus.

3 In cubis autem & cenſibus eiuſdem rei eſt alia ratio, nam ſemper eſt maior proportio ℞. cubi ab ℞. quadrati quàm numeri cubi ad numerum quadrati, & hoc in binomio primo, ſecundo, quarto, & quinto & ſuis reciſis, ideo regula eſt generalis. Veluti

Res,	3.	p̃. ℞.	2.
Cenſus,	11.	p̃. ℞.	72.
Cubus,	45.	p̃. ℞.	1682.
Res,	℞. 5.	m̃.	2.
Cenſus,	9.	m̃. ℞.	80.
Cubus,	℞. 1445.	m̃.	38.

capio rem in quarto binomio, quæ ſit 3. p̃ ℞. 2. & eius cenſus ſit 11. p̃. ℞. 72. & cubus ſit 45. p̃. ℞. 1682. Proportio ℞. 1682. ad ℞. 72. eſt vt 29. ad 6. & hæc eſt maior quàm 45. ad 11. & ſimiliter ponatur res ℞. 5. m̃. 2. & eſt reciſum quintum, & erit eius cenſus 9. m̃. ℞. 80. & cubus ℞. 1445. m̃. 38. proportio ℞. 1445. ad ℞. 80. eſt veluti 17. ad 4. & hæc eſt maior quàm 38. ad 9. cùm illa ſit quadrupla ſexquiquarta, hæc verò eſt aliquantulo minor, nam proportio $38\frac{1}{4}$ ad 9. eſt quadrupla ſexquiquarta, igitur proportio 38. ad 9. eſt minor quadrupla ſexquiquarta.

4 In cubis & cen. cen. in primo, ſecundo, quarto & quinto binomiis & reciſis, ſemper eſt maior proportio numeri cen. cen. ad numerum cubi, quàm ℞. cen. cen. ad ℞. cubi, & eſt conuerſum præcedentis conſiderationis veluti ſit res 3. p̃. ℞. 2. erit cu-

Res,	3.	p̃. ℞.	2.
Cubus,	45.	p̃. ℞.	1682.
ce. ce.	193.	p̃. ℞.	8712.
Res,	℞. 5.	p̃.	2.
Cubus,	℞. 1445.	p̃	38.
ce. ce.	161.	p̃. ℞.	25920.

bus 45. p̃. ℞. 1682. & ce. ce. 193. p̃. ℞. 8712. eſt igitur proportio 193. ad 45. veluti $4\frac{13}{45}$ ad 1. & hæc eſt maior quàm ℞. 8712. ad ℞. 1682. quæ eſt vt 66. ad 29. proportio igitur 193. numeri ce. ce. ad 45. numerum cubi eſt maior quàm 66. ad 29. qualis eſt proportio ℞. ce. ce. ad ℞. cubi.

Et ſimiliter in alio exemplo, proportio 161. numeri cen. ce. ad 38. numerum cubi eſt vt $4\frac{9}{8}$ ad 1. ſed proportio ℞. 25920. ℞. ce. ce. ad ℞. 1445. eſt veluti $4\frac{4}{17}$ ad 1. & hæc eſt minor quàm $4\frac{9}{38}$ quia vnitas remanet eadem & $4\frac{9}{38}$ eſt plus quàm $4\frac{4}{17}$ ablato enim 4. de communi $\frac{9}{38}$ eſt plus quàm $\frac{4}{17}$ nam cùm multiplicauerimus 17. in 38. fit 646. cuius ſi accipimus $\frac{9}{38}$ erunt $\frac{153}{646}$, nam $\frac{1}{38}$ de 646. eſt 17. igitur $\frac{9}{38}$ ſunt $\frac{153}{646}$ per idem $\frac{4}{17}$ ſunt $\frac{152}{646}$, igitur $\frac{9}{38}$ ſunt pluſquam $\frac{4}{17}$ & ita proportio numeri ad numerum in cen. cen. comparatis ad cubos ſemper eſt maior qaàm ℞. ad ℞. & ita poſſes per has regulas procedere in infinitum.

Et meminiſſe debes eius quod dictum eſt in capitulo quod in ſecundo & quinto binomiis ac reciſis cenſus ac ce. ce. & cen. cu. & ita vſque in infinitum vnâ ſemper intermiſſâ denominatione ſunt diſſimiles ſuis rebus, quoniam talia producta ex dicta regula ſemper ſunt binomium aut reciſum primum, ſed res ipſa ſupponitur ex ſecunda vel quinta ſpecie binomij vel reciſi, igitur ſunt diſſimilia: Cubus verò & ℞^{m} p^{m} & ℞^{m} 2^{m} & ita in infinitum, vnâ ſemper intermiſſâ denominatione ſemper in omnibus 6. ſpeciebus binomiorum & reciſorum ſunt ſimiles ſuis rebus & etiam inter ſe, ita quòd ſi res eſt in tertia ſpecie binomiorum erit etiam cubus & ℞^{m} p^{m} & ℞^{m} 2^{m} in tertia ſpecie binomiorũ, & ita vſque in infinitum, & hoc pendet ex tertia proprietate capituli quartidecimi.

Cùm volueris ſcire an ℞. cu. ℞. 108. p̃. 5
10. m̃. ℞. cu. ℞. 108. m̃. 10. Inueniatur in binomio, ſcias quod eadem eſt ratio inueniendi ℞. cu. ℞. 108. p̃. 10. & ℞. 108. m̃. 10. quadra igitur ℞. 108. fit 108. quadra 10. fit 100. Si igitur differentia 108. & 100. quæ eſt 8. non eſſet numerus cubus, dico quòd tale binomium non habet ℞. cu. & quia 8. habet ℞. cu. quod eſt 2. tripla igitur ſemper ipſam ℞. cu. quod eſt 2. fit 6. Quære igitur an detur aliquis numerus minor quarta parte 10. & eſt 1. cuius ℞. cu. quod eſt etiam 1. ducta per 6. & detracta à 10. quia 10. eſt minor ℞. 108. vel addita ad 10. vbi 10. eſſet maior ℞. 108. faciat quadruplum numeri primò inuenti, quod fuit 1. quia igitur ducto 1. ℞. cu. 1. per 6. fit 6. qui detractus à 10. relinquit 4. quadruplum 1. erit 1. pars binomij. Quadra eam fit 1. adde ei 2. ℞. cu. differentiæ (quia 10. eſt minor ℞. 108.) fit 3. huius accipe ℞. quæ eſt ℞. 3. & adde ad 1. fiet ℞. cu. ℞. 108. p̃. 10. hoc ℞. 3. p̃. 1. & ita ℞. cu. ℞. 108. m̃. 10. eſſet ℞. 3. m̃. 1. quare ſequitur vt ℞. v. cu. ℞. 108. p̃. 10. m̃. ℞. v. cu. ℞. 108. m̃. 10. fit ℞. 3. p̃. 1. m̃. ℞. 3. m̃. 1. quod eſt dicere 2.

Similiter dices quod ℞. 5. p̃. 2. eſt ℞. cu. ℞. 1445. p̃. 38. nam ℞. cu. differentiæ quadratorum quæ eſt 1. triplata facit 3. &

Binomia,	Differ.	℞. cu. diff.	℞. cu. bin.
℞. 108. p̃. 10.	8.	2.	℞. 3. p̃. 1.
℞. 1445. p̃. 38.	1.	1.	℞. 5. p̃. 2.
26. p̃. ℞. 675.	1.	1.	2. p̃. ℞. 3.
45. p̃. ℞. 1682.	343.	7.	3. p̃. ℞. 2.

hic multiplicatus per 2. ℞. cu. 8. minorem quartâ parte 38. facit 6. qui detractus à 38. relinquit 32. quadruplum cubi 2. Igitur dicemus quòd 2. eſt pars minor, quadra eam fit 4. adde ei 1. ℞. cu. differentiæ, habebis 5. cuius ℞. eſt maior pars binomij, & per idem ℞. 5. m̃. 2. erit ℞. cu. ℞. 1445. m̃. 38. Quòd ſi numerus ſit maior ℞. vt volo ℞. cu. 45. p̃ ℞. 1682. differentia

tia quadratorum eſt 343. cuius ℞. cu. eſt 7. Hæc debet triplari fit 21. multiplica igitur per ℞. cu. alicuius numeri maioris quarta parte 45. ita quòd productum additum ad 45. æquetur quadruplo illius numeri, & erit 27. numerus ille cuius ℞. cu. quæ eſt 3. ducta in 21. facit 63. qui additus ad 45. facit 108. quadruplum 27. Igitur ℞. cu. 27. eſt maior pars binomij, quia numerus eſt maior, & pro minore parte quadra 3. fit 9. detrahe 7. ℞. cu. differentiæ, remanet 2. cuius ℞. eſt minor pars, & ita ℞. cu. 45. m̄. ℞. 1682. erit 3. m̄. ℞. 2.

Eodē modo ℞. cu. 26. p̄. ℞. 675. eſt 2. p̄. ℞. 3. & ℞. cu. 26. m̄. ℞. 675. eſt 2. m̄. ℞. 3.

Ex his ſcies quando capitula cubi & cen. vel cubi & rerum æqualium numero vel cubi æqualis rebus & numero, vel cenſibus & numero, peruenient ad numerum vel ad binomium, nam prima duo exempla in quibus ℞. eſt maior numero ſeruiunt capitulo cubi & rerum æqualium numero, & duo exempla vltima ſeruiunt reliquis tribus capitulis, veluti ſi dico, 1. cu. æquatur 3. co. p̄. 18. res valet ℞. v. cu. 9. p̄. ℞. 80. p̄. ℞. v. cu. 9. m̄. ℞. 80. at ℞. v. cu. 9. p̄. ℞. 80. eſt $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ quia 3. quod eſt triplum 1. ℞. cu. differentiæ quadratorum ductum in $1\frac{1}{2}$ facit $4\frac{1}{2}$ quod additum ad 9. facit $13\frac{1}{2}$ quadruplum cubi de $1\frac{1}{2}$ qui eſt $3\frac{3}{8}$. Igitur per per idem ℞. v. cu. 9. m̄. ℞. 80. eſt $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$. Igitur ℞. v. cu. 9. p̄. ℞. 80. p̄. ℞. v. cu. 9. m̄. ℞. 80. eſt $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ quod eſt 3.

Caput XVIII.

De aliquibus Præmittendis neceſſariis.

Primum eſt ex duabus ℞. ſimul iunctis non fit numerus, nam ſi coniunctæ fuerint duæ ſuperficies mediales commenſurabiles, latus tetragonicum erit linea medialis per nonam & vigeſimam primam decimi Euclidis: ſi verò fuerint incommenſurabiles, igitur latus potens in totam ſuperficiem, eſt aut bimediale ſecundum, aut linea potens in duo medialia per ſexageſimam ſextam decimi Euclidis, conſtat igitur quòd non erit numerus, quia ℞. numeri non eſt nec linea medialis, nec bimediale ſecundum, nec linea potens in duo medialia, ſed linea potentia tantùm rationalis.

Secundum notandum, nec ℞. à ℞. detracta poteſt reſiduare numerum, nam vel ſunt commenſurabiles, igitur erit etiam reſiduum commenſurabile toti, igitur erit ℞. eo quod omnis ſuperficies communicans mediali eſt medialis per eandem vigeſimam primam decimi Euclidis: vel ſunt incommenſurabies, & tunc ℞. reſidui eſt vel reſiduum mediale ſecundum, vel quæ cum mediali conſtituit mediale per centeſimam quintam decimi Euclidis, quare non poteſt talē reſiduum eſſe numerus.

Tertium notandum quòd cùm volueris inuenire regulas aliquas capitulorum algebræ vniuerſales, aut condere ipſa capitula debes facere hoc per viam binomiorum & non ſimplicium numerorum, dato quod velis etiam experiri in numeris rationalibus. Exemplum, ſi quis dicat 1. p^{o} ℞^{o} p̄. 10. æquatur 21. co. tunc tu ſcis quòd valor rei eſt 2. non tamen experieris facere regulam cum 2. ſed diuide 2. in duas partes, quarum vna ſit ℞. alia numerus, & dices quòd valor rei eſt vtpote $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{4}$ nam hoc binomium æquiualet 2. Regula igitur quæ perducet te ad hanc æquationem cum hoc binomio $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{4}$ licèt ſit impropriè binomium, talis regula habebit aliquam vniuerſalitatem, & hoc nota bene, quia hæc eſt clauis totius Arithmeticæ tam ampla vt per ipſam poſſis peruenire ad omnem ſolutionē cuiuſlibet quæſtionis quantumcunque arduæ.

Quartum notandum eſt quòd in tertio & ſexto binomio & ſuis reciſis radix & cubi, & relatum primum & relatum ſecundum, & omnes denominationes pares, id eſt vnâ ſemper intermiſſâ denominatione, habent partes inuicem communicantes, impares etiam inter ſe habent partes communicantes veluti cen. cum ce. ce. & cum ce. cu. ſed pares non communicant cum imparibus, veluti partes rei non communicant cum partibus cenſus, nec partes cen. cum partibus cubi.

Quintum notandum, ſubiecta capitulorum ſunt per ſe vſque ad cubum duodecim, primum eſt binomium primum & quartum, vt 7. p̄. ℞. 2. Secundum eſt reciſum primum, & quartum, vt 7. m̄. ℞. 2. Tertium eſt binomium ſecundum & quintum, vt ℞. 7. p̄. 2. Quartum eſt reciſum ſecundum & quintum, vt ℞. 7. m̄. 2. Quintum eſt binomium cubicum ſimplex, vt ℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. vel vniuerſale vt ℞. cu. v. 5. p̄. ℞. 17. p̄. ℞. v. cu. 5. m̄. ℞. 17. & in hoc animaduerte, quòd ſemper componuntur ex binomio primo vel quarto cum ſuo reciſo. Sextum eſt reciſum cubicum ſimplex, vt ℞. cu. 9. m̄. ℞. cu. 3. vel eſt reciſum vniuerſale cubicum, vt ℞. v. cu. ℞. 33. p̄. 5. m̄. ℞. v. cu. ℞. 33. m̄. 5. Et in hoc animaduerte quòd ſemper componuntur ex binomio ſecundo vel quinto cum ſuo reciſo. Septimum eſt trinomium ex binomio duarum ℞. v. cubarum primi vel quarti binomij cum ſuo reciſo, & tertia pars eſt ℞. numeri producibilis ex multiplicatione dictarum partium inuicem detracta ab illo binomio, veluti ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. $9\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ m̄. l. 1. Octauum eſt trinomium quod conſtat ex duabus ℞. v. cubicis vel ſimplicibus, & tertia parte quæ eſt ℞. numeri qui producitur ex vna parte ℞. cubicæ, in aliam veluti ℞. cu. $65\frac{67}{125}$ p̄. ℞. cu. $\frac{32}{125}$ p̄. $1\frac{3}{5}$. Nonum eſt reciſum ſecundum mixtum, cuius vna pars, eſt ℞. cu. alia numerus, vt ℞. cu. 30. m̄. 2. Decimum eſt binomium ſecundum mixtum, cuius vna pars eſt ℞. cu. alia numerus, vt ℞. cu. 30. p̄. 2. Vndecimum eſt binomium primum mixtum, cuius vna pars eſt numerus, alia ℞. cu. vt 3. p̄. ℞. cu. 2. Duodecimum eſt reciſum primum mixtum cuius vna pars eſt numerus, alia ℞. cu. veluti 3. m̄. ℞. cu. 2. vt in figura vides.

Subiecta artis.

Binomium primum vel quartum, 7. p̃. ℞. 2.
Recisum primum vel quartum, 7. m̃. ℞. 2.
Binomium secundum vel quintũ, ℞. 7. p̃. 2.
Recisum secundum vel quintum, ℞. 7. m̃. 2.
Binomium cubicum simplex, ℞. cu. 32. p̃. ℞. cu. 2. vel vniuersale, ℞. v. cu. 5. p̃. ℞. 17. p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. 17.
Recisum cubicum simplex, ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3. vel vniuersale ℞. v. cu. ℞. 33. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 33. m̃. 5.
Trinomium recisum vniuersale, ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $89\frac{1}{4}$ m̃. l. 1.
Trinomium vniuersale vel simplex, ℞. cu. $65\frac{67}{125}$ p̃. ℞. cu. $\frac{32}{125}$ p̃. $1\frac{3}{5}$.
Recisum cubicum mixtum secundum, ℞. cu. 30. m̃. 2.
Binomium cubicum mixtum secundum, ℞. cu. 30. p̃. 2.
Binomium primum mixtum cubicum, 3. p̃. ℞. cu. 2.
Recisum primum mixtum cubicum, 3. m̃. ℞. cu. 2.

Sunt & plura alia genera æquationum, quæ propter tædium dimittimus, his autem omnibus duodecim generaliter vtemur.

Sextum notandum quòd postquam homo cognouerit capitula vsque ad cubum & sunt 19. tunc habet sufficientiam totius artis, quoniam vsque ad cubum inuenitur differentia in natura rerum: nam dantur lineæ, superficies, & corpora: & lineæ correspondent rebus: superficies censibus: corpora cubis; si igitur tradiderimus sufficienter de his erit cognitum quod est necessarium, verum quod superaddidimus vltrà, est ad voluptatem, non ad effectum rei deducendæ in opus. Capitula verò deriuatiua non sunt per se, sed per accidens, etiam quòd sint vniuersalia.

Septimum notandum est quòd cùm fuerint denominationes extremæ æquales extremis, semper æquatio erit vna tantùm, & casus possibilis quotquot fuerint denominationes: Cùm verò denominationes inter mediæ fuerint æquales extremis, tunc semper erunt plures æquationes in quæsito, & casus poterit cum hoc etiam esse impossibilis.

Exemplum primi, 1. cen. æqualis 3. co. p̃. 10. vel 10. æqualia 1. cen. p̃. 3. co. vel 1. cu. æqualis 3. cen. p̃. 6. vel 6. æquales 1. cu. p̃. 3. cen, vel 1. cu. æqualis 4. co. p̃. 10. vel 1. cu. p̃. 10. co. æqualia 20. vel 1. cu. p̃. 3. cen. æqualia 7. co. p̃. 20. vel 1. cu. æqualis 3. cen. p̃. 7. co. p̃. 20. vel 1. cen. cen. p̃. 3. cu. p̃. 7. cen. æqualia 10. vel æqualia 20. co. p̃. 10. in omnibus enim his non potest verificari quæsitum, nisi in vna certa quantitate & casus est semper possibilis. Si verò dicat 1. cen. p̃. 10. æquatur 6. co. vel 1. cu. p̃. 10. æquatur 6. cen. vel 6. co. vel 1. cu. p̃. 10. æquatur 10. cen. p̃. 3. co. vel 1. ce. ce. p̃. 3. cu. p̃. 10. æquatur 2. cen. p̃. 5. co. in omnibus talibus in quibus æquationes extremæ æquantur intermediis casus potest verificari plusquam in vna certa quantitate, videlicet in duabus, vel etiam aliquando pluribus & quæsitum potest esse etiam impossibile sicut apparet, si quis dicat 1. cen. p̃. 10. æquatur 3. co. vel 1. cu. p̃. 12. æquatur 4. co. & ita in reliquis, & hoc bene nota. Scias etiam quòd aliquando non habent nisi vnam æquationem tantùm, sed hoc est per accidens, nam naturaliter habent aut plures æquationes, aut nullam quando casus est impossibilis.

CAPVT XIX.

De proprietatibus tertii & sexti binomij & recisi, & inhabilitate ad capitula.

PRIMÒ igitur dico quòd in tertio & sexto binomio & reciso non verificatur aliquod capitulum algebræ, nec de inuentis nec de non inuentis vsque in infinitum: Nam oportet scire quòd ex duabus ℞. simplicibus iunctis, nunquam prouenit numerus, cùm ex duabus superficiebus simpliciter medialibus siue communicantes sint siue non, non possit fieri superficies rationalis. Hoc igitur stante cùm in tertio & sexto binomio & reciso sit res habens duas ℞. veluti dicendo ℞. 7. p̃. ℞. 5. vel igitur res iuncta censui vel cen. ce. vel cu. ce. æquatur numero, & hoc esse non potest, quia census est binomium primum. Et similiter omnes sequentes denominationes, intermissa vna vt vides. Cùm igitur iunxerimus, gratiâ exempli, ℞. 5. p̃. ℞. 2. cum 7. p̃. ℞. 40. aut cum 89. p̃. ℞. 7840. non poterit aliqua illarum ℞. incorporari cum sua maiore

Res, ℞.	5.	p̃. ℞.	2.
census,	7.	p̃. ℞.	40.
cen. ce.	89.	p̃. ℞.	7840.
cu. ce.	1183.	p̃. ℞.	349690.

quia non sunt in proportione numeri quadrati ad numerum quadratum, & dato quod incorporarentur superessent duæ ℞. quæ per suppositum iunctæ non possunt facere numerum, igitur res cum censu aut cum cen. cen. aut cum cu. ce. non potest æquari numero, quia non potest facere numerum.

Dico etiam quòd res detracta ab illis non potest facere numerum, quia dato etiam quòd essent commensurabiles ex vna parte ℞. 5. vel ℞. 2. vtpote cum ℞. 349690. ℞. 5. est incommensurabilis ℞. 2. ex diffinitione binomij declarata suprà in capitulo primo, sequitur quòd detracta altera à ℞. 349690. remanebit reliqua. Vtpote si ℞. 5. esset commensurabilis ℞. 349690. ita quòd sumpta 264. vicibus æquaretur illi, tunc detractis 264. rebus ex vno cubo census remaneret 1183. m̃. ℞. 139876. quod esset 264. ℞. 2. dato quod 264. foret ℞. 69938. quare non poterit res addita aut diminuta ab aliquo illorum æquari numero in tertio vel sexto binomio vel reciso.

Quòd si dicas quòd census potest æquari censui

censui ce. & numero, & ita de aliis respondeo quòd ibi non ingreditur binomium tertium aut sextum nec recisum, imò tunc ce. est res, & ce. ce. fit census, & sunt in binomio primo.

Nec etiam potest fieri talis æquatio rei cum cubo, aut cum Relato primo & numero, quia vt vides omnes sunt ℞. igitur non potest per additionem fieri numerus ex primo supposito, nec per diminutionem, eo quòd dato quòd ℞. 5. sit commensurabilis ℞. 605. est enim $\frac{1}{11}$ eius. Et similiter

Res,	℞.	5.	p̃.	℞.	2.
cubus,	℞.	605.	p̃.	℞.	578.
R^m p^m	℞.	105125.	p̃.	℞.	104882.

℞. 2. est commensurabilis ℞. 578. quia est $\frac{1}{17}$ eius vt patet ex regula cubandi binomia succintè data superiùs. Et similiter ℞. 5. est $\frac{1}{145}$ de ℞. 105125. & ℞. 2. est $\frac{10}{229}$ de ℞. 104882. vt patuit in notando de generatione relati, quia tamen si auferatur ℞. de ℞. dato quod sint commensurabiles aut nihil remanet aut quantitas surda, igitur res cum numero non potest æquari cubo aut relato primo, & sic in infinitum in binomio aut reciso tertio vel sexto.

Et eadem ratione patet quòd nec cubus cum numero poterit æquari relato primo, vt patet per eandem rationem, nec relatum primum cum numero poterit æquari cubo & sic in infinitum.

Nec etiam poterunt denominationes tabulæ superoris æquari denominationibus tabulæ huius, ita quòd supersit numerus vtpote census & numerus non poterunt æquari cubo. Patet quoniam in denominationibus superioribus est tantùm vna pars ℞. reliqua est numerus. In his autem denominationibus ambæ partes sunt ℞. igitur, nec additæ nec detractæ poterunt conflare numerum. Relinquitur igitur quòd tam tertium quàm sextum binomium & recisum sunt inutilia ad capitula omnia algebræ vsque in infinitum.

Ex hoc patet quòd si quis proponat quæstionem prouenientem in ligata ℞. quo ad æquationem quod tale capitulum non habet solutionem nisi quatenus duæ ℞. ligatæ habent locum numeri.

Dico tamen quòd per accidens fiunt æquationes in tertio & sexto binomio & suis recisis, & etiam in quantitatibus vniuersalibus ligatis, & est quod cùm in aliquo capitulo fuerit numerus rerum, aut cuborum in ℞. alicuius numeri, tunc æquatio cadet extra binomia & recisa regularia.

Et sit exemplum primò hoc, 1. cen. æquatur rebus ℞. 8. p̃. 10. dimidia ℞. 8. fit ℞. 2. quadra fit 2. adde ad 10. fit 12. cape ℞. quæ est ℞. 12. ei adde dimidium rerum, fiet valor rei ℞. 12. p̃. ℞. 2. quod est binomium sextum.

Et similiter si dicam 10. æquatur 1. cen. p̃. ℞. 8. rerum, dimidia ℞. 8. fit ℞. 2. quadra fit 2. adde ad 10. fit 12. Et ℞. 12. m̃. ℞. est 2. valor rei, & est recisum sextum. Et posses facere eam ℞. simplicem, veluti 16. æquatur ℞. 8. rerum p̃. 1. cen. tunc res esset ℞. 18. m̃. ℞. 2. quod est ℞. 8.

Capvt XX.

De numero capitulorum quærendorum.

De simplicibus autem capitulis quoniam per se nota sunt ex capitulo quadragesimo septimo nunc dicendum non est. Capitula autem composita quæ secundùm communem considerationem ad vsum venire possunt, sunt 99. è quibus 9. dicuntur triplicia necessária deriuatiua, 6. triplicia non necessaria, 6. triplicia non necessaria deriuatiua, 7. quadruplicia necessaria, 7. quadruplicia necessaria deriuatiua, 21. quadruplicia prætermissa, 21. quadruplicia prætermissa deriuatiua, 5. quincuplicia, 5. quincuplicia deriuatiua.

Nouem Capitula triplicia necessaria.

† Cen. & res æqualia numero.
† Cen. & numerus æqualia rebus.
† Res & numerus æqualia censibus.
† Cubus & res æqualia numero.
† Cubus & numerus æqualia rebus.
† Res & numerus æqualia cubis.
† Cubus & cen. æqualia numero.
† Cubus & numerus æqualia censibus.
† Cen. & numerus æqualia cubis.

Duodecim Capitula triplicia necessaria deriuatiua.

† Census census & census æqualia numero.
† Census census & numerus æqualia censibus.
† Census & numerus æqualia censibus census.
† Cubus census & census æqualia numero.
† Cubus census & numerus æqualia censibus.
† Census & numerus æqualia cubo census.
† Cubus census & census census æqualia numero.
† Cubus census & numerus æqualia censibus census.
† Census census & numerus æqualia cubo census.
† Cen. cen. cen. & cen. cen. æqualia numero.
† Cen. cen. cen. & numerus æqualia censibus census.
† Cen. cen. & numerus æqualia cen. cen. cen.

Sex Triplicia non necessaria.

* Census census & res æqualia numero.
* Census census & numerus æqualia rebus.
* Res & numerus æqualia censibus censuum.
* Census census & cubus æqualia numero.
* Census census & numerus æqualia cubo.
* Cubus & numerus æqualia censui census.

Sex

Sex Triplicia non necessaria deriuatiua.

* Cen. cen. cen. & census æqualia numero.
* Cen. cen. cen. & numerus æqualia censibus.
* Census & numerus æqualia cen. cen. cen.
* Cen. cen. cen. & cen. cubi æqualia numero.
* Cen. cen. cen. & numerus æqualia cen. cubi.
* Cen. cubi & numerus æqualia cen. cen. cen.

Septem Quadruplicia necessaria.

* Cubus & census & res æqualia numero.
Cubus & census & numerus æqualia rebus.
Cubus & res & numerus æqualia censibus.
Census & res & numerus æqualia cubis.
Cubus & census æqualia rebus & numeris.
* Cubus & res æqualia censibus & numero.
Cubus & numerus æqualia censibus & rebus.

Septem Quadruplicia necessaria deriuatiua.

* Cubus census, & census census & census æqualia numero.
Cubus census, & census census & numerus æqualia censibus.
Cubus census, & census & numerus æqualia censibus census.
Census census, & census & numerus æqualia cubo census.
Cubus census, & census census æqualia censibus & numero.
* Cubus census & census census æqualia censibus census & numero.
Cubus census & numerus æqualia censibus census & censibus.

21. *Quadruplicia prætermissa.*

Cen. cen. & cen. & res æqualia numero.
Cen. cen. & cen. & numerus æqualia rebus.
Cen. cen. & res & numerus æqualia censibus.
Cen. & res & numerus æqualia cen. cen.
Cen. cen. & census æqualia rebus & numero.
Cen. cen. & res æqualia censibus & numero.
Cen. cen. & numerus æqualia censibus & rebus.
Cen. cen. & cubi & res æqualia numero.
Cen. cen. & cubi & numerus æqualia rebus.
Cen. cen. & res & numerus æqualia cubis.
Cubus & res & numerus æqualia censibus census.
Cen. cen. & cubi æqualia rebus & numero.
Cen. cen. & res æqualia cubis & numero.
Cen. cen. & numerus æqualia cubis & rebus.
Cen. cen. & cubi & census æqualia numero.
Cen. cen. & cubi & numerus æqualia censibus.
Cen. cen. & census & numerus æqualia cubis.
Cubus & census & numerus æqualia cen. cen.
Cen. cen. & cubi æqualia censibus & numero.
Cen. cen. & census æqualia cubo & numero.
Cen. cen. & numerus æqualia cubo & censibus.

21. Capitula quadruplicia prætermissa deriuatiua non posui, quia ex præcedentibus faciliter cognoscuntur, & difficile est peruenire ad æquationem, & rarissimè cadunt in vsum.

Quinque Capitula quincuplicia prætermissa.

Cen. cen. & cubi & census & res æqualia numero.
Cen. cen. & cubi & census & numerus æqualia rebus.
Cen. cen. & cubi & res & numerus æqualia censibus.
Cen. cen. & census & res & numerus æqualia cubis.
Cubus & census & res & numerus æqualia censui census.

Reliqua etiam sua correspondentia deriuatiua quinque capitula non posui propter rationes superiùs adductas.

Meminisse autem oportet, quòd cognito quocumque capitulo suum deriuatiuum ei correspondens subitò cognoscitur, siue sit ex necessariis siue non, siue ex prætermissis siue ex triplicibus, siue ex quadruplicibus, siue quincuplicibus, nam æquatio deriuatiui semper est ℞. v. æquationis principalis, cuius exempla videbis in capitulo penultimo.

Est etiam aliud genus capitulorum quod vocatur assimilatorum & sunt 9. & sunt vniuersalia, & assimilantur primis 9. & cognoscuntur per illa sine difficultate & sunt hæc:

Nouem Capitula vniuersalia assimilata.

† Cubus census & cubus æqualia numero.
† Cubus census & numerus æqualia cubis.
† Cubus & numerus æqualia cubo census.
† Cubus cubi & cubus æqualia numero.

† Cubus cubi & numerus æqualia cubis.

† Cubus & numerus æqualia cubo cubi.

† Census relati primi & ℞m pm æqualia numero.

† Census relati primi & numerus æqualia ℞o po.

† Rm pm & numerus æqualia censui ℞i primi.

Et nota quòd vbi apponitur † talia capitula sunt vniuersaliter nota, vbi verò ponitur * sunt particulariter nota tantùm, vbi nihil, sunt ignota, licèt possint cognosci per regulas huiuslibri; nos enim neglevimus ob prolixitatem ponere regulas de singulis & etiam propter causam dictam in capitulo decimo octauo.

Summa igitur capitulorum vniuersaliter cognitorum est 30. & particulariter 16. omnia autem 46. exceptis simplicibus quæ nota sunt vsque in infinitum, vt apparet in libro practicæ capitulo 47.

Capvt XXI.

De permutatione Capitulorum inuicem.

Scias quòd capitula in quibus ingreditur cubus, sunt duo principalia & quatuor dependentia. Principalia sunt duo, cubus & res æqualia numero & cubus æqualis rebus & numero. Talia enim sunt cognita per se. Non principalia autem sunt cubus & numerus æqualia rebus, & cubus & census æqualia numero, & cubus æqualis censui & numero, & cubus & numerus æqualia censibus; & modus est talis:

Cubus & res æquales numero in cubum æqualem censibus & numero, & è contrà.

Cubus æqualis rebus & numero in cubum & censum æqualia numero, & è contrà.

Cubus æqualis rebus & numero in cubum & numerum æqualia rebus, & è contrà.

Cubus & numerus æqualia rebus in cubum & numerum æqualia censibus, & è contrà.

Cen. cen. & numerus æqualia rebus in cen. cen. & numerum æqualia cubis & è contrà.

Cen cen. & cubi æqualia numero in cen. cen. æqualem rebus & numero, & è contrà.

Cen. cen. & cen. & numerus æqualia rebus in cen. cen. & cen. & numerum æqualia cubis, & è contrà.

1 Cùm igitur fuerit cubus æqualis censibus & numero, tunc ita conuertes in capitulum cubi & rerum æqualium numero. Quadra numerum censuum, & cum eo diuide numerum quem habes, quod exit serua. Similiter diuide numerum quem habes per numerum censuum, quod exit est numerus rerum, multiplica numerum rerum in numerum quem seruasti, quod fit est numerus cui res inuentæ cum cubo æquantur.

Exemplum, 1. cu. æquatur 3. cen. p̄. 45. diuide 45. per 3. numerum censuum, exit 15. numerus rerum, diuide 45. per 9. quadratum numeri censuum, exit 5. multiplica 5. per 15. exit 75. numerus. Igitur dicemus quòd 1. cu. p̄. 15. rebus æquatur 75.

1. cu. 3. cen.—45—15. res.
9. 9. 5.
5. 75. numerus,
1. cu. p̄. 15. rebus æqualia 75.

Cùm autem ex hac æquatione volueris scire priorem æquationem, diuide numerum rerum, vtpote 15. per æquationem cubi & rerum æqualium numero iam inuentam ex suo capitulo, & quod exit est valor rei in prima æquatione, id est, dum 1. cu. æquatur 3. cen. p̄. 45. cum igitur 1. cu. p̄. 15. rebus æquatur 75. valor rei vt videbitur erit ℞. v. cu. ℞. $1531\frac{1}{4}$ p̄. $37\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. $1531\frac{1}{4}$ m̄. $37\frac{1}{2}$. Diuide igitur 15. numerum rerum & exibit trinomium compositum ex duabus ℞. v. cubicis & tertiâ parte numero simul iunctis, quod erit valor rei de 1. cu. æquali 3. cen. p̄. 45.

Aliud exemplum, 1. cu. æquatur 3. cen. p̄. 36. diuide 36. per 3. numerum censuum,

1. cu. 3. cen. 36—12. res.
9. 9.
4. 48. numerus,
1. cu. p̄. 12. rebus æqualia 48.

exit 12. numerus rerum, diuide etiam 36. per 9. quadratum numeri censuum, exit 4. multiplica 4. in 12. fit 48. numerus. Dices igitur quod 1. cu. p̄. 12. rebus æquatur 48.

Cùm igitur ex hac æquatione volueris habere æquationem priorem, habita æquatione de 1. cu. p̄. 12. co. æqualibus 48. per suum capitulum, & est ℞. v. cu. ℞. 640. p̄. 24. m̄. ℞. v. cu. ℞. 640. m̄. 24. diuides 12. numerum rerum per hoc binomium vniuersale cubicum, quod exit est valor rei de 1. cu. æquali 3. cen. p̄. 36.

Et hæc regula extrahitur ex decima nona quæstione inferiùs posita, nam ex eadem positione perueuimus ad cu. & co. æqualia numero, & habemus valorem secundæ quãtitatis, & ad cen. & nu. æqualia cubo, & habemus valorem tertiæ quantitatis: & quia ex secunda quantitate in tertiam fit numerus producendus, igitur diuiso numero producendo per valorem secundæ quantitatis inuentum per regulam cu. & co. æqualium numero, exibit valor tertiæ quantitatis qui est valor rei quærendæ per capitulum cu. æqualis cen. & numero.

Exemplum, ponamus quod 1. cu. æquetur $4\frac{4}{5}$ cen. p̄. $57\frac{3}{5}$; Tu scis quod si quis proponat quæstionem talem, diuide $2\frac{1}{2}$ in duas partes, ita quòd si addatur tertia in continua proportionalitate productum secundæ in tertiam, erit 12. Si igitur ponatur tertia pars 1. co. & secunda $\frac{12}{1.co.}$

peruenies

peruenies ad 1. cu. æqualem $4\frac{4}{5}$ cen. p̄. $57\frac{3}{5}$. Igitur diuiso $57\frac{3}{5}$ per $4\frac{4}{5}$ exit 12. numerus producendus, & diuiso $57\frac{3}{5}$ per $23\frac{1}{25}$ quod est quadratum de $4\frac{4}{5}$ exit $2\frac{1}{2}$. Ecce quod reduxisti talem quæstionem ad primam quæstionem propositam, quam solues ponendo mediam quantitatem 1. co. & peruenies ad cu. & co. æqualia numero, & valor rei erit ℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2. & quia ex hac secunda quantitate in tertiam fit 12. igitur valor rei erit ℞. cu. $65\frac{67}{125}$ p̄. ℞. cu. $\frac{32}{125}$ p̄. $1\frac{3}{5}$ & ita habemus valorem rei de 1. cu. æquali $4\frac{4}{5}$ cen. p̄. $57\frac{3}{5}$. Et scias quod $1\frac{3}{5}$ qui est tertia pars valoris rei est $\frac{1}{3}$ de $4\frac{4}{5}$ numeri censuum, & quòd multiplicatio $65\frac{67}{125}$ in $\frac{32}{125}$ producit inuicem ducta $16\frac{12144}{15625}$ cuius ℞. $4\frac{12}{125}$ est cubus de $1\frac{3}{5}$ tertiæ partis numeri censuum.

2 Cùm verò volueris reducere æquationem cubi & censuum æqualium numero ad æquationem cubi æqualis rebus & numero, accipe tertiam partem numeri censuum & cuba eam & adde numero proposito: Deinde quadra numerum censuum, & eius accipe tertiam partem & hoc est numerus rerum. Hunc numerum, etiam rerum, multiplica in tertiam partem numeri censuum, & productum detrahe ex numero priùs aggregato, & residuum est numerus æquationis.

Pro valore autem rei, habito valore rei de 1. cu. æquali rebus & numero, detrahe à dicta æquatione tertiam partem numeri censuum, & fiet trinomium ex duabus radicibus cubicis simplicibus vel vniuersalibus iunctis & tertiâ parte, quæ est numerus per m̄. & hoc est valor rei de 1. cu. p̄. cen. æqualibus numero.

Exemplum, 1. cu. p̄. 3. cen. æquatur 21. Volo reducere ad 1. cu. æqualia rebus & numero; Accipe $\frac{1}{3}$ de 3. numeri censuum, quod est 1. cuba, fit 1. adde ad 21. fit 22. deinde quadra numerum censuum, fit 9. accipe $\frac{1}{3}$ huius quadrati quod est 3. & hic est numerus rerum, hunc numerum rerum qui est 3. multiplicabimus in $\frac{1}{3}$ numeri censuum quod est 1. fit 3. detrahe 3. à 22. priùs seruato, fit 19. numerus. Habebimus igitur 1. cu. æqualem 3. co. p̄. 19.

1. cu.	3. cen.	21.
	1. tertia pars,	1.
	1. cubus eius,	22.
	9. quadratum cen.	
	3. tertia pars & sunt res,	
	1. tertia pars censuum.	
	3. productum,	22.
		3.
	numerus,	19.
1. cu. æqualis 3. co. p̄. 19.		

Deinde pro æquatione, inuenta æquatione de 1. cu. æquali 3. co. p̄. 19. & est ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ ab hoc binomio vniuersali cubico minue $\frac{1}{3}$ numeri censuum quod est 1. remanebit valor rei de 1. cu. p̄. 3. cen. æqualibus 21. Hoc trinomium ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$ m̄. 1. 1.

Aliud, 1. cu. p̄. 6. cen. æquatur 40. Volo reducere ad 1. cu. æquale rebus & numero; Accipe $\frac{1}{3}$ de 6. numeri censuum

1. cu.	6. cen.	40.
	2. tertia pars,	8.
	8. cubus eius,	48.
	36. quadratum censuum,	
	12. tertia pars & sunt res.	
	2. tertia pars censuum.	
	24. productum	48.
		24.
	numerus,	24.
1. cu. æqualis 12. co. p̄. 24.		

quod est 2. cuba, fit 8. adde ad 40. fit 48. deinde quadra 6. fit 36. accipe $\frac{1}{3}$ de 36. quod est 12. & hic est numerus rerum: multiplica 12. in 2. quod est $\frac{1}{3}$ numeri censuum, fit 24. detrahe 24. ex 48. remanet 24. pro numero, habes igitur 1. cu. æqualem 12. co. p̄. 24.

Pro æquatione igitur sua, quære æquationem de 1. cu. æquali 12. co. p̄. 24. & est per exemplum ℞. v. cu. 12. p̄. ℞. 80. p̄. ℞. v. cu. 12. m̄. ℞. 80. & ab hac minue $\frac{1}{3}$ numeri censuum, quod est 2. habebimus valorem rei de 1. cu. p̄. 6. cen. æqualibus 40. esse hoc trinonium ℞. v. cu. 12. p̄. ℞. 80. p̄. ℞. v. cu. 12. m̄. ℞. 80. m̄. l. 2.

Et nota quod quandoque accidit vt numerus qui fit ex $\frac{1}{3}$ quadrati censuum in $\frac{1}{3}$ numeri censuum sit maior numero à quo detrahi debet, & tunc habes $\frac{1}{3}$ quadrati census pro numero rerum æqualium 1. cu. p̄. numero qui deficit. Veluti si 1. cu. p̄. 12. cen. æquetur 56. tunc accipe $\frac{1}{3}$ de 12. & & cuba, fit 64. adde ad 56. fit 120. deinde quadra 12. fit 144. accipe $\frac{1}{3}$ quod est 48. multiplica in 4. quod est $\frac{1}{3}$ de 12. numeri censuum, fit 192. detrahe 192. ex 120. remanent 72. m̄. habebis igitur 1. cu. p̄. 72. æqualia 48. co. sequere æquationem vt in sua regula, quando res æquatur cubo & numeris, & habito valore rei, detrahe $\frac{1}{3}$ numeri censuum ex eo valore, & residuum est valor rei quæsitæ, siue ℞. census.

Alius modus conuertendi capitulum de cu. & cen. æqualia numero in capitulum cubi æqualis rebus & numero; Et hoc fiet accipiendo ℞. numeri qui æquatur cubo & censibus & ipsam addes tot rebus quot erant census, & habebis cubum æqualem rebus & numero: Si autem volueris habere valorem rei, quando cubus & census æquantur numero per valorem rei cognitum quando cubus æquatur rebus & numero, diuides ℞. numeri qui erat æqualis censibus & cubo per valorem rei inuentum in æquatione cubi æqualis rebus

& numero, & quod exit est valor rei in æquatione cubi & censuum æqualium numero.

Exemplum, 1. cu. p̃. 4. cen. æquatur 225. dices igitur 1. cu. æquatur 4. co. p̃. 15. Et similiter 1. cu. p̃. 2. cen. æquatur 441. igitur 1. cu. æquatur 2. co. p̃. 21. qui est ℞. 441. Et similiter 1. cu. p̃. 3. cen. æquatur 20. igitur 1. cu. æquatur 3. co. p̃. ℞. 20. Pro habenda igitur æquatione ponamus quòd quando dico 1. cu. æquatur 2. co. p̃. 21. res fit 3. diuide 21. per 3. exit 7. valor rei de 1. cu. p̃. 2. cen. æqualis 441. Et ita si 1. cu. æquatur 4. co. p̃. 15. & valor rei est 3. diuide 15. per 3. exibit 5. valor rei de 1. cu. p̃. 4. cen. æqualis 225. Et eodem modo si 1. cu. p̃. 3. cen. æquatur 20. valor rei est 2. igitur cùm 1. cu. æquatur 3. co. p̃. ℞. 20. valor rei erit ℞. 5. qui prouenit diuisa ℞. 20. per 2.

Per contrarium autem si fuerit cubus æqualis rebus & numero, tunc quadra numerum & habebis cubum & census in numero rerum æqualia dicto quadrato. Deinde si habueris æquationem cubi & censuum æqualium dicto quadrato, & velis habere æquationem cubi æqualis rebus & numero, diuide ipsum numerum quem priùs quadrasti siue numerum primæ æquationis, per valorem rei inuentum in secunda æquatione, quod exit est valor rei in prima æquatione.

Exemplum, 1. cu. æquatur 2. co. p̃. 21. dices igitur conuertendo igitur 1. cu. p̃. 2. cen. æquatur 441. Et similiter 1. cu. æquatur 4. co. p̃. 15. igitur 1. cu. p̃. 4. cen.

1. cu. æquatur 2. co. p̃. 21.
1. cu. p̃. 2. cen. æquatur 441.
1. cu. æquatur 4. co. p̃. 15.
1. cu. p̃. 4. cen. æquatur 225.

æquatur 225. qui est quadratum de 15. sicut 441. fuit quadratum de 21. Pro habendo autem valore rei, ponamus quod in æquatione de 1. cu. p̃. 2. cen. æqualium 441. res valeat 7. diuide 21. numerum qui est ℞. 441. per 7. exit 3. qui est valor rei de 1. cu. æqualis 2. co. p̃. 21. Et similiter si in 1. cu. p̃. 4. cen. æqualis 225. valor rei esset 5. diuidemus 15. ℞. 225. p̃. 5. & exibit 3. valor rei de 1. cu. æqualis 4. co.
3 p̃. 15.

Conuersio autem cubi & numeri æqualium rebus in cubum æqualem rebus & numero, extrahitur per subtilem inuestigationem capituli cubandi binomia. Cùm igitur fuerit 1. cu. p̃. nu. æqualia rebus, dices igitur 1. cu. æquatur rebus & nu. sub eisdem terminis. Veluti si dico 1. cu. p̃. 88. æquatur 53. co. igitur 1. cu. æquatur 53. co. p̃. 88. quare per vigesimam regulam vniuersalem habebimus valorem rei qui est 8. Pro habenda verò æquatione, diuide 8. per æqualia, & quadra, fit 16. & tripla, fit 48. detrahe 48. à 53. numero rerum, remanet 5. accipe ℞. 5. & adde vel minue ad 4. dimidium rei, habebis 4. p̃. ℞. 5. vel 4. m̃. ℞. 5. & ita si 1. cu. p̃. 88. æquatur 53. co. res valet 4. m̃. ℞. 5. vel 4. p̃. ℞. 5. Et similiter si dicam 1. cu. p̃. 12. æquatur 34. co. dices igitur 1. cu. æquatur 12. p̃. 34. co. quare per regulam res valebit 6. accipe dimidium 6. quod est 3. quadra, fit 9. tripla, fit 27. detrahe ex 34. numero rerum, remanet 7. accipe ℞. 7. & eam adde vel minue à dimidio rei quod est 3. habebimus valorem rei 3. p̃. ℞. 7. vel 3. m̃. ℞. 7. Si igitur 1. cu. p̃. 12. æquatur 34. co. res valet 3. p̃. ℞. 7. vel 3. m̃. ℞. 7. 4

Cùm verò volueris conuertere capitulum cubi & numeri æqualium censibus in capitulum cubi & numeri æqualium rebus, multiplica ℞. cubam numeri in numerum censuum, quod fit est numerus rerum. Veluti 1. cu. p̃. 216. æqualia 27. cen. accipe ℞. cu. 216. & est 6. multiplica in 27. numerum censuum, fit 162. co. dices igitur 1. cu. p̃. 216. æquatur 162. co. & tunc res erit non prima quantitas vt in prima æquatione, sed tertia, veluti quantitates sint 3. 6. 12. 24. in prima æquatione 1. cu. p̃. 216. æquatur 27. cen. res erat 3. & cen. 9. & cubus 27. in secunda æquatione res est 12. & cubus 1728. quare, &c.

Et per idem cùm fuerit cubus & numerus æqualia rebus, diuide numerum rerum per ℞. cubicam numeri, & habebis exiens numerum censuum, & ita erit cubus & numerus æqualia censibus, & vtrumque extrahitur ex trigesima secunda regula quinquagesimi primi capituli, & sicut in prima æquatione res erat tertia quantitas, hîc erit prima, vnde habita vna æquatione, quadra ℞. cubam numeri, quæ semper cadit in medio vtriusque æquationis, & quod fit diuide per æquationem secundam; si habes eam, exibit semper prima æquatio.

Ponamus igitur pro exemplo quòd quis dicat 1. cu. p̃. 16. æquatur 6. cen. dico, debes accipere ℞. cu. numeri & est ℞. cu. 16. multiplica in 6. fit ℞. cu. 3456. & ita dices quòd 1. cu. p̃. 16. æquatur co. ℞. cu. 3456. quod sit verum, tunc in prima æquatione res est 2. nam 1. cu. est 8. additis 16. fit 24. quod est æquale 6. cen. nam cen. est 4. Cùm igitur ex regula ℞. cu. numeri sit semper secunda quantitas, erit igitur ℞. cu. 16. quantitas secunda: quare cùm prima sit 2, quadra ℞. cu. 16. fit ℞. cu. 256. diuide per 2. exit ℞. cu. 32. Habes igitur quòd prima quantitas est 2. secunda ℞. cu. 16. tertia ℞. cu. 32. & hic debet esse valor rei in tertia æquatione. Quod sit verum 1. cu. de ℞. cu. 32. est 32. additis 16. fit 1. cu. p̃. 16. totum 48. dico igitur quòd co. ℞. cu. 3456. sunt 48. nam res valet vt dictum est ℞. cu. 32. multiplica igitur ℞. cu. 32. in ℞. cu. 3456.

cu. 3456. fit ℞. cu. 110592. Igitur cùm talis ℞. cu. ſit 48. præciſè patet intentum.

5 Cùm verò cen. cen. æquatur rebus & numero, dices conuertendo igitur cen. cen. & res æquantur numero, & æquatio erit eadem, excepto quòd in prima erit binomium ſecundum vel quintum, & in ſecunda reciſum ſecundum vel quintum; & ita valet è conuerſo. Exemplum, 1. cen. cen. æquatur 72. co. p̄. 17. & valor rei eſt ℞. 5. p̄. 2. Dices igitur 1. ce. ce. p̄. 72. co. æquatur 17. & res valebit ℞. 5. m̄. 2. & è contrà, quare inuento vno capitulo, habes reliquum ſine difficultate, & eſt hæc conuerſio ſimilis conuerſioni capituli cen. & rerum æqualium numero in capitulum cenſus, æqualis rebus & numero.

6 Cùm verò cen. cen. & numerus æquantur cubis conuertetur capitulum in cen. cen. p̄. numero eodem æqualia rebus & è contrà.

Et ſimiliter cùm 1. cen. cen. æquatur cubis & numero, conuertetur capitulum in numerum eundem æqualem cenſui cenſus & rebus & è contrà.

Et ſimiliter ſi numerus æquatur cenſui cenſus & cubis, conuertetur capitulum in cen. cen. æqualem rebus & numero eidem.

Et regula in omnibus eſt vna, ideo poſui eam pro vno capitulo, ſemper multiplica ℞. numeri in numerum cuborum, & quod fit eſt numerus rerum: vel è contrà ſi diuiſeris numerum rerum per ℞. numeri, exibit numerus cuborum.

Exemplum, 1. cen. cen. æquatur 10. cu. p̄. 64. accipe ℞. 64. quæ eſt 8. multiplica in 10. numerum cuborum, fit 80. Dices igitur quod 64. æquatur 1. cen. cen. p̄. 80. co. & è contrà ſi diceres 1. cen. cen. p̄. 80. co. æquatur 64. accipe ℞. 64. quæ eſt 8. & cum ea diuide 80. numerum rerum, exit 10. numerus cuborum. Dices igitur quòd 1. cen. cen. æquatur 10. cu. p̄. 64. & ita de aliis.

Pro æquatione verò habita vna æquatione capituli diuide ℞. numeri per eam, quod exit eſt æquatio capituli ſui conuerſi. Exemplum, dicamus quòd 1. cen. cen. æquetur 3. cu. p̄. 64. & ponamus quòd valor rei ſit 4. Accipe conuerſum capitulum accipiendo ℞. 64. quæ eſt 8. & cum ea multiplica 3. numerum cuborum, fit 24. igitur dices 64. æquatur 1. cen. cen. p̄. 24. co. Pro habendo valorem rei diuide 8. ℞. 64. numeri habiti per 4. æquationem primam, exit 2. æquatio ſecunda. Dices igitur quòd ſi 64. æquatur 1. cen. cen. p̄. 24. co. quod res valet 2.

Et hæ regulæ extrahuntur ex tribus quæſtionibus, quarum prima dicit inuenias tres numeros continuè proportionales, ex quorum multiplicatione primi in ſecundum, fiat 8. & primus cum tertio iunctus faciat 10. Secunda dicit, inuenias tres numeros continuè proportionales, ex quorum muliplicatione primi in ſecundum, fiat 8. & primus ſit maior tertio in 10. Tertia quæſtio dicit, inuenias tres numeros continuè proportionales, ex quorum multiplicatione primi in ſecundum, fiat 8. & tertius ſit maior primo in 10. & licet quæſtiones videantur particulares regulæ tamen iſtæ ſunt generaliſſimæ, nec vnquam fallunt, & ſunt demonſtrabiles.

Conuerſio verò capituli cen. cen. & cen. & numeri æqualium cubis in cen. cen. & cen. & numerum æqualia rebus quando partes fuerint continuè proportionales oritur ex hac quæſtione. Diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ex quarum multiplicatione primæ in ſecundam, fiat 8. nam poſita prima parte 1. co. ſecunda $\frac{8}{1.co.}$ erit tertia $\frac{64}{1.cu.}$ & hæc æquatur 10. quare erit 1. 7

1. co. $\frac{8}{1.co.}$ $\frac{64}{1.cu.}$ / 1. cu.	10.
1. ce. ce. p̄. 8. cen. p̄. 64.	10. cu.
$\frac{8}{1.co.}$ 1. co. $\frac{1}{8}$ cu. / 1. co.	10.
8. p̄. 1. cen. p̄. $\frac{1}{8}$ ce. ce. / 8.	10. co.
64. p̄. 8. cen. p̄. 1. ce. ce.	80. co.

ce ce. p̄. 8. cen. p̄. 64. æqualia 10. cu. & in ſecunda æquatione poſita ſecunda parte 1. co. habebis 64. p̄. 8. cen. p̄. 1. cen. cen. æqualia 80. co. Cùm igitur fuerint 1. cen. cen. p̄. cen. p̄. numero æqualia cubis & fuerint numeri cen. cen. & cen. & numerus continuè proportionales, multiplica ℞. numeri in numerum cuborum, & habebis numerum rerum æqualium totidem cenſibus cenſuum, & cenſibus & numeris. Et ſimiliter habebis æquationem vnam per aliam diuidendo ℞. numeri per æquationem inuentam, quod exit eſt æquatio ſecunda quæſita.

Exemplum, 1. cen. cen. p̄. 8. cen. p̄. 64. æquatur 10. cu. accipe ℞. 64. quæ eſt 8. & eam multiplica per 10. numerum cenſuum, fit 80. numerus rerum. Igitur 1. ce. ce. p̄. 8. cen. p̄. 64. æquatur 80. co. & è contrà facies diuidendo. Pro habenda autem æquatione diuides 8. ℞. numeri per æquationem habitam, quod exit erit æquatio conuerſi capituli. Veluti 1. cen. cen. p̄. 8. cen. p̄. 64. æquatur 7. cu. dices igitur per regulam 1. ce. ce. p̄. 8. cen. p̄. 64. æquatur 56. co. & valor rei eſt 2. in hac æquatione. Diuide igitur 8. per 2. exit 4. & hic erit valor rei in prima æquatione, videlicet de 1. cen. cen. p̄. 8. cen. p̄. 64. æqualibus 7. cu. Hæc tamen regula non tenet, vt dixi, vbi partes non ſint continuè proportionales.

Conuerſio capituli cubi & numeri æqualium cenſibus in capitulum cubi & rerum æqualium cenſibus & numero, ita quòd æquatio eſt eadem. Quadra dimidium cenſuum & adiunge productum pro numero rerum ipſi cubo, deinde accipe $\frac{1}{8}$ ipſius numeri pro numero addendo cenſibus. 8

Exemplum, 1. cu. p̄. 8. æquatur 7. cen. accipe dimidium 7. quod eſt $3\frac{1}{2}$, quadra fit $12\frac{1}{4}$, & tot ſunt res. Deinde accipe $\frac{1}{8}$ de 8. quod

quod est 1. dices igitur 1. cu. p̃. $12\frac{1}{4}$ co. æquatur 7. cen. p̃. 1. & ita si dixerit 1. cu. p̃. 40. æquatur 8. cen. dices igitur quòd 1. cu. p̃. 16. co. (quod est quadratum dimidij numeri censuum) æquatur 8. cen. p̃. 5. quod est $\frac{1}{8}$ de 40. & ita poteris conuertere capitulum è conuerso; & hæc est regula de modo quam inueni laboriosè ex capitulo vigesimo septimo, iterando positionem super regulam.

9 Est & vnus modus generalis conuertendi capitula omnia inuicem quomodolibet sint & per eundem modum, non tamen omne capitulum conuertitur in quoduis & summa regulæ constat quòd si sint census in æquatione, accipe $\frac{1}{3}$ vel $\frac{2}{3}$ numeri censuum, & adde ad 1. co. & pone valorem rei 1. co. p̃. $\frac{1}{3}$ vel $\frac{2}{3}$ numeri censuum vel m̃: Si verò capitulum fuerit de rebus, pone ℞. $\frac{1}{3}$ numeri rerum cum 1. co. per p̃. vel m̃. & hoc erit valor rei. Deinde cuba per modum cubandi binomia, & similiter reduc ad numerum rerum vel censuum, & semper inuenies census vel res ex vtraque parte æquales. Igitur remanebit aliud capitulum cuius inuenta æquatione adde numerum quem assumpsisti cum 1. co. si numerus sit per p̃. vel minue si sit per m̃. & relinquetur æquatio quæsita.

Exemplum, Dicamus quòd 1. cu. p̃. 5. æquatur 12. co. Accipe $\frac{1}{3}$ de 12. quod est

1. cu. p̃. 5. æqualia 12. co.
Res 1. co. p̃. 2.
Cubus 1. cu. p̃. 6. cen. p̃. 12. co. p̃. 8
p̃. 5.
12. res 12. co. p̃. 24
1. cu. p̃. 6. cen. æqualia 11.

4. huius accipe ℞. quæ est 2. Pone igitur valorem rei 1. co. p̃. 2. vel 1. co. m̃. 2. Si primum, habebis 1. cu. esse 1. cu. p̃. 6. cen. p̃. 12. co. p̃. 8. quibus additis 5. fient 1. cu. p̃. 6. cen. p̃. 12. co. p̃. 13. æqualia 12. rebus, quæ sunt 12. co. p̃. 24. Igitur detra-

1. cu. p̃. 5. æqualia 12. co.
res 1. co. m̃. 2.
cubus 1. cu. p̃. 12. co. m̃. 6. cen. m̃. 8
p̃. 5.
12. res. 12. co. m̃. 24
1. cu. p̃. 21. æqualia. 6. cen.

1. cu. p̃. 7. æqualia 6. cen.
res 1. co. p̃. 2.
cubus 1. cu. p̃. 6. cen. p̃. 12. co. p̃. 8.
p̃. 7.
6. census, 6. cen. p̃. 24. co. p̃. 24.
1. cu. æqualis 12. co. p̃. 9.

1. cu. p̃. 81. æqualia 12. cen.
res 1. co. p̃. 8.
cubus 1. cu. p̃. 24. ce. p̃. 192. co. p̃. 512.
p̃. 81.
12. census, 12. cen. p̃. 192. co. p̃. 768.
1. cu. p̃. 12. cen. æqualis 175.

ctis 12. co. relinquentur 1. cu. p̃. 6. cen. æqualia 11. Quòd si pones valorem rei 1. co. m̃. 2. habebis 1. cu. esse 1. cu. p̃. 12. co. m̃. 6. cen. m̃. 8. quibus additis 5. fient 1. c. p̃. 12. co. m̃. 6. cen. m̃. 3. æqualia 12. co. m̃. 24. Quare 1. cu. p̃. 21. æquabitur 6. cen.

Et similiter si habuerimus 1. cu. p̃. 7. æqualia 6. cen. accipe $\frac{1}{3}$ de 6. ce. quod est 2. & ponemus valorem rei 1. co. p̃. 2. vel 1. co. m̃. 2. Si igitur fuerit 1. co. p̃. 2. erit cubus 1. cu. p̃. 6. cen. p̃. 12. co. p̃. 8. & additis 7. quæ erant in æquatione fient 1. cu. p̃. 6. ce. p̃. 12. co. p̃. 15. & hoc debet æquari 6 ce. est autem ce. 1. ce. p̃. 4. co. p̃. 4. & 6. ce. sunt 6. ce. p̃. 24. co. p̃. 24. quare abiectis 6. ce. vtrinque erit 1. cu. æqualis 12. co. p̃. 9. & valor rei erit per capitulum suum ℞. $5\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$. Quare addito 2. tertia parte cen. siue numero æquationis primæ, habebis valorem rei $3\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $5\frac{1}{4}$, huius cubus p̃. 7. æquatur 6. ce. vt patet.

Et similiter si dicas, 1. cu. p̃. 81. æquatur 12. ce. accipe $\frac{2}{3}$ de 12. quod est 8. & pone valorem rei 1. co. p̃. 8. cuba fit 1. cu. p̃. 24. ce. p̃. 192. co. p̃. 512. quibus adde 81. fit 1. cu. p̃. 24. ce. p̃. 192. co. p̃. 593. & hoc debet æquari 12. ce. qui sunt 12. ce. p̃. 192. co. p̃. 768. Igitur abiectis 192. co. vtrinque remanent 1. cu. p̃. 12. cen. æqualia 175. & valor rei erit ℞. $47\frac{1}{4}$ m̃. $3\frac{1}{2}$, quibus si addantur 8 qui sunt $\frac{2}{3}$ numeri cen. fiet valor rei quæsitæ ℞. $47\frac{1}{4}$ p̃. $4\frac{1}{2}$ & ita in aliis.

CAPVT XXII.

De examine primi, secundi, quarti & quinti binomij cum suis recisis.

His igitur visis, dico quòd binomium primum & quartum, & sua recisa seruiunt capitulo algebræ de co. æqualibus censibus & numeris, nam proportio numeri ce. ad numerum rerum sit minor quàm ℞. censuum ad ℞. rerum ex capitulo decimo septimo, consideratione prima: cum igitur proportio ℞. 384. ad ℞. 6. sit octupla, assumptis igitur 8. rebus ipsæ erunt 32. p̃. ℞. 384. Igitur detracto 1. ce. qui est 22. p̃.

Res æquales ce. & numero.
Res 4. p̃. ℞. 6.
cen. 22. p̃. ℞. 384. Binomium pr^{m} 4^{m}.

Res æquales cen. & numero.
Res 4. m̃. ℞. 6.
cen. 22. m̃. ℞. 384. Recisum pr^{m} 4^{m}.

℞. 384. ex 8. rebus, remanebunt 10. igitur 1. ce. p̃. 10. æquatur 8. rebus, & ita census & numerus æquantur rebus.

Et similiter huic capitulo seruit recisum primum & quartum, nam res fit 4. m̃. ℞. 6, erit cen. 22. m̃. ℞. 84. & proportio ℞. ad ℞. maior quàm numeri ad numerum ex 17°

capitulo

capitulo consideratione prima. igitur 8. co. erunt 32. m̄. ℞. 384. à quibus detracto uno censu remanent 10. igitur res 8. æquantur 1. ce. p̄. 10. cum igitur res 8. æquatæ ad 1. ce. p̄. 10. verificentur de 4. p̄. ℞. 6. & de 4. m̄. ℞. 6. patet quod capitulum de co. æqualibus cen. & numero habet duas æquationes bonas, unam in qua addimus ℞. ad dimidium rerum & aliam in qua minuimus.

Et ex hoc patet quod tale binomium & recisum (nam in omnibus his casibus non facimus differentiam inter binomium primum & quartum nec inter recisum primum & quartum similiter, nec inter binomium secundum & quintum nec inter recisum secundum & quintum) non seruit aliis capitulis videlicet ce. æquali numero, & rebus nam cum assumis tot res quod æquetur ℞. rerum ℞. censuum necessario numerus rerum excedit numerum census, eò quod proportio ℞. est maior quam numerorum, igitur census non potest æquari rebus & numero similiter nec numerus potest æquari ce. & co. quia cum iunguntur ce. & co. cum ambæ ℞. sint p̄. aut ambæ m̄. igitur non possunt aggregare numerū per primum præmittendum 18^{i} capituli oportet igitur ad hoc ut extinguatur ℞. quod tam in binomio quam in reciso census auferatur à rebus igitur necessario fient ce. & numerus æqualia rebus.

Binomium verò quintum & secundum seruit capitulo ce. æqualium rebus & numero, nam cum ce sit binomium primum ex regula quinta & res binomium secundum (intelligendo vt dixi per secundū etiam quintum) erit ut cum proportio ℞. ad ℞. sit minor quam numeri ad numerum eo quod maior proportio est ℞. per primam considerationem regulæ undecimæ, igitur assumptis rebus in numero proportionis ℞. & detractis à ce. relinquetur numetus, igitur 1. ce. æquabitur rebus & numero.

Exemplum proportio ℞. 684. ad ℞. 19. est sexcupla igitur 6. res sunt ℞. 684. p̄. 18.

cen. æqualis rebus & numero
Res ℞. 19. p̄ 3. binomium 2^{m} 5^{m}
census 28. p̄. ℞. 684.

ergo ce. æquatur 6. rebus & 10. numeris nam detractis ℞. 684. p̄. 18. ex 28. p̄. ℞. 684. remanent 10. nec potest tale binomium seruire alteri capitulo ex his tribus quia per additionem ℞. non potest fieri numerus nec posita æqualitate ℞. potest numerus rei superare numerum census.

Recisum vero secundum & quintum seruiunt capitulo numeri æqualis ce. & rebus quia proportio ℞. ad ℞. est minor quam numeri ad numerum, proportio igitur ℞. 684. ad ℞. 19. est sexcupla, assumptis igitur 6. radicibus & additis censui quia ℞. in re

Numerus æqualis ce. & rebus
Res ℞. 19. m̄. 3. recisum 2^{m} 5^{m}
census 28. m̄. ℞. 684.

est m̄. & in censu p̄. igitur additæ 6. res cum uno censu facient 10. igitur 1. ce. p̄. 6. co. æquatur 10. numero; igitur numerus æquatur rebus & censui nec potest census in hoc reciso minui à rebus aut è contra per primum præmittendum 18^{i} capituli quia ℞. addita ℞. non facit numerum, esset autem addere quia minuendo m̄. à p̄. totum fit m̄.

Cum vero comparantur cubus res & numerus dico quod binomium primum & quartum & recisum primum & quartum, item recisum secundum & quintum seruiunt tantum capitulo rerum æqualium cubo & numero, nam cum proportio ℞. ad ℞. in binomio primo sit ut 29. ad 1. & maior quam numeri ad numerum quæ est ut 15. ad 1. igitur assumptis 29. rebus erunt 87. p̄. ℞. 1682. qua è detracto cubo qui est 45. p̄. ℞. 1682. remanebit 42. igitur 1. cu. p̄. 42. æquatur 29. rebus igitur res non possunt æquari nisi cubo & numero in dicto primo binomio: At nec per idem in reciso nam cum 29. res sint 87. m̄. ℞. 1682.

Res æquales cubo & numero
Res 3. p̄. ℞. 2. binomium 1^{m} 4^{m}
cubus 45. p̄. ℞. 1682.

Res æquales cubo & numero
Res 3. m̄. ℞. 2 recis. primum quartum
cubus 45. m̄. ℞. 1682.

Res æquales cubo & numero
Res ℞. 5. m̄. 2. recis. secundum quintum
cubus ℞. 1445. m̄. 38.

igitur detracto cubo remanebunt 42. igitur 29. res æquantur 1. cu. p̄. 42. ut prius. Et similiter in secundo & quinto reciso nam cum maior sit proportio numeri ad numerum per primam considerationem undecimæ regulæ quam ℞. ad ℞. igitur ponatur proportio ℞. 1445. ad ℞. 5. ut 17. ad 1. igitur maior est 38. ad 2. cum igitur acceperimus 17. res erunt ℞. 1445. m̄. 34. posita re ℞. 5. m̄. 2. cum igitur detraxerimus cubum à 17. rebus remanebunt 4. nam si ℞. 1445. m̄. 38. debet detrahi ex ℞. 1445. m̄. 34. est ac si detrahas ℞. 1445. p̄. 34. ex ℞. 1445. p̄. 38. nam quod est m̄. ex una parte fit p̄. ex altera, igitur etiā hic 17. res æquantur cubo p̄. 4. licet aliqualiter impropriè, relinquitur igitur quod capitulum de rebus æqualibus, cubo & numero habet binomium primum & quartum cum eorum recisis & recisum secundum & quintum, nec talia binomia aut recisa possunt seruire alijs capitulis de cubis rebus & numeris per rationes superius allegatas quas toties repetere est omnino superfluum, cum semper fundentur in consideratione prima capituli 17. & in primo & secundo præmittendo 18^{i} capituli.

Binomium vero secundum & quintum seruit capitulo de cubis æqualibus rebus & numero nam cum maior sit proportio 38.

Cubus æqualis rebus & numero
Res ℞. 5. p̄. 2. binomium secund. quint.
cubus ℞. 1445. p̄. 38.

ad 2. quam ℞. 1445. ad ℞. 5. ex consideratione prima undecimæ regulæ vtpote hîc pro-

Proportio 38. ad 2. eſt ut 19. ad 1, & proportio ℞. 1445. ad ℞. 5. eſt ut 17. ad 1. igitur aſſumptis 17. rebus fient ℞. 1445. p̄. 34. igitur detractæ ab 1. cu. remanebunt 4. igitur 1. cu. æquatur 17. rebus p̄. 4. nec poteſt inſeruire alijs, &c.

Et cauſa diſsimilitudinis reciſi ſecundi & quinti in hoc & in capitulis cen. rei. & numeri eſt quoniam (vt declaratum eſt in regula quinta) ſecundum & quintum reciſum habent cenſum ſibi diſsimilem, ſed cubus in omnibus eſt ſemper ſimilis ſuæ ℞. per tertiam proprietatem capituli 14[i].

Ex hoc pendent duo notabilia, primum quod capitulum de cubis & rebus æqualibus numero in binomijs vel reciſis quadratis eſt impoſsibile: nam cum tertium & ſextum binomium cum ſuis reciſis non ſint vtilia ad capitula per hanc regulam , primum vero & quartum binomium cum ſuis reciſis & reciſum ſecundum & quintum inſeruiunt tantum capitulo de rebus æqualibus cubo & numero, binomium vero ſecundum & quintum inſeruiunt tantum capitulo de cubo æquali rebus & numero relinquitur à ſufficienti diuiſione quod cubus & res non poſſunt æquari numero in aliquo genere binomiorum aut reciſorum.

Secundum Notabile eſt quod cum res æqualis cubo & numero verificetur & de binomio primo & de ſuo reciſo & de reciſo ſecundo , quorum trium natura eſt diuerſa nec poteſt uno titulo aſsignari, quia in binomio primo numerus eſt maior ℞. & uterque p̄. in reciſo primo ℞. eſt m̄. in binomio ſecundo numerus eſt minor ℞. igitur nullum poterit aſsignari capitulum generale, quia æquatio cadit ſuper tres res omnino diuerſas. Et ſi quis dicat non ne binomiũ primum cum ſuo reciſo inſeruiunt capitulo de rebus æqualibus cenſui & numero, dico quod eſt verum ſed eſt vnus terminus fixus veluti ſi dico 8. res æquantur 1. cen. p̄. 10. dico quod valor rei eſt 4. p̄. ℞. 6. vel 4. m̄. ℞. 6. ecce quod hic 4. manet firmum ſed in capitulo de rebus æqualibus cubo & numero inueniuntur tres æquationes diuerſæ nihil continentes firmum ita quod illud quod eſt in una æquatione ſit in duabus reliquis igitur ſequitur quod tale capitulum non poteſt habere regulam generalem.

Cum vero comparantur ce. ce. & res & numeri fiunt tria alia capitula & ſunt ſimilia illis de cen. rebus & numeris & binomium

Res æquales ce. ce. & numero
Res 3. p̄. ℞. 2. binomium prim. quart.
ce. ce. 193. p̄. ℞. 8712.

Res æquales ce. ce. & numero
Res 3. m̄. ℞. 2. rec. primum quintum
ce. ce. 193. m̄. ℞. 8712.

primum & quartum cum ſuis reciſis verificatur de rebus æqualibus ce. ce. & numero vt in exemplo tu ſcis quod proportio ℞. 2. eſt veluti 66. ad 1. & eſt maior quam 8712. ad ℞. 193. ad 3. ex capitulo decimo ſeptimo conſideratione prima ſæpius allegata. igitur aſſumptis 66. rebus erunt 188. p̄. ℞. 8712. à quibus ſi detrahatur 1. ce. ce. quod eſt 19. p̄. ℞. 8712. remanebunt 5. igitur 1. ce. ce. p̄. 5. æquatur 66. rebus quod eſt propoſitum.

Et ſimiliter in reciſo 66. res ſunt 198. m̄. ℞. 8712. à quibus detractis 193. m̄. ℞. 8712. pro uno cenſu cenſus remanebunt 5. igitur 1. ce. ce. p̄. 5. æquatur 66. rebus ſicut prius. igitur tam binomium primum quam ſuum reciſum inſeruiunt huic capitulo quod dicitur res æquales ce. ce. & numero.

In binomio autē ſecundo proportio ℞. ad ℞. eſt vt 72. ad 1. quare aſſumptis 72. rebus erunt ℞. 25920. p̄. 144. igitur detractis ab

Ce. ce. æqualis rebus & numero
Res ℞. 5. p̄. 2. binomium ſecund. quint.
ce. ce. 161. p̄. ℞. 25920.

1. ce. ce. qui eſt 161. p̄. ℞. 25920. remanebunt 17. igitur 1. ce. ce. æquatur 72. rebus p̄. 17. numeris.

In reciſo autē ſecundo & quinto cum proportio numeri ad numerum ſit maior quam ℞. ad ℞. vt etiam in ſuo binomio, aſſumptis ℞. in exemplo 72. rebus erunt ℞. 25920. m̄. 144. quibus additis 161. m̄. ℞.

Numerus æqualis ce. ce. & rebus
res ℞. 5. m̄. 2. rec. ſecundum quintum
Ce. ce. 161. m̄. ℞. 25920.

25920. pro uno ce. ce. fient 17. igitur 1. ce. ce. p̄. 72. co. æquantur 17. igitur numerus æquatur ce. ce. & rebus in ſecundo & quinto reciſis.

Cum cen. & cen. cen. & numerus comparantur inuicem ex conſideratione ſecunda regulæ undecimæ oriuntur tria capitula omnino ſimilia capitulis de cenſu re & numero, & correſpondentia ſingula ſingulis itaquod binomium primum & quartum cum ſuis reciſis ſeruiunt capitulo cen. æqualis ce. ce. & numero , & binomium ſecundum & quintum ſeruiunt capitulo ce. ce. æqualis ce. & numero.

Et reciſum ſecundum & quintum ſeruiunt capitulo numeri æqualis ce. ce. & cen. quare cum ita ſit non repetam ſed ſufficiunt exempla cen. rei & numeri.

Cum vero comparaueris cu. cen. & numerum tunc binomium primum & quartum cum ſuis reciſis & etiam binomium ſecundum & quintum inſeruiunt capitulo cenſus æqualis cubo & numeris , ſicut etiam in rebus æqualibus cubo & numeris dictum eſt. Et ſit exemplum cenſus ſit 11. p̄. ℞. 72. & cubus 45. p̄. ℞. 1682. tunc per tertiam conſiderationem 17[i] capituli proportio ℞. ad ℞. eſt maior quam numeri ad numerum , ſit igitur proportio ℞. 1682. ad ℞. 72. vt 29. ad 6. cum igitur aſſumpſeris $4\frac{5}{6}$. cenſus erunt $53\frac{1}{6}$. p̄. ℞. 1682. detracto igitur cubo à $4\frac{5}{6}$. cenſus remanebunt $8\frac{1}{6}$. igitur 1. cu. p̄. $8\frac{1}{6}$. æquatur $4\frac{5}{6}$. cenſus quod eſt propoſitum.

Similiter in reciſo primo & quarto cum proportio ℞. ad ℞. ſit maior quam numeri ad

ad

ad numerum vt in tertia consideratione 17[i] capituli, igitur cum non possint ℞. addi per primum præmittendum 18[i] capituli,

Cen. æqualis cubo & numero
Res 3. p̃. ℞. 2.
cen. 11. p̃. ℞. 72. binom. prim. quart.
cubus 45. p̃. ℞. 1682.

Cen. æqualis cubo & numero
Res 3. m̃. ℞. 2.
cen. 11. m̃. ℞. 72. rec. primum quint.
cubus 45. m̃. ℞. 1682.

cen. æqualis cubo & numero
Res ℞. 5. p̃. 2.
cen. 9. p̃. ℞. 80. binom. secund. quart.
cubus ℞. 1445. p̃. 38.

necessariò oportebit minuere cubum à censibus nam in exemplo assumptis $4\frac{5}{6}$. census erunt $53\frac{1}{6}$. m̃. ℞. 1682. detracto igitur cubo qui est 45. m̃. ℞. 1682. remanebunt $8\frac{1}{6}$. igitur etiam 1. cu. p̃. $8\frac{1}{6}$. æquatur $4\frac{5}{6}$. cen. Et similiter in binomio secundo & quinto cum proportio ℞. 1445. ad ℞. 80. est vt $4\frac{1}{4}$. ad 1. igitur census $4\frac{1}{4}$. erunt $38\frac{1}{4}$. p̃. ℞. 1445. & quia per per tertiam considerationem vndecimæ regulæ numerus vnius cubi est minor quam numerus de $4\frac{1}{4}$. census eò quod proportio radicum est maior quam numerorum, igitur detracto 1. cubo qui est ℞. 1445. p̃. 38. ex. $4\frac{1}{4}$. cen. qui sunt $38\frac{1}{4}$. p̃. ℞. 1445. remanebit $\frac{1}{4}$. igitur 1. cu. p̃. $\frac{1}{4}$. numeri æquatur $4\frac{1}{4}$. censibus.

At recisum secundum & quintum seruiunt capitulo numeri æqualis cubo & censibus vt pote cum census sit 9. m̃. ℞. 80. &

Numerus æqualis cen. & cubo
Res ℞. 5. m̃. 2.
cen. 9. m̃. ℞. 80. rec. secundum quint.
cubus ℞. 1445. m̃. 38.

cubus ℞. 1445. m̃. 38. igitur additis $4\frac{1}{4}$. census qui sunt in proportione ℞. 1445. ad ad ℞. 80. fiet totum ex 1. cu. & $4\frac{1}{4}$. cen. $\frac{1}{4}$. numeri igitur 1. cu. p̃. $4\frac{1}{4}$. cen. æquantur $\frac{1}{4}$. numeri, igitur habemus capitulum numeri æqualis cubo & censibus.

Ex hoc sequitur eadem ratione ad vnguem qua probauimus capitulũ de rebus æqualibus cubo & numeris non habere regulam generalem quod hic etiam capitulum de censibus æqualibus cubo, & numeris non habet regulam generalem cum cadat in tres diuersas æquationes.

Sequitur secundo quod sicut ibi non dabatur capitulum de cubo & rebus æqualibus numero à sufficienti diuisione, ita nec hic datur capitulum aliquod de cubis æqualibus censui & numero, & ideo in binomijs vel recisis non datur æquatio talis capituli.

Sequitur tertio quod hæc capitula differunt à capitulis cubi rerum & numeri in tribus. Primum quod hic in omnibus semper est maior proportio ℞. cubi ad ℞. census quam numeri cubi ad numerum census quod ibi non est generale sed tantum verificatur in primo & quarto binomio & suis recisis. Secundum quod ibi non inuenitur capitulum de cu. & co. æqualibus numeris, sed hîc non inuenitur capitulum de cen. & numero æqualibus cubo. Tertium quod in capitulo de cu. co. nu. primum binomium & recisum. Et recisum etiam secundum seruiunt capitulo de co. æqualibus cubo & numero, at hic primum binomium & recisum & secundum binomium seruiunt capitulo censuum æqualium cubo & numero, ita quod loco recisi secundi ibi hîc ponitur binomium secundum & loco binomij secundi ibi hîc ponitur recisum secundum in reliquis similantur hæc capitula illis.

Cum vero comparantur ce. ce. cubi & numerus consurgunt alia tria capitula & sunt omnino similia præcedentibus excepto quod oportet operari per quartam considerationem vndecimæ regulæ eò quod proportio numeri ce. ce. ad numerum cubi semper est maior quam ℞. ce. ce. ad ℞. cubi proportio igitur ℞. 8712. ad ℞. 1682 est

Ce. ce. æqualis cubus & numero
Res 3. p̃. ℞. 2.
cubus 45. p̃. ℞. 1682. bin. prim. quart.
ce. ce. 193. p̃. ℞. 8712.

Ce. ce. æqualis cubis & numero
Res 3. m̃. ℞. 2.
cubus 45. m̃. ℞. 1682. rec. prim. quart.
ce. ce. 193. m̃. ℞. 8712.

Ce. ce. æqualis cubis & numero
Res ℞. 5. p̃. 2.
cubus ℞. 1445. p̃. 38. bin. sec. quint
ce. ce 161. p̃. ℞. 25920.

vt $2\frac{8}{29}$. ad 1. igitur assumptis cubis $2\frac{8}{29}$. erunt $102\frac{12}{29}$. p̃. ℞. 8712. igitur detractis cubis $2\frac{8}{29}$. ex 1. ce. ce. remanebunt $90\frac{17}{29}$. quare 1. ce. ce. æquatur $2\frac{8}{29}$. cu. p̃. 90. $\frac{17}{29}$. quod est propositum.

Et similiter in reciso primo & quarto in exemplo detractis $2\frac{8}{29}$. cubis ex 1. ce. ce. remanent $90\frac{17}{29}$. igitur cubi $2\frac{8}{29}$. p̃. $90\frac{17}{29}$. æquantur 1. ce. ce.

Et similiter in binomijs secundo & quinto ex eadem quarta consideratione vndecimæ regulæ cum sit proportio ℞. 25920. ad ℞. 1445. vt $4\frac{4}{17}$. ad 1. igitur acceptis cubis $4\frac{4}{17}$. erunt ℞. 25920. p̃. $160\frac{16}{17}$. cum igitur 1. ce. ce. sit maior in numero & est ℞. 25920. p̃. 161. quare detractis cubis $4\frac{4}{17}$. ex 1. ce. ce. remanent $\frac{1}{17}$. igitur cubi $4\frac{4}{17}$. p̃. $\frac{1}{17}$. numeri æquantur 1. ce. ce. recisum autem secundum & quintum inseruiunt capitulo numeri æqualis cen. cen. & cubis vt in exemplo, cum proportio 161. ad 38.

Numerus æqualis ce. ce. & cubis
Res ℞. 5. m̃. 2.
Cubus ℞. 1445 m̃. 38. rec. sec. quint.
ce. ce. 161. m̃. ℞. 25920.

sit maior quam ℞. 25920. ad ℞. 1445. quæ est vt $4\frac{4}{17}$. ad 1. igitur assumptis cubis $4\frac{4}{17}$. erunt vt dictum est ℞. 25920. m̃.

160

$160\frac{16}{17}$. additi igitur ad 1. ce. ce. facient $\frac{1}{17}$. igitur 1. ce. ce. p̃. $4\frac{4}{17}$. cuborũ æquantur $\frac{1}{17}$. numeri, igitur numerus æquatur ce. ce. & cubis quod est propositum.

Ex hoc sequitur quod hîc similiter deficiet capitulum de ce. cen. & numero æqualibus cubis atque etiam non dabitur regula generalis pro capitulo ce. ce. æqualis cubis & numero, & vniuersaliter hoc capitulum est in totum simile capitulo cen. cu. & numeri proxime præcedentis, nisi quod hîc proportio numeri ce. ce. ad numerum cubi est maior quam ℞. ad ℞. & ibi proportio ℞. cubi ad ℞. census est maior quam numeri cubi ad numerum census, in reliquis sunt omnino similia.

Circa prædicta notanda sunt duo. primum quod si quis dicat non ne ad inuentionem rerum satisfacit regula aurea pro aproximatione. Respondeo quod per capitula algebræ lucramur quatuor plus quæ non possunt haberi in regula aurea primum quod aliquando habemus præcisionem veram numeri quam non possumus habere ex regula quia illa fractio est nimis absconsa. Exemplum huius est in quæstione 150ª capituli 66ⁱ secundum quod per regulam non possumus ita ad libitum appropinquare per fractiones quantum volumus veritati, sicuti facta æquatione: nam cum æquatio cadat in ℞. cubicas vel ℞. simplices vel ℞. ℞. ligatas aut vniuersales quæ tandem resoluuntur in ℞. ℞. vel ℞. vel ℞. cu. simplices quas possumus per capitulum 23. regula sexta approximare quantum volumus cum facilitate. Tertium est quod tales ℞. possunt deduci ad opus geometricum & ad actum præcise per quæstionẽ 34ᵐ 67ⁱ capituli quod in appropinquationibus fractorũ non potest omnino parere præcisionem; & vltra hoc longe difficilius operamur in quæstione 34ª cum fractis quam cum surdis. Quartũ est quod pulchrum est operanti dare exquisitam quantitatem & si illa non sit omnino ita sensibilis quia præcisione nihil potest esse præcisius sed omni appropinquatione assignata potest dari propinquius.

Secundum notandum est quod licet in capitulis numeri ce. & ce. ce. item in capitulis numeri census & cubi, item in capitulis numeri cubi & ce. ce. semper ponatur census ex primo genere binomiorum. Scias quid hoc fuit ad maiorem claritatem quia voluit ponere etiam rem quare posita re binomio vel reciso fuit necessarium ponere censum aut ce. ce. fore binomium primum & intentio in omnibus talibus vbi non ponitur res non est quærere principaliter valorem rei sed valorem census, quo habito habes valorem rei quæ est ℞. census, & est res quandoque: tunc autem binomium aut recisum vel bimediale primum vel residuum mediale primum aut quantitas maior aut minor aut quæ potest in rationale & mediale aut quæ cum rationali constituit totum mediale: numquam autem potest esse bimediale secundum, nec residuum mediale secundum, nec potens in duo medialia, nec quæ cum mediali constituit totum mediale, si igitur assumas in capitulis ce. ce. & numeri binomium secundum aut quintum, aut recisum pro censu, inuenies valorem census, quo habito habes valorem rei & hoc est quia tunc cen. cen. esset binomium aut recisum primum necessario ex quinto capitulo sed in capitulis cen. & cubi & numeri & capitulis ce. ce. cubi & numeri cum posueris cen. aut cen. cen. aliumquam in primo genere binomij vel recisi, tunc res necessariò est aliqua irrationalis ex tribus, videlicet vel bimediale primum vel linea maior, vel potens in rationale & mediale vel aliquod suorum recisorum, igitur cum cubus sit necessario similis rebus vt dictum est sæpius igitur cubus erit altera illarum trium quantitatum vel recisum illarum: sed hæ sunt incommensurabiles binomijs per partes suas vt etiam demonstrat Euclides in vltima propositione decimi, cum igitur in his capitulis ingrediatur cubus, igitur nulla potest sequi æquatio si census sit alius quam ex primo genere binomij aut recisi, igitur relinquitur quod in talibus necessarium est ponere censum in genere primo binomiorũ, vel recisorum, excepto quod in capitulo numeri census & cen. cen. nam eo quod vt dictum est cen. & cen. cen. ambo semper remanent in genere binomiorum ideo quantumuis ponatur census ex genere secundi aut quinti binomij vel recisi, nihil minus poterit sequi æquatio, & tunc res erit aliqua ex tribus quantitatibus irrationalibus iam memoratis vel erit ℞. v. binomij vel recisi & æquiualent.

CAPVT XXIII.

De examine binomij cubici & sui recisi.

Binomium autem cubicum vel recisum si quadretur per præcedentia euadit trinomium cubicum veluti capio ℞. cu. 6.

| ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 2. |
| ℞. cu. 36. p̃. ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 96. |

p̃. ℞. cu. 2. eius quadratum est ℞. cu. 36. p̃. ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 96. proportio autem 96. ad 36. est vt 8. ad 3. & ad 4. vt 24. ad 1. & 36. ad 4. vt 9. ad 1. igitur tam binomium quam recisum sunt inutilia ad capitula, cen. & cen. cen.

Cum vero ex multiplicatione partium inuicem producitur numerus veluti ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. vel ℞. cu. 4. m̃. ℞. cu. 2. tunc quadrata fiunt trinomia, quorum vna

| ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2.
| ℞. cu. 4. m. ℞. cu. 2.

| ℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 4. p̃. 4.
| ℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 4. m̃. 4.

pars est numerus: sed proportio partium cubalium quadrati ad partes cubales ℞. non est

est eadem, maior enim proportio est ℞. cu. 16. ad ℞. cu. 4. quam ℞. cu. 4. ad ℞. cu. 2. igitur & hæc binomia erunt inutilia ad capitula prædicta.

Cum vero capitur binomiũ cubicum & cubatur fit trinomium cuius vna pars est numerus aliæ autem sunt ℞. cubicæ proportionatæ ℞. cubicis rei, quare assumptis radicibus & detractis à cubo supererit numerus solus, igitur cubus æquabitur rebus & numero. Exemplum ℞. cu. 6. p̄. ℞. cu. 2.

℞. cu. 6. p̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. 648. p̄. ℞. cu. 1944. p̄. 8.

eius cubus est ex suo capitulo ℞. cu. 648. p̄. ℞. cu. 1944. p̄. 8. & quia proportio 1944. ad 6. est veluti 648. ad 2. eò quod est proportio 324. ad 1. dicemus igitur quod res ℞. cu. 324. p̄. 8. æquatur 1. cu. & res valet ℞. cu. 6. p̄. ℞. cu. 2. vt autem habeas res in numero semper oportet vt partes ℞. inuicem multiplicatæ producant numerum veluti si capio ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. Inuicem ductæ producunt illæ partes ℞. cu. 8. quæ

℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. 864. p̄. ℞. cu. 432. p̄. 6.

est 2. quare habemus quod ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. cubatum æquabitur radicibus p̄. 6. quod est aggregatum semper cuborum partium 4. & 2. habemus igitur cubum ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. esse ℞. cu. 864. p̄. ℞. cu. 432. p̄. 6. quare cum diuiso 864. per 4. exeat 216. & similiter diuiso 432. per 2. exit. 216. cuius ℞. cubica est 6. igitur dicemus quod 6. res & 6. numeri æquantur cubo.

Ex hoc patet quod talis æquatio non seruiet capitulo cen. cubi & numeri nec cen. cen. cubi & numeri. patet quia ℞. cubæ rei non sunt proportionatæ per partes ad ℞. cubas censuum nec censuum census & sunt proportionatæ ad ℞. cubas cubi, igitur ℞. cubæ cubi non sunt proportionatæ ℞. cubis partium census aut cen. cen. igitur nullum sequitur capitulum.

Et similiter dico de reciso nisi quod numerus productus fit per subtractionem & est numerus p̄. & partes m̄. & p̄. sunt conuersæ in radice & cubo: ita quod si ℞. cubica in requæ est m̄. est minor in cubo est maior, igitur oportet vt fiat additio cubi ad rem & superest numerus & annihilantur ℞. cubicæ, igitur 1. cu. p̄. radicibus æquatur numero.

Exemplum cubus de ℞. cu. 4. m̄. cu. 2. est ex suo capitulo ℞. cu. 432. m̄. ℞. cu. 864.

℞. cu. 4. m̄. ℞. cu. 2.
℞. cu. 432. m̄. ℞. cu. 864. p̄. 2.

p̄. 2. assumptis igitur 6. radicibus & additis ad cubum remanebit 2. igitur 1. cu. p̄. 6. rebus æquatur 2.

Ex hoc patet eadem præcedente ratione quod talis æquatio non seruiet capitulis cubi censuum & numeri nec cubi cen. cen. & numeri.

Circa prædicta nota quod proportio partium quæ sunt ℞. cubicæ cubi alicuius binomij cubici ad partes quæ sunt ℞. cubicæ rei, est in triplo producti ex vna ℞. cubica rei in aliam veluti si dico ℞. cu. 16. p̄. ℞. cu. 4. eius cubus est ℞. cu. 27649. p̄. ℞.

Res ℞. cu. 16. p̄. ℞. cu. 4.
cub. ℞. cu. 27648. p̄. ℞. cu. 6912. p̄. 20
proportio ℞. cu. 1728. quæ est
12. quod est triplum ℞. cu. 16. in
℞. cu. 4.

cu. 6912. p̄. 20. dico quod proportio ℞. cu. 27648. ad ℞. cu. 16. & ℞. cu. 6912. ad ℞. cu. 4. est duodecupla, & est triplum eius quod fit ex ℞. cu. 16. in ℞. cu. 4. ex quo sequitur quod si cubus æquatur rebus & numero vel cubus & res æquentur numero quod oportet vt res sint triplum productionis partium rei vnius in alteram, igitur cubus tertiæ partis rerum æquatur productioni vnius partis in alteram tamquam numero, igitur oportebit diuidere numerum in duas partes ex quarum vna in alteram producatur cubus tertiæ partis rerum.

CAPVT XXIV.

De examine recisorum cubicorum mixtorum & suorum binomiorum.

CVm autem quadraueris ℞. cu. 30. p̄. 2. ex prædictis consurget trinomium ex vno numero & duabus radicibus cubicis quarum altera erit cõmensurabilis ℞. cubicæ rei, igitur reliqua supererit. igitur non fiet capitulum vt in exemplo ℞. cu. 1920. est

℞. cu. 30. p̄. 2.
℞. cu. 900. p̄. 4. p̄. ℞. cu. 1920.

quadrupla radici cubicæ 30. igitur 4. radices superabunt cubum in 4. & superabuntur in ℞. cu. 900. igitur non datur capitulum cen. numeri & rerum nec cen. cen. numeri & rerum.

Et similiter in reciso vt vides non fit per additionem capitulum in his quia superest ℞. cu. 900. multo minus fit per diminu-

℞. cu. 30. m̄. 2.
℞. cu. 900. p̄. 4. m̄. ℞. cu. 1920.

tionem, igitur tam recisum secundum quam quintum cum suo binomio est inutile ad capitula censuum & cen. cen.

Et hoc idem apparet in binomio primo

2. p̄. ℞. cu. 3.
4. p̄. ℞. cu. 9. p̄. ℞. cu. 192.

2. m̄. ℞. cu. 3.
4. p̄. ℞. cu. 9. m̄. ℞. cu. 192.

& suo reciso vt in suo exemplo nam vbique siue addas siue mintas superest ℞. cu. 9. igitur

tur

tur in talibus non fit aliqua æquatio pertinens ad dicta capitula.

Si verò cubaueris talia binomia fient similiter trinomia vt vides quorum vna pars est numerus, alia autem pars est commensurabilis ℞. cubæ rei veluti ℞. cu. 30. est $\frac{1}{12}$. de

℞. cu. 30. p̄. 2.
℞. cu. 51840. p̄. 38. p̄. ℞. cu. 194400.

℞. cu. 30. m̄. 2.
℞. cu. 51840. p̄. 22. m̄. ℞. cu. 194400.

℞. cu. 51840. igitur supererit ℞. cu. 194400 in prima per detractionem, in secunda per additionem igitur capitula cubi rerum & numeri in his non verificabuntur.

Et similiter dico de comparatione radicum rei ad radices cubi in bonomio & reciso primo quia nullum sequetur capitulum

2. p̄. ℞. cu. 3.
11. p̄. ℞. cu. 5184. p̄. ℞. cu. 1944.

2. m̄. ℞. cu. 3.
5. m̄. ℞. cu. 5184. p̄. ℞. cu. 1944.

vt vides propter eandem causam: nam siue per additionem siue per detractionem semper supererit ℞. cu. 1944. quare non fiet æquatio.

Si vero comparaueris cubum ad censum tunc tu vides quod in vtroque est numerus & duæ ℞. cubicæ commensurabiles veluti ℞. cu. 900. est $\frac{1}{6}$. de ℞. cu. 194400. & ℞. cu. 1920. est. $\frac{1}{3}$. de ℞. cu. 51840. sed $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{6}$. non coincidunt & hæc proportio seruatur semper inter has partes vt vna sit dupla alteri vt etiam vides quod ℞. cu. 9. est $\frac{1}{6}$. ℞. cu. 1944. & ℞. cu. 192. est $\frac{1}{3}$. de ℞. cu. 5184.

Et similiter si res sit ℞. cu. 100. p̄. vel m̄. 4. proportio ℞. cubicarum vna est $\frac{1}{12}$. alia $\frac{1}{6}$. nam ℞. cu. 10000. est $\frac{1}{12}$. de ℞. cu. 17280000. & ℞. cu. 51200. est $\frac{1}{6}$. de ℞. cu. 11059200. cum igitur hæ proportiones non possint coincidere non fiet capitulum.

℞. cu. 100. p̄. 4.
℞. cu. 10000. p̄. 16. p̄. ℞. cu. 51200.
℞. cu. 17280000. p̄. 164. p̄. ℞. cu. 11059200.

Quia igitur detrahendo ℞. cu. 1920. ex ℞. cu. 51840. ter nihil remanet, ex parte autem ℞. 194400. remanet ℞. cu. 24300. & hæc est incommensurabilis ℞. cu. 30. ideo non potest fieri æquatio: sed si detraxerimus 6. cen. ex. 1. cu. remanebit ℞. cu. remanebit ℞. cu. 51840. m̄. p̄. 14. & quia ℞. cu. 30. est $\frac{1}{12}$. de ℞. cu. 51840. igitur 12. res additæ ad 1. cu. tollunt 6. cen. & quia 12. res sunt 24. & 2. cu. est 38. quod totum est 62. igitur 1. cu. p̄. 12. co. æquantur 6. cen. p̄. 38. nam 6. cen. sunt 24. igitur talis æquatio seruit cubo & rebus æqualibus censibus & numero.

Et similiter in reciso quia conuertuntu partes erunt 6. cen. cu. 1. cu. æqualia 26. m̄. ℞. cu. 51840. igitur additis 12. rebus fient 1. cu. p̄. 6. cen, p̄. 12. co. æqualia 2. igitur cubus census & res æquales numero seruiunt huic æquationi.

Et similiter comparando censum de 2. p̄. ℞. cu. 3. ad suum cubum erit vt cubus detractus à 6. censibus relinquat 13. p̄. ℞. cu. 5184. à quo detractis 12. rebus relinquuntur 11. m̄. igitur 1. cu. p̄. 12. co. æquatur 6. cen. p̄. 11. igitur talis æquatio seruit cubis & rebus æqualibus censibus & numero.

Et si assumpseris recisum quod est 2. m̄. ℞. cu. 3. erunt 1. cu. p̄. cen. 29. cum radicibus cubicis multiplicatis quia partes communicantes sunt p̄. & p̄. & m̄. cum m̄. igitur etiam fiet detractio 1. cu. à 6. cen. & remanebunt 19. m̄. ℞. cu. 5184. quarè detractis 12. rebus remanebunt 5. m̄. igitur 1. cu. p̄. 12. co. æquatur 6. cen. p̄. 5. igitur adhuc habemus capitulum cubi & rerum æqualium censibus & numero.

Ex his igitur patet quod tales æquationes non seruiunt alijs capitulis nisi poneretur cen. cen. loco cen. ternarijs igitur nullis possint seruire.

Capvt XXV.

De examinatione trinomiorum vtilium cum suis recisis.

Trinomiorum ex duabus ℞. cubicis sex sunt species aut enim omnes partes sunt p̄. aut ambæ ℞. cubicæ sunt p̄. & numerus m̄. vel ℞. cubica maior & numerus est p̄. & ℞. cubica minor est m̄. vel numerus & ℞. cubica minor est p̄. & ℞. cubica maior est m̄. vel numerus est p̄. & ambæ ℞. cubicæ sunt m̄. vel ℞. cubica maior est p̄. & ℞. cubica minor & numerus sunt m̄.

℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. p̄. 3.
℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. m̄. 3.
℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2. p̄. 3.
℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2. m̄. 1.
3. p̄. ℞. cu. 2. m̄. ℞. cu. 32.
6. m̄. ℞. cu. 24. m̄. ℞. cu. 9.

Cum igitur fuerit trinomium ex duabus ℞. cubicis & tertia numero, fuerintque quantitates continue proportionales semper productum ℞. cubarum inuicem est numerus nam si prima & tertia sunt ℞. cubicæ productum earum æquabitur quadrato secundæ quod est numerus quia secunda quantitas ponitur numerus. Si vero prima & secunda sint ℞. cubicæ igitur productum earum se habet ad quadratum tertiæ sicut cubus primæ ad cubum secundæ sed proportio cubi primæ ad cubum secundæ est veluti numeri ad numerum quia ambo cubi sunt numeri

ri

ri eo quòd prima & secunda quantitas sunt ℞. cubicæ numerorum. Igitur proportio producti primæ in secundam ad quadratum tertiæ, est veluti numeri ad numerum: sed quadratum tertiæ est numerus, quia tertia est numerus. Igitur productum primæ in secundam est numerus. Possibile tamen est quòd partes non sint continuè proportionales & tamen ℞. cubicæ inuicem ductæ producant numerum veluti 4. & ℞. cu. 32. & ℞. cu. 2. non sunt continuè proportionales, attamen. ℞. cu. 32. in ℞. cu. 2. producit 4.

Patet autem quòd æquationes partium continuè proportionalium, per secundam regulam capituli noni ad minus producunt in cubo trinomium ex numero & duabus ℞. cubicis: cùm autem ℞. illæ cubicæ non sint in eadem proportione ad ℞. cubicas rei, igitur non fiet capitulum cubi rerum & numeri, proportio enim partium cubi inuicem est quadruplicata ad proportionem partium radicis. Veluti cubus de 3. p̄. ℞. cu. 18. m̄. ℞. cu. 12. est ℞. cu. 354294. p̄. ℞. cu. 69984. m̄. 75. Porro cùm diuiseris ℞. cu. 354294. per ℞. cu. 18. exit ℞. cu. 19683. & cùm diuidis ℞. cu. 69984. per ℞. cu. 12. exit ℞. cu. 5832. Hæ autem radices cubæ sunt 27. & 18. quæ sunt in triplicata proportione ℞. cu. 18. ad ℞. cu. 12. Igitur ℞. cu. 354294. ad ℞. cu. 69984. est in quadruplicata proportione 18. ad 12. & ita constat quòd non fit capitulum cubi cum rebus in tali trinomio nec in trinomio in quo numerus est pars media. Veluti ℞. cu. 32. p̄. 2. p̄. ℞. cu. 2. eius cubus est 90. p̄. ℞. cu. 629856. p̄. ℞. cu. 746496. Proportio harum radicum cubicarum est veluti ℞. cu. 864. ad ℞. cu. 729. quæ est 9. & ideo est longè minor quàm ℞. cu. 32. ad ℞. cu. 2. quare non potest cubus æquari rebus & numero, nec cubus cum rebus æquari numero. In hoc autem genere trinomiorum proportionalium quorum pars media est numerus, & prima pars & tertia sunt ℞. cubicæ & ambæ sunt p̄. cadit æquatio cubi æqualis censibus & numero, si pars media sit p̄. & cubi & censuum æqualium numero, si pars media siue numerus sit m̄. Et causa est quia census talium trinomiorum per p̄. constat ex tribus partibus, quarum vna est numerus qui est triplum quadrati partis mediæ, alia est ℞. cubica constans ex quadrato pri-

Prima, Res ℞. cu. 32.	Secunda, p̄. 2.	Tertia, p̄. ℞. cu. 2.
Quadratum primæ ℞. cu. 1024.	Triplum quad. secundæ, 12.	Quadratum tertiæ ℞. cu. 4
Duplum secūdæ in te t m, ℞. cu. 128.		Duplum primæ in secundā, ℞. cu. 2048
Census, ℞. cu. 245 .	p̄. 12.	p̄. ℞. cu. 2916.
Triplum quadrati primæ in secundam, ℞. cu. 221184.	Cubus primæ & tertiæ, 34.	Triplum quadrati tertiæ in secundam, ℞. cu. 864.
Sexcuplum quadrati secūdæ in tertiam, ℞. cu. 27648.	Septuplum cubi secundæ, 56.	Sexcuplum quadrati secundæ in primam, ℞. cu. 442368.
Cubus, ℞. cu. 746496.	p̄. 90.	p̄. ℞. cu. 629856.

mæ & duplo secundæ in tertiam, facientibus necessariò vnam ℞. cubicam tantùm. Tertia pars est ℞. cubica constans ex quadrato tertiæ & duplo secundæ in primam, facientibus etiam vnam ℞. cubicam tantùm. Cubus autem constat similiter ex tribus partibus, quarum vna est numerus constans ex cubo primæ & tertiæ & septuplo cubi secundæ partis: alia pars est ℞. cubica constans ex triplo quadrati primæ in secundam, & sexcuplo quadrati secundæ in tertiam facientibus vnam ℞. cubicam tantùm. Tertia pars est ℞. cubica constans ex triplo quadrati tertiæ in secundam & sexcuplo quadrati secundæ in primam facientibus etiam vnam ℞. cubicam tantùm, vt apparet ex demonstratione secundi libri super Euclidem. Quare partes ℞. cubarum cubi, sunt æquè proportionales partibus ℞. cubicarum census, igitur per detractionem fiet capitulum cubi æqualis rebus & numero, vt in casu 1. cu. æquabitur 6. cen. p̄. 18.

Si verò pars media ponatur m̄. constabit similiter census ex prima parte quæ est numerus qui est triplū quadrati secundæ, & secunda pars est quadratum primæ dempto duplo secūdæ in tertiam, & tertia pars erit quadratum tertiæ dempto duplo primæ in secundam, sicut priùs addebantur inuicem.

Prima, Res, ℞. cu. 32.	Secunda, m̄. 2.	Tertia, p̄. ℞. cu. 2.
Quadratum primæ, ℞. cu. 1024.	Triplum quad secundæ, 12.	Quadratum tertiæ, ℞. cu. 4.
Duplum secūdæ in tertiam, ℞. cu. 128. m̄.		Duplum primæ in secundā, ℞. cu. 2048. m̄.
Census ℞. cu. 128.	p̄. 12.	m̄. ℞. cu. 1372.
Triplum quadrati primæ in secundam, ℞. cu. 221184. m̄.	Cubus primæ & tertiæ, p̄. 34.	Triplum quadrati tertiæ in secundam, ℞. cu. 864. m̄.
Sexcuplum quadrati secūdæ in tertiam, ℞. cu. 27648. p̄.	Septuplum cubi secūdæ, m̄. 56.	Sexcuplum quadrati secundæ in primam, ℞. cu. 442368. p̄.
Cubus, m̄ ℞. cu. 27648.	m̄. 22.	p̄. ℞. cu. 296352.

Et similiter de cubo detrahendo patet quòd necessariò erunt partes cubi æquè proportionales partibus census loquendo de ℞. cubicis, quare cùm sint mutuæ

p̃. & m̃. Igitur 1. cu. p̃. 6. cen. æquabitur 50, nam 6. cen. ſunt 72. p̃. & 1.cu. eſt 22. m̃. Igitur iuncti faciunt 50. & ex hac creatione patet quòd nullum aliud genus trinomiorum cubicorum eſt idoneum ad aliquod capitulum Algebræ. Et ex hoc ſcies multiplicare talia trinomia faciliter & cubare ad ſupplementum capituli noni, & ſcies extrahere faciliter capitula duo propoſita, vt videbis ſuo loco.

CAPVT XXVI.

De reliquis ſpeciebus binomiorum, trinomiorum, & quadrinomiorum inutilium ad capitula Algebræ & de reciſis eorum.

QVANTITATES autem quæ ſunt ℞. ſimplices & binomia vel reciſa ex tertio & ſexto genere & ℞. cubicæ & mediales, id eſt ℞. ℞. & binomiales ex ℞. & ℞. cubica & trinomiales non proportionatæ & ℞. v. quadratæ triplicatæ ſiue proportionatæ ſiue non, & trinomia ex radicibus quadratis, & trinomia cubica in quibus prima vel tertia pars eſt m̃. vel eſt numerus, nullo modo faciunt capitulum generale, nec poſſunt eſſe pars æquationis generalis ita quod totum genus illius quantitatis inſeruiat vni capitulo. Quia bene poſſibile eſt (vt dictum eſt in capitulo) quòd æquatio cenſus æqualis rebus & numero perueniat ad æquationem vnius ℞. tantum, & ſimiliter poſſibile eſt inuenire trinomia ex ℞. v. & ℞. & numero, vel binomia ex duabus ℞. v. vel ex ℞. v. & ℞. ſimplici quæ æquiualent numero vel alteri ℞. in quam cadat æquatio capituli, ſed hoc non eſt per ſe nec generale. Quòd autem ita ſit patet, nam ſi maximè hoc eſſet, poſſet eſſe in trinomio quadrato proportionaliter, cuius pars media ſit numerus; veluti ℞. 8. p̃. 2. p̃. ℞. 2. Quod autem hoc non ita ſit patet, nam in cubo proueniunt plus quàm tres partes non communicantes, quare non poteſt æquari rebus & numero, & vt videas quòd eadem ratione, nec cen. & res poſſunt æquari numero etiam poſita parte media m̃. nec eadem ratione; & à fortiori cen. cen. poſſunt æquari rebus & numero: cùm autem reliqua capitula habeant ſuas æquationes & ſuperiora, vt relatum primum non concordet in denominationibus patet non dari capitulum generale.

Res ℞. 8.	p̃. 2.	p̃. ℞. 2.	
Cenſus.			
Cubus.			

Si quis igitur dicat ad quid ſunt aliæ quantitates irrationales non bimediales quæ non poſſunt producere æquationem. Dico quòd etſi non producunt æquationem per ſe, producunt per accidens, vt in capitulo decimo nono, & etiam iuuant ad æquationē & producuntur ex hoc quod ſi quadrata ſunt æqualia etiam ℞. ſunt æquales, & etiam habent æquationem in capitulis imparibus vt dictum eſt de cen. cen. & cen. & numero & ſimiliter in paribus vt cu. & co. æqualia numero.

CAPVT XXVII.

De modis inueniendi Capitula noua.

QVINQVE modis inueniuntur Capitula noua. Primus & principalis eſt per demonſtrationem Geometricam, & hoc modo inuenta ſunt prima tria capitula Algebræ compoſita, vt patet ſuo libro, & ſimiliter capitulum cubi & rerum æqualium numero, veluti patet in libro noſtro ſuper Euclidem. Et eſt modus vniuerſalis & generalis, & quandoque operamur hoc cum corporibus ipſis, & fiunt ex his pulcherrima inuenta prout in decem libris de triangulis ſiue circulis diximus.

Secundus modus eſt etiam valde pulcher, & eſt vt accipias quæſtionem notam per aliquam viam, deinde fac poſitionem peruenientem ad capitulum ignotum ſuper eandem quæſtionem præciſè. Poſtmodum applicabis modum quo ſoluiſti quæſtionem capitulo ignoto, & formabis capitulum notum. Exemplum, Inuenias duos numeros quorum aggregatum æquetur quadrato vnius partis, & ex vno multiplicato in alium fiat 6. pone quòd primus ſit 1. co. & quia ex primo ducto in ſecundum fit 6. erit ſecundus $\frac{6}{1.\,co.}$, & quia iuncti debent æquari

1. co.	$\frac{6}{1.\,co.}$ 1. cen.	$\frac{36}{1.\,ce.}$
1. cu. p̃. 6. co.		36.
Res ℞. v. cu. ℞. 332. p̃. 18. m̃. ℞. v. cu. ℞. 332. m̃. 18.		
1. co.	$\frac{6}{1.\,co.}$ 1. co.	1. cen.
1. cen. p̃. 6.		1. cu.

quadrato vnius partis, primò igitur æquentur quadrato de $\frac{6}{1.\,co.}$ quod eſt $\frac{36}{1.\,ce.}$ Habes igitur 1. co. p̃. $\frac{6}{1.\,co.}$ æqualia $\frac{36}{1.\,ce.}$ Multiplica omnia per 1. cen. habebis igitur 1. cu. p̃. 6. co. æqualia 36. quare res valebit per capitulum ſuum ℞. v. cu. ℞. 332. p̃. 18. m̃. ℞. v. cu. ℞. 332. m̃. 18. Deinde iterato fac quòd æquetur quadrato de 1. co. & habebis 1. co. p̃. $\frac{6}{1.\,co.}$ æqualia 1. cen. quare multiplicando omnia per 1. co. habebis 1. cen. p̃. 6 æqualia 1. cu. Tu vides igitur quod ſi dixeris duo numeri multiplicant 18. & aggregatum eſt æquale quadrato vnius partis, quòd illa pars neceſſariò eſt pars minor, & eſt 3. & alia pars eſt 6. non igitur poteſt eſſe quæſtio hæc verificata niſi de vno numero qui eſt 3. & alio qui eſt 6. Si igitur in hoc caſu proueniet etiam valor rei, & prima res fuit alia à ſecunda & prima fuit ℞. v. cu. ℞. 332. p̃. 18. m̃. ℞. v. cu. ℞. 332. m̃. 18.

&

& prima in secundam ducta facit 6. igitur diuiso 6. per primam æquationem dictam, quod exit est æquatio de 1. cu. æquali 1. cen. p̃. 6. & quia vides quòd permutando secundam positionem in primam debes quadrare 6. fit 36. dices igitur, si 1. cu. æquatur 1. cen. p̃. 6. igitur 1. cu. p̃. 6. co. æquabitur 36. & ita si 1. cu. æquatur 1. cen. p̃. 10. igitur 1. cu. p̃. 10. co. æquatur 100. & ita de aliis. Deinde inuenies æquationem vt dixi de 1. cu. p̃. 6. co. vel p̃. 10. co. æqualibus numero, qua habita diuide numerum rerum per eam, quod exit est æquatio cubi æqualis censui & numero, ecce qualiter per vnam quæstionem ex capitulo noto venatus es capitulum ignotum Et hoc modo venatus sum plura capitula generalia, sed quia hæc conuersio supponit censum esse vnum tantùm, ideo non est generalis. Quare non posui eam, sed posui generalem sumptam è tribus quantitatibus continuè proportionalibus, vt patet in capitulo vigesimo primo.

Tertius modus sumitur ab æquationibus. Exemplum, volo capitulum censuum æqualium cubo & numeris. Tu scis ex capitulo vigesimo secundo qualiter hoc verificatur in binomio primo & quarto cum suis recisis, & etiam in binomio secundo & quinto. Capio igitur vnum ex his, vtpote 6. p̃. ℞. 12. & est binomium quartum, quadra ipsum, fit 48. p̃. ℞. 1728. Multiplica ipsum in suam ℞. id est in 6. p̃. ℞. 12. & vides quòd talis multiplicatio ex regula cubandi binomia fit ex parte ℞, quadrando

```
6. p̃. ℞.   12. res.
48. p̃. ℞. 1728. census.
432. p̃. ℞. 172800. cubus.
        10. census.
480. p̃. ℞. 172800.
```

6. fit 36. deinde triplando fit 108. deinde addendo quadratum ℞. 12. quod est 12. fit 120. & hoc multiplicando in ℞. 12. fit ℞. 172800. & numerus est 432. vides igitur quòd si assumpseris 10. census ex parte radicum æquabuntur vni cubo, quia vtriusque pars quæ est ℞. 172800.

Hoc viso assumo iterum quæstionem 10. cen. æquatur 1. cu. p̃. numero, & quia non alligat te ad numerum. Cape quemuis numerum pro parte binomij, & dicamus quòd sit gratiâ exempli 6. igitur reliqua pars binomij erit 1. co. quadra igitur & fit 36. p̃. 1. cen. p̃. 12. co. & quia quadrando binomium vel recisum quadratum vtriusque partis est numerus & multiplicatio vnius in in alteram est ℞. Igitur dicemus quòd 36. p̃. 1. cen. est numerus quadrati, & 12. co. sunt ℞. Separa igitur inuicem, & multiplica ℞. per 10. quia tu vis scire quanta sit ℞. censuum 10. quia illa debet æquari cubo. Multiplica igitur 10. in 12. co. fit 120. co. & hoc est pars quæ est ℞. 10. censuum, & quia vt dictum est, ℞. cubi fit ex triplo quadrati numeri & est 108. cum quadrato radicis & est 1. cen. in radicem rei quæ est 1. co. Igitur fiet 108. co. p̃. 1. cu. æqualia 120. co. ex supposito nam debent æquari vt dictum est pars quæ est ℞. in cubo, & pars quæ est ℞. in 10. censibus.

```
6. p̃.   1. co.
36. p̃. 1. cen. p̃. 12. co.
                  10.
              120. co.
6. p̃.   1. co.
36.      1. cen.
3.
108. p̃. 1. cen.
     1. co.
108. co. p. 1. cu.
```

Hoc facto vides quòd si 1. cu. p̃. 108. co. æquatur 120. co. Igitur 1. cu. æquatur 12. co. & quôd 1. cu. remanet idem. Vide igitur ex quo sumitur 12. & vides quòd si quadraueris 6. fit 36. item multiplica duplum 6. quod est 12 in 4. differentiam 6. numeri positi à 10. numero censuum, fit 48. detrahe 36. à 48. remanet 12. Igitur 1. cu. æquatur 12. co. Igitur 1. cen. æquatur 12. Igitur prima regula erit hæc: Detrahe numerum positum à numero censuum, & quod relinquitur multiplica per duplum numeri positi, & ab eo detrahe quadratum numeri positi, residui ℞. est 2ª pars.

Hoc viso quia multiplicare numerum in se est tantum quantum multiplicare duplum illius numeri in dimidium eiusdẽ ex decima sexta sexti Euclidis. Igitur ℞. quæsita erit differentia eius quod fit ex duplo numeri positi in differentiam numeri positi à numero censuum ab eo quod fit ex duplo numeri positi in suum dimidium: sed talis differentia æquatur ei quod fit ex duplo numeri positi in differentiam medietatis eiusdem numeri à differentia numeri positi à numero censuum. Igitur regula secũda erit: Detrahe dimidium numeri positi à differentia numeri positi à numero censuum & residuum multiplica per duplũ numeri positi & ℞. prouentus est 2ª pars binomij quæsita.

Hoc stante sic formabimus regulam ex multiplici abbreuiatione. Adde dimidium numeri positi numero posito, & totum detrahe ex numero censuum, quod relinquitur multiplica in duplum numeri positi, producti accipe ℞. & hæc erit secunda pars binomij. Exemplum, 10. cen. æquantur 1. cu. p̃. numero, & ponamus primam partem binomij esse 2. adde ei dimidium, fit 3. detrahe 3. à 10. numero censuum, remanet 7. multiplica 7. in 4. duplum numeri positi, fit 28. & ℞. 28. erit adiicienda ad 2. Igitur ℞. 28. p̃. 2. erit binomium cuius 10. census æquantur cubo & alicui numero. Et si accepissem 3. addidissẽ $1\frac{1}{2}$ quod est dimidium, & fuisset aggregatum $4\frac{1}{2}$, quod detractũ à 10. reliquisset $5\frac{1}{2}$, quod multiplicatum in 6. duplum numeri fecisset 33. igitur ℞. 33. addita ad 3. fecisset binomium cuius 10. census potuissent æquari cubo & numeris, & ita posses complere capitulum pro numero iterando positionem & perueniens ad complementum regulæ positæ in capitulo suo trigesimo septimo.

Quartus modus dicitur deriuatio, & fit hoc modo: Cognitus est modus capituli cubi & rerum æqualium numero; dices igitur deriuatiuè quadrando vtrumque igitur cubus census & census sunt æqualia numero, quia sicut res est ℞. cubica cubi, ita census est ℞. cu-

Cubus & res æquales numero,
Cubus cen. & census æqualia numero.
Cubus æqualis rebus & numero.
Cubus cen. æqualis censibus & numero.

bica cubi census: ideo modus in vtroque est præcisè vnus, excepto quod in primo inuenies valorem rei, in deriuatiuo valorem census. Quare pro habendo valore rei, accipe postmodum ℞. v. æquationis census, & hæc erit valor rei. Et hoc modo inuenimus 20. capitula deriuatiua explicata in capitulo vigesimo, vbi adsunt signa crucis aut stellæ, & similiter inuenimus 9. capitula quæ vocantur assimilata, veluti in censu & re æqualibus numero elicis cubum census & cubum æqualia numero, nam sicut cubus

Census & res æqualia numero.
Cubus census & cubus æqualia numero.
Census æqualis rebus & numero.
Cubus census æqualis cubis & numero.

est cubus rei, ita cubus census est cubus census. Quare inuenies æquationem per capitulum census, & rerum æqualium numero, & habebis valorem cubi. Vt igitur habeas valorem rei, accipe ℞. v. cubam talis valoris. Hucusque isti modi sunt vniuersales demonstratiui & infallibiles.

Quintus modus est similitudinis, & est quadruplex, & non est nec generalis nec demonstratiuus. Primus sumitur à similitudine augmentorum in æquationibus vt demonstratum est in capitulo vigesimo secundo nam per talem similitudinem augmentorum venamur capitula plurima particularia, velut capitula census census rerum & numeri. Secundus modus fit per similitudinem conuersionis æquationis, veluti dicendo 1. cu. p̄. 6. co. æquatur 9. valor rei est vt vides. Si verò dicas 1. cu. æquatur 6.

1. cu. p̄. 6. co. æqualis 9.
Valor rei.
℞. v. cu. ℞. $28\frac{1}{4}$ p̄. $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. cu. ℞. $28\frac{1}{4}$ m̄. $4\frac{1}{2}$.
1. cu. æqualis 6. co. p̄. 9.
Valor rei,
℞. v. cu. $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $12\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. cu. $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $12\frac{1}{4}$.
6
2
8
16

co. p̄. 9. valor rei est vt vides etiam. Manifestum est autem quòd secundus valor habet dependentiam à primo & est talis. Accipe secundam partem primæ æquationis quæ est $4\frac{1}{2}$ pro prima in secunda æquatione, deinde cuba tertiam partem rerum quæ est 2. fit 8. & eam duplica, fit 16. detrahe 16. à quadrato primæ partis binomij primæ æquationis & sui recisi. & est $28\frac{1}{4}$ remanet $12\frac{1}{4}$, hoc adde & minue tamquam radicem in secunda æquatione. Habes igitur secundam æquationem extractam à prima, & tamen hæc regula non est omnino generalissima quia non tenet, quando tale duplum cubi tertiæ partis rerum non potest detrahi à quadrato secundæ partis binomij & recisi primæ æquationis. Et ita extraxi conuersionem capituli cubi æqualis rebus & numero, in capitulum cubi & rerum æqualium numero sub eisdem terminis præcisè, attamen neglexi ponere in capitulo vigesimo primo, quia non est generalis, sed fallit in dicto casu. Tertius modus est ex similitudine æquationum, veluti si dico 1. cu. p̄. 6. co. æquatur 2.

1. cu. p̄. 6. co. æqualia 2.
Valor rei,
℞. cu. 4. m̄. 2. m̄. ℞. cu. 2.
Cubus eius,
4. p̄. ℞. cu. 432. m̄. 2. m̄. ℞. cu. 864.
6. res,
℞. cu. 864. m̄. ℞. cu. 432.
1. cu. æqualis 6. co. p̄. 6.
Valor rei,
℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2.
Cubus eius,
4. p̄. ℞. cu. 432. p̄. 2. p̄. ℞. cu. 864.
6. res,
℞. cu. 864. p̄. ℞. cu. 432.

Video quòd valor rei est ℞. cu. 4. m̄. ℞. cu. 2. & video quod cubus eius est 4. p̄. ℞. cu. 432. m̄. 2. m̄. ℞. cu. 864. & video quòd 6. co. sunt ℞. cu. 864. m̄. ℞. cu. 432. Igitur video quòd vbi partes cubi sunt p̄, partes rei sunt m̄. & è contrà: & quòd partes cubi, quæ sunt numerus & sunt 4. & 2. detrahuntur ideo dico quòd si deberent detrahi, ita quòd 1. cu. esset æqualis 6. co. p̄. numero oportet vt partes omnes sint p̄. Igitur partes numeri cubi necessariò aggregabuntur. Dicam igitur quòd aggregatis partibus (quæ erant m̄. in prima æquatione) ita vt valor rei sit ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. fiet 1. cu. æqualis 6. co. p̄. 6. quia sicut 2. detractum à 2. in prima æquatione, fuit causa quod 1. cu. p̄. 6. co. æquaretur 2: ita 2. additum ad 4. facit 6. & est causa quòd 1. cu. æquetur 6. co. p̄. 6. Et hoc modo extraxi capitulum cubi æqualis rebus & numero ex capitulo cubi & rerum æqualium numero. Nam hoc inuento vidi quòd partes æquationis remanebant eædem, & quòd semper componebant numerum æquationis, vtpote 6. quare dixi oportet facere duas partes ex numero assignato ex quarum multiplicatione producatur cubus tertiæ partis rerum, nam vidi quòd in secunda æquatione partes inuicem ductæ producebant cubum tertiæ partis rerum, & simul iunctæ faciebant dictum numerum. Et hoc modo inueni capitulum cubi æqualis rebus & numero. Quartus autem modus similitudinis est vt consideres veluti in cēsibus æqualibus rebus & numero capitulum est simile capitulo de censibus & rebus æqualibus

æqualibus numero, excepto quod in illo additur radix aggregati dimidio rerum, in alio minuitur. Igitur verisimile est quod in capitulis cubi rerum & numeri sit etiam parua differentia & quasi similis. Et ita est, nam in capitulo cubi æqualis rebus & numero adduntur ℞. cubæ inuicem, & in capitulo cubi & rerum æqualium numero minuuntur altera ab altera. Et similiter sicut in capitulo censuum rerum & numeri dimidiantur radices & quadrantur, ita in capitulo cubi rerum & numeri debet assumi $\frac{1}{3}$ radicum & debet cubari, & ita in censu census assumi $\frac{1}{4}$ radicum & reduci ad censum census. Et similiter videmus quòd in capitulis censuum rerum & numeri æquatio est ex genere ℞. simplicium in vnoquoque capitulo eorum, igitur in cubo erit ex genere ℞. cubarum, & in capitulis censuum census & census & numeri erit ex genere ℞. ℞. & ita in capitulis relati rerum & numeri erit ex genere ℞. relatarum, quamuis aliquando coniungantur numeris, aliquando sint ℞. v. vnum est quòd æquatio est semper de genere maioris denominationis, & hoc in capitulis vniuersalibus, nam in particularibus vides quòd regula non tenet, quia binomia & recisa simplicia seruiunt capitulis cubi æqualis rebus & numero & cubi & numeri æqualium rebus vt visum est in capitulo vigesimo secundo, & plenius videbitur infrà. His igitur modis bene intellectis aditus patet ad omne capitulum ignotum, nam postquam inueneris regulam, semper (si es expertus) facillimè inuenies eius demonstrationem & Geometricam & Arithmeticam.

CAPVT XXVIII.

De Capitulo generali cubi & rerum æqualium numero, Magistri Nicolai Tartagliæ, Brixiensis.

HOC Capitulum habui à præfato viro ante considerationem demonstrationum secundi libri super Euclidem, & æquatio hæc cadit in ℞. cu. v. binomij ex genere binomij secundi & quinti m̄. ℞. cuba vniuersali recisi eiusdem binomij. Et est exemplum ℞. v. cu. ℞. 7. p̄. 2. m̄. ℞. cu. v. ℞. 7. m̄. 2. potest esse valor rei cuius cubus cum rebus æquatur numero & aliquando talis ℞. vniuersalis æquiualet ℞. cu. recisæ duorum numerorum tantùm & exprimitur per eos veluti ℞. cu. 9. m̄. ℞. cu. 3.

℞. cu. 9. m̄. ℞. cu. 3.	
℞. cu. 243. p̄. ℞. cu. 81.	℞. cu. 2187. p̄. ℞. cu. 9.
Cubus 9. p̄. ℞. cu. 2187. m̄. ℞. cu. 6561. m̄. 3.	
9. res ℞. cu. 6561. m̄. ℞. cu. 2187.	
6.	

tunc hîc est valor rei, cuius 1. cu. p̄. 9. co. æquantur 6. numero: nam cubus eius est 9. p̄. ℞. cu. 2187. m̄. ℞. cu. 6561. m̄. 3. quod est dicere 6. p̄. ℞. cu. 2187. m̄. ℞. cu. 6561: sed 9. co. sunt ℞. cu. 6561. m̄. ℞. cu. 2187. Igitur iunctæ 9. res cum cubo, faciunt 6. præcisè, eò quòd ambæ ℞. simul cadunt: & aliquando dicta æquatio æquiualet numero, & designatur per ipsum. Veluti si dicam 1. cu. p̄. 9. co. æquantur 26. tunc æquatio fit vt valor rei sit ℞. v. cu. ℞. 196. p̄. 13. m̄. ℞. v. cu. ℞. 196. m̄. 13. ℞. autem 196. p̄. 13. est 27. cuius ℞. cu. est 3: & ℞. 196. m̄. 13. est 1. cuius ℞. cu. est 1. Igitur valor rei est ℞. cu. 27. m̄. ℞. cu. 1. quod est dicere 2. & aliquando reducitur æquatio ad æquiualens numero, sed non est numerus de facto, sed reducibilis arte ad numerum. Veluti 1. cu. p̄. 6. co. æqualia 10. æquatio est ℞. v. cu. ℞. 108. p̄. 10. m̄. ℞. v. cu. ℞. 108. m̄. 10. & hoc est in veritate 2: non tamen simpliciter reducitur ad 2. quia ℞. 108. p̄. 10. & ℞. 108. m̄. 10. sunt quantitates surdæ, & multò plus earum ℞. v. cu. attamen dictæ ℞. v. cu. detractæ inuicem æquiualent 2. quia 6. co. sunt 12. & 1. cu. est 8. & totum aggregatum est 20. Cùm igitur cubus cum rebus æquatur numero, accipe $\frac{1}{3}$ radicum & cuba, deinde quadra dimidium numeri, & iunge hos duos prouentus, & aggregati accipe ℞, huic ℞. adde dimidium numeri propositi, & habebis binomium, & ab eadem ℞. minue dimidium numeri, & habebis residuum; deinde accipe ℞. cubam binomij & ℞. cubam residui, & minue ℞. cubam residui à ℞. cuba binomij per m̄, & quod relinquitur est valor rei. Exemplum, volo æquationem de 1. cu. p̄. 6. co. æqualia 10. Accipe $\frac{1}{3}$ de 6. qui est numerus rerum, & est 2, cuba fit 8. accipe dimidium 10. quod est 5. quadra fit 25. iunge 25. ad 8. fiunt 33. accipe ℞. quæ est ℞. 33. ei adde 5. fit ℞. 33. p̄. 5. minue

1. cu. p̄. 6. co. æqualia 10.	
3.	2.
2.	5.
8.	25.
25.	
8.	
℞. 33. p̄. 5.	
℞. 33. m̄. 5.	
℞. v. cu. ℞. 33. p̄. 5. m̄. ℞. v. cu. ℞. 33. m̄. 5.	

etiam 5. fit ℞. 33. m̄. 5. accipe ℞. cu. v. Horum binomij & recisi habebis ℞. v. cu. ℞. 33. p̄. 5. & ℞. v. cu. ℞. 33. m̄. 5. minue ℞. cu. recisi à radice binomij, habebis valorem rei ℞. v. cu. ℞. 33. p̄. 5. m̄. ℞. v. cu. ℞. 33. m̄. 5.

Et similiter si dicam quòd 1. cu. p̄. 3. co. æquatur 10. tunc diuide 3. numerum rerum per 3. exit 1. cuba 1. fit 1. diuide 10. fit 5. quadra, fit 25. adde 1. productum siue cubum tertiæ partis rerum, fit 26.

1. cu. p̃. 3. co. æqualia 10.
3. 2.

tertia pars 1. 5.
cubus eius 1. 25.

25.
1.

26.
Valor binomij ℞. 26. p̃. 5.
Valor recisi ℞. 26. m̃. 5.
Valor rei,
℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.

26. Accipe igitur ℞. 26. & ei adde 5. & minue 5. dimidium numeri, habebis ℞. 26. p̃. 5. & ℞. 26. m̃. 5. accipe ℞. cubam vtriusque, & minue minorem de maiore, habebis valorem rei esse ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.

Vt autem videas veritatem, quære per regulam septimam numeros multiplicandos hoc modo: Tu scis quòd quadrata partium sunt ℞. v. cu. 51. p̃. ℞. 2600. & ℞. v. cu. 51. m̃. ℞. 2600. & quia triplanda sunt dicta quadrata addendo aliam partem, fiat igitur multiplicando per 27. habebimus multiplicatorem primum vt vides, & secundum, quos multiplicabimus in partes rei. Multiplica igitur ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. in primum multiplicatorem, & ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. in secundum multi-

Res ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.
› us partium, ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. 26. m̃. 5.
Quadratum partium cubatarum 51. p̃. ℞. 2600. m̃. 51. m̃. ℞. 2600.
Quadratum partium, ℞. v. cu. 51. p̃. ℞. 2600. m̃. ℞. cu. v. 51. m̃. ℞. 2600.

Triplum quadrati partium,	
℞. v cu. 1377. m̃. ℞. 1895400.	℞. v. cu. 1377. p̃. ℞. 1895400.
Quadratum partium,	
℞. v. cu. 51. p̃. ℞. 2600.	℞. v. cu. 51. m̃. ℞. 2600.
Partes radicis,	
℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5.	℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.

Productum,
℞. 26. p̃. 5. p̃. ℞. v. cu. ℞. 49299354. m̃. ℞. 47385000. p̃. 6885. m̃. 7020.
m̃. ℞. 26. m̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 49299354. m̃. ℞. 47385000. p̃. 7020. m̃. 6885.
Productum æquiualens superiori,
℞. 26. p̃. 5. p̃. ℞. v. cu. 18954. m̃. 135.
m̃. ℞. 26. m̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135.
Cubus igitur est æquiualens superiori,
10. p̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135. p̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135.

plicatorem; Et quoniam omnis ℞. cubica ducta in suum quadratum producit cubum sui ipsius, id est, talem numerum absque ℞. cu. igitur ex productione ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. in ℞. v. cu. 51. p̃. ℞. 2600. producitur ℞. 26. p̃. 5. & ex ductu ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. in ℞. v. cu. 51. m̃. ℞. 2600. producitur ℞. 26. m̃. 5. Igitur istæ duæ multiplicationes non plus producunt quàm ℞. 26. p̃. 5. & ℞. 26. m̃. 5. & quia vna est m̃. alia p̃. igitur detracta vna ab alia prouenit 10. p̃. producto ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. in ℞. v. cu. 1377. m̃. ℞. 1895400. m̃. producto ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. in ℞. v. cu. 1377. p̃. ℞. 1895400. pro quibus multiplicationibus faciendis per sextum capitulum, cuba omnia & habebis ℞. 26. p̃. 5. multiplicandum in 1377. m̃. ℞. 1895400. & ℞. 26. m̃. 5. multiplicandum in 1377. p̃. ℞. 1895400. Habebis igitur pro primâ multiplicatione ℞. 49299354. m̃. ℞. 47385000. p̃. 6885. m̃. 7020: & pro secũda ℞. 49299354. m̃. ℞. 47385000. p̃. 7020. m̃. 6885. Igitur primum productum est ℞. 49299354. m̃. ℞. 47385000. m̃. 135. & secundum productum est ℞. 49299354. m̃ ℞. 47385000. p̃. 135. sed ℞. 49299354. p̃. & ℞. 47385000. m̃. faciunr ℞. 18954. Igi-

℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5.

℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. 26. m̃. 5.
27.
℞. 18954. p̃. 135. m̃. ℞. 18954. m̃. 135.
3. res ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135.
cubus 10. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135. p̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135.

tur hæc producta erunt ℞. 18954. m̃. 135. & ℞. 18954. p̃. 135. Igitur cubus totius est 10. p̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135. Sed 3. radices habebimus cubando 3. fit 27. cubando etiam partes radicis, erunt ℞. 26. p̃. 5. & ℞. 26. m̃. 5. duc in 27. fit ℞. 18954. p̃. 135. m̃. ℞. 18954. m̃. 135. Harum igitur partium ℞. cubicæ sunt 3. radices. Igitur 3. radices sunt ℞. v. cu. ℞. 18954. p̃. 135. m̃. ℞. v. cu. ℞. 18954. m̃. 135 adde hoc ad 1. cu. vt vides iu præcedente figura, fiet

1. cu.

1. cu. p̃. 3. co. iuncta simul 10. quia partes radicum sunt m̃. vbi partes cubi sunt p̃. & econtra, igitur iunctæ nihil faciunt.

Capvt XXIX.

De cubo æquali censibus & numero generali.

CVm habueris capitulum cubi æqualis censibus & numero tunc per primam conuersionem capituli 21. conuertes illud in capitulum cubi & rerum æqualium numero, deinde quæres æquationem cubi & rerum æqualium numero per præcedens capitulum, quâ habitâ quære æquationem capituli cubi æqualis censibus & numero per dictam primam conuersionem capituli 21^{i} quæ æquatio erit valor rei quæsitæ.

Exemplum 1. cu. æquatur $13\frac{1}{2}$. cen. p̃. $121\frac{1}{2}$. volo scire valorem rei diuide per primam regulam capituli 21. $121\frac{1}{2}$. per $13\frac{1}{2}$. exit. 9. numerus rerum quadra $13\frac{1}{2}$. fit $182\frac{1}{4}$. diuide $121\frac{1}{2}$. p̃. $182\frac{1}{4}$. exit. $\frac{2}{3}$. multiplica $\frac{2}{3}$. per 9. habes 6. igitur per dictam regulam 1. cu. p̃. 9. co. æquatur 6. quare per præcedens capitulum valor rei est ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3. diuide igitur per dictam regulam 9. numerum rerum per ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3. exit. ℞. cu. $273\frac{3}{8}$. p̃. $4\frac{1}{2}$. p̃. ℞. cu. $30\frac{3}{8}$. valor rei de 1. cu. æquali $13\frac{1}{2}$. ce. p̃. $121\frac{1}{2}$. nam cubus huius trinomij æquatur $13\frac{1}{2}$. ce. p̃. $121\frac{1}{2}$. ex finet 26^{i} capituli.

Et similiter si dicat 1. cu. æquatur 6. cen. p̃. 18. tunc diuidemus 18. per 6. numerum censuum exit. 3. numerus rerum: diuide etiam 18. per 36. quadratum numeri censuum fit $\frac{1}{2}$. deinde multiplicabimus $\frac{1}{2}$. in 3. fit $1\frac{1}{2}$. pro numero. Igitur 1. cu. p̃. 3. co. æquatur $1\frac{1}{2}$ quare res valet ℞. cu. 2. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$. diuide 3. per ℞. cu. 2. ℞. ℞. cu. $\frac{1}{2}$. exit ℞. cu. 32. p̃. 2. p̃. m̃. cu. 2. & hic est valor cuius 1. cu. qui est ℞. cu. 629856. p̃. ℞. cu. 746495. p̃ 90. æquatur 18. p̃. 6. cen. nam 6. cen. sunt ℞. cu. 629856. p̃. ℞. cu. 746496. p̃. 72. igitur additis 18. fient æqualia cubo prout patuit in 26° capitulo.

Alius modus longè facilior, cuba tertiam partem censuum & eam dupla, & totum hoc adde numero quem habes & de toto hoc agregato fac duas partes ex quarum multiplicatione proueniat cubus census tertiæ partis censuum & ℞. cubicæ talium partium simul iunctæ addita tertia parte censuum constituunt valorem rei.

Exemplum 1. cu. æquatur 6. cen. p̃. 4 accipe $\frac{1}{3}$. de 6. quod est 2. cuba eum fit 8. dupla, fit 16. adde ad 4. fit 20. deinde cuba 2. tertiam partem 6. fit 8. quadra fit 64. & hoc est census cubi de 2. fac igitur de 20. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 64. & erunt partes 16. & 4. accipe igitur radices cubas vtriusque & erunt ℞. cu. 16. & ℞. cu. 4. has iunge simul & adde 2. tertiam partem censuum habebis valorem rei ℞. cu. 16. p̃. 2. p̃. ℞. cu. 4. huius igitur 1. cu. æquabitur 6. cen. p̃. 4. & talis æquatio non habet impedimentum, ideo capitulum est generalissimum.

Capvt XXX.

De capitulo generali habente tantum vnam exceptionem quando cubus æquatur rebus & numero.

HOc capitulum est fere conuersum capituli 28^{i}. Accipe igitur $\frac{1}{3}$. rerum & cuba, deinde quadra dimidium numeri, & ab eo minue cubum tertiæ partis rerum iam seruatum & ℞. residui adde & minue à dimidio numeri, & habebis similiter binomium & recisum quorum capies ℞. v. & iunges eas per p̃. & aggregatum est valor rei exemplum 1. cu. æquatur 6. co. p̃. 10.

1. cu. æqualis 6. co. p̃. 10.

3. 2.

2. 5.
8. 25.

25.
8.

5. p̃. ℞. 17.
5. m̃. ℞. 17.

℞. v. cu. 5. p̃. ℞. 17. p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. 17.

accipe $\frac{1}{3}$. de 6. numeri rerum & est 2. cuba fit 8. accipe dimidium numeri & est 5. quadra fit 25. ab hoc detrahe 8. cubum tertiæ partis rerum fit 17. accipe ℞. fit ℞. 17. hanc adde & minue dimidio numeri quod fuit 5. habebis binomium 5. p̃. ℞. 17. & recisum 5. m̃. ℞. 17. horum accipe ℞. v. cubas & iunge per p̃. & habebis valorem rei ℞. v. cu. 5. p̃. ℞. 17. p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. 17. ex hoc patet vt dictum est quod vbi cubus tertiæ partis rerum est maior quadrato dimidij numeri, tunc nulla potest sequi æquatio, aliter autem semper sequitur & hoc etiam ego inueni ex regulis capituli 27^{i} sicut & omnia reliqua præter illa duo quibus assignaui auctores suis locis.

Capvt XXXI.

De capitulo & regulis particularibus cubi æqualis rebus & numero.

SVnt autem modi particulares cubi æqualis rebus & numero tres, primus est vt addendo vel minuendo tantum de numero ad cubum proueniat proportio radicis cubicæ numeri ad vnitatem talis qualis est proportio numeri ad radices & tunc diuide 1. cu. p̃. vel m̃. numero illo per 1. co. p̃. vel m̃. ℞. cu numeri illius & prouentus est æquatio vt in capitulo 51° dictum est. exemplum

 1. cu.

1. cu. æquatur 16. rebus p̄. 21. tunc hæc non poteſt ſolui per præcedens capitulum ſed addemus 27. vtrique parti & fiet 1. cu. p̄. 27. æqualia 16. rebus p̄. 48. quare cum proportio 48. ad 16. ſit tripla, & ℞. cubica 27. eſt 3. igitur diuidemus 1. cu. p̄. 27. per 1. co. p̄. 3. & exibit 1. cen. m̄. 3. co. p̄. 9. diuidemus etiam 16. res p̄. 48. per 1. co. p̄. 3. exit. 16. igitur 1. cen. m̄ 3. co. p̄. 9. æquatur 16. igitur 1. cen. æquatur 3. co. p̄. 7. quare res valet ℞. $9\frac{1}{4}$. p̄. $1\frac{1}{2}$. & ita de aliis. Et ſcias quod numerus qui additur vel diminuitur eſt ſemper cubus.

Secunda regula eſt quod ſi potes diuidere numerum rerum in duas partes ita quod multiplicata vna per ℞. alterius proueniat numerus, tunc facta tali diuiſione accipe $\frac{1}{4}$. partis cuius erat accipienda ℞. & ipſum adde alteri numero, & totius accipe ℞. cui adde dimidium ℞. partis cuius accipienda erat ℞. & aggregatum eſt valor rei. exemplum 1. cu. æquatur 20. co. p̄. 32. tunc quia ex 20. poſſunt fieri duæ partes quæ ſunt 16. & 4. ex quarum multiplicatione vnius in ℞. alterius fit 32. (nam ex 16. in 2. ℞. 4. quæ eſt altera pars fit 32.) igitur hoc ſtante accipe $\frac{1}{4}$. de 4. cuius eſt accipienda ℞. & eſt 1. & adde 1. ad 16. fit 17. accipe ℞. 17. & ei adde 1. dimidium ℞. 4. fit ℞. 17. p̄. 1 valor rei.

Aliud exemplum 1. cu. æquatur 29. co. p̄. 52. quia igitur ex 29. poſſunt fieri duæ partes ex quarum vna quæ eſt 13. in ℞. alterius quæ eſt 4. ℞. 16. fit 52. nam 13. in 4. facit 52. igitur accipe $\frac{1}{4}$. de 16. quod eſt 4. adde ad 13. fit 17. accipe ℞. 17. cui adde 2. dimidium ℞. 16. fit valor rei ℞. 17. p̄. 2.

Aliud ſi dicat 1. cu æquatur 65. co. p̄ 8. quia igitur ex 65. poſſunt fieri duæ partes & ſunt 64. & 1. ex quarum vna in ℞. alterius fit 8. capiam $\frac{1}{4}$. de 64. cuius erat accipienda ℞. & eſt 16. addo 1. alteram partem fit 17. cape ℞. 17. & ei adde $\frac{1}{2}$. dimidium ℞. 64. fiet valor rei ℞. 17. p̄. 4.

Aliud 1. cu. æquetur 23. co. p̄. 28. tunc quia diuiſo 23. in 16. & 7. ℞. 16. quæ eſt 4. ducta in 7. facit 28. ideo capiam $\frac{1}{4}$. de 16. quod eſt 4. addo ad 7. fit 11. capio ℞. 11. & ei addo dimidium ℞. 16. quod eſt 2. fit valor rei ℞. 11. p̄. 2. & quod hoc ſit verum patet nam

Res ℞. 11. p̄. 2.		
23.		
23. Res ℞. 5819. p̄. 46.	}	differentia.
Cubus ℞. 5819. p̄. 74.	}	28.

23. res ſunt ℞. 5819. p̄. 46. & cubus eſt ℞. 5819. p̄. 74. igitur differentia eſt 28. quare 1. cu. æquatur 23. rebus p̄. 28. quod eſt probandum.

Et ſimiliter ſi dicas quod 1. cu. æquatur rebus 24. p̄. ℞. 6. p̄. 12. numero, diuides numerum rerum in 24. & ℞. 6. ita quod ℞. ducta in ℞. alterius partis quæ eſt ℞. 24. facit 12. cape igitur $\frac{1}{4}$. 24. quod eſt 6. adde ad ℞. 6. alteram partem fit 6. p̄. ℞. 6. huius accipe ℞. v. quæ eſt ℞. v. 6. p̄ 6. cui adde dimidium ℞. 24. quod eſt ℞. 6. fiet valor rei ℞. v. 6. p̄. ℞. 6. p̄. 1. ℞. 6. huius 1. cu. æquabitur rebus 24. p̄. ℞. 6. p̄. 12. numero.

Tertius modus eſt quod cum fuerint duo numeri producentes numerum æquationis quorum vnus eorum ſit ℞. aggregati ex numero rerum & reliquo numero, tunc numerus ille qui eſt ℞. erit valor rei. Exemplum 1. cu. æquatur 24. p̄. 32. co. tunc valor rei eſt 6. quia diuiſo 24. per 6. exit 4. qui additus ad 32. facit 36. quadratum de 6. & ſimiliter 1. cu. æquatur 24. p̄. 10 co. res valebit 4. quia diuiſo 24. per 4. exit 6. qui additus ad 10. facit 16. quadratum de 4. Et ita 1. cu. æqualis 24. p̄. 61. co. res valebit 8. eò quod diuiſo 24. per 8. exit 3. qui additus ad 61. numerum rerum facit 64. quadratum de 8. & ita 1. cu æquatur 24 p̄. 575. co. quia ponendo 24. valorem rei ſi diuidatur 24. per 24. exit 1. qui additus ad 575. facit 576. quadratum de 24.

Capvt XXXII.

De capitulo cubi & cenſus æqualium numero & eſt generale habens vnam exceptionem tantum.

CVba in hoc capitulo $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum & productum dupla, & hoc duplatum minue à numero quem habes & de reſiduo fac duas partes ex quarum multiplicatione producatur cubus cenſus tertiæ partis numeri cenſuum, illarum partium accipe ℞. cubicas & eas iunge ſimul & ab his minue $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum & quod aggregatur eſt valor rei. exemplum 1. cu p̄. 6. cen. æquatur 36. dico cuba 2. tertiam partem cenſuum fit 8. dupla fit 16. detrahe à 36. fit 20. fac. igitur de 20. duas partes ex quarum multiplicatione producatur 64. & partes erunt 16. & 4. accipe igitur ℞. cu. 16. & 4. & iunge ſimul fient ℞. cu. 16. p̄. ℞. cu. 4. ab his minue 2. tertiam partem cenſuum fiet valor rei ℞. cu. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 4. & eſt hoc capitulum ferme conuerſu. 21.

Alius modus eſt vt conuertas capitulum hoc in capitulum cubi æqualis rebus & numero deinde inuenias æquationem per capitulum 21^{m} & ab ea minue $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum. exemplum, aliquis dixerit multiplicaui numerum in ſuam ℞. p̄. 3. & prouenit 21. tunc ſupponemus illum numerum fore 1. cen. qui multiplicatus in ℞. ſuam p̄. 3. producet 1. cu. p̄. 3. cen. & hoc æquatur 21. quare ſequendo capitulum 21^{m} in ſua conuerſione accipe $\frac{1}{3}$. de 3. numeri cenſuum quod eſt 1. & cuba fit 1. adde ad 21. fit 22. quadra etiam 3. numerum cenſuum fit 9. accipe $\frac{1}{3}$. eius quod eſt 3. & multiplica in 1. quod eſt $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum fit 3. detrahe ex 22. remanet 19. habebis igitur 1. cu. æqualem 3. co. p̄. 19. fac igitur de 19. duas partes ex quarum multiplicatione proueniat 1. cubus tertiæ partis numeri rerum & erunt partes $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. & $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. harum ℞. cubicæ iunctæ detracto $\frac{1}{3}$. numeri cenſuum facient valorem rei, igitur res valet ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. m̄. 2. p̄. ℞.

p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. quod autem ita ſit per probationem experieris hoc modo. Primo inuenias quadrata partium ſecundum regulam cubandi trinomia & quadratum primæ partis eſt ℞. v. cu. $179\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $32219\frac{1}{4}$. & quadratum ſecundæ partis ſimiliter eſt ℞. v. cu. $179\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $32219\frac{1}{4}$. & quadratum tertiæ partis eſt 1. ex his quæ dicta ſunt in capitulo nono & productum trium partium inuicem eſt m̄. 1. ex eadem regula.

℞. l. v. cu. $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$.	p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$.	m̄. l. 1.	m̄. 1.
℞. v. cu. $179\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $32219\frac{1}{4}$.	℞. v. cu. $179\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $32219\frac{1}{4}$.	1.	6.

Sequere igitur regulam vt in capitulo 28° feciſti habebis primo partes cubi $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89.\frac{1}{4}$. p̄. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. m̄. 1. m̄. 6. quæ omnia ſimul iuncta faciunt 19. m̄. 7. quod eſt 12. deinde tripla partes omnes vt vides.

℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. | ℞. v. cu. $4846.\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. | 3.
triplata quadratorum.

Cum igitur multiplicauerimus duo quælibet ex his triplatis vt vides in tribus figuris in reliquam partem fient tria producta ex tribus trinomiis quare cubus totus erit compoſitus ex 9. partibus & 12. iam prius ſeruato.

℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. p̄. l. ℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$.
m̄. 1.

m̄. ℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. p̄. l. ℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$.

℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. p̄. l. 3.
℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$.

p̄. ℞. v. cu. $46041\frac{3}{4}$. p̄. ℞. $211977695 0.\frac{7}{8}$. m̄. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$.
m̄. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$. p̄. l. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$.

℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. p̄. l. 2.
℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$.

p̄. ℞. v. cu. $46041\frac{3}{4}$. p̄. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$. m̄. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$.
m̄. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$. p̄. l. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$.

Igitur cubus totus eſt 12. m̄. ℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. m̄. l. ℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. p̄. l. ℞. v. cu. $46041\frac{3}{4}$. p̄. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$. m̄. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$. m̄. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$. p̄. l. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$. p̄. ℞. v. cu. $46041\frac{3}{4}$. p̄. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$. m̄. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$. m̄. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$. p̄. l. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$. Hoc viſo quadra trinomium ducendo quamlibet partium in totum trinomium hoc modo.

℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. m̄. 1.
m̄. 1.

m̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. m̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. p̄. l. 1.

℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. m̄. 1.
℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$.

p̄. ℞. v. cu. $179\frac{1}{4}$. p̄. ℞. $32219\frac{1}{4}$. m̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. p̄. l. 1.

℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. p̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. m̄. 1.
℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$.

p̄ ℞. v. cu. $179\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $32219\frac{1}{4}$. m̄. ℞. v. cu. $9\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $89\frac{1}{4}$. p̄. l. 1.

Multiplica igitur totam ſummam trium productorum per 3. & habebis 9. m̄. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$. m̄. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$. p̄. ℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. p̄. ℞. v. cu. $4846\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $2348783\frac{1}{4}$. m̄. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$. m̄. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$.

Facta igitur aggregatione partium cubi cum triplo cenſuum fit totum 21. p̄. ℞. v. cu. $46041\frac{3}{4}$. p̄. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$. m̄. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$. m̄. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$. p̄. ℞. v. cu. $46041\frac{3}{4}$. p̄. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$. m̄. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$. m̄. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$. m̄. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$. m̄. ℞. v. cu. $256\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $65063\frac{1}{4}$. nam cæteræ partes cedunt vna per p̄. alia per m̄. quia ſunt numero & quantitate pares. Oportet igitur vt tales partes ſint æquales quod cognoſcitur quoniam cubi earum partium ſunt æquales. Sic igitur conſtituemus adiungendo partes inuicem vt totum vnius ſit æquale toti alterius fient.

$46041\frac{3}{4}$, p̄. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$. m̄. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$. m̄. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$.
$46041\frac{3}{4}$. m̄. ℞. $2119776950\frac{7}{8}$. m̄. ℞. $2096289117\frac{9}{16}$. p̄. ℞. $2096354180\frac{13}{16}$.

æqua-

æquantur cum
$256\frac{1}{2}$. p̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$.
$256\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $65063\frac{1}{4}$.

Et quia vt vides partes p̃. & m̃. nihil faciunt ſequitur tandem vt 513. æquentur $92083\frac{1}{2}$. m̃. ℞. $8385156470\frac{1}{4}$. quod eſt duplum ℞. $2096289117\frac{9}{16}$. igitur demptis 513. ex $92083\frac{1}{2}$. remanebit $91570\frac{1}{2}$. quod eſt p̃. æqualis ℞. $8385156470\frac{1}{4}$. & ita eſt quare patet probatio exempli non minus vtilis ipſa regula.

Tertius modus eſt vt inuenias conuerſionem cubi & cenſus æqualium numero in cubum æqualem rebus & numero per ſecundum modum talis conuerſionis 21. capituli, deinde invenias æquationem cubi æqualis rebus & numero, & cum ea diuide ℞. numeri æquationis cubi & cenſuum æqualium numero. Exemplum 1. cu. p̃. 6. cen. æquatur 36. dices igitur 1. cu. æquatur 6. co. p̃. 6. quare valor rei eſt ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. cum hac igitur diuide 6. numerum qui fuit ℞. 36. & exibit valor rei ℞. cu. 16. m̃. 2. p̃. ℞. cu. 4.

CAPVT XXXIII.

De regulis particularibus cubi & cenſuum æqualium numero.

TV ſcis ex capitulo binomiorum & reciſorum quod reciſum ſecundum & quintum ſolum inſeruiunt capitulo cubi & cenſuum æqualium numero. Fac igitur ex numero cenſuum duas partes ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius proueniat aſſignatus numerus. Quibus inuentis ſcias quod dimidium partis quæ non quadratur in dicta multiplicatione eſt pars ſecunda reciſi quæ eſt numerus m̃. deinde multiplica vnam partẽ in alteram & ei adde quadratum numeri m̃. & ℞. aggregati eſt prima pars valoris rei, à qua minue numerum m̃. & habebis valorem rei. Exemplum

1. cu. p̃. 20. cen. æqualia 72.
18. 2. partes
9. dimidium ſiue numerus m̃.
81. quadratum numeri m̃.
18. 2. 36. productum vnius in alteram.

117. aggregatum cuius ℞. quæritur
℞. 117. m̃. 9. valor rei.

1. cu. p̃. 20. cen. æquatur 72. diuide 20. in duas partes ex quarum vna in quadratum alterius fiat 72. & erunt partes 18. & 2. nam 18. in 4. quadratum 2. facit 72. accipe igitur 9. dimidium 18. numeri qui non quadratur & eſt numerus m̃. deinde quadra ipſum fit 81. adde ei multiplicationem vnius partis in alteram ideſt 18. in 2. quæ eſt 36. fit 117. cuius ℞. eſt prima pars reſidui quæſita, igitur valor rei eſt ℞. 117. m̃. 9.

Et ſimiliter ſi dicat 1. cu. p̃. 11. cen. æquantur 72. partes de 11. erunt 8. & 3. nam 8. in 9. quadratum 3. facit 72. igitur

1. cu. p̃. 11. cen. æqualia 72.
8. 3. partes
4. dimidium ſiue numerus m̃.
16. quadratum numeri m̃.
24. productum vnius in alteram.

40. aggregatum cuius ℞. quæritur
℞. 40. m̃. 4. valor rei.

numerus m̃. eſt 4. videlicet dimidium partis non quadratæ, quadra igitur 4. fit 16. multiplica 8. in 3. fit 24. iunge cum. 16. fit 40. cuius ℞. eſt prima pars reciſi, igitur valor rei eſt ℞. 40. m̃. 4.

Similiter ſi dicat 1. cu. p̃. cen. 4. ℞. 10. æquatur 40. tunc numerus cenſuum eſt 4. ℞. 10. & diuiſus in 4. & ℞. 10. & ducta

1. cu. p̃. cen. 4. ℞. 10. æqualia 40.
4. ℞. 10. partes
2. dimidium ſiue numerus m̃.
4. quadratum numeri m̃.
℞. 160. productum vnius in alteram.

℞. 160. p̃. 4. aggreg. cuius ℞. quærit.

℞. v. ℞. 160. p̃. 4. m̃. l. 2. valor rei.

vna parte quæ eſt 4. in quadratum alterius quod eſt 10. fit 40. igitur numerus m̃. eſt 2. & eius quadratum eſt 4. & productum vnius partis in alteram eſt ℞. 160. igitur iungendo erit aggregatum ℞. 160. p̃. 4. à cuius ℞. minuendo 2. numerum m̃. fiet valor rei ℞. v. ℞. 160. p̃. 4. m̃. l. 2. id eſt quod oportet accipere ℞. 160. & ei addere 4. & totius accipe ℞. à qua minues 2. & totum hoc eſt parum plus quam 2. vt patet & hæc eſt regula de modo optime abbreuiata.

Alia regula eſt vt conuertas hoc capitulum in capitulum cubi æqualis rebus & numero deinde per 31^{m} capitulum inuenta æquatione ſi poſſibile inuenies per capitulum, conuerſionis æquationem cubi & cenſuum æqualium numero, nam hoc eſt generale quod capitula conuertibilia ſibi inuicem inſeruiunt, & ideo hoc etiam inſeruit illi & res tam clara eſt vt non indigeat exemplo.

Quod ſi dixeris 1. cu. p̃. 8. cen. æquantur 40. tu ſcis quod res eſt 2. cuius cubus eſt 8. & cenſus eſt 4, & 8. cenſus ſunt 32. quæ addita ad 8. faciunt 40. nec poteſt addi nec minui quin ſit 2. quia quando denominationes æquantur numero ſolo ſemper æquatio eſt vna tantum vt diximus. Tu ſcis igitur quod res valet 2. inquirendo autẽ per modum huius capituli dices fac ex 8. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius fiant 40. & erunt per 37^{m} partes illæ 3. p̃. ℞. 5. & 3. m̃. ℞. 5. nam 3. m̃. ℞. 5. ductum in 30. p̃. ℞. 500. quadratum 5. p̃. ℞. 5. facit 40. vt ibi apparet & ſimiliter dico de reliquis duabus par-

tibus

1. cu. p̄. 8. cen. æqualia 40.
5. p̄. ℞. 5. 3. m̄. ℞. 5. partes
5. m̄. ℞. 5. 3. p̄. ℞. 5. partes
$1\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$. numerus m̄.
$3\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$. quad. numeri m̄.
10. m̄. ℞. 20. prod. vnius in alter.

$13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. aggregatum
℞. v. $13\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $61\frac{1}{4}$ p̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. l. $1\frac{1}{2}$. valor
℞. v. $13\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. m̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̄. $1\frac{1}{2}$. valor
2. valor.

tibus, capio igitur gratia exempli 5. p̄. ℞. 5. erit igitur numerus m̄. dimidium alterius partis videlicet $1\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$. cuius quadratum est $3\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$. productum vero vnius in alteram partem est 10. m̄. ℞. 20. quæ iuncta cum $3\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$. faciunt $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. cuius ℞. v. est prima pars residui, à qua detrahe numerum m̄. habebis valorem rei ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. p̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̄. l. $1\frac{1}{2}$. & hoc æquiualet 2. igitur hoc trinomium æquiualet 2. Et similiter si accepisses primam partem 5. m̄. ℞. 5. fuisset secunda pars 3. p̄. ℞. 5. & valor rei sequendo capitulum fuisset ℞. v. $13\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. m̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̄. $1\frac{1}{2}$. & hoc etiam necessario est 2. vt dictum est, igitur illa tria æquiualent videlicet 2. &. ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $61\frac{1}{4}$.

Aequiualent.
℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. p̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$.
℞. v. $13\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. m̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$.
$3\frac{1}{2}$.

p̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̄. l. $1\frac{1}{2}$. & ℞. v. $13\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. m̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. m̄. l. $1\frac{1}{2}$. quare addito numero $1\frac{1}{2}$. vbiq; fient hæc tria vt vides æquiualentia videlicet ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. p̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. & ℞. v. $13\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $61\frac{1}{4}$. m̄. l. ℞. $1\frac{1}{4}$. & $3\frac{1}{2}$. & probatio huius habetur per modum capituli secundi in fine quadrando partes & ei aggregato addendo duplum vnius in alterum & totius accipiendo ℞. relinquetur enim $12\frac{1}{4}$. cuius ℞. est $3\frac{1}{2}$.

Et similiter si dicat 1. cu. p̄. 7. cen. æquantur 50. tunc facies ex 7. duas partes, ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius producatur 50. & erunt partes 5. & 2. vel ℞. 11. p̄. 1. & 6. m̄. ℞. 11. capio autem hanc secundã æquationem vt videas æquiualentiam & sequor capitulum & habeo valorem rei ℞. v. ℞. 44. p̄. $6\frac{3}{4}$. p̄. l. ℞. $2\frac{3}{4}$.

1. cu. p̄. 7. cen. æqualia 50.
5. 2. partes
℞. 11. p̄. 1. 6. m̄. ℞. 11. partes
3. m̄. ℞. $2\frac{3}{4}$. numerus m̄.
11. $\frac{3}{4}$. m̄. ℞. 99. quadrat. numeri m̄.
℞. 275. m̄. 5. prod. vnius in alteram

℞. v. 44. p̄. $6\frac{3}{4}$. aggregatum
℞. v. 44. p̄. $6\frac{3}{4}$. p̄. l. ℞. $2\frac{3}{4}$. m̄. l. 3. valor rei vel
℞. 11. m̄. 1.

m̄. l. 3. & hoc æquiualet inueniendo æquatione mper alias duas partes quæ fuerunt 5. & 2. huic ℞. 11. m̄. 1. manifestum est igitur quod talia trinomia cubicata & iuncta quibusdam censibus annihilantur, ex parte omnium radicum tam vniuersalium quam ligatarum, & quod dempto m̄. 1. ex vtraque parte quod ℞. 11. æquiualet ℞. v. ℞. 44. p̄. $6\frac{3}{4}$. p̄. l. ℞. $2\frac{3}{4}$. m̄. l. 2. quare cum ℞. $2\frac{3}{4}$. sit $\frac{1}{4}$. de ℞. 11. detrahendo fiet ℞. $2\frac{3}{4}$. æqualis ℞. v. ℞. 44. p̄. $6\frac{3}{4}$. m̄. l. 2.

Ex his igitur patent tria primum quod dantur quædam binomia mixta in quibus verificantur æquationes cubi & censuum æqualium numero item cubi & numeri æqualium censibus nam & illa poterunt inueniri per hæc.

Secundum quod capitulum cubi & censuum æqualium numero conuertitur in capitulum cubi & numeri æqualium censibus. Patet nam cum dico 1. cu. p̄. 40. æquatur 8. cen. sequitur igitur 1. cu. p̄. 8. cen. æquatur 40. & è contra ex vnâ habitâ cognosces reliquam & aliquando vna est notior alterâ veluti cum dico 1. cu. p̄. 8. cen. æquatur 40. hoc est notius quam 1. cu. p̄. 40. æquatur 8. cen. & si dico 1. cu. p̄. 50. æquatur 7. cen. hoc post modum est notius quam 1. cu. p̄. 7. cen. æquatur 50. nam ibi inuenies valorem rei vt dictum est, fore 5. & ita per vnum habebis aliud semper. Modus autem conuersionis illius in hunc patet, modus autem conuersionis huius in illum patet ibi.

Tert. Notandum quod tales æquationes possunt æquari & numeris & radicibus & quod talia capit. nisi expertis sunt valde difficilia & propter hoc subtiliabitur ingenium tuum si volueris usque in infinitum, est n. campus hic cui non est terminus nam ex binomio potes facere trinomium & ex trinomio quadrinomium & ita deinceps & omnia æquiualebunt numero vel ℞. & aliquando non æquivalebunt & tamen fient capitula cubi censuum & numeri & alia plura de quibus non dico.

CAPVT XXXIV.

De regula generali cubi & numeri æqualis rebus.

COnuertes capitulum cubi & numeri æqualium rebus in capitulum cubi æqualis rebus & numero & inuenies æquationem veluti si dicam 1. cu. p̄. 88. æquatur 48. co. dicemus igitur 1. cu. æquatur 48. co. p̄. 88. quare res valet per capitulum suum ℞. 45. p̄. 1. dimidia igitur ℞. 45. p̄. 1. fit ℞. $11\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. quadra fit $11\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $11\frac{1}{4}$. tripla fit $34\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $101\frac{1}{4}$. detrahe ex 48. numero rerum remanent $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$. huius ℞. v. addita vel detracta à ℞. $11\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. dimidio prioris valoris constituit secundum valorem de 1. cu. p̄. 88. æquali 48. co. igitur res valet ℞. $11\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. p̄. ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$. vel etiam ℞. $11\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. m̄. ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$. Huius probatio est manifesta nam ex triplo quadrati primæ

partis

Res ℞. $11\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. p̄. ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$.	
Triplum quadrati primæ partis	$34\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $101\frac{1}{4}$.
quadratum ſecundæ partis	$13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$.
aggregatum 48.	
Triplum quadrati ſecundæ partis	$40\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $911\frac{1}{4}$.
Quadratum primæ partis	$11\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $11\frac{1}{4}$.
Aggregatum	52. m̄. ℞. 720.

partis & quadrato ſecundæ aggregatur 48. igitur cum hoc aggregatum debeat multiplicari in ℞. v. quæ eſt ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$. hoc productum æquabitur 48. rebus ductis in talem ℞. v. nihil igitur ſupereſt ex parte ℞. vniuerſalis. Deinde multiplicabimus 48. in ℞. $11\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. & fiet ℞. 25910. p̄. 24. Et ſimiliter multiplicabimus ℞. $11\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. in 52. m̄. ℞. 720. & fiet ℞. 25920. m̄. 64. multiplicabimus etiam ℞. $11\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. per 48. fiet ℞. 25920. p̄. 24. detrahe ℞. 25920. m̄. 64. valorē cubi ex 25920. p̄. 24. valore 48. co. relinquetur 88. igitur 1. cu. p̄. 88. æquatur 48. co.

52. m̄. ℞. 720.
$\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $11\frac{1}{4}$.
26. m̄. 90. p̄. ℞. 30420. m̄. ℞ 180 quod eſt ℞. 25920. m̄ 64.
valor 48. co. ℞. 25920. p̄. 24. p̄. ℞. v.
valor 1. cu. ℞. 25920. m̄. 64. p̄. ℞. v.
Reſiduum 88.

Ex hoc igitur patet quod æquationes cenſus rerum & numeri ſunt binomia & reciſa: & æquationes cen. cen. & cenſuum & numeri ſunt ℞. v. binomiorum & reciſorum: & æquationes cubi & rerum æqualium numero, item cubi æqualis cenſibus & numero ſunt ℞. v. cubicæ binomiales vel trinomiales: & æquationes cubi æqualis rebus & numero & cubi & cenſuum æqualium numero ſunt partim binomiales aut trinomiales ℞. cubicæ partim quadratæ, & æquationes cubi numeri æqualium cenſibus aut rebus ſunt ℞. binomiales aut trinomiales quadratæ, igitur capitula cubi æqualium rebus & numero, & cubi, & cenſuum æqualium numero ſunt media inter hæc.

Liquet ex capitulo cubi & numeri æqualium rebus habentis duas æquationes quod illa quæ eſt reciſum & eſt ℞. $11\frac{1}{4}$. p̄. $\frac{1}{2}$. m̄. ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$. eſt æquiualens 2. quia quando 2. eſt valor rei tunc 1. cu. p̄. 88. æquatur 48. rebus nam ambo ſunt 96. igitur dempto $\frac{1}{2}$. remanebit ℞. $11\frac{1}{4}$. m̄. ℞. v. $13\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$. æquiualens $1\frac{1}{2}$. & de talibus iam dixi in capitulo præcedente.

Nota quod cum volueris inuento vno valore æquationis cubi & numeri æqualium rebus habere reliquum valorem tu ſcis quod vnus ſemper eſt ℞. vnius partis numeri radicum quæ multiplicata in reliquam partem producit numerum æquationis reliquus valor eſt etiam eiuſmodi videlicet ℞. vnius partis quæ ducta in reliquam producit numerum æquationis.

Exemplum 1. cu. p̄. 32. æqualia 20. co. valor eſt 2. nam quadra fit 4. abijce ex 20. fit 16. multiplicato 2. in 16. fit 32. Item alius valor eſt ℞. 17. m̄. 1. quadra fit 18. m̄. ℞. 68. abijce ex 20. fit ℞. 68. p̄. 2. multiplico ℞. 17. m̄. 1. in ℞. 68. p̄. 2. fit etiam 32. & ita 1. cu. p̄. 12. æqualia 34. co. valor eſt 3. m̄. ℞. 7. vel 3. p̄. ℞. 7. quadra 3. m̄. ℞. 7. fit 16. m̄. ℞. 252. abijce ex 34. numero rerum fit 18. p̄. ℞. 252. multiplica 3. m̄. ℞. 7. in 18. p̄. ℞. 252. fit 12. & ſimiliter ſi quadraueris alium valorem habebis 16. p̄. ℞. 252. abijce ex 34. relinquuntur 18. m̄. ℞. 252. multiplica in 3. p̄. ℞. 7. fiunt 12. vt prius. cum igitur habueris vnam æquationem pro alia habenda hæc eſt regula generaliſſima. Quadra æquationem quam habes vtpote 3. m̄. ℞. 7. fit 16. m̄. ℞. 252. abijce ex numero rerum æquationis fit 18. p̄. ℞. 252. huic adde quartam partem pro regula quadrati prioris ℞. & eſt 4. m̄. ℞. $15\frac{3}{4}$. fiet 22. p̄. ℞. $141\frac{3}{4}$. huius accipe ℞. v. & eſt ℞. v. 22. p̄. ℞. $141\frac{3}{4}$. & ab ea minue dimidium prioris valoris quod eſt $1\frac{1}{2}$. m̄. ℞. $1\frac{3}{4}$. habebis valorem ſecundum ℞. v. 22. p̄. ℞. $141\frac{3}{4}$. p̄. l. ℞. $1\frac{3}{4}$. m̄. $1\frac{1}{2}$. & hoc cum reſoluitur æquiualet 3. p̄. ℞. 7. nam ℞. v. 22. p̄. ℞. $141\frac{3}{4}$. æquiualet ℞. l. $20\frac{1}{4}$. p̄. ℞. $1\frac{3}{4}$. ſed ℞. $20\frac{1}{4}$. eſt $4\frac{1}{2}$. igitur ℞. v. 22. p̄. ℞. $141\frac{3}{4}$. æquiualet $4\frac{1}{2}$. p̄. ℞. $1\frac{3}{4}$. adde igitur ℞. $1\frac{3}{4}$. & minue $1\frac{1}{2}$. fiet 3. p̄. ℞. 7. ecce quomodo per regulam generaliſſimam perueniſti ex vno valore in alium & idem accideret conuertendo.

1. cu. p̄. 12. æqualis 34. co.
3. m̄. ℞. 7.
16. m̄. ℞. 252.
18. p̄. ℞. 252.
4. m̄. ℞. $15\frac{3}{4}$.
22. p̄. ℞. $141\frac{3}{4}$.

CAPVT XXXV.

De regulis particularibus cubi & numeri æqualium rebus.

POſt quod cum potes accipere ℞. aliquam alicuius numeri minoris tertia parte numeri rerum & maioris quarta parte & cum ea diuidendo numerum æquationis & eius quod prouenit addendo dimidium numero rerum tunc aggregatur quadruplum quadrati ℞. aſſumptæ tunc ſequetur æquatio veluti ſi dico 1. cu. p̄. 12. æquatur 34. co. tunc accipio 3. radicem 9. qui eſt minor de $\frac{1}{3}$. & maior de $\frac{1}{4}$. de 34. qui eſt numerus rerum & cum 3. diuido 12. exit 4. cuius dimidium eſt 2. quod additum ad 34. numerum rerum facit 36. quadruplum quadrati 9. tunc dico quod æquatio perueniet ad binomium & reciſum, & prima pars

pars binomij vel recisi est ipsa ℞. quæ fuit 3. & secunda pars est ℞. residui dempto triplo quadrati 3. quod est 27. ex numero rerum qui est 7. relinquitur igitur quod valor rei de 1. cu. p̃. 12. æqualibus 34. est 3. p̃. ℞. 7. vel 3. m̃. ℞. 7. Et similiter si dixero quod 1. cu. p̃. 88. æquatur 53. co. accipio 4. ℞. 16. qui est minor de $\frac{1}{3}$. & maior $\frac{1}{4}$. de 53. numeri rerum & quia diuiso 88. per 4. exit 22. cuius dimidium est 11. quod additum ad 53. numerum rerum facit 64. quadruplum 16. quadrati de 4. dicam igitur quod æquatio est 4. qui fuit ℞. 16. & reliqua pars est ℞. 5. residui 48. tripli quadrati 4. ad 53. numerum rerum. Dicemus igitur quod si 1. cu. p̃. 88. æquatur 53. rebus valor rei est 4. p̃. ℞. 5. vel 4. m̃. ℞. 5. & ita assequuta prima possibilitate habes secundam, quære igitur primam possibilitatem diligenter. Et nota quod hac regula habes duas æquationes primas, tertiam habes ex sequente.

Tertium exemplum 1. cu. p̃. 10. æquatur 23. co. tunc capio $2\frac{1}{2}$. ℞. $6\frac{1}{4}$ qui est minor de $\frac{1}{3}$ & maior de $\frac{1}{4}$ de 23. & diuido 10. per $2\frac{1}{2}$ exit 4. cuius dimidium est 2. addo 2. ad 23. fit 25. quadruplum quadrati $2\frac{1}{2}$. Igitur dico quòd res valet $2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $4\frac{1}{4}$ residui tripli quadrati $2\frac{1}{2}$ à 23. numero rerum, vel $2\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $4\frac{1}{4}$ nam in vtroque verificabitur quæsitum, & ita patet quòd æquatio erit in fractis & verificatio erit in integris. Si igitur 1. cu. p̃. 10. æquatur 23. co. res valet $2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $4\frac{1}{4}$ vel $2\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $4\frac{1}{4}$ & regula hæc de se est generalis, verùm ego tradidi eam particulariter, nam formando eom vniuersaliter, debes dicere, fac ex numero rerum duas partes, ita vt maior sit saltem tripla minori, quarum ℞. tertiæ partis maioris earum diuidens numerum & prouentus accipiendo dimidium, & addendo numero rerum, totum sit $\frac{1}{3}$ p̃. dictâ parte cuius accepisti ℞. tertiæ partis eius: & semper prima ℞. addendo ℞. residui vel minuendo constituet valorem rei.

Secunda regula, Cùm fuerit numerus rerũ diuisibilis in duas partes, ex quarum multiplicatione vnius in ℞. alterius proueniat numerus æquationis, tunc diuide partem illam cuius est accipienda ℞. per 4. & ei adde reliquam partem, & totius accipe ℞. à qua minue dimidium prioris ℞. & tale residuum secundum vel quintum est valor rei.

Exemplum, 1. cu. p̃. 4. æquatur 17. co. quia igitur 17. potest diuidi in 16. & 1. ex quarum multiplicatione vnius in ℞. alterius, videlicet ex 1. in ℞. 16. quæ est 4. fit 4. ideo accipe semper $\frac{1}{4}$ de 16. cuius accipienda erat ℞. & est 4. ei adde 1. reliquam partem fit 5. Igitur accipe ℞. 5. & ab ea minue 2. dimidium ℞. 16. fit valor rei ℞. 5. m̃. 2. Et similiter si dicat 1. cu. p̃. 16. æquatur 17. co. quia ex 16. in ℞. 1. alterius partis quæ est 1. fit 16. accipio $\frac{1}{4}$ de 1. cuius erat accipienda ℞. & fit $\frac{1}{4}$, adde ad 16. alteram partem, fit $16\frac{1}{4}$, cuius accipe ℞. & est ℞. $16\frac{1}{4}$, à qua minue $\frac{1}{2}$ dimidium prioris ℞. hebebis ℞. $16\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ valorem rei. Et similiter si dicat 1. cu. p̃. 12. æquatur 19. co. quia ex 19. fiunt duæ partes quæ sunt 16. & 3. ex quarum multiplicatione 3. in ℞. 16. fit 12. ideo accipe $\frac{1}{4}$ de 16. cuius erat accipienda ℞. & est 4. huic adde 3. reliquam partem fit 7. cuius accipe ℞. & ab ea minue dimidium 4. prioris ℞. habebis valorem rei ℞. 7. m̃. 2. Et scias quòd hîc habes vnam æquationem in reciso secundo vel quinto, & semper huic correspondent alia in integris, & est ℞. illius partis multiplicandæ, cuius dimidium ponitur m̃. in secunda æquatione veluti si dico 1. cu. p̃. 4. æquatur 17. co. valor rei est 4. ℞. 16. & si dico 1. cu. p̃. 16. æquatur 17. co. valor rei est 1. ℞. 1. partis multiplicandæ, & si dico 1. cu. p̃. 12. æquatur 19. rebus prima æquatio est 4. cuius cubus est 64. quibus additis 12. fit 76. qui sunt 19. co. nam 19. in 4. producit 76. & ita hîc prima regula habet vtramque æquationem in surdis in binomio vel reciso primo & quarto, hæc autem habet æquationem in numero integro & reciso secundo vel quinto, & omnes hæ regulæ si exerceantur generaliter perducunt hominem ad æquationem semper, nam de se sunt generales.

Et nota quòd hæc secunda regula est præcisè eadem cum secunda regula trigesimi primi capituli si bene consideras, excepto quòd illa addit dimidium ℞. hæc autem minuit.

Ex hac etiam regula apparet quòd si quis dicat 1. cu. p̃. 88. æquatur 48. co. quòd valor rei est ℞. 45. m̃. 1. & in capitulo superiore fuit in eodem casu ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. v. $13\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $101\frac{1}{4}$. Igitur cùm reliqua æquatio sit 2. relinquitur quod ℞. 45. m̃. 1. æquiualeat ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. v. $13\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $101\frac{1}{4}$. Quare detrahendo $\frac{1}{2}$ de communi fiet ℞. 45. m̃. $1\frac{1}{2}$ æquiualens ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. $13\frac{1}{2}$ m̃ ℞. $101\frac{1}{4}$ & ita vides qualiter recisum simplex æquiualet binomio ex ℞. simplici & vniuersali, & ita posset per hoc & præcedens capitulum formari quæstio, inuenias binomium ex ℞ simplici & vniuersali quòd æquiualeat ℞. 10. m̃. 1. & apparet quòd oportet operari per ℞. 10. p̃. 1. quod est binomium de ℞. 10. m̃. 1.

Tertia regula est posita in capitulo quinquagesimo primo practicæ & est quod cum diminutione communi numeri numerus residuatus continuerit rés per ℞. cubicam numeri qui relinquitur, tunc æquatio est possibilis, veluti si dico 1. cu. p̃. 21. æquatur 16. rebus, tunc detrahendo 48. ex vtraque parte fiet 1. cu. m̃. 27. æqualia 16. rebus m̃. 48. & quia 48. numerus detractus continet 16. in 3. qui est ℞. cubica 27. habebimus diuidendo 1. cu. m̃. 27. per 1. co. m̃. 3. hoc 1. cen. p̃. 3. co. p̃. 9. æqualia 16. Quare 1. cen. p̃. 3. co. æquabitur 7. & ita valor rei est ℞. $9\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{2}$ & est conuersum primæ regulæ 31. capituli, nam ibi additur & diminuitur, hîc verò tantùm diminuitur.

Capituli cubi æqualis rebus & numero non potest verificari residuum in ℞. simplicibus nec binomialibus sicut nec capitulũ cubi & numeri æqualium rebus, nam vt etiam in pª regula cùm volueris diuidere gratiâ exempli 34. numerũ rerum in duas partes quarum

℞. tertiæ partis vnius earum diuidens 16. & addito dimidio prouentus ad 34. fiat quadruplum quadrati dictæ partis dico quòd non potest esse ℞. tertiæ partis dicti numeri nec ℞. simplex, quia si sic, igitur triplum quadrati eius est numerus, igitur residuum ad 34. est numerus: & quia diuidendo 16. per ℞. numeri prouenit ℞. & dimidium eius erit ℞. Igitur addita ℞. ad residuum de 34. fiet binomium, & hoc iam supponitur quadratum ℞. Igitur numerus æquabitur binomio quod est impossibile, nec potest esse binomium vel recisum, quia quadratum earum & triplum quadrati erit similiter binomium si ℞. sit binominm. Quare residuum ad 34. erit recisum, & prouentus diuisionis 16. similiter erit recisum. Igitur additum dimidium prouentus cum residuo ad 34. fiet totum recisum, & iam hoc debet esse quadratum ℞. binomialis assumptæ. Igitur quadratum binomij erit recisum quod est impossibile. Cùm igitur non verificatur in numeris habentibus ℞. non verificabitur in numeris non habentibus ℞. nec in ℞. simpliciter nec in binomiis nec recisis, sed alia genera oportebit inuenire quantitatum.

Capvt XXXVI.

De Capitulo vniuersali cubi & numeri æqualium censibus.

Dico, reduces hoc capitulum per vigesimum primum capitulum ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, aut ad capitulum cubi & censuum æqualium numero, deinde æquationem inuentam in illis reduces per idem capitulum ad capitulum hoc, & scias quòd (vt etiam aliàs dixi) æquatio generalis huius capituli est æquatio mixta.

Cùm volueris, in cubo & numero æqualibus censibus per vnum valorem habere reliquum scias quòd vterque valor est pars numeri censuum quæ quadrata & ducta in residuum producit numerum æquationis, veluti si dico 1. cu. p̃. 12. æqualia 5. cen. res valet 2. quia quadrato 2. parte 5. & ducto quadrato in 3. residuum ad 5. fient 12. & reliquus valor est ℞. $8\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ cuius quadratum est valor census. Regula igitur generalis est; Multiplica valorem habitũ in residuum numeri censuum, & ei adde quadratum dimidij ipsius residui, & totius accipe ℞. cui adde dimidium ipsius residui. Exemplum, Volo per valorem qui est ℞. $8\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ in æquatione de 1. cu. p̃. 12. æqualibus 5. co. habere reliquum valorem, detraho ℞. $8\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ ex 5. relinquuntur $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $8\frac{1}{4}$ duco $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $8\frac{1}{4}$ in ℞. $8\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ fiunt ℞. 33. m̃. 3. huic addo quadratum dimidij residui, id est $1\frac{3}{4}$ m̃. ℞. $2\frac{1}{16}$ quod est $5\frac{1}{8}$ m̃. ℞. $25\frac{17}{64}$ fiunt $2\frac{1}{8}$ p̃. ℞. $\frac{33}{64}$, huius capio ℞. quæ est ℞. v. $2\frac{1}{8}$ p̃. ℞. $\frac{33}{64}$ & ei addo dimidium residui quod est $1\frac{3}{4}$ m̃. ℞. $2\frac{1}{16}$ fiet valor rei ℞. v. $2\frac{1}{8}$ p̃. ℞. $\frac{33}{64}$ p̃. l. $1\frac{3}{4}$ m̃. $2\frac{1}{16}$. Et hoc in veritate, est 2. nam ℞. v. $2\frac{1}{8}$ p̃. ℞. $\frac{33}{64}$ est ℞. $2\frac{1}{16}$ p̃. ℞. $\frac{1}{16}$ quod est dicere ℞.

℞. $8\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $8\frac{1}{4}$
℞. 33. m̃. 3. $5\frac{1}{8}$ m̃. ℞. $25\frac{17}{64}$
$2\frac{1}{8}$ p̃. ℞. $\frac{33}{64}$ ℞. v. $2\frac{1}{8}$ p̃. ℞. $\frac{33}{64}$ p̃. l. $1\frac{3}{4}$ m̃. ℞. $2\frac{1}{16}$.

$2\frac{1}{16}$ p̃. $\frac{1}{4}$ cui si addantur $1\frac{3}{4}$ m̃. ℞. $2\frac{1}{16}$ fient 2. præcisè.

Capvt XXXVII.

De Regulis particularibus cubi & numeri æqualium censibus.

Tv scis quòd hoc capitulum quantum ad particulares æquationes verificatur in tribus, videlicet in binomio primo & quarto & suis recisis, & in binomio secundo & quinto. Et quia habet quilibet casus duas æquationes simul, quando habet æquationem binomij primi vel quarti, habet etiam æquationem sui recisi, & quando habet æquationem in integris, habet etiam æquationem binomij secundi & quinti. Et antequam demonstrem hoc, oportet ostendere quòd genus binomij & recisi non est sufficiens satisfacere omni æquationi huius capituli, nam si posuerimus 1. cu. p̃. numero æqualia 7. cen. & capiamus $2\frac{2}{3}$ pro numero posito erit valor rei per vigesimum septimũ capitulum ℞. 16. p̃. $2\frac{2}{3}$, quod est $6\frac{2}{3}$, residuum igitur erit $\frac{1}{3}$. Quare multiplicato vno per quadratum alterius prouenient $\frac{1}{27}$ nam $6\frac{2}{3}$ in quadratum $\frac{1}{3}$ facit $\frac{20}{27}$ & ducto $\frac{1}{3}$ in quadratum $6\frac{2}{3}$ quod est $44\frac{4}{9}$ fiunt $14\frac{1}{27}$; Quare posito numero censuum in numero integro & valore rei in numero fracto, æquatio superationis censuum ad cubum numquam perueniet ad numerum integrum vt demonstraui, sed talis æquatio superationis æquatur multiplicationi vnius partis in quadratum alterius. Igitur tale productum non erit numerus integer. Hoc stante capio 7. cen. æquales numero quorum multiplicatio vnius partis in quadratum alterius potest ascendere ad $50\frac{22}{27}$ ex sua regula, igitur 7. potest diuidi taliter vt partes multiplicatæ producant 1. 2. 3. & ita vsque ad 50. & in maiori parte poterit diuidi duobus modis, sed 7. in fracta ex præcedenti non potest diuidi vt producat integros nec in integra nisi 4. modis,

	7.	
$4\frac{2}{3}$		$2\frac{1}{3}$
21	$\frac{7}{9}$	
2	$\frac{1}{3}$	
50	$\frac{22}{27}$	

nam 5. & 6. non sunt idonei numeri, quia excedunt $\frac{2}{3}$ de 7. igitur diuisio 7. non potest procedere nisi ad 4. erunt igitur partes vt vides in figuris ex quibus patet quòd 7. non potest diuidi in his æquationibus nisi vt ducta vna in quadratum alterius producat 6. vel 8. vel 36. vel 50. & non aliter. Cùm igitur ab 1. vsque ad 50. sint 50. numeri completi, ex quibus non possunt compleri nisi 4. remanent igitur 46. numeri qui non possunt haberi per regulam, quia æquatio non attingit. Igitur capitulum est valde particulare, nec eadem ratione potest verificari

verificari in ℞. simplicibus aut in quantitatibus binomialibus aut recisis propter dicta in fine capituli trigesimi quinti.

Est & alia proprietas in hoc capitulo digna memoriâ, quòd cùm census æquantur cubo & numeris semper numerus censuum potest diuidi dupliciter in duas partes, ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius fiat numerus, & partes illæ sunt semper idem cum æquatione censuum æqualium cubo & numeris.

Exemplum, Si dico 1. cu. p̄. 50. æquatur 7. cen. dico quòd 7. qui est numerus censuum potest diuidi dupliciter in duas partes, ex quarum multiplicatione vnius in quadratum alterius fiat 50. & prima diuisio erit in 5. & 2. nam 2. in 25. quadratum 5. facit 50. & 5. est prima æquatio de 1. cu. p̄. 50. æqualibus 7. censibus, nam vtrumque aggregat 175. nam 1. cu. de 5. est 125. quibus additis 50. fit 175. qui sunt 7. census & alia æquatio est ℞. 11. p̄. 1. nam diuiso 7. in ℞. 11. p̄. 1. & 6. m̄. ℞. 11. si multiplicetur 6. m̄. ℞. 11. in 12. p̄. ℞. 44. quadratum ℞. 11. p̄. 1. fient 50. præcisè, & eadem æquatio quæ quadratur, quæ est ℞. 11. p̄. 1. est æquatio de 1. cu. p̄. 50. æqualibus 7. cen. hoc stante sit

Prima regula, inuenta prima æquatione multiplica partem vnam in reliquam, & producto adde quadratum dimidij partis quæ non quadratur, & totius accipe ℞. cui adde dimidium partis quæ non quadratur. Exemplum 1. cu. p̄. 50. æquatur 7. cen. tu

1. cu. p̄. 50. æqualia 7. cen.
5. 2.
10. 1.
1. 1.
℞. 11. p̄. 1.

scis quòd primus valor est 5. quia ductum in se, & in reliquam partem quæ est 2. producit 50. Multiplica igitur 5. in 2. fit 10. adde 1. quadratum 1. dimidij partis non quadratæ fit 11. accipe ℞. & est ℞. 11. adde ei dimidium partis non quadratæ quod est 1. fiet valor rei ℞. 11. p̄. 1.

Et similiter si dicat 1. cu. p̄. 32. æquatur 10. cen. tunc res valet 2. nam quadrato

1. cu. p̄. 32. æqualia 10. cen.
2. 8.
16. 4.
16. 16.
℞. 32. p̄. 4.

2. & ducto in 8. residuum fit 32. Igitur multiplica 2. in 8. reliquam partem fit 16. huic adde 16. quadratum 4. dimidij partis non quadratæ fit 32. accipe ℞. & ei adde dimidium partis quæ non quadratur, fiet valor rei ℞. 32. p̄. 4.

Et ita si dicat 1. cu. p̄. 16. æquatur 6. cen. pars quæ quadratur est 2. & est valor rei, reliqua est 4. duc vnam in alteram, fit 8. adde ei 4. quadratum dimidi

1. cu. p̄. 16. æqualia 6. cen.
2. 4.
8. 2.
4. 4.
℞. 12. p̄. 2.

alterius partis, fit 12. accipe ℞. cui adde 2. dimidium partis non quadratæ, fiet valor rei ℞. 12. p̄. 2.

Secunda regula est quando æquatio cadit in binomio & reciso veluti si dico 1. cu. p̄. 40. æquatur 8. cen. vel 1. cu. p̄. 10. æquatur 9. cen. tunc æquatio non cadit in numero sensibili & tamen casus est possibilis in binomiis & recisis.

Pro cognoscendo igitur possibilitatem & inueniendo postmodum æquationem.

Scias quòd si aliquis numerus minor $\frac{1}{3}$ numeri censuum & maior de $\frac{1}{4}$ diuidat numerum æquationis, ita quod proueniat numerus quadratus & dimidium illius ℞. prouentus additum numero censuum faciat quadruplum dicti diuisoris tunc æquatio est possibilis, & valor rei est duplum numeri diuisoris qui est minor $\frac{1}{3}$ numeri censuum, & maior de $\frac{1}{4}$ addita vel diminuta ℞. eius, quod fit ex duplo residui tripli numeri ad numerum censuum in duplum diuisoris. Exemplum, 1. cu. p̄. 48. æquatur 10. cen. tunc capio 3. quod est minus $\frac{1}{3}$ & maius $\frac{1}{4}$ de 10. numeri censuum & diuido 48. numerum exit 16. quadratus numerus, cuius dimidium ℞. quod est 2. additum ad 10. numerum censuum, facit 12. quadruplum 3. numeri assumpti. Igitur dico quòd æquatio est possibilis & est 6. p̄. ℞. 12. vel 6. m̄. ℞. 12. & 6. est duplum 3. tertiæ partis, quæ est diuisor & 12. fit ex 2. duplo superationis 10. numeri censuum à 9. triplo numeri diuisoris in 6. duplum diuisoris, & ita si dico 1. cu. p̄. 40. æquatur 8. cen. diuido 40. per $2\frac{1}{2}$ qui est minor $\frac{1}{3}$ & maior $\frac{1}{4}$ de 8. exit 16. cuius dimidium ℞. quod est 2. additum ad 8. numerum censuum facit 10. quadruplum numeri diuisoris qui fuit $2\frac{1}{2}$, igitur habebit æquationem in binomio & reciso & valor rei erit 5. p̄. ℞. 5. vel 5. m̄. ℞. 5. & 5. est duplum numeri assumpti & ℞. 5. est ℞. numeri qui fit ex prima parte binomij vel numeri assumpti in 1. quod est duplum superationis 8. numeri censuum suprà $7\frac{1}{2}$ triplum numeri diuisoris. Et ita si dicam 1. cu. p̄. 8. æquatur 7. cen. tunc ex 7. capio 2. minus tertiâ parte, & maius quartâ, quo diuidente 8. numerum æquationis exit 4. numerus quadratus, cuius dimidium ℞. quod est 1. additum ad 7. facit 8. quadruplum 2. numeri diuisoris. Igitur habet æquationem in binomio & reciso, & erit valor rei ex dictis 4. p̄. ℞. 8. vel 4. m̄. ℞. 8. &

& eſt conuerſa primæ regulæ trigeſimi quinti capituli, & eſt generaliſſima & conuertibilis in tali æquatione.

Tertia regula eſt quòd debes reducere cu. & nu. æqualia cen. ad cu. & nu. æqualia co. Deinde inuenies æquationem ſiue valorem rei, deinde quadra ℞. cubam numeri quem habes cum cubo æqualem rebus ſiue cenſibus, nam ille numerus manet idem in vtraque æquatione, vt patet ex vigeſimo primo capitulo. Diuide igitur quadratum ℞. cu. dicti numeri per æquationem iam inuentam, & quod exit eſt æquatio cu. & nu. æqualium cen. Res clara eſt, nec indiget exemplo.

CAPVT XXXVIII.

De æquationibus cen. cen. rerũ & numeri.

CVM in æquatione non generali trium capitulorum debeas diuidere ſemper numerum rerum per 4. deinde inuenire quos velis duos numeros quorum alter cubatus & etiam multiplicatus per quadratum alterius faciat dictum numerum tuncque illi duo numeri faciant binomium aptum illis radicibus, ideo quantitas erit vt deſcribetur. Exemplum, volo ſcire 144. co. cum 1. cen.cen. quot numeris poſſint æquari. Diuide 144. per 4. ſemper exit 36. deinde capio cubum minorem puta 27. eius ℞.cu. eſt 3. cum qua diuido 9. reſiduum ad 36. exit 3. huius capio ℞. & eam adiungo ℞. cubicæ 27. fit valor rei 3. p̃. ℞. 3. vel m̃. & numerus erit per regulam 180. Dicemus igitur quòd 1. ce. ce. p̃. 180. æquatur 144. co. &

co. 144.		
	36.	
27.	9.	
3. p̃. ℞. 3.		180.
28.	8.	
℞. 14. p̃. 2.		260.
35.	1.	
℞. 35. p̃. 1.		1092.

hoc quia eſt binomium aut reciſum primum vel quartum.

Diuido etiam 36. in 28. & 8. capio ℞. cu. 8. quæ eſt 2. cum ea diuido 28. exit 14. & ℞. 14. p̃. 2. & eius numerus erit 260. Dicemus igitur quòd 1. cen.cen. æquatur 144. co. p̃. 260. quia eſt binomium.

Vel dicemus quòd valor rei eſt ℞. 14. m̃. 2. & tunc 1. ce. ce. p̃. 144. co. æquatur 260. quia æquatio eſt reciſum.

Diuido etiam 36. in 35. & 1. capio ℞. cu. 1. quæ eſt 1. diuido 35. reſiduum per 1. exit 35. Capio ℞. 35. & ab ea minuo vel addo 1. habeo valorem rei ℞. 35. p̃. 1. vel ℞. 35. m̃. 1. & numerus eius eſt 1092. Dicemus igitur quòd ſi æquatio eſt ℞. 35. p̃. 1. quòd 1. cen. cen. æquatur 144. co. p̃. 1092. & ſi æquatio eſt ℞. 35. m̃. 1. quòd 1. cen. cen. p̃. 144. co. æquatur 1092.

CAPVT XXXIX.

De æquationibus capitulorum quadrinomiorum & quinomiorum.

PRIMA Regula Ludouici de Ferrariis quam inuenit Geometrica demonſtratione. Cùm fuerint cubus, cenſus & res æquales numero, fueritque numerus rerum æqualis ei quod fit ex numero cenſuum in tertiam ſui partem, ſemper habebitur æquatio poſito numero quocumque volueris.

Exemplum, Si quis dicat 1. cu. p̃. 6. cen. p̃. 12. co. æquatur 10. vel 20. vel 30. ſemper habebitur æquatio quia 12. qui eſt numerus rerum producitur ex 6. numero cenſuum in tertiam ſui partem. Modus autem æquationis talis eſt Cuba tertiam partem cenſuum, & productum adde numero & aggregati accipe ℞. cubam à qua detrahe tertiam partem numeri cenſuum & reſiduum eſt valor rei. Exemplum, 1. cu. p̃. 6. cen. p̃. 12. co. æquantur 22. Accipe tertiam partem 6. numeri cenſuum & eam cuba fit 8. adde ad 22. fit 30. accipe ℞. cu. 30. fit ℞. cu. 30. minue 2. ab ea, erit valor rei ℞. cu. 30. m̃. 2. Ponam igitur valorem rei cenſus & cubi, deinde multiplicabo per ſuos numeros & iungam ſimul,

Valor rei,	Valor cenſus,
℞. cu. 30. m̃. 2.	℞. cu. 900. p̃. 4. m̃. ℞. cu. 1920.
12.	6.
℞. cu. 51840. m̃. 24.	℞. cu. 194400. p̃. 24. m̃. ℞. cu. 414720.

Valor cubi,

22. p̃. ℞. cu. 51840. m̃. ℞. cu. 194400.

1.

22. p̃. ℞. cu. 51840. m̃. ℞. cu. 194400.

Partes,

1. cu. 22. p̃. ℞. cu. 51840. m̃. ℞. cu. 194400.

6. ce. 24. m̃. ℞. cu. 414720. p̃. ℞. cu. 194400.

12. co. m̃. 24. p̃. ℞. cu. 51840:

Summa, 22. p̃. ℞. cu. 51840. p̃. ℞. cu. 51840. m̃. ℞. cu. 414720.

Sed duæ ℞. cu. 51840. p̃. faciunt ℞. cu. 414720. p̃. quia debent multiplicari per 8. in duplicatione, igitur cùm ℞. cu. 414720. p̃. & m̃. nihil faciant, patet quòd 1. cu. p̃. 6. cen. p̃. 12. co. æquantur 22. quod eſt propoſitum.

Secunda,

Secunda & ex hac ſequitur quod cum fuerit 1. cu. p̃. co. æqualia cen. & numero & fuerit numerus rerum productus ex tertia parte numeri cen. in numerum cen. tunc cuba tertiam partem numeri cenſuum & eam minue à numero propoſito vel ab ea minue numerum propoſitum, & reſidui accipe ℞. cubam quam addes aut minues à tertia parte numeri cenſuum & tale binomium aut reciſum eſt valor rei. Ex quo ſequitur quod talis æquatio poteſt cadere tribus modis nam ſi tertia pars numeri cenſuum eſt minor ℞. cu. reſidui non poterit auferri ℞. cu. reſidui ſed ſolum addi tertiæ parti numeri cenſuum & erit binomium ſecundum: ſi vero tertia pars numeri cenſuum ſit maior ℞. cuba reſidui, poterit dicta ℞. auferri & addi, quare fiet binomium aut reciſum primum.

Exemplum 1. cu. p̃. 12. co. æquatur 6. cen. p̃. 38. accipe $\frac{1}{3}$. de 6. quod eſt 2. cuba fit 8. minue ex 38. remanet 30. accipe ℞. cu. 30. quæ eſt ℞. cu. 30. & quia ipſa eſt maior de 2. qui eſt tertia pars cenſuum neceſſario addetur ad 2. & fiet valor rei binomium ſecundum quaſi ℞. cu. 30. p̃. 2. eius probationem vide in capitulo 24.

Aliud exemplum 1. cu. p̃. 12. co. æquatur 6. cen. p̃. 11. accipe $\frac{1}{3}$. de 6. quod eſt 2. cuba fit 8. detrahe ex 11. remanet 3. accipe ℞. cu. 3. quæ eſt ℞. cu. 3. & quia ℞. cu. 3. eſt minor 2. dicemus quod valor rei eſt 2. p̃. ℞. cu. 3. vel 2. m̃. ℞. cu. 3. eius probatio eſt vt vides.

1. cu. p̃. 12. co. æqualia 6. cen. p̃. 11.	
Res 2. Cen. 4.	p̃. ℞. cu. 3. p̃. ℞. cu. 9. p̃. ℞. cu. 192.
Cubus. 11. 12. res 24.	p̃. ℞. cu. 5184. p̃. ℞. cu. 1944. p̃. ℞. cu. 5184.
Summa 35.	p̃. ℞. cu. 41472. p̃. ℞. cu. 1944.
6. cen. 24. Numerus 11.	p̃. ℞. cu. 41472. p̃. ℞. cu. 1944.
Summa 35.	p̃. ℞. cu. 41472. p̃. ℞. cu. 1944.

Et per idem faceres in exemplo vbi æquatio eſſet 2. m̃. ℞. cu. 3. excepto quod minueres 5. numerum æquationis ex cubo tertiæ partis cenſuum & haberes 1. cu. p̃. 12. co æqualem 6. cen. p̃. 5. quare aduerte.

Capitula igitur quæ ſunt in 4. denominationibus ſunt vt dixi 28. & quæ ſunt in quinque ſunt 15. & de quibuſdam eorum dicam prout verificantur in binomijs & reciſis dando ſufficientiam in reliquis.

3 Cum numerus æquatur rebus cenſibus & cubo tunc tu ſcis quod cubus & res ſunt vnius naturæ, & in ſecundo reciſo proportio numeri cenſus ad numerum rei eſt maior quam ℞. ad ℞. igitur è contra proportio ℞. rei ad ℞. cenſus eſt maior quam numeri ad numerũ, igitur cum & proportio ℞. cubi ad ℞. cenſus ſit maior quàm numeri cenſus ad numerum rei ex tertia conſideratione capituli, igitur proportio ℞. cubi & rerum ad ℞. cenſus eſt maior quam numeri ad numerum, congregatæ igitur ℞. totidem quot in cenſu & additæ cenſui facient numerum. Exemplum. Proportio ℞. 1445. ad

Numerus æqualis cubo ce. & rebus
Res ℞. 5. m̃. 2.
Cenſus 9. m̃. ℞. 80. rec. ſecund. quint.
Cubus ℞. 1445. m̃. 38.

℞. 80. eſt veluti 17. ad 4. proportio ℞. 5. ad ℞. 80. eſt veluti 1. ad 4. igitur proportio ℞. 1445. p̃. ℞. 5. & etiam ℞. 1620. ad ℞. 80. eſt veluti 18. ad 4. ſiue vt 9. ad 2. cenſus igitur 4$\frac{1}{2}$. ſunt 40$\frac{1}{2}$. m̃. ℞. 1620. igitur additæ ad 1. cu. p̃. 1. co. faciunt $\frac{1}{2}$. igitur 1. cu. p̃. 4$\frac{1}{2}$. cen. p̃. 1. co. æquantur $\frac{1}{2}$. nam 40$\frac{1}{2}$. p̃. & 40. m̃. faciunt $\frac{1}{2}$. p̃. & 1. cu. p̃. 5. cen. p̃. 3. co. æquantur 1. in hac æquatione. Nec puta quod res ſibi determinent propriam quantitatem cenſuum quia re variata variatur æqualitas. Veluti ſi ponatur res ℞. 5. m̃. 1. erit 1. cu. p̃. 2. co. p̃. 5. cen. æqualia 12. & 1. cu. p̃. 4. co. p̃. 6. cen. æqualia 16.

Numerus æqualis cubo ce. & rebus
Res ℞. 5. m̃. 1.
Cenſus 6. m̃. ℞. 20. rec. ſecundum quint.
Cubus ℞. 320. m̃. 16.

Cum res æquatur cubis cenſibus & numero verificatur capitulum in binomio 4

Res æquales cubo cen. & numero
Res 3. p̃. ℞. 2.
Cenſus 11. p̃. ℞. 72. binom. prim. quint.
Cubus 45. p̃. ℞. 1682.

Res æquales cubo cen. &. numero
Res 3. m̃. ℞. 2.
Cen. 11. m̃. ℞. 72. rec. prim. quartum
Cubus 45. m̃. ℞. 1782.

Res æquales cubo cen. & numero
Res ℞. 5. m̃. 2.
Cenſus 9. m̃. ℞. 80.
Cubus ℞. 1445. m̃. 38. rec. ſecund. quint.
Cen & cubus ℞. 845. m̃. 29.
13. res ℞. 845. m̃. 26.

13. res æquales 1. cu. p̃. 1. ce. p̃. 3.

primo & quarto cum suis recisis atque etiam in reciso secundo & quinto. Exemplum vt hic 1.cu.p̄.1.ce.æquantur in ℞.35.rebus quia ambo faciunt ℞.2450. sed 35.res sunt 105.in numero & 1.cu.p̄.1.cen.sunt 56.in numero, igitur 1.cu.p̄.1.ce p̄.49. æquatur 35.rebus,igitur res æquantur cubo cen. & numero.

Et similiter 1.cu.p̄.2.ce.p̄.56.æquantur 41.rebus & ita 1.cu.p̄.3.cen.p̄.63. æquantur 47.rebus.Idem patet in reciso primo & quarto.

Et similiter in reciso secundo & quinto fient 1.cu.p̄.1.ce.℞.845.m̄.29. igitur cum 13.res sint ℞.845.m̄.26. igitur detractis 1.cu.p̄.1.ce. ex 13. rebus remanebunt 3. quare 13. res æquabuntur 1.cu.p̄.1.ce.p̄.3.& si ponas 1.cu.p̄.2.cen.p̄.2. æquabuntur 9. rebus & similiter si dicas 1.ce.p̄.2.cu.p̄.7. æquantur 30. rebus & 1.ce.p̄.3.cu.p̄.11. æquatur 47. rebus.

Nota quod in capitulis vbi ingrediuntur cubus & census potes etiam reducere eos ad 1.ce. sicut ad 1.cu. tam in ternariis quam quaternariis. Exemplum 1.cen. æquatur $\frac{1}{4}$. cu. p̄. 2. vel 1. cen. æquatur $\frac{1}{2}$. cu. p̄.1.co.p̄ 3.& dicitur reductio ad imparem denominationem & hoc maxime debet fieri in capitulis quæ verificantur in secundo & quinto binomijs vel recisis.

Secundo nota quod posita tali vnitate maioris denominationis in ternarijs vel quaternarijs capitulis vt sunt hæc quæ sunt quaternaria eo quod comprehendunt 4. denominationes tunc semper respectu eiusdem binomij vel recisi seruatur æqualitas augmenti in omnibus alijs veluti in exemplo primo dictum est quod res valet 3.p̄.℞. 2. & quod 1.cu.p̄.1.cen.p̄. 49.æquantur 35.rebus & 1.cu.p̄.2.cen.p̄.56.æquantur 41.rebus & 1.cu.p̄.3.cen.p̄.63.æquantur 47.rebus , vbi vides quod numerus semper augetur per 7.& res per 6.

Tabula æqualium augmentorum

1.cu.p̄.1.ce.p̄.49.	rebus 35.
1.cu.p̄.2.ce.p̄.56.	rebus 41.
1.cu.p̄.3.ce.p̄.63.	rebus 47.

Exemplum aliud

1.ce.p̄.1.cu.p̄.3.	rebus 13.
1.ce.p̄.2.cu.p̄.7.	rebus 30.
1.ce.p̄.3.cu.p̄.11.	rebus 47.

& procedit in infinitum. Et similiter in secundo exemplo numerus augetur per 4.& res per 17.& proceditur in infinitum in tali secundo vel quinto reciso de ℞.5.m̄.2.

Quinta. Cum vero census æquatur cubis rebus & numero tunc h c ver ficatur in binomio primo & quarto & eius recisis & etiam in binomio secundo & quinto, habet igitur triplicem æquationem. Exemplum 5. census æquantur 1.cu.p̄.1.co.p̄.7. hoc est verum vbi res valet 3.p̄.℞. 2.& est binomium quartum nam 1.cu.p̄.1.co. sunt 48.p̄.℞. 1800.& 5.census sunt 55.p̄.℞.1800. igitur 5.census exuperant 1.cu.p̄.1.co. in 7. igitur 5. census æquantur 1.cu.p̄.1.co.p̄.7.

Census æquales cubis rebus & num.
Res 3.p̄.℞. 2.
Cen. 11.p̄.℞. 72. binomium primum quartum.
Cubus 45.p̄.℞.1682.
5.cen. 55.p̄.℞.1800.
Cubus & res 48.p̄.℞.1800.

æquatio 7.

Et per idem dices in residuo primo vel quarto vt in exemplo 5.census sunt 55.m̄.℞. 1800.& cubus 1. cum 1. co. sunt 48.m̄.℞. 1800. igitur 5 census æquantur 1.cu.p̄.1.co.p̄.7. vt prius , & ita hoc verifica-

Census æqualis cubis rebus & numero
Res 3.m̄.℞. 2.
Cen. 11.m̄.℞. 72. recisum primum quart.
Cubus 45.m̄.℞.1682.
5.cen. 55.m̄.℞.1800.
Cubus & res 48.m̄.℞.1800.

æquatio 7.

Census æqualis cubis rebus & numero
Res ℞.5.p̄.2.
Cen. 9.p̄.℞.80. binomium secundum quintum
Cubus ℞.1445.p̄.38.

bitur ex dicendis dummodo ℞.cuborum exuperet proportionaliter ℞.rerum & ideò si poneres in hoc binomio vel reciso 1.cu.p̄.2.co.p̄.5$\frac{5}{6}$. hoc æquabitur 5$\frac{1}{6}$. census: & si poneres 1.cu.p̄.3.co.p̄. 4$\frac{2}{3}$. æquabitur 5$\frac{1}{3}$. census & ita vides quod augendo res minuitur numerus donec perueniat ad hoc vt numerus cadat ex parte census, & tunc census & numerus æquabitur cubo rebus & erimus extra hoc capitulum. Et facile est hoc videre quoniam vt dixi procedunt ex supposita re per æqualia augmenta veluti hic aucta 1.co. semper census augetur per $\frac{1}{6}$. & numerus minuitur per $\frac{1}{6}$. & ideo auctis 4.co. fient 1.cu.p̄.7.co. æquales 6.censibus præcisè & post cadet numerus ex parte census vtpote 1.cu.p̄.8.co. æquabitur 6$\frac{1}{6}$. census p̄.1$\frac{1}{6}$. numeri & ita deinceps.

Et per idem dices in secundo & quinto binomio,erit enim 1.cu.p̄.1.co.p̄.$\frac{1}{2}$. æqualia 4$\frac{1}{2}$. census & 1.cu.p̄.2.co.p̄.$\frac{3}{4}$. æqualia 4$\frac{3}{4}$. census &. 1.cu.p̄.3.co.p̄.1. æqualia 5. censibus cumque hoc verificetur etiam de vnitate patet quod si quis dicat 1.cu.p̄.3.co.

p̄.1.

p̃. 1. æquatur 5. censibus, poteris dicere quòd res sit 1. vel quod sit ℞. 5. p̃. 2. & verificabitur in vtroque.

Cùm verò cubus æquatur censibus, rebus & numero, tunc solùm seruiet hîc binomium secundum & quintum, vt in exemplo 1. cen. p̃. 1. co. sunt ℞. 125. p̃. 11. cubus fuit ℞. 1445. p̃. 38. Igitur proportio ℞. ad ℞. est veluti 17. ad 5. proportio autem hæc est veluti $3\frac{2}{5}$ ad 1. Igitur $3\frac{2}{5}$ cen. p̃. $3\frac{2}{5}$ co. erunt ℞. 1445. p̃. $37\frac{2}{5}$, detracta hac à cubo, remanent $\frac{3}{5}$, igitur 1. cu. æquatur $3\frac{2}{5}$ cen. p̃. $3\frac{2}{5}$ co. p̃. $\frac{3}{5}$ numeri & 5. cubi æquabuntur 17. cen. p̃. 17. co. p̃. 3. ex his sequuntur hæ verificationes.

Cubus æqualis cen. rebus & numero.
Res ℞. 5. p̃. 2.
Census 9. p̃. ℞. 80. Binomium sec. quintũ.
Cubus ℞. 1445. p̃. 38.

Numerus æqualis cu. cen. rebus	Res æquales cubo cen. & numero.
In reciso secundo & quinto.	In bin^{o} p^{o} & 4° & suis rec^{is} & rec^{o} 2° & 5°.
Census æqualis cu. rebus & numero,	Cubus æqualis censibus rebus & numero
In bin^{o} p^{o} & 4° & suis rec^{is} & bin^{o} 2° & 5°	In binomio secundo & quinto.

Manifestum est igitur quòd hæc capitula valde generalia sunt excepto vltimo, videlicet quando cubus æquatur censibus, rebus & numero, nam tale capitulum, etsi sit generale, attamen est valde inuolutum cuius inuolutionis causa & modus declarandi subiungitur.

Pendent autem capitula quaternaria ex ternariis, vt vides, nam cùm numerus æqualis cubo & rebus non faciat capitulum per regulam præcedentem, igitur capitulum de numero æquali cubo, censibus & rebus, æquiualet quasi capitulo de numero æquali cubo & censibus. Hoc autem verificatur in reciso secundo & quinto, igitur hoc reducitur ad illud.

Similiter res æquales cubo, censibus & numero, componuntur ex capitulis rei æqualis cen. & numero, & his seruit binomium primum & quartum & sua recisa & capitulo rei æquiualentis cubo & numeris, sed tale capitulum verificatur in binomio primo & quarto & suis recisis, & etiam reciso secundo & quinto. Igitur capitulum hoc habebit triplicem æquationem vt & illa ex quibus componitur.

Et similiter capitulum census æqualis cubo & rebus & numero, componitur ex capitulis census æqualis cubo & numero, & census æqualis rebus & numero, sed in his æquatio cadit in binomio primo, secundo, quarto vel quinto, vel reciso primo & quarto, igitur & hîc.

Et similiter capitulum de cubo æquali censibus rebus & numero componitur ex duobus capitulis, quorum vnum est cubus æqualis censibus & numero, & hoc non datur per præcedentem regulam in corollario. Alterum est cubus æqualis rebus & numero, & hoc habet æquationem in binomio secundo & quinto; igitur hoc capitulum necessariò habet æquationem in binomio secũdo & quinto tantùm, & ita de aliis.

Ex hoc sequitur quod regula hæc tenet vniuersaliter in componendis capitulis, nec vnquam oportet prætermittere numerum.

7 Ex qua habetur capitulum de numero & cu. æqualibus censibus & rebus, nam hoc componitur ex capitulis duobus, quorum vnum est numerus & cubus æqualia censibus, & hoc verificatur in binomio primo & quarto & suis recisis, & etiam in binomio secundo & quinto. Alterum est cubus & numerus æqualia rebus, & hoc verificatur in binomio primo & quarto & suis recisis, & etiam in reciso secundo & quinto. Igitur possibilis est in hoc casu omnis æquatio, videlicet in vtroque binomio & vtroque reciso.

Et similiter capitulum de numero & 8
cen. æqualibus cubo & rebus componitur ex duobus capitulis quorum vnum est census & numerus æqualia rebus, & hoc verificatur in binomio primo & quarto, & suis recisis, & aliud est capitulum cen. & numeri æqualis cubis, & hoc non habet æquationem, vt patet in regula præcedenti. Igitur cùm numerus & census æquantur cubis & rebus, æquatio cadet in binomio primo & quarto cum suis recisis.

Et similiter capitulum de numero & re- 9
bus æqualibus censibus & cubo, componitur ex capitulo numeri & rei æqualis censui, & hoc verificatur in binomio secundo & quinto, & similiter ex capitulo numeri & rerum æqualium cubo, sed tunc æquatio cadit in binomio secundo & quinto. Igitur totum capitulum hoc cadet in æquatione binomij secundi & quinti quod est propositũ.

Cubus & numerus æqualia cen. & rebus.
Æquatio in binomio primo, secundo, quarto, quinto & suis recisis.
Cu. & res æquales cen. & numero.
Æquatio in primo & quarto binomio & suis recisis.
Cu. & census æqualia rebus & numero.
Æquatio in secundo & quinto binomio.

Nota, quòd hoc vltimum capitulum sortitur aliquando æquationem in ℞. numeri simplicis cùm fuerint partes proportionatæ, veluti si dico 1. cu. p̃. 3. cen. æquatur 5. co. p̃. 15. numero, tunc res valet ℞. 5. & census est 5. & ita sortitur quantitatem potentia tantùm rationalem, quod nulli ex aliis accidit capitulis.

Et ex hoc patent capitula cen. cen. cu. 10
rerum & numeri quæ sunt 7. Et similiter alia 7. cen. cen. cen. numeri & rerum, & alia 7. cen. cen. cu. cen. & numeri, nam si dicat cen. cen æquatur cubis cen. & numero, tunc tu scis quòd hoc capitulum componitur ex cen. cen. æquato cubis & numero quod verificatur in binomio primo, secundo, quarto & quinto, & reciso

 etiam

etiam primo & quarto: & ex capitulo cen. cen. æqualis cen. & numero, quod verificatur in binomio ſecundo & quinto. Igitur verificabitur in omnibus. Memento tamen illum eſſe valorem cenſus, quare res non poterit eſſe niſi vel binomium primum, ſecundum, quartum vel quintum, aut reciſum primum aut ſecundum, aut ℞. reciſi ſecundi vel quinti, & eſt quantitas reſidua medialis prima, vel quæ cum rationali componit totum mediale; & ita de aliis facilis eſt inquiſitio, vt clarum eſt. Si autem vis regulas æquationis, omnes faciliter inuenies per capitulum vigeſimum ſeptimum.

11ª Regula, cùm 1. cen. cen. p̃. cen. æquatur cubis & numero cuiuis & fuerit dimidium numeri cuborum ℞. numeri cenſuum, tunc ſemper aſſequeris æquationem hoc modo: Minue ℞. numeri propoſiti ex quarta parte numeri cenſuum, & reſidui accipe ℞. quam minue & adde ex quarta parte numeri cuborum, & habebis valorẽ rei quæſitæ. Exemplum, 1. cen. cen. p̃. 36. cen. æquatur 12. cu. p̃. 49. tunc quia 6. qui eſt medietas 12. numeri cuborum eſt ℞. 36. numeri cenſuum, dico quòd æquatio habebitur ex regula præcedente ſic. Accipe ℞. numeri propoſiti quæ eſt 7. minue eam ex quarta parte numeri cenſuum quæ eſt 9. remanent 2. cuius accipe ℞. quæ eſt ℞. 2. hanc adde & minue ad 3. quartam partem

Res,	3. p̃. ℞. 2.
Cenſus,	11. p̃. ℞. 72.
Cubus,	45. p̃. ℞. 1682.
Cen. cen.	193. p̃. ℞. 8712.

numeri cuborum, habebis rem valere 3. p̃. ℞. 2. & 3. m̃. ℞. 2. Quòd ita ſit patet, nam 1. cen. cen. p̃. 36. cen. eſt 589. p̃. ℞. 8712. p̃. ℞. 93312. quod eſt totum ℞. 242208. & 12. cubi ſunt 540. p̃. ℞. 242208. quibus ſi addantur 49. fient 12. cubi p̃. 49. æquales 1. cen. cen. p̃. 36. cen. quod eſt propoſitum.

CAPVT XL.

De Capitulis deriuatiuis vel aſſimilatis.

CVM autem fuerint capitula incognita in denominationibus habentibus ſe ſimiliter cum cognitis, tunc æquatio erit certa ponendo incognitas cognitarum loco. Deinde inuenta æquatione quære minorem denominationem cognitam quæ pars ſit reſpectu minoris denominationis incognitæ, & ſecundùm illud accipe partem ex denominatione incognita. Exempla ſubiiciam.

Scis quòd capitulum cenſus, rerum & numeri eſt cognitum, & ſcis quòd res eſt ℞. cenſus, igitur ſcies omne capitulum in quo minor denominatio eſt ℞. maioris. Veluti cenſus & res & numerus habent tria capitula nota, igitur & reliqua ſequentia, in quibus commune eſt quòd minor denominatio eſt ℞. maioris. Dicamus igitur quòd 1. ce. cu. æquetur 3. cu. p̃. 10. tunc vides quòd cubus eſt ℞. cen. cubi ſicut res eſt ℞.

Principalis.	Numerus,	℞.	cenſus.
	Numerus,	res	cenſus.
Deriuatiua.	Numerus,	cenſus,	cenſus cenſ.
	Numerus,	cubus,	cen. cubi.
	Numerus,	cen. cen.	cen. cen. cen
	Numerus,	Relᵐ pᵐ	cen. Relⁱ pⁱ.
Principalis.	Numerus,	℞. cu.	cubus.
	Numerus,	res	cubus.
Deriuatiua.	Numerus,	cenſus,	cen. cubi.
	Numerus,	cubus,	cubus cubi.

cenſus, dices igitur 1. cen. æquatur 3. co. p̃. 10. Igitur res valet per capitulum in practica compoſitorum minorum ℞. $12\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ quod eſt 5. & hic eſt valor cubi quia poſuiſti cubum eſſe rem. Igitur ſi 5. eſt valor cubi, & nos quærimus valorem rei, erit valor rei ℞. cubica 5.

Aliud exemplum habeo cen. cubi p̃. 3. cen. æquatur 10. tunc tu vides quòd cen. eſt ℞. cubica cen. cubi. Igitur dices 1. cu. p̃. 3. co. æquatur 10. quia etiam res eſt ℞. cubica cubi, quare valor rei erit ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. & hic eſt valor cenſus qui eſt ℞. cubica cenſus cubi. Si igitur quæris valorem rei, tu ſcis quòd res eſt ℞. cenſus; igitur valor rei erit ℞. v. ℞. v. cu. ℞. 26. p̃. 5. m̃. ℞. v. cu. ℞. 26. m̃. 5. & hic eſt valor rei, cuius 1. cu. cen. p̃. 3. cen. æquatur 10. Et ita dicam, quòd ſi 1. cu. cen. æquatur 6. cen. cen. p̃. 18. tunc vides quòd ℞. cen. cen. eſt cen. & hoc eſt ℞. cubica cubi cen. & ita

Principalis.	Numerus,	℞. ℞.	cen. cen.
	Numerus,	res	cen. cen.
Deriuatiua.	Numerus,	cen.	cen. cen. cen
Principalis.	Numerus,	cubus	℞. ℞. cen. cen.
	Numerus,	cubus	cen. cen.
Deriuatiua.	Numerus,	cen. cubi.	cen. cen. cen.
Principalis.	Numerus,	cen. ℞. cubicæ	cubus
	Numerus,	cen.	cubus.
Deriuatiuus.	Numerus,	cen. cen.	cubus cen.

etiam ℞. cenſuum eſt ℞. cubica cubi, quare hoc capitulum eſt, ac ſi diceret 1. cu. æquatur 6. cen. p̃. 18. & tunc æquatio eſt ℞. cu. 32. p̃. 2. p̃. ℞. cu. 2. & hic eſt valor ℞. cen. cen. quia eſt valor rei poſitæ in qua cen. cen. obtinet locum cenſus, ſed nos volumus ℞. ℞. igitur ℞. v. ℞. cu. 32. p̃. 2. p̃. ℞. cu. 2. eſt valor rei de 1. cu. cen. æquali 6. cen. p̃. 18. Et ita explicaui capitula 27. deriuatiua ſiue aſſimilata triplicia per quæ manifeſta ſunt quadruplicia & reliqua.

Cùm

Cùm fuerit 1. cu. p̃. ce. p̃. co. æqualia numero, & fuerit dimidium numeri cen. ℞. numeri rerum, tunc ſemper habebitur æquatio, & hoc eſt quia mutata poſitione habebis eundem numerum æqualem 1. cu. ce. p̃. ce. ce. p̃. ce. multiplicando denominationes in ſeipſas. Et ſit exemplum, 1. cu. p̃. 6. ce. p̃. 9. co. æquatur 50. ſi igitur diceres prima pars eſt 1. co. ſecunda erit 1. ce. quia eſt prima ℞. ſecundæ, & tertia erit 1. cu. Sunt igitur tres quantitates continuè proportionales, quarum prima multiplicata per 9. ſecunda per 6. & addita tertia fiunt 50. Pone igitur primam 1. ce. ſecunda erit 1. ce. ce. quia prima eſt ℞. ſecundæ & tertia erit 1. cu. ce. Igitur habebis 1. cu. ce. p̃. 6. ce. ce. p̃. 9. ce. etiam æqualia 50. Quia igitur hoc habet æquationem extrahendo ℞. igitur & prima. Et quia in ſecunda æquatione inuenitur valor rei, & ſupponimus primam eſſe 1. ce. erit igitur æquatio prima quadratum æquationis ſecundæ; in talibus igitur regula generalis eſt. Accipe ℞. de 1. cu. p̃. ce. p̃. co. quam ſemper habebit eo quòd ſupponimus dimidium numeri ce. eſſe ℞. numeri rerum, & quod exit eſt 1. cu p̃. numero rerum, & hoc æquabitur ℞. numeri. Sequere æquationem per capitulum vigeſimum octauum, ea inuenta quadra eam, & quod prouenit eſt valor rei dictæ æquationis. Exemplum, 1. cu. p̃. 6. ce. p̃. 9. co. æquatur 50. accipe ℞. huius tanquam eſſet 1. cu. cen. p̃. 6. ce. ce. p̃. 9. ce. quæ erit 1. cu. p̃. 3. co. per modum 27. regulæ quinquageſimi primi capituli practicæ accipe ℞. 50. quæ eſt ℞. 50. dices igitur quòd 1. cu. p̃. 3. co. æquatur ℞. 50. Quære æquationem per capitulum vigeſimum octauum, quæ erit ℞. v. cu. ℞. 13$\frac{1}{2}$ p̃. ℞. 12$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. 13$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 12$\frac{1}{2}$, hanc igitur æquationem quadra & fiet ℞. v. cu. 26. p̃. ℞. 675. p̃. ℞. v. cu. 26. m̃. ℞. 675. m̃. ℞. v. cu. 13$\frac{1}{2}$ m̃. 12$\frac{1}{2}$ m̃. ℞. v. cu. 13$\frac{1}{2}$ m̃. 12$\frac{1}{2}$ quod eſt dicere ℞. v. cu. 26. p̃. ℞. 675. p̃. ℞. v. cu. 26. m̃. ℞. 675. m̃. l. 2. ſed ℞. v. cu. 26. p̃. ℞. 675. eſt 2. p̃. ℞. 3. & ℞. v. cu. 26. m̃. ℞. 675. eſt 2. m̃. ℞. 3. igitur illæ duæ ℞. cu. iunctæ faciunt 4. à quibus demptis 2. qui eſt numerus m̃. l. remanet valor rei 2. Et inuentio huius regulæ fuit per Ludouicum de Ferrariis, & ego eam deduxi ad practicam hoc modo.

INCIPIVNT QVADRAGINTA QVÆSTIONES.

1 PRIMA, inuenias omne genus ℞. de $\frac{63}{64}$ tu ſcis quòd eius ℞. quadrata eſt ℞. $\frac{63}{64}$ &

Numerus,	$\frac{63}{64}$
℞. quadrata,	℞. $\frac{63}{64}$
℞. cubica,	℞. cu. $\frac{63}{64}$
℞. pronica minor,	℞. 1$\frac{15}{64}$ m̃. $\frac{1}{2}$
℞. pronica media,	℞. v. cu. ℞. $\frac{123547}{442368}$ p̃. $\frac{63}{128}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{123547}{442368}$ m̃. $\frac{63}{128}$.
℞. pronica maior,	℞. $\frac{15}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$.

cubica eſt ℞. cu. $\frac{63}{64}$ & in pronica maiore habebis 1. cen. cen. p̃. 1. co. æqualia $\frac{63}{64}$, quare res valebit per capitulum trigeſimum octauum ℞. $\frac{15}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$, & in media habebis 1. cu. p̃. 1. co. æqualia $\frac{63}{64}$. Quare per capitulum vigeſimum octauum res valet ℞. v. cu. ℞. $\frac{123547}{442368}$ p̃. $\frac{63}{128}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{123547}{442368}$ m̃. $\frac{63}{128}$ & ita pro pronica minore erit 1. ce. p̃. 1. co. æqualia $\frac{63}{64}$ quare res valebit ℞. 1$\frac{15}{64}$ m̃. $\frac{1}{2}$ & ita ſcies operari in aliis.

Secunda, Inuenias ℞. cubam de ℞. 12. p̃. 2. Tu ſcis quòd ℞. cubica differentiæ quadratorum partium, eſt differentia quadratorum radicum. Ideo quadra ℞. 12. fit 12. quadra 2. fit 4. detrahe 4. à 12. remanet 8. cuius ℞. cu. eſt 2. differentia quadratorum radicum. Pone igitur quod quadratum partis minoris ipſius radicis ſit 1. ce. igitur quadratum partis maioris radicis eſt 1. ce. p̃. 2. & pars minor radicis erit 1. co. Tripla igitur quadratum maioris partis, ſit 3. ce. p̃. 6. adde ei quadratum minoris quod eſt 1. cen. fit 4. cen. p̃. 6. multiplica in minorem quantitatem quæ fuit 1. co. fit 2

1. co.
1. ce. 1. ce. p̃. 2.
1. 3.
1. ce. 3. ce. p̃. 6.
3. ce. p̃. 6.
4. ce. p̃. 6.
1. co.
4. cu. p̃. 6. co. æqualia 2.
1. cu. p̃. 1$\frac{1}{2}$ co. æqualia $\frac{1}{2}$

1. co.
1. ce. 1. ce. m̃. 2.
1. ce. 3. ce. m̃. 6.
3. ce. m̃. 6.
4. ce. m. 6.
1. ce.
4. cu. m̃. 6. co. æqualia ℞. 12.

4. cu. p̃. 6. co. æqualia 2. Igitur 1. cu. p̃. 1$\frac{1}{2}$ co. eſt æqualis $\frac{1}{2}$. Accipe $\frac{1}{3}$ de 1$\frac{1}{2}$ & eſt $\frac{1}{2}$, cuba fit $\frac{1}{8}$ inuenias numeros quorum differentia ſit $\frac{1}{2}$ & productum ſit $\frac{1}{8}$ & erunt numeri ℞. $\frac{3}{16}$ p̃. $\frac{1}{4}$ & ℞. $\frac{3}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$. Igitur valor rei eſt ℞. v. cu. ℞. $\frac{3}{16}$ p̃. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $\frac{3}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$ & hæc erit minor pars. Alia autem poteſt inueniri addendo 2. quadrato huius totius ſumendo ℞. v. ſed longè melius iterando poſitionem ponendo maiorem partem 1. co. eius quadratum 1. ce. & quadratum minoris partis erit igitur 1. ce. m̃. 2. & habebis operando vt priùs 4. cu. m̃. 6. co. æqualia ℞. 12. quare 1. cu. æquabitur 1$\frac{1}{2}$ co. p̃. $\frac{3}{4}$ numeri & res habebitur per capitulum accipe $\frac{1}{3}$ de 1$\frac{1}{2}$ quod eſt $\frac{1}{2}$ & cuba fit $\frac{1}{8}$ diuide $\frac{3}{4}$ in duas partes

℞. 12. p̃. 2.
℞. cuba eius eſt ℞. cu. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. cu. v. ℞. $\frac{3}{16}$ p̃. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. cu. v. ℞. $\frac{3}{16}$ m̃. $\frac{1}{4}$.

producentes $\frac{1}{8}$ & erunt per centeſimam regulam quadrageſimi ſecũdi capituli practicæ

partes

partes $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$ igitur ℞. cu. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ eſt maior pars.

3 Tertia, Fac de 10. duas partes, quarum cubi iuncti ſimul faciant 500. Scias primo quæſitum an ſit poſſibile, & eſt quia maximum quod poſſit fieri per aggregationem cuborum eſt cubus totius, videlicet 1000. & minimum eſt quarta pars eius, videlicet 250. non igitur poſſunt fieri ex 10. duæ partes quarum cubi iuncti ſint plus quàm 1000. vel minus quàm 250. quia igitur 500. eſt maius 250. & minus 1000. caſus eſt poſſibilis. Diuide igitur 10. in 1. co. & 10. m̃. 1. co. cuba per regulam cubandi binomia, habebis 1. cu. ex vna parte, ex alia

1. co.	10. m̃. 1. co.	
1. ce.	100. p̃. 3. ce.	1. ce. p̃. 300.
1. cu.	1000. p̃. 30. ce. m̃. 1. cu. m̃. 300. co	

1000. p̃. 30. ce. m̃. 1. cu. m̃. 300. co. æqualia 500. quare cùm 1. cu. p̃. & m̃. nihil faciant, habebis 500. p̃. 30. cen. æqualia 300. co. quare 1. cen. p̃. $16\frac{2}{3}$ æquatur 10. co. quare res valet 5. p̃. ℞. $8\frac{1}{3}$, & reliqua pars eſt 5. m̃. ℞. $8\frac{1}{3}$. Et ex hac patet etiam talis quæſtio:

Fac de 90. duas partes quarum ℞. cubæ iunctæ faciant 6. In hac ſimiliter aduertere oportet, quod minimum quod poſſint aggregare ℞. cubæ talium partium eſt ℞. Cuba 90. & maximum quod poſſint aggregare eſt ℞. cuba quadrupli de 90. id eſt ℞. cuba 360. Quia igitur cubus de 6. eſt maior quàm 90. & minor quàm 360. caſus eſt poſſibilis quia igitur de 90. habes facere duas partes quarum ℞. cubæ iunctæ faciant 6. igitur faciendo de 6. duas partes, quarum cubi iuncti faciant 90. habebis quod quæris, id eſt partes de 90. quarum ℞. cubæ iunctæ faciunt 6. Erunt igitur tales partes 45. p̃. ℞. 1682. & 45. m̃. ℞. 1682. quæ iunctæ faciunt 90. & radices cubæ earum faciunt iunctæ 6.

4 Quarta, Fac de 10. duas partes quarum quadrata inuicem multiplicata faciant 60. Pone quòd vna ſit 5. p̃. 1. co. alia erit 5. m̃. 1. co. quadra fiunt 25. p̃. 1. ce. p̃. 10. co. & 25. p̃. 1. cen. m̃. 10. co. Deinde multiplica inuicem, fient 625. p̃. 50. cen.

5. p̃. 1. co.
25. p̃. 1. ce. p̃. 10. co.
5. m̃. 1. co.
25. p̃. 1. cen. m̃. 10. co.
625. p̃. 50. cen. p̃. 1. ce. ce. m̃. 100. ce

p̃. 1. cen. cen. m̃. 100. cen. nam aliæ incruciationes cadunt, igitur 625. p̃. 1. ce. ce. æquantur 36. p̃. 50. cen. quare 589. p̃. 1. ce. ce. æquantur 50. cen. Igitur abbreuiando accipe ℞. 36. & eſt 6. eam minue à 25. fit 19. huius accipe ℞. quæ eſt ℞. 19. Igitur dicemus quod vna pars fuit 5. p̃. ℞. 19. alia 5. m̃. ℞. 19. Quadra igitur 5. p̃. ℞. 19. fit 44. p̃. ℞. 1900. quadra 5. m̃. ℞. 19. fit 44. m̃. ℞. 1900. Multiplica 44.

5. p̃. ℞. 19.
44. p̃. ℞. 1900.
5. m̃. ℞. 19.
44. m̃. ℞. 1900.
1936. m̃. 1900. quod eſt 36.

p̃. ℞. 1900. in 44. m̃. ℞. 1900. fit 36. præciſè.

Similiter poſſet ſolui, fac ex 10. duas partes quarum ℞. inuicem multiplicatæ faciant 4. Nam potes dicere conuertendo, Inuenias duos numeros ex quorum multiplicatione fiat 4. & quadrata iuncta ſint 10. & hoc poteſt fieri pluribus modis, vt oſtendi in practica.

Quinta, Fac de 10. duas quantitates, & iterum duas alias, ita quòd multiplicatio ſecundæ in tertiam ſit ſeptupla multiplicationi primæ in quartam, & proportio ſecundæ ad primam diuiſa per proportionem tertiæ ad quartam, relinquat proportionem 8. ad 3. Circa hoc oportet vt ſcias quòd cùm fuerint quatuor quantitates quarum primæ duæ tantum aggregent quantum ſecundæ duæ, & multiplicatio ſecundæ in tertiam produxerit exempli gratiâ ſeptuplum eius quod fit ex prima in quartam, quod ſemper diuiſa proportione ſecundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam, ſemper exibit ſeptula, & ſi dixiſſes quòd feciſſet quintuplum in diuiſione exiſſet quintupla, quare cùm ex illis duabus proportionibus prodeuntibus ex diuiſione proportionis ſecundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam & tertiæ ad quartam, ſemper inuicem in crucem multiplicatis, prodeat proportio duplicata tertiæ ad quartam. Igitur multiplicatis talibus proportionibus inuicem, & accepta ℞. producti, habebimus proportionem tertiæ ad quartam. Ex hoc ſoluitur prædicta quæſtio hoc modo, nam dictum eſt quòd diuiſa proportione ſecundæ ad primam per proportionem tertiæ ad quartam exeat $\frac{8}{3}$, & dictum eſt quòd multiplicatio ſecundæ in tertiam, ſit ſeptupla multiplicationi primæ in quartam. 5

8	7	℞. 21
3	1	℞. 8

Igitur diuiſa proportione ſecũdæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam, exibit $\frac{7}{1}$ quare multiplicabimus in crucem & eſt diuidere vnam per aliam, & habebimus proportionem $\frac{21}{8}$ cuius ℞. id eſt proportio ℞. 21 ad ℞. 8. eſt proportio partium. Dices igitur, fac de 10. duas partes quarum proportio ſit veluti ℞. 21. ad ℞. 8. dicendo per regulam 3. ſi ℞. 21. p̃. ℞. 8. eſſet 10. quid eſſet ℞. 8. multiplica ℞. 8. in 10. fit ℞. 800. diuide per ℞. 21. p̃. ℞. 8. & exit ℞. $99\frac{69}{169}$ m̃. ℞. $37\frac{147}{169}$ & hæc eſt quarta quantitas, tertia erit 10. p̃. ℞. $37\frac{147}{169}$ m̃. ℞. $99\frac{69}{169}$. Deinde pro prima & ſecunda, tu ſcis quòd diuiſa proportione ſecundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam, exit proportio $\frac{7}{1}$ igitur multiplicata proportione quartæ ad tertiam, per proportionem $\frac{7}{1}$ habebimus proportionem

℞. $99\frac{69}{169}$ m̃. ℞. $37\frac{147}{169}$	7	℞. $4871\frac{1}{169}$ m̃. ℞. $1855\frac{105}{169}$
10. p̃. ℞. $37\frac{147}{169}$ m̃. ℞. $99\frac{69}{169}$	1	10. p̃. ℞. $37\frac{147}{169}$ m̃. ℞. $99\frac{69}{169}$.

nem ſecundæ ad primam eſt autem proportio quartæ ad tertiam hæc cum ſua multiplicatione. Diuide igitur 10. in duas partes ſe habentes in tali proportione, & inuenies primam eſſe ℞. $5\frac{2755}{2809}$ m̃. $\frac{30}{53}$ & ſecunda erit $10\frac{30}{53}$ m̃. ℞. $5\frac{2755}{2809}$.

Aliter pro inuenienda prima & ſecunda, pone quòd prima ſit 1. co. ſecunda erit 10. m̃. 1. co. quare proportio ſecundæ ad primam erit $\frac{10.\text{m̃}.\ 1.\text{co.}}{1.\ \text{co.}}$ & quia hæc diuiſa per proportionem tertiæ ad quartam, relinquit proportionem 8. ad 3. igitur diuiſa proportione $\frac{10.\text{m̃}.\ 1.\text{co.}}{1.\ \text{co.}}$ per $\frac{8}{3}$ exibit proportio tertiæ ad quartam. Diuide igitur $\frac{10.\text{m̃}.1.\text{co.}}{1.\ \text{co.}}$ per $\frac{8}{3}$ exit $\frac{30.\text{m̃}.3.\text{co.}}{8.\ \text{co.}}$ & hæc eſt proportio tertiæ ad quartam. Quare diuidemus 10. per 1. p̃. iſtâ proportione, & eſt addere ſemel numeratorem denominatori per dicta in quæſtionibus practicæ erit diuiſor $\frac{30.\ \text{p̃}.\ 5.\text{co.}}{8.\ \text{co.}}$ quare proueniet multiplicato denominatore in 10. & diuiſo per numeratorem, ſic enim diuiduntur integra per fracta $\frac{80.\ \text{co.}}{30.\text{p̃}.5.\text{co.}}$ & hæc eſt quarta pars, & tertia erit reſiduum ad 10. igitur erit 10. m̃ $\frac{80.\text{co.}}{30.\text{p̃}.\ 5.\text{co.}}$ Habes igitur omnes 4. quantitates vt vides. Multiplica pri-

Prima,	Secunda,
1. co.	10. m̃. 1. co.
Tertia,	Quarta,
10. m̃. $\frac{80.\text{co.}}{30.\text{p̃}.\ 5.\ \text{co.}}$	$\frac{80.\text{co.}}{30.\ \text{p̃}.\ 5.\text{co}}$
100. p̃ $\frac{80.\ \text{cen.}}{30.\ \text{p̃}.\ 5.\text{co.}}$	$\frac{80.\ \text{cen.}}{30.\ \text{p̃}.\ 5.\text{co.}}$
m̃. 10 co. m̃. $\frac{800.\ \text{co.}}{30.\text{p̃}.5.\text{co.}}$	

mam in quartam, & habes $\frac{80.\ \text{cen.}}{30.\ \text{p̃}.\ 5.\text{co.}}$ Multiplica ſecundam in tertiam fit 100. m̃ $\frac{800.\ \text{co.}}{30.\ \text{p̃}.\ 5.\text{co.}}$ p̃. $\frac{80.\ \text{cen.}}{30.\ \text{p̃}.\ 5.\text{co.}}$ m̃. 10. co. Et hoc debet eſſe ſeptuplum multiplicationi primæ in quartam, quod eſt $\frac{560.\ \text{cen.}}{30.\ \text{p̃}.\ 5.\text{co.}}$ Igitur multiplica omnia per 30. p̃. 5. co. habebimus 560. cen. æqualia 80. cen. m̃. 50. cen. p̃. 3000. p̃. 500. co. m̃. 300. co. quare tandem 1. cen. p̃. $1\frac{7}{53}$ co. æquabitur $5\frac{35}{53}$ quare res valebit ℞.

Prima,	Secunda,
℞. $5\frac{2755}{2809}$ m̃. $\frac{30}{53}$	$10\frac{30}{53}$ m̃. ℞. $5\frac{2755}{2809}$
Tertia,	Quarta,
10. p̃. ℞. $37\frac{147}{169}$ m̃. ℞. $99\frac{69}{169}$	℞. $99\frac{69}{169}$ m̃. ℞. $37\frac{147}{169}$

$5\frac{2755}{2809}$ m̃. $\frac{30}{53}$ & hæc erit prima pars, ſecunda igitur erit reſiduum ad. 10. quod eſt $10\frac{30}{53}$ m̃. ℞. $5\frac{2755}{2809}$ & ita habebimus partes vt vides.

6 Sexta, Inuenias 5. quantitates continuè proportionales, ita quòd quadratum primæ additum ſummæ omnium faciat quadratum ſecundæ quantitatis. Nota quòd hæc quæſtio dicitur libertatis, quia verificatur in omni proportione, & ideo poſitio libera eſt. Vnde homo ignorans hoc laboraret cum magna difficultate, quærens illud quod non eſt quærendum, & hoc accidit in pluribus caſibus. Quando igitur homo ponit tibi rem difficilem, experiaris ſemper primò hanc regulam libertatis, quia forte in omni poſitione eueniet quod putas accidere in vna tantùm. Pone igitur quòd ſint illæ quantitates in proportone tripla. Igitur prima erit 1. co. ſecunda 3. co. tertia 9. co. quarta 27. co. 5ª 81. co. Iunge omnes, fiunt 121. co. adde quadratum primæ, fit 1. ce. p̃. 121. co. æqualia quadrato ſecundæ, quod eſt 9. ce. Igitur 8. ce. æquatur 121. co. igitur 8. co. æquantur 121. igitur res valet $15\frac{1}{8}$ & eſt prima quantitas & reliquæ erunt in proportione tripla conſequentes, vt $45\frac{3}{8}$ & $136\frac{1}{8}$ & $408\frac{3}{8}$ & $1225\frac{1}{8}$ & per idem ſoluitur hæc.

Inuenias duos numeros in proportione dupla, quorum quadrata ſint æqualia ipſis numeris. Et potes dicere etiam de cubis & de quacunque proportione volueris, & eſt quæſtio facilis. Pone igitur quòd primus ſit 1. co. ſecundus erit 2. co. Horum quadrata ſunt 1. ce. & 4. cen. hæc iuncta faciunt 5. ce. æqualia 3. co. Igitur res valet $\frac{3}{5}$ diuidendo 3. per 5. & ſecunda pars eſt duplum quod eſt $1\frac{1}{5}$ quæ iuncta faciunt $1\frac{4}{5}$ & tantum faciunt quadrata etiam horum iuncta, nam quadratum $\frac{3}{5}$ eſt $\frac{9}{25}$ & quadratum $1\frac{1}{5}$ eſt $\frac{36}{25}$, quæ iuncta faciunt $\frac{45}{25}$ quæ ſunt $1\frac{4}{5}$ & ex hoc patet etiam talis quæſtio.

Inuenias tres quantitates continuè proportionales in proportione tripla, ita quòd $\frac{1}{26}$ aggregati earum in ſe ductum ſit $\frac{1}{3}$ mediæ quantitatis. Pone quòd prima ſit 1. co. & quia ſecunda eſt tripla erit 3. co. & tertia erit 9. co. Igitur aggregatum 13. co. quare $\frac{1}{26}$ eſt $\frac{1}{2}$ co. & quadratum eſt $\frac{1}{4}$ cen. & hoc eſt $\frac{1}{3}$ de 3. co. quantitatis ſecundæ. Quare $\frac{1}{4}$ cen. æquatur 1. co. igitur 1. cen.

1. co.	3. co.	9. co.	13. co.
	$\frac{1}{2}$ co.	$\frac{1}{4}$ cen.	26.
$\frac{1}{4}$ cen. æqualis 1. co.			
1. cen. æqualis 4. co.			
Res valet 4.			
	Partes,		
4.	12.	36.	

æquatur 4. co. Igitur res valet 4. & tanta eſt prima quantitas, & ſecunda eſt tripla ei, quare erit 12. & tertia 36. Ex quo patet quòd hæc quæſtio in nullis aliis quantitatibus poteſt verificari, & ex hoc etiam patet talis quæſtio.

Inuenias tres quantitates continuè proportionales, quarum ſecunda eſt 12. & $\frac{1}{26}$ aggregati ductum in ſe facit $\frac{1}{3}$ ſecundæ quantitatis, igitur facit 4. quod eſt $\frac{1}{3}$ de 12

igitur

igitur fuit 2. Igitur cùm 2. ſit $\frac{1}{26}$ aggregati erit aggregatum 52. Igitur per centeſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli practicæ erunt partes vt priùs 4. 12. 36.

7 Septima, inuenias tres quantitates continuè proportionales, quarum ſecunda ſit ℞. cubica aggregati primæ & tertiæ, & cubus ſecundæ in quadratum ipſius ſecundæ ductus producat quincuplum aggregati omnium trium quantitatum. Pone quòd ſecunda ſit 1. co. Igitur aggregatum primæ & tertiæ eſt 1. cu. igitur aggregatum omnium quantitatum eſt 1. cu. p̃. 1. co. cuba igitur ſecundam fit 1. cu. quadra eandem, fit 1. ce. multiplica 1. ce. in 1. cu. fit 1. p° Rel° & hoc eſt quincuplum ad 1. cu. p̃. 1. co. quare 1. p°. Rel° eſt æquale 5. cu. p̃. 5. co. quare ſchiſando 1. ce. ce. æquatur 5. ce. p̃. 5. res valet ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. $2\frac{1}{2}$ quare aggregatum primæ & tertiæ eſt inueniendum hoc modo: Quadra ℞. v. ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. $2\frac{1}{2}$, fit ℞.

℞. v. ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. $2\frac{1}{2}$
℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. $2\frac{1}{2}$
30. 40.
℞. 10125. p̃. 100.
℞. v. ℞. 10125. p̃. 100.

$11\frac{1}{4}$ p̃. $2\frac{1}{2}$. Cuba ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. $2\frac{1}{2}$, fit ℞. 10125. p̃. 100. Accipe ℞. huius, fit ℞. v. ℞. 10125. p̃. 100. huius igitur ℞. v. fac duas partes, quæ inuicem multiplicatæ faciant ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. $2\frac{1}{2}$ quod eſt quadratum ſecundæ quantitatis, & eodem ferè modo ſoluitur hæc.

Inuenias tres quantitates continuè proportionales, quarum ſecunda ſit ℞. cubica aggregati tertiæ & primæ, & ex productione aggregati ℞. tertiæ, & primæ in differentiam ipſarum radicum producatur ſecunda quantitas. Pone igitur quòd ſecunda ſit 1. co. Igitur aggregatum primæ & tertiæ eſt 1. cu. & quia per primam regulam decimi quinti capituli ex tali; multiplicatione producitur differentia primæ & tertiæ, igitur cùm producatur ſecunda quæ eſt 1. co. ex ſuppoſito erit differentia primæ & tertiæ 1. co. Igitur fac de 1. cu. duas partes, quarum differentia ſit 1. co. & erunt partes $\frac{1}{2}$ cu. p̃. $\frac{1}{2}$ co. & $\frac{1}{2}$ cu. m̃. $\frac{1}{2}$ co. Multiplica inuicem, fiunt $\frac{1}{4}$ cen. cu. m̃. $\frac{1}{4}$ cen. & hoc debet eſſe æquale quadrato ſecundæ, quod eſt 1. ce. propter quantitates continuè proportionales. Igitur æquando fient 1. ce. cu. æqualis 5. ce. Quare 1. ce. ce. æquatur 5. igitur media quantitas eſt ℞. ℞. 5. & aggregatum primæ & tertiæ erit ℞. ℞. 125. cubus eius, & quia prima eſt $\frac{1}{2}$ cu. m̃. $\frac{1}{2}$

℞. ℞. $7\frac{13}{16}$ m̃. ℞. ℞. $\frac{5}{16}$
℞. ℞. 5.
℞. ℞. $7\frac{13}{16}$ p̃. ℞. ℞. $\frac{5}{16}$

co. & tertia $\frac{1}{2}$ cu. p̃. $\frac{1}{2}$ co. erit vt diuidamus ℞. ℞. 125. per 16. quod eſt cen. cen. de 2. exit $7\frac{13}{16}$ & ſimiliter diuidemus ℞. ℞. 5. per æqualia fit ℞. ℞. $\frac{5}{16}$ igitur quantitates ſunt vt vides.

Octaua, Inuenias tres numeros continuè 8
proportionales, quorum primus ſit ℞. cubica aggregati, & ſecundus cum tertio iunctus faciat 10. Hæc eſt alterius modi à præcedente. Pone igitur primum 1. co. & quia eſt ℞. cubica aggregati, igitur 1. cu. eſt aggregatum, & quia ſecunda & tertia faciunt 10. & prima eſt 1. co. Igitur aggregatum eſt 10. p̃. 1. co. & hoc æquatur 1. cu. Igitur per regulam ſuam cubi æqualis rebus & numero res valet ℞. v. cu. 5. p̃. ℞. $24\frac{26}{27}$ p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. $24\frac{26}{27}$ & hæc eſt prima quantitas. Dices igitur per capitulum regularum ſupplementi. Diuide 10. in duas partes in continua proportione cum ℞. v. cu. 5. p̃. ℞. $24\frac{26}{27}$ p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. $24\frac{26}{27}$, & facta diuiſione habebis dictos tres numeros. Per idem ſi dixiſſes quòd prima & tertia forent 10. & ſecunda ℞. cubica aggregati, haberes idem aggregatum, videlicet ſecundam quantitatem ℞. v. cu. 5. p̃. ℞. $24\frac{26}{27}$ p̃. ℞. v. cu. 5. m̃. ℞. $24\frac{26}{27}$. Deinde oportet operari per centeſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli practicæ loco primæ regulæ ſupplementi.

Nona, Inuenias tres numeros continuè 9
proportionales, ex quorum multiplicatione primi in ſecundum, fiant 6. & differentia primi à tertio ſit $13\frac{1}{3}$. Pone quòd ſecunda quantitas ſit 1. co. multiplica in ſe fit 1. cen. diuide per $\frac{6}{1.co.}$ exit $\frac{1}{6}$ cu. Habes igitur $\frac{6}{1.co.}$ & $\frac{1}{6}$ cu. quorum differentia æquatur $13\frac{1}{3}$. Dices igitur $13\frac{1}{3}$ p̃. $\frac{6}{1.co.}$ æquatur $\frac{1}{6}$

	6.		$13\frac{1}{3}$
$\frac{6.}{1.co.}$		1. co.	$\frac{1}{6}$ cu.
		1. co.	
6.		$13\frac{1}{3}$ co.	$\frac{1}{6}$ ce. ce.
	6.		
36.		80. co.	1. ce. ce.
℞. 54. m̃. 6.		℞. 6. p̃. 2.	℞. 54. p̃. $7\frac{1}{3}$

cu. Multiplica omnia per 1. co. deinde per 6. habes 80. co. p̃. 36. æqualia 1. cen. cen. quare per capitulum trigeſimum octauum res valebit ℞. 6. p̃. 2. & hæc eſt media quantitas, quare cùm ex prima in ſecundam fiat 6. diuide 6. per ℞. 6. p̃. 2. exit ℞. 54. m̃. 6. prima quantitas. Et quia prima differt à tertia in $13\frac{1}{3}$ igitur tertia eſt ℞. 54. p̃. $7\frac{1}{3}$ & tales quantitates ſunt continuè proportionales, & productum primæ in tertiam, ſiue ſecundæ in ſeipſam eſt 10. p̃. ℞. 96.

Decima, Dixit Princeps Aſtrologo quan- 10
tum viuam? Dixit Aſtrologus 5. radicibus annorum quos habeo ſuperuiues. Iterum dixit Princeps Aſtrologo, quot annis ſuperuiues tu? Reſpondit Aſtrologus, 10. radicibus cubicis annorum quos habes, iam porrò anni quos habeo & anni quos ſuperuiues & anni quos habes & anni quibus ſuperuiuam ſunt in continua proportione. Quæritur quot annorum erat vnuſquiſque, & quot annis ſuperuiuet. Pone igitur quòd

Aſtrologus

Astrologus haberet 1.cen. annorum, igitur Princeps superuiuet 5. co. annorum quæ sunt 5. radices annorum Astrologi. Et quia anni quos habet Princeps sunt in continua proportione, dices si 1. cen. producit 5. co. quid producet 5. co. multiplica 5. co. in se fit 25. cen. diuide per 1. cen. exit 25. & tot annos habebat Princeps. Deinde dic si 1. cen. producit 5. co. quid producet 25. multiplica 25. in 5. co. fit 125. co. diuide per 1. cen. exit $\frac{125}{1.co.}$ & hoc est tempus quo

1. cen.	5. co.	25. anni	$\frac{125}{1.co.}$

superuiuet Astrologus: sed hoc debet æquari 10. radicibus cubicis temporis quod habet Princeps. Tale tempus est 25. anni vt visum est, igitur accipiemus 10.℞.cubas 25. & erunt ℞. cuba 25000. & hoc æquatur $\frac{125}{1.co.}$ Igitur multiplica omnia per 1. co. erit 125. æquale ℞. cu. 25000. cu.cubando igitur vtramque partem, habebimus 1953125. æqualia 25000. cu. Diuide igitur 1953125. per 25000. exit $78\frac{1}{8}$ igitur ℞. cu. $78\frac{1}{8}$ est valor rei. Cùm igitur anni vitæ iam exacti Astrologi sint 1. cen. erunt igitur ℞. cu. $7103\frac{33}{64}$, & quia anni quibus superuiuet Princeps, sunt 5. co. multiplicabimus 5. in ℞. cu. $78\frac{1}{8}$ & fit ℞. cu. $6765\frac{5}{8}$ & tot annis superuiuet Princeps. Anni autem exacti Re-

Anni exacti Astrologi	Anni quibus viuet
℞. cu. $6103\frac{33}{64}$	℞. cu. 25000.
Anni exacti Regis	Anni quibus viuet
25	℞. cu. $9765\frac{5}{8}$

gis fuerant 25. & anni quibus superuiuet Astrologus sunt $\frac{125}{1.co.}$ igitur diuide 125. per ℞. cu. $78\frac{1}{8}$ exit ℞. cu. 25000.

11 Vndecima, Fac de $2\frac{1}{2}$ duas tales partes ita quòd si addatur tertia in continua proportionalitate, productum secundæ in tertiam sit 12. Posui autem $2\frac{1}{2}$ ad facilitatem, quæsitum est enim generale. Pone igitur quòd vna partium quæ est media sit 1. co. igitur si ipsa multiplicata in tertiam facit 12. igitur tertia quantitas est $\frac{12}{1.co.}$ Dic igitur si $\frac{12}{1.co.}$ esset 1. co. quid esset 1. co. per regulam trium multiplica 1. co. in se fit 1. cen. diuide per $\frac{12}{1.co.}$ fit $\frac{1}{12}$ cu. per dicta in libro practicæ de diuisionibus, nam cùm diuidis per aliquam fractionem multiplica diuidendum per denominatorem, & productum diuide per nume-

	$2\frac{1}{2}$	
$\frac{12}{1.co.}$	1. co.	$\frac{1}{12}$ cu.
	12. co. p̄. 1. cu. æqualia 30.	
Partes		
prima $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu. 2. m̄. ℞. cu. 32.		
secunda ℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2.		
tertia $1\frac{3}{5}$ p̄. ℞. cu. $65\frac{67}{125}$ p̄. ℞. cu. $\frac{32}{125}$		

ratorem, habes igitur secundam partem 1. co. & tertiam $\frac{1}{12}$ cu. æqualia $2\frac{1}{2}$ & ex consequenti multiplicando om[n]ia per 12. habebis 1. cu. p̄. 12. co. æqualia 30. quare per regulam cubi & rerum æqualium numero quantitas media quæ est la co. valebit ℞. cu. 32. m̄. ℞. cu. 2. Hanc detrahe ex $2\frac{1}{2}$ fiet prima $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu. 2. m̄. ℞. cu. 32. & tertia erit diuidendo 12. per ℞.cu. 32. m̄ ℞. cu. 2. per quæstionem 159. libri practicæ & habebis 30. pro diuisore, & erit pars tertia ℞. cu. $65\frac{67}{125}$ p̄. $1\frac{3}{5}$ p̄. ℞. cu. $\frac{32}{125}$.

Duodecima, Inuenias tres quantitates continuè proportionales quarum productum primæ in secundam faciat 6. & quadrata secundæ & tertiæ simul iuncta faciant $1\frac{1}{3}$. Hæc est similis præcisè præcedenti excepto quòd habitis partibus oportet quadrare eas, quare habebis 1. cu. cen. p̄. 36. cen. æqualia 48. multiplicatis partibus per 36. Igitur per regulam suam inuenies duos numeros producentes 1728. qui est cubus de 12

	$1\frac{1}{3}$	
$\frac{6}{1.co.}$	1. co.	$\frac{1}{6}$ cu.
	1. cen.	$\frac{1}{36}$ cu. ce.
1. cu. ce. p̄. 36. ce. æqualia 48.		
	Valor rei.	
℞. v. ℞. cu. 72. m̄. ℞. cu. 24.		

12. quod est tertia pars censuum, & tales differant in 48. Tales igitur erunt 24. & 72. quare valor rei erit ℞. v. ℞. cu. 72. m̄. ℞. cu. 24. & hæc erit secunda quantitas: & tertia erit ℞. v. $1\frac{1}{3}$ p̄. ℞. cu. 24. m̄. ℞. cu. 72: & prima erit illud quod fit diuiso 6. per ℞. v. ℞. cu. 72. m̄. ℞. cu. 24.

Decima tertia, Inuenias 5. numeros con- 13
tinuè proportionales quorum ℞. quinti sit tripla ei quod prouenit diuiso tertio per primum, & productum quadrati primi in quartum sit æquale quadrato secundi. Tu scis ex capitulo quòd prima quantitas necessariò est 9. & quia multiplicatio quartæ in quadratum primæ est æqualis quadrato tertiæ, igitur posita secunda 1. co. erit tertia $\frac{1}{9}$ cen. & quarta $\frac{1}{81}$ cu. quare multiplicato $\frac{1}{81}$ cu. in quadratum primæ quòd est 81. fit 1. cu. & hoc æquatur $\frac{1}{81}$ ce. ce. quod est quadratum tertiæ quantitatis. Igitur 1. ce. ce. æquatur 81. cu. igitur res valet 81. & secunda quantitas est 81. tertia autem 729. & quarta 6561. & quinta 59049. cuius ℞. est 283. quod est triplum ad 81. & est proportio tertiæ ad primam. Et ita poteris multas soluere quæstiones tales.

Decima quarta, Fac de 10. partes 3.con- 14
tinuè proportionales, ita quod productum secundæ in tertiam sit triplum quadrato primæ, pone quod prima sit 1. secunda 1. co. tertia 1. cen. multiplica primam in se fit 1. multiplica secundã in tertiam fit 1. cu. igitur 1. cu. est triplum ad 1. Igitur 1. cu. æquatur 3. igitur valor rei est ℞. cu. 3. & quia tertia quantitas est 1. cen. igitur erit ℞. cu. 9. Habes igitur tres quantitates continuè proportionales ex quarum multiplicatione secundæ in tertiam sit triplum primæ & sunt

sunt 1. & ℞. cu. 3. & ℞. cu. 9. sed hæ iunctæ non faciunt 10. dic igitur, si ℞. cu. 9. p̃. ℞. cu. 3. p̃. 1. foret 10. quid esset ℞. cu. 9. & ℞. cu. 3. & 1. multiplica quamlibet partem in 10. & fiunt ℞. cu. 9000. & ℞. cu. 3000. & 10. diuide per illud trinomium proportionale multiplicando ipsum per suum recisum vt in quæstione capituli sexagesimi sexti fit diuisor 6. & diuidendi vt vides. Vnde facta diuisione prodibunt partes hæ prima ℞. cu. 375. m̃. 5. secunda ℞. cu. 1125. m̃. ℞. cu. 375. tertia ℞. cu. 3375. m̃. ℞. cu. 1125. Sed ℞. cu. 3375. est 15. ideo tertia erit 15. m̃. ℞. cu. 1125.

℞. cu. 9. p̃. ℞. cu. 3. p̃. 1.		10. ℞. cu. 9. ℞. cu. 3. 1.
℞. cu. 9.	℞. cu. 3.	1.
10.	10.	10.
℞. cu. 9000.	℞. cu. 3000.	10.
Diuisor ℞. cu. 9. p̃. ℞. cu. 3. p̃. 1.		
Recisum ℞. cu. 81. m̃. 3.		
Diuisor 6.		
℞. cu. 9000.	℞. cu. 3000.	10.
℞. cu. 81. m̃. 3.	℞. cu. 81. m̃. 3.	℞. cu. 81. m̃. 3.
℞. cu. 729000.	℞. cu. 243000.	℞. cu. 81000.
m̃. ℞. cu. 243000.	m̃. ℞. cu. 81000.	m̃. 30.
6	6.	6.
℞. cu. 3375. m.	℞. cu. 1125. m.	℞. cu. 375.
℞. cu. 1125.	℞. cu. 375.	m̃. 5.
Partes		
Prima ℞. cu. 375. m̃. 5.		
Secunda ℞. cu. 1125. m̃. ℞. cu. 375.		
Tertia 15. m̃. ℞. cu. 1125.		
Quadratum primæ ℞. cu. 140625. p̃. 25. m̃. ℞. cu. 375000.		
Productum secundæ in tertiam ℞. cu. 3796875. p̃. 75. m̃. ℞. cu. 10125000.		

quamobrem erit vt partes sint inuentæ. Quod autem iunctæ faciant 10. patet quia deductis ℞. cu. 1125. p̃. & m̃. & ℞. cu. 375. p̃. & m. remanent 15. m̃. 5. quod est 10. Productum verò ex secunda in tertiam est ℞. cu. 3796875. p̃. 75. m̃. ℞. cu. 10125000. & hoc est triplum quadrato primæ quod est ℞. cu. 140625. p̃. 25. m̃. ℞. cu. 375000. Quod etiam sint continuè proportiobales patet multiplicando secundam in se & primam in tertiam, talia enim producta sunt æqualia. Per idem soluitur hæc,

Fac de 10. partes tres continuè proportionales ita quòd quadratum tertiæ sit quadruplum aggregato quadratorum secundæ & primæ. Oportet in hoc primò inuenire proportionem sicut in decima quæstione. Pone igitur quòd prima sit 1. secunda 1. co. tertia 1. cen. Quadra habebis 1. cen. cen. quadruplum de 1. cen. p̃. 1. quare 1. cen. cen. æquatur 4. cen. p̃. 4. Igitur res valet ℞. v. ℞. 8. p̃. 2. erunt igitur partes 1. & ℞. v. ℞. 8. p̃. 2. & ℞. 8. p̃. 2. Deinde dic si ℞. 8. p̃. 3. p̃. ℞. v. ℞. 8. p̃. 2. Producit 10. quid producet 1. & ℞. 8. p̃. 2. & ℞. v. ℞. 8. p̃. 2. Et ita de aliis.

15 Decima quinta, Fac de 10. tres partes continuè proportionales ita quòd quadrata primæ & tertiæ sint triplum quadrato secundæ. Hæc soluitur generaliter, ita quòd si dicas quòd sit quadratum primæ & secundæ quintuplum quadrato tertiæ soluitur eodem modo mutatis mutandis. Constat igitur quòd si partes sunt continuè proportionales, quòd etiam quadrata sunt continuè proportionalia. Igitur si quadratum secundæ partis esset 1. igitur aggregatum quadratorum primæ & tertiæ esset 3. & quia 3. componitur ex duabus quantitatibus (vt dixi) in quarum medio cadit 1. igitur faciemus de 3. duas partes, in quarum medio cadat 1. per 116. regulam 42. capituli & erunt $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$. Habebimus igitur tres quantitates in proportione prædictorum quadratorum quærendorum. Igitur cùm quæramus ℞. & non quadrata, erunt ℞. v. prædictorum quales quæruntur. Erit igitur (posita quantitate media 1.) prima quantitas ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & tertia erit

$1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$	1.	$1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$
℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$	1.	℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$
	10.	
	10.	
℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. 1. p̃. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ ℞. $1\frac{1}{4}$		

℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$. Dic igitur si hoc totum aggregatum trium quantitatum esset 10. quid esset 1. quantitas media, multiplica 1. in 10. fit 10. diuide 10. per 1. p̃. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & quod exit est quantitas media, quâ inuentâ per 116am regulam, habebis primam & 3am quantitatẽ.

Et similiter si diceret quòd quadratum primæ & tertiæ iuncta essent triplum quadratis primæ & secundæ, poneres primam 1, secundam 1. co, tertiam 1. ce. & haberes 1. ce. ce. p̃. 1. triplum ad 1. ce. p̃. 1. Quare 1. ce. ce. æquatur 3. cen. p̃. 2. quare quantitates erunt prima 1. secunda ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $4\frac{1}{4}$, tertia $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $4\frac{1}{4}$. quare diuide 10. per hoc & habebis primam partẽ.

In primo igitur casu si facias positionem de 1. & 1. co. & 1. ce. habebis 1. ce. ce. p̃. 1. æqualia 3. ce. quare res valet ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞.

p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ & hæc eſt ſecunda quantitas. Igitur tertia erit $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$. Igitur aggregatum erit $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$. Huius igitur quære reciſum, & pone ℞. v. per m̄. habebis productum vt vides. Quare detrahendo ſimile à ſimili fiet produ-

$2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ | p̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ | m̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$

$7\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $31\frac{1}{4}$ | m̄. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
6. p̄. ℞. 20.
6. m̄. ℞. 20.

16.

$2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
6. m̄. ℞. 20.

15. p̄. ℞. 45. p̄. ℞. v. 30. p̄. ℞. 500. m̄. ℞. 125. m̄. 5. m̄. ℞. v. 54. p̄. 1620. & eſt 10. m̄. ℞. 20. p̄. ℞. v. 30. p̄. ℞. 500. m̄. ℞. v. 54. p̄. ℞. 1620.

$\frac{5}{8}$

$6\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $7\frac{13}{16}$ p̄. ℞. v. $11\frac{23}{32}$ p̄. ℞. $76\frac{301}{1024}$ m̄. ℞. v. $21\frac{3}{32}$ p̄. ℞. $247\frac{197}{1024}$

ctum 6. p̄. ℞. 20. Huius quære reciſum quod eſt 6. m̄. ℞. 20. fiet igitur multiplicando diuiſor 16. multiplica igitur ſecundum reciſum in primum fiet 10. m̄. ℞. 20. p̄. ℞. v. 30. p̄. ℞. 500. m̄. ℞. v. 54. m̄. ℞. 1620. Diuide igitur 10. diuidendum per 16. exit $\frac{5}{8}$, multiplica $\frac{5}{8}$ in ſupràdictum productum habebis primam partem ex his $6\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $7\frac{13}{16}$ p̄. ℞. v. $11\frac{23}{32}$ p̄. ℞. $76\frac{301}{1024}$ m̄. ℞. v. $21\frac{3}{32}$ p̄. ℞. $247\frac{197}{1024}$ qua primâ parte habita habebis reliquas per poſitionem factam.

Decima ſexta, Fac de 10. partes 4. continuè proportionales ita quòd quadrata primæ & quartæ ſint ſexquialtera quadratis ſecundæ & tertiæ. Pone igitur quod quadrata ſecundæ & tertiæ ſint 1. igitur quadrata primæ & quartæ erunt $1\frac{1}{2}$, igitur ex quinquageſimo primo capitulo cum talia quadrata ſint continuè proportionalia, inueniemus primam partem eſſe $\frac{1}{6}$, ſecundam $\frac{1}{3}$, tertiam $\frac{2}{3}$, quartam $1\frac{1}{3}$. Igitur proportio quadratorum eſt dupla, quare proportio erit vt 1. 2. 4. 8. & proportio quantitatum erit vt ℞. 1. ℞. 2. ℞. 4. ℞. 8. Iunge omnia, faciunt 3. p̄. ℞. 18. Dic igitur ſi 3. p̄. ℞. 18. eſſet 10. quid erit 1. & quid erit ℞. 2. & quid erit 2. & quid erit ℞. 8. Quære reciſum de ℞. 18. p̄. 3. & eſt ℞. 18. m̄. 3. & productum quod eſt diuiſor eſt 9. Multiplica ℞. 18. m̄. 3. in productum ex 10. in 1. ℞. 2. 2. & ℞. 8. & diuide per 9. habebis primam partem ℞. $22\frac{2}{9}$ m̄. $3\frac{1}{3}$, ſecundam: $6\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $22\frac{2}{9}$, tertiam ℞. $88\frac{8}{9}$ m̄. $6\frac{2}{3}$, quartam $13\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $88\frac{8}{9}$. Hæ autem partes ſi rectè conſideras faciunt 10. præciſè. Quòd autem ſint continuè proportionales patet multiplicando primam in tertiam, fit $44\frac{4}{9}$ p̄. $22\frac{2}{9}$ m̄. duplo eius quod fit ex ℞. $22\frac{2}{9}$ in $6\frac{2}{3}$ & eſt ℞. producti ex $44\frac{4}{9}$ in $22\frac{2}{9}$: multiplicata autem ſecunda in ſe fit idem, nam producitur $44\frac{4}{9}$ p̄. $22\frac{2}{9}$ m̄. duplo eius quod fit ex ℞. $22\frac{2}{9}$ in $6\frac{2}{3}$ quare patet ſecundum, quoniam quarta in ſecundam multiplicata producit quadratū tertiæ. 16

Aggregatum ℞. 18. p̄. 3.
Reciſum ℞. 18. m̄. 3.
Diuiſor 9.

1.	℞. 2.	2.	℞. 8.
10.	10.	10.	10.
10. ℞. 18. m̄. 3. ℞. 1800. m̄. 30. / 9.	℞. 200. ℞. 18. m̄. 3. 60. m̄. ℞. 1800. / 9.	20. ℞. 18. m̄. 3. ℞. 7200. m̄. 60. / 9.	℞. 800. ℞. 18. m̄. 3. 120. m̄. ℞. 7200. / 9.
℞. $22\frac{2}{9}$ m̄. $3\frac{1}{3}$	$6\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $22\frac{2}{9}$	℞. $88\frac{8}{9}$ m̄. $6\frac{2}{3}$	$13\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $88\frac{8}{9}$

Quod autem quadrata quartæ & primæ ſint dimidium plus quadratis ſecundæ & tertiæ patet. Quadra $6\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $22\frac{2}{9}$ fit $66\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $3950\frac{50}{81}$. Quadra ℞. $88\frac{8}{9}$ m̄. $6\frac{2}{3}$, fit $133\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $15802\frac{38}{81}$ quæ iunctæ faciunt 200. m̄. ℞. $35555\frac{5}{9}$. Quadra primam, fit $33\frac{1}{3}$ m̄. ℞. $987\frac{53}{81}$. Quadra quartam, fit $266\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $63209\frac{71}{81}$ quæ iūctæ faciunt 300. m̄. ℞. 80000. ſed 300. m̄. ℞. 80000. eſt dimidium plus de 200. m̄. ℞. $35555\frac{5}{9}$.

17 Decima ſeptima, Diuide 8. in tres partes continuè proportionales, ita quòd diuiſa ſecunda per primam, & tertia per ſecundam, atque etiam diuiſa tertia per primam, aggregata iuncta ſint 20. Tunc ſcis quòd diuiſa tertia per primam prouentus æquatur producto ex prouentu diuiſionis ſecundæ per primam in prouentum diuiſionis tertiæ per ſecundam, quia proportio eſt duplicata ex regula 42[i] capituli practicæ. Igitur oportebit facere de 20. duas partes quarum quadratū dimidij minoris æquetur maiori quantitati. Pro quo faciendo adde 1. ad 20. pro regula fit 21. & huius accipe ℞. fit ℞. 21. ab hoc minue 1. pro regula fit ℞. 21. m̄. 1. & hæc eſt ſemper proportio. Pone igitur primam partem 1. igitur ſecunda erit ℞. 21. m̄. 1. Quadra ℞. 21. m̄. 1. fit 22. m̄. ℞. 84. iunge ſimul partes fiunt 22. m̄. ℞. 21. Dic igitur ſi 22. m̄. ℞. 21. eſſet 8. quid eſſet 1. multiplica 1. in 8. fit 8. diuide per 22. m̄. ℞. 21. exit

1. | ℞. 21. m̄. | 22. m̄. ℞ 84.

$\frac{176}{463}$ p̄. ℞. $\frac{1344}{214369}$ & hæc eſt prima pars quam multiplicabis per ℞. 27. m̄. 1. (& eſt proportio) & habebis ſecundam, qua iterum multiplicata per ℞. 21. m̄. 1. habebis tertiam.

Decima octaua, Inuenias 4. quantitates continuè proportionales quarum prima ſit 2. & productum aggregati illarum in 1. m̄. proportione, producat 20. Adde primam quantitatem ad tale productum, fit 22. 18

diuide per proportionem ponendo proportionem 1. co. Diuiso igitur 22. per 1. co. fit $\frac{22}{1.co.}$ & hæc est quarta quantitas, hanc diuide per proportionem habebis $\frac{22}{1.ce.}$ pro tertia. Hoc diuide per 1. co. exibit $\frac{22}{1.cu.}$ pro secunda, hoc diuide per 1. co. exit $\frac{22}{1.ce.ce.}$ pro prima, & hoc est æquale 2. Igitur multiplica omnia per diuisorem, habebis 22. æqualia 2. ce. ce. quare 11. æquatur 1. ce. ce. igitur proportio est ℞. ℞. 11.

2. | ℞.℞. 176. | ℞.℞. 1936. | ℞.℞. 21296.
℞.℞. 11. m̃. 1.

℞. ℞. 176. p̃. ℞. ℞. 1936. p̃. ℞. ℞. 21296. p̃. ℞. ℞. 234256.
m̃. ℞. ℞. 176. m̃. ℞. ℞. 1936. m̃. ℞. ℞. 21296. m̃. 2.

Remanent ℞. ℞. 234256. m̃. 2. quod est 20.

Quantitas igitur secunda est ℞. ℞. 176. & tertia est ℞. ℞. 1936. & quarta est ℞. ℞. 21296. Hæ igitur iunctæ & multiplicatæ in ℞. ℞. 11. m̃. 1. faciunt 20.

19 Decima nona, Fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd ducta prima in aggregatum secundæ & tertiæ fiat 8. & ducta tertia in aggregatum primæ & secundæ, fiat 12. Scias quòd talia producta sunt in proportione ipsarum quantitatum. Igitur cùm proportio 12. ad 8. sit sexquialtera, erit proportio ipsarum quantitatum sexquialtera, quare prima erit $2\frac{2}{19}$, secunda $3\frac{3}{19}$, tertia $4\frac{14}{19}$: ipsæ autem non possunt producere dictos numeros quare quæstio est impossibilis & ideo bene aduerte ne decipiaris. Si verò dicat sic

Fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd productum primæ in secundam & tertiam, item tertiæ in primam & secundam faciat 20. Tunc tu scis quòd talia producta æquantur ei quod fit ex media quantitate in aggregatum, & ex media quantitate in seipsam. Pone igitur mediam 1. co. erit vt multiplicando in se & in 10. fiat 1. ce. p̃. 10. co. & hoc est æquale 20. igitur res valet ℞. 45. m̃. 5. & residuum erit 15. m̃. ℞. 45. Quare partes erunt $7\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$ m̃. ℞. v. ℞. 4500. m̃. ℞. $2531\frac{1}{4}$ m̃. $2\frac{3}{4}$, secunda erit ℞. 45. m̃. 5. & tertia erit $7\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. ℞. 4500. m̃. ℞. $2531\frac{1}{4}$ m̃. $2\frac{3}{4}$

20 Vigesima, Diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ita quòd diuisa secunda per primam, exeat 8. Hoc non est aliud dicere quàm diuide 10. in tres partes continuè proportionales in proportione octupla. Et si dixisset quòd exiret 12. dixissem quòd essent proportionales in proportione duodecupla. Posita igitur prima parte 1. co. secunda erit 8. co. & tertia 64. co. quare aggregatum erit 73. co. æquales 10. res igitur valet $\frac{10}{73}$ & est prima quantitas, & secunda octuplum quod est $1\frac{7}{73}$, & tertia $8\frac{55}{73}$. Si verò dicat hoc modo,

Diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ita quod diuiso aggregato aliarum per quamlibet illarum & prouenientia iuncta facerent 17. tunc hic est alius modus quærendi valde diuersus à præcedente. Scias igitur quòd diuidere aggregatum aliarum, & diuidere totum aggregatum quod est 10. differentia in qualibet parte est 1. veluti si vna pars sit 3. & aggregatum aliarum necessariò erit 7. diuidere igitur 10. per 3. exit semper 1. p̃. quàm diuidere 7. per 3. Igitur cùm diuisores sint 3. erunt exeuntia diuidendo totum 20. est igitur semper addendum 3. pro regula ad numerum quemuis prouenientem. Cùm igitur debeat prouenire 17. dices quòd si diuideres 10. per quamlibet illarum prouenientia erunt 20. æquiualet igitur hæc quæstio addendo 3. quæstioni 77ª. Igitur dic diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ita quòd diuiso 10. per quamlibet illarum ex aggregatis prouentibus proueniat 20. & manifestum est ex septuagesima septima quæstione quòd partes erunt maior 5. m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. $21\frac{1}{4}$ m̃. ℞. 125. media est ℞. 5. minor 5. m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ m̃. ℞. v. $21\frac{1}{4}$ m̃ ℞. 125.

Vigesima prima, Fuit fornax capacita- 21
tis pedum 3000. habens longitudinem maiorem latitudine 20. pedibus, & latitudo maior est altitudine 20. pedibus. Quæritur quantum fuit longa, alta & profunda; Pone quòd latitudo quæ est media inter altitudinem & longitudinem sit 1. co. igitur erit longitudo 1. co. p̃. 20. & altitudo 1. co. m̃. 20. Multiplica longitudinem in altitudinem fiunt 1. ce. m̃. 400. multiplica hoc in latitudinem fiunt 1. cu. m̃. 400. co. æqualia 3000. Igitur 400. co. p̃. 3000. æquantur 1. cu. Diuide 400. per decimam sextam regulam in duas partes, ita quòd ℞. vnius ducta in alteram faciat 300. & erunt partes 300. & 100. Igitur diuide ℞. 100. quæ est 10. fit 5. quadra fit 25. adde ad 300. fit 325. accipe ℞. quæ est ℞. 325. cui adde dimidium ℞. 100. quod fuit 5. erit valor rei siue latitudo ℞. 325. p̃. 5. & longitudo erit 25. p̃. ℞. 325. & altitudo ℞. 325. m̃. 15. ductæ enim hæ inuicem faciunt 3000. & differentia est 20. pedum in vtroque, nam ex ductu ℞. 325. p̃. 5. in ℞. 325. p̃. 25. fit 450. p̃. ℞. 292500. ex hoc autem in ℞. 325. m̃. 15. fit ℞. 95062500. p̃. ℞. 65812500. m̃. ℞. 65812500. m̃. 6750. sed ℞. 65812500. p̃. & m̃. nihil faciunt. Igitur productum est ℞. 95062500. m̃. 6750. sed ℞. 95062500. est 9750. Igitur tale productum est 9750. m̃. 6750. & hoc est 3000. præcisè.

Vigesima secunda, Fuit Camera cuius 22
capacitas cum toto ambitu fuit 16. perticarum & ipsa camera quadrata erat. Quæritur capacitas & ambitus. Tu scis quòd camera ambitur 6. superficiebus sicut cubus. Dices igitur 1. cu. p̃. 6. cen. æquantur 16. quare res valet ℞.

12. m̃.

12. m̄. 2. & parietes erunt 16. m̄. ℞. 192. & ambitus, id est sex parietes

Res, ℞. 12. m̄. 2.
census, 16. m̄. ℞. 192.
6. census 96. m̄. ℞. 6912.
Cubus, ℞. 6912. m̄. 80.

Aggregatum, 16.

erunt 96. m̄. ℞. 6912. cubus autem ℞. 12. m̄. 2. erit ℞. 6912. m̄. 80. quare iunctus cubus cum 6. superficiebus facit 16. vt vides in figura.

23 Vigesima tertia, Inuenias numerum binomium ex ℞.v.&℞.simplici æquale 5. Si velles ex duabus ℞. v. dictum est in capitulo secundo in fine: nunc autem dicimus in aliis quæ sunt diuersæ. Accipe igitur ℞. cuiuslibet numeri qui non sit quadratus, & sit ℞. 2. vtpote & si vis binomium minue à 5. fit 5. m̄. ℞. 2. quadra fit 27. m̄. ℞. 200. huius accipe ℞. v. quæ est ℞. v. 27. m̄. ℞. 200. & ei adde ℞. 2. habebis ℞. v. 27. m̄. ℞. 200. p̄. l. ℞. 2. æqualia 5. Et si voluisses per viam recisi adde ℞. 2. ad 5. fit 5. p̄. ℞.

5.
℞. v. 27. m̄. ℞. 200. p̄. l. ℞. 2.
℞. v. 27. p̄. ℞. 200. m̄. l. ℞. 2.
℞. v. 28. m̄. ℞. 300. p̄. l. ℞. 3.
℞. v. 28. p̄. ℞. 300. m̄. l. ℞. 3.
℞. v. 55. p̄. ℞. 3000. m̄. l. ℞. 30.
Omnia hæc suprascripta æquiualent.

2. cuius quadratum est 27. p̄. ℞. 200. huius ℞. v. est ℞. v. 27. p̄. ℞. 200. à qua minue ℞. 2. fiet ℞. v. 27. p̄. ℞. 200. m̄. l. ℞. 2. æqualia 5. Et si addidisses ℞. 3. fieret 5. p̄. ℞. 3. & quadratum eius 28. p̄. ℞. 300. cuius ℞. v. est ℞. v. 28. p̄. ℞. 300. ab hac minue ℞. 3. habebis iterum ℞. v. 28. p̄. ℞. 300. m̄. l. ℞. 3. æqualia 5. & è contrà minuendo habuisses conuersum. Quod si addidisses maius quàm 5. vtpote ℞. 30. haberes ℞. 30. p̄. 5. cuius quadratum est 55. p̄. ℞. 3000. cuius ℞. v. est ℞. v. 55. p̄. ℞. 3000. detrahe ℞. 30. fit ℞. v. 55. p̄. ℞. 3000. m̄. l. ℞. 30. æqualia iterum 5. Et è contrà minuendo non potest fieri, quia ℞. 30. non potest minui à 5. quia maior non potest auferri de minore. Et ita vides quòd per hunc modum semper fit in primo vel quarto genere binomij vel recisi, & quod ℞. simplex est minor vniuersali, & quod infinitæ dantur æquiualentiæ cuilibet numero. Idem fac de ℞.

24 Vigesima quarta, Inuenias duos numeros qui tantum faciant multiplicati quantum iuncti, & eorum cubi iuncti faciant $25\frac{1}{27}$. Quòd dico de hoc numero dico de aliis, sed posui ob commoditatem. Soluitur per regulam de duplo & per capitulum vigesimum nonum. Pone igitur quòd aggregatum eorum sit 1. co. Igitur cùm aggregatum æquetur producto vnius partis in alteram, igitur productum vnius in alterum est etiam 1. co. Fac igitur ex 1. co. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alterum fiat 1. co. & erunt per centesimam regulam vel centesimam decimam sextam quadragesimi secundi capituli practicæ partes $\frac{1}{2}$ co. p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 1. co. & $\frac{1}{2}$ co. m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 1. co. Cuba igitur has partes & iunge simul, & quia vides quòd cubus binomio-

$\frac{1}{2}$ co. p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 1. co.
1. ce. m̄. 3. co. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 1. co.
$\frac{1}{2}$ cu. m̄. $\frac{1}{2}$ ce.
$\frac{1}{2}$ co. m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 1. co.
1. cen. m̄. 3. co.
$\frac{1}{2}$ cu. m̄. $1\frac{1}{2}$ ce. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 1. co.

1. cu. m̄. 3. cen.

rum fit ex triplo quadrati vnius partis in alteram cum quadrato eiusdem partis, & quia partes sunt æquales p̄. & m̄. & primæ partes etiam sunt æquales, ideo sufficiet multiplicare triplum quadrati secundæ partis cum quadrato primæ, & est totum 1. cen. m̄. 3. co. eo quòd triplum quadrati secundæ partis est $\frac{3}{4}$ cen. m̄. 3. co. & quadratum primæ partis est $\frac{1}{4}$ cen. igitur totum est 1. cen. m̄. 3. co. multiplica in $\frac{1}{2}$ co. fient partes $\frac{1}{2}$ cu. m̄. $1\frac{1}{2}$ cen. igitur iunctæ fient 1. cu. m̄. 3. cen. æqualia $25\frac{1}{27}$. Igitur 1. cu. æquatur 3. cen. p̄. $25\frac{1}{27}$. Quare per capitulum vigesimum nonum res valet ℞. cu. 27. p̄. 1. p̄. ℞. cu. $\frac{1}{27}$.

Et nota quòd si vis abbreuiare in similibus quæstionibus; Scias quòd semper habebis 1. cu. æqualem 3. cen. p̄. numero proposito, & ideo si dixisset inuenias duos numeros qui tantum faciant iuncti quantum multiplicati, & eorum cubi iuncti faciant 30. vel 40. Dices igitur quòd 1. cu. æquatur 3. cen. p̄. 30. vel p̄. 40. & ita de aliis numeris, sed feci operationem illam vt melius intelligeres.

$2\frac{1}{6}$ p̄. ℞. $\frac{13}{36}$
$4\frac{25}{36}$ $\frac{13}{36}$
$1\frac{3}{36}$

$5\frac{7}{9}$

$2\frac{1}{6}$ m̄. ℞. $\frac{13}{36}$
$4\frac{25}{36}$ $\frac{13}{36}$
$1\frac{3}{36}$

$5\frac{7}{9}$

$11\frac{5}{9}$
$2\frac{1}{6}$

Hoc viso quia nos habemus valorem rei quæ est aggregatum & est ℞. cu. 27. p̄. 1. p̄. ℞. cu. $\frac{1}{27}$ quod est totum $4\frac{1}{3}$, &

& debet diuidi in duas partes ex quarum multiplicatione producatur $4\frac{1}{3}$, faciemus hoc per centesimam regulam iterum quadragesimi secundi capituli, & erunt partes $2\frac{1}{6}$ p̄. ℞. $\frac{13}{36}$ & $2\frac{1}{6}$ m̄. ℞. $\frac{13}{36}$ & horum multiplicatio tantum facit quantum aggregatum & cubi earum sunt $25\frac{1}{27}$.

Circa hoc nota quoniam cùm 1. cu. æquetur 3. cen. p̄. numero & æquatio debeat esse talis quod dimidium in se ductum saltem debeat æquari aggregato & hoc non competit alicui numero minori 4. Igitur aggregatum æquationis non potest esse minus quàm 4. & quia minimus cubus partium 4. diuisi in duas partes est 16. nam cucubus de 2. est 8. & 8. duplicatum facit 16. igitur talis quæstio non potest proponi in minori numero quàm 16.

25 Vigesima quinta, Inuenias tres numeros continuè proportionales, quorum primus sit 2. & quadrata secundi & tertij iuncta faciant 40. Pone quòd secundus sit 1. co. quadra, fit 1. cen. & hoc cum quadrato tertij debet æquari 40. igitur tertius est ℞. 40. m̄.

2.	1. co.	℞. 40. m̄. 1. ce.
4.	1. ce.	40. m̄. 1. ce.
	160. m̄. 4. ce. æqualia 1. ce. ce.	
2.	℞. v. ℞. 164. m̄. 2.	℞ 41. m̄. 1.
	℞. 164. m̄. 2.	42 m̄. ℞. 164.
	40.	

1. cen. Habes igitur eos, quadra singulos, habebis 4. 1. cen. & 40. m̄. 1. cen. multiplica primum in tertium, fit 160. m̄. 4. ce. & hoc est æquale quadrato secundi quod est 1. ce. ce. Igitur 1. ce ce. p̄. 4. ce. æquatur 160. Igitur res valet ℞. v. ℞. 164. m̄. 2. & hæc est secunda quantitas, quadra eam fit ℞. 164. m̄. 2. diuide per 2. primam quantitatem, exit tertia ℞. 41. m̄. 1. & quadrata secundæ & tertiæ, faciunt 40. vt vides in figura, nam ℞. 164. p̄. & m̄. nihil faciunt, & 42. & m̄. 2. faciunt 40.

Quòd si dicat quòd media sit 2. & quadrata primæ & tertiæ sint 40. tunc est longè facilius. Quadra 2. fit 4. diuide 40. in duas partes, ex quarum multiplicatione fiat 4. & erunt (per centesimam regulam quadragesimi secundi capituli practicæ) partes 20. p̄

℞. v. 20. p̄. ℞. 396.	2.	℞. v. 20. m̄. ℞. 396.

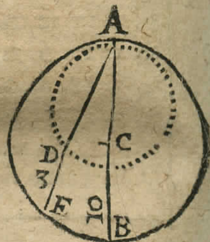
℞. 396. & 20. m̄. ℞. 396. & ℞. v. harum erunt numeri quæsiti.

26 Vigesima sexta, Fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd multiplicatio secundæ in primam sit $\frac{1}{3}$ aggregati quadratorum secundæ & tertiæ. Pone primò quòd partes sint 1. 1. co. 1. ce. productio secundæ in primam est 1. co. quadrata secundæ & primæ sunt 1. ce. p̄. 1. ce. ce. Igitur 1. cu. p̄. 1. co. æquatur 3. schisando omnia per 1. co. quare res valet ℞. v. cu. ℞. $2\frac{31}{108}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. cu ℞. $2\frac{31}{108}$ m̄. $1\frac{1}{2}$ & hæc est secudaq uantitas, & prima fuit 1.

Prima,	Secunda,	Tertia,
1.	1. co.	1. ce.
1. co.	1. ce.	1. ce. ce.
1.	1. co.	1. cu.
3. æqualis 1. cu. p̄. 1. co.		

& tertia est quadratum secundæ ex supposito quod est 1. ce. quare habita summa trium quantitatum, multiplica 10. per secundam & fit ℞. v. cu. ℞. $287037\frac{1}{27}$ p̄. 1500. m̄. ℞. v. cu. ℞. $287037\frac{1}{27}$ m̄. 1500. hoc productum diuide per tale aggregatum, quod exit est valor secundæ quantitatis. Et si per eundem diuisorem, id est aggregatum diuiseris 10 exibit valor primæ quantitatis, & ita de tertia multiplicando eam per 10. & diuidendo per dictum aggregatum.

Vigesima septima, Sit circulus a b e, cuius diameter sit a b & sit 10. & sit in eo circulus a d c & contingat maiorem in a, & sit protracta a d medio modo proportionalis inter a c & c b, & sit d e 3. Quæro quanta est a c diameter parui circuli, quia enim a d se habet ad d e sicut a c ad c b, quia productis d c & e b fiunt duo trigoni similes, igitur erit proportio quadrati a c ad quadratum a d veluti a c ad cb & ex consequenti veluti a d ad d e: 27



sed proportio quadrati a c ad quadratum a d est veluti quadrati a d ad quadratum b c (quia a c a d c b sunt continuè proportionales) igitur proportio quadrati a d ad quadratum c b est veluti a d ad d e: sed proportio quadrati a d ad quadratum c b est duplicata ad proportioné a d ad c b. Igitur proportio a d ad d e est duplicata proportioni a d ad c b. Igitur a c, a d, c b, d e, sunt continuè proportionales. Ponatur igitur c b 1. co. quadra, fit 1. ce. diuide per e d quæ est 3. fit d a $\frac{1}{3}$ cen. Multiplica $\frac{1}{3}$ cen. in 1. co. fit $\frac{1}{3}$ cu. diuide per e d quæ est 3. exit $\frac{1}{9}$ cu. & hoc est a c. Igitur $\frac{1}{9}$ cu. p̄. 1. co. æquatur 10: nam a c est $\frac{1}{9}$ cu. & c b posita est 1. co. & a b est 10. quare multiplicando per 9. fiet 1. cu. p̄. 9. co. æqualia 90. Quare per capitulum suum res valet ℞. v. cu. ℞. 2052. p̄. 45. m̄. ℞. v. cu. ℞. 2052. m̄. 45. & hæc est quantitas b c. Quare a c est 10. m̄ ℞. v. cu. ℞. 2052. p̄. 45. m̄. ℞. v. cu. ℞. 2052. m̄. 45. Pro cognoscenda autem a e, dices si ℞. v. cu. ℞. 2052. p̄. 45. m̄. ℞. v. cu. ℞. 2052. m̄. 45. producit 10. quid producet 3. Multiplica 3. in 10. fit 30. diuide per ℞. v. cu. ℞. 2052. p̄. 45. m̄. ℞. v. cu. ℞. 2052. m̄. 45. quod exit est quantitas a e. Vel aliter, quadra c b fit ℞. v. cu. 4077. p̄. ℞. 16621200. p̄. ℞. v. cu. 4077. m̄. ℞. 16621200. m̄. l. 6. diuide per d e quæ est 3. exit ℞. v. cu. 151. p̄. ℞. 22800. p̄. ℞. v. cu. 151. m̄. ℞. 22800. m̄. l. 2. & tanta est a d. Igitur cùm a e sit 3. p̄. erit a e ℞. v. cu. 151. p̄. ℞. 22800. p̄. ℞. v. cu. 151. m̄. ℞. 22800.

℞. 22800. p̃. 1. & tantum prouenit diuiſo 30. per ℞. v. cu. 2052. p̃. 45. m̃. ℞. v. cu. ℞. 2052. m̃. 45.

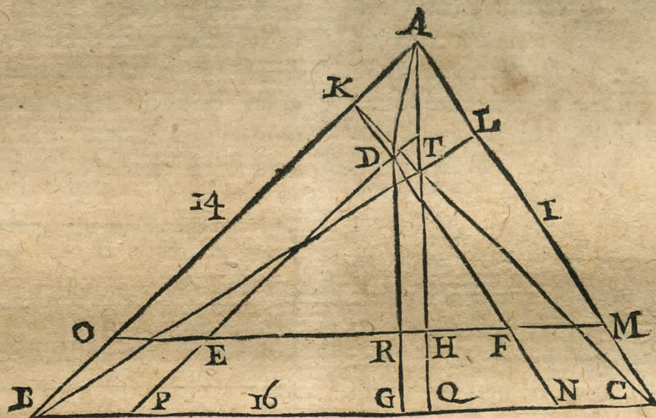
28 Vigeſima octaua, Sit trigonus a b c & ſit a b 14. a c 11. b c 16. & velim in illo facere murum craſſitudinis brachiorum 2. Volo ſcire latera capacitatis interioris videlicet d e f & etiam aream, & etiam quantus eſt murus angularis videlicet linea a d. debes ſcire quòd de trigono æquilatero diximus in capitulo ſexageſimo ſeptimo. Et ideo hæc eſt longe difficilior. Protraho tres perpendiculares ab angulis a b c, & erunt a g, b l, c k erunt autem notæ vt patet ex capitulo operis, quæram igitur vt vna operatione habeam omnes perpendiculares & aream trigoni a b c faciendo vt vides, & habebis aream trigoni a b c ℞. $5696\frac{7}{16}$ quam diuide per dimidium cuiuſlibet lateris, & habebis katetos a g ℞. $89\frac{7}{1024}$, b l ℞. $188\frac{15}{484}$, k c ℞. $116\frac{199}{784}$: deinde producam latera d e vſque ad p̃. & d f vſque ad n, & e f in vtramque partẽ,

16.
14.
11.

41.
2.

$20\frac{1}{2}$
$4\frac{1}{2}$
$6\frac{1}{2}$
$9\frac{1}{2}$

℞. $5696\frac{7}{16}$



erúntque ſuperficies e o b p & f m n c æquidiſtantium laterum. Quare b p eſt æqualis b o, & m f æqualis n c, & n f æqualis m c. Dic igitur ſi ℞. $89\frac{7}{1024}$ producit ℞. $89\frac{7}{1024}$ m̃. 2. quid producet 16? multiplica 16. ℞. in 89. m̃. 2. fit ℞. $22785\frac{3}{4}$ m̃. 32. diuide per ℞. $89\frac{7}{1024}$ & exibit 16. m̃. ℞. $11\frac{46003}{91143}$ & tanta eſt o m. Circa quod nota quòd ſemper o m erit quanta eſt c b in numero videlicet 16. m̃. illud quod producitur diuiſo eo quod fit ex g h quæ eſt 2. in b c quæ eſt 16. fit 32. pro a g. Abbreuiando igitur ponemus o m 16. m̃. 32. diuiſo per ℞. $89\frac{7}{1024}$ & ita eſt 16. m̃. ℞. $11\frac{46003}{91143}$ & hoc dixi ad abbreuianda alia exempla talia. Poſtmodum dic ſi ℞. $188\frac{151}{484}$ producit 2. quid producet 16? Diuide igitur idem 32. per ℞. $188\frac{151}{484}$, exibit f m ℞. $5\frac{39901}{91143}$: ſimiliter diuide 32. per ℞. $116\frac{199}{784}$ & habebis o e ℞. $8\frac{73672}{91143}$. Demptis igitur f m & o e ex o m quæ fuit 16. ℞. $11\frac{46003}{91143}$, habebis e f 16. m̃. ℞. $11\frac{46003}{91143}$ m̃. ℞. $5\frac{39901}{91143}$ m̃. ℞. $8\frac{73672}{91143}$.

Abbreuiatio igitur eſt, Multiplica 2. groſſitudinem muri in vnum latus putà b c fiet 32. hoc diuide per omnes katetos, & tria prodeuntia deme à latere ipſo quod multiplicaſti & eſt 16. remanens erit quantitas lateris correſpondentis e f.

Habito igitur vno latere dic per regulam 3. ſi 16. producit 16. m̃. ℞. $11\frac{46003}{91143}$ m̃. ℞. $5\frac{39901}{91143}$ m̃. ℞. $8\frac{73672}{91143}$ quid producet 11? & quid producet 14? Multiplica prædictum quadrinomium per 11. & diuide per 16. quoc exit eſt quantitas d f, & ſimiliter multiplica prædictum quadrinomium per 14. & diuide per 16. quod exit eſt quantitas d e.

Habitis lateribus habebis aream per ſuum modum, vel facilius. Quadrabis e f & ſimiliter b c, eritque proportio quadrati b c ad quadratum e f veluti trigoni a b c ad trigonum d e f. Multiplica igitur quadratum e f in aream trigoni a b c quæ fuit ℞. $5696\frac{7}{16}$, & quod prouenit diuide per 256. quadratum b c, exiens eſt area trigoni d e f.

Pro abbreuiatione talis operationis, nota quòd cum area trigoni diuiſa per dimidium laterum producantur kateti, igitur kateti cuiuſlibet trigoni ſunt communicantes, & proportio illorum eſt veluti laterum. Quare reducemus hæc quadrinomia in binomia, habebimus igitur e f 16. m̃. ℞. $75\frac{49651}{91143}$, & d f 11. m̃. ℞. $35\frac{64411}{91143}$, & d e 14. m̃. ℞. $57\frac{76165}{91143}$.

Ex his habebimus lineam a d hoc modo: nam proportio b g ad g c eſt veluti o h ad h m & quia o m fuit 16. m̃. ℞. $11\frac{46003}{91143}$, igitur o h cognita eſt: & quia proportio e r ad r f eſt veluti o h ad h m quia trianguli ſunt ſimiles, & e f fuit 16. m̃. ℞. $75\frac{49651}{91143}$, igitur e r eſt cognita. Et quia e o cognita fuit, igitur o r eſt cognita, quare detracta o r ex o h remanebit h r cognita. Quare & d t ei æqualis: & quia d r eſt cognita eo quòd eſt perpendicularis trigoni cuius omnia latera & etiam area ſunt cognita, igitur h t cognita eſt. Et quia a h fuit ℞. $89\frac{7}{1024}$ m̃. 2. igitur reſiduum detracta h t cognita remanebit cognitum. Quare cùm a t & d t ſint cognitæ erit a d ℞. aggregati quadratorum a t & d t cognita quod fuit demonſtrandum. Operationem dimiſi quia patet ex dictis.

Vigeſima nona, Inuenias duos numeros ex quorum multiplicatione fiant 6. & eorum cubi iuncti faciant 30. Tunc regula eſt vt diuidas 30. in duas partes, ex quarum multiplicatione proueniat 216. cubus 6. & tales partes erunt 18. & 12. per centeſimam regulam quadrageſimi ſecundi capituli. Harum partium ℞. cubicæ ſunt numeri quæſiti, id eſt ℞. cu. 18. & ℞. cu. 12. nam inuicem ducti faciunt ℞. cu. 216. quæ eſt 6. ex ſuppoſito, & eorum cubi iuncti ſunt 30. 29

Similiter ſi dicat, Inuenias duos numeros ex quorum diuiſione vnius per alterum, proueniat 6. & cubus vnius cum quadrato alterius faciat 30. tunc eſt ac ſi diceret inueuias duos numeros in proportione ſexcupla quorum cubus vnius cum quadrato alterius faciat 30. tunc pone vnum 1. co. alter igitur erit 6. co. & tunc ſemper debes cubare maiorem & quadrare minorem, & habebis 216. cu. p̃. 1. cen. æqualia 30. Quare 1. cu. p̃. $\frac{1}{216}$ cen. æquabitur $\frac{5}{36}$ & hoc habet æquationem vt patet. Quòd ſi dicat quòd quadratum maioris detractum à cubo minoris, vel quadratum minoris detractum à cubo maioris faciat 30. id eſt reſiduum ſit 30. tunc debes cubare & quadrare quod proponitur & detrahere, nam ſemper ſequitur æquatio quia peruenitur ad capitulum cubi æqualis cenſibus & numero.

30 Si verò dicat quòd diuidatur 4. in duas partes quarum cubus vnius cum quadrato alterius faciat 30. exempli gratiâ dico hoc debet fieri per poſitionem incruciatam & eſt quartum genus poſitionis, & fit hoc modo. Accipe $\frac{2}{3}$ de 4. numeri diuidendi ſemper & eſt $2\frac{2}{3}$, huic adde pro regula ſemper $\frac{1}{9}$ fit $2\frac{7}{9}$, huius accipe ℞. quæ eſt $1\frac{2}{3}$ & ei adde $\frac{1}{3}$ pro regula quod fuit ℞. $\frac{1}{9}$ etiam additi pro regula fiet totum 2. deinde adde 2. ad 4. fit 6. deinde pone vnam partem eſſe 1. co. m̃. 2. & aliam 6. m̃. 1. co. nam 6. fuit aggregatum ex numero inuento & numero diuidendo, & 2. eſt numerus inuentus & 1a. co. minuitur ab aggregato, & numerus inuentus minuitur de 1a. co. nam iunctis 6. m̃. 1. co. cum 1. co. m̃. 2. fit 4. præciſè. Cuba igitur partem quæ eſt res m̃. numero, fit 1. cu. m̃. 8. m̃. 6. cen. p̃. 12. co. quadra maiorem numerum m̃. co.

Prima pars,	6. m̃. 1. co.
Cenſus,	36. p̃. 1. ce. m̃. 12. co.
Secunda pars,	1. co. m̃. 2.
	12. p̃. 1. ce. 3. ce. p̃. 4.
Cubus,	1. cu. m̃. 8. m̃. 6. ce. p̃. 12. co.
Aggregatū cubi & cens æqualia	1. cu. p̃, 28. m̃. 5. ce. 30.

fit 36. p̃. 1. ce. m̃. 12. co. iunge ſimul, fiunt 1. cu. p̃. 28. m̃. 5. cen. æqualia 30. Igitur 1. cu. æquatur 5. ce. p̃. 2. Quare res valebit ℞. v. cu. $5\frac{07}{27}$ p̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ p̃. $1\frac{2}{3}$ p̃. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ & quia prima pars fuit 6. m̃. 1. co. igitur prima pars quæ fuit quadranda eſt $4\frac{1}{3}$ m̃. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̃. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̃. ℞. $10\frac{7}{27}$, & alia pars (& eſt pars maior cubanda) eſt ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ p̃. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̃. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̃. l. $\frac{1}{3}$ & eſt valor rei m̃. 2. & ita in reliquis tenet regula generaliter.

Velut ſi diceres, fac de 6. duas partes ita quòd cubus vnius cum quadrato alterius faciat 100. Tunc accipe $\frac{2}{3}$ de 6. quod eſt 4. huic adde $\frac{1}{9}$ pro regula fit $4\frac{1}{9}$, accipe ℞. $4\frac{1}{9}$ & ei adde $\frac{1}{3}$ pro regula fit ℞. $4\frac{1}{9}$ p̃. $\frac{1}{3}$, hoc adde ad 6. habebebis $6\frac{1}{3}$ p̃. ℞. $4\frac{1}{9}$. Pone igitur hunc numerum m̃. 1. co. & 1. co. m̃. numero inuento, habebis igitur $6\frac{1}{3}$ p̃. ℞. $4\frac{1}{9}$ m̃. 1. co. & 1. co. m̃. ℞. $4\frac{1}{9}$ m̃. $\frac{1}{3}$, cuba hunc & quadra primum habebis 1. cu. æqualem cenſibus & numero quia per modum huius poſitionis cadunt res ab vtraque parte.

Si verò dicat fac de 7. duas partes quarum cubus vnius cum quadrato alterius faciat 49. tunc quando numerus producendus eſt quadratum numeri diuidendi vt hic (nam 49. eſt quadratum 7.) tunc dupla numerum diuidendum qui eſt 7. fit 14. ei adde $\frac{1}{4}$ pro regula ſemper fit $14\frac{1}{4}$, huius accipe ℞. & ab ea minue $\frac{1}{2}$ pro regula habebis valorem rei ℞. $14\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$. Et ita ſi dixiſſet diuide 9. in duas partes quarum cubus vnius cum quadrato alterius faceret 81. tunc ſemper duplica 9. numerum diuidendum fit 18. adde ei $\frac{1}{4}$ pro regula, fit $18\frac{1}{4}$,

Res ℞. $18\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2}$ m̃ ℞. $18\frac{1}{4}$
19. 55.	$9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $18\frac{1}{4}$
Cubus ℞. $6588\frac{1}{4}$ m̃. $27\frac{1}{2}$	$108\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $6588\frac{1}{4}$

cape ℞. & ab ea minue $\frac{1}{2}$ fiet valor rei ℞. $18\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ & reſiduum erit $9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $18\frac{1}{4}$ cuius probatio eſt quod cubes ℞. $18\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ fit ℞. $6588\frac{1}{4}$ m̃. $27\frac{1}{2}$ quadra $9\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $18\frac{1}{4}$ fit $108\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $6588\frac{1}{4}$ iunge ſimul, fiunt 81. quod erat propoſitum.

Trigeſima prima, Sunt duo numeri quorum differentia eſt 10. & quadratum minoris cum quadrato tertiæ partis maioris, & ℞. aggregati æquatur 110. ſoluitur ex centeſima decima ſeptima quæſtione practicæ per regulam poſitionis proportionatæ nam ſi minor numerus ponatur 1. co. erit maior 1. co. p̃. 10. & $\frac{1}{3}$ maioris $\frac{1}{3}$ co. p̃. $3\frac{1}{3}$ Multiplica 3. denominatorem in ſe fit 9 adde 1. fit 10. multiplica etiam 3. in $3\frac{1}{3}$ fit 31

1. co.	$\frac{1}{3}$ co. p̃. $3\frac{1}{3}$
3. 9. 1. 10.	10. 1.
1. co. m̃. 1.	
$\frac{1}{3}$ co. p̃. 3.	

10. diuide hoc ſecundùm productū per primum, exit 1. & hic eſt numerus minuendus ab 1. co. Multiplica hoc per 3. etiam fit 3. & hic eſt numerus addendus ad $\frac{1}{3}$ co. quare quadra vtrumque & habebis $\frac{1}{9}$ ce.

$\frac{1}{3}$ co. p̃. 3.
$\frac{1}{9}$ ce. p̃. 2. co. p̃. 9.
1. co. m̃. 1.
1. ce. m̃. 2. co. p̃. 1.
$1\frac{1}{9}$ ce. p̃. 10.
℞. v. $1\frac{1}{9}$ ce. p̃. 10.

p̃. 2. co. p̃. 9. & 1. cen. m̃. 2. co. p̃. 1. quæ ſimul iuncta faciunt $1\frac{1}{9}$ ce. p̃. 10. huic aggregato

aggregato adde ℞. fiet totum $1\frac{1}{9}$ cen. p̄. 10. p̄ ℞. v. $1\frac{1}{9}$ ce. p̄. 10. & hoc æquatur 110. igitur 110. m̄. $1\frac{1}{9}$ ce. m̄. 10. quod est dicere 100. m̄. $1\frac{1}{9}$ ce. æquatur ℞. v. $1\frac{1}{9}$ ce. p̄. 10. Quadra partes, fient 10000. p̄. $1\frac{19}{81}$ ce. ce. m̄. $222\frac{2}{9}$ ce. æqualia $1\frac{1}{9}$ cen. p̄. 10. Quare fient 9990. p̄. $1\frac{19}{81}$ ce. ce. æqualia $223\frac{1}{3}$ ce. reduc ad 1. ce. ce. habebimus 1. ce. ce. p̄. $8091\frac{9}{10}$ æqualia $180\frac{9}{10}$ ce. quare sequendo capitulũ dimidia census, fiunt $90\frac{9}{20}$, quadra fiunt $8181\frac{81}{400}$, aufer numerum qui fuit $8091\frac{9}{10}$ fit residuum $89\frac{121}{400}$, huius ℞. est $9\frac{9}{20}$, quam minue ex $90\frac{9}{20}$, remanent 81. cuius ℞. est 9. valor rei. Et quia posuimus $\frac{1}{3}$ numeri maioris esse $\frac{1}{3}$ co p̄. 3. igitur fuit 6. igitur numerus maior fuit 18. quod erat quærendum.

Et hoc exemplum est positionis proportionalis,

Et exemplum quæstionis præcedentis est positionis incruciatæ.

Et in quarta quæstione huius libri habes exemplum positionis æqualis.

Exemplum positionis simplicis habes in tertia quæstione harum.

Exemplum positionis collectæ habes in vigesima quarta quæstione, & seruit regulæ de duplo.

Exemplum positionis iteratæ habes in quæstione decima quarta harum.

Exemplum positionis liberæ habes in sexta quæstione harum.

Exemplum positionis duplicatæ inseruientis regulæ de medio habebis in sequenti quæstione.

Exemplum positionis falsæ per m̄. & est fortior omnibus, habes in quæstione trigesima quarta & trigesima octaua infràposita.

Et ita sunt nouem genera positionum diuersa cum quibus soluuntur omnes quæstiones.

Trigesima secunda, Inuenias duos nume-
32 ros quorum quadratum vnius cum cubo alterius faciat 10. & quadratum maioris æquetur multiplicationi minoris in aggregatum. Hæc soluitur per regulam de medio, & possunt formari infinitis modis quæstiones sub hac forma diuersæ. Pone quòd prima sit 1. co. & secunda $\frac{1}{2}$. Igitur quadra maiorem habebis 1. ce. multiplica minorem in aggregatum habebis $\frac{1}{2}$ co. p̄ $\frac{1}{4}$ quare res valet (per capitulum census æqualis rebus & numero) ℞. $\frac{5}{16}$ p̄. $\frac{1}{4}$ & hic est valor rei. Deinde fac secundam positionem ponendo $\frac{1}{2}$ co. & ℞. $\frac{5}{16}$ p̄. $\frac{1}{4}$ co. quadra fit cen $\frac{3}{8}$ p̄. ℞. $\frac{5}{64}$, cuba $\frac{1}{2}$ co. fit $\frac{1}{8}$ cu. Igitur $\frac{1}{8}$ cu. p̄. $\frac{3}{8}$ p̄. ℞. $\frac{5}{64}$ cen. æquantur 10. igitur 1. cu. p̄. 3. p̄. ℞. 5. ce. æquatur 80. Accipe $\frac{1}{3}$ numeri censuum quod est 1. p̄. ℞. $\frac{5}{9}$ & cuba, fit $2\frac{2}{3}$ p̄. ℞. $7\frac{17}{729}$, dupla fit $5\frac{1}{3}$ p̄. ℞. $28\frac{68}{729}$, minue ex 80. remanent $74\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $28\frac{68}{729}$, fac duas partes ex hoc ex quarum multiplicatione producatur quadratum $2\frac{2}{3}$ p̄. ℞. $7\frac{17}{729}$ & ℞. v. cubæ talium partium detracto 1. p̄. ℞. $\frac{5}{9}$ sunt valor rei cuius dimidium est pars minor, quia posuimus $\frac{1}{2}$ co. esse valorem rei. Reliqua pars inuenitur iterando positionem facilius quàm per multiplicationem.

Et si dixisset quòd quadratum minoris æquetur ductui aggregati earum in differentiam, & quod cubus aggregati earum esset 20. tunc scis quòd aggregatum est ℞. cu. 20. ex qua oportet facere duas partes quarum quadratum minoris sit æquale productioni ℞. cu. 20. in differentiam, & licet solui possit eo modo, melius tamen soluitur per regulam de medio. Pone quòd minor sit 1. maior sit 1. co. igitur quadratum minoris est 1. & productum aggregati in differentiam est 1. cen. m̄. 1. Igitur cùm 1. cen m̄. 1. sit æqualis 1. res valebit ℞. 2. Prima igitur est 1. co. secunda co. ℞. 2. iunge fit co. ℞. 2. p̄. 1. & huius cubus est cubi ℞. 50. p̄. 7. & hoc æquatur 20. Igitur res valet ℞. v. cu. ℞. 20000. m̄. 140. & hæc est minor pars, alia erit ℞. cu. 20. m̄. ℞. v. cu. ℞. 20000. m̄. 140.

Trigesima tertia, Diuide 10. in duas par- 33
tes quarum cubus vnius sit æqualis quadrato alterius. Hæc soluitur per positionem duplicatam, sed cum animaduersione: nam eo quòd cubus minoris æquatur quadrato maioris, sequitur vt cubus minoris partis & quadratum maioris sit vnum & idem. Igitur oportet inuenire denominationem habentem ℞. quadratam & cubam, & hæc est 1. cu. cen. eius namque ℞. quadrata est 1. cu. & ℞. cu. est 1. cen. Igitur vides quòd cubus de 1. cen. æquatur quadrato de 1. cu. igitur tales partes de 10. necessariò erunt 1. cu. & 1. cen. alicuius quantitatis, quia cubata minore quæ est 1. cen. & quadrata maiore quæ est 1. cu. prouenit idem quod est 1. cu cen. Igitur dices quòd 1. cu. p̄. 1. cen. æquetur 10. eò quòd 10. est diuisus in duas partes quarum vna est 1. cu. altera 1. cen. Quare per capitulum trigesimum secundum, cùm 1. cu. p̄. 1. cen. æquatur 10. res valet ℞. v. cu. $4\frac{26}{27}$ p̄. ℞. $24\frac{433}{729}$ m̄. l. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $4\frac{26}{27}$ m̄. ℞. $24\frac{433}{729}$ quare habemus rem. Et iam dictum est quòd 10. diuiditur in 1. cu. & 1. cen. dicemus igitur quòd partes erunt vna quæ maior est cubus dictæ quantitatis positæ, & alia quæ erit minor erit census dictæ quantitatis, & tales partes æquabuntur 10. & cubus minoris æquabitur quadrato maioris eò quòd vtrumque erit census cubi de ℞. v. cu. $4\frac{26}{27}$ p̄. ℞. $24\frac{433}{729}$ m̄. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. $4\frac{6}{2}$ m̄. ℞. $24\frac{423}{729}$ & ita patet solutio pulchræ quæstionis. Si autem velles habere dictas partes oporteret cubare & quadrare dictam quantitatem secundùm præcepta vigesimi quinti capituli.

Ex hoc apparet quòd cùm 1. cu. p̄. co. æquatur 1. cen. p̄. numero, & fuerit dimidium numeri rerum ℞. numeri tunc habebis 1. cu p̄. 1. cen. æqualia ℞. illius numeri, & valor rei inuentus per hanc æquationem erit ℞. quadrata valoris rei inueniendi per primam æquationem propositam. Exemplum, 1. cu. p̄. 24. co. æquatur 1. cen. p̄. 144. Dices igitur quia dimidium rerum (quod est 12) est ℞. 144. numeri, quod 1. cu. p̄. 1. cen. æquatur 12. dictæ ℞. & valor rei est 2. in hac æquatione. Igitur cùm hic valor sit ℞. primi valoris, erit valor rei de 1. cu. p̄. 24. co. æqualibus 1. cen. p̄. 144. quadratũ 2. quod est 4. & tantum valuit res.

Eodem

Eodem modo præcisè ſoluitur quæſtio hæc: Fac de 10. duas partes quarum ℞. cu. vnius ſit æqualis ℞. quadratæ alterius. Igitur ℞. cubica & quadrata cùm ſint vna, erunt 1. co. Igitur partes erunt 1. cu. & 1. cen. igitur 1. cu. p̄. 1. ce. æquatur 10. & valor rei erit vt priùs cuius cubus & cenſus erunt partes quæſitæ.

34 Trigeſima quarta, Quidam dixit quantum dotis attulit Lucretia Ælio? reſpondit ille, duc. 1000. pluſquam haberet Ælius in facultatibus. Iterum interrogauit ille, quantum habuit Ælius in facultatibus. Reſpondit alius aurei facultatum Ælij quadrati ſunt 20000. m̄. quàm aurei dotis Lucretiæ quadrati, quæritur dos Lucretiæ & facultas Ælij. Scias quòd hæc eſt pulcherrima quæſtio quia per negotiationem inueniri nequit; ideo Mercator maximè in talibus hallucinatur, quia quantò plus operatur, tantò magis elongatur à quæſito: ideò pone quòd Ælius habeat m̄. 1. co. igitur dos fuit 1000. duc. m̄. 1. co. quia habuit Lucretia duc. 1000. dotis p̄. facultatibus Ælij, quadra habebis p̄. 1. cen. ex parte Ælij, quia m̄. in m̄. facit p̄. & ex parte Lucretiæ 1000000. p̄. 1. cen. m̄. 2000. co. Detrahe cenſum Ælij ex cenſu dotis Lucretiæ, remanent 1000000. m̄. 2000. co. æqualia 20000. Igitur detrahe 20000. ex 1000000. remanent 980000. duc. æquales 20000 co. quare res valet 490. & tantum habuit m̄. Ælius in facultatibus ſuis, id eſt debiti ſine aliquo capitali, detrahe 490. ex 1000. remanent 510. valor dotis, & tantum attulit Lucretia. Et ſi tales proponas Mercatoribus quæſtiones, tunc agnoſcunt errorem ſuum, & nota bene quòd quadratum m̄. eſt p̄. & cubus m̄. eſt m̄; & ideo dixit alius, quantum attulit Iulia dotis? reſpondit ille duc. 40. pluſquàm Sergius habeat in facultatibus. Iterum interrogauit ille quantum habuit Sergius in facultatibus? reſpondit alius, cubus duc. Sergij eſt 17920. duc. minus cubo ducatorum dotis Iuliæ. Quæritur quantum habuit vnuſquiſque; Pone quòd Sergius habeat 1. co. minus, igitur Iulia habuit 40. duc. m. 1. co. Cuba partes, habebis 1. cu. m. & 64000. p̄. 120. cen. m. 4800. co. m. 1. cu. detrahe m. 1. cu. facultatum Sergij ex m. 1. cu. dotis Iuliæ relinquuntur 64000. p̄. 120. cen. m. 4800. co. æqualia 17920. Igitur habebimus 46080. p̄. 120. cen. æqualia 4800. co. quia eò quòd vna pars ſuperabat alteram in 17920. igitur detracta parte & ſuperatione detractione debet relinqui nihil. Igitur cum relinquantur p̄. & m. oportet vt partes p̄. & m. æquiualeant ad hoc vt illud tale compoſitum ſit nihil, reduc ad 1. cen. habebimus 384. p̄. 1. cen. æqualia 40. co. quare res valebit 16. duc. & tantùm habuit m̄. Sergius ſine aliquo capitali, detrahe 16. ex 40. remanet 24. duc. dos Iuliæ: vel potes dicere è contrà quòd Sergius habuit 24. duc. debiti, & Iulia 16. duc. attulit ei dotis, & verificatur in vtroque. Et ſimiliter ſi dicat, inuenias numerum cuius 1. cu. æquatur 1. cen. p̄. 20. co. & 1. cen. æquetur 4. co. p̄. 32. Tunc ſcias quòd in talibus ſi quæreres per p̄. videbis impoſſibilitatem manifeſtam, ſed dices conuertendo igitur 1. cen. p̄. 4. co. æquatur 32. & 1. cu. p̄. 1. ce. æquatur 20. co. Igitur res valet 4. & ideo nota conuerſionem capitulorum p̄. & m. per ſubiecta illorum. Et ſi bene intellexeris hoc ſecretum, facies mirabilia. Et tu vides quòd ſi 1. cen. æquatur 4. co. p̄. 32. res valet ℞. 36. p̄. 2. & ſi 1. cen. p̄. 4. co. æquatur 32. res valet ℞. 36. m. 2. Igitur proportio valoris vnius ad alterum eſt veluti binomij ad ſuum reciſum. Et hoc nota,

Trigeſima quinta, Fiſcus Mediolani ſumpſit mutuò duc. 12000. ad 14. pro 100. ad rationem anni, ea conditione vt ſoluerentur, in 9. menſibus æqualiter quia aſſignationes ſunt ſuper vectigalibus à publicanis perſoluendis ſingulo menſe. Et hic qui dederit pecunias pactus eſt vt reciperet eas æqualiter ſingulo menſe tantundem computatis reditibus, & quòd reditus capitalis eſſet ſimplex & non ad caput anni. Quæruntur igitur duo, quot peccuniæ debent ſolui ſingulo menſe, & pro quantum fuit pro 100. iſta conuentio. Hæc & tales ſimiles accidunt quotannis fermè Mediolani, vtinam non ita eſſet! & fuit re vera diebus proximè præteritis, & hoc modo eſt difficilis quæſtio, & quidam conantur ſoluere per reductionem ad vnum terminum, & non eſt ita, nam eſſet in magnum damnum Fiſci. 35

Propterea debes conſiderare quòd reditus ſingulo menſe ſimplex eſt $1\frac{1}{6}$ pro 100. quia eſt 14. pro 100. in anno. Igitur ſi 100. fit $101\frac{1}{6}$ in menſe, 600. fient 607. in menſe. Et ex conſequenti lucratur $\frac{7}{600}$ capitalis. Quia igitur vſura nihil lucratur oportet vt tota ſolutio ſit ſuper capitale & vſura maneat in vltimo. Promerere igitur 600. ad menſes vt vides non ponendo ſolutionem primi menſis, deinde accipe vltimum terminum qui eſt 600. m. 8. co. & eì iunge reditus 9. menſium qui ſunt 63. m. $\frac{21}{50}$ co. fiunt 663. m. $8\frac{21}{50}$ co. æqualia 1. co. nam ſolutio vltimi menſis debet æquari aliis ex ſuppoſito, & in aliis ſoluit 1. co. igitur & in hoc vltimo menſe ſoluet 1. co. & iam ſuppoſitum eſt quòd ſolueret reſiduum totum ex capitali & vſura, igitur tale reſiduum

Menſes,	Capitale,	Vſura,
1.	600.	7.
2.	600. m. 1. co.	7. m. $\frac{7}{600}$ co.
3.	600. m. 2. co.	7. m. $\frac{13}{600}$ co.
4.	600. m. 3. co.	7. m. $\frac{21}{600}$ co.
5.	600. m. 4. co.	7. m. $\frac{28}{600}$ co.
6.	600. m. 5. co.	7. m. $\frac{35}{600}$ co.
7.	600. m. 6. co.	7. m. $\frac{42}{600}$ co.
8.	600. m. 7. co.	7. m. $\frac{49}{600}$ co.
9.	600. m. 8. co.	7. m. $\frac{56}{600}$ co.
	600. m. 8. co. p̄. 63. m. $\frac{21}{50}$ co.	
	Æqualia 1. co.	

æquatur 1. co. quod vt dixi erat 663. m. $8\frac{21}{50}$ co. Igitur cùm hoc æquetur 1. co. fient 663. æqualia $9\frac{21}{50}$ co. quare diuide nume-

rum

rum per le. co. exibit valor rei duc. $70\frac{60}{157}$. Et quia positum est quod essent ducat. 12000. diuide 12000. per 600. exit 20. Multiplica 20. per duc. $70\frac{60}{157}$ fit duc. $1407\frac{101}{157}$, & tantum debuit solui singulo mense, & qui soluunt aliter, grauiter errant & & in damnum fisci. Si igitur vis scire quantum lucrantur, Primò multiplica solutionem per menses qui sunt 9. exit duc. $12668\frac{124}{157}$. Detrahe capitale, fit lucrum duc. $668\frac{124}{157}$. Et si vis scire quantum lucrantur pro 100. diuide 12000. capitale per $1407\frac{101}{157}$ solutionem vnius mensis, quod exit est numerus mensium in quo fit solutio capitalis. Deinde reduc illos menses ad vnum terminum, & habebis in quanto tempore duc. 12000. lucrantur duc. $668\frac{124}{157}$. Deinde fac per regulam 3.

Si verò velles pro regula hoc facere vide 12000. aureos, quot aureos lucrantur in nouem mensibus ad 14 pro 100. & inuenies quòd lucrantur ducatos 1260. adde ad 12000. fiunt 13260. Deinde accipe progressionem de 8. qui est 1. m̃. numero mensium semper, & est 36. hanc multiplica per lucrum vnius mensis quod est 140. fit 5040. diuide per capitale quod est 12000. exit $\frac{21}{50}$, adde ad 9. numerum terminorum fit $9\frac{21}{50}$, diuide 13260. per $9\frac{21}{50}$ quod exit est $1407\frac{101}{157}$ solutio vnius mensis, quæ si multiplicatur per 9. numerum mensium, habebis vt priùs aggregatum lucri & capitalis, vnde detracto capitali remanebit lucrum.

36 Trigesima sexta, Inuenias duos numeros quorum differentia sit 4. & cubi iuncti eorum sint 100. Pone semper 1. co. p̃. dimidio & m̃. dimidio numeri differentiæ, & habebis 1. co. p̃. 2. & 1. co. m̃. 2. & cuba vt vides, & iunge: habebis igitur 2. cu. p̃. 24. co. æqualia 100. Quare sequere capi-

1. co. p̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. p̃. 6. ce. p̃. 8.
1. co. m̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. m̃. 6. ce. m̃. 8.
2. cu. p̃. 24. co. æqualia 100.

tulum, habebis valorem rei esse ℞. v. cu. ℞. 3012. p̃. 50. m̃. ℞. v. cu. ℞. 3012. m̃. 50. & hic est valor rei. Et quia posuimus vnum ex illis numeris 1. co. p̃. 2. & alium 1. co. m̃. 2. addemus & detrahemus 2. à valore supradicto, & habebimus dictos numeros fore ℞. v. cu. ℞. 3012. p̃. 50. m̃. ℞. v. cu. ℞. 3012. m̃. 50. p̃. l. 2. & hic est maior: & minor erit ℞. v. cu. ℞. 3012. p̃. 50. m̃. ℞. v. cu. ℞. 3012. m̃. 50. m̃. l. 2.

Quòd si dixerit, Inuenias duos numeros quorum differentia sit 4. & cuborum differentia sit 100. similiter facies positionem, & cubabis vtramque partem, demum minue minorem de maiore & relinquuntur 12. cen. p̃. 16. æqualia 100. quare 84. æquatur 12. cen. & res valebit ℞. 7. Et quia vt priùs suppositum est quòd vnus numerorum sit 1. co. p̃. 2. alter 1. co. m̃. 2. habebimus illos numeros esse ℞. 7. p̃. 2.

1. co. p̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. p̃. 6. ce. p̃. 8.
1. co. m̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. m̃. 6. ce. m̃. 8.
12. cen. p̃. 16.

& ℞. 7. m̃. 2. Quòd si dicat sunt duo numeri quorum differentia est 8. & differentia cubi vnius à quadrato alterius fuit 100. quæruntur numeri. Fac igitur primò de 8. duas partes quarum triplum quadrati vnius sit æquale duplo reliquæ partis, & hoc pro regula, & erit prima pars 1. co. secunda 8. m̃. 1. co. Dupla 8. m̃. 1. co. fit 16. m̃. 2. co. quadra 1. co. fit 1. cen. tripla fit 3. cen. æqualia 16. m̃. 2. co. quare 1. ce. p̃. $\frac{2}{3}$ co. æquantur $5\frac{1}{3}$ & res valebit 2. Vna igitur pars est 2. alia 6. Fac igitur per positionem incruciatam ponendo numerum primum 1. co. m̃. 2. & secundum 1. co. p̃. 6. quorum differentia est 8. cuba minorem & quadra maiorem, deinde detrahe, habebis tandem 1. cu, m̃. 7. cen. m̃. 44. æqualia 100. Quare 1. cu. æquatur 7. cen. p̃. 144. Cuba $2\frac{1}{3}$ tertiam partem censuum, habebis $12\frac{19}{27}$, dupla fit $25\frac{1}{27}$, adde ad 144. fit $169\frac{11}{27}$. Quadra $12\frac{19}{27}$ fit $161\frac{280}{729}$, diuide

1. co. m̃. 2.
1. cu. p̃. 12. co. m̃. 6. ce. m̃. 8.
1. co. p̃. 6.
1. ce. p̃. 12. co. p̃. 36.
1. cu. m̃. 7. ce. m̃. 44. æqualia 100.

$169\frac{11}{27}$ in duas partes, ex quarum multiplicatione fiant $161\frac{280}{729}$ & erunt partes $84\frac{19}{27}$ p̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ & $84\frac{19}{27}$ m̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$. Igitur valor rei est ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̃. l. $2\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ quia igitur partes sunt vna 1. co. m̃. 2. & est illa quæ cubatur, & alia 1. co. p̃. 6. illa quæ quadratur erunt partes vt vides,

Prima, ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̃. l. $\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$.

Secunda, ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$ p̃. l. $8\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m̃. ℞. $7013\frac{1}{3}$.

Si verò dicat quod inuenias duos numeros quorum differentia sit 8. & cubus vnius cum quadrato alterius faciat 100. tunc facies præcisè vt in præcedente pro inuenienda positione & erunt partes 2. & 6. vt priùs, in positione verò pones 1. co. p̃. 2. cubandam & 1. co. m̃. 6. quadrandam. Quare quadra. 1. co. m̃. 6. fit 1. cen. m̃. 12. co. p̃. 36. cuba 1. co. p̃. 2. fit 1. cu. p̃. 12. co. p̃. 6. cen. p̃. 8. iunge simul fiunt 1. cu. p̃. 7. cen. p̃. 44. æqualia 100. Quare 1. cu. p̃. 7. cen. æquabitur 56. Sequere æquationem cubando $2\frac{1}{3}$ fit $12\frac{19}{27}$, dupla fit $25\frac{11}{27}$, detrahe ex 56. remanent $30\frac{16}{27}$, quadra $12\frac{19}{27}$ fit $161\frac{280}{729}$, fac ex $30\frac{16}{27}$ duas partes ex quarum multiplicatione producatur $161\frac{280}{729}$ & erunt partes $15\frac{8}{27}$ p̃. ℞. $72\frac{16}{27}$ & $15\frac{8}{27}$ m̃. ℞. $72\frac{16}{27}$, & ideo valor rei erit ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ p̃. ℞. $72\frac{16}{27}$ m̃. l. $2\frac{1}{3}$ p̃. ℞. v. cu.

1. co. p̄. 2.
1. co. m̄. 6.

1. cu. p̄. 12. co. p̄. 6. ce. p̄. 8.
1. ce. m̄. 12. co. p̄. 36.

1. cu. p̄. 7. cen. p̄. 44.
æqualia 100.

cu. $15\frac{8}{27}$ m̄. ℞. $72\frac{16}{27}$. Et quia primus numerus cubandus est 1. co. p̄. 2. & secundus numerus quadrandus 1. co. m̄. 6. erit primus numerus ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ p̄. ℞. $72\frac{16}{27}$ m̄. l. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ m̄. ℞. $72\frac{16}{27}$ & secundus numerus erit ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ p̄. ℞. $72\frac{16}{27}$ m̄. l. $8\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $15\frac{8}{27}$ m̄. ℞. $72\frac{16}{27}$ & patet quòd hæc quantitas est per m̄. vt in quæstione trigesima quarta dictum est. Quòd si velles per p̄. oporteret vt æquauisses dictum cubum cum quadrato magno numero vtpote 1000.

Si verò dicat, fac de 4. duas partes quarum cubus vnius cum quadrato alterius faciat 30. dico quòd hæc est posita in trigesima regula, & soluitur alio modo quàm ibi. Fac igitur duas partes de 4. quarum duplum vnius sit æquale triplo quadrati alterius, & erunt partes $1\frac{1}{3}$ & $2\frac{2}{3}$. Pone igitur vnam quantitatem $2\frac{2}{3}$ m̄. 1. co. & aliam $1\frac{1}{3}$ p̄. 1. co. manifestum est quòd hæ iunctæ faciunt 4. Cuba partem minoris numeri, & & quadra partem maioris numeri, deinde iunge vt vides. Habebis igitur $9\frac{13}{27}$ p̄. 5. cen. p̄. 1. cu. æqualia 30. Quare 1. cu. p̄.

$1\frac{1}{3}$ p̄. 1. co.
$2\frac{10}{27}$ p̄. 4. ce. p̄. $5\frac{1}{3}$ co. p̄. 1. cu.
$2\frac{2}{3}$ m̄. 1. co.
$7\frac{1}{9}$ p̄. 1. cen. m̄. $5\frac{1}{3}$ co.

$9\frac{13}{27}$ p̄. 5. cen. p̄. 1. cu.
æqualia 30.

5. cen. æquabitur $20\frac{14}{27}$. Cuba $\frac{1}{3}$ censuum fit $4\frac{17}{27}$, dupla fit $9\frac{7}{27}$, detrahe ex $20\frac{14}{27}$ remanent $11\frac{7}{27}$, fac ex $11\frac{7}{27}$ duas partes quarum productum vnius in alteram faciat quadratum $4\frac{17}{27}$ quod est $21\frac{316}{729}$ & habebis partes $5\frac{17}{27}$ p̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ & $5\frac{17}{27}$ m̄. ℞. $10\frac{7}{27}$. Harum igitur ℞. cubicæ iunctæ (detracta tertia parte censuum) erunt valor rei. Igitur res valet ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̄. l. $1\frac{2}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ igitur cùm numeri dicti sint $1\frac{1}{3}$ p̄. 1. co. & $2\frac{2}{3}$ m̄. 1. co. erunt primus ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̄. l. $\frac{1}{3}$ p̄. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̄. ℞. $10\frac{7}{27}$, & secundus erit $4\frac{1}{3}$ m̄. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ p̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ m̄. ℞. v. cu. $5\frac{17}{27}$ m̄. ℞. $10\frac{7}{27}$ vt priùs.

37 Trigesima septima, Sit trigonus a b c, cuius angulus a sit rectus, & a b & a c iuncta sint 12. & basis b c si 6. p̄. kateto a d, quæruntur latera. Per quartam secundi Euclidis, quadratum aggregati ex a b & a c, quod est 144. ex supposito æquatur quadratis a b & a c, & duplo a b in a c, sed quadrata a b & a c æquantur quadrato b c per quadragesimam sextam primi Euclidis, & duplum eius quod fit ex a c in a b æquatur duplo eius quod fit ex a d in b c per octauam sexti eiusdem. Igitur quadratum b c cum duplo eius quod fit ex a d in b c æquatur



144. pone igitur a d 1. co. erit b c 1. co. p̄. 6. ex supposito. Quadra b c fit 1. ce. p̄. 12. co. p̄. 36. multiplica a d in b c fit 1. ce. p̄. 6. co. duplica fit 2. ce. p̄. 12. co. adde cum quadrato b c habebis 3. ce. p̄. 24. co. p̄. 36. æqualia 144. Quare 1. cen. p̄. 8. co. æquabitur 36. Igitur res valet ℞. 52. m̄. 4. & tanta est a d, & b c erit ℞. 52. p̄. 2. Pro inueniendo igitur partes, tu scis quòd quadratum b c æquatur quadratis a b & a c, quadra igitur b c fit 56. p̄. ℞. 832. fac de 12. duas partes quarum quadrata iuncta faciant 56. p̄. ℞. 832. per algebra ponendo 6. p̄. 1. co. & 6. m̄. 1. co. horum quadrata iuncta sunt 72. p̄. 2. cen. & hæc æquatur 56. p̄. ℞. 832. igitur 1. cen. æquatur ℞. 208 m̄. 8. Igitur res valet ℞. v. ℞. 208. m̄. 8. & quia a c maior pars qualiscumque sit supponitur 6. p̄. 1. co. & a b 6. m̄. 1. co. erit a c 6. p̄. ℞. v. ℞. 208. m̄. 8. & a b erit ℞. v. ℞. 208. m̄. 8. Et nota circa hoc quòd dantur limites superationis b c super a d, nam b c non potest esse maior a d, in plusquam 12. quod est aggregatum a b & a c, nec potest talis superatio esse minor ℞. 18. quæ est ℞. $\frac{1}{8}$ quadrati aggregati a b & a c quod est 144. & hoc est vniuersale in omnibus quod excessus non potest esse maior aggregato laterum, nec minor ℞. $\frac{1}{8}$ quadrati aggregati laterum.

Trigesima octaua, Fac de 6. duas partes quarum multiplicatio vnius in alteram faciat 16. Tu debes diuidere 6. fit 3. quadra fit 9. aufer 16. fit 7. m̄. huius ℞. adde & minue à 3. fiunt partes 3. p̄. ℞. m̄. 7. & 3. 38

3. p̄. ℞. m̄. 7.
3. m̄. ℞. m̄. 7.

9. m̄ m̄. 7. quod est 16.

m̄. ℞. m̄. 7. Multiplica igitur 3. p̄. ℞. m̄. 7. in. 3. m̄. ℞. m̄. 7. fit 9. m̄. m̄. 7. sed m̄. m̄. 7. est p̄. 7. Igitur ex tali multiplicatione fit 16. quòd autem tales numeri tantùm faciant 6. patet, quia p̄. ℞. m̄. 7. & m̄. ℞. m̄ 7. nihil faciunt vt patet. Quòd etiam m̄. m̄. 7. fit p̄. 7. patet, nam m̄. in m̄. facit p̄. item quia minuere vnam diminutionem est addere, ponatur igitur tota a b diminuta a c,



si igitur minuas illud m̄. vel auferas ex a b remanebit a b in sua integritate, abstulisti enim quod minuebat: & etiam quod si minuas vnum p̄. relinquitur tantò minus

minus quantum est illud quod diminuisti. Igitur si diminuis vnum m̃. tantundem addes. Et si dicas quòd hoc est contra quintam secundi Euclidis, dico quòd qui hoc dicit, non intelligit verè Euclidem, & eius imaginatio est supra intellectum, istud tamen verum est quod tales æquationes requirunt intellectum subtilissimum & sunt quasi entia rationis.

Quod si dicat fac ex 6. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 20. tunc eadem ratione dices quòd valor rei est 3. m̃. ℞. m̃. 11. & 3. p̃. ℞. m̃. 11. Differt hæc à præcecente quia ℞. 11. est maior 3. nec talis æquatio potest conuerti dicendo quòd sit ℞. 11. p̃. 3. & ℞. 11. m̃. 3. Primò quia faciunt ℞. 44. & etiam quia multiplicatæ faciunt 2. & non 20. Et nota quod ℞. p̃. 9. est 3. p̃. vel 3. m̃. nam p̃. & m̃. in m̃. faciunt p̃. Igitur ℞. m̃. 9. non est 3. p̃. nec m̃. sed quædam tertia natura abscondita.

Quòd si dicat, fac de 6. duas partes, quarum quadrata iuncta faciant 116. habebis ex trigesima quinta regula quinquagesimi primi capituli practicæ per hunc modum partes 10. p̃. & 4. m̃. hæc iuncta faciunt 6. & eorum quadrata sunt 116. quia m̃. in m̃. facit p̃.

Quòd si dicat, fac de 6. duas partes ex quarum multiplicatione fiant 40. m̃. & tunc hæc fit eodem modo quasi dicas inuenias duos numeros quorum differentia sit 6. & multiplicatio vnius in alterum faciat 40. operando igitur quadra 3. dimidium 6. fit 9. adde ad 40. fit 49. accipe ℞. quæ est 7. eam adde & minue ad 3. dimidium numeri diuidendi, fiunt partes 10. p̃. & 4. m̃. quæ iunctæ faciunt 6. & ex multiplicatione vnius in alterum fit 40. m̃.

Quòd si dicat, fac ex 6. duas partes quarum quadrata iuncta faciant 40. m̃. quadra 3. dimidium 6. fit 9. aufer ex 20. m̃. dimidio producendi, fit 29. m̃. accipe ℞. quæ est ℞. m̃. 29. eam adde & minue à 3. fient partes 3. p̃. ℞. m̃. 29. & 3. m̃. ℞. m̃. 29. quadra 3. p̃. ℞. m̃. 29. fit 9. m̃. 29. p̃. ℞. m̃. 1044. quadra 3. m̃. ℞. m̃. 29. fit 9. m̃. 29. m̃. ℞. m̃. 1044. iunge simul hæc, fiunt m̃. 40. præcisè & tales numeri aggregant 6.

Ex hoc patet complementum capitulorum omnium cubi æqualis rebus & numero, & cubi & censuum æqualium nuro, & cubi & numeri æqualium rebus & censibus. Si igitur quis dicat 1. cu. æquatur 9. co. p̃. 6. cuba 3. tertiam partem rerum fit 27. fac de 6. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 27. & erunt partes 3. p̃. ℞. m̃. 18. & 3. m̃. ℞. m̃. 18. Igitur ℞. cubicæ horum iunctæ sunt valor rei, videlicet ℞. v. cu. 3. p̃. ℞. m̃. 18. p̃. ℞. v. cu. 3. m̃. ℞. m̃. 18. Proba & inuenies.

Et similiter si dicat, 1. cu. p̃. 6. cen. æquatur 12. cuba 2. tertiam partem censuum fit 8. dupla fit 16. detrahe ex 12. fit 4. m̃. fac ex 4. m̃. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alteram fiat 64. census cubi de 2. tertiæ partis censuum. Quadra igitur 2. m̃. fit 4. p̃. detrahe 64. ex 4. remanent 60. m̃. accipe ℞. & eam adde & minue à dimidio residui habebis valorem rei m̃. 2. p̃. ℞. m̃. 60. & m̃. 2. m̃. ℞. m̃. 60. Horum igitur ℞. cubicæ iunctæ dempta tertia parte censuum faciunt valorem rei hunc ℞. v. cu. m̃. 2. p̃. ℞. m̃. 60. p̃. ℞. v. cu. m̃. 2. m̃. ℞. m̃. 60. m̃. l. 2.

Et ex hoc soluitur talis quæstio, Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta sint 10. & cubi iuncti sint 30. hæc enim peruenit ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus. Ponemus igitur quod aggregatum talium numerorum sit 1. co. fac de 1. co. duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10. per trigesimam quintam regulã quinquagesimi primi capituli, & erunt partes $\frac{1}{2}$ co. p̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ cen. & $\frac{1}{2}$ co. m̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ cen. Horũ cubi sunt vt vides quia in cubatione duæ partes quæ sunt à dextra nihil faciunt quia in vna sunt p̃. in alia m̃.

Prima pars $\frac{1}{2}$ co. p̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ cen.
Secunda pars $\frac{1}{2}$ co. m̃. ℞. v. 5. m̃. $\frac{1}{4}$ een.

$\frac{1}{8}$ cu. p̃. $7\frac{1}{2}$ co. m̃. $\frac{3}{8}$ cu.
$\frac{1}{8}$ cu. p̃. $7\frac{1}{2}$ co. m̃. $\frac{3}{8}$ cu.

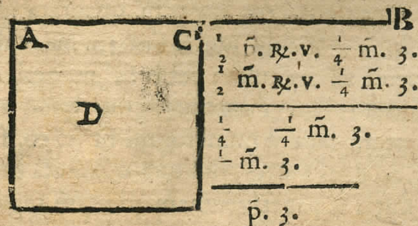
15. co. m̃. $\frac{1}{2}$ cu. æqualia 30.
30. co. æquales 1. cu. p̃. 60.

quare per trigesimum sextum capitulum dices 1. cu. æquatur 30. co. p̃. 60. quare ex suo capitulo & hac regula valor rei est ℞. v. cu. 30. p̃. ℞. m̃. 100. p̃. ℞. v. cu. 30. m̃. ℞. m̃. 100. Hanc igitur ℞. diuide per æqualia fit ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ p̃. ℞. m̃. $1\frac{9}{16}$ p̃. ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ m̃. ℞. m̃. $1\frac{9}{16}$, hoc totum quadra fit ℞. v. cu. $12\frac{1}{2}$ p̃. ℞. m̃. $87\frac{57}{64}$ p̃. ℞. v. cu. $12\frac{1}{2}$ m̃. ℞. m̃. $87\frac{57}{64}$ p̃. l. 5. hoc totum tripla fiet ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ p̃. ℞. m̃. $63900\frac{18}{29}$ p̃. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ m̃. ℞. m̃. $63900\frac{18}{29}$ p̃. l. 15. hoc totum auferes ex 30. numero rerum, remanebunt 15. m̃. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ p̃. ℞. m̃. $63900\frac{18}{29}$ m̃. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ m̃. ℞. m̃. $63900\frac{18}{29}$. Huius igitur totius ℞. addita vel diminuta à dimidio primi valoris (quod fuit ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ p̃. ℞. m. $1\frac{9}{16}$ p̃. ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ m. ℞. m. $1\frac{9}{16}$) ostendit valorem rei. Erit igitur valor rei ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ p̃. ℞. m. $1\frac{9}{16}$ p̃. ℞. v. cu. $3\frac{3}{4}$ m. ℞. m. $1\frac{9}{16}$ p̃. ℞. v. huius totius 15. m. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ p̃. ℞. m. $63900\frac{18}{29}$ m. ℞. v. cu. $337\frac{1}{2}$ m. ℞. m. $63900\frac{18}{29}$. Si igitur de hoc toto feceris duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10. per trigesimam quintam regulam quinquagesimi primi capituli, habebis illas partes esse numeros quæsitos quorum quadrata iuncta sint 10. & cubi iuncti sint 30.

Et similiter poteris eodem modo perficere capitulum cubi & numeri æqualium censibus. Nota tamen quòd dantur solutiones particulares in aliquibus casibus veluti si dicat inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta sint 12. & cubi iuncti 40. peruenies eodem modo ad 1. cu. p̃. 80. æqualia 36. co. quare ex regula capituli particularis cubi & numeri æqualium rebus numeri illi erunt 2. p̃. ℞. 2. & 2. m̃. ℞. 2.

Et vt habeas verum intellectum horum

& demonſtrationem ſimul. Ponamus quod aliquis dicat diuide 1. in duas partes, ex quarum multiplicatione fiat triplum. Tunc ponemus lineam a b eſſe 1. & accipiemus a c dimidium cuius quadratum d. & ab eo auferemus triplum a b eò quòd volumus productionem tripli, reſiduæ igitur ſuperficiei ſi aliquid maneret ℞. addita & diminuta ex a c oſtendit partes ex quinta ſecundi Elementorum.



Quia vero ſupponitur illud reſiduum eſſe m̄. erit igitur reſiduum $\frac{1}{4}$ quadrati a b quod eſt d minus triplo a b quod ſupponitur vnitas igitur erit vt partes ſint $\frac{1}{2}$ p̄. ℞.v. $\frac{1}{4}$ quadrati m̄. 3. & $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ quadrati m̄. 3. Cùm igitur duxeris vnam in aliam, quia incruciationes cadunt, habebis productum p̄. eſſe $\frac{1}{4}$ quadrati a b, & productum m̄. eſſe $\frac{1}{4}$ eiuſdem naturæ, videlicet eiuſdem quadrati m̄ 3. pro numero. Aufer igitur $\frac{1}{4}$ m̄. 3. ex $\frac{1}{4}$ quia m̄. detractum facit p̄. & $\frac{1}{4}$ ex $\frac{1}{4}$ eiuſdem naturæ detractum nihil facit, relinquetur p̄. 3. Igitur manifeſtum eſt quòd ex his partibus producitur p̄. 3. Ex hoc apparet quòd conuenientius eſt dicere valorem partium eſſe $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 3. & $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. v. $\frac{1}{4}$ cen. m̄. 3. & ideo hæc æquatio ſeruit vnitati in generali prout eſt communis omni numero, nec ex hoc ſequitur aliquod inconueniens. Cùm autem ſupponis quod $\frac{1}{4}$ ſit eiuſdem naturæ cum $\frac{1}{2}$ & cum 3. potes dicere conuenienter quòd partes ſunt $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. m̄. $2\frac{3}{4}$, & $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $2\frac{3}{4}$ in æquationibus igitur dices ponendo quòd valor rei ſit 1. co. quòd ſi 1. cu. æquatur 9. co. p̄. 6. quòd poſito 6. numero cuiuſdam rei ignotæ ſiue de la co. & 9. numero quantitatis ſurdæ, quòd res valebit ℞. v. cu. 3. co. p̄. ℞. v. 9. cen. m̄. 27. cu. quantitatis p̄. ℞. v. cu. 3. co. m̄. ℞. v. 9. cen. m̄. 27. cu. quantitatis ſurdæ. Triplum igitur huius ſi ab eo addatur & minuatur ℞. nonupli cenſus diminuto 27^{lo} cubi proportionati ad valorem rei ſicut eſt valor rei ad vnitatem ſi horum capiantur ℞. cubæ, ipſæ ſunt valor rei.

39 Trigeſima nona quæſtio promiſcua, Si quis dicat inuenias tres numeros continuè proportionales quorum primus & ſecundus æquetur tertio, & ſimiliter quadratum primi & ſecundi iuncta æquentur aggregato primi & ſecundi, operare per poſitionem collectam, habebis quantitates vt vides.

Fac de 10. duas partes quarum quadratum vnius cum ℞. alterius faciat 10. dices igitur illæ partes ſunt ℞. vna alterius.

Prima	$\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{20}$
Secunda	$\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{9}{20}$
Tertia	1. p̄. ℞. $\frac{4}{5}$

Igitur 1. cen. p̄. 1. co. æquatur 10. & valor rei eſt ℞. $10\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$, & alia pars eſt $10\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $10\frac{1}{4}$.

Inuenias tres numeros continuè proportionales quorum primus cum ſecundo æquentur tertio, & tertius ſit ℞. quadrata cubi ſecundi numeri. Pones mediam 1. co. & tertia erit ℞. 1. cu quare per regulam trium prima erit ℞. 1. co. habebis igitur 1. co. p̄. ℞. 1. co. æqualia ℞. 1. cu. Quare in talibus pone ℞. ab vna parte, habebis ℞. 1. cu. m̄. ℞. 1. co. æqualia 1. co. quare quadrando partes habebis numeros vt vides.

Primus	℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
Secundus	$1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $1\frac{1}{4}$
Tertius	$1\frac{1}{2}$ p̄ ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. ℞. v. $1\frac{1}{2}$ p̄ ℞. $1\frac{1}{4}$

Diuide 10. in duas partes tales, quòd maior diminutis duabus ſuis ℞. æquetur minori additis duabus ſuis ℞. Vel dicas, Diuiſi 10. in duas partes quarum maior additis duabus ℞. minoris æquatur minori additis duabus ℞. maioris. Dico in vtraque pones vnam partem 5. p̄. 1. co. & aliam 5. m̄. 1. co. quare detracta vna ab altera fient 2. co. æquales ℞. v. 20. p̄. 4. co. p̄. ℞. v. 20. m̄. 4. co. Vel per viam reciſi quadrando igitur partes peruenies ad æquationem ce. ce. & cen. & eſt ſecretum. Hanc inueni in libro magno ex carta in bancho primo Bibliothecæ S. Antonij Venetiis, à quo libro abraſus fuit titulus auctoris, & fuit factus vt teſtatur de anno 1202. & ſunt in eo pauculæ operationes non difficiles per manum fratris Lucæ in margine explicatæ, & ſunt pleraque ibi fere quæ ſunt in libro fratis Lucæ vt videatur frater Lucas qui poſterior fuit annis ferme 300. totum librum transſcripſiſſe. Et in eo libro eſt nomen auctoris libri qui dicitur Algebra, & vocabatur Mahomet; & poſt inueni in libro alio quòd vocabatur Mahomet filius Moiſi. Quod autem dixerim eſſe ſecretum patet nam in ſecunda harum peruenies ad 4. cen. æqualia 40. m̄. ℞. v. 1600. m̄. 64. cen. quare conuertendo fieret 40. m̄. 4. cen. æqualia ℞. v. 1600. m̄. 64. cen. Hæc autem æquatio perducit ad 1. cen. æquale 16. & tamen æquatio falſa eſt, nam partes eſſent 9. & 1. Ideo ſcias quòd hoc eſt ex ordine numerorum quadratorum integrorum quorum initium proportionis differentiæ ad differẽtiam ℞. eſt a tripla, nec poteſt deduci ad duplam, nec inueniri in datis terminis minor, vnde 10. non poteſt diuidi in duas partes quarum differentia ſit tripla ad differentiam ℞. partium quia differentia 9. ab 1. eſt quadrupla differentiæ ℞. ideo poteſt diuidi in omnem tripla maiorem in infinitũ. Et hoc accidit quia quando cẽſus, æquatur alicui numero diminuta radice cenſuum tunc eſt in capitulo cen. & numeri æqualium rebus in quo cadit ℞. m̄ numeri.

Quòd ſi dicat, inuenias tres numeros continuè proportionales quorum productũ primi in ſecundum æquetur primo vel ſecundo vel tertio vel aggregato ex duobus illorum vel omnibus dico potes ponere primũ numerum ad libitum, & ſecundum 1. co. veluti primus ſit 4. ſecundus 1. co. tertius erit $\frac{1}{4}$ cen. quare ſi voluerimus æquationem ad aggregatum habebimus 4. co. æquales $\frac{1}{4}$ cen. p̄. 1. co. p̄. 4. quare 12. co. æquabuntur 1. cen. p̄. 16. & res valebit 6. p̄. ℞. 20. vel 6. m̄.

Prima	4.
Secunda	6. p̄. ℞. 20.
Tertia	14. p̄. ℞. 180.
	24. p̄. ℞. 320.

6. m̄. ℞. 20. Sed est alius modus vt ponas primum 1. cen. secundum 1. co. tertium 1. & erit 1. cu æqualis 1. cen. p̄. 1. vel 1. co. p̄. 1. vel 1. cen. p̄. 1. co. & erit 1. cen. æqualis 1. co. p̄. 1. & tes valebit ℞. 1$\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$ quare primus erit 1$\frac{1}{2}$ p̄. ℞. 1$\frac{1}{4}$, secundus ℞. 1$\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$, tertius 1. & productum ex primo in secundũ æquabitur aggregato eorum, & tertius æquabitur differentiæ primi & secundi numeri & propter hoc posui quæstionem in qua considera,

Si verò quis dicat fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd multiplicatio primæ in secundam sit æqualis quadratis secundæ & tertiæ simul iunctis. Pones primam 1. cen. secundam 1. co. tertiam 1. vel è contrà & habebis 1. cu. æqualem 1. cen. p̄. 1. multiplicando vel 1. cu. p̄. 1. co. æqualia 1. & ita inuentis partibus per regulam trium quantitatum habebis partes de 10.

Quòd si dicat, fac de 6. duas partes ita quòd quadratum totius & quadratũ maioris partis & multiplicatio maioris partis in minorem & quadratum minoris sint continuè proportionalia: In hoc nota primùm quòd tres vltimæ quantitates semper sunt continuè proportionales, & ideo sufficit dicere quod quadratum totius & maioris partis & productum ex maiore in minorem sint continuè proportionalia. Secundum est quòd in hac oportet vti positione simplici & non æquali nam per æqualem perduceres ad capitulum quinque denominationum, pone igitur vt vides 6. totum, & 1. co. primam partem, & 6. m̄. 1. co. secundam partem quadra primam fit 36. quadra secundam fit 1. cen. multiplica primam partem in secundam fit 6. co. m̄. 1. cen. & hæc sunt con-

6.	1. co.	6. m̄. 1. co.
36.	1. cen.	6. co. m̄. 1. ce.

216. co. m̄. 36. æqualia 1. ce. ce.
1. cu. p̄. 36. co. æqualia 216.

tinuè proportionalia igitur multiplica primam in tertiam fiet quadratum secundæ, sequere igitur habebis 216. co. m̄. 36. cen. æqualia 1. ce ce. schisa per 1. co. habebis 1. cu. p̄. 36. co. æqualia 216. quare res valet per capitulum ℞. v. cu. ℞. 13392. p̄. 108. m̄. ℞. v. cu. ℞. 13392. m̄. 108. & hæc est prima pars & maior reliqua erit 6. m̄. dicta ℞. v. binomiali & nota quòd in talibus proportio maioris partis ad minorem est veluti totius ad partem maiorem duplicata.

Ideo est in vigore 4. quantitatum continuè proportionalium quarum quarta æquatur tertiæ & primæ.

Quòd si dicat fac de 6. duas partes quarum quadratum minoris & quadratum maioris & productum ex tota in maiorem partem sint continuè proportionalia. Hæc quæstio est longè difficilior præcedente, quia cum hac & trigesima quæstione habentur omnia quæsita difficilia quæ non transcendunt capitulum cubi & plura etiam transcendentia & solui possunt plurimæ ex illis quæstionibus quas posui in fine, & dicuntur Quæstiones arduæ; sit igitur 6. diuisum in a & c quia igitur ex supposito productũ ex 6. in a & quadratum a & quadratum c sunt continuè proportionalia, igitur per nonam secundi libri nostri super Euclidē cum illud quod fit ex 6. in a sit medio

6.	a	c
	1. cen.	

modo proportionale inter quadratum 6. & quadratum a, erit proportio quadrati 6. ad quadratum a veluti producti ex 6. in a ad quadratum a duplicata. Quare cùm proportio producti ex 6. in a ad quadratum a sit vt quadrati a ad quadratum c, erit proportio quadrati 6. ad quadratum a vt quadrati a ad quadratum c duplicata, & quia proportio quadrati 6. ad quadratum a est veluti 6. ad a duplicata, igitur proportio 6. ad a est veluti quadrati a ad quadratum c, quare multiplicato 6. in quadratum c tantum fiet quantum multiplicato a in quadratum a, & hoc est cubare a. Igitur dicemus quòd cubus a æquatur quadrato c ducto in 6. cùm igitur a & c componant 6. ex supposito dices feci ex 6. duas partes quarum cubus maioris fuit æqualis 6. censibus minoris. Pone igitur quòd a sit 1. cen. igitur cubus eius erit 1. cu. cen. & quia hoc est æquale 6. cen. de c. Igitur dices quòd c est ℞. $\frac{1}{6}$ cu. cen. sed ℞. 1. cu. ce. est cu. ℞. 1. igitur ℞. $\frac{1}{6}$ cu. cen. est cu. ℞. $\frac{1}{6}$ dices igitur quòd cu. ℞. $\frac{1}{6}$ p̄. 1. cen. æquatur 6. multiplica igitur omnia per ℞. $\frac{1}{6}$ habebis $\frac{1}{6}$ cu. p̄. ce. ℞. $\frac{1}{6}$ æqualia ℞. 6. Quare multiplica omnia per 6. vt reducas vnum cubum habebis 1. cu p̄. cen. ℞. 6. æqualia ℞. 216. Quare es in capitulo, & erit valor rei accipiendo $\frac{1}{3}$ numeri censuum quod est ℞. $\frac{2}{3}$, & cubando fit ℞. $\frac{8}{27}$, duplando fit ℞. 1$\frac{5}{27}$ detrahe ex ℞. 216. remanet ℞. 185$\frac{5}{27}$ fac de hac duas partes ex quarum multiplicatione fiat $\frac{8}{27}$ qui est cubus census tertiæ partis numeri. Accipe igitur dimidium ℞. 185$\frac{5}{27}$ quod est ℞. 46$\frac{8}{27}$, quadra fit 46$\frac{8}{27}$, detrahe $\frac{8}{27}$ remanent 46. accipe ℞. & eam adde & minue à dimidio numeri habebis tandem valorem rei ℞. v. cu. ℞. 46$\frac{8}{27}$ p̄. ℞. 46. p̄. ℞. v. cu. ℞. 46$\frac{8}{27}$ m̄. ℞. 46. m̄. l. ℞. $\frac{2}{3}$ quare cùm maior pars sit posita 1. cen. erit pars maior quadratum huius trinomij, & residuum a b est valor minoris partis.

Ex hac patet quòd cum dicis sunt duo numeri quorum cubus vnius æquatur 10. cen. alterius & aggregatum talium numerorum est 7. gratiâ exempli, semper

semper debes dicere igitur 1. cu. p̃. cen. ℞. 10. & est ℞. numeri censuum alterius numeri propositi æquabitur ℞. 490. qui 490. producitur ex quadrato numeri æquationis (qui fuit 7.) in numerum censuum propositorum alterius quantitatis qui fuit 10. Dices igitur si 1. cu. alicuius numeri æquatur 10. cen. alterius numeri, & illi numeri iuncti faciunt 7. igitur 1. cu. p̃. cen. ℞. 10. æquabitur ℞. 490. quare res est in capitulo & valor rei est ℞. quadrata numeri illius cuius cubus æquatur 10. cen. alterius. Potest etiam solui hoc modo faciliùs, sed non elicitur regula quam posui. Cùm proportio 6. ad a sit veluti quadrati a ad quadratum

6	d	a	c
	1. co.	$\frac{1}{6}$ ce.	$\frac{1}{30}$ cu.

c & proportio quadrati a ad c est duplicata ad proportionem a ad c, erit proportio 6. ad a duplicata ad proportionem a ad c, quare interposito d inter 6. & a erunt 6. d a c continue proportionales. Ponatur igitur d 1. co. erit a $\frac{1}{6}$ cen. & c $\frac{1}{36}$ cu quare cùm a & c æquetur 6. igitur $\frac{1}{36}$ cu. p̃. $\frac{1}{6}$ cen. æquantur 6. quare 1. cu. p̃. 6. cen. æquantur 216. Sequere æquationem, habebis valorem rei ℞. v. cu. 100. p̃. ℞. 9992. p̃. ℞. v. cu. 100. m̃. ℞. 9992. m̃. l. 2. & hic est valor d. Et quia a est $\frac{1}{6}$ ce. ipsius d, quadrabimus hoc trinomium, & illius accipiemus sextam partem, & hæc erit maior pars, qua detracta ex 6. relinquitur minor. Quòd autem a & c æquetur 6. nihil refert, posses enim dicere diuide 6. in duas partes, quarum quadratum minoris & quadratum maioris, & maior multiplicata per 10. vel per 3. sint continuè proportionalia. Vides quod loco 6. poneres 10. vel 3. sed in æquatione post modum a & c siue partes cubi & censuum æquabuntur 6. vt etiam in alia solutione patuit. Ideò regula est generalissima ex qua innumeræ aliæ regulæ etiam longè difficiliores elici possunt, has non pono quia non comprehenderentur in decem libris similibus libro fratris Lucæ, & qui intelligit fundamenta artis, cognoscit quòd ego dico veritatem, nam etiam ex quæstione trigesima elicitur capitulum vniuersalissimum cubi censuum, rerum & numeri per viam reuersionis vt patet intuenti.

40 Quadragesima, Nauis quædam ventis vrgentibus in perditionem per plures dies ac incertum æquor vecta in pelago quiescente tempestate ignorans vbi sit: reditum postulat quæritur quibus ventis dirigi debeat, quantúmve à destinato loco recesserit: id autem scire facilè licebit si priùs locum vbi est cognouerimus. Hanc mihi Baptista de Ponte vigo proposuit ac solui cùm per horam fermè hæsitassem, visáque est mihi responsio vtilis & ad alia & à præceptis Ptolomei non abhorrens vbi de metheoroscopio instrumento differit. Obserua igitur, quando luna in meridiani capsulæ siue magnetis lineam inciderit cum armillis aut metheoroscopio ipsius locum per distantiam à sole aut stella aliqua noti loci, per altitudinem etiam solis aut stellæ cognitæ horam & minutum temporis à meridie supputa. Dixi autem ad meridianum capsulæ quia facile ille habetur, & iuxta zodiacum propter incruciationem sub æquinoctiali parum differt à vero meridiano, quo cognito diligentissimè supputa ad eandem horam lunæ locum cum tabulis & motum in hora, detraheque locum inuentum per tabulas à loco inuento per instrumentum, si prior minor fuerit, aut è contrà si maior, & differentiam loci vide in quanto tempore luna perambulat ex motu lunæ in hora, & colliges tempus differentiæ cui pro vnaquaque hora adde gradus 15. & pro vnoquoque minuto horum 15. minuta distantiæ & colliges differentiam longitudis loci in quo es à loco tuo secundùm quem supputasti locum lunæ ex tabulis, hanc differentiam adde longitudini loci tui patrij si locus lunæ ex tabulis maior fuerit eo qui per instrumentum conspicitur, aut minue si locus lunæ loci incogniti per instrumentum habitus locum lunæ ex tabulis patrium superauerit, quo facto habes verum locum longitudinis loci in quo es. Deinde sume altitudinem solis in meridie cui adde declinationem loci solis si sol fuerit à libra ad pisces, aut minue si fuerit ab ariete ad virginem, & quod conflatur minue de 90 habebis residuum eleuationem poli supra horizontem. Cum metheoroscopio igitur signabis verum locum longitudinis & altitudinis loci in quo es, similiter & loci ad quem reuerti destinas, & superinducto circulo magno habebis differentiam graduum & minutorum loci in quo es à loco ad quem reuerti vis: dando autem singulis gradibus miliaria 62 $\frac{1}{2}$ & cuilibet minuto miliare vnũ habebis distantiam. Deinde abiicies nonam partem graduum quia capsula (quam vulgariter busolum vocant) circulum in 320. partes diuisum habet, nam 16. ventis constat principalibus, quilibet quatuor habet quartas, vnicuique quartæ quinque puncta distribuuntur ex quo consurgunt partes in circuitu 320. relinquetur igitur partes inseruientes capsulæ vel cartæ maritimæ ex quo inuentis locis tuis secundum veritatẽ vel æstimationem habebis lineam venti cum quo regredi debes, vnde etiam carta geographica vniuersi orbis sine obseruatione eclipsium quæ rara & difficilis est diligentissime & cum maxima facilitate ab vno posset instaurari, cum ratio ecclipsis innumeros obseruatores & peritos requirat. Exemplo non vtor cùm facilis res sit his qui instituta nostra geographiæ perlegerint.

DE



DE REGVLA ALIZA LIBELLVS.

Caput Primum.

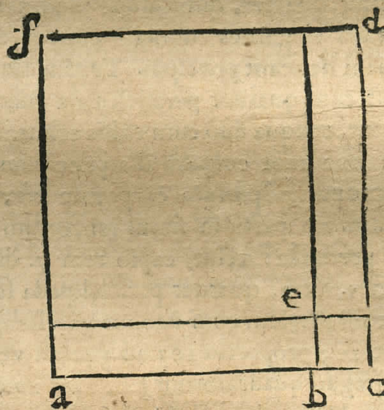
De suppositis ac modis.



CVm iam in Arte Magna demonstrauerimus omnia capitula conuerti, modò duo principalia, nec iam ex conuersione, inuenta generalia fuerint, manifestum est inuento alio capitulo generali, præter capitula cubi, & rerum æqualium numero, & cubi æqualis quadratis & numero, quod ex priore per conuersionem deducitur, & si generale sit, omnia capitula seu ex tribus, seu ex quatuor nominibus, generaliter non solùm cognita esse, sed & demonstrata; modo hoc ipsum demonstratione inuentum sit. At verò faciliora inuentu sunt, quæ ex tribus nominibus constant, quàm quæ ex quatuor, non solùm quia hæc pluribus partibus constent, sed quoniam hæc per illa habeantur. Horum autem quæ tribus nominibus constant facillimum est capitulum cubi æqualis rebus & numero, cuius pars iam maxima ex prima regula habetur, & quod secundùm rationem capituli iam inuenti se habet: & etiam quod ex illo in alia non contra conuersionem ostenderimus. Horum omnium causa de illo agemus.

In capitulo igitur Cubi æqualis rebus & numero, duo proponuntur speciatim, numerus æquationis, numerus etiam rerum: generaliter autem, quòd cubus nunc alicuius lineæ seu quantitatis, propositis numeris simplici & rerum æqualis est. Oportet autem vt generaliter hoc inueniamus & demonstratiuè & facillimè. Cùm ergò cubus æqualis sit duabus quantitatibus diuersi generis (aliter non esset hoc generale, si ad solos numeros & eorum partes extenderetur) necesse est vt & ipse in duas tantùm partes resoluatur, quarum vna numerus sit, & assignato æqualis, alia totidem partes contineat natura varias, quot in rebus continentur de eis æquales. Quo circa necesse est cubum saltem ex duabus partibus constare natura diuersis, igitur & latus eius seu res, neque enim ab vnius generis natura per multiplicationem quotiescunque repetitam plures quantitates diuersorum generum fieri possunt, vt ab Euclide in decimo libro demonstratum est. *Propos. 20.* Verùm si in re contineantur duæ quantitates à numero alienæ, necesse est vt inter se sint incommensæ, aliter æquiualerent vni: at ex eiusmodi necesse est cubum fieri, qui tres partes contineat, numerum & duas rhete, vt rebus ac numero possit coæquari. Cùm ergò diuiserimus rem in duas partes, oportet cubum tres eiusmodi progignere, & si in tres [illegible]rogignat quatuor atque ita deinceps, & (vt dictum est) vt in illis sit numerus numero proposito æqualis: reliquæ partes verò vt sint ex natura partium lateris, & illarum aggregatis coæquales.

Rursus vt repetamus quæ dicta sunt, sit cubus a d ex linea a c diuisa trib. & constat quòd in eo erunt quatuor partes diuersæ principales cubus a b, cubus b c, triplum



a b in quadratum b c, & triplum b c in quadratum a b. Oportet igitur accommodare numerum, & potest fieri septem modis, facilioribus, vt diximus, si non possumus inuenire æstimationem in faciliori, quomodo in difficiliori inueniemus? Primus ergò modus est, vt numerus tribuatur cubis: atque hic modus est inuentus, & est pars illa capituli quæ habetur in qua accipimus ℞. cubicas partium numeri pro rei partibus,

bus, & ita cubi illarum sunt numeri qui iuncti æquantur aggregato cuborum c c & e f & res ipsæ æquantur parallelipedis sex, quæ ex cubo a d residua sunt. Sed quoniam cubi a b & b c nunquam possunt esse minores quarta parte totius cubi a d, & hoc etiam non contingit nisi cùm fuerit a c diuisa per æqualia in b. Cùm igitur numerus fuerit minor quadrante cubi totius a d, non poterit æquari cubis a b, b c: & ideò capitulum hac in parte non fuit generale.

Per 9. secundi El. & regula Dialec.

Sequitur ergo secundus modus, & est vt parallelipeda omnia dentur numero & cubi rebus: & quia parallelipeda non possunt esse maiora dodrante totius cubi, quia cubi non possunt pariter accepti esse minores quadrante, ideò nec hoc capitulū potest esse generale, quoniam cùm numerus fuerit maior dodrante totius cubi, non poterit tribui parallelipedis. Cùm ergo neutrum istorum capitulorum possit esse generale per se, ambo tamen iuncta constituunt capitulum generale: etiam primum seruit quando numerus non fuerit minor quadrante totius cubi, seu triente rerum, quod idem est: secundus cùm numerus non fuerit maior dodrante totius cubi, seu maior triplo quantitatis rerum, quod ad idem pertinet. Ex quo liquet quòd cùm numerus fuerit à quadrante ad dodrantem totius cubi, & est magna latitudo scilicet semissis, tunc æstimatio potest haberi per vtranque regulam, quia numerus potest tradi cubis & parallelipeda rebus, & conuerso modo numerus parallelipedis & res ipsis cubis. Æstimatio ergò erit eadem, & duobus modis inuenta. Licet autem videre ex demonstratis in lib. de Proport. quòd proportio aggregati cuborum ad aggregatum sex parallelipedorum est, veluti aggregati quadratorum a b & b c, partium detracto producto a b in b c ad triplum producti seu superficiei a b in b c, seu triplum superficiei a e.

Propos. 146.

Tertius, quartus, quintúsque modus non sunt adeò elegantes tametsi priores duo quippiam habeant præcipui. Tertius siquidem est cùm quatuor parallelipeda numero dantur, reliqua duo cum cubis rebus. Est autem hoc inter corpora illa præcipuum, quòd proportio ipsorum corporum est, vt quadratorum partium simul iunctorum ad ambo producta: velut, capio rem 7. diuisam in 5. & 2. quatuor parallelipeda sunt 140. cubi partium cum duobus parallelipedis sunt 203. proportio 203. ad 140. est velut 29. aggregati quadratorum 5. & 2. ad 20. duplum producti 5. in 2. Et similiter, in quarto modo numerus datur duobus tãtùm parallelipedis mutuis. Hoc tamen habet præcipui, quod extenditur ad quadrantem ad vnguem numeri, vnde videtur ad vnguem perficere capitulum cum prima regula. Manifestum est ergo quod in secundo modo oportet producere tertiam partem numeri ex mutuis parallelipedis, in tertio medietatẽ, in hoc autẽ totum numerum. Et semper aggregatū ex duobus mutuis parallelipedis æquale est ducto in producti partium inuicẽ in aggregatum earum: seu in rem. Sed in quinto modo damus numerum vni cubo, reliqua septem corpora rebus, ideo est valde difficilis, & redit ad capitulū quatuor nominum inde ex eo ad primum, ideo est deterius omnibus: si tamen posset inueniri, esset generale vt duo sequentia.

Sextus modus est, vt demus numerum vni cubo & tribus parallelipedis quæ fiunt ex latere cubi illius in quadrata lateris alterius cubi, & reliqua quatuor corpora, scilicet, cubum cum tribus parallelipedis rebus. Et ideò est difforme, quoniam quod æquatur est simile scilicet cubi cum parallelipedis tribus aduersis, cui æquatur dissimile, nam vnum aggregatum æquatur numero, aliud rebus. Præcipuum tamen est his corporibus, vt differentia aggregatorum sit æqualis cubo differentiæ laterum, velut in exemplo posito primum aggregatum est 185. secundum 158. differentia 27. cubus 3. differentiæ 5. & 2. Et hoc capitulum si inueniretur, esset generale.

Septimus modus est, cùm numerum damus aggregato ex cubo & duobus cohærentibus parallelipedis cum vno aduerso & res reliquis quatuor corporibus, velut in exemplo ad 125. cubum 5. addo 100. duplum parallelipedi 2. in 25. quadratum 5. & 20. parallelipedum 5. in 4. quadratum 2. & totum fit 245. & similiter reliquum erit 8. pro cubo, & 40. pro duplo 5. in 4. quadratum 2. & 50. parellelipedum 2. in quadratum, vt omnia sint 98. Præcipuum in hoc est, quòd vtraque pars habet rationem quadrati, & ℞. quadrata fit ex 75. in ℞. vnius partis, velut ℞. 245. fit ex 7. in ℞. 5. & 98. ex 7. in ℞. 2. Et proportio talium corporum est velut partium rei, id est velut 5. ad 2. Patitur tamen & hoc difficultatem eandem cum priore, scilicet quòd corpora similia generatione comparantur naturis diuersis per se in genere, vt numero & rebus. Reliquæ autem compositiones, aut sunt anomalæ, velut si daremus numerum vni parallelipedo, vel trib. vel quinque vel duobus, non mutuis, aut quatuor, ex quibus duo mutua non essent, aut vni cubo & vni parallelipedo, vel duobus vel tribus non eiusdem generis. Aliæ sunt inutiles, velut si daremus numerum aggregato exambobus cubis, & duobus parallelipedis aut quatuor quomodocunque, nam si numerus cùm paruus sit, non sufficit aggregato cuborum, quomodo sufficit eidem si addantur parallelipeda?

Capvt II.

De regulis specialibus Cap. XXV. Artis magnæ cubi æqualis rebus & numero.

Prima hîc sit a d numerus rerum ea ratione constructa superficie rectangula, vt altitudo eius c d ducta in residuum, deducto quadrato b d, quòd sit a e producat f numerum, liquet ergò quòd cubus c d seu c b cum numero f æquatur numero rerum, id est parallelipedo ex b c in a d, sumatur ergo

ergo b l quarta pars b d, & totius a l latus a m, cui adiiciatur m n dimidium b c, quæ in b l, erit ergo posita a n re corpus ex a n in a d rursus res ipsæ dico quòd cubus a n æquatur totidem rebus a n, id est secundum numerum a d & numero f. Nam quadra-

Per 4. 2. Element.

tum a n est æquale quadrato a m & m n, quare superficiebus a l & b l ex supposito & duplo a m in m n, quod est æquale duplo quadrati m n (posita m o æquali li m n) producti ex m n, in m o, & duplo producti m n in a o, duplum autem producti m n in m o, seu quadrati m n est ex supposito æquale duplo b l. Quadratum igitur a n est æquale superficiei a l, & triplo b l, & duplo a o in m n, a l autem cum triplo b l est tota superficies a d: quadratum igitur a n est æquale a d superficiei a d, & duplo m n in a o, est autem c d dupla m n igitur superficiei ex c d in a o, cubus ergo a n qui fit ex a n in quadratū a n æqualis est parellelipedo ex a n in a d & in c d in a o, sed ex a n, c d, a o, fit idem quod ex c d in superficiem ex a n in a o, quæ est æqualis superficiei a e, nam ex a n in a o fit cum quadrato

Per 5. 2. Element.

m n, quod est b l quadratum a m, eò quòd m n & m o sunt æquales, igitur detracta communi superficiei b l ex a n in a o fit a c; & ex c d in a o ex supposito fit f numerus, igitur cubus a n æqualis est parallelipedis ex a n in a d, & ex c d in superficiem a e, quod est æquale f numero, igitur cubus a n est æqualis parallelipedo ex a n in a d cum numero f, at ex a n in a d est numerus rerum positarum supponendo a n rem, quia adfuit numerus rerum, igitur cubus est æqualis rebus & numero propositis. Hæc demonstratio ostendit quòd hoc capitulum non oritur ex illis septem modis, sed aliâ ratione. Ex hoc etiam sequitur quòd capitulum cubi & numeri æqualium rebus est simplicius, & ex se magis obuium cognitioni capitulo cubi æqualium rebus & numero. Nam in eo sufficit vt inuenias partem in numero rerum, cuius radix ducta in reliquam partem producat numerum propositum. Hæc etiam regula non est generalis per se toti capitulo cubi æqualium rebus & numero, quia vbi numerus esset maior non satisfaceret, sed est generalis capitulo cubi & numeri æqualium rebus. Secunda quoque regula nec ex his demonstratur, sed accepta quacunque parte cubi pro numero reliqua est æqualis rebus ex supposito, igitur superficies est æqualis numero rerum. Si ergo ea superficies cum eo quod prouenit diuiso numero per eandem quantitatem fuerit quadratum illius quantitatis, igitur quantitas illa est res. Sed neque hoc ad hoc propositum pertinet, cùm ex illa diuisione rei non pendeat. Et licet ad quadrati diuisionem quod cubi basis est, res diuisa intelligatur, attamen illa diuisio magis pertinet ad capita cubi & numeri comparatorum quadratis quàm rebus. Tertia regula oritur ex tertio modo præcedentis diuisionis. Quarta regula similiter ex quarto modo demonstratur, nam duo cubi cum quatuor parallelipedis ad duo reliqua parallelipeda eam obtinent proportionem quàm quadrata partium rei diuisæ cum superficie vnius partis in alteram ad alteram superficiem quæ quadratum complet. Cùm ergo duo quadrata & superficies ex vna parte in aliam sint tres quantitates continuæ proportionis & radices extremarum, seu latera quadratorum ex supposito ducta in ipsa quadrata mutuò producant numerū æquationis & parallelipeda etiam, igitur parallelipeda sunt æqualia numero, reliqua autem corpora rebus. Ergo cùm cubus sit æqualis illis octo corporibus, erit etiam æqualis rebus & numero. Quòd verò sex illa corpora sint æqualia rebus, constat ex constitutione cubi, & demonstratis in lib. de Proport. Quinta regula ex secundo modo originem ducit, verùm cùm ibi demonstrata sit, non est vt eam repetam. Sexta regula huic proposito non congruit, nam specialis est. Septima oritur ex quinta, sed videtur ab ea diuersa, quia in illa supponitur ℞. tota, scilicet ℞. v. 28. m̃. 3. quad. in hac dimidium ℞. 7. m̃. $\frac{3}{4}$ quad. Et quia in vna ducuntur partes mutuo in quadrata in alia aggregatum in productum partium: sunt tamen idem vt demonstratum est in lib. de Proport. Pendet autem per regulam de modo cum 1. cu. æqualis sit 7. reb. p̃. 90. ex 7. m̃. quadrato differentiæ quod est 1. quad. posita differentia 1. pos. (tanquam producto partium, & est semper æquale differentiæ aggregati quadratorum à producto vnius partis in alteram) in ℞. v. 28. m̃. 3. quadrata, inuentum per regulam de modo fit 30. tertia pars numeri æquationis. Sic octaua pendet ex tertia eodem processu: sed quia positæ sunt solum ad inuentionem generis quantitatum quæ multiplicatæ in quadrata vel radices producant numerum, ideo omitto.

Caput III.

De modo inueniendi quantitates quæ seruiant capitulis per producta vnius partis in aliam, & quadratum differentiæ partium.

Cum dixerit quis 1. cu. p̃. 8. æqualia 7. quadratis, tunc diuides 7. in duas partes, ex quarum vna in alterius quadratum fit numerus, & semper oportet vt reliqua pars quæ non in se ducitur sit binomium vel recisum primum, quia quadratum alterius necessariò est binomium vel recisum primum. Ex Euclide igitur si debet numerum efficere ductum in reliquam partem, oportet vt sit illa secunda pars binomium vel recisum primum. Prima ergo pars potest esse binomium vel recisum primum, secundum & terium, & potest etiam esse binomium quartum, quintum & sextum, non tamen recisum, quia cùm prima sit ℞. & secunda pars necessariò sit binomium, quia prima est recisum, igitur in vtraque esset ℞. p̃. igitur non potest esse numerus ille qui ab initio diuisus est. Dico ergo quòd diuiso numero quadratorum in duas partes quas vocabimus principales, &

eam quæ in se ducitur, vocabimus principalem, & pro aliis duabus partibus inueniendis, duc primam in duplum secundæ, & à producto deducito quadratum primæ, & ℞. residui est pars addenda principalibus, aut detrahenda cum côditionibus condictis. Et similiter pro numero producendo duc differentiam principalium in se, & productũ in duplum primæ principalis, & quod producitur est quæsitus numerus. Exemplum ergo in proposito, diuido 7. in 4. & 3. duco 4. in duplum 3. fit 24. deduco c b quadratum 4. relinquitur 8. cuius ℞. addita 4. vel detracta & ita addita vel detracta à 3. conuerso modo constituit partes 4. p̄. ℞. 8. & 3. m̄ ℞. 8. vel 4. m̄. ℞. 8. & 3. p̄. ℞. 8. Et ideo notandum est quod sub æquatione eadem prima pars principalis, & secunda idem faciunt per binomium & recisum. Vtraque enim harum æstimationum scilicet 4. p̄. ℞. 8. & 4. m̄. ℞. 8. est æstimatio 1. cu. p̄. 8. æqualium 7. quadratis. Pro numero ergo habendo æstimationis, seu qui producitur, cape 1. differentiam 4. & 3. partium principalium: & duc in se, fit 1. duc in 8. duplum primæ principalis fit 8. numerus quæsitus. Exemplum ergo aliud, diuido 7. in 3. & 4. & fit 3. pars prima, duco in duplum 8. fit 24. aufero 9. quadratum primæ fit 15. Et erit pars ℞. 15. detrahenda à 4. & addenda 3. propter ea quæ dicta sunt. Pro numero sume differentiam quæ est 1. duc in se, fit 1. duc in duplum 3. primæ principalis, fit 6. numerus quæsitus. Habebo igitur 1. cu. p̄. 6. æqualia 7. quadrata. Et similiter diuido 7. in $1\frac{1}{2}$ & $5\frac{1}{2}$ & duco u duplum $5\frac{1}{2}$ in $1\frac{1}{2}$ fit $16\frac{1}{2}$ detraho $1\frac{1}{4}$ quadratum $1\frac{1}{2}$ relinquitur $14\frac{1}{4}$, huius igitur radici adde $1\frac{1}{2}$, & detrahe à $5\frac{1}{2}$ & fierent partes ℞. $14\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ & $5\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $14\frac{1}{4}$. At productum fit ex differentia $5\frac{1}{2}$ & $1\frac{1}{2}$ in se & fit 16. & ducto 16. in 3. duplum $1\frac{1}{2}$ fit 48. simili modo ferè ex 8. duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius fiat 9. posita vna $4\frac{1}{2}$ alia $3\frac{1}{2}$, per secundam regulam patet propositum, scilicet quòd producemus 9. vel 7. nam quadratum differentiæ est 1. & ductum in duplum $4\frac{1}{2}$ constituit 9. & in duplum $3\frac{1}{2}$ constituit 7. & ita si diuidatur in 5. & 3. producetur 40. vel 24. In prima ergo diuisione erunt partes $4\frac{1}{2}$ p̄. vel m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$ & $3\frac{1}{2}$ p̄. vel m̄. eadem ℞. $11\frac{1}{4}$, & ita si diuiseris in $2\frac{1}{2}$ & $5\frac{1}{2}$ habebis 45. & erunt partes ℞. $21\frac{1}{4}$ p̄. $2\frac{1}{2}$ & $5\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $21\frac{1}{4}$. Nam aliter esse non potest, vt ab initio diximus. Et si diuiseris in $1\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ habebimus 75. Et ex hac operatione patet, quòd præter integra dimidia non potest vlla diuisio esse vtilis. Sic enim duc diuisum in a & b, & sit c differentia, & quia si diuidatur per $4\frac{1}{4}$ & $5\frac{1}{2}$ vel $6\frac{1}{2}$ & $3\frac{1}{2}$, & sic de singulis differentia est numerus integer, ergo cùm a & b non sunt neque integra neque media. erunt maiora vel minora, ergo c est maius vel minus integro. Et quia numerus qui debet produci, necessariò fit ex quadrato c in duplum a, vbi a sit prima pars, & iam a non est nec integer numerus nec dimidium, igitur duplum a non est numerus, sed aliquis ex eadem denominatione cum c. At quia ducitur in se, & est vltra integrum, aliquid erit productum, factum genere denominationis quadratæ, vt si sit $2\frac{1}{2}$ erit $5\frac{4}{9}$ at ductum 5. in $\frac{4}{9}$ in $7\frac{2}{3}$ duplum minoris, quia denominatio composita est ad $5\frac{4}{9}$ producit numerum ex genere fractorum, quorum denominator est 27. vtpote $41\frac{20}{27}$ vt demonstratum est suo loco, igitur productum non potest esse numerus aliquis integer, sed 10. non potest diuidi per integra & media nisi decem modis, ergo numerus æquationum non potest esse nisi decem. At 10. quadrata æqualia cubo & numero possunt æquari, vt demonstratum est in libro de Proportionibus vsque ad 148. numeris integris & singulis, ergo diuisio binomiorum & recisorum, & per integra non satisfacit, sed desunt 138. numeri integri: præter illos, in quibus sunt adiectæ partes ipsæ numerorum quibus eadem ratione hæ quantitates satisfacere non possunt. Sed pro nunc sufficiat ostendisse de de integris, & quia capitula omnia conuertuntur, liquet quòd idem defectus est in illis.

Considerandum præterea quòd ex hac regula habetur proportio numeri cum daadditione producti ad numerum sine additione, velut si 8. diuisum in 3. & 5. producit 45. & additis partibus quæ sunt ex regula producitur 24. vt superiùs dixi ℞. ex regula secunda dico, quòd proportio 45. ad 24. vt demonstratione patet se habet, vt 15. productum 5. in 3. ad 8. duplum quadrati differentiæ. Et ita diuidendo 8. in 6. & 2. fit 24. primo modo, & per secundam regulam fit 64. & proportio 24. ad 64. est velut 12. producti ex 6. in 2. ad 32. duplum quadrati 4. differentiæ.

Caput IV.

De modo redigendi quantitates omnes, quæ dicuntur latera prima ex decimo Euclidis in compendium.

EVCLIDES constituit viginti quatuor lineas analogas, id est, irrationales, & vnam rhete seu rationalem vicem habentem numeri.

Rationalis seu rhete, vt sex vel septem: aloga simpliciter quæ numero & rheti potentia tantum est commensa, vt ℞. sex vel septem, id est latus tetragonicum superficiei rhete, sed non quadratæ. Media & est latus tetragonicum superficiei alogæ simpliciter. vt ℞. ℞. 6. & ℞. ℞. 7. Ex comparatione autem alogarum inter se, vel cum rhetis consurgunt sex genera binomiorum, de quibus dicemus.

Proprium primi binomij & similiter recisi est, quòd prima pars sit numerus, & secunda aloga, & quadrata harum differant numero quadrato, vt 3. p̄. ℞. 5. quorum quadrata sunt 9. & 5. differentia est 4. latera autem 9. & 4. sunt 3. & 2. & ita 3. m̄. ℞. 5. erit residuum primum. Et ita 4. p̄.

℞. 12. conueniunt autem, vt dictum est in tertio libro, tam binomia quam recisa, quòd primi & quarti prima pars est numerus 2 ℞. 2. & 5. secunda pars est numerus 2. ℞. 3. & 61. ambæ partes sunt ℞. sed primus ordo, id est 1. 2. & 3. differunt à 2. ordine, id est 4. 5. & 6. quòd in primo ordine pars maior, seu prima semper est potentior minore parte, seu secundo quadrato quantitate commensæ primæ parti, in secundo ordine incommensæ. Modus autem generalis omnibus binomiis & recisis habendi radicem est, vt ducas secundam partem in se, vt ℞. 12. per se fit 12. cuius sume quartam partem semper, & est 3. fac ex prima parte 4. duas partes producentes 3. & erunt 3. & 1. horum radices iunctæ faciunt 4. p̄. ℞. 12. & in producendo quadrata, efficiunt semper rhete, & aloga fit ex duplo vnius partis in alteram: & est regula quam posuimus in

Cap. 19. Regula 2. tertio libro operis perfecti. Cum verò Euclides non poneret latus linearum hoc inuenit, vt acciperet superficiem ex rheti & binomio primo, cuius latus tetragonicum dixit

Lib. 10. Propos. 54. esse aliquod binomium. Constat autem talem superficiem etiam esse binominum primum, & est tertia regula quæ vt antedicta

Propos. 66. excipitur ab Euclide. Omnis enim quantitas commensa binomio primo, est binomium primum. Sunt autem commensæ cum fuerit proportio earum vt numeri ad nu-

Propos. 6. merum ex dictis ab illo in decimo libro. Sed non sunt omnia binomia eiusdem speciei inter se commensa, & est quarta regula: nam vt visum est 3. p̄. ℞. 5. & 4. p̄. ℞. 7. sunt binomia prima, & tamen inter se non sunt com-

Propos. 17. mensa ex eodem Euclide. Idem in omni genere contingit alogarum, scilicet vt commensæ sint eiusdem speciei, non tamen quæ sunt eiusdem speciei inuicem commensæ sint. Inueni postmodum quod idem est ducere ℞. 5. in 3. & fit ℞. 45. quæ si ducatur in ℞. 5. fit ℞. 225. & est 15. si duxerimus ℞. 5. in se fit 25. & 5. in 3. fit 15. vide quanto facilius sit. & hæc est quinta regula. Sexta autem continet quatuor propositiones quæ inuicem conuertuntur, & est quod cum fuerint duæ quantitates a d maior & c minor, & diuisa fuerit a b in d, ita vt inter b d & d a cadat media, pars dimidia c, tunc si ab est potentior c quadrato commensæ b d est commensa d a, etsi non, non. Et si b d est commensa d a tota a b, est potentior c commensa ipsi a b, etsi non, non. Hoc autem pendet ex hoc quod abscisa de æquali d a quadratum a b superat quadratum c, quod est æquale quadruplo b d in d a per octauam secundi Elementorum in quadrato b e. Vsus autem harum linearum est, vt manifestum est ad binomia & recisa inuenienda, & ambas dictas bimedias. Septima regula sumitur ab Euclide, & est quod si superficies æqualis quadrato binomij ad rheten adiūgatur, latus secundum est binomium primum. Et est eadem tertiæ regulæ licet videatur conuersa. Cum enim vt in illa diximus latus binomij primi si aliquod binomium, igitur quadrata binomiorum omnium sunt binomia prima, at latus illud rhete est tanquam proportio, & non variat speciem, igitur latus illud alterum necessario est binomium primum. Et omnia quæ hic dicuntur de binomiis, intelliguntur de suis residuis, & sunt generalia in omnibus quantitatibus comparando aggregatum ad recisum seu residuum, ideò per hanc octauam regulam tractabimus solum de sex generibus binomiorum, & quinque aliis, & ponemus nomina singulatim hic à latere. Modus quoque iungendi ℞. has, vt apparet in eodem tertio libro commodior est, vt diui-

Rhete	Aloga	Media.
Binom. 1.	Binom.	Res. 1. Resid.
Binom. 2.	Bimed. 1. Res. 2.	Res. med. 1.
Binom. 3.	Bimed. 2. Res. 3.	Res. med. 2.
Binom. 4.	linea ma. Res. 4.	linea mi.
Binom. 5.	Pot. in Rat. & Med.	Res. 5. cum Rat. & Med
Binom. 6.	Pot. in duo Med.	Res. 6. cum Med. & Med

das maiorem radicem per minorē, & exeuntis accipe radicem cui adde, id est, & duc in se: & productum in quadratum minoris radicis ℞. productum est quæsiti. Decima regula est, quod huiusmodi diuisiones sunt magis conspicuæ in figura quàm in numeris, veluti posita ℞. maximi aloga constat per 44. primi Elementorum posse super datam rhetem fieri superficiem æqualem illi. Eius ergo latus secundum erit, vt dixi in septima regula naturæ eiusdem, cuius est superficies, & cum eo latere potero diuidere superficiem rationalem seu rheten, & confestim ex prima diffinitione secundi Elementorum habebo latus secundum quod vix in numeris haberi potest, & cum habetur fit magno labore, ibi verò statim est conspicuum, sed ars generalis nondum est inuenta in numeris. Est autem iuxta vndecimam regulam, vt inuenias recisum vsque ad quatuor quantitates, velut: volo diuidere 10. per ℞. 6. p̄. ℞. 15. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 2. pones recisum ex æquis partibus contrariis, & habebis diuidendum & diuisorem: qui est 6.

10	℞. 6. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 3. p̄. ℞. 2. ℞. 6. p̄. ℞. 5. m̄. ℞. 3. m̄. ℞. 2.
	6. p̄. ℞. 120. m̄. ℞. 24. ℞. 600. p̄. ℞. 500. m̄. ℞. 300. m̄. ℞. 200.
	6. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. 24. 133. p. ℞. 17280.
	132. m̄. ℞. 17280.

p̄. ℞. 120. m̄. ℞. 24. cui appone trinomium quod ductum in recisum producit 132. p̄. ℞. 17280. duc etiam trinomium illud in quadrinomium, & habebis diuidendum, quem tædij & breuitatis causa omitto. Rursus appono recisum & duco in binomium, & fit 144. pro diuisione, ducto autem reciso in quantitatem quæ constat ex duodecim nominibus fiet diuidendum vigintiquatuor nominum. Forsan poterunt reduci ad pauciora, quia radices illæ sint commensæ. Et si transeant quatuor quantitates non commensas in duobus casibus adhuc poterit esse

esse diuisus. Vel quando habuerit radicem, vt 6. p̄. ℞. 24. p̄. ℞. 12. p̄. ℞. 8. vel cum habuerit diuisorem: velut si quis dicat, diuide 10. per ℞. 24. p̄. ℞. 15. p̄. ℞. 15. p̄. ℞. 12. p̄. ℞. 10. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 2. p̄. ℞. 2. Hic quia producitur ex ℞. 6. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 2. in ℞. 3. p̄. ℞. 2. p̄. 1. diuidemus per regulam datam per alterum horum, inde quod exit per reliquum. Et ideò possumus reducere ad vnum casum quando diuisor diuidi potest per multinomium, vt ita dicam, ita vt minuatur numerus nominum. Nam inuentio lateris est quædam diuisio. Consideranda est vltimo ratio proportionis superficiei ad lineam. Et dico quod superficies a ad lineam b c est, vt super b c fiat superficies rectangula æqualis a dico quod c d. latus secundum est proportio, vel id quod adæquatur proportioni a ad b c, quia n ex proportione ducta in terminum fit alter terminus vt in numeris videmus, & est ex diffinitione proportionis, & ex latere c d in b c fit a, quia sit d b æqualis a, igitur c d dicetur proportio vera superficiei a ad lineam b c. Et est magis conspicua quàm superficiei ad superficiem, & lineæ ad lineam. Euclides tamen (vt dixi) prætermisit, quoniam videbat lineas in latitudine esse indiuiduas: nos tamen dicimus quod componitur ex lineis, sicut ex fluxu puncti fit linea, & instantis tempus, & alia eodem modo, & hæc est duodecima regula.

Binomij secundi latus est bimedia prima vt docet Euclides suo modo, poterit igitur vel sub nomine ℞. v. ostendi vel recta ratione. Capiamus ergo ℞. 72. p̄. 8. & per secundam regulam ducamus 8. in se fit 64. cuius pars quarta est 16. fac ex ℞. 72. duas partes, ex quarum ductu inuicem fiet 16. accipio per quintam secundi Elementorum dimidium ℞. 72. quod est ℞. 18. & duco in se fit 18. abiicio 16. remanet 2. cuius ℞. addita & detracta à ℞. 18. facit ℞. 32. & ℞. 8. per nonam regulam: igitur ℞. harum partium i. ℞. ℞. 32. p̄. ℞. ℞. 8. constituunt bimediam primam, & subtractæ vna ab altera residuum bimedij primi. Sunt enim commensæ tantum potentia, nam quadratum ℞. ℞. 8. est dimidium quadrati ℞. ℞. 32. nam ℞. 8. est dimidium ℞. 32. & continent superficiem rheten, & maior est potentior breuiore in quadrato ℞. 8. cuius latus est ℞. ℞. 8. incommensa in longitudine ℞. ℞. 32. quod est propositum. Et iste modus est omnibus aliis longe facilior, & à nobis pro exemplo explicatur.

Binomij tertij sumatur radix vt ℞. 32. p̄. ℞ 24. & erit ℞. ℞. 18. p̄. ℞. ℞. 2. quæ potestate tantum commensæ sunt, & continent superficiem mediam 1. ℞. ℞. 36. seu ℞. 6. & in hoc differt à priore, & maior est potentior minore in quadrato ℞. ℞. 8. quæ est ℞. ℞. 18. incommensa in longitudine, sicut ℞. dimidij ad radicem totius: aut radix 3. ad ℞. 2. & hæc vocatur bimedia secunda.

Binomij quarti vt 3. p̄. ℞. 6. inuenio radicem: capioque ad vitandas fractiones 6. p̄. ℞. 24. cuius accipio ℞. quæ est ℞. v. 3. p̄. ℞. 3. p̄. ℞. v. 3. m̄. ℞. 3. ducito primum ℞. v. 3. p̄. ℞. 3. in se fit 3. p̄. ℞. 3. duc ℞. 3. m̄. ℞. 3. fit 3. m̄. ℞. 3. iunge, fiunt 6. duc ℞. v. 3. p̄. ℞. 3. in ℞. v. 3. m̄. ℞. 3. fit quadratum ducendo vnamquamque seorsum in se, & fiunt 3. p̄. ℞. 3. & 3. m̄. ℞. 3. inde inuicem, & fiunt 6. inde accipiendo ℞. quæ erit ℞. 6. & hoc erit productum ℞. v. 3. p̄. ℞. 3. in ℞. v. 3. m̄. ℞. 3. Sed quia oportet bis multiplicare fient dua ℞. 6. quæ sunt ℞. 24. Sed quia per quartam secundi Elementorum quadratum ℞. v. 3. p̄. ℞. 3. p̄. ℞. v. 3. m̄. ℞. 3. æquale est quadratis partium cum duplo vnius in alteram, igitur quadratum ℞. v. 3. p̄. ℞. 3. p̄. ℞. v. 3. m̄. ℞. 3. est 6. p. ℞. 24. est quadratum ℞. v. 3. p. ℞. 3. p̄. ℞. v. m̄. ℞. 3. In

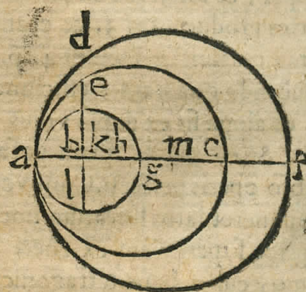


figura autem capiemus a b, cui triplam faciemus b c in directũ coniunctam, & sumemus medium ac quod sit h delineabimus super id circulum a e c, & ducemus ex a b ad perpendiculum b e, quæ erit latus seu ℞. 3. hanc adiungemus a c in directum, & abscindemus ab a c, & fient b f 3. p̄. ℞. 3. & b g 3. m̄. ℞. 3. super c a, igitur & a f diuisis per æqualia in k & m. ducemus circulos ad f & a l, ex parte e producemus b e d latus b f, & ex aduerso b l latus b g. Itaque id erit æqualis ℞. v. 3. p̄. ℞. 3. & ℞. v. 3. m̄. ℞. 3. Ex hoc patet quod Geometrica ostensio est clarior arithmetica: & vt ita dicam euidentior, ea vero quæ fit per numeros est fidelior, certior & securior, quia experimento probatur, vt supra feci. Et est tertia decima regula, sequitur etiam alia pulchra quartadecima, scilicet in ordine (licet non ad artem multum) & est quod sicut vnum est principium in rebus naturalibus, ita etiam in transitu arithmeticorum ad Geometricas figuras monas, quam quidam appellant vnitatem, est principium necessarium inuentionis super qua fundatur ars. Dico modo quod ℞. v. 3. p̄. ℞. 3. p̄. ℞. v. 39 decimi.
3. m̄. ℞. 3. conueniunt omnes incommensæ proprietates lineæ maioris. Nam sunt Per 16. Prop.
duæ quantitates potentia incommensæ, omne etiam binomium est incommensum suo reciso, etiam est vera in omnibus alogis, & facilè demonstratur, & est regula quintadecima, & ambo quadrata pariter accepta sunt rhete, & productum vnius in alteram mediam, nam quadrata iuncta faciunt 6. & productum vnius in alteram est ℞. 6. Notandum quod apud Euclidem additur Propos. 33.
vna operatio, scilicet quod partes in se ducuntur, & additur quadratum mediæ partis minoris inde sumitur ℞. v. 1. Et hæc operatio in numeris est superflua, quia possumus accipere radicẽ cuiuslibet quantitatis.

Binomij quinti, & est vt ℞. 24. p̄. 4 ducemus dimidium minoris in se per secun-

dam

dam regulam fiet 4. fac ex ℞. 24. duas partes producentes 4. & erunt medietates ℞. 6. quæ ductæ in se faciunt 6. adiice 4. relinquitur 2. cuius ℞. addita ad ℞. 6. facit ℞. 6. p̄. ℞. 2. & detracta ℞. 6. m̄. ℞. 2. & harum quantitatum ℞. v. constituunt quantitatem quæ potest in rheten & mediam.
Propos. 40. Quadrata quidem harum sunt ℞. 24. & productum vnius in alteram est ℞. 4. quod est 2. cuius duplum est 4. numerus binomij. Et sunt potentia incommensæ, quoniã sunt vt dixi binomiũ, & recisum ℞. 6. p̄. ℞. 2. cum ℞. 6. m̄. ℞. 2. Omnes igitur hæ quantitates cum sint radices binomiorum in se ductæ, producũt suum binomium. Et est regula sextadecima. Eadem vt dixi intelligenda sunt de recisis & residuis, quæ sunt radices recisorũ.

Binomij sexti, & est vt ℞. 24. p̄. ℞. 12. ducemus ℞. 12. in se fit 12. cuius quarta pars est 3. faciemus ex ℞. 24. duas quæ partes producant 3. & ducemus ℞. 6. dimidium ℞. 24. in se fit 6. aufer 3. relinquitur 3. cuius ℞. addita & detracta ex ℞. 6. facit ℞. 6. p̄. ℞. 3. & ℞. 6. m̄. ℞. 3. quarum quantitatum radices vniuersales constituunt iunctæ quantitatem, quæ potest in duo media, nam sunt potentia primum incommensæ, quia quadrata illarum sunt binomium & recisum. Deinde quia compositum ex quadratis est ℞. 24. medium, & productum vnius in alterum est ℞. 3. & ℞. 3. est incommensa ℞. 24. est enim proportio vnius ad alteram ℞. 8. con-
Propos. 41. stat propositum ex Euclide. Præter hoc demonstrat quod dictæ alogæ quantitates, aliter diuidi non possunt vt sint ex eodem genere, in quo erant ante separationem. Vtpote 6. p̄. ℞. 20. est diuisum in 6. & ℞. 20. & constituit binomium primum, aliter vt idem constituat diuidi non potest. Cum diuisæ fuerint quantitates rhete per residuum aliquod exibit binomium eiusdem ordinis commensum partibus suis illi residuo: etsi per binomium exibit residuum eiusdem ordinis, similiter commensum partibus, & erunt partes illæ binomiorum cum recisis, & etiam binomiorum & recisorum eadem proportione, & ex ductu residui in binomium semper producitur rhete. Et hæc de-
Prop. 112. 113. & 114. monstrantur ab Euclide in fine 10. li. Ex his constat quod binomio commenso binomio residui aut residuo commenso residuo binomij rhete semper producitur. Item si latus secundum superficiei æqualis quadrato lineæ potentia tantum rationalis diuidatur binomio vel residuo, exibit binomium vel recisum cum eadem proportione partium, quandoque eiusdem ordinis quandoque diuersi. Velut diuidendo ℞. 24. p̄. ℞. 3. p̄. ℞. 2. exit ℞. 72. m̄. ℞. 48. At proportio ℞. 72. ad ℞. 48. est vt ℞. 3. ad ℞. 2. & sunt eiusdem ordinis. At si diuidas eandem ℞. 24. p̄. 2. p̄. ℞. 2. exibit ℞. 24. m̄. ℞. 12. quæ licet habeant partes in eadem proportione, eadem tamen sunt binomium cum reciso eiusdem ordinis, sed binomium est ordinis quarti & recisum sexti. Ex quo patet vnum mirum quod licet non possint esse quatuor quantitates in eadem proportione, quarum tres sint numeri, & quarta sit potentia tantum rationalis, possunt tamen esse quatuor quantitates, quarum tres erunt potentia tantum rationales, & vna erit numerus, & poterit esse quantitatis alogæ ad numerum proportio, velut alterius alogæ, ad alogam, seu vt duarum alogarum. Sequitur etiam quod duæ quantitates incommensæ habebunt ambas partes commensas, vt 2. p̄. ℞. 3. & 5. p̄. ℞. 12. nam cum sint binomia primi & quarti ordinis sunt incommensa, & tamen 2. & 5. sunt commensa, & similiter ℞. 12. & ℞. 3. cum vna sit dupla ad aliam.

CAPVT V.

De consideratione binomiorum & recisorum cõtinentium figuram rheten, vbi de æstimatione capitulorum.

CVm omne binomium & recisum possit esse latus superficiei numeratæ, ideò non distinguam nisi ratione partium, in quibusdam enim maior pars est numerus, in quibusdam minor, in quibusdam neutra. Proponam autem exemplum in omnibus. Dico quod æstimatio in binomio vel reciso, in quo non est numerus, non est

4. p̄. ℞. 2. 4. m̄. ℞. 2.	14.	2. p̄. ℞. 3. 4. m̄. ℞. 12.	2.
℞. 6. p̄. 2. ℞. 6. m̄. 2.	2.	℞. 6. p̄. 2. ℞. 216. m̄. 2.	12.
℞. 6. p̄. ℞. 2. ℞. 6. m̄. ℞. 2.	4.	℞. 6. p̄. ℞. 12. ℞. 216. m̄. ℞. 79.	24.

idonea in hoc casu: quia detracta à numero relinquit tres quantitates incompositas numerum & duas radices, & ex radicibus illis in se ductis non fit nisi numerus, & vna radix numeri, ergo in producto non poterunt se delere. Examinemus ergo rem per singula capita, & dicamus quod si cubus 24. æquetur 32. rebus rei æstimatio cum sit duplex est 3. p̄. ℞. 5. & 3. m̄. ℞. 5. & ipsæ conficiunt iunctæ 6. æstimationem cubi æqualis 32. rebus p̄. 24. & quia ex 32. oportet facere duas partes, ex quarum vna in radicem alterius fiat 24. duco ergo 3. p̄. ℞. 5. in se fit 14. p̄. ℞. 180. detraho ex 32. relinquuntur 18. m̄. ℞. 180. Et hic ductus in 3. p̄. ℞. 5. debet producere 24. numerum æstimationis. Apparet ergo in hoc primo exemplo quod oportet diuisionem fieri in binomio primo, nam

18. m̄. ℞. 180.
2. p̄. ℞. 5.
24.
14. p̄. ℞. 180.
3. p̄. ℞. 5.
18. m̄. ℞. 180.

18. m̄. ℞. 180. & 14. p̄. ℞. 180. sunt binomia prima, quia habent radicem, & illa etiam oportet vt sit binomium primum, quia ducta in binomium primum producit numerum. Et si residuum non fuisset binomium primum, sed quartum, etiam radix binomij primi fuisset binomium quartum, aliter non potuisset producere numerum. Secundum exemplum igitur sit 1. cu. p̄. 12. æqualia 34. rebus rei æstimationes sunt

ſunt 3. p̃, ℞. 7. & 3. m̃. ℞. 7. quæ componunt 6. æſtimationem 1. cu. æqualis 34. rebus p̃. 12. duco ergo 3. p̃. ℞. 7. gratia exempli in ſe fit 16. p̃. ℞. 252. detraho ex 24. relinquuntur 18. m̃. ℞. 252. ex quo & 3. p̃. ℞. 7. producitur 12. ad vnguem. Iſta ſunt plana. Tertium eſt 1. cu. p̃. 8. æquatur 18. rebus, & æſtimatio eſt ℞. 6. m̃. 2. (omitto nunc integram) quadratum ℞. 6. m̃. 2. eſt 10. m̃. ℞. 96. reſiduum ℞. 96. p̃. 8. Cauſa eſt ergo quod binomium primum relinquitur reſiduum quin & econuersò. Quuia ergo fuit radix reſiduum quintum res benè ſe habet.

℞. 96. p̃. 8. ℞. 6. m̃. 2.
8
1. cu. p̃. 8. æqual. 18. poſ. æſtim. ℞. 6. m̃. 2.
1. cu. p. 48. æqual. 25. rebus æſtim. ℞. $3\frac{1}{4}$ m̃. 1. $\frac{1}{2}$
1. cu. p̃. 21. æqual. 16. rebus æſtim. ℞. 9 $\frac{1}{4}$ m̃. 1. $\frac{1}{2}$
1. cu. p̃. 18. æqual. 19. rebus æſtim. ℞. 17 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$
1. cu. p̃. 18. æqual. 15. rebus æſtim. ℞. 8 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$
1. cu. p̃. 18. æqual. 39. rebus ℞. 12. m̃. 3.
1. cu. p̃. 12. æqual. 34. rebus æſtim. 3. p̃. ℞. 7. vel 3. m̃. ℞. 7.
1. cu. p̃. 24. æqual. 34. rebus æſtim. 3. p̃. ℞. 5. vel 3. m̃. ℞. 5.

Idem dico de binomio & reſiduo ſecundis. Et in hoc genere habet fermè plura exempla quam in primo velut vides. Et ℞. 12. m̃. 3. eſt reciſum ſecundum, & ℞. 6. m̃. 2. eſt reciſum quintum, & 3. m̃. ℞. 5. reciſum primum, & 3. m̃. ℞. 7. reciſum quartum, habes igitur omnia exempla.

Primum igitur conſiderandum eſt, quod in primo & quarto poteſt eſſe rei æſtimatio binomium & reciſum vt vides in duobus vltimis exemplis, ſed in ſecundo & quinto non poteſt eſſe niſi reciſum. Probatur, nam ſi ſit binomium primum, igitur reſiduum erit, vel reſiduum primi vel quarti modi, ergo per præcedentum ductum in reciſum ſecundi vel quinti generis non producit numerum. Sunt igitur ſex æſtimationum genera binomium, primum quartum, & reciſum primi quarti, itemque ſecundi & quinti modi. Secundũ eſt, quod cum ſint duæ æſtimationes in hoc capitulo cubi & numeri æqualium rebus, vel æquales vel inæquales, & in reciſo ſecundo, & quinto non poſſit eſſe ſuum binomium, & ſecunda æſtimatio habeatur per primam (ducto illius dimidio in ſe, & triplicato producto & detracto à numero rerum) ℞. reſidui deducto dimidio æſtimationis primæ eſt æſtimatio ſecunda: velut 1. cu. p̃. 18. æquatur 39. rebus & rei æſtimatio eſt ℞. 12. m̃. 3. duco ℞. 3. m̃. $1\frac{1}{2}$ in ſe fit $5\frac{1}{4}$ m̃. ℞. 27. triplica fit 15 3. m̃. ℞. 243. detrahe ex 39. numero rerum, relinquitur 33. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 243. à cuius radice vniuerſali detrahe ℞. 3. m̃. $1\frac{1}{2}$ dimidium primæ æſtimationis, erit ſecunda æſtimatio ℞. v. $23\frac{1}{4}$ p. ℞. 243. ablata ℞. 3. m̃. $1\frac{1}{2}$ & hoc totum conſtat eſſe æquale 69. neceſſe eſt vt ſecunda æſtimatio ſit numerus, vel aliquid quod ſe habeat ad priorem æſtimationem, vt ℞. v. $23\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 243. p̃. l $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. 3. ad reciſum ſecundum. Et ita liceret per eandem regulam inuenire ſecundam æſtimationem. Tertium eſt, quod cum in eodem numero puta 18. inueniantur plures æſtimationes vt pote puta ℞. 4. $17\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ & ℞. 12. m̃. 3. Ita oporteret ſub eodem numero rerum idem facere. Et hoc magis cõueniret ad rei intelligentiam.

Quartum, quod videmus numerum rerum in numeros non ſolum integros ſed etiam fractos velut in quarto exemplo 19. diuiditur in $17\frac{1}{2}$ & $1\frac{1}{2}$ in Quinto autem 15. in $10\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$ & in ſecundo 25 in $3\frac{1}{2}$ & $21\frac{1}{2}$ & in tertio 16. in $11\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$ Conſyderare igitur oportet num in alias.

Quintum, quod videmus numerum æquationis ſi ſit compoſitus, vt 18. 12. 24. facile habere æſtimationem & plures etiam, ſi autem primus, difficile eſt inuenire vnam ſolam.

Caput VI.

De operationibus p̃. & m̃. ſecundum communem vſum.

1 IN multiplicatione & diuiſione p̃. fit ſemper ex ſimilibus m̃. ex contrariis, vnde p̃. ductum in p̃. & diuiſum per p̃. & m̃. ductum in m̃. & diuiſum per m̃. producunt ſemper p̃. Et ita p̃. in m̃. vel m̃. in p̃. vel p̃. diuiſum per m̃. vel m̃. per p̃. producit m̃.

2 In additione omnia retinent ſuam naturam, in detractione commutant, vt p̃. additum fit p̃. m̃. m̃. detractum p̃. vicem gerit m̃. m̃. detractum p̃. Sin autem vincatur, relinquitur id à quo detrahitur, vt m̃. 4. à m̃. 6. relinquitur m̃. 2. quia m̃. à quo detrahitur p̃. maius.

3 ℞ p̃. eſt ℞. m̃. quadrata nulla eſt iuxta vſum communem, ſed de hoc inferius agemus, de cubica dubium non eſt, nam ℞. 1. cu. m̃. 8. eſt m̃. 2.

4 Si quis dicat diuide 8. p̃ 2. p̃. ℞. 6. vel ℞. 6. p̃. 2. tum inuenies ambo reciſa ℞. 6.

℞. 6. p̃. 2.
8 — ℞. 6. m̃. 2.

℞. 384. m̃. 16. p̃. 2.
8 — 2. m̃. ℞. 6.
16. m̃. ℞. 384. 2. p̃. ℞. 6.
m̃. 2.

℞. 96. m̃. 8.
℞. 96. m̃. 8.

m̃. 2. & 2. m̃. ℞. 6. quod eſt vere m̃. ducas ergo reciſa in 8. pro quantitate diuidenda,

ſunt

fiunt ℞.384.m̃.16.& 16.m̃.℞.384. quod est m̃. hoc igitur cum primum sit diuidendum per p̃. 2. exit manifestè ℞.96. m̃.8. Secundum diuiditur per m̃.2. exit ex prima regula idem scilicet ℞.96.m̃.8.

Recisum autem quod componitur ex p̃. & m̃. potest habere radicem, & illa constat ex p̃.& m̃.vt 5.m̃.℞.24. eius ℞. est ℞.3.m̃. ℞.2.

CAPVT VII.

De examine æstimationum, sumptarum ex regula secunda & tertia, secundi capituli.

PRoponamus quod cubus æqualis sit 18. rebus p̃.30. vnde rei æstimatio iuxta partem capituli inuentam, sit ℞. cu. 18. p̃. ℞. cu.12. & supra augendo numerum extenditur in infinitum. Et si dederimus parallelipeda omnia numero, oportebit ex hac æstimatione facere duas partes, ex quarum ductu in quadrata mutuo fiat 10. tertia pars numer. Quare etiam ex ductu aggregati, seu æstimationis in productum fiet idem. Diuidam ergo 10. per ℞. cu.18.p̃.℞. cu.12. exit ℞.cu.12.m̃.2.p̃.℞.cu.$5\frac{1}{3}$ productum, diuidam ℞.cu. 18. p̃. ℞.cu. 12. in duas partes, quæ ductæ inuicem producant ℞. cu. 12. m̃. 2. p̃. ℞. cu. $5\frac{1}{3}$ & erunt partes. *Per quintā 1. Elem.*

℞.cu.$2\frac{1}{4}$ p̃.℞.cu.$1\frac{1}{2}$ p̃.℞ .v.5.m̃.℞.cu.$\frac{3}{16}$ ℞.cu.$\frac{1}{12}$.
Et ℞. cu.$2\frac{1}{4}$ p̃.℞.cu.$1\frac{1}{2}$ m̃.℞.v.5.m̃.℞. cu.$\frac{3}{16}$ m̃.℞.cu.$\frac{1}{12}$.

Dico ergo quod cum duo parallelipeda cũ simili æstimatione possint æquari etiam 30. sex parallelipeda poterũt æquari 90.& multo amplius veluti cubus æquatur 18. rebus p̃. 58.rei æstimatio est ℞.cu.54.p̃.℞. cu.4. Et si cubus æquetur 18. rebus p̃.75.rei æstimatio erit ℞.cu.72. p̃.℞.cu.3.Et si quis dicat 1. cu æquatur 18. rebus p̃. 33.rei ęstimatio, per eandem regulam erit ℞.cu.24.p̃.℞.cu.9.Diuidam ergo 11. per ℞.cu.24.p̃.℞.cu.9. exit ℞.cu.$21\frac{1}{3}$ m̃.2.p̃.℞.cu.3, Partes igitur erunt

℞.cu.3.p̃.℞.cu.$1\frac{1}{8}$ p̃. ℞. v.5. m̃. ℞.cu.$\frac{1}{3}$ m̃.℞.cu.$\frac{3}{64}$.
p̃.℞.c.3.p̃.℞.cu.$1\frac{1}{8}$ m̃.℞.v.5.m̃. ℞.cu.$\frac{1}{3}$ m̃.℞.cu.$\frac{3}{64}$.

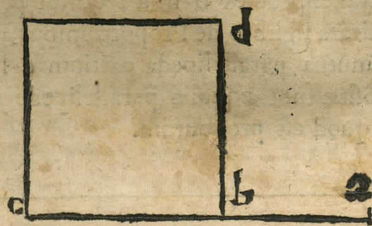
similiter si cu.æqualis sit 18.rebus p̃.42.erit æstimatio ℞.cu.36.p̃.℞.cu.6.Et parallelipeda 14. diuide 14. ergo per ℞.cu.36.p̃.℞.cu. 6.exit ℞.cu.48.m̃.2.p̃.℞. cu.$1\frac{1}{3}$ duc ℞.cu. $4\frac{1}{2}$ p̃.℞.cu.$\frac{3}{4}$, in se fit ℞. cu.$20\frac{1}{4}$ p̃.3.p̃. ℞. cu.$\frac{9}{16}$, detrahe ex hoc quod produci vis, id est aggregatum relinquitur 5.m̃.℞.cu.$\frac{5}{4}$ m̃. ℞. cu$\frac{1}{48}$. p̃.℞. partes erunt.

℞.cu.$4\frac{1}{2}$ p̃.℞.cn.$\frac{3}{4}$ p̃.℞.v.5.m̃ ℞.cu.$6\frac{3}{4}$ m̃.℞.cu.$\frac{3}{48}$ p̃.
℞.cu.$4\frac{1}{2}$ p̃.℞.cu.$\frac{3}{4}$ m̃.℞.v.5.m̃.℞. cu.$6\frac{3}{4}$ m̃.℞.cu.$\frac{1}{48}$.

CAPVT VIII.

De natura laterum parallelipedorum.

SIt parallelipedum ex a b in c d quadratum æquale numero: & dico primo quòd si a b fuerit latus cubi, & cubus b c numerus, erunt a b & b c commensæ. Nam proportio a b ad b c est vt numeri ad numerum, igitur commensæ, quod si a b sit *Per sextam diff. 10. El.*

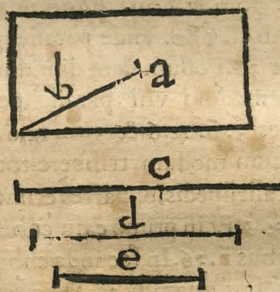


latus cubi, & non commensum b c clarum est, quòd cubus b c non potest esse numerus per præcedentem, neque b c ipsa. Tertiò dico quòd si cubus b a non sit numerus, & parallelipedum sit numerus, nec b c est latus cubicum numeri: aliter essent parallelipedi ad cubum, vt a b ad b c, & ideò vt numeri ad numerũ, & a b commensa b c, quod est contra Euclidem. Omnis enim commensa lateri cubi est latus cubi. Dico demum quod in hoc casu a b non est commensa b c. nam cum cubus b c non sit numerus, & parallelipedum sit numerus, ergo parallelipedum est incommensum cubo b c, sed a b ad b c, vt parallelipedi ad cubum igitur a b est incommensa b c, quod est quartum. *Per 33. 11. & 10. & 6. propos. 10. Elem. Per 10. 10. Elem.*

CAPVT IX.

Quomodo ex quacumq; linea constituantur duo parallelipeda nõ maiora quarta parte cubi lineæ propositæ.

SIt parallelipedum a, cuius altitudo b, proposita linea cuius duplum cubi medietatis non sit minus parallelipedo proposito, volo datam lineam sic diuidere, vt contentum sub c altitudine in superficiem par-
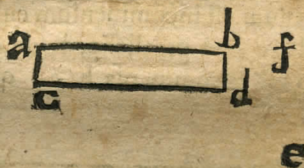


tium, sit æquale a parallelipedo. Inter c & b statuatur media proportione d, & fiat vt c ad d ita lateris tetragoni a ad e lineam, erit ergo superficiei a ad quadratum c, velut c ad d duplicata, quare vt c ad b, quæ etiam est dupla proportioni c ad d, parallelipeda ergo

Per 24. 11ª Elem. ex c in quadratum e, & ex b in a erunt æqualia, quia ergo parallelipedum ex b in a non est maius parallelipedo ex c in quadratum medietatis eius, neque ergo parallelipedum ex c in quadratum e maius erit parallelipedo ex c in quadratum medietatis ipsius c, ergo e non est maius medietate c. Ex c igitur facio duas partes, quarum rectangulum sit æquale quadrato c per ea quæ demonstrauimus in Geometria & habebimus partes lineæ propositas. Cum igitur parallelipedum ex c in superficiem, ex suis partibus sit æquale parallelipedo ex b in a sequitur per demonstrata in libro de Proportionibus, *Per 143. propos.* quod duo mutua parallelipeda partium c lineæ propositæ sunt æqualia parallelipedo ex b in a, quod est propositum.

Capvt X.

Quomodo conueniant partes cum linea proposita in parallelipedo.

1 Sit proposita primùm a c linea diuisa in b, vt parallelipedum ex tota a c in superficiem a d ex a b in b c sit æquale numero, & sit primò a c numerus, constat quod oportet a d esse numerum & partes a b, b c numeros aut binomium cum reciso, & potest demonstrari quia



Ex quinta secundi El. differentia partium necessariò est numeri radix, aut numerus ipse ad hoc, vt quadratum medietatis quod est numerus, quia a c tota est numerus, excedat rectangulum a d qui est numerus, quoniam ex illo in a c numerum sit numerus e. Exempli causa, sit a c tota, b & e numerus 36. possum ex secundo modo tribuere numerum sex parallelipedis, & tunc duo erunt 12. diuide 12. per a c, exit 2. superficies a d, igitur partes erunt 3. p̄. ℞. 7. & 3. m̄. ℞. 7. Et duo cubi erunt 90. p̄. ℞. 8092. Et 90. m̄. ℞. 8092. quod totum est 180. vnde parallelipedis relinquuntur 36. Possum dare dimidium e iuxta tertium modum vni parallelipedo, & erunt partes 3. p̄. ℞. 6. & 3. m̄. ℞. 6. possum iuxta quartum modum tribuere totum 36. duobus parallelipedis, & partes erunt 3. p̄. ℞. 3. & 3. m̄. ℞. 3. Et in primo casu cubus æquabitur 30. rebus p̄. 36. In secundo cubus ęquabitur 30. rebus etiam p̄. 36. Et in tertio rursus eodem modo, sed discrimen est, quoniam in primo casu 30. res æquantur cubis solum, in secundo cubis & duobus parallelipedis: in tertio duobus cubis & quatuor parallelipedis.

2 Ponantur rursus e 12. a c ℞. 24. diuidam e totum, sed melius est reducere ad tertium modum diuidendo dimidium, scilicet 6. per ℞. 24. exit ℞. $1\frac{1}{2}$, duc ℞. 6. dimidium ℞. 24. in se fit 6. abiice ℞. $1\frac{1}{2}$, & fit 6. m̄. ℞. $1\frac{1}{2}$, huius ℞. v. addita & detracta a ℞. 6. ostendit partes, proponam autem iuxta

Sec. mod. ℞. 6. p̄. ℞. v. 6. m̄. ℞ $\frac{2}{3}$ ℞. 6. m̄. ℞. v. 6. m̄. ℞ $\frac{2}{3}$
Ter. mod. ℞. 6. p̄. ℞. v. 6. m̄. ℞. $1\frac{1}{2}$ ℞. 6. m̄. ℞. v. 6 m̄. ℞ $\frac{2}{3}$
Quar. mod. ℞. 6. p̄. ℞. v. 6. m̄. ℞. 6. ℞. 6. m̄ ℞. v. 6. m̄. ℞. 6.

---

singulos modos Constat hanc æstimationē inutilem esse, nam habemus cubum per parallelipeda duo vel quatuor, vel sex æqualia numero. At reliquum ergo est ℞. aliqua vt pote ℞. 13824. m̄. 12. aut m̄. 6. vel m̄. 4. sed hoc diuiso per ℞. 24. quæ est res, nullus potest prodire numerus, igitur cubus non potest æquari rebus sub aliquo numero integro vel fracto.

Simili ratione sed alia tamen causa osten- 3
do, quod si a c sit ℞. cu. numeri simplex quòd non potest satisfacere. Proponamus ergo quod a c sit ℞. cu. 40. & e sit 2. & accipio quartum modum in hoc casu, vt faciliorem seu simpliciorem, diuido 2. per ℞. cu. 40. exit ℞. cu $\frac{1}{5}$ superficies a d, diuido a c per æqualia, fit ℞. cu. 5. duco in se fit ℞. cu. 25. detraho ℞. cu. $\frac{1}{5}$ relinquitur ℞. cu. $12\frac{4}{5}$, huius ℞. addo & detraho ad ℞. cu. 5. partes erunt ℞. cu. 5. p̄. ℞. cu. ℞. $12\frac{4}{5}$, & ℞. cu. 5. m̄. ℞. cu. ℞. $12\frac{4}{5}$, Istarum igitur partium duo tantum parallelipeda faciunt 2. reliquum igitur à cubo ℞. cu. 40. manifestum est quòd necesse sit esse numerum, & est 38. igitur diuisum per rem quæ p̄. ℞. cu. 40. necessariò producit ℞. cu. igitur numerus rerum non potest esse numerus verus, sed ℞. cu. vt si quis dicat cubus æquatur rebus, ℞. cu. 100. p̄. 10. hoc autem non venit in vsum. Quærimus enim nos cubum æqualem numero rerum, & numero seu integro seu fracto. Et dato quòd incideremus in talem casum hoc esset rarò, nec habemus regulam generalem, sed posset inueniri, velut in binomiis vel recisis provt nunc subiungemus.

Proponatur nunc (postquàm priores tres 4
modi parum vtiles sunt, nam primus est notus etiam sine capitulis, & est cuique obuiam, nec est generalis, nec vt in pluribus saltem, reliqui duo prorsus inutiles, nec vlla ℞. alia simplex vt ℞. ℞. vel ℞. ℞ª p̄ª, vel ℞. quadrata potest eadem ratione esse vtilis, quia cubus eius necessariò esset è genere primæ ℞. & detracto e reciso, ergo diuiso per rem non posset exire numerus vllus) quod a c sit duæ ℞. quadratæ, dico quod & hic modus inutilis est, nam detracto numero e relinquetur cubus recisum, & ita non potest diuidi per rem vt prodeat numerus, nam in cubo binomij vel recisi vbi ambæ partes sint radices, non potest prodire numerus, vt constat.

Et neque potest a c esse ℞. ℞. vel ℞. ℞. vel 5
℞. cu. quadrata, quia tales perueniunt ad radices eiusdē generis, vnde detracto numero fiūt recisæ sed recisū non potest diuidi per ℞. vllam

vllam vnius generis, vt prodeat numerus, igitur non poterit esse numerus rerum verus in æquatione. Sed neque ex ℞. 2. & ℞. ℞. 18. nec ex ℞. ℞. ℞. 8. & ℞. ℞. 2. nam quamuis tria parallelipeda in prima sint 18. & in secunda 6. relinquuntur tamen tres naturæ diuersæ, vt in prima ℞. 8. & ℞. ℞. 5832. & ℞. ℞. 23328. constat autem quòd ℞. ℞. non potest magis esse commensa ℞. simplici quam ℞. simplex numero. Ergo ℞. ℞. 23328. nec ℞. ℞. 5832. possunt esse commensæ cum ℞. 8. sed neque inter se: quia ℞. 5832. fit ex ℞. 18. in ℞. ℞. 18. & ℞. ℞. 23328. fit ex 6. in ℞. ℞. 18. at 6. & ℞. 18. non sunt commensæ, licet diuisæ 23328. per 5832. exeat 4. & ideò contingit, quia diuisa ℞. ℞. 23328. per ℞. ℞. 5832. exit ℞. ℞. 2. igitur non sunt commensæ. Cùm ergo in re non sint nisi duo genera quantitatum in diuidendo, & est residuum cubi tria, non poterit prodire numerus rerum. Et ita in omnibus similibus. Cor. 1.

Ex quo patet quòd hoc est generale, licèt explicuerimus de parallelipedo, qualiscúque tribuatur pars cubi ipsi numero, reliquum erit plurium partium non commensarum quàm sint in re, igitur non poterunt esse res sub numero aliquo. Cor. 2.

Ex hoc etiam sequitur quòd quo plures erunt eiusmodi partes incommensæ, eo fiet discrimen numeri partium cubi detracto numero à partibus radicis maius, ergò multò minus poterit residuum diuisum per rem reddere numerum vt proponebatur.

6 Nec potest esse vna ℞. v. quadrata, neque cuba, alterius generis: nam si sit ℞. quadrata, idem sequitur quod in secunda regula. Sin autem cubica dissoluetur, ergo non poterit continere rem, id est ℞. v. cu. sub aliquo numero. Neque ℞. v. quadrata iuncta alteri ℞. simplici, nam vt dixi in corollario secundo præcedentis, quo plures fuerint partes incommensæ in re, eo plures erunt in cubo in comparatione ad reliquas.

Necesse est igitur vt huiusmodi æstimatio vniuersalis sit aut sub binomio, in quo sit numerus, aut in quo non sit, aut trinomio in quo sit numerus, aut in quo non sit, aut in pluribus nominibus in quo sit, aut in quo non sit, aut in quantitate syluestri, scilicet quæ non sit in aliquo genere radicum, nec composita ex illis, nec per detractionem relicta. Velut quantitas cuius ℞. ducta in residuum ad 12. producat 2. vbi capitulum inuentum non esset.

CAPUT XI.

Partes cubi quot & quæ, & de necessitate illarum, & quæ incommensæ.

REPETAMUS igitur & dicamus quod latus cubi, cuius quantitas quæritur, si debet æquari cubus duobus rebus & numero, oportebit vt cubus sit diuisus in duo saltem, ergo latus eius, nam ex vno non prouenit nisi vnum: ergo in duo saltem, cùm ergò fuerint duæ partes; dum fit cubus, necesse est vt fiat quadra-



tum totius, & hoc constat ex tribus partibus diuersis natura, & si prima potentia a c & a b sint incommensæ omnibus inuicem incommensis, nam proportio quadrati a c ad id quod fit ex a c in c b, est velut a c ad c b, & similiter proportio eius quod fit ex a c in c b ad quadratum b c eodem modo, ergo quod fit ex a c in c b, est incommensum vtrique. Quadrata etiam a c & c b inter se incommensa ergo per demonstrata ab Euclide erunt tres superficies in quadrato a b, quadratum a c, c b, duplum a c in c b omnes incommensæ, cubus autem a b constat ex a c & c b in tres dictas superficies, & fiunt quatuor genera corporum: vnum ex a c in quadratum a c, aliud ex b c in quadratum b c, tria ex a c in quadratum a b, & tria ex b c in quadratum a c. (Hæc autem non recito, quia reuocare velim constructionem cubi in memoriam, sed cùm alibi sint demonstrata, vt possim quæ opus est ostendere.) Quare primum quæ fiunt ex a c in quadrata b c sunt incommensa cubo b c, quia se habent vt a c ad c b, & eadem ratione quæ fiunt ex b c in quadrata a c, & similiter quæ fiunt ex a c in quadrata b c ad ea quæ fiunt ex b c in quadrata a c, sunt enim omnia vt dixi in proportione a c ad c b, vt à latere vides. *Quarta secundi Elem.*

d	e	f	g
8.	12.	18.	27.

Sed posui numeros vt clariùs videres proportionem & ipsos ductus mutuos semel tantum, repræsentantes parallelipeda ex a c in quadratum a b, & c b in quadratum a c. Dico etiam quòd perabsurdum esset accipere partes commensas inuicem a c & c b, quia sic esset perinde ac si essent vna & eadem quantitas. Hoc stante habes proximas esse incommensas. At proportio f ad d est duplicata ei quæ est a c ad c b, vbi ergo a c & c b essent potestate commensæ d & f essent commensæ, & c & g. Si verò secunda potestate, vt si vna esset numerus alia ℞. cu. vel ambæ ℞. cu. commensæ tunc cubi inuicem essent commensi, sed ad parallelipeda vtraque incommensi. Etiam ipsa parallelipeda incommensa sunt, vt liquet inter se, quoniam sunt in proportione a c ad c b. Et similiter ℞. quad. 2. & ℞. cu. quad. 32. & ℞. quad. 3. & ℞. cu. quad. 108. sunt commensæ potestate secunda. Primæ enim ductæ ad cubum, producunt ℞. quad. 8. & ℞. quad. 32. secundæ ℞. quadrata 27. & ℞. quadrata 180. quæ sunt inuicem duplæ. Vnde notandum quòd aliud est ℞. cu. esse secunda potestate commensas, nam omnes tales sunt, & earum cubi necessa-

riò sunt numeri, aliud ipsas esse commensas velut ℞. cub. 16. p̃. ℞. cu. 2. vel m̃. ipsæ enim solæ sunt quarum parallelipeda sunt numeri, quod demonstratur: nam si non sint commensæ a c & c b, igitur nec g & f, nec d & e, sed d & g sunt numeri, quia cubi ℞.cu.igitur e & f non possunt nõ esse numeri. Non ergo potest esse a b composita ex duabus ℞. cubicis incommensis, quia parallelipeda non essent numeri neque commensis, quia esset vna ℞. cub. & cubus totus numerus. Nullæ ergò duæ quantitates aliquo modo si non adsit numerus possunt satisfacere parallelipedis pro numero, vt reliquum cubi satisfaciat rebus, nam si omnino sint incommensæ lonlongitudine prima & secunda potentia, erunt quatuor producta incommensa: ergo dato quòd vnum esset numerus, tria illa reliqua non possent continere duas quæ sunt in rebus numero, ergo non datur numerus rerum. Si autem essent commensæ longitudine, essent vna quantitas, igitur non satisfaceret. Si verò commẽsæ potentia secunda, & essent ℞. cu. cubi essent numeri non parallelipeda, sin autem non essent ℞. cu. erit e ad f, vt a c ad c b, sed a c non est commensum c b, ergo nec e cum f, igitur duo incommoda sequentur primum, quòd si vnum parallelipedum est numerus, alterum non erit, quare non poterit fieri regula generalis Secundum quod aggregatum cuborum, quod erit eiusdem naturæ, non poterit vni parti conuenire secundum numerum, quia est in proportione commensa ad quamcunque partem cum quadrato vnius earum, cùm ergo sit quadratum non numerus, nisi quantitas sit ℞. & si sit, tunc est contra dicta, constet quod non potest fieri æquatio. Exemplum dictum est ℞. cu. quad 32. p̃. ℞. 2. cubus secundùm simplicia parallelipeda ad laborem fugiendum est ℞. quad. 72 p̃. ℞. cu. quad 2048. p̃. ℞. cu. quad 8192. Hic constat nullum fieri numerum, ideò conuenire non potest. Dico modò quòd nullum parallelipedum potest in his suppositis esse numerus: aliter sint a & b non ℞. cubicæ in secunda potentia commensæ, & producant parallelipedum c numerum si fieri potest, & quia sunt potentia secunda commensæ, capio duas ℞. cu. in eadem proportione d & e, quæ producant f, parallelipedum, erit ergo ex dictis f ℞. cu. numeri, at c numerus est, ergo proportio c ad f, vt numeri ad ℞. cu. talis est triplicata ex Euclide ei quæ est a ad d, at d ℞. cu. est alicuius numeri, igitur a est numerus, vel ℞. cu. numeri, quod est contra suppositum. Sed neque possunt esse potentia prima commensæ partes, quia sic esset f ad d, & g ad e, vt numeri ad numerum. Essent ergo hæ duæ quantitates, si igitur vna est numerus reliquã non potest continere a c & c b, quæ sunt longitudine incommensæ: si nulla ergo cubus non æquatur numero. Neque poterunt hæ duæ partes esse ℞. v. cu. Quoniam

a——b——c

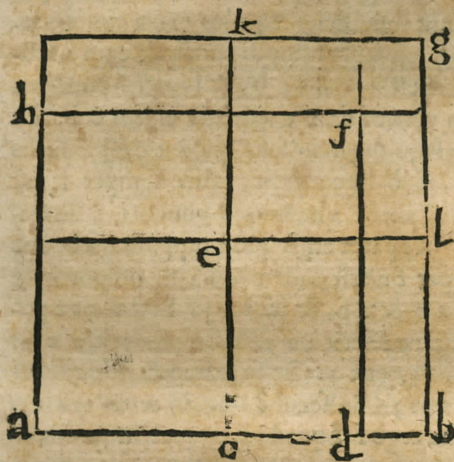
d——e——f

Ex cap. 10.

si commensæ, erunt vna: hoc autem demonstratum est esse non posse, si incommensæ fient quatuor partes in cubo incommensæ,, ergo vna erit superflua. Relinquitur tandem vt vna sit numerus alia ℞. vt videbimus, vel vt sint plures quàm duæ partes. Videamus ergo de tribus partibus primum cubicis omnibus, & incommensis, vt sunt ℞. cu. 6. ℞. cu. 5. & ℞. cu. 2. cognosces autem esse incommensas longitudine, quando (vt dixi) numeri illarum ducti in quadratum alterius, non producunt numerum cubum, neque tunc ℞. cu. vnius ducta in alterius quadratum producit numerum, conuertuntur ergò sic producere numerum, & mutuò producere & numeros producere eodem modo numerum cubum, & radices illas commensas esse. Et contraria horum etiam conuertuntur. Ex quo tandem concluditur, partem illam capituli cubi æqualium rebus & numero non posse consistere in quantitate composita ex duabus ℞. cubicis simplicibus aut vniuersalibus, aut numero & ℞. cubica. Nam in numero & ℞. cubica oportebit dare cubos numero, quia erunt numeri, ergo in numero paruo non satisfacient, præterea parallelipeda incommensa erunt & duæ ℞. cu. & in re non est nisi vna pars quæ sit ℞. cu. igitur non erit numerus rerum. Nequæ si ambæ partes sint ℞. cu. quoniam si dederis parallelipeda numero primum non conuenient cum necessariò, si non sint commensa, sint ℞. cu. ergo non numerus. Præterea cubi erunt numeri, ergo non poterunt res continere per numerum, cùm res constet ex duabus ℞. cu. sic enim ℞. cu. ductæ in numerum, producerent numerum. Neque possumus dare vtrunque cubum p̃. numero vbi numerus sit minor quarta parte totius cubi, vt docuimus, vbi autem est maior vel æqualis, damus, & fit illa pars capituli cubi æqualis rebus & numero, quæ iam nota est, igitur reliqua pars in hac æquatione nullum habet locum. Neque possumus dare differentiam cuborum numero, vt in ℞. cu. p̃. & m̃. velut ℞. cu. 6. m̃. ℞. cu. 2. quia parallelipeda m̃. erunt maiora & p̃. minora, ergo cùm in re ℞. cu. p̃. sit maior ℞. cu. m̃. necessariò, nullo modo res poterunt contineri per numerum in parallelipedis, sed bene iungendo p̃. cum m̃. & m̃. cum p̃. rerum cum cubo fiet ad vnguem capitulum cubi, & rerum æqualium numero. Sed neque æstimatio potest constare ex numero, & ℞. quadrata, vt sit generalis, hoc enim demonstratum suprà, neque potest constare ex numero & ℞. v. quadrata quia in cubo erunt duæ partes præter numerum incommensæ (quia ℞. v. non est potentia prima commensa numero) & in re vna tantùm ergo non constabit numerus rerum. Neque ex numero & ℞. v. cu. quoniam oportebit dare cubos numero, & parallelipeda erunt duo incommensa, ergò vt priùs cum sit tantum vna ℞. v. cu. non poterunt res numero aliquo contineri in cubo.

Cap. 3. in fine.

cubo. Iam ergo ventum eſt neceſſariò ad Triarios, ſit ergo a b diuiſa in tres partes, quæ omnes ſint ℞. cu. incommenſæ, nec in eadẽ proportione, & conſtat quòd fient octo genera corporum, vnum quod erit numerus qui conſtabit ex cubo ſingularum partium. Cùm enim a c, c d, d b, ſint ℞. cu. numerorũ, erunt cubi earum numeri: quare & aggregatum eorum numerus. Secundum corpus conſtabit ex ſexcuplo corporis, cuius latera ſunt omnes partes ſcilicet a c, c d, d b, iam



ergo habes nouem corpora. Reliqua decemocto cùm ſint tria, & tria æqualia, erunt ergo ſex, primum conſtabit ex c d in triplum quadrati a c, ſecundum ex b d in triplum quadrati a c, tertium ex a c in triplum quadrati c d, quartum ex b d in triplum quadrati c d, quintum ex a c in triplum quadrati b d, ſextum ex c d in triplum quadrati b d, cùm ergo ſint ſeptem partes incommenſæ in cubo, & tres tantùm in re, cubus non poterit æquari rebus ſub aliquo numero. Oſtendo modo quod ita ſit: nam in ſuperficie a g ſunt tria quadrata a e, e f, f g: & ſex ſuperficies quarum binæ, & binæ ſunt æquales d e e h, & d l h k, & l f f k. At ex a c, c d, d b, in ſua quadrata fiunt tres cubi, ex a c verò in f l, f k, idem fit quod ex c d in d l h k, & ex b d in d e, e h, igitur conſtat de nouem iam corporibus in duo redactis. Dico modò quòd ex vna parte in quadratum alterius fiunt tria corpora, vtpote ex a c in e d, e h, & ex c d in, fiunt tria parallelipeda ex c d in quadratum a c, igitur cùm binæ quantitates reſiduæ multiplicentur in quadratum tertiæ fient ſex aggregata ex tribus parallelipedis, omnia igitnr viginti ſeptem reducta ad octo.

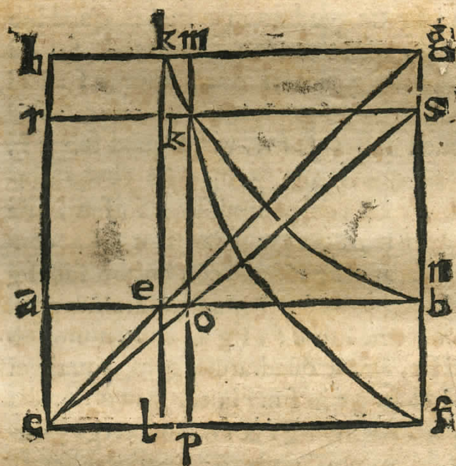
Per 43. primi Elem.

Capvt XII.

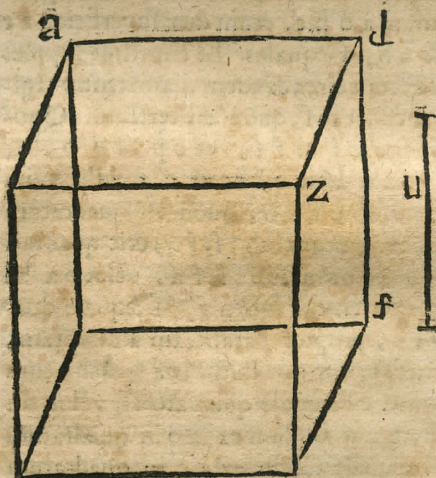
De modo demonſtrandi geometricè æſtimationem cubi & numeri æqualium quadratis.

Sint quadrata duodecim æqualia cubo, & centum nonaginta duobus numero, gratiâ exempli, & conſtat ex ſupradictis, quòd ſi numerus eſſet maior ducentis quinquaginta ſex, quòd propoſitum eſſet falſum, & ſi eſſet ipſe numerus ducenti quinquaginta ſex, quòd latus cubi eſſet octo ſeu bes eiuſdem numeri quadratorum, & ideò propoſuimus numerum illo minorem. Et ex eiſdem conſtat quod ſi numerus eſſet dimidium maximi numeri, ſcilicet centum viginti octo, quòd res eſſet tertia pars numeri quadratorum propoſitorum, quia proportio quadrati beſſis ad quadratum trientis eſt velut beſſis ad id quod prouenit diuiſo centum viginti octo ſolido propoſito per quadratum beſſis, quod eſt ſexaginta quatuor, exit enim duo qui eſt quarta pars octo, vt ſexdecim quadratum quatuor, trientis eſt quarta pars ſexaginta quatuor quadrati octo beſſis numeri quadratorum propoſiti. Nos ergo ſumpſimus alium numerum ab his vt dixi. Proponatur ergo corpus ſolidum d q t z rectilineum & æquidiſtantium laterum a c ſuperficierum, cuius ima ſuperficies ſit d q t quadrata, & ſit totum ſolidum centum nonaginta duo, ſcilicet numerus propoſitus, & eius altitudo ſit linea d z, & ſit a b data duodecim æqualis, ſcilicet numero quadratorum propoſito, & diuiſa ita vt b e ſit dupla ad e a. Et duabus c b &

Prop. 27.



d q ſubtendatur linea quædam u, & ſit d z ad a c, vt e b ad u, erit ergo quadrati e b ad quadratum q t, vt e b ad u, quare vt d z ad a c: igitur ſolidum quod ſub a c & quadrato e b æquale ſolido d q t z, propoſitum igitur eſt ſic diuidere a b, vt ſolidum ex vna parte in quadratum alterius ſit æ-



quale ſolido ex a c in quadratum e b. Et hoc nos docet facere Eutocius Aſcalonita

lonita in secundum de Sphæra, & Cylindro bifariam, sed sufficiat adduxisse primam illius demonstrationem. Non adducam autem propositiones ex Euclide tanquam notissimas, erigo ergo a c ad perpendiculum super a b, & compleo superficiem a b e f, & duco c e vsque occurrat f b in g, & compleo similiter superficiem æquidistantium laterum h g e f, & duco ex e æquidistantem c h, quæ sit l e k, & resecetur g m, æqualis d q, & duabus lineis a b & e b subtendatur in continua proportione f n. Ducatur ergo super g f axe paraboles quæ transibit per m, vt ostendam, & similiter ex b, ducatur circa coincidentes h c & c f hyperboles quæ transibit per k, per ea rursus quæ demonstrata sunt ab Apollonio in secundo conicorum Elementorum. Vbi ergo si diuident k b & m f in x, ducam r x æquidistantem a b & x p æquidistantem r c, quæ secabit a b in o, quem punctum dico esse quæsitum. Ducam ergo e o quam ostendam pertingere ad s, quia ergo vt e a ad a c, ita quadratum b e ad quadratum g m, & ideò rectanguli ex c f in f n ad idem, at vt e a ad a c, ita e f ad f g, & vt c f ad f g sic quadratum c f ad id quod sub c f, f g, quare vt id quod sub c f, f n ad quadratum g m, ita quadratum c f ad id quod sub c f, f g. Igitur quadratum c f ad id quod sub c f, f n, vt id quod sub c f, f g ad quadratum g m. At vt quadratum c f ad contentum sub c f f n, ita c f ad f n, & vt c f ad f n, ita contenti sub c f, f g ad contentum sub f g & f n, igitur vt c f: f g ad quadratum g m, ita contenti sub c f, f g ad contentum sub g f, f n, igitur quadratum g m æquale ei

Per nonam octaui Ele.

quod fit ex g f in f n. Igitur g m est media proportione inter g f & f n. Ducta ergo parabola ex primo Conicorũ Apollonij per f, ita vt ductæ possint ad f n axe g f cadet in m punctum, quod est primum. Et quia h e est æqualis e f, sunt enim supplementa, erunt h l & a f æqualia, & coincidentes h c, c f. Ergo hyperbole ducta ex b resecabit proportione respondentem f b ipsi g f ex g h: igitur cadet in k, quod est secundum. Cùm ergo h c & c f sint coincidentes, & rectangula r x p, & a b f tangant hyperbolem, igitur inuicem sunt æqualia, detracta igitur communi a o p c, erunt duæ superficies a r x o & a b p f æquales. Et cùm sint supplementa erunt circa eandem diametrum. Igitur c o cadet in s, quod est tertium. Quoniam ergo c f ad f s, vt c p ad p o, & ideò vt a o ad a c, & vt c f ad f s ita contenti sub c f, f n, quod est quadratum e b ad contentum sub s f, f n, erit quadrati e b ad contentum sub s f, f n, velut o a ad a c, & contentum sub n f, f s æquale quadrato s x, propter parabolam assumptam,

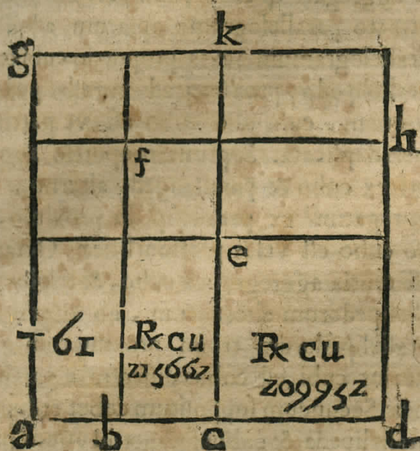
Per trigesimã quartã vndecimi Elementorũ.

super n f, igitur quadrati e b ad quadratum o b, quod est æquale quadrato x s, velut o a ad a c, igitur solidum ex a o in quadratum o b est æquale solido ex a c in quadratum c b, quod fuit demonstrandum. Et fuit quartum, liquet autem quod ratio constructionis huius problematis pendet ex his duobus, primum quod assumpto puncto n æqualiter distante à vertice paraboles, qui est f, ita vt paraboles resecet æqualem ex perpendiculari ducta ex n ad parabolem ipsi n f semper ducta ad perpendiculum ex illo axe g f, quantuscunque sit ad parabolem, media illa est inter n f, & lineam à vertice ad punctum, ex quo perpendicularem eduxisti. Alterum pendet ex constructione hyperboles, nam cùm ducta ad perpendiculum super axe, & axis inciderint in duas rectas ad perpendiculum, illæ in quas incidunt, vocantur coincidentes, & semper faciunt superficies æquales extra contentas. Vt in exemplo sumpto puncto k cum vertice k c est æqualis c b, & sumpto puncto x cum vertice sit x c æqualis eidem c b. Ex quo sequitur manifestè quod x c est æqualis k c, ideò hoc euenit, quia semper k est æqualis x l, vbicunque punctus x statuatur. Apparet ergò quòd supposita a b 12. semper f n erit eadem quia in proportione a d, a b & e b, & ideò $5\frac{1}{3}$. Et si d q t z ponatur 192. erit a c 3. & si 128. erit a c 2. & si 64. erit 1. Et in primo casu x c semper erit 36 in secundo 24. in tertio erit 12. Posita ergò f s quad. c, erit x f in omni casu res numero ℞. $5\frac{1}{3}$, igitur r x erit 12. m̃. rebus ℞. $5\frac{4}{3}$, quia ergò x p est æqualis s f, erit superficies r p, atque ideò a f 12. quad. m̃. cu. ℞. $5\frac{1}{3}$, & hoc potest esse æquale 36. & 24. & 12. vel cuicunque numero. Cùm ergo reduxerimus ad vnum cubum, fient in omni casu 8. quadrata, scilicet ducta quantitate a b, quæ est 12. per f n, quæ est $5\frac{1}{3}$, fit 64. tum est 8. Igitur supposita a b solum 12. quantumcunque sit solidum d q t z, erunt semper 8. quadrata æqualia cubo & numero, qui producitur ducta a c & a b, & producto in ℞. $5\frac{1}{3}$, si ergò b c sit 36. erit numerus 6912. & si fuerit 24. erit ℞. 3172. & si fuerit 12. erit ℞. 168. Et æstimatio in se ducta producet s f, quæ ducta in n f, & eius sumpta radice proueniet s x pars quæsita, nam ipsa est æqualis o b. Ergò ducta in se, & detracta ab a b, & vno in alterum ducto proueniet solidum d q t z. Et ideò facilis operatio Geometrica difficillima ast arithmeticè, nec etiam satisfacit.

Capvt XIII.

De inuentione partium trinomij cubici, quod cubum producit cum duabus partibus tantùm cubicis.

Et dico modo quòd si assumatur trinomium cubicum, ex cuius ductu partium producatur numerus, quòd producentur duæ partes tantùm, quæ sint ℞ cubicæ, sed in re sunt tres partes cubicæ incommensæ, vt dictum est, igitur partes cubi non possunt continere partes rerum secundùm numerum. Ex quo sequitur quòd cùm res fuerit ex tribus radicibus cubicis in continua proportione, quòd idem sequetur, nam ℞. cu. 12. p̃. ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 3. producunt quantum media ducta ad cubum, igitur inuicem ducta producunt



℞.cu. ℞.cu.4. ℞.cu.18.

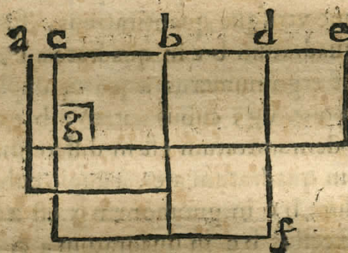
1296.	216.	972.	729.
162.	27.	288.	216.
48.	8.	36.	27.

Per 17. sexti Elem. cunt ℞. cu. 216. quæ est 6. Hoc igitur generaliter sic demonstratur. Supponatur trinomium cubicum a b c d, solum cum hac conditione, quod corpus ex a b, c: d sit numerus, constat ergo quod sunt nouem corpora, quæ sunt æqualia numero. Reliqua decem octo, fiunt tria, vt dictum est, ex a b in quadratum b c, & ex c d in quadratum a b, quæ dico esse commensa, velut & ex b c in quadratum c d. Nam quod fit ex a b in quadratum b c, ad id quod fit ex c d in in quadratum a b se habet, vt quadratum b c ad id quod fit ex a b in c d, at quadratum b c se habet ad id quod fit ex a b in c d, vt numerus ad numerum, nam ex b c in quadratum suum fit cubus, qui est numerus, & ex b c in rectangulum a b, in c d, fit parallelipedum æquale numero, igitur proportio b c quadrati ad superficiem a b in c d, est velut numeri ad numerum, ea igitur ratione etiam quod ex b c in quadratum c d, igitur fient duo tantum ℞. cu. incommensæ, at in radice sunt tres, igitur non possunt res æquari cubis assumptæ per numerum. *Per 32. vndecimi Elem.* At si proposueris partem numerum velut ℞. cu. 32. p̃. ℞. cu. 16. p̃. 2. proueniunt 152 p̃. ℞. cu. 131072. p̃. ℞. cu. 128000. Ideò cum sit longe minor proportio quàm partium rei, non poterit cubus æquari certo numero rerum. vide etiam infrà. *Cap. 51.*

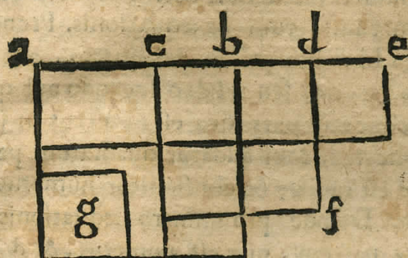
CAPVT XIV.

De inuentione generis æstimationis.

Cap. 13. Artis magnæ. CVm sit constitutum quod æstimatio cubi & numeri sit duplex, aut binomium & suum recisum primum, aut recisum quintum, & ex vtraque fiat æstimatio cubi æqualis rebus & numero necesse est, vt cum ex binomio & suo reciso fiat numerus, & ex reciso quinto, & numero binomium quintum, *Vide cap. 5. supra.* vt capituli cubi æqualis rebus & numero sit tantum inuenta æstimatio binomij quinti vltra numerum. Ideò primum quæramus habita æstimatione cubi & numeri, sed non dati æqualium rebus, numerum rerum & æquationis. Proposito ergo binomio primo vel quarto, aut residuo eorum, seu residuo secundo aut quinto, ducatur pars quæ est numerus in se & triplicetur, & ei addatur quadratum partis, quæ est radix, & conflabitur numerus rerum. Deinde pro numero æquationis duplica partem, quæ est numerus, & duc in se, & residuum à numero rerum ducatur in idem duplum numeri, & fiet numerus æquationis. Exemplum ℞. 7. m̃. 2. Primum duc 2. in se fit 4. triplica fit 12. adde quadratum ℞. 7. fit 7. & totum 19. numerus rerum. Inde pro numero æquationis dupla 2. fit 4. duc in se fit 16. differentia à 19. numero rerum est 3. duc in 4. duplum 2. fit 12. numerus æquationis. Igitur 1. cu. p̃. 12. æquatur 12. rebus. Huius causa est quòd posita a b



re diuisa, quomodocunque in c, ita quod b c sit numerus, & a c alia quantitas, & iuxta quadratum b c addantur duo alia quadrata ei æqualia, & eadem sumantur cum quadrato a c pro numero rerum, illæ res erunt æquales cubo assumptæ lineæ a b cum eo quod fit ex duplo b c in differentiam numeri rerum à duplo quadrati b c, quod sit b d, nam si tria quadrata b c cum quadrato a c sunt numerus rerum, ergo res sunt æquales tribus cubis b c, & triplo a c in quadratum b c, & cubo a c, & parallelipedo ex b c in quadratum a c, detraho igitur cubum a b ex illis corporibus, relinquetur differentia dupli cubi b c, duplo b c, in quadratum a c, at verò numerus ex supposito fit ex duplo b c in differentiam e f, à numero rerum quæ est quadratum b c, minus quadrato a c, nam quadratum c f continet quater quadratum b c, & numerus rerum continet quadratum b c ter & insuper quadratum a c, igitur facto g æquali quadrato a c, duplum quadrati b c excedit numerum rerum in gnomone g, at demonstratum est quod res excedunt cubum a b, in differentia dupli cubi a b, ab eo quod fit ex b c in quadratum a c, quod est g, ideóque in duplo b c in gnomonem, igitur numerus hic additus cubo æquatur rebus. Idem dices si numerus esset minor radice, sed a b residuum, eodem enim modo procedit demonstratio, sed oportet mutare figuras. Idem verò contingit vbi cubus sit æqualis rebus & numero, & sit binomium secundum aut quintum, vt sit numerus rerum triplum quadrati b c, cum quadrato a c eritque numerus, id quod fit ex duplo c b in differentiam quadrati c f, à quadrato dupli b c, quod sit f. Erunt enim tres triplum cubo b c, triplum parallelipedi a c in quadra-



tum b c, cubus a c, & parallelipedum ex b c in quadratum a c, detrahantur hæc octo corpora ex cubo a b, relinquetur differentia cubi a b, ab octo corporibus duplum b c in quadratum a c, à duplo cubi b c, at numerus fit ex supposito ex duplo b c in differentiam c f. quadrati à tribus superficiebus quadratis b c, cum quadrato a c, hæc autem est quantum differentia quadrati a c, à quadrato b c, cum triplum quadrati b c sit commune vtrisque quantitatibus, fiat igitur g quadratum b c in quadrato a c, cum sit minus ergo numerus æquatur duplo b c in gnomonem g, cubus autem a b excedit res, vt demonstratum est in differentia dupli b c in quadratum a c, à duplo cubi b c, sed duplum b c in gnomonem g est æquale duplo excessus b c in quadratum a c, à duplo cubi b c, quoniam sunt eædem altitudines & superficies, ergo cubus æquatur rebus & numero assumptis.

Corr. Ex hoc patet quod hæc æquatio est inæqualis, ideóque neque generaliter potest tradi regula, nam numerus datur duplo parallelipedi minoris partis in gnomonem, qui est differentia quadratorum partium, liquet etiam quod talis gnomo in omni casu est æqualis rebus solis, vbi partes suppositæ sint dimidium numeri plus vna re, & minus vna re.

Capvt XV.

De inuentione partium rei per partes cubi.

VBi propositæ sint partes cubi a c notæ, ex quibus velis scire quantitatem lineæ a c. Quinque suppositis id ages cognitis. Primum vt scias proportionem par-

a b c

D E F G
27. 18. 12. 8.

tium singularum aut excessum, quæ continetur his regulis. Prima, proportio cubi ad cubum est triplicata lateris ad latus. Secunda, proportio cubi ad parallelipedu n, q d fit ex quadrato lateris sui est vt partium lineæ. Tertia, proportio cubi ad parallelipedum alternum est, vt partium lineæ duplicata. Quarta proportio parallelipedorum inuicem, est vt partium lineæ. Quinta, proportio aggregati cuborum ad aggregatum duorum mutuorum parallelipedorum est velut aggregati quadratorum partium lineæ, detracto parallelogramo ipsarum ad illud parallelogramum. Sexta, proportio cubi cum parallelipedo proximo ad parallelipedum alternum, cum alio cubo est vt partium lineæ duplicata. Septima, proportio aggregati ex cubo & parallelipedo alterno, ad aggregatum ex parallelipedo proximo, & alio cubo est velut partium lineæ. Octaua, differentia aggregati ex cubo, & triplo parallelipedorum alternorum, ab aggregato parallelipedorum trium proximorum, & alterius cubi est cubus differentiæ partium lineæ. Secundum suppositum debet reducere parallelipeda, & cubos semper ad vnum præterquam in hac octaua regula, vt vnum vni comparetur. Tertium suppositum, proportiones partium reducuntur ad proportionem 1. cu. 1. quad. 1. pos. & 1. ipsius proportionis, ita vt 1. pos. sit ipsa proportio. Vnde si quis dicat, fuit parallelipedum 4. & residuum cubi 104. dico tu scis constitutionem cubi, & pones 1. cub. p̃. 1. pro re p̃. 1. & habebis 1. cu. p̃. 3. cu. quad. p̃. 3. cu. p̃. 1. & hoc est in proportione ad 1. cu. vt 108. quod fit restituto 4. ad 104. ad 4. vt 27. ad 1. ℞. autem cubica 1. cu. cu. p̃. 3. cu. quad. p̃. 3. cu. p̃. 1. est 1. cu. p̃. 1. radix cu. 1. cu. est 1. pos. ℞. cu. 27. est 3. igitur 1. cu. p̃. 1. æquatur 3. pos. Et in hoc supposito ingreditur scientia compositionis cubi ex cubis partium, & sex parallelipedis, quorum tria sunt similia & æqualia, & tria similiter inter se, & quod fiunt ex vna parte in alterius quadratum & cognitio extrahendi ℞. cu. & quadratam, & diuidendi per communem diuisorem, cum fuerint plures denominationes. Quartum suppositum est, vt scias quod dum volueris iungere aliquas ℞. eiusdem generis aut detrahere, diuides vnum per aliud, & accipe ℞. illius generis prouentus, & pro additione adde 1. & pro detractione auferto, & quod fit, ducito ad quadratum, si fuit ℞. quadrata, vel ad cubum si cuba, & productum multiplicabis per diuisorem, & quod prouenit est quæsitum. Quintum suppositum est, vt adiuues te cum regulis generalibus Algebraticis, & de modo.

Si quis ergo dicat cubus & duo parallelipeda altrinsecus sunt 24. & cubus alter cum duobus parallelipedis 18. igitur per tertium suppositum 1. cub. p̃. 2. pos. est sesquitertium 2. quad. p̃. 1. & æquale $2\frac{2}{3}$ quad p̃. $1\frac{2}{3}$ & habebis $\frac{10}{27}$, rerum p̃. $\frac{700}{729}$, æqualia cubo & rei æstimatio cum $\frac{8}{9}$ ΤΡΝQ est rei æstimatio.

Et generaliter posito vno cubo, puta a b cum quartis parte nota erit reliquum notum. Quia ab nota: ergo si cubus b c, igitur b c, igitur parallelipeda, vel si parallelipedum diuiso eo per a b, vel quadratum a b prodibit b c, igitur tota a c.

Ex difficilioribus autem modis primus est cum cubi & tria parallelipeda proxima cognita sunt: habebis tamen rei æstimationem ℞. cubicā totius, velut vnum aggregatum sit 48. aliud 16. erit res 4. latus cubicum 64. totius. Secundum adhuc difficilius, cum cubi, & duo parallelipeda

proxima

proxima nota fuerint, nam nec licebit aliqui rem, vt in priore, subiacet tamen inuentioni, & habet æqualitatem. Vltimum est, cum est anomalum, vt aggregatum ex ex duobus parallelipedis vnius generis, & vno vel tribus ex alio genere, vel duo cubi cum vno parallelipedo, vel duobus ex vno genere, alio ex alio genere, vel cubus & tria parallelipeda vnius generis cum parallelipedo alterius generis. Et ita de aliis modis inæqualitatis.

Demum est compositio notior cubi cum duobus parallelipedis proximo, & vno remotiore, nam primum talia aggregata sunt in proportione partium lineæ. Et singula eorum habent radicem quadratam, velut vnum sit 20. aliud 80. erit proportio partium lateris totius cubici quadrupla, igitur ponemus vnam 1. pos. aliam 4. inde produmus 64.cu.p̃.48.cu.p̃.12.cu.p̃.1.cu. & hæc sunt æqualia 100. res igitur est ℞.cu.$\frac{1}{5}$. Aliter ponemus proportionem 1. quad. erunt

1.cu.qd.p̃.3.qd.qd.p̃.3.qd.p̃.1.
1.cu.qd.p̃.2.qd.qd.p̃.1. qd.—1. cu. p̃.1. pos.
1.qd.qd.p̃.2.qd.p̃.1.
4.qd.qd.p̃.8.qd.p̃.4.—2.qd.p̃.2.
$\frac{1}{2}$ p̃ pos.

partes vt à latere: dissolue in duo aggregata proposita, habebis partes, vt vides, igitur cum sit proportio illarum quadrupla, multiplicabis aggregatum minus per 4. & assumes ℞. quadratam partium quam semhabent, quia ab initio habuerunt, & post duxisti per numerum, habes igitur 1. cu. p̃.1. pos. æqualia 2. quad p.2. & ideò semper poteris diuidere vnum per aliud, habebit ergo $\frac{1}{2}$ pos. æqualia duplæ. Circa quod nota quòd cum 1. cu. p̃. 1.pos.fit æquale 2. quad. p̃. 2. pos. igitur diuidendo vnum per aliud, prouenit vnum, & iam prouenit $\frac{1}{2}$ pos. igitur $\frac{1}{2}$ pos. est 1. & 1. pos. est 2. & ego posui 1. quad. pro proportione, res ergo redit ad idem. Sed hoc volui ostendere ob reliqua.

CAPVT XVI.

Quòd quadrinomij ex radicibus cub. cubus ad tres partes quarum duæ sint tantum ℞. cubæ, reducitur aut longè plures.

ET sit primò quadrinomium ex ℞. cubicis in continua proportione, in quibus non sit numerus, vt ℞. cu. 3. p̃. ℞. cu. 6. p̃. ℞. cu. 12. p̃. ℞. cub 24. est ergo ℞. cub. 24. ad ℞. cu. 3. triplicata proportio, at 6. ad 3. vt ℞. cu. 6. ad ℞. cu. 3. triplicata, gitur ℞. cu. 3. est dimidium ℞. cu. 24. igitur faciunt ℞. cu. quæ est ℞. cu. 81. sed ℞. cu. 81. ducta in ℞. cu. 72. productum ex ℞. cu. 6. in ℞. cu. 12. producit ℞. cu. 729. scilicet 9. duplicatam, igitur per supradicta quadrinomium illud reductum ad cubum non habet nisi duas ℞. cub. ideò res non possunt æquari cubo. Ostendo modò quod ex producto ex cu.72. in ℞. cu. 81. fiat numerus, quia per dicta productum ex ℞. cu. 3. in ℞. cu. 3. in ℞. cu. 6. inde in ℞. cu. 12. cum sint in continua proportione. Pariter ex ℞. cu. 6. in ℞. cu. 12. & exinde in ℞. cu. 24. fit numerus: igitur ex producto ℞. cu. 6. in ℞. cu. 12. in ℞. cu. 3. & in ℞. cu. 24. fiunt numeri, ergo in aggregatum fit numerus, quod erat demonstrandum.

Si verò inter illas ℞. cub. sit numerus, velut ℞. cub. 2. p̃. ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 8. p̃. ℞. cu. 16. Idem continget vt palam est, producuntur enim ℞. cu. 128. & 4. & reliquæ omnes illis commensæ sunt, vt facilè demonstrari potest, idem fiet in trinomio solo ex ℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. Et eo magis vt de hoc non sit dubitatio, quia sumus in casu priore.

Si verò sint tales, vt duæ in quadratum alterius producant numerum iam commensæ sunt. Et ideò non sunt amplius quatuor, sed tres: si vna ℞. alterius nihil refert in hoc casu, capiamus ergo ℞. cu. 2. ℞. cu. 3. ℞. cu. 4. ℞. cu. 5. Et manifestum est quod fiunt plures ℞. cu. non commensæ quam quatuor reducendo ad cubum. Ergo nullum quadrinomium ex ℞. cubicis non est idoneum.

CAPVT XVII.

Quot modis numerus possit produci ex non numero.

PRimum numerus quilibet producitur ex his numeris, à quibus diuidi potuit. Et ita si volo diuidere 10. potest diuidi per numerum alogon qui constet ex quatuor radicibus incommensis non tamen vltra etiamsi sit vna pars numerus. Et si sint ℞. cub. non vltra tres. Et hoc fit per recisa, vt in tertio lib. operis perfecti, velut si diuidens sit ℞. 6. p̃. ℞. 5. p̃. ℞. 3. p̃. ℞. 2. inuenies suum recisum vt vides. Et ita si volo diuidere per ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 3. p̃. ℞. cu. 2. vt docuit Scipio Terrus Bononiensis.

Exẽplum primum
℞. 6.p̃.℞.5. p̃. ℞.3.p̃.℞.2.
℞. 6.p̃.℞.5.m̃. ℞.3.m̃.℞.2.
6.p̃. ℞ .120. m̃. ℞. 24.

Exemplum secundum
℞.cu.4. p̃.℞.cu.3. p̃.℞.cu.2.
℞. cu. 16. p̃. ℞. cu. 9. p̃. ℞. cu. 4. m̃. ℞. cu. 12. m̃. 2. m̃. ℞. cu. 6.
Productum 9. m̃. ℞. cu. 648.
81. p̃. ℞. cu. 4199645. ℞. cu. 472392.
Diuisor 81.

Et

Et manifestum est quòd assumuntur quadrata illarum p̃. & producta inuicem pro m̃. productum autem est aggregatum cuborum partium. 4. & 3. & 2. quod est 9. m̃. ℞. cubica tripla ei quæ fit ex prima in extremam, scilicet ℞. cu. 24. quæ triplicata producit ℞. cu. 648. Et eadem ratione inuenies suum trinomium eodem modo, vt vides ducendo partes in seipsas & inter se. Et ita conficies numerum diuisorem. Sed hæc vt dixi alio pertinent.

Hoc ipsum est quod volebam docere, scilicet quod vbi non possis diuidere numerum propter multitudinem partium, sufficiet supponere, velut volo diuidere 10. per ℞. 6. p̃. ℞. 5. p̃. ℞. 3. p̃. ℞. 2. p̃. sufficiet supponere diuisorem diuidendo, & habebis.

$$\frac{10}{℞.6.\tilde{p}.℞.5.\tilde{p}.℞.3.\tilde{p}.℞.2.\tilde{p}.1.}$$

Et cum hoc potes operari multiplicando, diuidendo, addendo & detrahendo ad vnguem, sicut in fractis numeris fieri solet. Velut volo diuidere 20. per hunc numerum exibit ℞. 24. p. ℞. 20. p. ℞. 12. p. ℞. 8. p. 2. Et ita habes quod 10. producitur ex quibusuis numeris diuidentibus cum suo alterno.

At propriè fit primo ex quibusuis binomiis & recisis, quorum differentia partium in se ductarum, est ille idem numerus, velut ex ℞. 11. p̃. 1. & ℞. 11. m̃. 1. & ℞. 12. m̃. ℞. 2. & ℞. ℞. 12. p̃. ℞. 2. & ita de aliis & ita potest produci vt 4. p̃. ℞. 6. & 4. m̃. ℞. 6. & 5. p̃. ℞. 15. & 5. m̃. ℞. 15.

Secundo potest produci ex binomio, & reciso proportionem habentibus, vt 4. p̃. ℞. 12. & 2. m̃. ℞. 3. producunt enim 2. proposito ergo quouis binomio vel reciso inuenias suum alternum, & duc inuicem, & producto diuide numerum propositum, & id quod exit, duc per secundo inuentum, & habebis quæsitum, velut volo inuenire numerum qui ductus per 3. p̃. ℞. 7. producat 10. inuento 3. m̃. ℞. 7. & ductis inuicem fit 2. diuide 10. per 2. exit 5. duc 5. in 3. m̃. ℞. 7. fit 15. m̃. ℞. 175. duc 15. m̃. ℞. 175. in 3. p̃. ℞. 7. fit 45. m̃. ℞. 1225. cuius ℞. est 35. detrahe à 45. relinquitur 10.

Tertio fit ex fractis eodem modo, quo in primo ℞. $17\frac{1}{5}$ p̃. ℞. $3\frac{1}{5}$ in ℞. $17\frac{1}{3}$ m̃. ℞. $7\frac{1}{3}$, producunt 10. & ita in numeris, velut $3\frac{1}{6}$ p̃. ℞. $\frac{1}{36}$, & $3\frac{1}{6}$ m̃. ℞. $\frac{1}{36}$, & ita in alogis, velut $3\frac{1}{5}$ p̃. ℞. $\frac{6}{25}$ & $3\frac{1}{5}$ m̃. ℞. $\frac{6}{25}$.

Quarto, si velis duos numeros quorum quadrata differant in 10. facile hoc est cum quouis numero, exemplum capio 2. & 10. duc 2. in se fit 4. detrahe à 10. remanent 6. diuide per 2. exit 3. huius dimidium per se sumptum & additum ad 2. producit quadrata quorum differentia est 10. nam quadrata $3\frac{1}{2}$ & $1\frac{1}{2}$ differunt in 10. Similiter capio $2\frac{1}{5}$ duco in se, fit $4\frac{21}{25}$, detraho ex 10. relinquuntur $5\frac{4}{25}$, diuide per $2\frac{1}{5}$, & est ac si diuidas $\frac{129}{25}$ per $\frac{11}{5}$, quod est ac si diuideres 1295. per 55. exeunt ergo $2\frac{19}{55}$ cuius dimidium est $\frac{19}{110}$, adde ad $2\frac{1}{5}$, fiet $3\frac{14}{110}$ & $\frac{19}{110}$, producunt quadrata quorum differentia est 10.

Producitur insuper à numeris simplicibus quibuslib qui sunt in ordine eodem, & producunt numerum iuxta naturam eius, vt à ℞. 10. in se: & à ℞. ℞. quauis, quæ ducta in aliam ℞. ℞. producat ℞. 100. & ab analogis vt ℞. 20. in ℞. 5. producunt 10. quia proportio ℞. 20. ad ℞. 10. est vt ℞. 10. ad ℞. 5. Et proportio ℞. 50. ad ℞. 10. vt ℞. 10. ad ℞. 2. Et quæuis ℞. cubicæ inuicem ductæ producentes 1000. cubum 10. vt ℞. cu. 1000. in ℞. cu. 10. ℞. cu. 200. in ℞. cu. 5. & ℞. cu. 50. in ℞. cu. 20. Et ita 10. producitur ab omnibus ℞. relatis producentibus 100000. ℞. primum 10.

Caput XVIII.

Quod vltima diuisio cubi non satisfacit capitulo proposito.

Porro, vltima diuisio cubi superius data Cap. 15.
licet sit speciosa valde non satisfacit capitulo proposito, vti neque æstimatio binomiorum vel recisorum primi vel quarti ordinis, nec recisorum secundi vel quinti. Sed nec æstimatio differentiæ ℞. cub. nec ℞. quadrata aut cuba differt à numero per ℞. quadratam aut cubam aliter recisum esset æquale radici simplici, quod esse non potest, sed est differentia recisum. Sed veniamus ad aggregata, quorum vnum parti sit æquale numero, si capitulum debet esse generale & diuisio vtilis, igitur hoc modo triplex est radix quadrata cubica & corporea. Quadrata est per rationem compositionis ex duabus partibus, atque duabus velut diuiso cubo 125. in 100. & 25. radix quadrata 100. est composita ex 8. & 2. & tota est 10. & quadratum 8. est 64. & quadratum 2 est 4. & duplum 8. in 2. est 32. qui omnes iuncti faciunt 100. Et ita est compositum ex quatuor corporibus 64. 16. 16. & 4. Et ita reliquæ partis quæ est 25. radix, est 4. & 1. corpora 16. 4. 4. & 1. quæ sunt 25. Proportio igitur partium est vt partium cubi, nam 8. ad 2. & 4. ad 1. vt 100. ad 25. Et ita si 1. cu. æquetur 6. rebus p̃. 6. rei æstimatio est ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. & si velimus dare corpus vnum ipsi numero, id est ipsi 6. reliquum rebus erit illud æquale necessariò ℞. 864. p̃. ℞. cu. 432. Igitur qualis proportio ℞. cu. 864. p̃. ℞. cu. 432. ad 6. talis partium ℞. quadratæ 6. inuicem. Quare vt ℞. cu. 864. p̃. ℞. cu. 432. p̃. 6. ad 6. ita ℞. 6. ad partem radicis minorem per compositam proportionem, igitur ducto 6. in 6. & producto quod p̃. ℞. 216. diuiso per ℞. cub. 864. p̃. ℞. cub. 432. p̃. 6. exibit pars illa. Diuido ergo ℞. 216. per ℞. cub. 864. p̃. ℞. cu. 432. p̃. 6. & assumam suum recisum, quod est ℞. cub. 432. m̃. 6. & ducam cum priore, & fit 36. diuisor, ergo diuidendum esset ℞. 216. ductum in ℞. cub. 432. m̃. 6. quare diuidam ℞. 216. per 36. exit ℞ $\frac{1}{6}$ id duco per ℞. cu. 432. m̃. 6. & producitur ℞. cu. 6. quad. 864. m̃. ℞. 6. pars minor, quare maior est ℞. 24. m̃. ℞. cu. quad. 864. Hæc nolui addere tanquam utilia ad institutum, sed ob operationem.

Scholium

SCHOLIVM.

Ex hoc habetur quòd cùm duæ radices cubicæ, fuerint in continua proportione cum numero, radices illæ inuicem ductæ, producunt numerum, sint a b c in continua proportione, & sit a numerus, & b c ℞. cub. dico productum b in c esse numerum subiungatur d in continua proportione, eritque d ad a, c, si triplicata ei quæ

a	num.	
b	℞	cub.
c	℞	cub.
d		

est b ad a, at b ad a est velut ℞.cu.ad numerũ, igitur d ad a est vt numeri ad numerũ, sed a est numerus ergo d est numerus: igitur productũ d in a est numerus, sed id est æquale producto ex b in c, quia quantitates sunt in continua proportione, igitur productum b in c est numerus. Hoc dixi, vt ostenderem ℞.cu.864. ductam in ℞.cu.432. producere numerum scilicet quantum producitur ex 6. in 12. quartam quantitatem, quæ est in continua proportione scilicet 72. à quo detracto 36. m̃. relinquebatur 30. vt fuit assumptum in supposito.

Secundum genus ℞.est cubicum, de quo toties actum est. Sed hic non est in proposito.

Tertium autem genus vocatur corporeæ radicis, & est velut diuidendo 125.cub.5. in 75. pro 15. rebus, & 50. pro numero, & radix est eadem vtrique parti, & etiam toti scilicet 3. & 2. & fiunt quatuor corpora vtrinque cubus, & productum alterius partis in quadratum proprium 615. & productum eiusdem in quadratum alterius semel: cum ergo vna pars supponatur numerus, erit diuisio illa ad hoc, vt cubus eius sit cubus partis eius radicis, aliter diuisio esset inutilis: quare pars

3 /	27.	8	/ 2.
	18.	12.	
2 /	18.	12	/ 3
	12.	18.	
	75.	50.	

illa est numerus necessariò, aut ℞. cu. numeri, cum ergo reliquæ partes ponantur quadrata eius ℞. cu. ducta in aliam, erunt numerus rerum, & quadratum æqualia numero, igitur erit secunda pars, aut numerus, aut recisum, ergo æstimatio rei non potest esse generalis: quia (vt dixi) æstimatio est capituli, & totius & partis, ergo nihil profecimus. Si verò prima pars sit ℞. cub. velut 1. cu. æqualis est 6. rebus p̃.6.& ponatur prima pars ℞. cu. 3. Ponemus secundam 1. pos. igitur partes erunt 3. scilicet cubus ℞. cu. 3. & reliquum quad. ℞. cu. 3. p̃. pos. ℞. cu. 72. nam ducendo 1. pos. secundam partem in quadratum primæ partis, quod est ℞. cu. 9. nam prima pars fuit ℞. cub. 3. fiunt res, ℞. cub. 9. & quia assumimus duplum illius quadrati, erunt res numero ℞. cub. 72. & hoc est æquale 3. residuo 6. detracto cubo primæ partis scilicet 3. igitur reducendo ad 1.quadrata, id est diuidendo per ℞.cu. 3. fiet igitur 1. quad. p̃. rebus ℞. cu. 24. æqualia ℞. cu. cuius, sequere capitulum, & erit rei æstimatio ℞. ℞. cub. 72. m̃. ℞. cu. 3. Esset igitur vna pars, scilicet maior ℞. cu. 3. minor ℞. ℞. cu. 72. m̃. ℞. cu. 3. Et res ipsa ℞. ℞. cu. 72. At constat quòd cubus huius non potest esse æqualis 6. rebus p̃. 6. sed neque vlli numero rerum, cùm numerus non possit æquari ex ℞. cu. quare hæc diuisio licet speciosa non potest generaliter satisfacere, ita simpliciter sumpta. Quod autem necesse sit ad hoc genus quantitatis simplicis ℞.℞. cub. deuenire demonstro. Nam posita a prima parte, & b secunda, assumitur numerus rerum in creatione corporis in duplo quadrati a, quod & numerus quadratorum est a, igitur vt numerus quadratorum deducatur ad vnum oportet diuidere per a, ergo etiam oportet diuidere per a, quia ergo c est duplum quadrati a, diuisum c per a, exibit duplum a, quod sit d, igitur numerus rerum, quæ cum quadrato æquantur numero cuius qui sit e, erit d duplum a, at in capitulo inueniendæ æstimationis quadrati, & rerum æqualium numero oportet ducere dimidium numero rerum in se, numerus autem rerum fuit

a	c	d
b		

d duplum a, igitur oportebit ducere a dimidium d in se, & addere ipsi numero e, & totius excipere ℞. a, qua detrahemus dimidium numeri rerum 1. ipsum a ℞. erit æstimatio secundæ partis semper ℞. quad. ℞. cub. aggregati ex quadrato a & e diuiso. per a detracto a, sed prima pars est a, igitur tota æstimatio est ℞. quadrata aggregati duarum ℞.cu. scilicet a in se ducti, & e diuisi per a. Ita ergo posito numero e 8. vt dixi, & a ℞. cu. 2. sufficiet, ducere ℞. cu. 2. in se, fit ℞. cu. 4. & detrahere 2. cub. ℞.cu.2.ex 8.relinquitur 6.hoc diuide per ℞. cu.2.exit ℞.cu.108.hoc autẽ est cõmensum ℞. cu.4. ideò iunctæ faciunt ℞.cub. 256. igitur secunda quantitas b p̃. ℞. cu. 256. m̃. ℞. cu. 2. sed a fuit ℞. cu. 2. igitur tota res est ℞. ℞. cu. 256. Non est igitur idonea hæc diuisio. Per Cap. 18.

a	c	d
b	e	

SCHOLIVM II.

Dico igitur quod duæ illæ ℞. cubicæ, scilicet quadratum a, & residuum e, quòd est numerus (quia e est numerus, cubus a est numerus) diuisũ per a facit commensum. Quia enim diuiso cubo a, qui est numerus, exit quadratum a, quod sit b, & diuiso c numero qualicunque per a exit d, sit autem cubus a e, erit e, ad c vt b ad d, quare cum c & e sint numeri ex supposito, erit b commensum d, quod est propositum.

e	
a	c
b	d

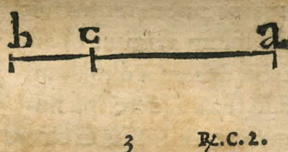
Constat etiam ex hoc quòd diuiso cubo æquali 10. rebus p̃. 8. in duas partes, vt in vltimo modo & supposita vna parte rei 1. pos. erit reliqua pars ℞ $\frac{8}{\text{pos.}}$ m̃. 1. pos. hac igitur ducta ad cubum & in quadratum alterius semel, & quadrati duplo etiam in eandem fiet totum æquale 10. rebus primis, at, 10. res primæ sunt decuplum vtriusque partis rei 1. ℞ $\frac{800}{\text{pos.}}$. Et ideò hoc erit æquale

illi

illi parti cubi compositæ ex illis quatuor partibus dictis. Et quia proportio rerum ad numerum est sicut proportio partium rei inuicem, & proportio rerum ad numerum est manifestè $1\frac{1}{4}$ ipsius rei. Ideò oporteret facere ex 8. duas partes eo modo, ita vt ducta minore in totum cum quarta parte produceret maiorem dico de radicibus cubicis.

De æstimatione autem binomij primi aut quarti, vel recisorum ratio est, quia tria quadrata numeri & vnum radicis necessariò sunt maiora tribus quadratis radidicis & vno numeri, quia in his numerus semper est maior radice, ergo cum volueris æquare radices, vt cadant, numerus in rebus superabit numerum in cubo, & ita cubus non poterit æquari rebus & numero, sed res potius cubo & numero. Et ita in reciso secundo & quinto, apparet ratio dum deduces, & formabis cubum ex partibus.

De cubi radice posita 3. & ℞. cu. 2. differentia partium est 3. m̃. ℞. cu. 2. detracta enim b c ex a b, relinquitur a c. Ergo differentia a b, quæ est 3.



& a c quæ est 3. m̃. ℞. cub. 2. cum sit b c, manifestè erit ℞.cu.2. Tanta verò est 3. p̃. ℞. cu. 2. a 3. Ergo nulla ℞. differt à numero in radice.

Ex his tandem patet quòd non datur æstimatio generalis pro capitulo cubi æqualis rebus & numero in parte ea quæ nondum est inuenta, sed dantur multæ æstimationes, quæ simul iunctæ satisfaciunt, vt si sciri possit, nondum cognita sit generaliter.

Capvt XIX.

Quod vbi æstimatio satisfacit, quouis modo diuidatur cubus satisfacit. si non, non.

PRopono ergo istud quòd si ℞. cu. non satisfacit gratia exempli aut ℞. qd.qd. cum ℞. cuba, quomodo vis diuidatur cubus, nunquam satisfaciet. Item dico, quòd si 1. cub. æqualis sit 6. rebus p̃. 6. & rei æstimatio dando numeros cubis sit ℞. cub. 4. p̃. ℞. cu. 2. Eadem æstimatio satisfaciet diuiso cubo in duas partes, quomodo vis. Non tamen sequitur quòd si hæc quantitas vt pote ℞. cu. 4. p̃. ℞. cub. 2. sic diuisa non satisfaciat cubo diuiso in corpora similia non ob id sit æstimatio, satisfacit tamen alio modo, vt a latere vides Ergo si cubus æquatur 9. rebus p̃. 9. cũ sit aliqua æstimatio, poterit satisfacere iuxta quamcunque diuisionem, sed non vt ipsa diuisa est, & iuxta quamcumque diuisionem, sed non vt cubus erit diuisus.

℞.cu. 64. ℞.cu. 8.	
℞.cu. 256. ℞.cu. 128.	
℞.cu. 16. ℞.cu. 32.	

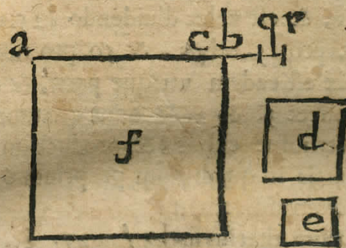
Capvt XX.

Data linea quomodo quadrifariam diuidatur in duas partes, vt sit proportio vnius ad productum totius in alteram data.

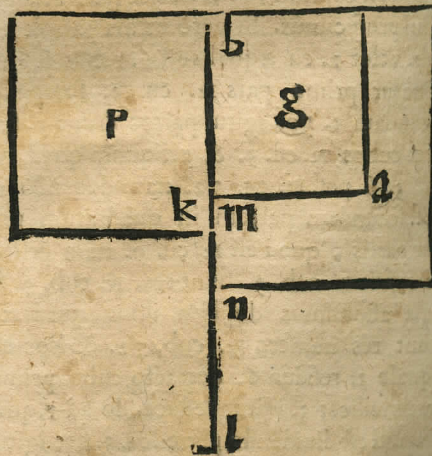
SIt data a b quam volo diuidere ita in puncto h, vt sit proportio a b & a h ad b h, vt c d ad e, abscindo d f æqualem e, & diuido e f per æqualia in g, & facio vt g d ad d f, ita a b ad d b



h, cum ergo sit ita, erit g d ad g f, vt a b ad a h, quare coniungendo ab a h ad a h, vt g d g f quare vt c d ad g f, at rursus a b ad b h, vt g d ad d f, igitur disiiungendo a h ad h b, vt g f ad f d, quare per eam quam vocant proportionem æquam c d ad d f, vt ab a h ad h b. Secundo volo diuidere a b in e, vt sit quadrati a c ratio, ad id quod fit ex a b in b c, vt d ad e, facio g quadratum

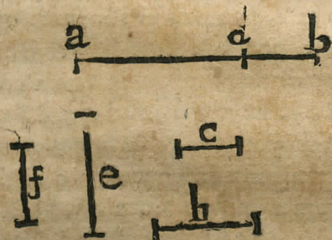


ad f, vt d ad e. Et rursus facio per eandem h l ad h k, vt h k ad a b, eritque h l ad a b, vt d ad e, & sit h m dimidium h l & eius quadratum p, cui æqualem gnomonem circumpono quadrato g, ita vt totum quadratum quod vocetur o, sit æquale quadratis g & p, facio igitur a c æqualem m n, dico a b rectè esse diuisam in c. Quadratum enim h n, cum sit æquale quadratis h k & h m, & quadratis h m, m n, & duplo h m in m n detracto communi quadrato h m relinquetur quadratum g æquale quadrato



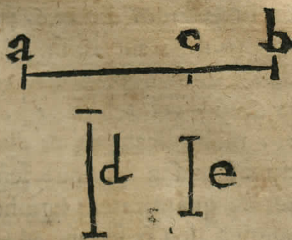
m n, & duplo m n in m h, quare quadrato m n, & ei quod fit ex m n in h l, siquidem h m est

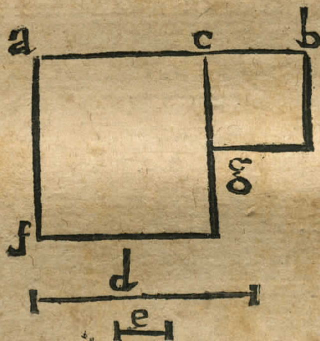
h m est dimidium h l. cum igitur supposuerimus a c æqualem m n, erit quadratum a c cum eo quod fit ex a c in h l æquale quadrato g, igitur quadratum a c cum eo quod fit ex a c in h l, habet proportionem ad quadratum f, quam habet d ad e, nam talem habuit quadratum g ad ipsum quadratum f. Addo ad a b, *69*. ei æqualem,& *92*. ad quam sit proportio, vt a c ad *69*. Cum ergo quadratum a b sit æquale quadratis a c,c b & duplo a c in c b,at duplum a c in c b est æquale ei quod fit ex a c in d c quia c q est dupla b c, & quadratum b c est æquale ei quod fit ex a c in *92*. erit quod fit ex a c in a r æquale quadrato f,igitur quod fit ex a c in se & in h l se habet ad id quod fit ex a c in a r, vt d ad e. Quare h l & a c ad a r, vt d ad e. At quia a c c b, & *92*. sunt in continua proportione ex supposito erit coniungendo a b ad *62*. vt a c ad c b. Igitur quod fit ex b r in a c, est æquale ei quod fit ex a b in c b. At proportio quadrati a c ad id quod fit ex a c in b r est veluti a c ad b r, ergo proportio a c ad b r est veluti quadrati a c ad id quod fit ex a b in b c. At proportio h l & a c ad a r est veluti a c ad b r, quia h l ad a b fuit, vt d ad e, & h b cum a c ad b r,vt d ad e,igitur h l cum a c ad a r, vt h l ad a b,quare permutando h l cum a c ad h l, vt a r ad ab, igitur disiungendo h l ad a c, vt a b ad b r, quare rursus permutando h l ad a b, vt a c ad b r, sed h r ad a b vt d ad e, & a c ad b r, vt a c quadrati ad id quod fit ex a b in b c,igitur a c quadrati ad id quod fit ex a b in c, vt d ad e.



Tertiò, proponatur eadem a b, & data ratio ad monadem c, volo diuidere a b in d, vt sit ratio rectanguli a b in b d, ad lineam a d, qualis e ad f. Potest & generalius proferri: vt quod fit ex a b in b d, ad id quod fit ex a d in c habeat proportionem e ad f. Quod est vt rectangulum a b in b d æquale sit rectangulo ex a d in h,quæ h se habeat ad c, vt c ad f: adeò vt reducatur ad hoc, & est generale, diuisa a b in d, vt sit proportio a b ad h, vt a d ad d b. Hoc autem est quasi per se manifestum, nam coniunctis h & a b, vt fiat a b h ad h,ita a b ad b d erit disiungendo ad d b,vt a b ad h.

Quartum est, vt diuidamus a b, datam in in c, vt sit ratio cubi a c, ad id quod fit ex a b in quadratum b c, aut b c in quadratum a b, vt d ad e. Et dico quod oportet, vt in primo casu proportio a c ad c b, habeat rationem duplicatam a b ad a c. Et in secundo, vt ratio a b ad a c sit duplicata ei quæ est a c ad c b. Et quia in prima quæstione reducitur res ad cubum, cum rebus æqualia numero, & istud est cognitum, ideò declarabo solum secundam, vt proponatur quòd cubus a c sit non a plus producto a b in b c, & describam quadrata a c & b c, & quia si essent æqualia,essent basis a f c & b e g in proportione a b ad a c, quare a b ad a e duplicata ei quæ est a c ad c b, cum igitur sit d ad e nonupla, erit a f c ad b c g nonupla b c quæ est a b ad a c. Nam si *216*. est nonuplum ad *24*. & *24*.constat *6*.& *4*. & *216*.[ex *36*.& *6*. proportio *36*.ad *1*.est nonupla eius,quæ est *24*. ad *6*. si ergo posuerimus a c vnum quadratum, & b c *4*. m̃. quadrato vno, erit cub. a *Per 34. Vndecimi El.*





e cub. qd. & b c qd. *16*.p̃.*1*. quad. quad.m̃. *8*. quad. Si igitur proportio d ad e sit nonupla,erit *1*.cu.quad.æqualis *576*.p̃. *36*.quad. quad. m̃. *288*. quad. & si proportio d ad e sit sexdecupla,erit *1*. cub.qd. æqualis *5024*. p̃. *64*.qd. quad. m̃. *42*. qd. Igitur in primo casu accipiendo radices quadratas partium habebimus *1*. cu. æqualem *24*. m̃. *6*. quad. Et in secundo *1*.cu. æqualem *32*. m̃.*8*.quad. & si essent æquales, esset *1*- cub. æqualis *4*. m̃. *1*. quad. habes igitur æstimationes, vt vides quatuor æqualis quadruplæ nonuplæ sexdecuplæ. Cum ergo prima tria exem-

| 1. cu. p̃. 2. quad. æqual. 8. |
| 1. cu. p̃. 4. quad. æqual. 16. |
| 1. cu. p̃. 6. quad. æqual. 24. |
| 1. cu. p̃. 8. quad. æqual. 32. |

pla solui possint ex capitulo, vltimum non possit, & demonstratio Geometrica sit vniuersalis, patet eam non esse generalem rationem capituli ad inueniendam æstimationem, sed esse longè meliorem.

CAPVT XXI.

Demonstratio ostendens æquationis necessitatem.

ET proponatur a b diuisa in c, & per præcedentem est vna demonstratio proportionis cubi a c, ad solidum ex a b in quadratum b c in parte cognita & incognita, vbi proportio est maior sed parum, aut minor semper nota, at hæc propor-



tio composita est ex duabus quarum vna est nota altera data : nota quidem est ex præcedenti proportio cubi a c ad solidum ex c b in quadratum a b, cum sit cubi & rerum æqualium numero generalis, alia est data solidi b c in quadratum a b ad solidum, ex a b in quadratum b c, semper velut c b ad b a, fiunt enim illa ex rectangulo eodem a b in b c, alterum iuxta altitudinem a b, alterum iuxta altitudinem b c, cum ergo interposito solido ex b c in quadratum a b, inter cubum a c & solidum a b in quadratum b c, componetur proportio cubi a c ad solidum a b in quadratum b c, quomodolibet constat propositum.

Per conuer. 32. vndecimi El.

Per secundã propositionẽ lib. de Proport.

PARADOXVM.

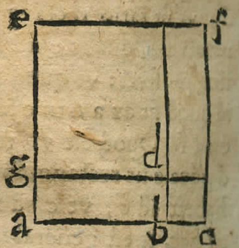
Ex hoc patet quòd diuisa linea inter puncta data, in proportione data cubi partis vnius ad solidum ex tota in alterius quadratum, vt sit proportio horum solidorum (quæuis linea sit aut pars) data & cognita quantitate partium sub vno numero diuisæ lineæ, non erit cognita quantitas earundem partium sub eadem diuisione, sed mutato solum numero seu denominatione assumptæ lineæ. Et hoc contingit, quia vltima pars præcedentis propositionis non est perfectè nota : quia quantitates natura similes non possunt esse in proportione lineæ, velut linea ad lineam superficies ad superficiem, & corpus ad corpus non possunt esse in proportione vnius lineæ, sed lineæ ad lineam: vt visum est in libro de Proportionibus. Dico ergo quòd si data est a b inter duo puncta data, & proportio cubi a c ad solidum a b in quadratum c b secundum totam lineam a b, vel secundum quamlibet illius partem, veluti a d vt omnia hæc sint data & immota, nihilo minus, si constituamus a b totam sub numero paruo putà quatuor aut sex, perueniemus per vltimam partem præcedentis quantacunque supposita a d modò sit pars a b ad cognitionem a c, quia perueniemus ad 1. cu. p̄. quadratis, non pluribus quã quatuor æqualibus numero alicui, qui poterit conuenire æquationi iam cognitæ. Et supposita a b centum exempli gratia, licet sit eadem linea, quæ prius nec maior, & proportione sub eadem a d, poterit esse vt perueniamus ad æquationem eiusdem capituli, & non cognitam. Et hoc est (quia vt dixi) proportio talium solidorum, non potest esse verè linea a b, neque a d, sed vel vt linea a b vel a d ad aliquam aliam lineam, aut simpliciter denominationis a b vel a d, quæ sumitur in comparatione ad monadem. Vnde si quis inueniat demonstrationem, vt dixi veram propotionis cubi a c ad solidum ex a b in quadratum c b, secundum lineam a d, tunc inuenta æstimatione sub a b denominata, vt decem inueniretur sub denomina vt centum. Et ita sub duobus inueniretur sub decem, & est mirabile pulchrum & arduum.

Propos. 34.

CAPVT XXII.

De contemplatione p̄. & m̄. & quod m̄. in m̄. facit m̄. & de causis horum iuxta veritatem.

CVm dico 6. p̄. 2. clarum est, quod est 8. secundum rem: sed iuxta nomen est cõpositum ex 6. & 2. similiter cum dico 10. m̄. 2. secundum rem est 8. iuxta nomen autem est 10. detracto. Et ideò in operatione quod ad finem attinet 6. p̄. 2. debet producere 64. quia 8. in se ductum producit 64. & ita 10. m̄. 2. quia est 8. debet producere idem 64. Sed quod ad modum operandi, quia 8. est diuisum in 6. p̄. 2. seu in 10. m̄. 2. oportet operari per quartam secundi Euclidis. Et in 6. p̄. 2. est manifestum, vt in figura ponatur a b 6. b c 2. fient a d 12. d e 4. d f 12. de 36. totum igitur 64. & de hoc non est dubium, sed si ponatur a c 10. & b c 2. m̄. erit quadratum a c nihilominus 64. id est quadratum d e, quia a b verè est 8. Est ergo ac, si quis diceret habes agrum decem pedum quadratum, cuius duo pedes sunt alterius, & quadratum partis tuæ est, tuum reliquum totum est alterius, igitur tu haberes d e solum, quod est 64. & gnomo ille g b f esset alterius, & esset 36. vt liquet.



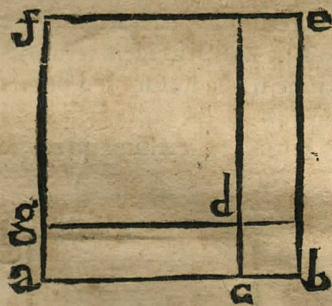
Causa ergo diuisionis in p̄. vel m̄. est duplex nam si essent eiusdem naturæ, vt 6. & 2. vel 10. & 2. vel 6. & $\frac{1}{2}$ aut 10. m̄. 3$\frac{1}{2}$, stultum esset & superfluum dicere 6. p̄. 2. aut 6. p̄. $\frac{1}{2}$ aut 10. m̄. 2. aut 10. m̄. 3$\frac{1}{2}$, sed deberemus dicere 8. m̄. 6. p̄. 2. aut 10. m̄. 2. vel 6$\frac{1}{2}$ in 6. p̄ $\frac{1}{2}$ vel 10. m̄. 3$\frac{1}{2}$, & esset facilius pro multiplicatione & diuisione. Et præcipuè quod in diuisione semper oportet reducere quantitatem significatam per plura nomina, seu p̄. seu m̄. ad vnam simplicem quantitatem. Sed causa talium nominum

p̄. seu
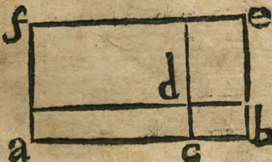
p̃. seu m̃. est, vel quia quantitas quæ additur vel detrahitur, non est eiusdem naturæ cum prima, vt 6. p̃. ℞. 2. aliter binomium esset rhete, aut alogum, id est numerus aut radix numeri, quod demonstratum est ab Euclide esse non posse. Et ita 6. m̃. ℞. cu. quia sunt diuersarum naturarum, nec possunt significari vno nomine, necesse fuit iungere illas quantitates per p̃. vel m̃. neque etiam possunt significari vno nomine per viam ℞. nam 6. p̃. ℞. 2. & ℞. v. 38. p̃. ℞. 288. & licet videatur simplex, est tamen ℞. vnius compositi numeri seu quantitatis, id est 38. & ℞. 288. Secunda causa est cum secunda quantitas, aut tertia adiuncta vel detracta est ignota, velut si dicamus 6. p̃. 1. pos. licet enim poneremus quod positio esset 2. & ita totum hoc esset verè 8. quia tamen nescimus quanta sit positio, ideò cogimur dicere 6. p̃. 1. pos. 10. m̃. 1. pos. ex quo constat quòd in primo casu nunquam nisi per fortunam multiplex potest reduci ad vnam naturam, neque enim vt dictum 6. p̃. ℞. 2. potest effici vnus numerus, nec vnius naturæ, sed in secundo casu aliquando potest, aliquando non. Vt si dicamus 10. m̃. 1. pos. & pos. sit 2. tunc æquiualeret 8. At si positio esset ℞. 2. vel ℞. cub. 3. manifestum est quòd nunquam posset reduci ad vnam naturam, sed æquiualeret semper binomio, vel reciso, vel aliæ quantitati alogæ, vt 6. m̃. ℞. 2. 6. m̃. ℞. cu. 3. Dixi in primo casu quod aliquando tamen quantitas multiplex æquiualet simplici, & hoc maximè accidit in ℞. v. & abstrusis, velut declaratum est à nobis in Arte magna, quod ℞. v. cu. ℞. 10. 8. p̃. 10. m̃. ℞. v. cu. ℞. 10. 8. m̃. 10. idem est quod 2. Et hoc etiam accidit in quadratis, vt ℞. v. 6. p̃. ℞. 9. est 3. Ergo vt dixi ob duas illas causas necesse fuit ponere p̃. & m̃.

Cap. 11.

Propos. 4. Hoc viso cum operatio p̃. sit clara, ex demonstratis ab Euclide in secundo Elementorum reliquum est, vt ostendam illud idem de m̃. & ponatur ab 10. vt prius & b c 2. m̃. liquet ergo quod a c verè est 8. & eius quadratum d f erit 64. sed totus residuus gnomo est, vt dixi perinde, ac si b c esset alterius, ideoque totus gnomo etiam illius, vt



ostendam, & constat quod ille gnomo per eandē propositionem fiet ex a c in b c bis, & sunt rectangula ad d e cum quadrato b c, iste autem gnomo totus est 36. quia a c quadratum est 100. & f d 64. igitur g c e gnomo residuus est 36. & a d & d e sunt m̃. & sunt 32. & gnomo est 36. m̃. igitur quadratum b c, quod est 4. est etiam m̃. nam si esset p̃. non esset gnomo m̃. nisi 28 & d f 72. & a c ℞. 72. & non ℞. 64. quod est 8. igitur quadratum b c est m̃. & fit ex m̃. in se ducto, igitur m̃. in se ductum, producit m̃. & similiter statuatur a b 10. & b c m̃. 2. erit ergo verè a c 8. & ponatur a f 4. & a g 1. m̃. gratia exempli, erit igitur verè f g 3. quare f d 24. tota autem a e superficies est 40. igitur gnomo g c est 16. residuum, & fit ex a c in c d, ideoq; superficies ad est 8. & ex b c in g f; superficies d e b, & ex b c in c d, & est 2. quod totum est 16. sed hoc est m̃. quia est differentia productorum 10. in 4. & 10. m̃. 2. in 4. m̃. 1. igitur tam m̃. in m̃. id est b c in c d, quarum vtraq; est m̃. producit b d m̃. quæ est 2. quàm a c p̃. in c d m̃. & b c m̃. in f g p̃. quæ ex confesso apud illos producunt m̃. Et ideò patet communis error dicentium, quod m̃. in m̃. producit p̃. neque enim magis m̃. in m̃. producit p̃. quàm p̃. in p̃. producat m̃. Et quia nos vbique diximus contrarium, ideò docebo causam huius, quare in operatione m̃. in m̃. videatur producere p̃. & quomodo debeat intelligi. Supponamus ergo in secunda figura quòd a b sit 20. vt prius & b c sit 1. pos. m̃. manifestum est quod oporteret iuxta hanc operationem ducere a c in se, & b c in se, & a c in b c bis, sed cum a c sit ignota, est 10. m̃. 1. pos. accipimus a b, quæ est nota: est enim 10. vt operamur cum a b & b c 9. & quia quadratum a b cum quadrato b c est æquale quadrato a c cum duplo a b in b c, ideò detrahimus duplum a b in b c ex quadratis a b & b c, & quoniam duplum a b in b c, superat gnomonem g c e in quadrato b d, vt constat ideò detrahimus, quantum est quadratum b c plusquam oporteret & ponimus m̃. cum solus gnomo verè sit m̃. quia ergo detrahimus quantum est quadratum b c, plusquàm deberemus à quadrato a b, tanquam p̃. ideò ad restitutionem illius m̃. quod detrahimus præter rationem oporteret addere, quantum est quadratum b c p̃. ideò cum b c sit m̃. dicemus quod 62. m̃. quadratum conuersum est in p̃. ideò quod m̃. in m̃. produxit p̃. Sed non est verum: sed nos addidimus quantum est quadratum b c p̃. non quod quadratum b c sit p̃. sed alia assumpta quantitas pro arbitrio nostro æqualis b c addita est, & facta est p̃. idem dico in tertia figura, quia operamur per a b & a f loco a c & f g, ideò in operando videtur quòd m̃. in m̃. producat p̃. Et sit ergo, vt in secundo exemplo a b sit 10. b c 1. pos. & sic 2. verè erit a c 8. igitur d f erit 64. & gnomo g c e 16. pos. p̃. 1. quad. 136. nam 16. pos. sunt 32. & 1. quadrat 4. quod totum est 36. Et tunc debet dici a b iunctum & separatum non propriè m̃. si verò operemur cum tota a b c, habebimus 100. p̃. 1. quad. m̃. 20. pos. ecce quòd in



4. secundi Elem.

in priore æquatione non habebas nisi 16. pos. m̄. hic verò habes 20. & ideò cum in priore æquatione haberes 1.quad.m̄. & hic habeas 1.quad.p̄. ideò oportuit addere numerop os.4. 1. à 16. ad 20.seu quia addidisti illas 4. pos. m̄. plusquam oporteret, ideò subtraxisti 1. quad. m̄. & etiam loco eius addidisti 1. quad. p̄. & ideò ad hoc deuenisti, vt diceres m̄.in m̄. producere p̄.quod tamen est falsum, non enim contingit ex operatione multiplicationis, sed vt peruenires ad maiorem notitiam per illam septimam propositionem secundi Euclidis, similiter dico, si multiplicas 3. m̄. ℞. 2.in 5. m̄. ℞.3. verè oporteret ducere a c in f g, & haberes verum productum: sed quia nec

3. m̄. ℞. 2. nota est verè sub | 5.m̄.℞.3.
vno nomine, nec 5. m̄. ℞. 3. | 5.m̄.℞.2.

est nota sub vno nomine, & omnis multiplicatio & diuisio fit singillatim per simplices quantitates, ideò in recisis necesse est operari per septimam propositionem secundi Euclidis loco quartæ: & ita quia in illa includitur additio illa quadrati m̄. in multiplicatione vnius in partis integræ, in partem detractam bis supra gnomonem, ideò oportet addere ad p̄. quantum est quadratum partis illius quæ est m̄. Ideò vt in binomiis operamur per quartam propositionem, & secundum substantiam quantitatis compositæ, ita etiam in recisis quo ad substantiam & verè operamur cum eadem: sed ad nominum cognitionem operamur in virtute septimæ eiusdem.

Quartum & vltimum est, quod erat considerandum, cur p̄ in p̄. solum faciat p̄. & m̄. in m̄. & in p̄. faciat m̄. Et dico quod (vt dixi) m̄. oportet supponere tanquam non sit de ipso p̄. est enim alienum, ideò ad construendum oportet assumere plura, ad destruendum sufficit vnum. Ad hoc ergo vt p̄. constituatur, oportet vt p̄. in p̄. ducatur, nam cum ducitur p̄. in m̄. seu in alienum fit m̄. quia nihil potest vltra vires suas, ergo p̄. potest quantum est ipsum, igitur cum ducitur extra ipsum producit m̄. aliter posset plus producere quam potestate esset. Sed cum ducitur in aliud p̄. non potest etiã nisi quantum potest in partes illius p̄. Exemplum, ducitur 6.in 10.igitur in 6.& 4. sed vt in 6. ex demonstratis non potest vltra 36. vt autem 4. ducitur in 6. non potest, nisi vt in 4. & 2. & vt in 4. nisi vt in seipsum, igitur non potest nisi vsque ad 16.&vt residuum 2.in 4. nisi vt in 2. & 2. igitur non potest nisi 4. & 4.sed 36.16.4. & 4. producunt 60. igitur 6. in 10. non potest producere nisi 60. igitur m̄. in m̄. seu alienum in alienum, & m̄. in p̄. seu p̄. in m̄. seu quod est in alienum, seu alienum in id quod est, producunt m̄. solum, seu alienum quod erat demonstrandum. Ex quo intelliges veram rationem ducendi m̄ & diuidendi
Cor.1. per m̄. & accipiendi ℞. tam quadratam
Supra ca. 6. quàm cubam (nam de cuba dubium non est, quod est m̄.) non antea cognita.

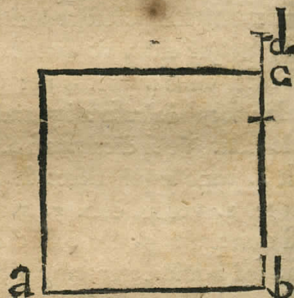
Cor.2. Ex hoc etiam patet, quod diuiso m̄. per p̄. exit m̄. nam ducto m̄. in p̄. fit m̄. ergo diuiso m̄. per p̄. exit m̄. Et diuiso m̄. per m̄. exit m̄. & p̄. quia ex m̄. in p̄. & m̄. fit m̄. igitur diuiso eo producto, quod est m̄. exit alterutrum, scilicet p̄. vel m̄. Diuiso autem p̄. per m̄. nihil exit, nam seu exiret p̄. seu m̄. ex m̄. in idem p̄. vel m̄. produceretur p̄. quod est contra demonstrata.

Capvt XXIII.

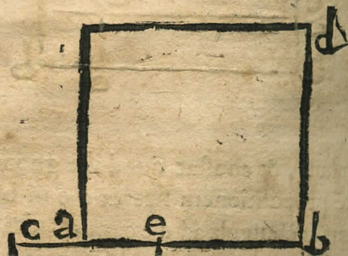
De examine capituli cubi & numeri æqualium rebus.

Lemma.

Proponatur primo a b res & quadratum eius a c, & sit b d numerus quadratorum æqualium cu. 6. & numero, dico quod b d est maior b a, nam si minor esset cubus



a b maior quadratis, igitur multo maior esset cubus a b cum numero, quadratis ipsis, non ergo æqualis. Contraria ratione sequitur, quod si cubus æquaretur quadratis & numero, necesse est a b rem esse maiorem numero quadratorum. Per idem si b d sit numerus rerum æqualium cubo & numero, necesse est b d esse maiorem a b, modo a b sit æqualis, aut maior monade: nam si a b esset maior b d esset a c maius superficie a b in b d, quare si a b est maior monade, cubus a b erit multo maior rebus: ergo cubus a b cum numero multo maior rebus secundum numerum b d, non ergo possunt esse æquales, sed vbi a b esset minor monade, posset esse in hoc casu cubus cum numero æqualis rebus, vt 1.cu. p̄.$\frac{7}{64}$ æqualis $\frac{2}{3}$, rei tunc a b est $\frac{3}{4}$, quod est maius $\frac{2}{3}$. Quod si cubus æquetur rebus & numero vt sit b d numerus rerum & quadratum eius b d a vt etiam a b sit numerus idem rerum, & æqualis b d, tunc si quadratum b d numeri rerum additum numero æquationis sit æquale cubo numeri rerum, tunc æstimatio rei, id est b c



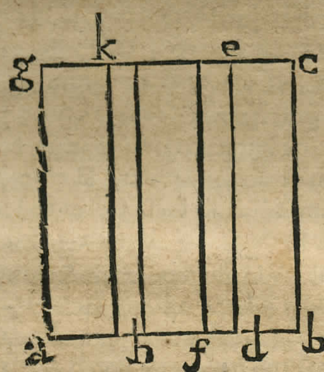
erit numerus rerum, velut b d sit 4. numerus rerum & numerus æquationis 48. ex 48. &

& 16. quadrato 4. fit 46. cubus eiusdem 4. igitur 4. est æstimatio rei. Sed si quadratum b d cum numero rerum fuerit minus cubo b d, erit b c æstimatio rei b c, minor b a, vt si cubus æquetur 4 rebus p̃.47. quia 16. & 47. faciunt 63. minus 64. cubo 4. numeri rerum erit b c, minor b a: & si quadratum esset cum numero æquationis maius cubo esset æstimatio rei maior numero rerum. Veluti cub. æquetur 4. rebus p̃.50. tunc æstimatio rei erit b c, maior b a, qui est 4. numerus rerum.

DEMONSTRATIO.

Quibus stantibus proponatur res, & b c numerus rerum & parallelogrammum a b c quantitas ipsarum rerum collectarum, & sint res sub numero b c, putà 34. æquales 1. cub. p̃.12. Et erit per lemma præcedens b c maior b a, item oportet ex demonstratis in libro de Proportionibus, vt cubus tertiæ partis b c sit æqualis, aut maior numero æquationis. Sic ergo numerus æquationis superficies d b c e, eritque b d necessariò numerus: superficies ergo a d e, est æqualis cubo a b, & quia cubus a b fit ex demonstratis ex cubis d b & d a, &

Per 20. seu 11.10. Elem.



triplo vnius in quadratum alterius, & cubus b d est numerus, quia b d est numerus, ergo diuiso cubo numero, per b c numerum prodibit numerus: sit igitur superficies e f æqualis cubo d b, erit igitur superficies f g, æqualis triplo b d, in quadratum d a & a d in quadratum d b, & cubo a d. Exemplum ergo erit (vt dixi) quod d e sit 12. & b c 34. erit b d $\frac{6}{17}$, a b autem, vt binomium est 3. p̃. ℞. 7. & cubus b d $\frac{216}{4913}$, tota igitur superficies f c esset 12 $\frac{216}{4913}$. Propterea vides per eandem rationem, quod diuisa f c per b c, exit f d numerus maior b d. Et rursus cubus ille componetur ex cubis b f, f a, & triplo mutuo dicto, & ita semper cubus fiet minor, & numerus æquationis maior: nam diuiso 12 $\frac{216}{4913}$ per 34. exit $\frac{29586}{83521}$, & tanta est b f, cuius cubum oporteret rursus addere ad superficiem b e, & ita iuxta datam proportionem augetur numerus æquationis & cubus minuitur. Oportet igitur in hoc casu ita distinguere dicendo, quòd si per cubum intelligis priorem cubum, scilicet a b ille cum 12. numero, & non cum 12 $\frac{216}{4913}$, æquatur 34. rebus, licet enim contineat alios numeros, non sunt tamen de natura numeri æquationis, sed propria pars. Si verò dicas quod aliquis cubus p̃. 12 $\frac{216}{4913}$, qui erit minor cubo a b æquetur 34. rebus? dico quod non, quia ille cubus erit cubus lineæ minoris a b, igitur si 34 a b æquantur cubo minoris lineæ, quàm sit a b & 12 $\frac{216}{4913}$, oportebit tunc quod res tunc sit minor, quæ est latus cubi, igitur oportebit quòd sint plures res quàm 34. quæ sint æquales cubo p̃. 12 $\frac{216}{4913}$, & ita omnia variantur vno variato.

Rursus ergo assumatur linea a h, quæ sit pars binomij, & h b numerus, tunc cubus h b poterit solus esse numerus, vt cum h fuerit quantitas absurda, velut gratia exempli ℞. v. ℞. 7. p̃. ℞. 3. vel poterit esse cum cubo a h, cum a h fuerit ℞. cu. numeri, vel cum triplo h b in quadratum a h, vt in proposito posita a h ℞.7. nam cubus h b est 27. & triplum h b in quadratum a h est 63. vt totus numerus sit 90. quibus additis 12. fit 102. qui est æqualis 34. numero rerum ducto in 3. qui est numerus æstimationis seu binomij. In omni casu ergo ex his tribus constat quòd numerus totus est superficies h c. Et quia numerus æquationis æquatur illi, dico quod non potest esse maior, nam sic pars æquaretur toti, nec æqualis ex demonstratione habita, nam b h tota esset numerus, ergo cubus eius esset numerus, ergo numerus æquationis h c, cum numero cubi h b esset maior numero, qui continetur in rebus, ergo res non possent esse æquales numero & cubo. Quia quantitas aloga esset æqualis numero, relinquitur igitur, vt numerus æquationis sit necessariò minor, numero qui continetur in rebus. Sit ergo numerus æquationis d c, & erit numerus cubi h e necessariò: nam hi duo numeri pariter accepti sunt necessariò æquales numero contento in rebus, quē supposuimus esse h c. Dico ergo, quòd a h non potest esse ℞. simplex, quia non satisfacit per viam binomij, vt ostensum suprà. Nec potest esse ℞. cu. nam cubus esset numerus, igitur 34. radices gratia exempli essent vnum aggregatum radicum cub. quæ æquiualerent vni, & hanc oporteret æquari triplo producti vnius in quadratum alterius mutuò: at hoc esse non potest, quoniam illa solida sunt incommensa, quia sunt in proportione a h ad h b, id est ℞. cub. ad numerum, quæ sunt incommensa inter se. Relinquitur ergo vt sit a h vna quantitas alterius generis, quæ ducta vicissim cum h b vna in quadratum alterius, additóque illius cubo faciat quantum ducta in 30. gratia exempli, qui est numerus rerum.

Cap. 16.

At quia in illo aggregato est etiam triplum quadrati h b in a h, oportebit ergo vt cubus a h cum triplo quadrati a h in h b sit æquale residuo tripli quadrati h b, & numeri rerum ducto in a h: igitur diuisis omnibus per a h, erit vt quadratum a h, cum rebus triplo numeri h b, sit æquale numero simplici, qui est differentia numeri rerum, & tripli quadrati h b. Exemplum ponatur h b 2. & b c numerus rerum 30. igitur triplum quadrati h b, quod est 12. detractum à 30. relinquitur 18. ergo 18. est æqualis 1. quad. p̃. triplo h b, id

h b, id est b rebus: quare res erit ℞.27.m̃. 3. id est a h, & tota h b ℞. 27. m̃. 1. & erit 1. cu. p̃.52. æqualis 30. rebus. Quantitas ergo a h oportet, vt sit generalis ad illam,& cum prædictis conditionibus. Quod si a b ponatur res,& h b numerus, vt prius, sed m̃. operaberis & demonstrabis per ea quæ ostendimus in capite præcedenti: nam cubus verus erit cubus h a, scilicet residui. Et quia ei additur numerus, & iam superficies h c est m̃. oportebit, vt h g sit maior cubo a h, quantum est numerus æquationis, quæ sit gratia exempli h k, ideò cubus a b, seu verius a h, erit a k, reliqua vt prius erunt examinanda.

Capvt XXIV.

Demonstratio ostendens quòd caput nullum præter inuenta, generale sciri potest.

RELiquum est vt ostendamus quod ab initio propositum est, cuius causa hæc scripsimus, scilicet non esse capitulum aliud generale, quod sciri possit, vltra ea quæ tradita sunt, quoniam vltra quatuor diuersa genera nisi possit reduci ad pauciora, vel per diuisionem, vel radicem, aut per mutationem, aut regulam propriam vel deprimendo, aut ob originem, aut per demonstrationem Geometricam, cum in singulis sint magnæ inæqualitates, quæ vix possunt intelligi in quatuor quantitatibus, nec in eis potuerit inueniri perfectio quanto minus in illis. De his ergo, si sint quatuor vsque ad cubum, iam doctus es reducere ad tres quantitates, & capita trium quantitatum omnia ad cubum æqualem rebus & numero: si igitur ostendero hoc non posse esse generale, etiam in parte ignota liquet propositum.

Cap.25. Art. mag. Assumamus igitur primam regulam capitulorum imperfectorum specialium, in qua 1. cu. æqualis est 20. rebus p̃. 32. & est rei æstimatio ℞.17.p̃.1. binomium quintum. Et similiter in Arte magna visum est, *Cap. 13. in fine Cor. secundo.* quod duæ æstimationes capituli cubi & numeri æqualium rebus conficiunt æstimationem cubi æqualis totidem rebus, & eidem numero. Ex quibus liquet, quod oportet æstimationem generalem posse communicari numero, & quinto binomio, & quia simile quinto binomio est numerus, non quintum binomium oportet vt sit in creatione eiusmodi. Quintum autem binomium hoc modo transit ad æquationem, vt pote ℞. 3. p̃.1. sic fiat cubus, erit ℞. 108. p̃. 10. hic igitur æquatur 6. rebus necessario, quia ℞. 108. continet ℞. 3. sexies, & quia sex res non sunt nisi ℞. 108. p̃. 6. igitur cubus æquatur sex rebus p̃.4. Ergo cum illud quod potest esse ex ea natura, vel est ℞. cubica cubi consimilis, vel quadrata quadrati, vel quadrata cubica quadrati cubi, vel differentia duorum, vel aggregatum, necessarium est, vt talis æstimatio simpliciter sit vna huiusmodi, si debet esse generalis, vt

Res ℞.3.p̃.1.
Quad. ℞.9. p̃. ℞. 12.p̃.1.
Cub. ℞.27.p̃.1.p̃.℞.81.p̃.℞.27.
Cub. quad. 208.p̃.℞.43200.
Quad.quad.28.p̃.℞.768.

a c b

quandoque possit illi æquari, si occurrat quadratum, igitur ℞.3. p̃.1. est, vt vides in margine differentiæ autem, & aggregata sunt infinitorum modorum, nam sit a b quæuis quantitas, & c b ipsa æstimatio, si igitur detracta b c ex a b relinquitur a c, igitur detracta a c ex a b, relinquetur b c æstimatio. Et similiter posita a b æstimatione, potes a b illa detrahere a c modo minor sit, vt relinquatur b c, igitur ex a c & b c iunctis fiet æstimatio. Iam ergo habes quod poterit esse radix quadrata trinomij, cuius vna pars sit numerus & cubica quadrinomij, cuius vna pars sit numerus & ℞. ℞. binomij, aut quadrinomij, cuius vna pars sit numerus, & ℞. cu. quadrata multinomij, scilicet tredecim partium aut pauciorum, quæ sint ℞. quadratæ, ita vt in eis vna sit numerus.

Pro aggregatis autem ac differentiis tradendis, volo tibi dare exemplum ex Arte magna, dixi quod ℞.v.$7\frac{3}{8}$ p̃. ℞. $46\frac{35}{4}$ p̃.l.$\frac{3}{4}$ m̃. ℞. $2\frac{5}{16}$ est æquale 3. Deducito partes ex partibus, vt videas si sit verum, & habebis $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $2\frac{5}{16}$ æqualia ℞. v. $7\frac{3}{8}$ p̃. ℞. $46\frac{53}{46}$. Duc igitur vtramque in se, & habebis idem ex vtraque parte, id est $7\frac{3}{8}$ p̃. ℞. $46\frac{53}{64}$ nam $2\frac{1}{4}$ m̃. se facit $5\frac{1}{16}$ cui addito $2\frac{5}{16}$ fit 7. & $\frac{3}{8}$ & ℞. $5\frac{1}{16}$ in ℞. $2\frac{5}{16}$ fiunt $\frac{2997}{156}$, quæ duplicata faciunt $\frac{2997}{64}$, & sunt $46\frac{53}{64}$, cuius radix addita ad $7\frac{3}{8}$ facit $7\frac{3}{8}$ p̃. ℞. $46\frac{53}{64}$. Vnde in aliis eodem modo operaberis, dico ergo quod non potest esse ℞. quadrata trinomij habentis duas ℞ quad & & numerũ vnum, nam ℞. quadrata ℞.6.p̃. ℞.2.p̃.1. si posset esse ex genere binomij tertij vel sexti non posset satisfacere, vt demonstrandum est, neque si vna pars sit numerus, & alia ℞. nam eius quadratum erit binomium, & non trinomium. Proponamus ergo ℞. ℞.6.p̃. 1. & erit eius quadratum 1. p̃. ℞. 6. ℞. ℞. 96. nam si capiamus *Per quartã secundi El. Euclid.*

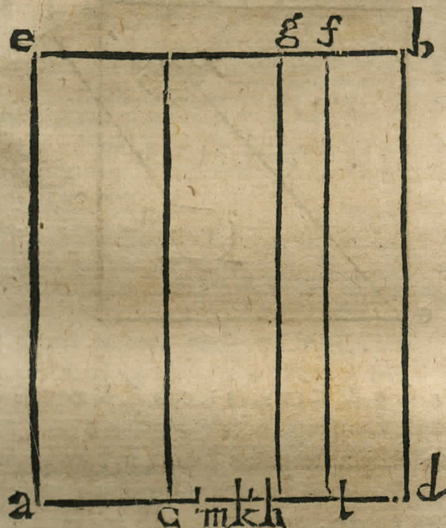
℞℞.12. p̃.℞.3.p̃.1.
4.p̃.℞.48.p̃.℞.℞.192.p̃.℞.℞.1728.
160.p̃.℞.432.p̃.℞.℞.248832.p̃.℞.℞.
442368.

℞. ℞.4. p̃. 1. fiet ℞.4. p̃.1.p̃.℞.℞.64. id est 3. p̃. ℞. 8. si ergo capiamus ℞.℞.4. p̃.℞.3. p̃.1. licet resoluatur in 160. p̃. ℞.432. p̃.℞. ℞.442368. p̃. ℞. ℞. 248832. hæ tamen non sunt commensæ, sed in proportione ℞. ℞. 256. ad ℞.℞.144. id est 4. ad 12. licet sit valde propinqua, nam ℞. 432. est duodeculpa ℞. 3.& ℞. ℞. 248832. est duodeculpa ℞. ℞. 12. & est mirum adeò quod si ℞.℞.442368 esset numerus, haberemus intentum. Cum ergo hoc trinomium non posset reduci ad pauciora multo minus reliqua, quare ℞. cub. 460. p̃. ℞. 432.p̃.℞.℞. 442368. p̃. ℞. ℞. 248832. non potest esse

æquatio

æquatio quæsita, igitur oportet vt sit differentia duarum quantitatum, & fundamentum erit in prima regula dicta in Arte magna superius.

Sit cubus a b æqualis 29. rebus a d, & erit superficies b c 29. & c e 42. numeris, & erit corpus, & iuxta altitudinem a d. Et cum ex 29. possint fieri partes, vt vides à latere ex quibus vna ducta in alterius radicem fit numerus, poterit numerus rerum datus cum 28.50.60.52. & 20. æquari cubo, dico modo quod etiam poterunt fieri



aliæ partes non integræ, vtpote 18. p̄. ℞. 72. & 11. m̄. ℞. 72. & ex 18. p̄. ℞. 72. in 3. m̄. ℞. 2. radicem 11. m̄. ℞. 72. fit 42. alius numerus. Ex quo liquet quod oportet 11. m̄. ℞. 72. esse binomium primum aut recisum, vt & etiam. Proponatur ergo e f 18. p̄. ℞. 72. & c g 18. erit ergo h f p̄. ℞. 72. igitur alia pars erit f d denominata per d g, scilicet 11. m̄. f h ℞. 72. ita vt diuisio vera b c, scilicet

28.1.1.28.
25.4.2.50.
20.9.3.60.
13.10.4.52.
4.25.5.20.
18.p̄.℞.72.11.m̄.℞.72.3.m̄.℞.2. / 42.

29. fit verè in f, nam c f est 18. id est c g p̄. ℞. 72. id est f h & d f 11. id est d g m̄. ℞. 72. id est f h. Diuisio autem iuxta nomen in g, quoniam c g est 18. & g d 11. Et quia proportio c b corporis ad c e est veluti c d ad c a, erit c d ad c a, velut 29. pos. ad 42. igitur velut 1. pos. ad $1\frac{13}{29}$, vel $\frac{29}{42}$ pos. ad 1. numerũ. Rursus quia ex regula prima capituli c f in ℞. f d, fit c e corpus, & sit latus d f, d k erit a d ad d k, veluti c f superficiei ad c e superficiem quare veluti c l ad c a. Atque iterum cum l g fiat ex duplo partium d k, proponatur denominata per p̄. & m̄. & sit quod est p̄. d m̄. & quod est m̄. k m duplum, igitur m k in m d producit h f. Vt in exemplo, cum ergo c g proponatur numerus 18. & g l ℞. 72. & proportio partium d k vt denominatæ, id est vt d m, quæ est numerus m̄. m k, & eadem proportioni c g ad g l, sequamur ergo primum argumentum rei. Erit a d ℞. v. $20\frac{3}{4}$ p̄. ℞. $40\frac{1}{2}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{1}{2}$. Ex regula prima. 25. Art. mag.

e f 18. p̄. ℞. 72.
c g 18.
h f ℞. 72.
f d 11. m̄. ℞. 72.
d g 11.
c d ad c a vt 1. pos. $1\frac{13}{29}$.
d k ℞. v. 11. m̄. ℞. 72.
a d ad d k, vt c l ad c a.
m k in m d pd. dim. f h ℞. 18.
d m 3.
m k ℞. 2.
d k 3. m̄. ℞. 2.
c g ad g l, vt d m ad m k.

Hæc igitur est vera æstimatio rei, & eadem est 6. & fit experimentum, quia detracta $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{1}{2}$, ex 6. fit $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{2}$, & hoc est æquale ℞. v. $20\frac{3}{4}$ p̄. ℞. $40\frac{1}{2}$ quod patet quia quadrata vtriusque sunt $20\frac{3}{4}$ p̄. ℞. $40\frac{1}{2}$. Igitur hoc genus æstimationis est generale, quia potest æquari numero, & non æquari, & posset æquari binomio, quia detractis partibus alligatis remaneret binomium aut recisum necessariò, & tunc posset poni ℞. v. radix binomij aut recisi primi.

Rursus proponatur b c 20. numerus rerum c e corpus 32. proponatur c f c b f d 4. ex e f in ℞. f d, quæ est 2. fit 32. Sit iterum c d ad c a vt 20. pos. a d 32. scilicet vt 1. pos. ad $1\frac{3}{5}$, & quia est iterum a d ad d k, vt c f ad c e, quare vt c l ad c a. Et quia a d ex regula prima est ℞. 17. p̄. 1. & d k est 2. erit a k ℞. 17. m̄. 1. & c e ℞. 68. m̄. 2.

CAPVT XXV.

De examine tertiæ regulæ capituli XXV. Artis magnæ.

PRoponamus quod cubus sit æqualis 18. rebus p̄. 108. tunc si fecero ex 18. numero rerum duas partes, ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuò fiat 54. dimidium 108. Et manifestum est quòd res est 6. Et per regulam generalem est ℞. v. cub. 54. p̄. ℞. 2700. p̄. ℞. v. cu. 54. m̄. ℞. 2700. & hęc verè est 3. p̄. ℞. 3. p̄. 3. m̄. ℞. 3. quod est 6. vt prius. Diuisio autem non est secundum eum modum, sed ℞. partium 18. sunt 3. & 3. & partes 9. & 9. & producta mutuo sic erunt 54. Et similiter assumptis 21. rebus, & 90. numero, faciemus iuxta capitulum generale ex 90. duas partes, ex quarũ ductu vnius in alterum fiat 343. cubus 7. tertiæ partis 21. numeri rerum, & habebimus partes ℞. v. cu. 45. p̄. ℞. 1682. p̄. ℞. v. cu. 45. m̄. ℞. 1682. & est 3. p̄. ℞. 2. p̄. 3. m̄. ℞. 26. vt prius, & ita augendo numerum rerum eximus extra capitulum, sed minuendo numerum rerum nimis non licet vti regula vtpote 1. cu. æqualis 15. rebus p̄. 126. non licet diuidere 15. in duas partes, ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuo, fiat 63. dimidum 126. Quia maximum in quo diuidi possit, est quando diuiditur in partes æquales, vt demonstratum est. Ergo tres sunt partes in hoc capitulo, prima quæ seruit Per 209. lib de Proport.

regulæ ſpeciali non generali, cum numerus rerum eſt magnus in comparatione numeri æquationis. Secunda quæ ſeruit regulæ generali non ſpeciali cum numerus æquationis eſt magnus comparatione numeri rerum. Tertia quæ ſeruit vtrique, vt in exemplo non poteſt regula generalis attingere ad 1. cub. æqualem 22. rebus p̃. 84. quia 21. quarta pars 84. non facit quadratum, neque maius neque æquale cubo $7\frac{1}{3}$ tertiæ partis rerum. Similiter regula ſpecialis non attingit ad 1. cub. æqualem 17. rebus p̃. 114. quoniam $8\frac{1}{2}$ ductum in ℞. $8\frac{1}{2}$, producit ℞. $614\frac{1}{8}$, quæ eſt minor $28\frac{1}{2}$, quarta parte 114. numeri propoſiti, vt mutua illa non poſſint componere 57. dimidium numeri propoſiti. Traducenda eſt ergo in toto illo ſpacio, in quo conueniunt vna ad aliam faciendo ex re iam inuenta duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius mutuo, fiat dimidium numeri propoſiti, & illæ erunt partes. Iſtud autem facile fiet diuidendo numeri propoſiti dimidium per rem inde diuidendo rem in duas partes producentes id quod prouenit. Exemplum, cubus æquatur 6. rebus p̃. 6. rei æſtimatio eſt ℞. cub. 4. p̃. ℞. cub. 2. cum hoc diuidemus 3. dimidium numeri æquationis, exit ℞. cub. 2. m̃. 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$, ducam dimidium ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. in ſe fit 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{11}$, à quo detraho ℞. cu. 2. m̃. 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$, relinquitur 2. m̃. ℞. cub. $\frac{1}{4}$, m̃. ℞. cu. $\frac{1}{10}$, cuius ℞. v. addita & detracta à dimidio prioris oſtendit partes vt vides. Et modum etiã

℞. cu. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. 2. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. cu. $\frac{1}{10}$.
℞. cu. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. 2. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞, cu. $\frac{1}{10}$.

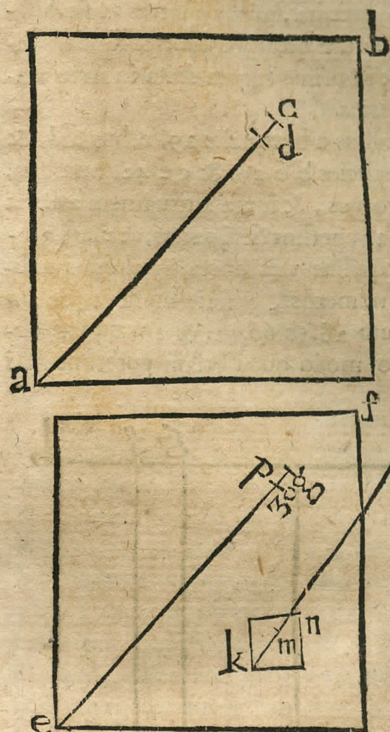
cum demõſtratione ſuperius docui. Quadrata ergo horum iuncta ſunt 6. & mutuo producta iuncta ſunt 3. quod patet experienti. Et eſt pulchra operatio.

CAPVT XXVI.

De propoſitione cubi æqualis quadratis, & numero ad cubum cum numero æqualem quadratis,

SI cubus ſit æqualis quadratis & numero, alius verò cubus cum eodem numero ſit æqualis aliquot quadratis, erit proportio differentiæ numeri quadratorum à ſua æſtimatione, dum cubus & numerus eſt æqualis quadratis ad differentiam æſtimationis à numero quadratorum, dum cubus eſt æqualis quadratis & numero, ſicut æſtimationis cubi æqualis quadratis & numero ad æſtimationem cubi & numeri æqualium quadratis duplicata.

Cum ex a b in c d, & ex e f in g h, & ex k n in l m, fiat idem numerus, erit proportio c d ad g h, & c d ad l m, & g h ad l m, velut e f ad a b, & k n ad a b, & k n ad e f, quare vt e h ad a c, & k m ad a c, & k m ad g h duplicata. Veluti ponatur e h ℞.



a c latus
a d 9. numerus quad.
c d 8. diuiſ. per a b ſeu differentiam æſtimat. à numero quad.

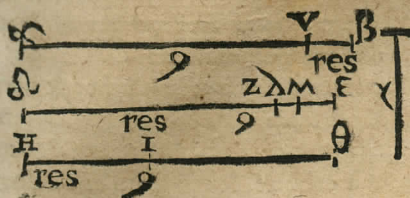
e g 9. numerus quad.
e h latus ign. h g 8. diuiſ. ſeu per differentiam æſtim. à numero quad. ignom.

K l 9. numerus quad. K m, latus ſecundæ æſtim. ignom. l m 8. diuiſum per K n, ſeu differentiam æſtimat. à numero quad. ignom.

24. p̃. 4. & k m 1. in 1. cub. p̃. 8. æquali 9. quad. Cum ergo nota e g g h h e nota fiat ſub eiſdem terminis k m & m l ex capite cubi & numeri æqualium quadratis, igitur nota a d d c, & paribus aliis erit nota e h & h g. Diſcrimen ſolum eſt, quòd in cubo æquali rebus & numero differentia eſt lateris, quod ſuperat numerum quadratorum, in ſequentibus figuris numerus quadratorum ſuperat æſtimationẽ rei ſeu latus quad. liquet ergo quod inter e h & k m intercedunt quatuor conditiones: prima quod e h & k m ſunt ambæ æſtimationes capituli propoſiti cubi & 8. numeri æqualium 9. quad. Secunda quod e h & k m ſunt in proportione, in qua eſt l m ad h g viciſſim, ſed hæc eſt duplicata. Tertia quod k m eſt compoſita ex tetragonali g h in e p, poſita o h dimidio h g, & ipſa p h dimidio o h. Quarta quam diximus deeſſe comparando a c & c d ad e h & b g, eſt quod e h & k m æſtimationes ſunt minores e g ſeu k l numero quadratorum. Cum ergo ex tertia conditione, quod fit ex g h in p e ſit notum, quia g h & o e notæ ſunt, & g o nota, quia dimidium g h erit k m compoſita ex eis nota. Deducitur ergo primum problema ad hoc, detrahe ex k l quantitatem, quæ ſe habeat in proportione duplicata ad h g, in qua e h ad k m. Cum e g & k l ſint idem ſeu æquales. At ſecundum problema eſt, diuide k l, quæ eſt eadem vel æqualis a d, ita vt proportio m l ad c d ſit duplicata ei, quæ eſt a c ad k m. In vtroque autem pariter deducitur res ad cubum & numerum æqualem numero rerum, igitur æſtimatio pariter ignota ex nota pendebit.

Sumãtur ergo rurſus α γ, δ ε, η θ, nouem ſingulæ & æquales, & ſit tota res, & in reliquis dum cubus, & 8. æquantur 9. quad. res ſit δ ζ & κ. Si ergo poſuerimus δ ζ ℞. 24. p̃. 4. erit ζ ε 5. m̃. ℞. 24. Ponamus ergo ι θ 1. quad. & ſit medio in proportione inter ι θ & ζ ε, κ erit κ poſ. ℞. v. 5. m̃. ℞. 24. igitur cum ſit proportio κ ad ζ ε, vt

δ ζ ad



δζ ad νι, ducemus δζ, id est ℞. 24. p̄. 4. in ζε, quæ est 5. m̄. ℞. 24. fit ℞. 24. m̄. 4. quam diuido per κ, id est pos. 5. m̄. ℞. 24. & exeunt pos. ℞ $\frac{24.p.4.}{1.pos.}$ & hæc est νι. Igitur tota νθ quæ est 9. est 1. quad. p̄. ℞ $\frac{24.p.4.}{1.pos.}$ quare 1. cub. p̄. ℞. 24. p̄. 4. æquatur 9. pos. & quia notum est hoc ex capitulo iam dicto: & assumo eodem modo αγ & γϛ, notas vt sit γϛ, 6. m̄. ℞. v. cub. 31. p̄. ℞. 934. p̄. ℞. v. cub. 31. m̄. ℞. 934. & dicamus quod sit $\frac{121}{100}$, nam est propè, & ponamus quod 10. vt prius sit 1. quad. erit κ' pos. $\frac{11}{10}$, duc ergo $\frac{11}{10}$ ϛγ in αϛ, id est $\frac{121}{100}$ in $\frac{779}{100}$, & quia est diuidendum productum per $\frac{11}{10}$, ideo sufficiet ducere per $\frac{11}{10}$, & fit $\frac{8569}{1000}$, seu $8\frac{569}{1000}$, diuidendum per ipsos, nam κ fuit $\frac{11}{10}$ pos. quia fuit latus $\frac{121}{100}$ quadratum, habemus ergo vt priùs $8\frac{565}{1000}$, diuidendum per 1. pos. p̄. quadrata æqualia 9. igitur 1. cub. p̄. $8\frac{569}{1000}$ æqualia 9. pos.

Videtur ergo proprior modus demonstrationi, vt supponamus a d rei æstimationem, in qua a b numerus quadratorum, & b d numerus æstimationis, diuisus per quadratum, a b. Et rursus a b numerus, id est quadratorum, & e b numerus æstimationis, idem cum priore, & diuisus per quadratum a c vel a e, quia habet duas æstimationes, sed tunc æquatio erit diuersa, quam oportebit inuenire. Dico ergo quod si cubus p̄. 200. est æqualis 100. erit a e res & a b 100. ponamus ergo a d æstimationem cubi æqualis 100. quad. p̄. 200. erit ergo a d nota, & a b est 100. numerus quadratorum, igitur b d differentia nota, & quia demonstratum est, quod proportio c b ad b d est duplicata ei quæ est a d ad a e, igitur proportio mediæ inter e b ad b d est vt a d ad a e, sit ergo b d 2. pro exemplo vt intelligas pones e $6\frac{1}{2}$ quad. & si b d esset 3. poneres e $6\frac{1}{3}$ quad. & si b d esset 4. poneres e $6\frac{1}{4}$ quad. ad hoc vt media sit 1. pos. quæ ducta in a e, producit quantum a d in d b, productum autem a d in d b est notum, quia a d & d b notæ sunt, & hoc est æquale mediæ ductæ in a e, quæ est numerus quadratorum communis, detracta e b quæ est pars illa, quæ prouenit diuisa monade per b d, & est nota, & est pars cubi. Sequitur igitur ex constructione, vt reducendo ad 1. cub. vt habeas cubum cum numero æqualem numero rerum. Et vt numerus rerum sit semper productum ex b d in a d: & numerus æquationis compositus ex producto quadrati a b in a d, & cubo ipsius b d, veluti si ponatur (vt dixi) a b 100. & b d 2. erit 1. cub. p̄. 408. æqualis 200. rebus, fit autem 200. ex 2. quæ est b d in 100. quæ est a b numerus quadratorum 408. autem componitur ex 400. producto 4. quadrati 2. & est b d in 100. quæ est a b, & 8. cubo 2. b d. & ita si b d esset 3. esset 1. cub. p̄. 927. æqualis 300. rebus, & eodem modo si b d esset 9. esset cubus cum 8829. æqualis 900. rebus, numerus enim rerum semper est productus ex æstimationis differentia à numero quadratorum in ipsum numerum quadratorum. Numerus autem æquationis scilicet 8829. est compositus ex 8100. producto quadrati 9. id est 81. in 100. numerum quadratorum, & 729. cubo b d, quæ est 9. Cum igitur hoc capitulum sit speciale, & circumscriptum habebit æstimationem notam, vt reliqua capitula specialia cubi & numeri æqualium rebus, & hæc æquiualebit generali cubi & numeri æqualium quadratis.

Ergo proposita quæstione cubi & numeri æqualium quadratis erit nota æstimatio cubi æqualis totidem quadratis, & eidem numero, quare a d nota, & quia a b numerus quadratorum est notus, erit nota b d, ducemusque b d in a b & habebimus numerum rerum, ducemus etiam b d ad quadratũ inde in a b, & producto addemus cubum d b, & habebimus numerum æquationis, cum regula ergo speciali inueniemus æstimationem eius, & hæc erit prima æquatio, scilicet mediæ quantitatis inter e b & b d, hanc igitur ducemus in se, & diuidemus per b d, & exibit quantitas b e secunda æquatio, quam detrahemus ex a b numero quadratorum proposito, & habebimus a e æquationem tertiam quæsitam. Vnde patet quàm difficilis sit hæc inuentio, & quàm absurdum genus quantitatis proueniat per decem difficultates. Prima est inuentio ad quæ solet esse trinomium compositum cubicum, & ex radicibus vniuersalibus, quia pendet ex capitulo generali. Secunda est residuum b d detracta a b. Tertia est productum ex a b in b d. Quarta est quadratum b d. Quinta productum, ex eodem quadrato in a b. Sexta cubus b d. Septima est æstimationis inuentio cum operationibus capituli specialis. Octaua est deductio inuentæ æstimationis ad quadratum. Nona est diuisio producti per quantitatem b d. Decima est detractio prouentus à numero quadratorum. Ex his facillimæ sunt tres, scilicet secunda, quinta & decima, penè impossibiles duæ, scilicet septima & nona, reliquæ valde difficiles.

CAPVT XXVII.

De æstimatione data, vt inueniatur numerus æquationis.

ET cum in capitulis maioribus 1. cubi tum etiam in aliis ex tribus inueniatur quartum, vtpote ex cubo æquali quadratis & numero datis inuenimus æstimationem. Ita æstimatione & cubo & quadratis inueniemus numerum, aut ex eadem

& cubo & numero inueniemus quadrata, nam de cubo non est, vt quæramus ipsum per quadrata & numerum datum cum sola æstimatio doceat, cum ergo sint sex capitula & duobus modis in singulis contingat inueniri, quarum erunt duodecim capitula. Sit ergo primum data a c æstimario rei, & numerus quadratorum a b datus, qui cum numero aliquo æquatur cubo a c igitur quia a c data est, erit cubus a c, datus & quadrata sub numero a b data, residuum ergo ad cubum est, quod fit ex b c in quadratum a c, & hoc est notum, quia a c & a b notæ & quadratum a c, igitur numerus æquationis. Detrahe igitur numerum quadratorum ex æstimatione data, & quod relinquitur duc in quadratum æstimationis, productum est numerus æquationis. Exemplum æstimatio est 10. cubi æqualis 6. quadratis & numero cuipiam, detrahe 6. ex 10. relinquitur 4. duc in 100. quadratum 10. fit 400. igitur cubus æquatur 6. quad. p̃. 400.

2 Sit modo numerus æquationis scilicet productum ex b c in quadratum a c, & diuidam illum per quadratum a c, prodibit b c, detraho ex a c, relinquitur a b numerus quadratorum.

3 Sit cubus a b & quadrata b c, data & æstimatio nota erit, ergo cubus notus, & b c ducta in quadratum a b etiam nota, iugendo vtrunque habebis numerum æquationis.

4 Et sit cubus & a b data sit & numerus æquationis datus, igitur detraham cubum a b datum ex æquationis numero dato, residuum diuidam per quadratum a b datum, quia a b data est, quod prodit est b c numerus quadratorum.

5 Et sit a c numerus quadratorum datus, & a b æstimatio rei, & quadrata illa sint æqualia cubo & numero. Quia ergo a b data est, erit quadratum eius, & cubus eius datus, & ideò etiam productum ex a c in quadratum a b, à quo detracto cubo a b, relinquitur numerus æquationis. Exemplum a c sit 6. numerus quadratorum, a b autem 4. cubus eius est 64. quadratum 16. igitur sex quadrata sunt 96. detrahe 64. cubum æstimationis, relinquitur 32. numerus ęquationis, igitur 1. cu. p̃. 32. æquatur 6. quad. quando æstimatio rei est 4. Et in huiusmodi cum æstimatio media æquatur extremis, caue ne casus sit impossibilis.

6 Et sit modo numerus æquationis & æstimationis notus, & velim numerum quadratorum æqualium cubo & dicto numero æquationis. Quia ergo a b nota est æstimatio, erit cubus eius notus: huic addam numerum æquationis iam notum, habebo totum numerum notum quem diuidam per quadratum a b, iam notum, prodibit a c numerus quadratorum.

7 Sit etiam æstimatio nota cubi & rerum æqualium numero, liquet quod cubus & res erunt notæ quæ iunctæ faciunt numerum æquationis notum.

Et rursus si à numero æquationis noto de- 8
trahas cubum æstimationis notæ residuum erit notum, quod diuisum per æstimationem ostendit numerum rerum.

Rursus si cubus æquatur rebus & nume- 9
ro, & res sint notæ, & æstimatio, ducemus æstimationem in numerum rerum, & detrahemus à cubo rei & residuum erit numerus æquationis.

Et ita si à cubo iam noto æquationis nu- 10
merus detrahatur residuum diuisum per æstimationem ostendit numerum rerum. Caue tamen ne casum proponas impossibilem, velut cubum æqualem rebus, & 10. numero & æstimatio 2. nam oportet æstimationem semper esse maiorem ℞. cu. numeri æquationis, id est 10. & ita in aliis.

Sit etiam cubus p̃. 12. æqualis rebus, 11
& sit æstimatio, 2. tunc cubus 2. est 8. adde ad 12. fit 20. diuide per 2. prohibit 10. numerus rerum.

Et iterum sit cubus cum numero æqualis 12
10. rebus & æstimatio 2. duco 2. in 10. fit 20. detraho 8. cubum, relinquitur 12. numerus æquationis qui cum cubo 2. iunctus æquatur decuplo 2. Et quia in capitulis quadratorum vel rerum ęqualium numero & cubo est duplex rei æstimatio, dico quod proposita quauis earum, sequitur idem. Veluti cubus p̃. 24. est æqualis quadratis & æstimatio vna est 2. alia ℞. 21. p̃. 3. duco 2. ad cubum, fit 8. addo ad 24. fit 32. diuido per 4. quadratum 2. exit 8. numerus quadratorum. Similiter duco ℞. 21. p̃. 3. ad cubum, fit ℞. 48384. p̃. 216. adde 24. fit 240. p̃. ℞. 48384. diuide per 30. p̃. ℞. 758. quadratum ℞. 21. p̃. 3. exit 8.

Caput XXVIII.

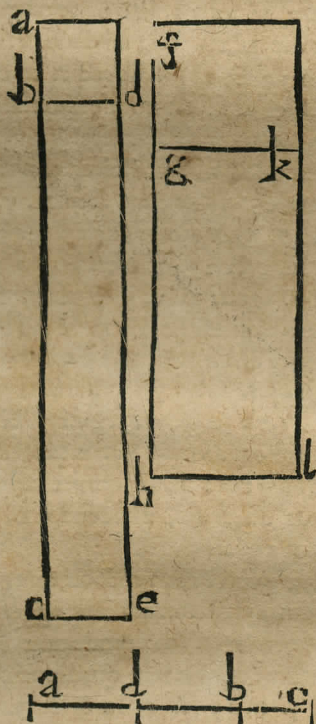
Quòd in proposito capituli XXVI. peruenitur ad cubum, & res æqualia numero.

Cum verò iam conclusum sit, quòd si quis possit inuenire regulam specialem cubi & numeri æqualium rebus, quando numerus rerum fit ex ductu duorum numerorum inuicem, & numerus æquationis ex ductu quadrati vnius in aggregatum amborum, quod habebit æstimationē cubi & numeri æqualium quadratis: dico quod hæc specialis regula est difficilis inuentu, quia æquipollet vni generali, quoniam conuenit omnibus casibus, in quibus cubus & numerus æquantur rebus. Exemplum, si dico cubus & 6. æquantur octo rebus, dico quòd hæc erit sub regula illa speciali quia ponam: quod vna pars sit 1. pos. alia $\frac{8}{1.\ pos.}$, duco igitur 1. pos. in se fit 1. quad. duco 1. quad. in aggregatum 1. pos. p̃. $\frac{8}{1.\ pos.}$, fit cu. p̃. 8. pos. æqualia 6. at hoc habet capitulum generale, igitur regula illa non est propriè specialis.

Caput XXIX.

De comparatione capitulorum cubi, & rerum æqualium numero, & cubi & numeri æqualium totidem rebus.

ET proponatur cubus a d cum rebus numero 10. æquales 12. & erit superficies b c 10. corpus autem a e 12. Dico primum quòd si sumatur f k cubus, qui cum 12. numero, & sit g l corpus iuxta altitudinem f g, æqualia 10. rebus, erit ergo superficies f l ex supposito, & habebit duas æstimationes, quod singulæ illarum erunt in mutua proportione hoc modo b c ad f h, vt f g ad a b, & iterum a e ad g h, vt f g ad a b. Quare proportio a c ad g h, duplicata e c, quæ est b e ad f h. liquet etiam quod vtraque æstimatio f g est maior a b, quia cum æqualiter sumatur est æqualis g l numero, qui est æqualis toti a e, & vltra



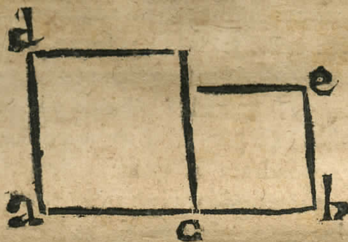
etiam cubo f k per communem animi sententiam. Ex quo sequitur, quod a c sit maior g h, igitur cum sit duplicata ei quæ est b c ad f h, erit b e maior f h. Et etiam clare per se patet cum sit mutua, vt f g ad a b. Et quia 10. res f h æquantur cubo f k & g l numero æquationis, & g l est æqualis cubo a d & b e rebus, erit f h numerus rerum æqualis cubis k a d, & rebus b c, detractis igitur rebus b e ex rebus f h, quæ sunt numero æquales, erunt decem differentiæ f g & a b, æquales cubis a b & f g pariter acceptis.

Rursus proponantur duæ quantitates a b & b c, vt tota a c sit 2. gratia exempli, vt sit differentia illarum d b, & decuplum d b sit æquale cubis a b & b c, diuidemus a c 2. in 1. p̃. 1. pos. & 1. m̃. 1. pos. & cubi erunt 6. quad. p̃. 2. & hoc est æquale 20. rebus, id est decuplo d b, quæ est differentia, igitur 1. quad. p̃. $\frac{1}{3}$ æquatur $3\frac{1}{3}$ rebus & rei æstimatio est $1\frac{2}{3}$, p̃. R̸. $2\frac{4}{9}$ vel $1\frac{2}{3}$ m̃. R̸. $2\frac{4}{9}$.

Caput XXX.

Qualis æqualitas cuborum partium lineæ diuisæ.

SIt a b diuisa in c quadrata eius c d, c e, dico quòd cubi a c c b sunt æquales parallelipedo ex a b in aggregatum quadratorum c d c e dempta superficie a e in c



b, nam quod fit ex a b in aggregatum quadratorum c d, c e est æquale ei quod fit ex a c in c d, c e & ex b c in c e, c d, quare duobus cubis a c & c b, & eis quæ fiunt mutuo parallelipedis a e in c e, & c b in c d, at a c in c e, quantum ex b e in superficiem a c in c b, & ex c b in c d, quantum ex a d in superficiem a c in c b, quod igitur fit ex a b in c d, & c e est æquale cubis a c c b, & ei quod fit ex a d in superficiem a c in c b, & ex b e in eandem, quòd autem fit ex a d in superficiem a c in c b, cum eo quod fit ex b c in eandem est æquale ei quod fit ex tota a b in superficiem a c in c b, eo quod a d est æqualis a c & b e æqualis b c: igitur quod fit ex a b in c d, c e est æquale ei quod fit ex a b in superficiem a c in c b, cum cubis a c & c b, igitur detracto eo quod fit ex a b in superficiẽ a c in c b ex eo quod fit ex a b in c d, c e & est idẽ quod detrahere superficiem a c in c b ex quadratis a c, c b erit parallelipedum ex a b in c d c e, detracta superficie a c in c b, æquale cubis a c, c b quod erat demonstrandum.

Caput XXXI.

De æstimatione generali cubi æqualis rebus, & numero solida vocata & operationibus eius.

ET postquam non quærimus in æstimatione nisi demonstrationem operationem & propinquitatem, dico quòd æstimatio cubi æqualis rebus & numero generalis in parte quæ non habetur est nota secundum tres modos propositos in solidis, per primam & tertiam regulam cap. 25. Artis magnæ: & appropinquatio non est minor quàm in reliquis radicibus quadratis aut cubicis, operationem autem nunc docebimus. Verùm in tertia regula ob præcedentem videtur maior æqualitas atque notitia. Si quis ergo dixerit cubus est æqualis 13. rebus p̃. 60. igitur dicemus ex tertia regula,

regula, quod res est ℞. solida 13. in 30. qui est dimidium 60. id est, vt ita diuidatur 13. vt ex partibus in radices suas mutuò ductis fiat 30. Dico ergo quod si volueris hanc ℞. sol. ducere gratia exempli in ℞. duas duces ℞. 2. in se fit 2. duc in 13. fit 26. inde duc ℞. 2. ad cubum, fit ℞. 8. duc ℞. 8. in 30. fit ℞. 7200. igitur ℞. producta erit ℞. sol. 26. in ℞. 7200. Et ita si volueris eandem diuidere per ℞. 2. duc ℞. 2. in se fit 2. diuide 13. per 2. exit $6\frac{1}{2}$, deinde diuide 30. per ℞. 8. cub. ℞. 2. exit ℞. $112\frac{1}{2}$, & erit quod prouenit ℞. sol. $6\frac{1}{2}$ in $112\frac{1}{2}$. Hæc autem facile demonstrari possunt, in additione quoque similium velut ℞. sol. 13. in 30. cu. ℞. sol. 52. in 240. diuides singulos per suas correspondentes, & exibunt diuiso 52. per 134. & diuiso 240. per 30. 8. & ℞. cu. 8. est eadẽ cum ℞. quadrata 4. quia iam supponuntur similes partes, addam igitur ad 2. monadem, fit 3. duc ad quadratum fit 9. duc in 13. fit 117. duc & 3. ad cubum fit 27. duc in 30. fit 810. erit ergo ℞. coniuncta sol. 117. in 810. Idem dico de subtractione. Diuidendo singulas partes per suas similes, eius quod prouenit capiendo ℞. quad. vel cu. quæ erit vna à qua detrahe, & residuum reducito ad quadratum & cubum, & duc in suas partes quæ ei respondent. In dissimilibus autem adiiciemus aut detrahemus simpliciter, quòd etiam facimus in ℞. vniuersalibus & anomalis. Possent & aliqua in huiusmodi subtiliora inueniri, sed satis sit si aliquis dicat, habui cubum æqualem 6. rebus p̃. 1. dices igitur æstimatio rei est ℞. sol. 6. in $\frac{1}{2}$, id est aggregatum duarum radicum quadratorum partium 6. ex quarum mutua multiplicatione in ipsas partes producatur $\frac{1}{2}$.

Et pro appropinquatione celeri ac breui duces ad integras per numerum partes habentem, ducendo puta per 4. & habebis ℞. sol. 96. in 32. igitur pars vna erit $95\frac{8}{9}$, & alia $\frac{1}{9}$. Et hoc est maius, minus autem $95\frac{9}{10}$ & $\frac{1}{10}$, igitur propinqua vna erit $95\frac{17}{19}$ alia $\frac{2}{19}$, huius ergo accipiemus quartam partem, & erunt numeri $5\frac{151}{152}$ & $\frac{1}{152}$.

In inæqualibus autem iungendis, detrahendis, multiplicandis ac diuidendis eadem facimus quæ in ℞. diuersis, neque enim licet eas aliter iungere quam per p̃. & subtrahere quam per m̃. velut ℞. cu. 10. cum ℞. quadrata 8. dicemus ℞. 8. p̃. ℞. cu. 10. vel detrahendo ℞. 8. m̃. ℞. cu. 10. Et si quis dicat quòd possumus etiam iungere hoc modo ℞. v. 8. p̃. ℞. cu. 100. p̃. ℞℞. cu. ℞. 3276800. dico quòd est hæc longior & difficilior. De longitudine patet sensu: de difficultate in vltima parte cogeris intelligere ℞. quadratam & ℞. cu. vt in alia & præter id etiam ℞. cub. 100. inde totius aggregati ℞. vniuersalem, licet forsan quod ad propinquitatem attinet, forsan redderetur aliquanto exactior, quia esset vna tantum & minoris aggregati, vnde notandum, quòd si quis velit ℞. cu. 10. p̃. ℞. 8. Et ℞. v. ℞. cu. 10. p̃. ℞. 8. quòd prima sub eadem additione erit proxima $2\frac{17}{20}$ & $2\frac{3}{20}$, quod totum est 5. vt manifestum, sed ℞. v. $2\frac{17}{20}$ & $2\frac{3}{20}$ est $2\frac{59}{221}$. Et hoc manifestè est proximius radici veræ ℞. cub. 10. p̃. ℞. 8. quam 5. quia ℞℞. 10. est proximior ℞℞℞. 101. quam ℞. 10. ℞℞. 101. & multo magis quam 10. ipsum ℞. 101. differt m̃. penè per $\frac{1}{20}$, & ℞. 10. differt eo modo sumpta à ℞℞. 101. per $\frac{1}{67}$ quod est multo minus quam $\frac{1}{20}$ in $\frac{1}{28}$. Sed tamen hoc contingit per se non habita proportionis ratione. Forsan in multiplicatione & diuisione aliter dicendum esset, quoniam partes redduntur pauciores: sed tamen cum incommensæ fuerint remanet numerus aggregati, vt ℞. 6. p̃. ℞. 5. in ℞. 3. m̃. ℞. 2. producit ℞. 18. p̃. ℞. 15. m̃. ℞. 12. m̃. ℞. 10. quid ergo refert si dicam ℞. 18. p̃. ℞. 15. m̃. ℞. 12. m̃. ℞. 10. & ℞. 6. p̃. ℞. 5. in ℞. 9. m̃. ℞. 2. cum enim oportebit illas addere, duplicare, diuidere, diuidam vnamquamque seorsum, & post iungam eodem modo aut detraham. Sint ergo dissimiles ℞. sol. 13. in 30. & ℞. sol. 5. in 6. sic multiplicabo ℞. sol. 13. in 30. produc. in ℞. sol. 5. in in 6. sic diuidam ℞. sol. 13. in 30. & ita addam ℞. sol. 13. in 30. p̃. ℞. sol. 5. in 6. & ita detraham ℞. sol. 13. in 30. ℞. sol. 5. in 6. m̃. ℞. sol. 5. in 6. Et accipiam ℞. v. hoc modo ℞. v. ℞. sol. 13. in 30. & est ℞. 5. & ita accipiam ℞. cu. hoc modo ℞. v. cu. ℞. sol. 13. in 30. Et in solidis radici cuicunque debet adiici v. id est nota vniuersalis cum sit vnum totum.

Et nota quod ℞. sol. dicitur non tota sed comparatiuè, velut cum dico ℞. v. ℞. 9. p̃. ℞. cu. 27. vult dicere, accipi ℞. 9. quæ est 3. & ℞. cub. 27. quæ est etiam 3. iunge, fiunt 6. igitur ℞. v. 9. p̃. ℞. cu 27. est ℞. 6. Sed non est sic de ℞. v. ℞. sol. 13. in 30. neque enim cum ℞. 13. quadratorum aggregati sit 5. & ℞. 30. vt parallelipeda sit rursus ℞. v. est ℞. 8. aggregati 5. & 5. sed est ℞. simpliciter vnius partis tantum, id est 5. Et ideo nota quod semper sunt æquales, igitur ducendo, diuidendo ℞. solidæ partes sunt æquales.

Et nota quòd licèt producti ex aggregato duorum quadratorum in aggregatum duorum quadratorum producant semper aggregatum ex duobus quadratis, vt 5. in 5. & 5. in 13. & 5. in 8. & 5. in 18. & 13. in 25. & 13. in 8. & 8. in 25. & 8. in 50. & ita de aliis, tamen illæ partes non seruant proportionem, velut 5. in 13. efficit 65. qui componitur ex 64. & 1. quadratis, qui nihil habent cum 15. qui verè producitur ex 5. ℞. solida 13. in 30. in 3. ℞. sol. 5. in 6. nec etiam diuiso 65. in 49. & 16. nam radices sunt 7. & 4. quæ iunctæ faciunt 11. qui etiam est diuersus à 15. Ideò aliunde petenda est ratio cur componantur, constat enim esse longè plures qui non componuntur: vt vsque ad 20. sunt 2. 5. 8. 10. 13. 17. 18. 20. Sunt ergo duodecim qui non componuntur, & octo tantum qui componuntur. Et à 20. ad 40. Sunt 25. 26. 29. 32. 34. 37. 40. adhuc pauciores à 40. ad 60. sunt 41. 45. 50. 52. 53. 58. pauciores.

Caput XXXII.

De comparatione duarum quantitatum iuxta proportionem partium.

ET sumantur duæ quantitates ab maior, c d minor, dico quod poterunt diuidi ita vt sit proportio vnius partis ad aliam maioris inæqualitatis, & residui ad residuum vsque in infinitum, nam ablata a e æquali c d erit b e ad residuum infinita, ergo ex regula dialectica semper licebit diuidendo residuum, vtpote facta a f æquali c g, diuidendo e f & d g per æqualia erit proportio residui vsque ad b, ad residuũ vsq; ad g perpetuò maior: & ita vsque in infinitum diuidendo versus d, & assumendo aliquid maius in ab erit vt procedatur vsque in infitum in proportione residuorum.

Dico præterea quòd non poterunt ambæ proportiones esse minores proportione totius ad totum: quia si detrahatur minor proportio vt a e ad c g, quam a b ad c d fiat a e ad c h, æqualis a b ad c d, igitur a e ad c g minor quã a c ad c h, igitur c h minor c g: b e ergo ad h d, vt a b ad c d, igitur b e ad g d maior quam a b ad c d.

Per 10 quinti Elem.
Per 9. quinti Elem.
Per 8. quinti eiusdem.

Manifestum est ergo quod sub minima proporti one ambæ partes erunt cum fuerint quantitates diuisæ secundum proportionem totius ad totum: hoc etiam infinitis modis, sed non fit varietas.

Dico modo quòd non poterunt in proportionem reduplicatam maiorem quam totius ad totum æqualem, nec minorem quam sit proportio media, voco proportionem reduplicatam cum fuerit proportio partium vt residuorum duplicata, velut si proportio a b ad c d nonupla dico quòd non potest diuidi a b & c d, vt sit proportio maior, nec æqualis nonuplæ, nec æqualis aut minor tripla, nam si sit a e ad e f nonupla, igitur c b ad f d nonupla, ergo nonupla nonuplæ duplicata erit quod esse non potest, & si maior nonupla ergo ex demonstratis e b ad f d minor nonupla, ergo non duplicata ad illam.



Nec potest diuidi a b & c d ita vt sit minor quam tripla: nam si sit tripla b e ad f d, cum sit per demonstrata a e ad c f maior nonupla eo quod e b ad f d est minor, quam a b ad c d. igitur a e ad c f maior duplicata e b ad f d, non ergo duplicata. Multo minus si sit proportio e b ad f d minor tripla poterit esse residui ad residuum duplicata.

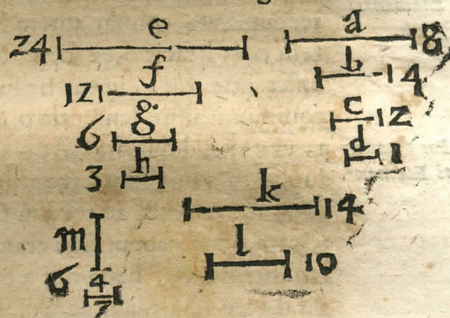
Cum ergo quis dixerit diuide 18. & 2. ita vt proportio partium sit reduplicata quadruplæ, tunc cum quadrupla sit minor nonupla, & maior tripla, duc 4. numerum proportionis in se fit 16. duc in 2. minorem quantitatem fit 32. aufer maiorem scilicet 18. relinquitur 14. hunc diuide per differentiam proportionis à suo quadrato, id est 12. qui est differentia quadrati 4. & ipsius 4. & exit $1\frac{1}{6}$: aufer ex 2. relinquitur $\frac{5}{6}$ aufer quadruplum $1\frac{1}{6}$, quod est $4\frac{2}{3}$ ex 18. relinquitur $13\frac{1}{3}$ quod est sexdecuplum ad $\frac{5}{6}$.

Ex hoc etiam patet, quòd seu maior maioris, vt hic seu minor habuerit rationem residui, id est partis quæ habet proportionem duplicatam, semper habebit ad minorem portionem minoris lineæ nunquam ad maiorem.

Caput XXXIII.

De duplici ordine quatuor quantitatum homologarum eiusdem proportionis ad duas alias.

SInt a b c d & e f g h homologæ, & in eadem proportione, & sint duæ aliæ k & l eiusdem generis, & ex differentia a & d in m producatur differentia productorum b in k & d in l, dico quòd differentia productorum f in k & h in l, producetur ex differentia e & h in eandem m. Et est generalis in similibus semper seruando rationẽ assumptorũ. Nam quia b ab d vt f ad h, erit b ad f vt d ad h permutando, quare productorum ex b & f in k inuicem, vt productorum d & h in l inuicem, vtraque enim vt b ad f & d ad h, quæ se habent eodem modo: permutando igitur productorum b in k & d in l, vt f in k & h in l: quare & differentiarum veluti b ad f: at vt b ad f, ita differentiæ a d, ad differentiam e h. igitur diuisa differentia f in k & h in l per differentiam l h exibit m.



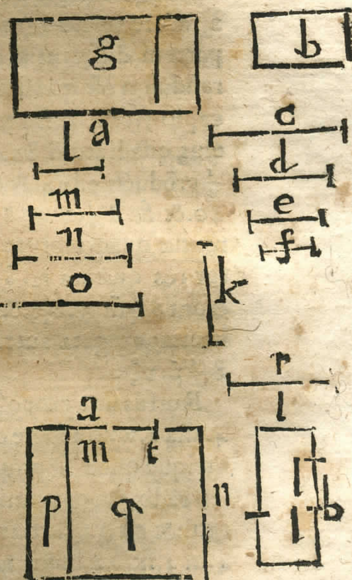
Per 11 quinti Elem.
Per 19. quinti Elem.

Caput XXXIV.

De triplici diuisione duarum quantitatum in mutuam reduplicatam.

CVmque propositæ fuerunt duæ lineæ a & b possumus imaginari, vt diuidamus vtramque, vt sit proportio mutua reduplicata: nam de recta superius locuti sumus. Et potest istud fieri per additionẽ eiusdem quantitatis ad vtramque quãtitatem, sed vt fiat media proportio, & potest fieri vt eadẽ quantitas addatur & detrahatur ab vtraque, & residuorum proportio sit duplicata proportioni aggregatorum: & hæc tria hic docebimus demonstrantes solum: nam reliquorum sufficiet docere operationem. Quartum autem est de quo posterius agetur quod est difficillimum. Volo ergo diuidere a & b, vt sit proportio secun-

Cap. 3.



Per 12. ſexti Element. dæ partis, b ad ſecundam partem, aut primæ partis a ad primam partem b duplicata iuxtaproportionem datam inter c & ſtatuo e f in continua proportione cum c d, & duco d in a & f in b, & fiant ſuperficies a & b, & detraho b ex a, & relinquatur g, & detraho f ex e & relinquatuk, & fiat ſuperficies ſuper k æqualis g, cuius latus ſit l, & iuxta proportionem f e d c ſtatuo l m n o, & duco l in b, & n in a, & fiant ſuperficies a n, b l.
Per 44. primi Element. Et rurſus detraho b l ex a n, & ſit p, cuius reſiduum ſit ſuperficies q, aufero etiam l ex o, & relinquatur r, & ſuper r ſtatuo ſuperficiem æqualem q, cuius ſecundum latus conſtat eſſe rurſus l per præcedentem: aufero l ex b, & relinquatur ſ & m aufero ex a, & relinquatur t. Dico ergo quòd cum proportio m ad l ſit vt c ad d, quòd proportio ſ ad t eſt
Per 1. ſecundi Element. duplicata ei quæ eſt m ad l, ſeu c ad d. Nam ex demonſtratis p fit ex l in b, & q ex l in r, igitur a n ex l in b r, igitur n ad l, vt b r ad a, ſed n ad l, vt m ad l duplicata, igitur b r
Per 16. ſexti Element. ad a, vt m ad l duplicata. Et vt c ad d pariter duplicata, conſtat autem b r ex l, ſ, r. r autem cum l facit o ex ſuppoſito, nam r fuit differentia o & l, igitur b r ſunt æquales ex communi anmi ſententia o ſ: igitur o ſ ad
Per 19. quinti Element. a, vt c ad d duplicata. At o ad m vt c ad d duplicata, quia ſunt in continua proportione, igitur reſidui ſ ad reſiduũ t, vt c ad d duplicata, quod propoſitum erat. Operatio autem breuis eſt, ponamus vt in exemplo c 24. d 12. e 6. f 3. a ſi 10. b 8. Duco d in a fit 120. duco f in b fit 24. detrahe 24 ex 120. relinquitur 96. diuide 96. per 21. differentiam c & f, exit $4\frac{4}{7}$ quantitas l, igitur ducendo l per e fit $36\frac{4}{7}$, diuide per f exit $9\frac{1}{7}$, quantitas m

24	
12	10
6	
3	8

quæ eſt dupla ad l, vt c ad d, detrahe ergo $4\frac{4}{7}$ ex 8. relinquitur $3\frac{3}{7}$, detrahe $9\frac{1}{7}$, ex 10. relinquuntur $\frac{6}{7}$, proportio $3\frac{3}{7}$ ad $\frac{7}{6}$, eſt quadrupla, & duplicata ei quæ eſt c ad d.

Propoſitis ergo duabus lineis rurſus a & b, quibus volo addere communem c, & detrahere rurſus vt ſit proportio reſiduorum duplicata ei quæ eſt aggregatorum. Duc differentiam quadratorum in ſe, & eius cape trigeſimam ſextam partem, cui adde tertiam partem producti vnius in alteram, & à radice totius aggregati, detrahe ſextam partem differentiæ dictorum quadratorum, reſiduum eſt quæſita tertia quantitas, velut capio 5. & 4. differentia quadratorum eſt 9. eius quadratum 81. cuius $\frac{1}{36}$. eſt $2\frac{1}{4}$, cui adde $\frac{1}{3}$ producti 5. in 4. & eſt $6\frac{2}{3}$, qui eſt tertia pars 20. & fit $8\frac{1}{12}$, cuius à radice detrahe $\frac{1}{6}$, differentiæ quadratorum, id eſt $1\frac{1}{2}$, & relinquitur res quæſita ℞. $8\frac{11}{12}$ m̃. $1\frac{1}{2}$. Igitur partes erunt $6\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $8\frac{1}{12}$, & $5\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $8\frac{1}{12}$ reſidua ſcilicet: aggregata autem $3\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $8\frac{11}{12}$, & ℞. $8\frac{11}{12}$ p̃. $2\frac{1}{2}$.

Rurſus ſint propoſitæ duæ lineæ, & ſit vna 4. alia 3. volo addere communem quantitatẽ vtrique quod ſit proportio aggregati media ſeu radix proportionis propoſitarum quantitatũ: & eſt quaſi conuerſa pręcedentis. Duco 4. in 3. fit 12 huius ℞. addo vtriq; & habeo intentum, proportio enim ℞. 12. ad 3. eſt velut 4. p̃. ℞. 12. ad ℞. 12. p̃. 3. nam 3. in 4. p̃. ℞. 12. producit 12. p̃. ℞. 108. & ℞. 12. in ℞. 12. p̃. 3. nõ minus producit idẽ 12. p̃. ℞. 108.

Ex hoc ſequitur quod proportio binomij ad aliud binomiũ alterius ſpeciei poteſt eſſe quantitas potentia tantum rhete, velut ſi duco ℞. 3. in ℞. 12. p̃. 2. fit 6. p̃. ℞. 12. igitur 6. p̃. ℞. 12. eſt in proportione ℞. 3. ad ℞. 12. p̃. 2. Et ita de reciſis 6. m̃. ℞. 12. eſt in proportione ℞. 3. ad ℞. 12. m̃. 2. & hoc propter communicationem, quia ℞. eſt media inter duos numeros, & numerus inter duas ℞.

S C H O L I V M.

Dico modo quòd ſi partes binomiorum non ſint commenſæ ſecundum eandem proportionem, quòd ſi binomium binomio eſſet commenſum, aut reciſum reciſo, numerus eſſet commenſus potentia tantum rhete ſeu longitudine alogæ. Et ſint gratia exempli a b tripla d e & b c dupla e f, dico quòd ſi tota a c eſſet commenſa toti d f, eſſent partes a b, b c inuicem commenſæ itẽq; d e & e f. Nam vt demonſtrauimus ſupra, quia non eſt eadem omnium proportio, igitur vnius par ad partem vna maior altera minor, ſit ergo minor b c ad e f, quam a c ad d f, & hæc minor quam a b ad d e, fiat vt a c ad d f, ita a g ad d e, commenſum eſt igitur a g d e, & fuit etiam a b cõmenſum d e, igitur a g g b commenſę. Similiter b c commẽſa fuit e f & g e eidẽ, quia in proportione a e ad d f, g c igitur cõmenſa b e, quare g b ipſi b c fuerat etiam b a, igitur a b b c commenſæ ſunt, quare etiam d e f. Non eſt autem neceſſarium (vt dixi) quòd ſi partes ſint commenſæ, vt totum ſit toti cõmenſum vt dixi: neq; etiam ſi totum toti & pars parti, vt reliqua pars reliquæ parti, velut 10. & 9. ſunt commenſa, & ℞. 20. & ℞. 5. commenſa, non tamen 10. p̃. ℞. 20. eſt commenſum 9. p̃. ℞. 5. aliter ſequeretur quod 10. & ℞. 20. eſſent commenſa, quod eſt abſurdum.

a b g b R48 c
d z e R12 f

Ex hoc ſequitur quod binomio non commenſa non poſſunt eſſe in proportione numeri: poſſunt tamen eſſe in proportione vnius ſimplicis quantitatis.

C A P V T XXXV.

De ſex proportionibus mutuis reduplicatis, quæ oriuntur ex additione vnius quantitatis ad vnam aliam, & duabus inutilibus.

CVm propoſita fuerit vna quantitas, puta 2. poſſum addere illi aliam quantitatem, octoque modi proportionis reduplicatæ conſurgent, quorum duo ſunt inutiles: modi ergo ſunt, vt quantitas addita ad propoſitum habeat duplicatam proportionem quam aggregatum ad additã. Secundus cõuerſus, vt aggregatum ad a d additam habeat duplicatam ad eam quæ eſt additę ad propoſitum. Et ideò ponam eos ordinatim in tabula. Prima igitur vtilium, duc 2. numerum propoſitum ad quadratum fit 4. & ad cubum fit, 8. & habebis 1. cub. æqualẽ 4 rebus p̃. 8.

1 Aggreg.ad add.dup.add.ad prop.
2 Add.ad prop.dup.aggreg.ad add.
3 Aggreg.ad add.dup.prop.ad add.
Propoſ.ad add.dup.aggreg.ad add.inn.
4 Aggreg.ad propoſ.dup.propoſ.ad add.
5 Propoſ.ad add.dup.aggreg.ad propoſ.
6 Aggreg.ad prop.dup.add.ad propoſ.
Addit ad prop.dup.aggreg.ad prop.inn.

Secunda, duc 2. ad cubum, fit 8. accipe ℞.quæ eſt ℞.8. & accipe ℞. 2. & ita habebis 1. cu.æqualem quadrat.℞. 2. & ℞.8. & quadratum æſtimationis eſt res quæſita.

Tertia habet quadratum p̃.2.poſ.numero propoſito æqualiá 4. quadrato numeri propoſiti.

Quarta habebimus cub. p̃. quad. 2.numeri propoſiti æqualia 8. cubo numeri propoſiti.

Quinta, duc 2. ad cubum fit 8.& habebis 1.cub.p̃.rebus numero propoſito, ſcilicet 2.æqualia ℞. 8. & quadratum æſtimationis eſt quantitas quæſita.

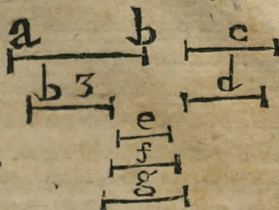
Sexta habebimus quadratum æquale rebus numero propoſito, id eſt 2.& numero quadrato numeri propoſiti,id eſt 4. vt ſit 1. quad.æquale 2.poſ.p̃.4.

Dico demum quod proportio confuſa aggregati primæ & quartæ quantitatum omiologarum ad aggregatum ſecundæ & tertiæ earundem eſt veluti quadrati p̃.1. detracta proportione ad ipſam proportionem, vt aliâs demonſtraui. Ex quo habetur confuſa quarumlibet quatuor quantitatum rectè intelligenti.

Capvt XXXVI.

De diuidendis duabus lineis æqualibus ſecundum proportionem mutuam reduplicatam datam.

ISTud docemus in arte magna. Sed ibi adnotanda ſunt illa verba ex quibus totum negocium pendet: Rurſus quod fit ex a b & a d in a b, & e f eſt æquale ei quod fit ex e f & e g in aggregatũ a b & e f,quia ex ſuppoſito e f & e g, æquantur a b & a d,conſtat ergo a b quantitatem, & e f bis aſſumi,& cum hoc ſupponi a b & a d æquales eſſe e f & e g, vt primũ poteſt ſupponi pro arbitrio, ſed ſecundum non ita:eo tandẽ venitur vt duæ & duæ quantitates ſint in eadẽ proportione cũ tertia.Et quod tertia illa ſcilicet a b & e f componitur ex ſecundis a b & e f. At duabus quibuslibet cõſtitutis proportionibus,& manẽtibus duabus quãtitatibus, licebit conſtituere communẽ illã quantitatem,& reliquas duas inuenire.Exemplũ,ſint datæ duæ quãtitates a 6.b 3.& aliæ duæ c d ſubiungo ead a b in cõtinua proportione, & facio f ad e,vt d ad c,& g ad f ſimiliter,eritque g ad a,vt f ad b duplicata. Eo igitur peruenire oportet cum proportione data loco æqualitatis,Conſtat etiã



quòd ſi proportio a ad c ſit duplicata ei quæ eſt b ad d,quod hæ quatuor quantitates copulabuntur ad vnam.

Capvt XXXVII.

De ſex comparationibus quatuor quantitatum reduplicatæ proportionis.

ET ſint quatuor quantitates reduplicatâ mutua proportione a b prima, c de ſecũda,d e tertia,b f quarta, dico quòd duabus ex his notis fiunt vt liquet ſex coniugationes,& duæ harum neq;cum aggregatis per ſe notis notæ ſunt, ſcilicet nota prima & quarta,vel ſecunda & tertia notiſq; a f & c e:at reliquæ quatuor notam faciunt quãtitatẽ modo aggregatũ omnium notũ ſit.Sit ergo primũ a b & c d nota, vtpote a b 24. c d 6.aggregatũ a f & c e 47.tũc tu ſcis quod proportio d e ad b f eſt,vt a b ad c d duplicata,igitur vt 16.ad 1.igitur d e & b f ad b f,vt 17.ad 1.at d e & b f ſunt 17.igitur diuiſo 17. per 17.habebis b f vnum & d e ſexdecim,nã d e & b f ſunt 30.vt dixi,quia a b & c d ſunt 30.& a f & c e 47.igitur reſiduum quod eſt d e & b f eſt 17.

Sit rurſus b f 1,d e 16.aggregatũ a f & c e, 47.igitur a b & c d ſunt 30. & proportio a b ad c d,vt 4.ad 1.& ab c d ad c d,vt c ad 1.diuide 30.per 5.exit 6.& tãta erit c d & a b 24.

Proponatur modo a b & d e notæ 40.totũ, vt prius 47.& ſit primo nota b f,& ſit 1. & c d 6.ponam a b 1.poſ.erit tertia in proportione $\frac{1}{6}$ quad.duc in b f,fit $\frac{1}{6}$ quad.diuide per c d,exit $\frac{1}{36}$ quad.igitur $\frac{1}{36}$ quad.p.1.poſ. æquantur 40.& 1.quad.p̃.36.poſ.æquantur 1440. & ita rei æſtimatio eſt 24.cuius quadratũ eſt 576. & eius pars trigeſima ſexta 16.ſeu detracto 24.à 40.relinquitur idẽ 16.Supponatur modo ab nota 24.d e 16.totũ 47. erit reliquum aggregatum c d & b f 7.ponatur c d 1.poſ.erit tertia in proportione $\frac{1}{24}$ quad.duc $\frac{1}{24}$ quad.in 16.fit $\frac{2}{3}$ quad. diuide per a b, id eſt 24.exit $\frac{1}{36}$ quad.æquantur igitur $\frac{1}{36}$ quad.p̃.1. poſ. ad 7. Igitur 1. quad. p̃.36. poſ. æqualia 252.& res eſt 6.& eſt c d reſiduũ eſt 1.b f. At modo ſi ponatur c e 22.nota ita vt c d ſit b & d e 16.& a f 25.Ponemus vt in tertio caſu a b 1.poſ.erit tertia in proport.$\frac{1}{6}$ quad.Igitur ſi $\frac{1}{6}$ quad.producit 6. quid producet d e quæ eſt 16. duc 6. in 16. fit 96. diuide p̃ $\frac{1}{6}$ quad exit $\frac{576}{1.quad.}$ hoc ergo cum 1.poſ. iunctũ efficit 25.igitur 25.quad.æqualia 1.cub.p̃.576.

Et hoc non continetur in capitulo. Sed quia in hoc caſu ſupponimus numerum quadratorum eſſe 22. quia c e & æſtimatio eſt c d 6. cuius cubus 210. qui cum 576. efficit 792. & hoc eſt æquale 22. quadratis, nam 22. in 36. efficit 792. Et ſupponimus a g numerum quadratorum, id eſt 22. & a b rei æſtimationem, & quod ex b g in quadratum a b fiat 576.habebimus 1. cub. æqualem 22. quad.p̃.576. Et hoc habet capitulum. Sed res non redit ad idem, nam æſtimatio rei eſt minor 24.quia ſi eſſet 24.cubus eſſet æqualis 24.quadratis, igitur

22. quadratis & duplo vnius quadrati, at unum quadratum est 576, igitur erit æqualis 22 quadratis, & 1152 nõ ergo 22 quadratis p̃ 576 solum. Et similiter notis a b & b f, & noto aggregato c e incidimus in eiusdem difficultates.

Caput XXXVIII.

De confusa quantitatum mutuarum in porportione reduplicata comparatione.

ET ponamus ut sint duæ lineæ a b & c d, diuisæ in e & f, & sit proportio f d ad c b, uelut a e ad c f duplicata, & sint e f secunda & c b quarta æquales & notæ, & totum aggregatum erit etiam notum. nam in hoc casu proportio aggregati primæ & quartæ, id est a b ad aggregatum secundæ & tertiæ. id est, c d est ut quadrati proportionis p̃. 1, ad proportionem ipsam itidem p̃. 1, uelut sit a b 15, c d 9, diuido 15 per 9, exit 1 $\frac{2}{3}$, & hoc est quadratum proportionis p̃. 1 in cõparatione ad 1 pos. p̃. 1, quare cũ 1 pos.

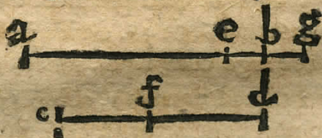


p̃. 1, hic habeat locum unius, erit ut ponamus 1 p̃. 1 pos. & ducamus p̃. 1 $\frac{2}{3}$, fit 1 $\frac{2}{3}$, pos. p̃. 1 $\frac{2}{3}$ æqualia 1 quad p̃. 1, igitur 1 quad. æquatur 1 $\frac{2}{3}$, pos. p̃. $\frac{2}{3}$ ergo res est ℞ $\frac{49}{36}$ p̃. $\frac{5}{6}$, quod est 2, & proportio erit dupla, pone igitur 1 pos, detrahe ex 9, fit 9 m̃. 1 pos. & ita etiam quia secunda est æqualis quartæ, erit 15 m̃. 1 pos. dupla etiam 9 m̃ 1 pos. & 18 m̃. 2 pos. æqualia 15. m̃. 1 pos. & 15 p̃. 2 pos. æqualia 18 p̃. 1 pos. igitur res est 3. Ideò in hoc casu tres quantitates necessariò sunt in continua proportione.

Caput XXXIX.

De diuidendis duabus lineis notis secundum proportionem mutuam reduplicatam iuxta partes datas.

HOc capitulum est pars duorũ superiorũ: & ex eo habetur capitulum generale cubi & numeri æqualium quadratis: nam propositis, gratia exẽpli, 1 cu. p̃. 16. æquali- *Cap. 26. & 27.*



bus 9 quadratis, proponã lineam a e 9, & quærã æstimationem 1 cu. æqualis 9 quad. p̃. 16 quæ sit a b, igitur nota b e, addã b g æqualem b e, ergo a e, a b, a g, c b, b g, e g, c d æqualis a e omnes notæ. Propositũ igitur est diuidere c d in f, ut sit f d ad b g duplicata ei quæ est a b ad e f, qua inuenta cum cubus e f, additis 16 ex supposito sit æqualis corpori ex c d in quadratum c f, quoniã totũ est æquale suis partibus: & d e sit 9, & quod fit ex d f in quadratũ c f 16, nam tantum fit ex b g in quadratũ a b: igitur 9 quadrata e f æquatur cubo p̃. 19. Vt ergo diuidamus c d iuxta hoc noscere oportet ordinẽ eorũ quæ dicta sunt supra, scilicet quòd quãtitates a b, c f, f d & b g collocãtur hoc ordine, ut sunt mutuæ reduplicatæ: alio ut sunt in cõtinua porportione cum una & eadẽ, scilicet a b prima, f d secunda, c f tertia, b g quarta, prima & quarta manẽt in utroque ordine, sed secunda & tertia mutantur, nam c f est in reduplicata secunda, & f d tertia, in recta f d est secunda, e f tertia.

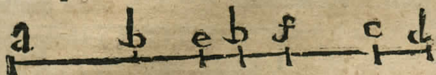
Proponantur rursus notæ h, a b & c d, & sint partes cõstitutæ e a, e b, f c, f d, quarum una si nota esset palã est ob cõtinuã proportionem quòd essent omnes notæ, sed si solæ h, a b & c d, palã est quòd erunt notæ partes per Artem magnã deueniendo ad capitulũ cubi rerũ & quadratorum æqualiũ numero. Ex qua peruenies ad cognitionem partium propositarum, ut si h ponatur 4 a b 6 m̃. ℞. 12 c d ℞ 12 m̃. 1. Et partes se habebunt, ut uides. Est autem proportio 1 ad 4 m̃. ℞ 12 duplicata ei quæ est 2 ad ℞. 12 m̃. 2, & caue ne te confundas. *Cap. 39 regula secũda*

4
2 ℞ 12 m̃. 2
1. 4 m̃. ℞ 12

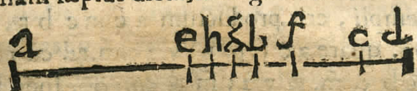
Dico etiã quod si cubus & 24 sint æquales 8 quad. & sit c d numerus quadratorũ scilicet 8, ut sit a e æqualis c d, sciemus c b & b g, & erunt posita c b 1 quad. & b g, 1 cu. p̃. 8 pos. æqualia ℞. 24 numeri propositi, & tam c b quã b g erũt quadrata æstimationis. Quia ergo notæ c b, b g, & per duo supposita nota. scilicet quantitatẽ c d seu a e & numerũ æquationis, id est 24. & hic producitur ex supposito e x f d in quadratũ f c & f d & f e habent necessitatẽ saltẽ alternã, quia dũ c d & a c sunt 8, & numerus qui producitur 24, uariatur ut sit 20 aut 22 aut 25, tunc uariatur quãtitas rei, & quadratũ eius e b, b g, igitur propositaquãntitate c d uel a e quãtitates e b seu b g habent connexionẽ cũ c f & f d: & quia si nõ supponeretur numerus 24, haberetur ex partibus c f & f d, ducẽdo f d in quadratum f c, fiet ut inuenta e b contraria ratione necessaria sit cognitio diuisionis c d in f. Nam cum proposuerimus c f, f d cognitas per duo consequentia ad illa quæ sunt aggregatum earum, & productũ d f in quadratum f c, consequimur duas alias a e & c b seu b g, igitur per a e, c b seu b g, & duo consequentia & sunt a b, b g & productũ g b in quadratum a b cum uno ex tribus c f, f d, c d, inueniemus reliqua duo. At c d nota est semper ex supposito cum sit æqualis a e igitur c f & f d. Si ergo ponatur productum g b in quadratum a b 20, & c f duo eric f d 5, diuiso 20 per 4 quadratum 2, & si f d ponatur 5. erit c f ℞. 4, id est, 2 nã diuiso 20 per 5 exit 4, manifestũ est ergo quod c f, f d & c d habẽt consequẽtiã ad a b seu a e & e b seu b g. Concludo quòd supposita cognitione a b, b g, quæ sẽper habetur necessaria est cõnexio cum c f & f d, quia c d est differẽtia a b b g quæ nõ esset, si c d nõ esset illa differẽtia, sed solũ 1 cub. p̃. 24 æquaretur 8 quadratis, & esset nota a b, & b g, ex quarum ducta b g in quadratũ a b, fieret 24, sed c d nõ esset 8, nec æqualis differẽtiæ a b & b g. Proponatur ergo linea a d nota, & est rei æstimatio cubi æqualis quadratis numero a c,

&

& numero æstimationis proposito qui fit ex c d in quadratum a d, & nota est ex hoc



c d. item nota est quia est differentia a d & a c numeri quadratorum atque notarum, iam verò a d diuisa est bifariam in a c, c d notas, & a b & b d ignotas, quærendum est igitur an ex notis a c, c d (quia habent connexionem) haberi possint a b & b d, & erit quæsitum notum. Secundo an data diuisione in b magnitudo c d constituatur itemque a c. Et differt à præcedente quoniam per a e, c d in præcedente, & positionē quærimus quantitatem b d, & ea habita cognoscimus c d, b c & ita a b & quæsitum. In hoc autem secundo constitutis a b, b d & habetur quantitas a d etiā & est res & eius quadratū etiā notum erit, ex quibus quærimus quantitatitatem a c id est numeri quadratorum & quod fit ex c d in quadratum a b & est numerus æstimationis qui cum quadratis numero a c æquatur cubo a d. Tertio quæritur quam rationem habet incrementum c d in comparatione ad b c quia b c ad c d est duplicata ei quæ est a d ad a b ex supposito si ergo e d certa & data quantitas statuatur quo minor erit a b eo maior erit b c residuum, supponitur autem minor c d quàm a b, maiorem autem oportet esse proportionem b c ad c d quam a d ad a b, quia duplicatam, igitur incrementum a b an semper augeat proportionē b c ad c d supra proportionem a d ad a b an minuat: nam de æqualitate certum est quod non: & an varietur hæc ratio mutata quantitate c d hoc igitur & quomodo fiat certè est considerandum, loquamur igitur de secundo, quia est facillimum cum enim data sit a d & a b, data erit tertia linea quæ sit data, igitur proportio partium a d, ad d e diuise a e, & data b d in diuisa, ergo poterit diuidi vt a c d ad d e, seu ad e, & diuisio illa cadet in c, cum igitur proportio a d ad e data sit, erit & b c ad c d, data est autem b d data ex supposito igitur vtraque earum b e, c d data quod erat demonstrandum, nam data b c cum sit data a b, erit data a c numerus quadratorum. Cumque sit data a d, erit illius quadratum datum: & quia c d data erit productum c d in quadratum a d datum, is autem est numerus æstimationis quæsitus. Inueniamus etiam primum vt facilius & proponamus a d 10. d c 1. erit ergo numerus 100. & sit b d 1. pos. & a b 10. m̄. 1. pos. cuius quadratum est 1. quad. p̄. 100. m̄. 20. pos. quod diuisum per a d relinquit $\frac{1}{10}$ quad. p̄. 10. m̄. 2. pos. hæc est tertiæ quantitas quæ ducta in b c, producit quantum a d prima in c d quartā quod productum est 10. Quia ergo b d est 1. pos. & c d 1. erit b c 1. pos. m̄. 1. igitur productum tertiæ quātitatis est $\frac{1}{10}$ cu. p̄. 10. pos. m̄. 2. quad. m̄ $\frac{1}{10}$ quad. m̄. 10. p̄. 2. pos. & hoc totum est æquale 10. Quare reddendo viciſſim fient $2\frac{1}{10}$ quad. p̄. 20. æqualia $\frac{1}{10}$ cu. p̄. 12. pos. & 1. cu. p̄. 120. pos. æqualia 21. quad. p̄. 200. & erit cu. æqualis 27. rebus p̄. 46. & ideò est in parte nota. Pro tertio oportet præsupponere primū quod si a d sit diuidenda, sicut proportio ipsius a d a b sit vt b c ad b d, erit c a, cū maxima fuerit æqualis radici octupli quadrati a d dempto duplo a d. & tunc si a e est minima, erit c d maxima. Et rursus cū fuerit proportio b c ad c d, vt quadrati ad quadratū a b non poterit esse c d maior in comparatione ad a d, quam vt statuatur tettia pars a c æstimatio cubi p̄. vnius rei æqualis quartæ parti quadrati a d. Et hoc pendet ex demonstratis in libro de Proportionibus. Exemplū constituta ad 10. erit tertia pars a e ęstimatio cubi & rei ęqualis 25. qui est quarta pars 100. quadrati 10. erit ergo tertia pars a c R. v. cu. R. $256\frac{17}{64}$ p̄. $12\frac{1}{2}$ m̄. R. v. cu. $256\frac{17}{64}$ m̄. $12\frac{1}{2}$, vnde tota a c erit R. v. cu. $113917\frac{41}{64}$ p̄. $337\frac{1}{2}$ m̄. R. v. cu. 113917. m̄. $337\frac{1}{2}$, & c d erit residuum. Considerandū est ergo quod supposita c d minore problema potest componi, quia primum proportio quadrati a d ad quadratū a b, quanto minor est a b, tanto maior est in comparatione ad proportionem b c ad c d, tum quia a d est maior b c, tum quia sumimus proportionem quadratorum in primis, & linearum in secundis. Et ideò cum augetur a b minor fit differētia proportionis quadrati a d ad quadratum a b ad proportionem b c ad c d. Et quia rursus necesse est, vt proportio quadrati a d ad quadratum a b sit maior proportione b c ad c d: quia b c poterit esse minor c d, quia c d data est, quadratum autē a d semper est maius quadrato a b, cum sit totum ad partem comparatum: crescit ergo proportio b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratum a b, donec fiat ei æqualis, inde fit maior, & rursus vt dixi minor, ergo rursus fiet æqualis, & hæc est causa duarum ęstimationum, oportet igitur inuenire maximam proportionem b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratū a b. Quia ergo maximum parallelipedum a e fit ex b c in quadratum a b, cum a b fuerit dupla b c, igitur tūc maxima erit proportio eius ad parallelipedum c d in quadratū a b, quare tum minima proportio quadrati a d ad quadratū a b in comparatione b c ad c d. Et ita si sumantur duo puncta e & f, ita vt c e in quadratum e a vel c f in quadratū f a efficiant parallelipeda singula æqualia parallelipedo c d in quadratū a d, tunc punctum b erit inter e & f, sed non æqualiter distabit. Sed quia hoc est generale seu a e sit differentia a d & c d, seu quęuis alia quātitas: Ideò oportet hoc inuenire ex proprietate differentiæ coniuncta cū generali ratione dicta: & ratione secundæ æstimationis inuenta per primam sæpius dictā, sit ergo a d, d e data &



punctū in a c maximæ proportionis b c ad c d in comparatione a d quadrati ad quadratum a b. b. & sit c e in quadratum e a datum, vt sit æquale d c in quadratum d a, & sit æstimatio data c e in quadratum a e, vt dixi necessariò e a, dico quòd data est a f similiter, & quod b est inter e & f, hoc enim est demonstratum. Tertiò dico quod b f est minor b e, ita vt semper f sit proximius b quam ipsum e. Cum igitur ex ratione inuentionis secundæ æstimationis per primam ex

Ex 5. secundi Elem.

Propos. 135.

Per 11. sexti Elem.

Per 10. sexti Elem.

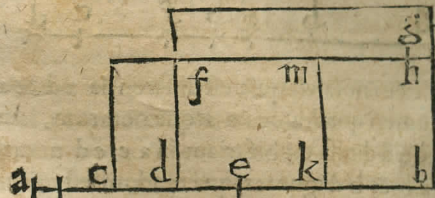
ex tota a c numero quadratorum oporteat detrahere a e primo inuentam æstimationem & residuum scilicet e c, ducere in a e cum quarta parte e c, quæ sit e g, vt ducatur e c in a g, & sumptum fuerit latus potens in illam superficiem, id est media inter e c & a g, & ei addita dimidia c e quæ sit f h, & conflabitur a f ex supposito, igitur h a est media inter e c & a g, ex his quæ dicta sunt, dico igitur quod f non poterit esse in a b, quia si esset inter e & b productum esset maius producto e c in quadratum a e, & si esset inter a & e esset minus. Similiter si supponerentur c b & b f æquales, minus esset productum c f in quadratum f a quàm c e in quadratum e a, ergo cum, vt demonstratum, quanto c prior est b, tanto productum c e in quadratum e a est maius, igitur si debet minus quia in æquali distantia erat maius, necesse est vt e b sit maior b f, quod erat demonstrandum. Dico modo quòd tota consideratio est in hoc, quia c d quæ assumpta est, variatur iuxta productum c f in quadratum f a, gratia exempli, & est numerus æstimationis, sed non sumitur à partibus c a, verùm à tota solum, & ideò sumitur c a pro indiuisa. Si autem sumeretur pro diuisa velut in



e, vel b, vel f, non sumitur e a, vt differentia c d & d a. Et iuxta hoc si dicam proposita, a b, volo eam diuidere sic vt cubus a c sit æqualis ei quod fit ex a b in quadratum b c: deuenies ad cubum & res æqualia numero. Et eodem modo si posita a b, b c velis diuidere a c in d, vt cubus a d sit æqualis ductui seu parallelipedo a b, b c, c d peruenies ad 1. cu. & res æquales numero & in ambobus supponitur quòd latus cubi sit differentia laterum parallelipedi, adeò vt hic haberemus intentum, sed hic deficit vnum scilicet vt sit parallelipedum & non cubus.

Similiter notum est quod cum fuerit proposita a b, quam velim diuidere in c, vt mutua parallelipeda sint decem gratia exempli, possum inuenire parallelipedum ex b c in quadratum c a: quia diuisis decem per a b exit productum a c in c b notum: quare partes a c, c b. igitur productum c b in quadratum a c notum erit. Et ponatur quod sit ℞. cub. 10. mutuum & a b sit 10. gratia exempli, erit productum a c in c b ℞. cu. 100. quare a c 5. p̄. ℞. v. 25. m̄. ℞. cu. 100. & c b 5. m̄. ℞. v 25. m̄ ℞. cu. 100. Inde habebis productum vt dixi. Et demonstratum est etiam quod eiusmodi producta sunt in proportione partium a e ad c b. *Per 5. secundi Elem.*

Et rursus, quia demonstratum est quòd diuisa quauis linea puta a b quomodolibet in c proportio parallelipedorum mutuorum est vt partium: & differentia illorum est parallelipedum a c in c b in differentiam a c & c b, sit igitur medium a b punctum e, erit ergo solidum a c in quadratum c b maius solido b c in quadratum a c solido dupli c e in superficiem c h. sit k b æqualis, a c erit ergo solidum a c in quadratum c b



æquale solidis cubo b k, & a e in quadratum c k, & parallelipedo a e in duplum c k in k b, quare cum a c sit æqualis k b, erit solidum a c in quadratum c b æquale solidis duobus, vni quod constat ex a K, K c in quadratum k b, alteri quod constat ex a c in quadratum c k, solidum verò c b in quadratum a e seu k b est commune ei quod fit ex b c in quadratum a c, quoniam a c est æqualis k b, & a k æqualis b c, igitur solidum a c in quadratum c b excedit solidum b c in quadratum a c, in eo quod fit ex c K, in quadratum c a & a c in quadratum c K. hoc autem est æquale ei quod fit ex duplo c e in superficiem c h. Quod enim fit ex a c in quadratum c K, & c K in quadratum a c, est equale ei quod fit ex a K id quod fit ex a e in k. Dico ergo quod hoc est æquale ei quod fit ex duplo c e in c h. Id est vt proportio c h ad c m sit velut a K ad duplum c e. nam c h ad c m est vt c b ad c k: c k autē est duplum c e, & a K æqualis c b, quia a c est æqualis K b, igitur per demonstrata ab Euclide proportio c b ad c k, vt a K ad c e, quod fuit proprositum. *Ex 143. Prop. lib. de Proport.* *Per 1 sexti Elem.* *Per 7. quinti Elem.*

Ex quo patet maximum futurum discrimen parallelipedi a c in quadratum c b ad parallelipedum b c in quadratum c a, quoties proportio c e differentiæ ad d e, differentia fuerit maxima in comparatione tetragoni partium rectanguli d g ad tetragonum rectangulum c h. Quo fit vt tale parallelipedum sit maximum, cum proportio c K ad a c furit maxima in comparatione quadrati a e ad c h, at proportio quadrati a e ad c h est vt quadrati a c ad quadratum a e detracta proportione confusa quadrati a e ad quadratum c e. hæc autem duplicata ei quæ est a e ad c e. Maxima igitur differentia parallelipedorum, quoties proportio differentiæ partium ad dimidium quantitatis fuerit maximè propinqua proportioni quadrati dimidij ad seipsum detracta duplicata eiusdem dimidij ad dimidium illius differentiæ, nunquam autem potest esse ei æqualis. Et deducta ad numerum si a b ponatur 12. erit a e 6. & a c 6. m̄. 1. pos. c b 6. p̄. 1. pos. & 1. cu. p̄. 108. æqualis 36 pos. & hoc esse non potest, igitur non potest æquari proportio, vt ergo inueniamus maximum quod potest produci oportet vt inueniamus numerum quem producit 24. in ℞. 12. tertiæ partis, & producitur ℞. 6912. Et hic est numerus maximus: ideóque res ℞. 12. scilicet tertiæ partis 36. igitur a c est 6. m̄. ℞. 12. & b c 6. p̄. ℞. 12. & parallelipedum ℞. 27648. & est fermè 166. & partes quasi $9\frac{1}{7}$ & $2\frac{1}{7}$, & ideò in proportione, 24. diuisi in 19. & 5. Et hoc non est mirum, sed quod mirum, est,

est, est quod cum parallelipedum c K in c h non sit annexum alteri aliorum, nam possum scire quoduis illorum ignorato parallelipedo c k in c h, & scire c K in c h, incognito vtroque aliorum sicut etiam de parallelipedo a b in c h, hoc tamen fit notum aliud autem non. Et ideò id accidit, quia a b supponitur nota, sed c h præsupponitur incognita, est tamen magnum problema.

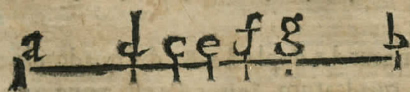
Iam verò habemus secundum modum principalem inuentionis capituli cubi, & numeri æqualium numero rerum. Posito enim quòd velim scire 1. cub. p̃. 64. æquandum 36. rebus, ponam a b duplum ℞. 36. & erit 12. & duplicando 64. fit 128. & quæram diuisionem a b in c vt ex a b in c h fiat 128. igitur diuiso 128. per a b, quæ est 12. exibit c h $10\frac{2}{3}$, quare a c erit 6. m̃. ℞. $25\frac{1}{3}$, & c b 6. p̃. ℞. $25\frac{1}{3}$. Est autem diuisa b a in e per æqualia & propositum est diuidere eam rursus in d per inæqualia, vt sit proportio a e dimidij a b ad d e dimidium differentiæ d b & d a, velut d g ad c h, tunc enim erit parallelipedum ex d e in d g 64. & duplum d e in d g 128. quemadmodum propositum est. Et ita proposito quouis numero qui possit produci ex 36. diuiso in duas partes, ita vt ex vna in duplum ℞. alterius fiat ille numerus: seu simpliciter in ℞. alterius producatur dimidium numeri propositi. Et ita habebimus capitulum generale constat autem in hoc casu quod a d erit 4. d b 2. & d g 32. & cum d e sit 2. erit duplum d e, quod est 4. in d g 128. parallelipedum sensu inuentum, sed hoc oportet inuenire ratione, habemus ergo datam a b diuisam per æqualia in e, & per inæqualia in c cognitas partes, & volumus diuidere eam in d, vt sit proportio d a ad c a, ad eam quæ est c b ad b d in proportione a e ad e d.

Per 5. secundi Elem.

Capvt XL.
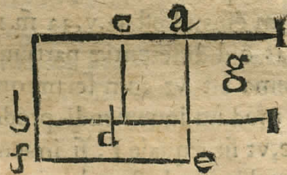
De tribus necessariis quæ præmittere oportet ad inuentionem.

Si ergo d e supponitur res, non potest esse numerus, & a d radix, quia esset a b tota ℞. & non numerus propositus, neque radix, quia a d esset recisum b d binomium, & produceretur numerus simplex aut compositus cum radice per m̃. vel p̃. igitur ductus in d e ℞. fieret binomium aut recisum aut ℞. igitur numerus æquationis non esset numerus. Pari ratione non potest d e esse binomium aut recisum tertiæ nec sextæ speciei, qua non potest esse ℞. simplex. Rursus proponatur d e binomium, & sit d c numerus, & e f æqualis e c & e g æqualis,



e d, erit ergo f g numerus, & c f ℞. ex a d ergo reciso in d b binomium oportet vt fiat recisum simile binomio d g, vt ex eo in productũ d g fiat numerus, idẽ erit si c e ponatur numerus & d c ℞. Interest hoc solum an ℞. sit maior numero an minor. Et in hac constitutione nõ potest d e esse recisum, quia oporteret assumere quantitatem maiorem d e, & ita essemus extra casum regulæ & problematis. Semper ergo d e est binomium. Et ponamus d e 3. p̃. ℞. 5. & erunt res 32. æquales cubo p̃. 24. & a e ℞. 32. & similiter si d e sit 3. m̃. ℞. 5. sed non erit 3. contentum in d e. Idem dico cum 1. cu. p̃. 12. æquatur 34. rebus, & est æstimatio 3. p̃. ℞. 7. & & 3. m̃. ℞. 7. nam non potest verari nisi in binomio: sed est aliud cum 1. cub. p̃. 8. æquatur 18. pos. nam res est ℞. 6. m̃. 2. & non potest contingere in binomio: igitur prima duo exempla sunt idonea. Et quia in his addere oportet aliquem numerum qui ductus in ℞. totius producat numerum æquationis, & manifestum est, quod non potest esse ℞. neque binomium neque recisum, non enim conficeret numerum, ideo oportet vt sit numerus, nos autem iam supponimus hic esse quadratum. Proponamus ergo a e 8. & quadratum illius sit 64. numerus rerum: & sit vt addendo 17. fiat alius quadratus, scilicet 81. cuius ℞. quæ est 9. ducta in 17. additum faciat 153. erit igitur 1. cu. p̃. 153. æqualis 64. rebus, & rei æstimatio $4\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $3\frac{1}{4}$, id est dimidium ℞. totius p̃. ℞. differentiæ numeri æquationis, & $\frac{3}{4}$ numeri aggregati. Erit ergo posita c e ℞. $3\frac{1}{4}$, & c d $4\frac{1}{2}$ ad $3\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $3\frac{1}{4}$, & d b $12\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $3\frac{1}{4}$, & d g 9. p̃. ℞. 13. Et productum a d in d b $40\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $263\frac{1}{4}$, hoc ergo ductum in d e scilicet $4\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $3\frac{1}{4}$ fit 153. Possumus ergo diuidere etiam 64. in duas partes, ex quarum vna in ℞. alterius fiat 153. & quia ℞. illa est res, & est d e, ducemus d e in se, & fit $23\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $263\frac{1}{4}$, igitur reliqua pars est $40\frac{1}{2}$, m̃. ℞. $263\frac{1}{4}$, ecce quod res redit ad idem. Ex d g igitur in productũ a d in d b fit 306. quo diuiso per 16. exit $19\frac{1}{8}$, igitur partes erunt 8. p̃. ℞. $44\frac{7}{8}$, & 8. m̃. ℞. $44\frac{7}{8}$. Reducuntur ergo hi duo modi ad vnum, velut si sit numerus rerum propositus a b, & g numerus æquationis, & seu diuiseris a b in quadratum b c, vt latus eius b d in superficiẽ d a faciat g, seu addideris b c superficiem ad a b, vt tota a f fiet quadrata & latus eius a e in additam b e producat g, fient notæ æstimationes, in prima quidem latus b d, in secunda dimidium a e addito aut detracto latere differentiæ dodrantis a f, & superficiei a b propositæ. At quoniam a e in c b est æquale g, & b d in d a æquale eidem g, erit a e in c b æquale c d in d a, e a igitur ad c d, vt a d ad c b, at a e maior est c d, ergo a d maior e b, cumque b c & a f quadratæ sint, erit a d æqualis d f, igitur d f maior c b, quod esse non potest: non potest igitur diuisio vna esse.

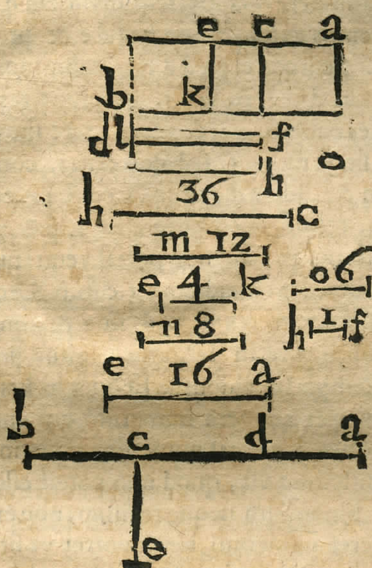
Vide supra cap. 5.



Oportet igitur vt sit superficies a b

 æqualis

æqualis numero rerum eiusmodi, vt b e pars quadrata sit, cuius latus e k in k a sit æquale g numero æquationis, & rursus sit c d æqualis a b, cui desit ad complendum quadra-



tum superficies h d, ita vt ex c h rursus in h d fiat idem g, & b erit in vtroque casu nota res: scilicet in primo e k, in secundo dimidium c h cum e a quæ potest in superficiem f l posita l c, dodrante l c. Quia ergo h c ad e k est vt a k ad d h, erit h c ad e k duplicata ad proportionem mediæ a e e k ad mediam inter h c & h f. Sit igitur m media inter h c & c k, igitur h c ad m, vt mediæ inter a c e k, quæ sit n ad mediam inter h e h e f, quæ sit o, igitur h c ad m, vt n ad o. Et erunt tres ordines coniuncti ad duo extrema e k, n, e a, e k, m, h c, & h c, o, h f.

Et rursus cum dixerit quis diuisi a b in c, & fuit c d differentia partium, ex qua in c e mediam inter partes producitur f: dico quod habebo 1. quad. quad. p̃. quarta parte quadrati f æqualia quadratis numero, quadrati dimidij a b, & ideo f non potest excedere quadratum dimidij a b, seu quartam partem quadrati a b, velut si a b sit 8. e b, f b, b a, b c, b o, 1. quad. quad. p̃. 9. æqualia 16. (quadrato 4. dimidij a b) quadratis scilicet: quare res erit ℞. v. 8. m̃. ℞. 55. & duplum eius, id est ℞. v. 32. m̃. ℞. 880. erit quãtitas c d differentiæ partium. Et ideò problema est vt cum sciam quantitatem a b, & modum inueniendi productum ex c d in c e, vt sit æquale f, si inuenero modum vt ex c d in productum b c in a c, quod est quadratum c e, fiat idem f, inuentum erit capitulum. Sed variantur partes scilicet c d & c e in vno & altero problemate.

Rursus cum ex c d differentia partium in productum a c in a b fit f, & b c sit æqualis a d erit vt ex a c in a d, & post producto in c d fiat f. ergo si c d esset media proportione inter a c & a d, esset a c diuisa in d secundum proportionem habentem mediũ & duo extrema: & si productum sic esset, esset c d ℞. cu. f, & quoniam productum a c in a d, est semper in aliqua proportione cum quadrato c d, vel maioris vel minoris, & ea sumitur in æquali proportione semper a b 1. quad. p̃. numero rerum lineæ diuisæ æqualibus quadrato eiusdem: aut 1. quad. p̃. quadrato numeri lineæ diuisæ æqualibus rebus in triplo numeri rerum vt si linea diuisa sit 10. habebo 1. quad. p̃. 10. rebus æqualia 100. vel 1. quad. p̃. 100. æqualia 30. rebus, & æstimatio semper erit eadem. Et si quadratum c d sit duplum aut triplum producto a c in a d habebimus, id est quad. p̃. multiplic. eiusdem numeri rerum æqualia multiplica quadrati eiusdem numeri, aut 1. quad. p̃. quadrato numeri eiusdem lineæ diuisæ æqualia rebus ductis per conuersum proportionis p̃. 2. Exemplum in quadrupla proportione antea fuit 1. quad. p̃. 10. rebus æqualia 100 vel 1. quad. p̃. 100. æqualia 30. rebus, hic habebo 1. quad. p̃. 40. rebus æqualia 400. vel 1. quad. p̃. 100. æqualia 60. rebus, qui numerus producitur ex 4. numero proportionis, & 2. assumpto ex regula. Et res seu æstimatio est eadem, vel si productum fuerit multiplex quadrato, assumemus contrario modo, vel 1. quad. cum rebus sumptis secundum illam partem æqualia parti eidem quadrati lineæ diuisæ: vel 1. quad. p̃. quadrato eiusdem lineæ diuisæ æqualia rebus duplo p̃. proportione eadem lineæ diuisæ: & res redit ad idem. Et exemplum est clarum.

Ex quo tandem patet quod assumpta a b, vt in præsenti capitulo, quæ sit 12. & ex c d differentia in productum a c in c b fiat 8. habemus 1. cu. p̃. 4. æqualia 36. pos. hoc enim demonstratum est: Ergo a c erit diuisa in d, eo modo vt ex a c in a d inde in d c fiat 8. & rei æstimatio erit dimidium c d: ergo c d duplum æstimationis, & residui dimidium a d vel b c, si ergo c d esset ℞. cu. 8. id est 2. erit d a ℞. 5. m̃. & c a ℞. 5. p̃. 1. & ideò tota a b ℞. 20. Si quis ergo dicat fac ex ℞. 20. duas partes, ex quarum ductu rectanguli earum in differentiam fiunt 8. habebis partes b c ℞. 5. m̃. 1. c a ℞. 5. p̃. 1. productum, quarum est 4. quod ductum in c d, quæ est differentia, & est 2. producit 8. Et habebimus 1. cu. p̃. 4. æqualia 5. rebus. Et fundamentum a b est potentia tantum rethe. Si ergo 1. cu. p̃. 6. æquatur 7. rebus res potest esse 1. & 2. vt palam est. Ergo si c d ponatur 2. habebimus posita d a 1. pos. 2. quad. p̃. 4. pos. productum a c in a d, & in e d æqualia 6. & erit a d 1. Et si ponatur c d 1. habebis 1. quad. p̃. 1. pos. æqualia 6. igitur a d est 2. quando ergo c d est 2. d a est 1. & quando c d est 1. d a est 2. Sed supposita prima ratione quod ex a c, c d, d a in continua proportione fiat 8. & c d sit ℞. cu. 8. scilicet 2. si ergo c d quadratum esset quadruplum rectangulo a c in a d hoc habet rationem hoc modo, quod enim fit ex a c in a d est æquale ei quòd fit ex c d, d a in a d



assumatur d e dupla d a, & d f quadrupla eidem quadratum igitur d e est æquale quadruplo quadrati d a, & quadratum c d est æquale quadratis c e, e d & duplo c e in e d, igitur duplum d e in e c, & est d f in c e

cum

cum quadrato e c est æquale quadruplo c d in d a, id est ei quod fit ex f d in dc semel, hoc autem est æquale ei quod fit ex f d in c e & e d, detracto igitur communi eo quod fit ex f d in c e relinquetur quadratum e e æquale ei quod fit ex f d in d e, est autem f d quadrupla d a & e dupla eidem d a, igitur c e potest in octuplum d a. Ponatur ergo e a qualiscunque numerus puta 10. cum e a sit triplum d a & c e ℞. octupli quadrati d a erit tota c a 3. p̃. ℞. 8. in numero rerum, & hoc æquatur 10. igitur res scilicet d a est diuiso 10. per 3. p̃. ℞. 8 30. m̃. ℞. 800. ergo c d residuum erit ℞. 8 10. m̃. 20. ex tota igitur a c in d a fit 300. m̃. ℞. 80000. & hoc est quarta pars quadrati c d, scilicet 1200. m̃. ℞. 320000. sicut proponebatur.

Rursus dicamus quod quadratum c d ad sexcuplum ei quod ex c a in a d assumã d f



sexcuplam, vt in priori quadruplam d a, & similiter d e mediam inter d f & d a, nam & in priori constitutione d e fuit media inter f d & d a, & assumam g e æqualem c d, sicut in priore, sed e g fuit ibi ipsa e f, hic autem est minor eo quod proportio est maior quadrupla, & tunc quadratum d e est sexcuplum quadrato d a, quia est æquale ei quod est ex f d in d a, igitur ex supposito quod fit ex d g in c e cum quadrato c e est sexcuplum c d in d a, seu æquale ei quod fit ex c d in d f, seu quadrato d f cum eo quod fit ex d f in f e, diuidamus ergo vtranque, & fient partes (vt vides) auferantur vtrinque quadrata e f & duplum d e in e f, relinquentur d f in f e, & quadratum e d æqualia quadrato c f, duplo c f in f e, & duplo c f in d e, at d f in f e est æquale ei quod fit ex e f in f e, & d e semel eo quod d f est æqualis f e & e d iunctis, igitur quadratum e d est æquale ei quod fit ex e f in

d f in f e *
Quad. e f ✠
Quad. e d.
Duplum d e in e f *

Quadratum e f ✠
Quadratum c f
Duplum c f in f e *
Duplum d e in e f ✠
Duplum c f in d e *

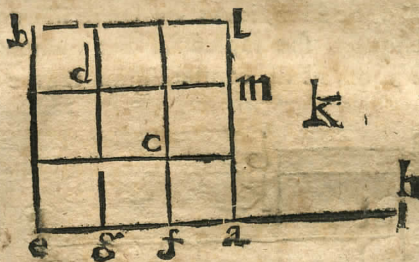
e in f e, & e d, & est tota e d. Quadratum autem e d est æquale sexcuplo quadrati d a, igitur quod fit ex e f in c d est sexcuplum quadrati d a. Ponatur ergo d a 1. pos. d fecit 6. pos. tota f a 7. pos. si igitur ponatur c a 10. vt prius erit e f 10. m̃. 7. pos. c d autem 10. m̃. 1. pos. duc inuicem fient 100. m̃. 80. pos. p̃. 7. quad. æqualia 6. quad. & ita vides quod res reducitur in quouis casu ad 1. quad. cum quadrato numeri propositi, & numerus rerum semper fit ex numero proposito, vt pote 10. in numerum proportionis p̃. 2. proportio fuit sexcupla, & id eo addito 2. fiet 8. & positiones 80. ergo reducetur ad regulam de modo sic. Proponitur linea a c 10. & proportio sexcupla, adde 2. fit 8. duc in 10. fit 80. accipe dimidium & est 40. duc in se fit 1600. aufer 100. quadratum 10. relinquitur 1500. cuius ℞. detracta à 40. efficit 40. m̃. ℞. 1500. quantitatem d a. Ergo vt ad rem deueniam si quis dicat 1. cu. p̃. 4. æquatur 12. rebus, capiam a b duplum ℞. 12. & est ℞. 48. & f corpus duplum 4. & est 8. & diuidam a b per æqualia in ℞. 12. & addam & minuam 1. pos. & fiat e b ℞. 12. p̃. 1. pos. & ℞. a e ℞. 12. m̃. 1. pos. & productum erit 12. m̃. 1. quad. ducamque illud in e d differentiam a e & e b, facta d b æquali a e, & fient 24. pos. p̃. 2. cub. æqualia 8. igitur 1. cub. p̃. 4. æqualis 12. pos. cum ergo dimidium e d sit rei æstimatio, & tota a b numerus aut potentia rhete, erit primum vt a g sit numerus aut potentia rhete. Inde vt cum ex e b in b d & in d e, fiat vt dixi f supposita b d numero vtpote 1. erunt quadrata, & res æqualia 8 hoc enim est suppositum, & habebimus 1. quad. p̃. 2. pos. æqualia 2.





Constat autem quòd proportio cubi c b ad parallelipedum c b, b d, d c est semper veluti quadrati c b ad rectangulum e c d in d b, quare c b ad latus parallelipedi eiusdem subtriplicata ei quæ est quadrati c b ad rectangulum c d in d b, at c b ad mediam inter c d, d b subduplicata ei quæ est quadrati e b ad rectangulum c d in d b, lateris igitur solidi c b, c d, d b, ad latus rectanguli e d in d b, est vt ℞. quad. $4\frac{1}{2}$ ad ℞. cu. $4\frac{1}{2}$. Con.

Cum volueris diuidere b a vt proportio eiusdem ad rectangulum a d in d b, sit viginti quadrupla, gratia exempli, diuide quadratum b a per 24. & quod exit detrahe ex quadrato dimidij b a, & ℞. residui addita & detracta à dimidio ostendit partes, vt si a b sit 10. ducam in se fit 100. diuido per 24. exit $4\frac{1}{6}$, detraho ex 25. quadrato a g relinquitur $20\frac{5}{6}$, cuius ℞. addita 5. dimidio 10. & detracta ostendit partes vtpote a d, d b, & habetur ex Euclide. Iam verò constituatur a b quadratum 7. & a c 1. & a d 4.



erit ergo a e ℞. 7. a f i, a g 2. & sit e h dupla e a, & erit ℞. 28. ℞ sit numerus k b, sit ergo cubus a c p̃. 6. æqualis 7. rebus, & item cubus a g p̃. eodem numero 6. æqualis 7. rebus. Quia ergo a b est 7. erit corpus a b posita a f altitudine & re 7. res, hoc autem corpus æquale est 1. cu. id est cubo a f cum

cum b, est autem i gnomo l c b f iuxta altitudinem a f, & similiter corpus ex a b in a g est æquale gnomoni l d b g in a g, cum cubo a g, quare gnomo l d b g in a g est 6. Igitur diuisa erit bifariam a b superficies, vt ex latere vnius partis in reliquam fiat seu b. Et item diuisa erit bifariam e h in a per æqualia, vt ex a f & a g, ductis in quadratum a e, seu productum a h in a e fiant 7. res: quia a b iam supponitur 7. & a f & a g res. Et rursus diuisa erit c h bifariam in f & in g, vt productum b f in f e sit æquale gnomoni l c b f & in g, vt productum l g in g e, sit æquale gnomoni l d b g. vnde vnum quodque horum per primam partem huius ductum per differentiam à medietate, id est h f in f e per f a, & h g in g e per g a, producit eundem numerum k seu b. Iam verò sit cubus & 8. æqualis 8 rebus res 2. erit vt ducas 1. dimidium 2. in se fit 1. triplica fit 3. deducito numero rerum, relinquitur cuius ℞. m̄. 1. dimidio prioris æstimationis ℞. 5. m̄. 1. est secunda æstimationis ℞. 5. m̄. 1. est secunda æstimatio. Ponam ergo f numerum 8. & a b 2. primam

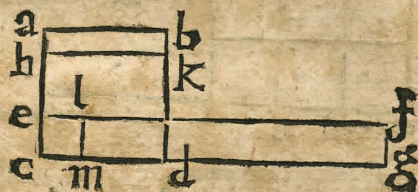
Per demonstrat. 5. secūdi. Elem.
Per 13. Cap. Art. mag.

f num. 8



æstimationem, & b d ℞. 5. m̄. 1. secundam æstimationem, & ideo posita, b c erit c d ℞. 20. dupla ipsi c d, & a e ℞. 5. m̄. 1. æqualis b d, ponam ergo a d ℞. 5. p̄. 1. pos. a e ℞. 5. m̄. 1. pos. ductæ inuicem producunt 5. m̄. 1. quad. duco in a b fiunt 10. pos. m̄. 2. cu. æqualia 8. igitur 1. cu. p̄. 4. æqualia 5. & res est eadem 2. & ℞. 5. m̄. 1. ergo sub eisdem æstimationibus fit transitus, sed non sine cognitione prioris æstimationis per quam deuenio ad scientiam d e, quæ est ℞. 20. Dictum est etiam suprà quod si capiam duplum ℞. numeri rerum, & est ℞. 32. & diuidam in ℞. 8. p̄. 1. pos. & ℞. 8. m̄. 1. pos. fiet 8. m̄. 1. quad. & ducto in 2. pos. fient 16. pos. m̄. 2. cu. æqualia 16. & redibit a d 1. cu. p̄. 8. æqualia 8. rebus. In hac igitur per non nota inuenitur aliquid nouum in illo per nota inuenitur aliquid, sed est idem, nam c d supponitur in priore ℞. 32. hic ℞. 20.

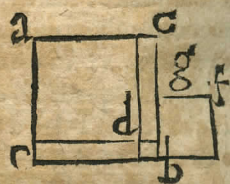
Rursus proponātur duæ superficies æquales rectangulæ a b c d & c e f g, & sint æquales numero rerum, & sint quadrata in eis c h k d & c e l m, ita vt ex latere illorum in reliquum suæ superficiei fiat numerus idem, qui sit .n. constat igitur tam c e



quam c a esse rei æstimationem, cumque ex c e in l g fiat n, & ex c h in h b, idem n, fient etiam ex g m in m e, & ex a h in h d, quare g m ad a h duplicata ei quæ est h c ad c e: igitur posita g m prima, a h quarta, c h secunda, c e tertia, erit ergo quod fit ex prima & tertia in tertiam, scilicet superficies e g, æqualis ei quod fit ex secunda & quarta in secundam, scilicet superficies a d. Et rursus quod fit ex prima in quadratum tertiæ æquale ei quod fit ex quarta in quadratum secundæ. Constituetur igitur problema sic: Sunt quatuor quantites ordinatim a b c d, quarum proportio a ad d est duplicata ei quæ est b ad c: & quod fit ex a c in c est æquale ei quod ex d b in b, & quod fit ex a in quadratum c est æquale ei quod fit ex d b in b. Ex quibus sequitur quartū, quòd proportio eius quod fit ex a in quadratum c, ad id quod fit ex a c in c, est veluti eius quod fit ex d in quadratum b ad id quod fit ex d b in b. Et permutando etiam, sed illud est perspicuum cum sit proportio æqualis ad æquale.

| a
| b
| c
| d

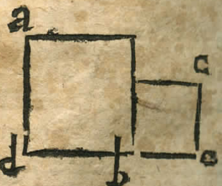
Dico præterea quòd regula Artis magnæ quæ docet assumere radicem aggregati ex numero rerum, & numero æquationis diuiso per illam ℞. sola est generalis illi capitulo, & est demonstrata ibi. Et est origo eius ex triangulo orthogonio nam si sit cubus b c æqualis rebus iuxta numerum a d, & numero g, erit ergo ex communi animi sententia g ex b c in gnomonem c d e, fiat ergo b f quadratum æquale c d e gnomoni, eritque cubus b c, æqualis b c in a d b f, sed quadratum b c, quod est a b, æquale est a d & b f, igitur latera a d & b f continent rectum contensum b c. Hæc igitur æstimatio satisfacit in omni æquatione seu numerus rerum sit paruus seu magnus.



Caput XLI.

De difficillimo problemate quod facillimum videtur.

Nihil est admirabilibus quam cum sub facili quæstione latet difficillimus scrupulus, huiusmodi est hic: quadratum a b cum latere b c est 10. & quadratum b c cum latere b d est 8. quæritur quantum sit vnum horum seu latus seu quadratum? Quia ergo a b c est 10. & a b 1. quad. erit b e 10. m̄. 1. quad. igitur b c 100. m̄. 20. quad. p̄. 1. quad. quad. igitur c b d erit 100. m̄. 20. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. quad. quad. & hoc est æquale 8. quare 1. quad. quad. p̄. 92. æquatur 20. quad. m̄. 1. pos. adde 19. quad. vtrinque fient 1. quad. quad. p̄. 19. quadrat. p̄. 92. æqualia 39. quad. m̄. 1. pos. detrahe $1\frac{3}{4}$, erunt 1. quad. quad. p̄. 19. quad. p̄. $90\frac{1}{4}$ æqualia 39. quad. m̄. 1. pos. m̄. $1\frac{3}{4}$, inde adde 2. pos. p̄. 1. quad. vtrinque

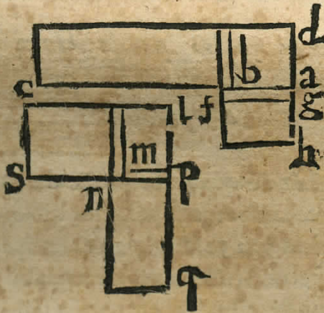


que vt in Arte magna, & videbis difficillimam quæstionem.

CAPVT XLII.

De duplici æquatione comparanda in capitulo cubi & numeri æqualium rebus.

ET proponatur cubus & 4. æquales 6. rebus, & rei æstimatio est 2. & altera ℞.3. m̄. 1. & rursus ponatur cubus, & 10. æqualia 9. rebus, & æstimatio est idem 2. altera ℞.6.m̄.1. & manifestum quod prior æstimatio, scilicet maior satisfacit diuersis, imò infinitis problematibus. At in reliqua fieri nullo modo potest, vt neque in vna cum neutra fuerit numerus velut pro 1.cu. p̄.12. æqualibus 34. rebus 3.p̄.℞.7. neque 3.m̄.℞.7. nam posita re vtpote 3. m̄.℞.7. cubus est semper 90.m̄.℞.8092. ergo ℞.nō potest continere ℞. nisi 34. vicibus, igitur,



1 cu. p̄. 4. æqualis 6. pos. k. numer.4.	a
	b e
	c g
	d f
1. cu. p̄. 10. æqualis 9. pos. k. num.10.	

cubus ille cum numero non potest æquari alteri numero rerum quam 34. & hoc est valde admiratione dignum Dispositis ergo f d & n l æqualibus, scilicet 4. quadrato 2. & a b ℞. 3. m̄.1. & m o ℞.6. m̄. 1. ponam a æqualem g d, b æqualem b c, c æqualem g h, d æqualem a b, e æqualem a q, f æqualem m o, g æqualem n f. Ex his sequuntur quinque principalia.

Cor.1. Si quadratum a auferatur ex numero rerum, & cum residuo diuidatur numerus æquationis prodibit ipsum a communis æstimatio, veluti 1. cu. p̄.4. æquatur 6. rebus, & 1.cu.p̄.10. æquatur 9. rebus, & communis æstimatio quæ est a est 2. duco in se fit 4. detraho ex 6. & 9. numeris rerum, relinquuntur 2. & 5. diuido 4. numerum æquationis primæ per 2. & 10. numerum æquationis secundæ per 5. exit 2. in vtroque scilicet ipsum a

Cor.2. Sequitur etiam quod cum ex dictis fiant, ex g & c in quadratum a k, & k numeri

Ex fine 40. cap. æquationis, vt sit g ad c, vt q ad ℞. & quia quod fit ex e in quadratum a, est æquale ei quod fit ex b in quadratum d, & ex g in quadratum a æquale ei quod fit ex e in quadratum f, erit quod fit ex b in quadratum d, ad id quod fit ex e in quadratum f, velut c ad g. Et est probatum exemplum ex 7. m̄. ℞. 24. quod est quadratum f in $3\frac{4}{5}$ p̄. ℞.$3\frac{21}{25}$ fit 10.

Rursus quia quod fit ex c & a in a est Cor 3.
æquale ei quod fit ex b d in d, & ex g a in a, Per eandem.
ei quod ex e f in f, erit quod fit ex b d in d ad id quod ex e f in f, velut c ad g, fit enim ex b d in d ℞. 12. & ex e f in f ℞.75. & est proportio vt 1. ad $2\frac{1}{2}$.

4.p̄.℞.12.	1.℞.3.m̄.1.		
2. b	c	d	
a.e	g	f	
		℞.6.m̄.1.	

Cumque æstimatio (vt dixi) non potuerit esse communis pluribus numeris rerum, Cor.4.
& numeris æquationis commutabitur necessariò, si fuerit binomium in suum recisum, & ita habebis & secundam æquationem & numerum communem qui erit idē, velut 1. cu. p̄.12. æqualis 34. rebus: non se offert primò illa pars quæ ducta in ℞. alterius. efficit 12. sed est tamen 18. p̄.℞.252. alia est 16. m̄.℞.252. cuius ℞. est. 3. m̄.℞. cum ergo habes 3.m̄. ℞. duc in se & fit 16. m̄. ℞.252. & quia ℞. est sexta pars ℞.252. ideo oportet assumere numerum sexcuplum ad 3. & est 18. cum ℞.252. per p̄. & addere ad 16. m̄.℞.252. habes 34. ad vnguem. Et vicissim si habueris 3. p̄.℞.7. habebis quadratum 16. p̄. ℞. 252. & ita reliquus erit sexcuplus ad 3. p̄. ℞.7 sed ℞. erit m̄. ideoque 18. m̄. ℞. 252. & ita vicissim inuenies ex æstimatione partes, vna erit quadratum, alia erit multiplex vt ℞. radicis, sed contrario modo binomium pro reciso, & recisum pro binomio.

Iam ergo habes duos ordines æstimatio- Cor.5.
num: primus cum eadem æstimatio est communis aliis numeris rerum & æquationum, & inuenire licet illos ducendo in se, detrahendoque à quouis numero, & cum residuo diuidere alium numerum, vt prodeat eadem æstimatio: vt in primo corollario. Secundus, cum æstimatio est binomium vel recisum, & ducitur in se, & detrahitur à numero aliquo, ita vt residuum habeat eandem proportionem ad partem, quæ est numerus, quam ℞. quæ est pars quadrati ad ℞. quæ est pars æstimationis: & illa proportio est duplum numeri æstimationis semper, ideo numerus ille est semper duplum quadrati numeri æstimationis, vt in quarto seu præcedenti corrolario: velut si numerus æstimationis fuerit 2. erit talis numerus 8. si 3. 18. si 4. 32. & ita deinceps, reliquus autem numerus erit compositus ex quadratis partium æstimationis, vt si partes sint 3. p̄.℞.7. vel m̄. ℞.7. erit 16. igitur totus numerus erit 34. Ergo tertius modus qui quæritur erit diuersus ab his, & non erit per viam recisi & binomij, neque vt eadem æstimatio seruiat pluribus, velut in margine vides, quod singulis sunt duæ æstimationes in 1.cu.p̄.20. æquali 15.pos. neutrū contingit, non primum, quia 2. est minus, & 3. est maius, neque potest esse pars numeri. Nec secundum, quia oporteret vt addito 1. vel 10. ad 15. ℞. 16. vel 25. diuidendo 20. produceret idem 1. vel 10. & non fit, nam exeunt 4. vel 5.

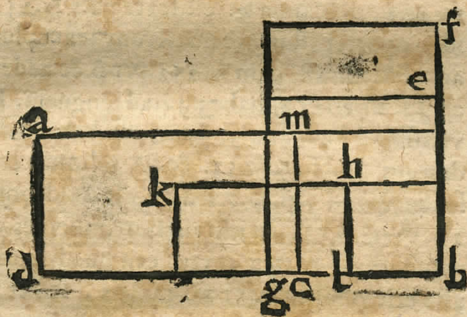
1.cu.p̄.4.

1. cu. p̃.4.	2.	6. pos. ℞. 3. m̃. 1.
1. cu. p̃.6.	2.	7. pos. 1.
1. cu. p̃.8.	2.	8. pos. ℞. 5. m̃. 1.
1. cu. p̃.12.		34. pos.
3. p̃. ℞. 7.		
3. m̃. ℞. 7.		
1. cu. p̃.20.		15. pos.

CAPVT XLIII.

De comparatione numeri æquationis ad partes numeri rerum.

SIt a b superius 12. & ex b c latere tertiæ partis in c a fit 16. maximum quod esse potest. Sit ergo b f æqualis a b, & quadrata superficies g e, ex cuius latere in residuum e f fiat 8. & hæc diuisio est quam quærimus. Sit ergo b k, cuius tertia pars



sit quadratum b h, ex cuius latere in residuum esset, fiat 8. erit ergo b l ℞. cu. 4. b h ℞. cu. 16. l k ℞. cub. 128. qua ducta in b l fit ℞. cu. 512. scilicet 8. Igitur tota b k est cu. 432. Habemus ergo duo nota b c in c a, sed productum non est 8. b l in l k, quorum productum est 8. sed b k non est 12. & b g in e f, & est 8. & b f 12. sed non est nota diuisio facta in e. Proportio ergo a c ad k l, est vt quadrati b c ad quadratum b l, quare vt b c ad b l duplicata: cum verò proportio solidi b c in c a, sit dupla ad solidum ex b l in l k, erit c a ad l k velut quadrati proportionis ad ℞. cub. quad. quad. proportionis, & b c ad b l, vt proportionis ad ℞. cu. quad. proportionis. Proportio autem k l ad e f, est vt c b ad b l, quare b e ad b l
Per 34. vndecimi El. duplicata ei quæ est k l tetragonici a ad e f tetragonicum. Habet ergo diuisio b k per l h proportionem notam in omnibus partibus, vt liquet cum b a diuisa in c: & habet etiam proportionem notam cum b f, diuisa in e, quia vt dixi proportio k l ad e f, vt e b ad b l, est autem e g ad b h duplicata ei quæ est e b ad b l. Si ergo coniungantur hæ proportiones, quoniam extremorum componitur ex intermediis, & maximè quod differentia e g & a c est æqualis differentiæ quadrati b c & e f, seu gnomo e m g æqualis differentiæ a c & f e.

CAPVT XLIV.

Quomodo diuidatur data linea secundum proportionem habentem medium, & duo extrema in corporibus.

SIt data a b diuisa in c, vt ex a b in quadratum a c fiat cubus b c, igitur b c posita 1. quad. & ponamus a b 4. erit 1. cu.

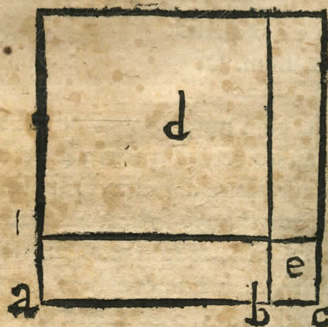


quad. æqualis 64. m̃. 32. quad. p̃. 4. quad. quad. igitur ℞. radici 1. cu. p̃. 2. quad. æqualis 8. cuius æstimatione habita quadratum est quantitas b c quæ quærebatur.

CAPVT XLV.

Quomodo partes diuisæ lineæ corporibus & quadratis inuicem comparentur,

ET sint d e quadrata 26. & d e cubi 126. & compleatur superficies quadrata, & erit cubus p̃. 252. duplo 126. semper æqualis 78. rebus triplo numeri æqualis quadratis deiunctis: Et hoc ex regula posita a c 1. pos. fient enim partes $\frac{1}{2}$ pos. p̃. ℞. v. 13. m̃. $\frac{1}{4}$ quad. & $\frac{1}{2}$ pos. m̃. ℞. v. 13. m̃. $\frac{1}{4}$ quad. quæ deductæ ad cubos ostendunt quod dixi.



Et rursus si ponantur d e quadrata 26. & corpora ex d in b c bis, & b in a b bis, 60. erit 1 cu. æqualis 26. rebus numero quadratorum, & 60. duplo producti mutui, & res est in capitulo. Iam ergo ex hoc supposito sciemus quanta sit a c, quæ est b, & partes & æstimationem cubi p̃. 252. æqualium 78. rebus, quo proposito accipiemus $\frac{1}{3}$ 78. & $\frac{1}{2}$ de 252. & conuertetur quæsitum in duo quadrata quæ iuncta faciunt 26. & duo cubi qui sunt 126. Et quia propositum est quod productum vnius in alterum mutuo est 30. si hoc sciremus manifestum esset capitulum. Sunt ergo quatuor, quantitas a c, & est 6. quantitas d e, & est 26. quantitas corporum mutuorum, & est 30. quantitas cuborum, & est 126. Illud accedit quod si dicam quadrata sint 25. & cubi non poterunt esse

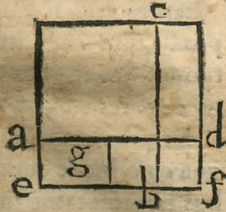
eſſe maiores 125. cubo 5. ℞. 25 igitur cum neque poſſint eſſe minores ℞. $7812\frac{1}{2}$ duplo, ſcilicet cubi ℞. medietatis 25. quæ eſt ℞. $12\frac{1}{?}$ vt ſit circumſcripta inter 88. qui eſt ℞. fermè $7812\frac{1}{2}$ & 125. & præter id cum dico 1. cub. æquatur 6. rebus p̄. 9. manifeſtum eſt quod numerus 9. datur cubis non parallelipedis, vt etiam hic, ideò erit nota pars huius capituli cubi & numeri æqualium rebus. Et eſt valde dignum conſideratione: nam vt ſtatuantur cubi æquales 126. & quadrata 26. vt dictum eſt, poterimus loco 26. aſſumere quemcunque numerum minorem pro quadratis vſque ad 14. vt dicamus, quadrata d e ſint 14, vel 15. vel 16. & ita ad 25. vſque & cubi ſint 126. igitur ex regula præſenti cubus p̄. 252. æquabitur 42. rebus vel 45. vel 48. & ita vſque ad 78. & ita in intermediis eadem ratione ſcilicet 43, 44, 46, 47, rebus, & ita de ſingulis, & variato numero 252. habebimus alios, ergo habita hac regula, habebimus capitulum perfectum. Et tamen (vt dixi) in ſuppoſito habemus partem regulæ notam.

Et ſanè hoc eſt (vt in exemplo maneamus) iam notum quod ſi quis dicat cubi a b b c ſunt 126. quadrata 26. quod numerus tribuitur cubis, & ſi 26. eſſet numerus rerum aut numerus mutuorum ſolidorum, iam omnia eſſent nota. Et rurſus, ſi dico quod 30. eſt numerus ſolidorum & 26. rerum iam habeo 1. cu. æqualem 26. rebus p̄. 60. & res eſt nota. Et ſi dico quadrata ſunt 26. & parallelipeda 30. deuenimus ad 1. cub. quad. p̄. 2028 quad p̄. 3120. poſ. æqualia 104. quad. quadrat. p̄. 3600. & hac via non habemus capitulum. Et mirum eſt quod cum aſſumimus 26. pro numero rerum, & 60. pro ſolidis, aut 30. hic numerus tranſeat in cubos quamuis ſit mutuorum ſolidorum: & cum accipitur numerus pro cubis, & quadrata pro alio numero, hæc tranſeant in res, & numerus cuborum in reſiduum rerum detracto cubo, quaſi numerus rerum componatur ex tribus cubis.

Capvt XLVI.

Quomodo propoſito rectangulo, & cubis laterum eius habeamus totum cubum.

ET proponatur rectangulum a b putà 4. & cubi laterum a c, b d 20. dico cubum notum eſſe, quia enim cubi a c, b d ſunt 20. oportet facere ex 20. duas partes, quarum ℞. cu. ductæ inuicem faciant 4. ſuperficiem a b, igitur cubi inuicè ducti facient cubum 4. qui eſt 64. partes



igitur, id eſt cubi a c, b d ſunt 16. & 4. & ℞. cu. earum ſunt latera a b igitur cubus totus eſt 20. p̄. ℞. cu. 27648. p̄. ℞. cu. 6912. Et ſi ponantur a c b d nota vt quantitas rerum & corpora a b c d iuxta altitudinem, erunt duo tantum, quia ſub numero rerum a c b d vt pote 13. continentur duo mutua & reliqua quatuor ſub a b & c d id eſt ſub 60. igitur a c & b d numerus rerum ſi fuerit paruus, erit capitulum per ſe notum ex regula Artis magnæ: ſi autem fuerit magnus



velut cu. 24. rebus p̄. 5. tunc ex præſenti problemate ſi poſſit reduci ad hoc, vt ſeparentur mutua erit propoſitum neceſſarium, ſcilicet vt accepto dimidio 5. & eſt $2\frac{1}{2}$ inuenias duos numeros qui producant $2\frac{1}{2}$ diuiſum per rem, & eorum cubi faciant 24. m̄. $2\frac{1}{2}$ id eſt $21\frac{1}{2}$ nam vt dixi in 24. continentur cubi ambo a c b d & duo mutua. Iſtud ergo non eſt per ſe notum: inuenias numerum qui diuiſus producat 6. tanquam ſuperficiem a b, & ipſe ſit æqualis cubis a b & c d duobuſq; mutuis, aut quatuor, nam poſito vno 1. poſ. altero $\frac{6}{1\,poſ.}$ erunt 1. cu. p̄. $\frac{216}{1\,cu.}$ cum 6. poſ p̄. $\frac{36}{1.\,poſ.}$ vel cum 12. poſ. p̄. $\frac{32}{1.\,poſ.}$ æqualia 65. gratia exempli, igitur 1. cu. quad p̄. 6. quad. quad. p̄. 36. quad. p̄. 216. vel 1. cu. quad. p̄. 12. quad. quad. p̄. 72. quad. p̄. 216. æqualia ſunt 65. cu. hoc ergo valde eſt obſcurum, & oporteret vt haberet ℞. cu. Verum quia ponitur 65. cu. a c & b d & duo mutua & æquantur duo cubi cum duobus mutuis a c & b d in e f, vt nuper dixi, igitur e f quæ eſt res in a c, & b d eſt 65. at e f in a b eſt 6. res ex ſuppoſito, & in c d 6. res, quoniam a b & c d ſunt æquales, quia ſunt ſupplementa circa diametrum, igitur e f in a b, c d ſunt 12. res, & e f in a c, b d 65. & e f in a c, b d, a b, c d complet cubum e f, igitur cubus e f æquatur 12. rebus p̄. 65. & res eſt nota, puta 5. ex qua habetur æſtimatio illa fac de 5. duas partes quæ producant 6. & erunt 3. & 2. erit ergo res $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{4}$ vel $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{1}{4}$, & hæc erit æſtimatio 65. cuborum æqualium 1. cu. quad. p̄. 6. quad. quad. p̄. 36. quad. p̄. 216. nam 65. cu. ſunt in vna 1755. in alia 520. & tantundem ſunt illæ quantitates, proba & inuenies.

Ex hoc habetur quod cum 1. cu. quad. p̄. quad. quad. p̄. quad. p̄. numero in cõtinua proportione fuerint æqualia cubis tunc habebis 1. cu. æqualẽ rebus duplo numeri quad. quad. cum numero cuborum: & inuenta æſtimatione fac duas partes, quæ producant numerũ quad. quad. & partes vtriq; erunt æſtimationes 1. cu. quad. p̄. quad. quad. p̄. quad. p̄. numero æqualibus numero cuborum. Velut ſi dicas 1. cu. quad. p̄. 9. quad. quad. p̄. 81. quad. p̄. 729. ſunt æqualia 100. cu. Dices ergo 1. cu. æqualis eſt 18. poſ. p̄. 100. & rei æſtimatio eſt ℞. v. cu. 50. p̄. ℞. 2284. p̄. ℞. v. cu. 50. m̄. ℞. 2284. Ex hac facito duas partes quæ inuicem ductæ producant 9. & quælibet illarum partium eſt æſtimatio quinomij illius propoſiti. Et proponatur rurſus 1. cu. quad. p̄. 12. quad. quad. p̄. 72. quad. p̄. 216. æqualia 95. cu. ſuperficies a b ſit b vt prius, & ſit 95. æquale duobus cubis, & quatuor mutuis corporibus quæ fiunt ex e f in ſuperficiem a c d b, adeò vt ex e f in eam fiat 95. igitur ad complendũ cubũ deeſt quod fit ex e f in a b, & a b eſt 6. ideò & a b eſt 6. igitur quod fit ex e f in a b eſt 6. res, igitur 1. cu. æquatur 6. rebus p̄. 95. & res eſt 5. vt prius fac de 5 duas partes, ex quarum ductu vnius in alteram fiat 6. dimidium 12. numeri quadratorum, & erunt partes 3. & 2. & ita 1. cub. quad. p̄. 12. quad. quad. p̄.

72.quad.p.216.æqualia 95.cub.& res est 3. vel 2. experiare & inuenies

Et eodem modo dicemus si corpus illud sit ex duobus cubis, & quatuor mutuis & tertia parte duorum mutuorum, & sit gratia exempli 105. totum illud, & quia ex c b in b f fit a b quod est 6. erit e g 4, igitur e g in e f 4. res ergo 1. cub. equalis 4. rebus p. 105. & res est, 5. quia ducendo per primam viam peruenimus ad 1. cu.quad p.14. quad.quad.p.84. quad. p. 216. æqualia 105. cu. Ideo faciemus ex 5. re duas partes, ex quarum ductu producantur 6. qui 6. habentur ex 14. diuidendo per $2\frac{1}{3}$ numerum mutuorum corporum duorum, vel ex 216. quia semper erit ℞. cu. eius, vel etiam diuiso numero quadratorum scilicet 84. per numerum quad. quad. qui est 14. & ita si numeri erunt dispositi hoc modo, vt secundus sit talis pars tertij vt sit ℞. cu. quarti, erit regula generalis, sed ita vt quantitas e g varietur. vt oporteat problema ita construere: sunt duæ quantitates ex quarum ductu producitur 6. & aggregatum cuborum cum duplo & sexta parte mutuorum est 100. tunc inueniemus superficiem e g 5. & erit cubus æqualis 5. rebus p̄. 100. & ita habebimus e f, & partes producentes a b, & hic est primus modus & facilis. Sed si proponantur prius 1. cu. quad p. 13. quad. quad. p. 78. quad. p. 216. æqualia 100. tunc quia tu nescis 100. quibus partibus æquetur, sed solum habes 6. ℞. cu. 3. seu quod prouenit diuiso 78. per 13. & diuiso 13. per 6, exit $2\frac{1}{6}$ abiice igitur relinquetur $\frac{1}{6}$ sume $\frac{1}{6}$ de 6. relinquetur 5. & habebis 1. cu. æqualem 5. rebus p. 100. vt prius, vnde nota erit e f. Et ita si dixeris 1. cu. quad. p. 15. quad. quad. p. 90. quad. p. 216. æquatur 120. cu. accipe ℞. cu. 216. quæ est 6. seu diuiso 90. per 15. & diuide 15. per 6. exit $2\frac{1}{2}$ abiice 2 remanet $\frac{1}{2}$ sume dimidium 6. quod est 3. abiice 3. ex 6. relinquitur 3, dicemus ergo quod 1. cu. æquatur 3. pos. p. 120. igitur res erit ℞. cu. 60. p. 3599. p̄. ℞. cu. 60. m̄. ℞. 3599. hanc ita diuidemus vt producant 6. numerū primo inuentum vt infrà demonstrabimus.

Nota quòd in huismodi æstimatione non solum necessarium est, vt numerus putà 65. vel 95. vel 100. aut 120. sit magnus comparatione numeri rerum quæ assumuntur, sed oportet vt res inuenta possit in duas partes quæ producant ℞. cub. numeri æquationis quæ fuit in exemplis assumptis 6, aliter quæsitum est falsum & impossibile.

Capvt XLVII.

Quòd diuisa superficies seu corpus latera habet maiora latere totius.

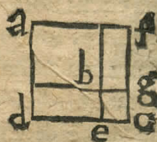
Sit quadratum a b c d seu cubus, & sit diuisum quomodolibet in e f dico quòd latera c e & e d, seu cubica seu quadrata pariter iuncta sunt maiora a b, nam latus a f est medium inter a c & a e, igitur cum a c sit maior a e, erit latus a f maius a e, & similiter latus d e medium inter b d & d f. igitur cum b d sit maior d f, erit latus d e maius c b, quare latera a f f b iuncta maiora a e, c b simul iunctis, & hoc est quod voluimus. Similiter in cubo, nam latera sunt media secundo ordine inter a c & c e, & inter b d & d f, vt demonstratum est ab Euclide in vndecimo Elementorum, ideò erunt maiora a e & c b. Sed ex hoc sequitur quod in cubo æquali rebus & numero æstimatio rei est semper maior ℞. cu. numeri: & etiam quia talis æstimatio est ℞. cu. cubi. qui est maior numero cum sit æqualis rebus ipsis etiam vltra numerum.



Capvt XLVIII.

De quadratorum quantitate & mutuis corporibus cognitis.

Animaduertendum quòd si duo quadrata a b b c sint nota vt pote 13. & mutua quatuor sint 60. & velim efficere corpora solida ad altitudinem totius, illa erunt 13. res p̄. 60. æqualia cubo, & tunc 13. continebunt cubos a b b c, & insuper duo mutua: sed quia ex capitulo proprio supponitur quod 13. res contineant tria mutua, & 60. cubos, ideò in æstimatione quærenda fiet res ℞. v. cub. 30. p̄. ℞. $808\frac{7}{8}$ p̄. ℞. cub. 30. m̄. ℞. $808\frac{7}{8}$ Et ideo non erunt 3. & 2. tamen totum erit, cum autem dixero quod ex quadratorum a b b c, lateribus fiant mutua 30. tunc erit c d latus diuisum aliter scilicet in 2. & 3. Ideo cum dicimus 1. cu. æquatur 13. rebus p̄. 60. istud seruit eisdem quæsitis, vt 60. comprehendat duos cubos tantum, vel duos cubos cum duobus mutuis, vel duos cubos cum quatuor mutuis, vel cum quatuor mutuis, & dimidio duorum reliquorum & generaliter cum omni parte: sed vt dixi æquatio tamen capituli qua inuenitur quantitas c d sumitur a c, si numerus vt 60. æqualis sit solis cubis, & hoc seruit capitulo, quomodo proposito rectangulo & cubis laterum.



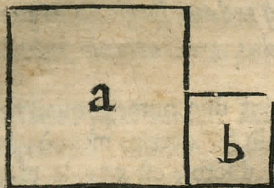
Si quis dicat 1. cu. p̄. 70. æquatur 39. rebus dices tu, igitur duo cubi sunt 35. dimidium 70. & duo quadrata 13. tertia pars 39. & ita ex hoc peruenies ad 1. cu. p̄. 70. æqualia 39 rebus per regulam de modo.

Iterum ergo si quis dicat duo cubi sunt 35. productum vnius in quadratum alterius mutuo est 30. triplicabis 30. fit 90. adde 35. fit 125. res est 5. ℞. cu. 125.

Et quoniam rursus ex dictis in Arte magna cum fuerit cubus p̄. 70. æqualis 39. rebus transmutatur in cubum æqualem totidem rebus & eidem numero, sed æstimatio prima habetur ducto dimidio secundæ æstimationis in se, & triplicato & deducto à numero rerum addita vel detracta à dimidio secundæ æstimationis ostendit primam. Cap. 13.

Adhuc ergo sit cubus p̄. 70. æqualis 39. rebus, & res est 5. vel 2. & sub eadem æstimatione maiore cubus æqualis est 13. rebus p̄. 60. & per primam considerationem

quadrata a & b ſunt 13. tertia pars 39. & cubi 35. dimidium 70. Per ſecundam autem manentibus quadratis a & b 13. mutua corpora ſunt 30. & æſtimatio eſt eadem. Et



eſt 5. & ſi eſſet $4\frac{1}{2}$ gratia exempli & quadrata a b 12. Igitur manente æſtimatione eadem & numero quadratorum partes rei eſſent $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $\frac{15}{16}$ & $2\frac{1}{4}$ m̃. ℞. $\frac{15}{16}$ Et mutua corpora erunt productum $4\frac{1}{2}$ aggregati in $4\frac{1}{8}$ productum laterum a b $18\frac{9}{16}$ igitur 1. cu. æquabitur 12. rebus p̃. $37\frac{1}{8}$ numerus verò rerum æqualium cubo & numero eſt 36 triplum 12. & numerus ipſe 70. $\frac{7}{8}$ & cubi $35\frac{7}{16}$ Oportet ergo vel ex cubo & numero rerum eodem, & æſtimatione eadem ſuppoſito numero æquationis inuenire alterum, ſed nondum cognita æſtimatione, vel ſuppoſito numero æſtimationis, & æquatione vna inuenire numerum rerum eundem. Exemplum 1. cub. p̃. 70. & 1. cu. æqualis 60. & oportet vt eadem quantitas, quæ eſt 13. ſatisfaciat vtrique ſcilicet 35. pro dimidio 70. & 30. pro dimidio 60. Hoc autem eſt notum per ſe, quoniam addo ad 60. dimidium ex dictis fit 90. addo ad 90. 35. dimidium 70. fit 125. cuius ℞. cu. eſt 5. æſtimatio vtrique ſatisfaciens, fac ex 5. duas partes, quarum cubi ſint 35. ex dictis in arte erunt partes 3. & 2. quarum quadrata ſunt 13. numerus rerum vnus alter 39. triplum 13. pro altero.

Capvt XXXXIX.

De quibuſdam æquationibus & modis extra ordinem.

Cvm fuerit cubus æqualis 6. rebus p̃. quouis numero putà 40. tantum fit diuiſo 40. per 4. rei æſtimationem, exit 10. quantum ducta æſtimatione in ſe fit 16. detracto numero rerum qui eſt 6. relinquitur 10. Ergo poſito cubo æquali 6. rebus p̃. 20. æſtimatio quæſita, ſi diuidatur 20. per a erit quod prouenit, & eſt $\frac{20}{a}$ æquale quadrato ipſius a m̃. 6. igitur diuiſo 40. per ſuam æſtimationem id eſt 10. ſe habet ad $\frac{20}{a}$ ſicut ducta æſtimatione quæ eſt 4. in ſe, & deducto a ad quadratum a deducto 6. Cum enim cubus fiat ex æſtimatione in ſuum quadratum, igitur deducto quod fit ex diuiſione numeri per rem ex quadrato rei, relinquetur numerus rerum: ergo viciſſim deducto numero rerum ex quadrato æſtimationis relinquitur quod exit. Si quis dicat diuide 6. in duas partes quæ ſint in proportione ℞. cub. 3. clarum eſt quod poteſt fieri ex tertio libro, diuidendo per ℞. cub. 3. p̃. 1. & eſt ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3. p̃. 1. & ductum in ſuum binomium producit 4. & in 6. fit ℞. cu. 19. m̃. ℞. cu. 648. p̃. 6. diuide per 4. exit ℞. cu. $30\frac{3}{8}$ m̃. ℞. cu. $101\frac{1}{8}$ p̃. $1\frac{1}{2}$

Aliter ergo ponemus vnam partem 6. m̃. 1. poſ. aliam 1. poſ. proportio ℞. cub. 3. igitur duc. 1. poſ. in ℞. cu. 3. fit poſ. ℞. cu. 3. duc ad cu. fit 3. cu. & hoc eſt æquale cubo 6. m̃. 1. poſ. qui 216. p̃. 18. quad. m̃. 108. poſ. m̃. 1. cu. igitur 1. cu. p̃. 27. poſ. æqualia ſunt $4\frac{1}{2}$ quad p̃. 54. Igitur per regulam 1. cu. p̃. 20. $\frac{1}{4}$ poſ. æquatur $20\frac{1}{4}$ numero, igitur cubus tertiæ partis rerum eſt $307\frac{15}{64}$ adde quadratum dimidij numeri æquationis fit $410\frac{1}{16}$ igitur rei æſtimatio eſt ℞. v. cu. ℞. $410\frac{1}{16}$ p̃. $10\frac{1}{8}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $410\frac{1}{16}$ m̃. $10\frac{1}{8}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ at illæ radices æquiualent prædictis, quia ℞. $410\frac{1}{16}$ eſt $20\frac{1}{4}$ igitur addendo & detrahendo $10\frac{1}{8}$ fiunt ℞. cu. $30\frac{3}{8}$ m̃. ℞. cu. $10\frac{1}{8}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ vt prius. *Cap. 18. Art. mag.*

Ex hoc patet quòd cum habueris 1. cu. p̃. rebus æqualia quadratis p̃. numero, tum debes diuidere numerum rerum per numerum quadratorum & numerum qui exit duces ad cubum, & eum diuides per numerum æquationis, & cum eo multiplicabis totum quadrinomium, & quod ſupereſt in numero abijce ab vno, & illud ſerua, deinde, diuide ℞. cub. numeri iam inuenti in duas partes quæ ſe habeant in proportione numeri abiecti per primum modum, & habebis æſtimationem quæſitam. Exemplum habes iam propoſitum: ſit 1. cub. p̃. 27. rebus æqualis $4\frac{1}{2}$ quad. p̃. 54. diuide 27. per $4\frac{1}{2}$ exit 6. duc ad cubum fit 216. tum diuide per 54. numerum æquationis exit 4. duc in ſuperiorem habes 4. cu. p̃. 108. poſ. & 18.

1. cu. p̃. 27. æqual.	$4\frac{1}{2}$ quad. p̃. 54.
	4.
cu. p̃. 108. poſ.	18. quad. p̃. 216.
3	216 p̃. 18. quad. m̃. 108. poſ. m̃. 1. cu.
℞. cu. 3.	6. diuidendum

quad. p̃. 216. abijce quicquid eſt ſupra 1. cu. & eſt 3. & relinquentur 216. p̃. 18. quad. 108. poſ. m̃. 1. cu. cape igitur ℞. cu. 3. & etiam ℞. cu. 3. & ei adde 1. pro regula fit ℞. cu. 3. p̃. 1. diuide 6. per ℞. cu. 3. p̃. 1. per priorem modum exibit æſtimatio quæſita 1. cu. p̃. 27. poſ. æqualium $4\frac{1}{2}$ quad. p̃. 54. Sed hæc conuerſio non eſt generalis niſi cum ducto numero qui prodit ex diuiſione cubi in numerum quadratorum conſurgit numerus triplus ad ℞. cub. numeri, ſeu ad numerum qui prouenit ex prima diuiſione.

Capvt L.

De ſolidis radicibus & earum tractatione.

Cvm voluero diuidere 6. vt fiat ℞. ſolida 9. duc. 6. in ſe fit 36. diuide 9. per 36. exit $\frac{1}{4}$ & hæc eſt prima pars, ſecunda igitur erit $5\frac{3}{4}$ nam ex cubo $\frac{1}{4}$ & duplo quadrati $\frac{1}{4}$ in $5\frac{3}{4}$ & quadrato $5\frac{3}{4}$ in $\frac{1}{4}$ iunctis fit 9. *Regula prima.*

2 Cum volueris habere radicem ſolidam 50. in proportione 3. ad 2. gratia exempli, cape 1.& $1\frac{1}{2}$ in proportione 3.ad 2.ita quod in illis ſit vnitas, iunge igitur 1. & $1\frac{1}{2}$ fit $2\frac{1}{2}$ duc in ſe fit $6\frac{1}{4}$ diuide 50. per $6\frac{1}{4}$ exit 8.cuius ℞.cu.quæ eſt 2. eſt pars prima ℞.ſolidæ 50.

3 Cum volueris habita prima parte ℞. ſolidæ habere ſecundam in partibus cognitis primæ & ſecundæ vt pote 8 & 24.accipe ℞. cu.primæ, quæ eſt 2. & tum ea ducta in ſe & fit 4. diuide dimidium 2. & quod exit eſt quæſitum 533.

4 Cum volueris habita prima & tertia quãtitate veluti 8. & 18. habere ℞.ſolidam,tu ſcis quod prima pars eſt ſemper ℞.cu.primę partis 8. quæ eſt 2. diuide 18. exit 9. cuius ℞. quadrata quæ eſt 3. eſt pars ſecunda.

5 Cum volueris habita ſecunda & tertia parte habere ℞. ſolidam, tunc accipe dimidium ſecundæ partis vt pote 12. quod eſt dimidium 24. & ex cap. 28. Artis magnæ habebis eas.

6 Cum volueris habita prima parte & tertia, & aggregato comparare ℞. inuicem, ſcias quod ℞. quadratæ partium extremarum, vt pote 8. & 18. ſunt partium ſolidæ 1.2. & 3.quę ſunt ℞. ſolidæ 8. & 18. item ipſarum partium accipiendo dimidium ſecundæ, pro ſecunda, nam proportio 18.ad 12. & 12. ad 8. & 3.ad 2. & ℞. 18.ad ℞. 8. ſunt omnes ſexquialtera.

8 12 18 | 50
12
2 —— 3
5
℞.8----℞.18
℞. 50.

7 Et ſicut ex 3. & 2. partibus ſolidæ fit ℞. 50.ſolida ita ex ℞. 8.& ℞. 18 quadratis fit ℞. 50. quadrata.

8 Itaque cum volueris habita prima parte, vt pote 8. & reſiduo aggregati, vt pote 42. habere radicem ſolidam totam, diuide 50. aggregatum per 8. exit $6\frac{1}{4}$ cuius ℞. quadratam, quæ eſt $2\frac{1}{2}$ accipe & ab ea minue 1. fit $1\frac{1}{2}$, duc in ℞. cu. 8. quæ eſt 2.fit 3. pars reliqua, & eſt conuerſa ſecundę regulæ.

9 Ex his manifeſtum eſt, quod vbi cubus æquetur 36. rebus p̃. 36. dando duo ſolida cubo, alterum rebus alterum numero, proportio vnius ad alterum erit 1. poſ. quæ eſt vt 36. poſ. ad 36. nam quilibet cubus ex duobus ſimilibus ſolidis componitur vt 125. componitur ex ſolido 2. & 3. quod eſt 50. & 3. & 2. quod eſt 75. & proportio alterius ad alterum eſt ſexquialtera, vt 3. ad 2.

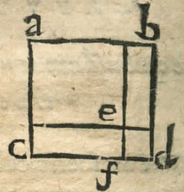
10 Quælibet duo ſolida ſimilia cubum componunt,velut capio 24.p̃.24. p̃.6.quod totũ eſt 54.ſolidumprimum,aliud erit 12.& 12.& 3. quod eſt 27. aggregatum eſt 81. cubus ℞. cu. 24. p̃. ℞. cu.3.quod eſt dicere ℞.cu. 81. nam ℞. cu. 24. & ℞. cu. 3. componuntur ℞. cu. 81.& ℞. cu. 24. p̃. ℞. cub. 3.poſita prima parte ℞. cu. 24. producit ſolidum 24.p̃.24. p̃.6. & poſita prima parte ℞. cub. 3. producit ſolidum 12. p̃. 12.p̃.6.

Caput LI.

Regula quædam ſpecialis atque item modus tractationis ſubtilis.

SI fuerint duo numeri quod fit ex ductu vnius in ℞. alterius mutuò, inde aggregato in ſe ducto, eſt æquale ei quod fit ex ductu vnius in quadratum alterius addito duplo ℞. quadratæ producti vnius in quadratum alterius inuicem. Exemplum, capio 2. & 3. & producta mutua in ℞. ſunt ℞. 18 p̃. ℞. 12. quorum quadratum eſt 30. p̃. ℞. 864. dico quod hoc eſt æquale producto vnius in quadratum alterius, & eſt 30. cum duplo ℞. 216. qui fit ex 12. in 18. mutuis 3. & 2. Ergo ſint partes 6. p̃. 1. poſ. & 6. m̃. 1. poſ. & debeat eſſe quadratum mutui 100. id eſt vt mutuum ℞. ſit 10. Erunt ergo mutua quadratorum 432. m̃. 12. quad. p̃. ℞. 186624. p̃. 432.quad. quad. m̃. 155552. quad. m̃. 4. cu. & hoc eſt æquale 100. igitur 332. p̃. illa ℞. eſt æqua 12. quad. & 12. quad. m̃. 332. æqualia ℞. illi 6. igitur quadrata m̃. 166 ſunt æqualia ℞. 46656. p̃. 108. quad. quad. m̃. 3888. quad. m̃. 1. cu. quad. Igitur partibus in ſe ductis 1. cu. quad. p̃. 1896. quad æquantur 19100. p̃. 72. quad. quad. Sed æquatio non eſt in parte nota, eſt tamen pulchrum.

Proponatur rurſus 6. diuiſum per ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. & exibit ℞. cu. 16. m̃. 2. p̃. ℞. cu. 4. vt notum eſt, & ponamus c e ſuperficiem ℞. cu. 16. m̃. 2. p̃. ℞. cu. 4. & ſint cubi a e e d 40. igitur per dicta ſuperius ſi velim aſſumere cubam trinomij, quadratum eſt 12. m̃. ℞. cu. 432. & cubus ob id ℞. cub. 93312. m̃. 36.



oportet autem vt ex hac quantitate quæ eſt 40.& refert aggregatum cuborum fiant duæ partes quæ inuicem ductæ faciant illum cubum: erunt ego partes 20. p̃. ℞. v. 436. m̃. ℞. cu. 93312. & 20. m̃. ℞. v. 436. m̃. ℞. cu. 93312, & ℞. v. cu. harum partium ductæ inuicem producunt ℞. cu. 93312. m̃. 536.& cubi ſunt 40. Partes igitur ſunt ℞. v. ma cu. 20. p̃. ℞. v. quad. 436. m̃. ℞. cu. 93312. & ℞. v. ma cu. 20. m̃. ℞. v. quad. 436. m̃. ℞. 93312. cum ergo producant inuicem ductæ c. e, id eſt ℞. cub. 16. m̃. 2. p̃. ℞. cu. 4. vbi eſſet ℞. illa binomia proportionem habens, haberemus quæſitum cum ſit ex natura binomij cubici. Hoc volui ſcribere vt intelligeres ſubtilitatem operationis: & quod æſtimatio non eſt in quantitate cognita, niſi vt diuiſum ſcilicet velut diuidendo quantitatem aliquam per virgulam quæ nou habet nomen, & ita eſt & non eſt: eſt tamen notior & magis habilis ad omnes operationes quantitate ſolida: imò eſt quaſi media inter ſolidam & per ſe notam, in quo genere ſunt omnes ℞. ſimplices & coniunctæ.

Caput LII.

De modo omnium operationum in quantitatibus medio modo notis.

DEbes scire quod omnes operationes multiplicatio, diuisio, additio, detractio & ℞. inuentio in huiusmodi, est velut in partibus numerorum, velut volo multiplicare,

3 ——— per ℞. cu. 7. m̄. ℞. cu. 2. ———

℞. 6. p̄. ℞. 5. p̄. ℞. 3. m̄. ℞. 2. m̄. 1. ℞. cu. 5. m̄. ℞. cu. 3. p̄. ℞. 2.

oportet vt ducas denominatores simul & fiet hoc

℞. cu. 189. m̄. ℞. cu. 54.

———

℞. 12. p̄. ℞. 10. p̄. ℞. 6. m̄. 2. m̄. ℞. 2. p̄. ℞. cu. quad. 5400. p̄. ℞. cu. quad. 3125. p̄. ℞. cu. quad. 675. m̄. ℞. cu.

℞. cu. 189. m̄. ℞. cu. 54.

———

quad. 200. m̄. ℞. cu. 5. m̄. ℞. cu. quad. 1944. m̄. ℞. cu. quad. 1125. m̄. ℞. 243. p̄. ℞. cu. quad. 72. p̄. ℞. cu. 3.

Et similiter facies in diuisione additionib. ac detractionib. reducendo ad idem genus quantitates simplices, & similiter in capiendo radicem. Velut capio radicem

25.

———

14. p̄. ℞. 120. p̄. ℞. 2. m̄. ℞. 48. m̄. ℞. 24. m̄. ℞. 10. m̄. ℞. 5. capio ℞. cu. 25. & est 5. & capio radicem infra scripti denominatoris, & est ℞. 6. p̄. ℞. 5. m̄. ℞. 2. m̄. 1. & habeo $\frac{5}{℞.6.\ p.℞.5.m.℞.2.m.1.}$ ductum hoc ad veram quantitatem per sua contraria fiet diuisor, qui sit b, & qui diuiditur multorum nominum a, & 5.

$\frac{a}{b}$ $\frac{c}{d}$ $\frac{e}{f}$ $\frac{g}{h}$

diuisus c. & ℞. 6. p̄. ℞. 5. m̄ ℞. 2. m̄. 1. dicatur d & dicatur 25. numerator primus & suus denominator septem nominum f. Quia ergo a ad b vt c ad d & e ad f vt c ad d duplicata erit e ad f vt a ad b duplicata Igitur si ducantur a & b in se, & producantur g & h erit h. numerus, & g. h proportio nota, & est g ad h. vt e ad f igitur g ad f nota. Et hæc est sexta operatio propria quantitatibus mediis.

Per 20. sexti Elem.

———

Caput LIII.

De diligenti consideratione quorundam superius dictorum.

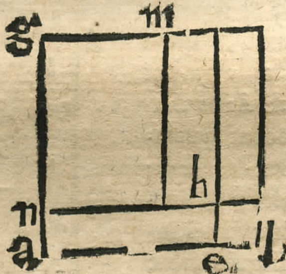
ETiam dicamus quòd cubus æqualis sit 12. rebus p. 20. & rei æstimatio est ℞. cub. 16. p̄. ℞. cu. 4. & hæc potest tribui dando 20. numerum cubis similiter, & potest idem numerus dari ambobus cubis & duobus mutuis, & etiam ambobus cubis & quatuor mutuis parallelipedis, & ira trifariam: consideremus ergo postquam capitu-li inuentio, ac regula cum demonstratione sumpta fuit, per primum modum. Sumemus ergo cubum dimidii æstimationis, id est ℞. cu. 2. p̄. ℞. cu $\frac{1}{2}$, & est 2 $\frac{1}{2}$ p. ℞. cu. 54. p̄. ℞. cu. 13 $\frac{1}{2}$, & duplum eius quod est minimum, quod possit produci ex diuisione æstimationis est 5. p. ℞. 432. p. ℞. cu. 108. liquet igitur non posse diuidi sic hanc ℞. propter numeri paruitatem, nam cubus totius esset 20. p̄. ℞. cu. 27648. p̄. ℞. cu. 6912. Sin autem capiamus 1. cu. æqualem 12. rebus p̄. 34. erit æstimatio ℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. & duplum cubi dimidij 8 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu. 1024. p̄. ℞. cub. 54. & hoc totum est proximum 22 $\frac{1}{2}$ ideo duo mutua poterunt contineri in 11 $\frac{1}{2}$ diuides ergo 34. per ℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. exit ℞. cub. 1024. m̄. ℞. cu. 64. quod est 4. m̄. ℞. cub. 4. & hoc oportet esse æquale duobus quadratis, fac ergo ex ℞. cu. 32. p̄. cu. 2. duas partes, quarum quadrata sint æqualia trinomio illi accipe ergo dimidium trinomij, & est ℞. cu. 128. m̄. 2. p̄. ℞. cub $\frac{1}{2}$ à quo aufer quadratum dimidij diuidendi, id est quadratum ℞. cu. 4. p̄. ℞. cub $\frac{1}{4}$ & est ℞. cu. 16. p̄. 2. p̄. ℞. cu $\frac{1}{16}$ detrahe, relinquetur ℞. cu. 54. m̄. 4. p. ℞. cu $\frac{1}{16}$ huius igitur ℞. v. addita & detracta ostendit partes hoc modo. Iam er-

| ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. V^ma ℞. cu. 54. p̄. ℞. cu $\frac{1}{16}$ m̄. 4
| ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. V^ma ℞. cu. 54. p̄. ℞. cu $\frac{1}{16}$ m̄. 4.

———

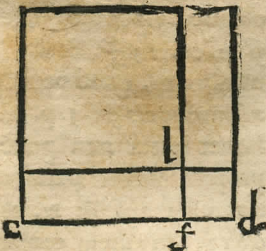
go vides quod cubus æquatur 34. ita quod 34. numerus est æqualis duobus cubis cum duobus mutuis partium & quia residuum est numerus rerum, & est duplum mutuorum diuiso eo per rem, exibit numerus rerum quem constat esse eundem.

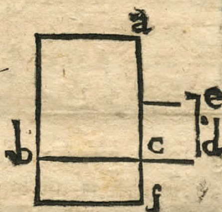
Proponatur ergo a b & c d 4. & sint res & sint earum quadrata b g d k sit autem a b diuisa in e. vt cubi g h, h b sint quadraginta, & erunt b res p̄. 40. æqualia toti cu-



bo, & ideò auferatur m h æqualis a h erunt igitur tres illæ superficies b & iuxta altitudinem a b, b res & ex a b in m n & h b 40. & a c erit ℞. v. cu. 20. p̄. ℞. 392. & e b. ℞. v. cu. 20. m̄. ℞. 392. & sit e f 3. & f d erit 1. & cubi k l & l d cum duobus muruis corporibus, & hoc est quantum fit ex c d in k l, l d iterum 40. & erunt superficies k l & l d 10. & æquales necessario superficiebus m n & h b quia & ipsæ ductæ in a b quæ est æqualis c d producit 40. Igitur quia volo in prima superficie quod soli cubi æquales sint 40. & in secunda quod cubi cum duobus corporibus mutuis efficiant idem 40. & quod æstimatio sit eadem, igi-

tur necesse est vt in secunda figura 1. cub. æquetur 6. rebus etiam p̄. 40. sed diuisio in f est. proximior medio quam in prima figura in e nec regula illa seruit huic æquationi sic intellectæ, ergo oporteret inuenire aliam ei propriam. Idem igitur dico de exemplo superiore, ponatur a b. ℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. & sit diuisio binomij in e & 1. cu. æqualis 12. rebus p̄. 34. & erunt n m & h b 12. In secunda autem figura erunt itidem k l, l d 12. sed diuisio erit, vt propositum est in f nec licebit cum æquatione 1. cu. æqualis 12. rebus p̄. 34. inuenire c d vt composita est ex c f & f d, sed ex alia regula, sed inueniemus a b vt est diuisa in partes a e, e b e c postmodum si noluerimus a f, f d. Hoc tamen satis est vt intelligamus dari quantitatem mutuam, quæ possit eo modo ducta producere numerum. Si fuerint duæ quantitates quod fit ex prima in quadratum secundæ, est æquale ei quod fit ducta secunda in ℞. primæ in se. Hoc autem commutandi causa. Sit prima a b quadratum, secunda c d fiat ergo ex b c in c d b f dico b f esse latus b a in c e. Quia enim ex a b in c d fit quantum ex b c in b f, eo quod vtrobique ducitur c d in quadratum b c, erit proportio corporis c d in a b ad b f superficiem linea b c. Similiter proportio corporis ducti in b c ad a b est quadratum c d, igitur proportio producti a b in c e ad b f est ipsa b f, igitur b f in se ducta, producit a b in c e.





SCHOLIVM.

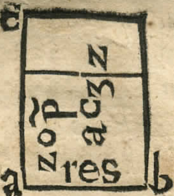
Ex visis hic & superius apparet liquidò, quod omnes regulæ vigesimi quinti capituli Artis magnæ, quas vocant speciales, sunt generales & dicuntur speciales solum ratione generis æstimationis, & ideò si quis dicat cu. æqualis est 20. rebus p̄. 32. dicemus quod æstimatio est 20. d p̄. ℞. p̄. 32 id est diuisum in partem & radicem producentes 32. Et similiter erit 32. p̄. 20. cum p̄. 32. id est producentis 20. cum producente 32. Et similiter dicetur. Ag. ℞. p̄. 20. p̄. n. 16. id est aggregatum radicum partium 20. quæ mutuò ductæ producunt 16. dimidium 32. Dicemus etiam ex superius dictis hoc idem, vt res redigatur ad tres æstimationes, nam aliæ sunt confusæ. Ex quibus sequitur quòd istæ æstimationes inter se erunt æquales. Et similiter

cap. 2.

Cap. 28.

Vide supra cap. 31. & 40. in fine,





cum operatus fueris in illis, transibis ex vno in aliud capitulum, vt cum æstimatione. Et — & infra ca. 57.

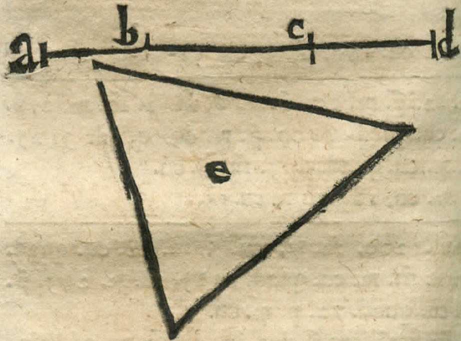
20. d. p̄. ℞. p̄. 32.
32. p̄. 20 cu. 1. 32.
Ag. ℞. p̄. 20. p̄. m̄. 16.

nota quod in figura a variat magnitudinem iuxta singulas regulas.

CAPVT LIIII.

De perpetua additione quantitatum.

DIco quod si capias duas quantitates a b b c & iungas eas, & sit producti b a in a c aggregatum à quadrato b c differentia superficies e, dico quod si addatur a c tan-



quam parti c d æqualis b c quod differentia quadrati a c conuersa ratione à producto c d in a d, & hoc semper procedet, id est posita a d vna parte addemus æqualem a c, & fiet a c in aggregatum a d & ac differentia à quadrato ad idem e. ostensa prima patent reliquæ. Et semper fit commutatio, nam si in prima quadratum b c sit maius eo quod ex a b in a c erit in secunda quod fit ex c d in a d maius quadrato a c. Quod ergo fit ex c b in se cum eo quod fit ex c a in se est æquale duplo quadrati c b in se, & duplo c b in a b, & quadrato a b quod etiam fit ex a b in a c, & c d in d a est æquale eisdē quinque superficiebus, igitur quadrata c b & c a sunt æqualia duabus superficiebus a b in a c, & d c in d a, sint ergo quadrata b c, c a superficies f g, ita vt f sit æqualis quadrato a c, g quadrato b c, superficies autem h k æqualis a b in a c, & c d in d a, erit igitur vt demonstratum k h æqualis f g, sit autem h æqualis a b in a c, k autem æqualis c d in d a, quantum igitur h excedit g tantum f k, vel contra quantum g excedit h tantum k excedit f, sed differentia g & h ex supposito est e, igitur e est etiam differentia f & k, sed f est æquale quadrato a c. & k producto ex c d in d a, igitur constat propositum.

Per 4. secundi Elem.
Per 1. secundi Elem.





CAPVT

Capvt LV.

Quæstio generalissima, per quam ex tribus conditionibus vniuersalibus ad vnam deuenimus quantitatem specialem, & est admirabilis.

Est quantitas cuius latus ductum in residuum producti latus tanto maius est latere aggregari quanto residuum totius detractis duobus lateribus maius est hoc ipso latere. Quantitas est 1. quad latus 1. pos. residuum 1. quad. m̄. 1. pos. latus igitur producti ℞. 1. cu. m̄. 1. quad habemus igitur 1. pos. ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. & 1. quad. m̄. ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. & m̄. 1. pos. quæ se æqualiter excedunt: igitur vt in proportionibus æqualibus multiplicatio, ita in excessibus coniunctio 1. quad. m̄. ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. duplum erit ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. Et ideò 1. quad. æquale triplo ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. quod est ℞. 9. cu. m̄. 9. quad. Igitur 1. quad. quad. æquale 9. cu. m̄. 9. quad. & 1. quad. p̄. 9. æqualia 9. pos. igitur res est $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$. Aggregatum $31\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $911\frac{1}{4}$ detrahe $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $11.\frac{1}{4}$. Relinquitur aggregatum secundæ & tertiæ 27. m̄ ℞. 720. hanc diuide vt æqualiter se excedant, detrahe duplum $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$ ex 27. m̄. ℞. 720. relinquuntur 18. m̄. ℞. 405. cuius sume tertiam partem quæ est 6. m̄. ℞. 45. adde primæ habebis $10\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $101.\frac{1}{4}$, tertia fiet simili ex additione $16\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $281\frac{1}{4}$.

| $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $11\frac{1}{2}$
| $10\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$
| $16\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $281\frac{1}{4}$

Qvæstio II.

Linea a b est decem diuisa in quatuor quantitates æqua proportione & differentiæ illarum, simul iunctę sunt quinque. Sit igitur a e 1. & c d. 1. pos. d e erit 1. quad. & e b 1. cu. Et quia ex regulis generalibus quantitatum differentiæ a c, c d, d e, e b, sunt æquales differentiæ a c & e b, in quotuis quantitatibus quolibet modo, & ordine sumptis erit differentia a c a b c b ad a b 1. cu. m̄. 1. ad 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. igitur dupla, quare 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. æqualia 2. cu. m̄. 2. & 1. cu. æqualis 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 3. & est in capitulo & clarum. Habebimus ergo aggregatum 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. at nos volebamus non illud, sed 10. dicemus ergo si a b aggregatum esset 10, quanta esset a c, duc 10. in 1. fit 10. diuide per aggregatum, exibit quantitas a c in linea a b quæ est 10. & ea quantitas ducta per rem producet c d, eadem ducta in rem producet d e deductis a e, c d & d e ex a b, relinquetur nota etiam b e.

Qvæstio III.

Quod si dicat differentias a c & c d, itemque d e & e b esse quinque cum tota a b sit decem: ponemus vt prius, & erunt differentiæ c d & e a 1. pos. m̄. 1. & e b & e d 1. cu. m̄. 1. quad. igitur 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. sunt dupla 1. cub. m̄. 1. quad. p̄. 1. pos. m̄. 1. Quia ergo 1. cub. p̄. 1. quad. se habet ad 1. pos. p̄. 1. vt 1. cu. m̄. 1. quad. ad 1. pos. m̄. 1. nam vtriusque proportio est 1. pos. erit permutando 1. cu. p̄. 1. quad. ad 1. cu. m̄. 1. quad. vt 1. pos p̄. 1. ad 1. pos. m̄. 1. igitur iungendo erit proportio 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. ad 1. cu. m̄. 1. quad p̄. 1. pos. m̄. 1. vt 1. pos. p̄. 1. ad 1. pos. m̄. 1. At illa proportio fuit dupla, duplum igitur est 1. pos. p̄. 1. ad 1. pos. m̄. 1. & 1. pos. p̄. 1. æqualis 2. pos. m̄. 2. igitur 1. pos. æqualis 3. proportio igitur quantitatum tripla est. Erunt igitur quantitates 1. 3. 9. 27. tota igitur a b est 40. At nos supponimus eam esse decem solum, igitur cum 40. sit quadruplum ad 10 erunt a c, c d, d e, e b, quarta pars 1. 3. 9. 27. Quare erunt $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $2\frac{1}{4}$. $6\frac{3}{4}$. Et differentiæ $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$ & $2\frac{1}{4}$ & $6\frac{3}{4}$ sunt 5. 1. $1.\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$.

Ideo nota quod aggregatum quatuor quantitatum, ad aggregatum illarum duarum differentiarum proportionem habet quam proportio ipsa monade addita habet ad proportionem ipsam detracta vnitate, vt ita liceat latinè loqui tamen. Velut 8. 12. 18. 27. aggregatum 65. aggregatum differentiarum 13. proportio quintupla, & est vt $2\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, est autem $2\frac{1}{2}$ 1. p̄. proportione sesquialtera, quæ scribitur $1\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ m̄. eadem proportione. *Coroll.1.*

Ex hoc etiam sequitur, quod cum proportio aggregati ad duas differentias primæ & secundæ, itemque tertiæ & quartæ fiat detracta & addita monade ad proportionem partium, & in omnibus quantitatibus eadem maneat, quòd si voluero aliquam proportionem, vtpote nonuplam inter aggregatum quantitatum & duarum differentiarum accipiam. 1. m̄. in proportione. 1. octuplam, & accipiam partem octauam 2. & est $\frac{1}{4}$ cui addam 1. & est $1\frac{1}{4}$, & hæc erit proportio scilicet sesquiquarta, et si voluero decuplam aufero 1. fit nonupla, & capio nonam partem 2. quæ est $\frac{2}{9}$ & ei addo 1. fit $1\frac{2}{9}$ proportio 1. superbipartiens duas nonas, & si voluero supertripartientem decimas. 1. $1\frac{3}{10}$ inter quantitates vt habeam proportioně aggregati ad aggregatum, vt 23. ad 3. & habebis quantitates vt vides, ideo detrahe 3. à 23. relinquitur 20. diuide 2. per 20 exit $\frac{1}{10}$ sumo triplũ, & est $\frac{3}{10}$, cui addo 1. & fit $1.\frac{3}{10}$, proportio partium quæsita & idem in aliis. *Coroll.2.*

Quantit.	1000
	1300
	1690
	2197
Ag.q.	6187
Ag.d	807
Propor.	23 ad 3

Quantitatum proportiones ad aggregatum manent eadem dico ad aggregatum differentiarum omnium, & primæ & tertiæ, & ad differentiam secundæ à tertia: Et tamen vna est facillima inuentu, scilicet ad differentiam primæ & secundæ & tertiæ & quartæ, alia difficilima, scilicet ad aggregatum omnium, vt visum est in quæstione *Corell.3.*

 secunda,

secunda, alia fermè impossibilis scilicet ad differentiam secundæ & tertiæ. Nam cum proportio ad aggregatum omnium sit vt vides, & simillier ad aggregatum duarum differentiarum detracta vna ab alia, seu in prima positione relinquetur proportio aggregati ad differentiam secundæ & tertiæ vt 1.cu.p̃.1.quad.p̃.1.pos.p̃.1.ad 1.quad.m̃.1.pos. & ita fiet æquatio cubi rerum &

1 cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. pos p̃. 1.
1.cu. m̃.1.quad. p̃.1. pos. m̃. 1.
1. cu.p̃.1.quad.p̃.1.pos.p̃.1.
1. cu. m̃.1.
1. cu. p̃. 1. quad. p̃.1.pos.p̃.1.
1.quad.m̃.1.pos.

& numeri æqualium quadratis: quantum ad generalem modum.

Quia verò proportiones se habent inuicem vt 1.pos.1.quad. & 1.cu. proportionis, proportio enim secundæ ad primam est simplex & vna, & tertiæ ad secundam vt quad. & quartæ ad tertiam vt cubus. Velut vides in exemplo, differentiæ vero sunt in eadem proportione: Ideo si quis dicat diuide 10. in quatuor quantitates, quarum proportio differentiarum extremarum sit tripla ad mediam facile inuenies, nam habebis 1. cu. m̃.1.quad.p̃.1.pos.m̃.1.tripla ad 1.quad.m̃.1. pos.diuide per 1.pos.m̃.1. habebis 1.quad.

8.	12.	18.	27.
$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{8}$	
4	6	9	

p̃.1. æqualem 3 pos. igitur res est $1\frac{1}{2}$m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$, hæc erit proportio quantitatum iuxta quam diuidemus postea 20. & semper differentia primæ à secunda & tertiæ à quarta, tripla erit differentiæ secundæ à tertia.

Qvæstio IV.

Iuxta quam faciemus quatuor quantitates in continua proportione quarum differentia secundæ à tertia sit 2. & primæ à secunda, & tertiæ à quarta 6. Erunt igitur illæ differentiæ in ea proportione, vtpote $1\frac{1}{2}$m̃.℞.$1\frac{1}{4}$ | $3\frac{1}{2}$m̃.℞.$11\frac{1}{4}$ 9.m̃.℞. 80. Sed media differentia non est 2. dic ergo si $3.\frac{1}{2}$ m̃.℞.$1\frac{1}{4}$ esset 2. quid erit $1\frac{1}{2}$m̃. ℞. $1\frac{1}{2}$ & 9. m̃.℞.80. Duc.2. in eas quantitates, fient vt vides: diuide eas per $3\frac{1}{2}$m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$, & est vt multiplices per binomium omnia fietque

3.m̃.℞.5.
18.m̃.℞.320.
$3\frac{1}{2}$m̃.℞.$11\frac{1}{4}$
$3\frac{1}{2}$p̃.℞.$11\frac{1}{4}$

diuisor.1. & est ac si non diuideres quantitates, ergo erunt vt vides, sed hæ sunt differentiæ quantitatum. Pones ergo primam 1.pos.secundam 1.pos.p̃.3.m̃.℞.5.tertiam 1. pos.p̃.5.m̃.℞.5.quartam 1.pos.p̃.8. duc primam in vltimam fiunt 1. quad. p̃. 8. pos. æqualia ductui secundæ in tertiam, qui est 1. quad.p̃.8.pos.m̃.pos.℞.20.p̃.20. numero m̃. ℞.320. Igitur pos.℞. 20. æquantur 120.

	1.
3.p̃.℞.5.	
	2.
3.m̃.℞.5.	

m̃.℞. 328. diuide numerum per numerum positionum, erit rei æstimatio ℞. 20. m̃. 4. Igitur quantitates erunt vt vides.

Et constat quod sunt in continua proportione: nam ex prima in tertiam fit 6.m̃.℞. 20. quod est quadratum secundæ. Et differentia primæ à secunda est 3. m̃. ℞. 5. &

℞.5.m̃.1.	1. pos.
℞.5.m̃.1.	1. pos.p̃.3.m̃.℞.5.
℞.5.p̃.1.	1. pos.p̃.5.m̃.℞.5.
℞.20.p̃.4.	1. pos.p̃.8.
℞. 180.	

tertiæ à quarta 3. p̃. ℞. 5. quæ iunctæ faciunt 6. & differentia secundæ à tertia est. 2. vt propositum est.

Capvt LVI.

De duabus quæstionibus pulchris sed impertinentibus.

Cvm fuerint tres quantitates, & volueris eas diuidere in duos ordines quantitatum eiusdem proportionis primum diuides secundum pro arbitrio.1.mediam, quia innumeris modis poterit solui quæstio, vt etiam sub certa porportione quantitatibus vt libet variatis iuxta proportionis naturam, erunt ergo duo generales modi, scilicet quantitatis & proportionis. Sint ergo quantitates 5.8.13. Et proportionem assumamus duplam, erunt igitur 5.m̃.1.pos.8.

5.m̃.1.pos.		
8.m̃.2.pos.		
13.m̃.4.pos.		
65.p̃.℞.quad.m̃. 33.pos.		
64.p̃. 4. quad. m̃.32.pos.		
$\frac{1}{29}$	$\frac{4}{29}$	$\frac{10}{29}$
$4\frac{28}{29}$	$7\frac{25}{29}$	$12\frac{13}{29}$
Aggreg. Prim.	Sec. Agg. 3.	
5 \ 2		23
20 $\frac{6}{4}$		
13	36. | 32	
$1\frac{7}{13}$	13	
	$2\frac{8}{13}$	
$2.\frac{7}{13}$		
$1.\frac{7}{26}$	$1.\frac{413}{676}$	
	$1.\frac{7}{13}$	
$\frac{7}{26}$	$\frac{49}{676}$	

m.2.pos.13.m.4.pos. in continua proportione, quare vt vides extrema inuicem conueniunt

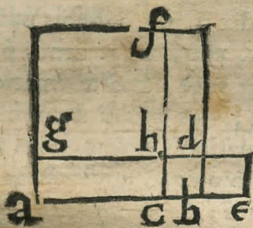
niunt ducta cum media in se, & abiecto numero quadratorum vtrinque qui semper erit idem erit 1. pos. æqualis 1. igitur quantitates erunt 1. 2. 4. & reliquæ 4. 6. 9. & hic modus est facilis. Etenim si posuisses in proportione quadrupla fuissent, vt vides. At si quantitates mediæ iam distinctæ supponantur. Velut in primo exemplo à latere vides. Duc. 5. primum aggregatum in 4. quadratum mediæ minoris fit 20. diuide per 13. aggregatum maiorum exit $1\frac{7}{13}$, detrahe inde 4. quadratum mediæ minoris ex 36. quadrato mediæ maioris relinquitur 32. diuide per 13. exit $2\frac{7}{13}$ detrahe ex 5. minore aggregato relinquitur $2\frac{7}{13}$, cuius dimidio in se ducto cum fiat $1\frac{413}{676}$ detrahes iam seruatum primum prouentum, & est $1\frac{7}{13}$ relinquetur $\frac{49}{676}$ cuius ℞. $\frac{7}{26}$ addita vel detracta ab $1\frac{7}{26}$ dimidio residui minoris aggegati ostendit partes 1. vel $1\frac{7}{13}$. Igitur partes erunt secundum primam æstimationem 1. 2. 4. & 4. 6. 9. & iuxta secundam.

* 1.	2.	4.			
4.	6.	9.			
$\frac{20}{13}$	2.	$\frac{13}{5}$			
$\frac{45}{13}$	6.	$\frac{52}{5}$			
5.	4. m̃.	1.	pos.	13.	
	4. p̃.	1.	pos.		

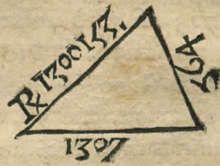
Quod si aggregata sint mutua 1. vt prima cum tertia coniungatur, erunt gratia exempli 8. & 2. & 6. & 10. peruenies ad notitiam eodem modo 4. 2. 1. & 4. 6. 9. & $\frac{4}{5}$ 2. 5. & $7\frac{1}{5}$ 6. 5. & ideo duplex ordo videtur ex his haberi.

REGVLA SECVNDA Pomponij de Bolognetis.

Sint duæ lineæ a b & b c gnomo, qui est differentia quadratorum c g f d, & producatur b c æqualis b c, dico quod rectan-



gulum ex a c differentia in a e aggregatum laterum est æquale gnomoni dicto. Nam ex Prima secundi Elementorum quod fit ex a c in a e, est æquale ei quod fit ex a c in se, & in c b & b c. Sed quod fit ex a c in seipsum est æquale quadrato g f, & quod fit ex a c in b c est æquale rectangulo c g ex diffinitione data in initio Secundi Elementorum: & quod fit ex a c in b e est æquale rectangulo d f, quia b e est æqualis c h, etenim supposita est æqualis b c & d f est æquale a b, ex his quæ dicta sunt in Primo Elemento-
Propos. 43. rum, igitur liquidò patet propositum.



1307. | 564.

1708249 | 318096.
318096 |

℞. 1390153 | 1307.

564.

1871.
743.

5613.
7484.
13097.

1390153.

975342.
975342.

1950684.
3901368.
292602640.
487670140.

6827394 00.
8778078 160.

951292016964.
1600.

951292018564.

Cum ergo soleamus inuenire ex basi orthogonij & altero latere reliquum latus hoc modo, sit latus recto oppositum 1307. alterum 564. ducuntur in se, & fiunt 1708249. & 318096. detrahe vnum ex altero fit 1390153. cuius ℞. est alterum latus. Sed ex præcedenti demonstratione longe breuius iunge 564. et 1307. fiunt 1871. detrahe etiam vnum ex altero fit 743. duc. 743. in 1871. fiunt vt suprà.

In hac operatione ingrediuntur figuræ 43. in priore autem figuræ 72. Maius etiam est discrimen & licentia errandi maior in maioribus numeris. At verò ex demonstratione simili poterimus iungere latera, nam si magna sint ambo, vt pote 975342. & 975362. ducemus maiorem in se & duplicabimus, & ei addemus quadratum differentiæ, habebimus quadratum lateris oppositi angulo recto. Fit ergo hæc operatio tota cum 75. figuris, at alio modo 120. figuris indiget. Præterea operationes addendi in hac sunt 16. in alia 34. quod si quantitas minor parua sit, & differentia magna erit, tunc ordinarium modum sequemur.

Modus multiplicandi noster vt 87. in 89. duc 90. in 90. proximum denarium fit 8100. duc defectum seu differentiam, in differentiam
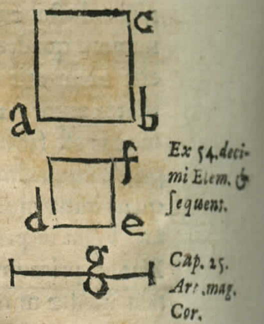
tiam fit 3. totum 8103. iunge 3. & 1. fit 4. duc in 90. fit 360. detrahe ex 8103. relinquitur 7743. si verò volueris ducere 87. in 93. duc 90. in 90. fit 8100. duc 3. in se fit 9. detrahe ab 8100. relinquitur 8091. Duc tertio 88. in 94. duc 90. in 90. fit 8100. duc 2. minus in 4. excessum fit 8. detrahe ex 8100. relinquitur 8092. detrahe 2. minus à 4. plus fit 2. plus, duc in 90. fit 180. adde ad 8092. fit 8272. Duc demum 49. in 93. duc 50. in 90. fit 4500. Et 1. in 3. fit 3. detrahe, habes 4497. duc in 90. fit 90. duc 3. in 50. fit 150. detraho 90. à 150. relinquitur 60. adde ad 4497. habes 4557. vel ducas 47. in 88. duc 90. in 50. fit 4500. duc 3. in 2. fit 6. iunge fiunt 4506. duc 3. in 90. fit 270. & 2. in 50. fit 100. iunge fiunt 370. detrahe ex 4506. relinquuntur 4136. semper autem oportebit duo iungere tantum aut quatuor aut duo iungere & duo minuere. Et vtilis est ad supputationem quę mente sola fit.

Capvt LVII.

De tractatione æstimationis generalis capituli cubi æqualis rebus & numero.

Cap. 40. in fine, & 53. in fine, IAm docuit te quod æstimatio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero non est habita, neque per regulam generalem neque specialem, nisi per illam, vt inuenias quantitatem quæ ducta in secundam, producat numerum æquationis, & illa secunda quantitas gerit vicem gnomonis, & sit prima radix seu latus aggregati ex numero rerum, & secunda illa quantitate inuenta. Et est hoc secundum naturam (vt dixi) quia linea ponitur latus aggregati duarum superficierum quadratarum, & ideo erit opposita angulo recto à lateribus illorum duorum quadratorum contento. *Per 47. primi Elem.* Et dixi iam quod hæc quantitas describitur, vt in exemplo cubi æqualis 20. rebus p̃. 32. sic 32. p̃. 20. c. p̃. 32. 1. producens 20. cum producente 32. seu melius ℞. 20. p̃. d. 32. id est ℞. 20. p̃. diuiso 32. per ipsam radicem. Aliter ℞. 20. f. 32. id est ℞. 20. cum fragmento 32. supple per eandem radicem diuisi. Fragmentum enim est quod ex diuisione prodit. Hoc igitur nomine vtemur deinceps si cui aliorum aliquid arrideat, vel etiam nouum imponat, modo res constet non grauabor. Igitur ℞. 20. f. 32. est æstimatio cubi æqualis 20. rebus p̃. 32. numero vt dictum est.

Dico ergo primum quòd hæc æstimatio non potest esse, neque ex natura binomij, nisi vt mutantur neque recisi sint a b c & d e f quadrata illa, & a c numerus r m d f, quod prouenit diuiso numero per g rem ipsam: quia ergo g si est binomium d e f est recisum, igitur cum a b c sit numerus, erit aggregatum ex a b c & d e f recisum, igitur latus eius est recisum: non ergo g fuit binomium, & si ponas quod g sit recisum, erit d e f binomium & aggregatum a b c, d e f binomium, igitur latus eius binomium primum & non recisum.



Ex 54. decimi Elem. & sequent.

Cap. 25. Art. mag. Cor.

Cum igitur cubus æqualis rebus & numero, vt in exemplo præcedenti, vt supra visum est habeat æstimationem ℞. 17. p̃. 1. & hoc est binomium, & necesse est vt sit ℞. 20. f. 32. diuido 32. per ℞. 17. p̃. 1. & sufficit ducere ℞. 17 m̃. 1. in 2. fit ℞. 68. m̃. 2. quod additum ad 20. efficit 18. p̃. ℞. 68. & ita vides quod redit ad binomium, cuius ℞. est ℞. 17. p̃. 1 rei æstimatio, constat ergo quòd nullum recisum potest esse eiusmodi: neque etiam binomium cuius prima pars sit numerus, nam fragmentum erit necessariò cum secunda parte m̃. & ℞. igitur totum esset recisum. Est igitur quærenda quantitas eius generis vt diuiso numero per eam illius possit esse radix, & constat in binomio quinto (vt dixi) & in secundo sit ℞. 12. p̃. 3. vt suprà volo inuenire cubum æqualem rebus & numero, fac vt in regula de modo, & videbis quod solum conuenit secundo binomio, & quinto. *Cap. 4.* Regula ergo de modo duplica numerum æquationis seu æstimationis habitæ, & duc vtrumque in se & differentiam adde quadrato ℞. æstimationis, & habebis numerum rerum. Inde accipe ℞. quadrati rei & ab ea minue differentiam numeri rerum, & numeri quadrati rei, & hoc duc in rem ipsam, & producetur numerus æquationis. Exemplum proponitur ℞. 7. p̃. 2. pro æstimatione duplica 2. fit 4. duc 2 & 4. in se fiunt 16. & 4. quorum differentia est 12. adde 7. quadratum ℞. 7. fit 19 numerus rerum. Inde accipio ℞. 112. quadrati ℞. 7. p̃. 2. & ab ea minue 8. differentiam 19. numeri rerum, & 11. numeri quadrati ℞. 7. p̃. 2. nam ducta in se producit 11. p̃. ℞. 112. igitur numerus illius quadrati est 11. hanc ergo differentiam minue à ℞. 112. iam seruatam, & est ℞. quadrati rei fiet ℞. 112. m̃. 8. duc in rem quæ est radix 7. p̃. 2. habebis numerum 12. igitur 1. cu. æquatur 19. rebus p̃. 12 numero. Constat verò quod æstimatio non potest augeri, nec minui stante numero rerum & æquationis eodem, nam si augeatur quod exit minuitur, igitur & ℞. aggregati quæ est res, & si minuitur quod exit, augetur igitur & ℞. aggregati quæ est res & ita dum augetur minuitur, & dum minuitur augetur quod esse non potest. Constat etiam quod talis æstimatio est communis binomio cubico inuento in parte capituli, & binomio superficiali hic declarato & communis quantitas est æstimatio generalis.

Capvt LVIII.

De communi quantitate duabus incommensis quot modis dicatur.

SVnt ergo iam notæ duæ æstimationes cubi æqualis rebus & numero, vna in parte maiore numeri, & est binomij cubici, alia in parte minoris numeri binomij ex ℞. quadratis secundi vel quinti, & communis æstimatio quæ non potest esse in commensis, essent enim inter se commensæ, & quarta scilicet quæ intelligitur in parte minoris numeri, deficere igitur commune oportet vt dicatur per coniunctionem. Sint igitur a b & b c incommensæ, & sint



℞. 8. p̃. 2. | ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2.

coniunctæ ita vt medium earum sit d id est aggregati, vt gratia exempli, a b sit ℞. 8. p̃. 2. & b c ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. Postquàm igitur non potest esse communis æstimatio per commensum commune: ita enim essent eiusdem naturæ inter se, aut erunt ergo per viam additionis & detractionis vt sit a d, igitur a d erit ℞. 2. p̃. 1. p̃. ℞. cu $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu $\frac{1}{4}$ quare b d erit ℞. 2. p̃. 1. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. cu $\frac{1}{4}$ quam conuenit addere quadrinomio, & ita potuissemus ab initio inuenire a b & b c, sicut duo hæc quadrinomia eiusdem generis. Ponamus rursus quod primum inuentum gratia exempli, sit a e quod addat super a b ℞. cu. 2. vt eam oporteat detrahere, aut sit minus c e in ℞. cu. 2 igitur oporteret inuenire a e & e c prius quæ sunt inæquales, & vna est quantitas trinomia alia ℞. cu. simplex, hoc autem absurdum, ideò via operationis nulla est. Necesse est igitur vt sit quantitas communis genere non a b nec b c, & hoc esse potest, nam animal est commune homini & asino & boui & equo, ita a b & b c continentur sub communi aliqua quantitate, quæ donec communis est omnibus habet solam eam proprietatem, quod cum diuiditur numerus simplex æquationis, per illam ipsam est ℞. numeri rerum cum eo quod prodit. Huic accidere potest vt sit numerus, vt binomium secundi & quinti generis: vt sit ℞. cu. binomia simplex, vt hic vel binomij cum suo reciso, vel vt sit alia quantitas semper cum illa proprietate. Diuidamus ergo 16. per ℞. 8. p̃. 2. exit ℞. 128. m̃. 8. addo ad 20. fit 12. p̃. ℞. 128. quadratum ℞. 8. p̃. 2. nam cubus fuit æqualis 20. rebus 2. exit ℞. cu. 16. m̃. 2. p̃. ℞. cu 4. hoc adde ad 6. numerum rerum fit ℞. cu. 16. p̃. 4. p̃. ℞. cu. 4. & hoc est quadratum ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. Commune est ergo vt vides in vtraque diuisione prodire recisum, quod additum numero rerum, transeat in naturam similem quadrato rei: numerus igitur rerum mutat naturam eius, quod prouenit ex diuisione numeri æquationis per rem.

Capvt LIX.

De ordine & exemplis in binomijs secundo & quinto.

CVm semper incrementum numeri, & primus numerus incipiat à ℞. primi numeri rerum, & dimidium eius ℞. sit secunda pars binomij stabilis, quæ est numerus æstimationis & primæ partis quadratum incipit à quarta parte primi numeri rerum & inde tam numerus rerum quam etiam incrementa quadratorum primæ partis binomij, quæ est ℞. augeantur per monades: quæ facilius patent in suppositis exemplis primis quatuor, cum quintum sit extra ordinem manente æstimatione, velut in tertio exemplo primus numerus rerum est 9. cuius ℞. est 3. à quo incipit primus numerus æquationis, & eius dimidium est 1. $\frac{1}{2}$ pars secunda æquationis, quæ remanet immobilis, & prima quæ est ℞. 2 $\frac{1}{4}$ cuius quadratum est quarta pars primi numeri rerum, id est 9. Et augentur talia quadrata post modum per monadem, seu vnum, vt etiam numerus rerum, vt in figura vides.

Exemplum primum incrementi per 1.

1 cu. 0 p̃. 1. pos. ℞ $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 1 p̃. 2. pos. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 2 p̃. 3. pos. ℞. 2 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 3 p. 4. pos. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 4 p̃. 5. pos. ℞. 4 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 5 p̃. 6. pos. ℞. 5 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 6 p̃. 7. pos. ℞. 6 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 7 p̃. 8. pos ℞. 7 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 8 p̃. 9. pos. ℞. 8 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 9 p̃. 10. pos. ℞. 9 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$
1 cu. 10. p̃. 11. pos. ℞. 10 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 11 p̃. 12. pos. ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 12 p̃. 13. pos. ℞. 12 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$
1 cu. 13 p̃. 14. pos. ℞. 13 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 14 p̃. 15. pos. ℞. 14 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 15 p̃. 16. pos. ℞. 15 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 16 p̃. 17. pos. ℞. 16 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 17 p̃. 18. pos. ℞. 17 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$

Exemplum secundum incrementi per 2.

1 cu. 0 p̃. 4. pos. ℞. 1. p̃. 1
1 cu. 2 p̃. 5. pos. ℞. 2. p̃. 1.
1 cu 4 p̃. 6. pos. ℞. 3. p̃. 1.
1 cu. 6 p̃. 7. pos. ℞. 4. p̃. 1
1 cu. 8 p̃. 8. pos. ℞. 5. p̃. 1.
1 cu. 10 p̃. 9. pos. ℞. 6. p̃. 1
1 cu. 12 p̃. 10. pos. ℞. 7. p̃. 1.
1 cu. 14 p̃. 11. pos. ℞. 8. p̃. 1.
1 cu. 16 p̃. 12. pos. ℞. 9. p̃. 1.
1 cu. 18 p. 13. pos. ℞. 10. p̃. 1.
1 cu. 20 p. 14. pos. ℞. 11. p. 1.
1 cu. 22 p. 15. pos. ℞. 12. p. 1.
1 cu. 24 p. 16. pos. ℞. 13. p. 1.
1 cu. 26 p̃. 17. pos. ℞. 14. p̃. 1.

1 cu

1 cu. 26 p̃. 17. poſ. ℞. 14. p̃. 1.
1 cu. 28 p̃. 18. poſ. ℞. 15. p̃. 1.
1 cu. 30 p̃. 19. poſ. ℞. 16. p̃. 1.
1 cu. 32 p̃. 20. poſ. ℞. 17. p̃. 1.
1 cu. 34 p̃. 21. poſ. ℞. 18. p̃. 1.

Exemplum tertium incrementi per 3.

1 cu. 0 p̃. 9. poſ. ℞. $2\frac{1}{4}$ p̃: $1\frac{1}{2}$
1 cu. 3 p̃. 10. poſ. ℞. $3\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 6 p̃. 11. poſ. ℞. $4\frac{1}{4}$ p̃: $1\frac{1}{2}$
1 cu. 9 p̃. 12. poſ. ℞. $5\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 12 p̃. 13. poſ. ℞. $6\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 15 p̃. 14. poſ. ℞. $7\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 18 p̃. 15. poſ. ℞. $8\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 21 p̃. 16. poſ. ℞. $9\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 24 p̃. 17. poſ. ℞. $10\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 27 p̃. 18. poſ. ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 30 p̃. 19. poſ. ℞. $12\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 33 p̃. 20. poſ. ℞. $13\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 36 p̃. 21. poſ. ℞. $14\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 39 p̃. 22. poſ. ℞. $15\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 42 p̃. 23. poſ. ℞: $16\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 45 p̃. 24. poſ. ℞. $17\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 48 p̃. 25. poſ. ℞. $18\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$
1 cu, 51 p̃. 26. poſ. ℞. $19\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$

Exemplum quartum incrementi per 4.

1 cu. 0 p̃. 16. poſ. ℞. 4. p̃. 2.
1 cu. 4 p̃. 17. poſ. ℞. 5. p̃. 2.
1 cu. 8 p̃. 18. poſ. ℞. 6. p̃. 2.
1 cu. 12 p̃. 19. poſ. ℞. 7. p̃. 2.
1 cu. 16 p̃. 20. poſ. ℞. 8. p̃. 2.
1 cu. 20 p̃. 21. poſ. ℞. 9. p̃. 2.
1 cu. 24 p̃. 22. poſ. ℞. 10. p̃. 2.
1 cu. 28 p̃. 23. poſ. ℞. 11. p̃. 2.
1 cu. 32 p̃. 24. poſ. ℞. 12. p̃. 2.
1 cu. 36. p̃. 25. poſ. ℞. 13. p̃. 2.
1 cu. 40 p̃. 26. poſ. ℞. 14. p̃. 2.
1 cu. 44 p̃. 27. poſ. ℞. 15. p̃. 2.
1 cu. 48 p̃. 28. poſ. ℞. 16. p̃. 2.
1 cu. 52 p̃. 29. poſ. ℞. 17. p̃. 2.
1 cu. 56 p̃. 30. poſ. ℞. 18. p̃. 2.
1 cu. 60. p̃. 31. poſ. ℞. 19. p̃. 2.
1 cu. 64 p̃. 32. poſ. ℞. 20. p̃. 2.

Exemplum quintum vbi res eadem eſt.

1 cu. 216 p̃. 0. poſ. 6.
1 cu. 210 p̃. 1. poſ. 6.
1 cu. 204 p̃. 2. poſ. 6.
1 cu. 198 p̃. 3. poſ. 6.
1 cu. 192 p̃. 4. poſ. 6.
1 cu. 186 p̃. 5. poſ. 6.
1 cu. 180. p. 6. poſ. 6.
1 cu. 174 p. 7. poſ. 6
1 cu. 168. p. 8. poſ. 6.
1 cu. 162 p. 9. poſ. 6.
1 cu. 156 p. 10. poſ. 6.
1 cu. 150. p. 11. poſ. 6.
1 cu. 144 p. 12. poſ. 6.
1 cu. 138 p. 13. poſ. 6
1 cu. 132 p. 14. poſ. 6.
1 cu. 126 p. 15. poſ. 6.
1 cu. 120 p. 16. poſ. 6.

Ex quibus ſequuntur quatuor corollaria.

Cor. 1. Ex hoc igitur ordine habemus primum quod oportet, vt cum dimidium ℞. ſit pars ſecunda æſtimationis, & ℞. ſit neceſſariò numerus par vel impar, vt ſecunda pars ſit numerus integer, aut numeri dimidium. Cor. 2.

Secundò, ſequitur quod capitulum non poteſt eſſe generale, quia primus numerus neceſſariò eſt quadratus, nam ſi non ſit cum incrementa fiant per radicem numeri, igitur vel primus numerus vt pote in tertio ordine erit integer & non quadratus, aut quadratus ſed non integer: ſi quadratus & non integer, igitur cum alij numeri rerum fiant per additionem continuam vnius, erunt omnes numeri rerum fracti, igitur non ſeruiet capitulum cubo æquali rebus integris & numero vlla ex parte quod eſt abſurdum. Sin autem fuerit numerus & non quadratus, igitur cum incrementa fiant per ℞. illius, nunquam prodibit numerus verus æquationis, & ita capitulum erit inutile.

Ex hoc ſequitur etiam quòd numquam numerus æquationis poteſt adeò augeri, vt quadratum dimidij eius ſit maius cubo tertię partis numeri rerum: nam tunc per primam regulam fieret ęſtimatio binomium cubicum: & per hanc regulam binomium quadratum, & ita unum æquale eſſet alteri, quod licet eſſe poſſit, vt in hoc exemplo ℞. v. cu. 20. p̃: ℞. 329. p̃. ℞. v cu. 20. m̃: ℞ 392. & eſt 2. p̃. ℞ 2. & 2. m̃ ℞ 2. quod eſt 4. non poteſt tamen continuari, & æſtimatio reſoluitur in numerum integrum. Per vltimã decimi Element. Cor. 3.

Ex hoc habetur æſtimatio propoſito numero rerum & ęquationis inuenias omnia quadrata contenta ſub numero rerum, & ſuas ℞. cum quibus duces iſtas in differentiam numeri rerum, & numeri quadrati, & ſi producatur numerus æquationis. tunc differentiæ illius, & quartæ partis numeri quadrati inuenti ℞. eſt prima pars binomij, & dimidium ℞. illius inuentæ pars ſecunda binomij. Exemplum 1. cu. ęqualis eſt 30 p̃: 19. poſ. ſub 19 numero rerum continentur quadrati numeri, vt a latere vides: cum verò differentia 9. a ſingulis ſit ducta in ℞. numeri bifariam producitur 30. numerus ęquationis. Cor. 4.

16 ——	4.	3.	12.
9 ——	3.	10.	30.
4 ——	2.	15.	30.
1 ——	1.	18.	18.

In poſteriore accipiemus 1. quartam partem 4. & addemus ad 15. differentiam fit 16. cuius ℞. quæ eſt 4. addito 1. conſtituit ęſtimationem 5. In priore addemus $2\frac{1}{4}$ quartam partem 9. ad 10. differentiam fit $12\frac{1}{4}$ cuius ℞. quæ eſt $3\frac{1}{2}$ addito $1\frac{1}{2}$ dimidio 3. ℞. 9. fit 5. vt prius rei æſtimatio.

CAPVT LX.

Demonſtratio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero.

Et cum ſit regula hæc quòd ad æſtimationem attinet ſpecialis, ideò etiam non mirum eſt ſi ſit etiam ſpecialis in modo inueniendi, cum ſupponat numerum quadratum. Ergo vt generaliter conſideretur

tur proponamus rem ipsam a b & eius quadratum a c, quod constat ex aliquo numero diuiso per a b & prouentu addito numero rerum, numerus igitur diuisus nunc ponatur superficies : ideòque poterit esse maior & minor & æqualis ipsi a e proponatur primum quod sit æqualis igitur quod prouenit erit b a latus & hoc est notum : quippe numerus notus ideò nota velut 1. cub. æqualis 25. p. 20. rebus res est 5. & æqualis 36. p. 30. rebus res est 6. Sit modo B D maior quadrato A C in D E, & sit A C vnum, & quia E D erit quantum A D, & addita C D, constituit quadratum A C ex demonstratis, si ergo adderetur sola A F vt fieret A C esset numerus rerum ad vnguem E C, sed quia additur D F plus constituatur F G æqualis F D, igitur superficies E G C, erit numerus rerum putà 8. & superficies b d est numerus ex supposito, & differentia earum erit 24. qui est dodrans 32. & triplum numeri rerum A B : & ideò E D fit ex ea, id est vno, in A D seu A k cum adiecta k D igitur adiecto quadrato k D commune erit productum ex A B adiecta A D in k D monade addita æquale differentiæ numeri æquationis, & numeri rerum cum quadrato kd. Si vero proponatur B H numerus paruus, & qui exit A H & monade ducta in A H fit E H superficies quæ adiecta numero rerum constituit quadratum A C, igitur numerus rerum est superficies H C E, & sit gratia exempli 18. & H B 8. igitur differentia erit 10. talis autem differentia est H C m̃. H E H c fit ex H k in A B, H E ex H a in A E. Igitur est diuisa A k æqualis A B vt ex tota in vnam partem, altera detracta relinquatur 10.



Quando ergo superficies diuidenda, & est numerus æquationis, fuerit magna, tunc in pluribus satisfaciet pars illa capituli iam inuenti per binomia ex ℞. cubicis, quandoque etiam non. Sed quando superficies fuerit minor quadrato, non poterit. Postquam ergo supponimus monadem, illa nota est : & quia supponimus a k potentia etiam alogam capiamus, gratia exempli, quod sit ℞. cu. 12. p̃. 2. cuius quadratum a c est ℞. cu. 144. p̃. ℞. cu. 768. p̃. 4. volumus ergo diuidere ℞. cu. 12. p̃. 2 vt ducta in vnam partem, & addita reliqua sit æqualis 3. gratia exempli & alteri parti: Sit ergo pars vna 1. pos. & erunt partes 1. pos. & ℞. cu. 12. p̃. 2. m̃. 1. pos. duc ergo 1 pos. in ℞. cu. 12. p̃. 2. fiunt pos. ℞. cu. 12. p̃. 2. & hoc est æquale ℞. cu. 12. p̃. 5. m̃. 1. pos. quare pos. ℞. cu 12. p̃. p̃. 3. æquabuntur ℞. cu. 12. p̃. 5. diuide numerum æquationis per numerum pos. inueniendo recisum ℞. cu. 12. p̃. 3. seu ℞. cub. 27. p̃. ℞. cu. 12. & est ℞. cu. $3\frac{3}{8}$ m̃. ℞. cu. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu $\frac{2}{3}$ duc in ipsum fit $6\frac{1}{2}$ ducito ℞. cu. 12. p̃. 5. per $1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. cub. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cub. $\frac{2}{3}$ Hoc igitur productum diuide per $6\frac{1}{2}$ exit res ipsa $1\frac{6}{13}$ p̃. ℞. cu. $\frac{128}{6591}$ m̃. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$, Hæc est vna pars, alia

$1\frac{1}{2}$ m̃. ℞. cu. $1\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{2}{3}$ 5. p̃. ℞. cu. 12.
$7\frac{1}{2}$ p̃. 2. p̃. ℞. cu. $83\frac{1}{3}$ p̃. ℞. cu. $40\frac{1}{2}$ m̃. ℞. cu. $187\frac{1}{2}$ m̃. ℞. cu. 18.
seu $9\frac{\ }{2}$ p̃. ℞. cu. $5.\frac{1}{3}$ m̃. ℞. cu. 12.

igitur erit $\frac{7}{13}$ p̃. ℞. cu. 12. p̃. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$ m̃. ℞. cu. $\frac{128}{6591}$ ducta igitur ℞. cu. 12. p̃. 2. in $1\frac{6}{13}$ p̃. ℞. cu. $\frac{182}{6591}$ m̃. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$ & à producto detrahendo $\frac{7}{13}$ p̃. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$ p̃. ℞. cu. 12. m̃. ℞. cu. $\frac{128}{6591}$ relinquetur 3. ad vnguem. Nos autem quærimus simul quod ex ductu a b, id est ℞. 12. p̃. 2. in h a, id est residuum quod fuit $\frac{7}{13}$ p̃. ℞. cu. 12. p̃. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$ m̃. ℞. cu. $\frac{128}{6591}$ fiat numerus. Et hæc erit quantitas.

Clarum est igitur quod problema construitur hoc modo, & componitur ex regula de modo & positione: Inuenias quantitatem quæ possit diuidi in duas partes, vt ductum totum in vnam producat 3. gratia exempli, & in reliquam partem addito priore producat 8. pro exemplo. Quoniam ergo liquet quod genus æstimationis illius est quantitas ex genere, vel forma diuisæ vt $\frac{a}{b}$ superius n. est demonstratum quod non licet diuidere nisi per quadrinomium in ℞. quadratis, in cubicis per binomium aut trinomium analogum, vel per regulam specialem, cum ergo in cæteris non liceat, dico quòd adeò sunt notæ hæ quantitates vt illæ. Nam quod ad essentiam attinet ita aloga est ℞. 2. vt ℞. cu. 7. p̃. ℞. regula 3. m. ℞. ℞. 5. vel etiam totum hoc $\frac{\text{℞. cu 7. p̃. ℞. ℞ 3. m̃. ℞. ℞. 5.}}{\text{℞. cu. quad 10. p̃. ℞}^{a}\text{3. m. ℞. 2.}}$ Quòd ad propinquitatem attinet nihil refert cum perpetuo liceat appropinquare. Quo verò ad operationes illæ sunt notissimæ, ideò propono eas. Sit ergo vt velim ℞. $\frac{a}{b}$ capio ℞. numeratoris & denominatoris, & est ℞. b & ℞ a, & superpono vnam alteri eodem ordine, & habeo ℞. $\frac{a}{b}$ ℞. $\frac{a}{b}$ & similiter $\frac{\text{℞. cu. a}}{\text{℞. cu. b}}$ & ita ℞. cu. $\frac{10.}{\text{℞. ℞. 5. p̃. ℞. cu. 2.}}$ est $\frac{\text{℞. cu. 10.}}{\text{℞ v cu. ℞ ℞ 5. p. ℞ cu. 2}}$

& ita voio ducere $\frac{\text{10.}}{\text{℞.℞.5.p̃.℞.cu.2.}}$ in $\frac{\text{℞.2.}}{\text{℞.Rª 5.m̃.℞.℞.℞.2.}}$ fit $\frac{\text{℞.200.}}{\text{℞.℞.Rª 1953125.p̃.℞.cu.Rª 4000.m̃.℞.℞.10.m̃.℞.℞.℞.cu.128.}}$ & ita diuidendo multiplicabimus in crucis modum, & habebimus $\frac{\text{℞.Rª 500000.m̃.℞.℞.20000.}}{\text{℞.℞.20.p̃.℞.cu.℞.32.}}$ Et contrario modo contrario diuidendo. Et ita in additione $\frac{\text{℞.Rª 500000.℞.℞.20.p̃.℞.cu.℞.32.m̃.℞.℞.20000.}}{\text{℞.Rª 1953125.p̃.℞.cu.Rª 40000.m̃.℞.℞.10.m̃.℞.℞.cu.128.}}$ & in detractione pariter $\frac{\text{℞.℞.20.p̃.℞.cu.℞.32.p̃.℞.℞.20000.m̃.℞.Rª 500000.}}{\text{℞.℞.Rª 1953125.p̃.℞.cu.R 4000.m̃.℞.℞.10.m̃.℞.℞.℞.cu.128.}}$ Hæc igitur eo vſque acta ſint.



SERMO



SERMO DE PLVS ET MINVS.



Li. de Aliza cap. 2. ALiàs ſcripſimus quantum ex demonſtratione neceſſarium viſum fuit quod totum concludit quod. m̃. in p̃. & in m̃. producit, m̃. ergo diuiſo m̃. per m̃. producitur modo p̃. de modo m̃. Vel ſi ſint duo m̃. diuiſa, poterunt prodeuntia eſſe p̃. & m̃. omnia verò quæ diuiduntur per p̃. ſunt ſimilia diuiſo, ideò diuiſo p̃. per p̃. producitur p̃. & diuiſo m̃. per p̃. exit m̃. quod patet ex multiplicationibus. Ex quatuor igitur membris tria nota ſunt: at ſi p̃. diuidatur per m̃. nihil exit, aliter ex m̃. in p̃. vel m̃. produceretur p̃. quod eſſe non poſſe demonſtratum eſt. Sed ſi diuiſor ſit m̃. adiunctum habens p̃. quod exit, ſe habet ad id quod exit diuiſo per p̃. tantum, vt ſe habet p̃. ad m̃. Veluti diuido 60. per 6. m̃. 1. poſ. & per 6. exit 10. quod ſe habebit ad 10. ſicut 6. ad 6. m̃. 1. poſ. vel 10. ſe habebit ad id quod exibit p̃. 10. vt 6. m̃. 1. poſ. ad 1. poſ. & hoc pendet ex demonſtrati & aſſumptis, vt dixi, ab Euclide in ſecundo elementorum propterea quod ad finem artis hac in parte conducit: dicemus ergo per regulam 4. quantitatum in eadem proportione quam vocant trium ſi 6. m̃. 1. poſ. ſeu re producit 1. rem quid producet 10. duc. 10. in 1. rem, fiunt 10. res, diuide per 6. m̃. 1. poſ. exeunt $\frac{10.\ res}{6\ m.1.re}$ Raphaël au-

Prop. 7.

6. m̃. 1. poſ.	10. res
1 poſ.	6. m̃. 1. re

tem Bombellus Bononienſis contraxit hanc ad ℞. cub. Binomij & reciſi, quia non videbatur m̃. hoc vtile niſi pro perfectione cubi æqualis rebus & numero: ſed ibi eſt ℞. cu.l. duplex Binomij ſcilicet & ſui reciſi: ideò rectè contraxit hoc m̃. ad illas duas conditiones ℞. cub. ſcilicet l. & Binomij cum ſuo reciſo, & quia in duobus rectè ſe geſſit: primum quod ſuppoſuit m̃. ſimplex nihil eſſe, neque vllis poſſe vel debere declarari: quod & verum eſt; & ideò negotiatur circa m̃. quod eſt ℞. illa cub.l. Binomij & ſui reciſi quæ ſemper eſt aliquid, quoniam omne Binomium cum ſuo reciſo æquale eſt duplo partis quod eſt plus, ideò non eſt minus ſimplex. Alterum eſt quod oſtendit tria illa capitula cubi numeri & rerum in plano per lineas rectas & ſuperficies ideò voluimus conſiderare illa quæ ſcripſit de hoc m̃. Nihilominus defecit grauiter in hoc quod non explicuit quid intelligeret per p̃. m̃. & m̃. m̃. quæ italica lingua clarius explicantur p̃. di m̃. & m̃. di m̃. ſeu quod non animaduerterit, ſeu quod non poſſet niſi intellectu comprehendi ſed non imaginari: ſeu quod nimis difficile viſum ſit, certè multum auxit difficultatem rei, alioquin obſcuriſſimæ, prætermiſiſſe duas vix lineas Vtcumque explicuit rectè ſanè operationem terminorum, quod eſt alterum capitum præcipuorum, cum reliquum ſit notitia (& vt declaraui deductio ad numerum) illarum ſcilicet quantitatum. Propterea explicabimus quædam ſuppoſita ſparſim collecta circa hoc & repetam vnum antea breuiter explicatum & eſt.

p̃. di m̃. in m̃. di m̃.. produeit p̃. illorum autem ſingula in ſimile producunt m̃. 1. m.

Diuiſo p̃ per p̃. di m̃. exit m̃. di m̃. & per m̃ di m̃. exit p̃. di m̃. patet ex primo velut etiam quod diuiſo m̃. per p̃. di m̃. vel per m̃. di m̃. exit ſuum ſimile hoc eſt in primo p̃. di m̃. in ſecundo m̃. di m̃. 2. m.

In capitulo cubi æqualis numero & rebus, inquit, ſi fuerit cubus æqualis 15. rebus p̃. 4. & duxerimus 5. tertiam partem numeri cuborum ad cubum fiet 125. & oporteat facere ex 4. duas partes, ex quarum ductu vnius in alteram fiat 125. tunc partes erunt 4. m̃. 125. quod eſt m̃. 121. quarum radices additæ & detractæ a 4. quadrato dimidij efficiunt 4. p̃. ℞. 121. & 4. m̃. ℞. 121. & ℞. cu. illarum iunctę efficiunt rem (& hoc 121. m̃. vocatur p̃. di m̃. cuius vt notum ℞. eſt 11.) & ita vna pars erit 2. p̃. 11. alia 2. p̃. m̃. 11. quarum ℞. cu. l. efficiunt rem quam conſtat eſſe 4. 3 m.

Quia dicit has ℞. cub eſſe 2. p̃. di m̃. 11. & 2. m̃. di m̃. 11. quod ſi conſtaret haberemus intentum: nam 2. p̃. m̃. 1. & 2. m̃. di m̃. 1. iuncti faciunt 4. 4. m.

Quod antea dicit in hoc caſu eſt quod 2. p̃. di m̃. 1. habet ſuum quadratum 3. p̃. di m̃. 4. & cubum eſſe 2. p̃. di m̃. 11. Ex quo ſequitur quod ex 2. p̃. di m̃. 1. etiam ducto in 3. p̃. di m̃. 4. fiant 2. p̃. di m̃. 11. 5.

Pendet ex præcedenti nam 2. p̃. di m̃. 1. 6. m.

detracto 1. m̃ (per primum suppositum) à 4. quadrato 2. fit 3. p̃. & p̃. m̃. 4. propter decussatam multiplicationem.

7. p̃. ductum in aliam quantitatem in eodem statu relinquit illam : m̃. autem mutat vicissim, vt p̃. di m̃. in m̃. di m̃. & m̃. di m̃. in p̃. di m̃.

8. Post deducit 3. p̃. di m̃. 4. ad cubum duobus modis subscriptis qui ad idem tendunt vel vt fiat quadratum & ex eo in 3. p̃. m̃.

3. p̃. di m̃. 4.
2. p. di m̃. 1.
6. p̃. di m̃. 11. m̃. 4.
hoc est 2. p̃. di m̃. 11.

4. ducto cubus 117. p̃. di m̃. 44. alter modus in secunda figura clarus est. Hic solum restant dubitationes quædam.

Prima cur velit quod p̃. m̃. 4. in p̃. m̃. 24. efficiat m̃. 96. dicet quod distinguit simplicia quæ producuntur à compositis vt composita à simplicibus in composita vt sit prima regula p̃. vel m̃. in composita efficit m̃. compositum : secunda composita in composita efficiunt simplicia p̃. si dissimilia, m̃. si similia : tertia simplicia producunt

3. p̃. m̃. 4
3. p̃. m̃. 4.
9. p̃. m̃ 16. p̃. m̃. 24.
m̃. 7. p. m̃. 24.
3. p. m̃. 4.
m̃. 21. m̃. 96. p. di m̃. 72. m̃. di. m̃. 28.
m̃ 117. p̃. di. m̃ 44.
3. p. m̃. 4.
27.——16.——48. 144. m̃.
Detractum à 27. p. restant m̃. 117.
9——16. 25. cuius 13689.
cubus ♀ 15625.
1936.
44.
m̃. 117. p̃. di m̃. 44. vt prius.
2. m̃ 3.
2. m̃. 3.
13. m̃. 12.

simplicia m̃. superante : quarta de m̃. in m̃. simplex non est hic quæstio nec determinatio.

2. Dubitatio est longè maior, nam res ponitur 2. p̃. m̃. 1. seu pars rei vna in qua p̃. superat m̃. & eius quadratum ponitur 3. p̃. di. m̃. 4. igitur m̃. superat p̃. & hoc destruit totum Euclidem, nam quorum latera sunt maiora, quadrata sunt maiora, & contra vt de circulis & diametris. Et etiam quia duplum vnius partis in alteram superaret quadratum partium quod etiam est contra Euclidem in secundo element. Ad hoc responderur tripliciter. Primum quod etiam in vera multiplicatione & formatione quadrata habetur contrarium ordin. vt in 2. m̃. 3. quod est m̃. 1. vere quadrat. pars p̃. superat m̃. aliter diceret quod hæc constitutio sit contraria rectæ vt in illa augetur incrementum quadratorum supra rectangula partium, ita hic contra euenit, vel dic quod sit commutatio quia in illa contingit quoniam m̃. in m̃. supponitur producere p. ob errorem in fabricatione quadrati : sed verè vt demonstratum est ♀ cu. m̃. in m̃. vel in p. producat m̃. vt dictum est, *initio huius sermonis.* dicemus quod quadratum 2. m̃. 3. est 4. m̃. 21. & quadratum quod plus est 3. m̃. 2. est 9. m̃. 16. verè. Sed dices quomodo cum exuberet 1. p. ergo debet p. exuperare m̃. in 1. aut plus aut parte.

Tertia Dubitatio est quoniam nescimus quæ quantitates veræ sint quæ tot miracula faciunt, nec ipse ausus est explicare nec reddere rationem huius rei.

Quarta, Quia non probat intentum scilicet quomodo ℞. cu.l. 2. p. m̃. 11 p.l. ℞. cu. 2. m̃. di m̃. 11. sint quantitates quæ constituunt 4. ad vnguem. nam si supponatur quod sint 2. p. m̃. 11. p. 2. m̃. m̃. 11. admittemus confici 4. sed oportet ostendere hoc tam in binomio quam in reciso & conuerso modo; & hoc per demonstrationes corporeas in plano, vel per principia nota aut saltem ostendere quod supposita non sint absurda aut sensu aut multitudine exemplorum aut finis perfectione; quorum nullum cum exhibuerit, magnam dubitationem de re ipsa reliquit seu de inuento. Ergo transgreditur bifariam in hac operatione geometricos limites. Primum cum detrahit 125. ex 4. & relinquit m̃. 121. secundum cum detrahit ℞. 121. ex 2. & ideò binomium appellat p̃. di m̃. & recisum m̃. di m̃. vt in secundo. in tertio accipit ℞. cu. inuentorum & nota l. ligat eas, & pro ℞. 121. quadrata ponit 11. qui ductus in se producit 121. in quarto accipit ℞. cu. descriptas per notas ℞. cu. per numeros vt sint 2. p̃. di m̃. 1. p̃. 2. m̃. di m̃. 1. quod est 4. vt in quinto. Hic sunt difficultates. Prima, quoniam exemplum est de re quæ est eadem numero æstimationis & ipse non posuit aliud. Secunda quoniam dicit quod 2. p̃. di m̃. 1. est. ℞. cu. l. 2. p. di m̃. 11. & ita 2. m̃. di m̃. 1. ℞. l. cu. 2. m̃. di m̃. 11. oportet ostendere modum. Tertia

1. cu. æqualis 15. rebus p̃. 4.
1um 5 2
125.——4
m̃. 121.
2. p̃. ℞. 121. 2. m̃. ℞. 121.
2um ℞. cu. 2. p̃. m̃. ℞. 121. & ℞. cu. 2. m̃. di m̃. ℞. 121.
3um ℞. cu. 2. p̃. di m̃. 11. p̃. ℞. cu. l. 2. m̃. di m̃.
4um 2. p̃. di m̃. 1. p̃. 2. m̃ di m. 1.
5um 4.

quid sit tandem hoc m̃. vt pote 2. m̃ ℞. 121.

121. Quarta quid ſit in ſuperficie vel corpore.

Quod ad primum reſpondeo quod poſito 1. cu. æquali 21. rebus p̃. 20. erit cubus 7. 343. qui detractus à 100. relinquit m̃. 243. erunt ergo partes 10. p̃. ℞. 243. & 10. m̃. ℞. 243. & primum aduertendum quod cum vna pars ſit binomium altera reciſum, non tamen conſtat quæ ſit potius appellanda nomine binomij quæue reciſi & quoniam 243. non habet ℞. quadratam. ideò aſſumemus pro 2. 3. & 4. ſecundum,

$\frac{7}{343}$ m̃. 243. $\frac{10}{100}$

1um	Reciſ. binom. 10. p̃. m̃. ℞. 243. & binom. reciſ. 10. m̃. m̃. ℞. 243.
2um	℞. cu. l. 10. p̃. m̃. ℞. 243. p̃. ℞. cu. l. 10. m̃. m̃. ℞. 243.

Ergo pro hoc datur exemplum. Volo ℞. c. l. 52. p̃. di m̃. ℞. quadrata 2209. duco ad quadrata, fiunt 2704. & 2209. iungo fiunt 4913. accipio ℞. cu. quæ eſt 17. accipio numerum cuius quadratum ſit minus 17. & cubus maior 52. & eſt 4. duco in ſe fit 16. accipio ℞. 1. reſidui quæ eſt 1. ergo duco ℞. 1. in ſe, fit 1. duco in 4. aliam partem, fit 4. triplico, fit 12. detracto 12. ex 64. cubo 4. remanet 52. Igitur cum conueniat, erit ℞. cu. l. 52. p̃. di m̃. ℞. 2209. hæc 4. p̃. di m̃. 1. & manifeſtum eſt quod hæc operatio ortum habet à compoſitione cubi totius & quid ſit p̃. di m̃. Aliter quod in omnibus exemplis præſupponit quod partes reducantur ad quadrata quæ iuncta faciant numerum cubum, inde accipit numerum cuius cubus ſit maior prima parte binomij, & quadratum non ſit maius ℞. cu. aggregati inuenta. Quia ergo in hoc binomio ſupponitur quod aggregatum ſit numerus cubus & pars minor quadratum, non erit arduum inuenire in aliquibus ℞. cu. binomij in hoc caſu liquet quod oportet inuenire numerum cuius quadratum non ſit maius 7. cubus verò ſit maior 10. prima parte binomij, & ita diſcurrendo per numeros & binomia, poteris experiri ſi habeat conditiones quæ ſunt vt quadrata amborum conſtituant ℞. cu. aggregati: alterum vt cubus illius (& eſt vt diuidamus ℞. cu. illam in 2. partes communi more (quaſi eſſet numerus æſtimationis) deducto triplo eiuſdem quadrati in reciſum, remaneat prima pars binomij, & dat exemplum, vt ſint 8. p̃. di m̃. ℞. 232. $\frac{2}{27}$ harũ quadrata iuncta ſunt 296. $\frac{8}{27}$ cuius ℞. cub. eſt $6\frac{2}{3}$ & erunt partes ℞. 2. p̃. 1. cuius quadratum eſt 3 p̃. 8. quod detractum ex $6\frac{2}{3}$ relinquit $3\frac{2}{3}$ m̃. ℞. 8. ex cubo igitur primæ partis ℞. l. 2. p̃. 1. & eſt ℞. 1. 50. p̃. 7. deducto triplo ℞. 2. p̃. 1. in $3\frac{2}{3}$ m̃. ℞. 8. & eſt ℞. 50. m̃. 1. remaneat 8. nam palam eſt quod detracta ℞. 50. m̃. 1. ex ℞. 50. p̃. 7. remanet 8. Itaque conſtat (his tamen ſuppoſitis) quod latus cubi cum 8. p̃. di m̃. ℞. $232\frac{2}{27}$ eſt ℞. l. 2. p̃. 1. p̃. di m̃. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̃. ℞. 8. vt autem experiaris deducito ℞. l. 2. p̃. 1. p̃. di m̃. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̃. ℞. 8. ad cubum, ſit primo in ſe ducendo.

Coroll. 1. 2.

℞. l. 2. p̃. 1. p̃. di m̃. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̃. ℞. 8.
℞. l. 2. p̃. 1. p̃. di m̃. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̃. ℞. 8.

℞. 32. m̃. $\frac{2}{3}$ p̃. di m̃. ℞. l. 12. p̃. ℞. $56\frac{8}{9}$
℞. l. 2. p̃. 1. p̃. di m̃. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̃. ℞. 8.

quad. 3. p̃. ℞. 8. p̃. di m̃. ℞. l. 3. p̃. ℞. $3\frac{1}{9}$ p̃. di m. ℞. l. 3. p̃. ℞. $3\frac{1}{9}$ m. $3\frac{2}{3}$ m. ℞. 8. & æquiualet.

℞. $7\frac{2}{3}$ p̃. ℞. $22\frac{2}{9}$ p̃. di m. ℞. l. $57\frac{1}{3}$ p̃. ℞. 3200. p̃. di m. ℞. $22\frac{2}{3}$ m. ℞. $39\frac{41}{81}$ m. ℞. l. $22\frac{2}{9}$ m. $\frac{2}{3}$ ſed hoc exemplum conquiſitum eſt ſtudioſè in magnis numeris & fractis, ideò paruæ vtilitatis eſt & raro vſui.

Inter hæc addit 2. exempla notatu digna dicens diuide 10. per ℞. cu. 2. p̃. di m. 11. reduc hanc partem ad cubum erit 1000. diuidendus per 2. p̃. di m. 11. inde diuiſor

2. p̃. di m. 11.
2. m. di. m. 11.

p̃. 125.

ducatur in ſuum reſiduum vt à latere vides, & fiet diuiſor p̃. 125. diuide 1000. per 125. exit 8. & hoc ducatur in reciſum 2. m. di m. 11. fit 16. m. di m. 88. cuius ℞. cu. eſt prouentus. Hic tranſponitur ad facilitatem vna operatio tertia loco quartæ. Recta enim diceret, duc 1000. per 2. m. di m. 11. & fit 2000. m. 11000. diuide per 125. exit 8. m. di m. 88. cuius ℞. cu. eſt prouentus vt prius. Aliud difficilius diuide 12. per ℞. cu. l. 2. p̃. di m. 11. p̃. ℞. cu. l. 2. m. di m. 11. cum hic ſit binomium cum ſuo reciſo ſed cubis oportet vt docuimus in tertio libro ducere partes ad quadratum & fiet ℞. cu. m. l. 117. p̃. di m. 44. & 5. & m. ℞. cu. l. 117. m. di m. 44. & media pars fiet m. vt dictũ eſt. Ductum igitur hoc trinomium per binomium cum ſuo reciſo producit 4. cum quo diuido 12. fit 3. duco 3. vt in priore per trinomium reſiduum inuentum fit ℞. cu. l. m. 3119. p̃. di m. 1188. p̃. ℞. cu. l. 3159. m. di m. 1188. m. l. 15. & vt inuenias diuiſorem abſque illis reciſorum partibus & tot multiplicationibus, iunge cubum duarum radicum id eſt 2. p̃. di. m. 11. cum 2. m. di m. 11. & fit 4. diuiſor vt prius. Aliud compendij genus (exponit) quomodo ℞. c. l. m. poſſit antecedere: nam ſuppoſito quod ℞. cu. l. 2. p̃. di. m. 11. ſit 2. p̃. di m. 1. & quod eius quadratum ſit 3. p̃. di m. 4. & quadratum ℞. cu. l. 2. p̃. di m. 11. ſit m. 117. p̃. di m. 44. ideo deducendo 3. p̃. di m. 4. ad cubum iuxta regulã hanc cuba. 3. fit 27. duc 3. in 16. quadratum alterius partis, fit 48. triplica fit 144. detrahe 27. fit 117. pars prima: quam duc in ſe fit 13689. detrahe ex 15625. cubo 25. aggregati quadratorum partium ideſt 4. & 3. relinquitur 1936. quadratum 44. pars ſecunda, igitur partes cubi illius ſunt m. 117. p̃. di m. 44. & illius ℞. c. m. ℞. cu. l. 117. m. di m. 44. cap. 13.

Corol. ex his patet quod cùm m. di m. ductum in m. faciat m. & m. ductum in m. di m. faciat p̃. di. m. & m. in p̃. di m. faciat m. di m. quod p̃. di m. & m. di m. & m.

& m̃. simpliciter circumuoluuntur in infinitum.

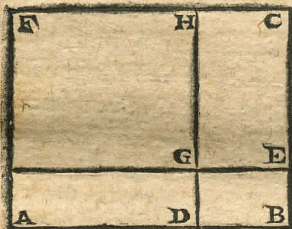
Ad secundam dubit. Demonstratum est quod quadratum 2.p̃.di m̃. 1. est 3.p̃.m̃.4. duco enim, vt supra, p̃. di m̃. 1. in se, fit 1.m̃.

2.	p̃.	di	m̃.	1.
2.	p̃.	di	m̃.	1.
3.	p̃.	di	m̃.	4.
2.	p̃.	dii	m̃.	1.

igitur erunt 3. p̃. & ducto 2. p̃. in p̃. di m̃. 1. fit p̃. di m̃. 2. & p̃. di m̃. 2. quod est p. di m̃. 4. & hoc pro quadrato. pro cubo duco 3. in 2. fit 6. duco p. di m̃. 1. in p. di m̃. 4. fit m̃. 4. igitur relinquentur 2. p. & decussatim 2. in 4. & 3. in 1. p. di m̃. cum 3. & 2. sint p. fiet p. di m̃. 11. quod est pro secunda dubitatione.

Ad tertiam quid sit hoc p. di m̃ 1. vt 4. p. di m̃. 125. est vere 125. m̃. sed addit illud p. vt sit nota coniunctionis ac si diceret 4. m̃. l. 121. & hoc quod declaraui non vtitur nisi comparatiuè & sub forma binomij: imò p. di m̃. cum sit binomium specie verè est recisum, vt contra 2. m̃. di m̃. 121. est binomium & est p. 121. sed oportet operari per partes. Indicio est quod dixit 2. p. di m̃. 11. ductum in 2. m̃. di m̃. 11. facit 125. nam p. di m̃. in m̃. di m̃. vult quod efficiat p. cum debeat facere m̃. quia obtinet locum p. & similiter p. di m̃. in p. di m̃. deberet efficere p. & ideò his causis non ausus est prodere quid esset, sed alligauit nos quibusdam reliquis suis sine ratione.

Dico igitur quod constitutâ superficie A B C vt sit A B exempli gratia 10. m̃. B C 8. m̃. D B 3. p. B E 2. p. erunt A D 7. G H 6. igitur tota superficies F H G 42. m̃. &

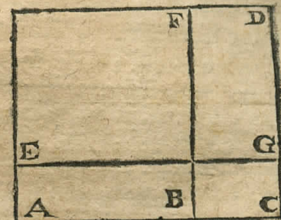


quia A B C est 80. erit gnomon A E H 38. quod constat ex constructione, nam A G constat ex A D in D G est igitur 14. G C ex G E in E C, igitur est 18. & D E ex D B in B E, est ergo 6. vt intotum sit gnomon 38. & tota superficies A C dicetur 38. p. m̃. 80. quod est 42. m̃. & in productione ducam 8. in 10. fit 80. m̃. ex m̃. in m̃. & ducam 3. in 2. fit 6. m eadem ratione qua ex

m. | 2. p̃. m. 8.) m̃.
| 3. p̃. m. 10.

44. p̃. m. 86.

Cap. 22. m. in m. fit p̃. vt in aliza inde duco 2. in 10. & 3. in 8. & fiunt p̃. igitur 44. non fiunt ex p̃. in m. ideò p̃. vincit m. sicut in recta m. vincit p̃. vt 6. m. 2. in 5. m. 3. faciunt 36. p̃. & m. 28. quod est 8. p̃. pari ratione ex hac multiplicatione fiunt 42. vt dictum est. liquet ergo cur 10. appellet 2. p̃. di m. 10. sed melius est dicere 3. p̃. m. 10. & 2. p̃. m. 8. & quid sit & quomodo fiat multiplicatio. Et quia in multiplicatione rectâ fit p̃. di p̃ & p̃. cum m. vt binomij cum reciso ideò existimauit vnum m. di m. contrarium p̃. di m. vt dicamus B C 2. p̃. A C 10. m. & est p̃. di m. & C D 5. p̃. C G 1. m. hoc noluit assumere quia in recta erat coordinatione,



sed assumpsit C D 5. m. & C G 1. m. Ego autem non video hanc necessitatem sed priorem quæ occurrit & est 4. p̃. in 8. m. & fit 32. m. Hæc ordinatur ex 5. in 10. fit 50. p̃. m. & 2. in 1. fit 2. m. ob dicta. ex 5. in 2. 10. p̃. ex 1. in 10. 10. p̃. quod est 20. detrahe 52. m. relinquitur 32. m. hoc est igitur quod appellauit m. di m. sed non est verum

(2. p̃. m. 10.) p̃.
p̃. 3. p̃. m. 1:

quod ex m. di m. in p̃. di m. fiat p̃. sed debemus sequi regulam Geometricam ideò cum dicit quod 2. p̃. m. 1. In 2. p̃. m. 1. producit 3. p̃. m. 4. est valdè absurdum propter rationes dictas, imò producitur 5. p̃. m. 4. & ita cubus erit sed vt dixi hoc pertinet ad rectam & ex hoc diuisio per recisum vt in recta seruatis regulis, & deductio ad quadratum & cubum.

2.	m.	1.	res.
5.	m,	4.	quadr.
14.	m.	13.	cub.

Super est vt reducamus quæsitum ad hoc. Inuenias vnum m̃. cuius ℞. addita & detracta a 10. (dimidio numeri æstimationis) ℞. cub. v. binomij ac recisi iunctæ aut detractæ efficiant 7. qui est tertia pars numeri rerum. Reducemus ergo per partes. Inuenias rem quæ addita & detracta (loco ℞. m̃.) a 10. ℞. v. cu. binomij ac recisi iunctæ vel detractæ efficiant 7. iam expleui omnes (si animaduertis) obseruationes. Inde animaduerte quod aggregatum partium rei aggregati partium cubi & differentia differentiæ ℞. cubica est. Vt 3. p̃. ℞. 2. cubus est 45. p̃. ℞. 1662. & ℞. cu. differentiæ 45. m. ℞. 1662. est 3. m̃. ℞. 2. & differentia quadratorum partium 45. & ℞. 1662. est 343. cuius ℞. cu. est 7, differentia quadratorum 3. & ℞. 2. Dicemus ergo fac ex 7. duas partes

tes quarum cuborum differentia sit 20. nam sic erunt ℞. cu. 7. & vnus detractus a 10. tantum faciet quantum alius ei additus. Sint ergo numeri vt a latere vides cubus $3\frac{1}{2}$ p̄. 1. pos. 10. $\frac{1}{2}$ quad. p̄. $42\frac{7}{8}$ p̄. $36\frac{3}{4}$ pos. p̄. 1. cu cubus $3\frac{1}{2}$ m̄. 1. pos. $10\frac{1}{2}$ quad. p̄. 42. $\frac{7}{8}$ m. m. $36\frac{3}{4}$ pos. p̄. m̄. 1. cu. differentia 2. cu. p̄. $73\frac{1}{2}$ pos. æqualis 20. 1. cu. p̄. 36 $\frac{3}{4}$ pos. æqualis 10. duc. $12\frac{1}{4}$ ad cubum fit 1838. $\frac{17}{64}$ huic adde 25. quadratum dimidij

$3\frac{1}{2}$ p̄. 1. pos.
3. quad. p̄. $12\frac{1}{7}$ $36\frac{3}{4}$ p̄. 1. quad.

$10\frac{1}{2}$ quad. p̄. $42\frac{7}{8}$ $36\frac{3}{4}$ pos. p̄. 1. cu.
$10\frac{1}{2}$ quad. p̄. 42. $\frac{7}{8}$ m. $36\frac{3}{4}$ pos. m. 1. cu.
1. cu. p̄. $36\frac{3}{4}$ pos. æqualis 10.

5. fit 1863. $\frac{17}{64}$ Igitur duc. ℞. $1863\frac{17}{64}$ p̄. 5. m. ℞. $1863\frac{17}{46}$ m. 5. quorum ℞. cu. v. efficiunt rem. igitur cum 10. p̄. ℞. m. 243. & 10. m. ℞. m. 243. habeant ℞. cu. ligatas quarum differantia est 7. . . . .

. . . .

sed si iunxeris fiet 24. quad. p̄. $85\frac{3}{4}$ æqualis 20. igitur 1. quad. p̄. $4\frac{1}{12}$ æqualis $\frac{20}{21}$ igitur 1. quad æqualis m. $3\frac{11}{84}$ quare res erit p̄. m. $3\frac{11}{84}$.

Subijcit habeamus ℞. cu. 4. p̄. di m. ℞. 11. p̄. ℞. cu. 4. m. di m. ℞. 11. vt sua linea inueniatur ducas partes ad quadrata fient 16. & 11. quæ iuncta faciunt 27. cuius cubus est 3. multiplica fit 9. multiplica etiam 4. per 2. ex regula, fit 8. & hæ duæ ℞. iunctæ scilicet 3. p̄. ℞. 8. conficiunt illas duas ℞. cu. & pendent ex capitulo cubi æqualis rebus & numero scilicet 1. cu. æqualis 9. rebus p̄. 8. Inuenias duos numeros quorum aggregatum fit & differentia sit 20. detrahe 6. a 20. fit 14. diuide 14. fit 7. detrahe 7. a 20. fit 13. pone 13. vnum, alterum m. 7. adde m. 13. ad 7. fit 6. detrahe fit 20.

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta sint 6. & differentia sit 20. accipies ℞. p̄. di 20. ℞. . . . .

. . . .

Proportio partium binomij cu. adparte recisi est vt æqualis ad æquale verè, alterius partis vt triplæ quadrati vnius partis ℞. alterius vt quadrati simplicis ideò referuntur ad compositionem, volo ℞. cu. 45. p̄. di m. 1682. inquiro ergo ℞. cu. 45. quæ est 3. & remanet 18. diuido 18. per 3. ex regula, fit 6. video an 6. producatur ex 3. in ℞. aliquam & inuenio quod sit ℞. 2. igitur dico quod 3. m. ℞. 2. est radix cub. talis binomij aut quod non habet talem ℞. cu. duco igitur 3. (primam partem iam inuentam) in se fit 9. triplico ex regula & fit 27. ei addo quadratum ℞. 2. iam inuentæ quod est 2. fit 29. duco 29. in se, fit 841. duco per 2. quadratum ℞. propositæ & fit ℞. 1682. ideò conuenit.



ENCOMIVM GEOMETRIÆ, RECITATVM ANNO 1535. in Academia Platina Mediolani.

NON parum est, viri Mediolanenses, eam laudare disciplinam, quæ omnium aliarum non solùm præstantissima est, sed etiam origo ac fons. Atque vtinam quàm late laudandi campus patet, vndiquaque occurrit gloria & decore insignis: tam facilè vel memoria comprehendere, vel ordine disponere, aut finem inuenire possem. Cum enim ad studium et imitationem respicio, videor certè aliquid sperare debere: at cùm ad rei magnitudinem, ad artem, ad ingenium, ad negocia, quibus etiam ea quanquam exigua quæ in me est virtus distrahitur: nihil me omnino præstare posse intelligo. Fateor inquam, fateor imparem & oneri & causæ & labori me esse: seu enim tractando sustinere, seu pro rei dignitate verba habens apud vos collaudare, seu ad finem rem tantam perducere enitar, longè plura prætermittendo ab eius dignitate detraham, quàm commemorando illi reddam. Nec vlla spe aut vi ad hanc prouinciam impelli potuissem, ni scirem hoc quantumcunque futurum sit, aut quouis ordine recitetur, sufficere ad ostendendum, nullam aliam aut artem aut disciplinam vel vtilitate, vel nobilitate illi posse comparari. Sufficiat certè illud vobis, non quod aut pro illius dignitate aut vestra expectatione exigebatur: sed quod pro ingenij mei mediocritate, tenuique ac incondita eruditione præstare vtcunque potero. Sæpè illud mecum reuoluebam, viri Mediolanenses, cur homines ad vituperandum tam prompti ac facundi facilè habeantur: in laudando inepti, incompositique nunc causam apertè video. Nam quæ laudari debent, non minus si honestissima sint, quàm si vilissima, negocium exhibent. Quæ enim memoriam non habent, sola inuentione indigent: at quæ locupletissimam sortiuntur, & ordinem, & prudentiam, & memoriam requirunt. Vix autem est inuenire, qui tot tantisque rebus sufficiat. Itaque & in sterili & copiosa materia par labor: at verò in vituperando promptiores semper sumus cùm nihil tam integrum sit, quòd multis vitiis non deturpetur: nihil tam impurum, cuius certa non sit quædam vituperationis meta: quoniam quæ media sunt & ambigua (& ea innumera penè in singulis sunt) ad vituperationem omnia sunt accommodata: contrà natura vniuscuiusque rei etsi laude digna non sit, nec tamen vituperationi apta est. Ob id igitur fit, vt cuncta vituperare quilibet sanè possit, laudare nemo nisi eruditissimus, exercitatissimus, ingeniosissimusque sit. Laudauit Erasmus stultitiam, Synesius Cyrenaicus caluitium, muscam Lucianus, Dion comam: sed hi non aliis magis in rebus exercitati, fingere, inuenire, persuaderéque multa potuerunt, vt in his eloquentiæ laus emineret, & res ipsa quæ laudabatur, & digna hac laude & honesta existimari posset. Manifestum est horum argumentum, quòd cùm disciplinas præclarosque homines laudare aggressi sunt, plura iustæ laudis monumenta prætermiserunt, quàm in illis adinuenerint. Ita fit, vt difficilius sit in ampla segete omnia colligere, quàm in sterili solo stercorando felicem expectare prouentum. Vidimus Ciceronem facundiæ omnis principem, os Romanum, eloquentiæ flumen, nullam vllius artis laudationem scribere voluisse: non quòd omnino imparem huic negocio illum existimauerim, sed quoniam difficillimum sit cum natura cumque Deo ipso certare velle. Id facere videntur, qui ornatissimas quasque res orationis splendore æquare cupiunt. Gloriosa certè ac rara illis laus, si assequerentur: at non assequentibus, temeraria & turpis. Quantum verò difficile sit assequi, non solùm ex aliorum inani labore ac diffidentia, sed etiam ex ipsa hominum laudatione conijcere licet: qui quanquam mortales, breuisque vitæ ac vmbratilis cuiusdam virtutis speciem referant, à paucissimis tamen, ac non nisi maximo cum labore dignas orationes ac egregiorum factorum mercedem assequi potuerunt. At mortali immensam diuinæ rei magnitudinem concipere

concipere, diuidere, distribuere, enarrare, extollere: non ne est mortalitatis ac humanarum virium limites ipsos excedere, egredique ac simul in angustissimo ac fragili vase diuina humanaque & numero & magnitudine penè infinita colligere? Nec verò vlla ad hoc ratione impelli potuissem, vt qui arte minor & memoria, cæteris ingenio non superior, exercitatione haud comparandus: inter tot arduas difficultates grauiaque impedimenta, onus tam immensum & viribus impar suscipere decreuerim: si non audaciam necessitas, orationem difficultas excusaret: atque vt qualiscumque sit futura non ex his quæ dicturus sum, sed quæ dici possent laudis & maiestatis argumentum sumi debet, per eamque alius incitaretur qui & facundia & ingenio propiùs illi accederet. Ferunt enim quendam Musicum fuisse non satis elegantem olim, nomine Phrynim, qui quamuis artem parum illustrarit, Timotheum tamen illum celebrem virum ad artis studia incitando, plurimum ad Musicæ dignitatem contulerit. Hic ille fuit, qui Alexandrum regem è conuiuio exilire coëgit, quibus fidem (potuisse Orpheum plantas ac feras lyra aduocare, Eurydicem ab inferis impetrare: Amphionè ac Zethum Bœotias Thebas Musica erigere, Arionem delphinos tibia placare, ob idque ab illis aduectum) si naturæ non nimis repugnassent, facere debuerat. Maximæ sunt artes singulæ, atque diuinæ, nec ex hominum excellentia ac gloria æstimandæ: sed cum illi ad summam mortalitatis perfectionem accesserint, diligenter considerandum quales esse illæ inter cœlestes virtutes debent, quarum vmbra quædam in mortali corpore tantum relucet. Omnium tamen artium illustriores sunt Mathematicæ, interque has præcipua Geometria: vt cum de illa dicturus sim, nec ad multitudinem memoria, nec ad subtilitatem ingenio, nec ad magnitudinem eloquentia sufficere possim. Audietis ciues non solum maxima, & recondita, sed & admirabilia: seu cum de summi opificis fabrica dixero, aut de totius mundi ordine, aut de illa quę in nobis est (& eam tamen ignoratis) compositione: atque quod his etiam ipsis longe est admirabilius, animæ symmetria, quonam pacto & illa, quamuis perennis sit atque spiritus solus omni vacans materia, Geometrica atque multiplici ratione constet. Audietis quibus modis maria transire, terrarum spacia intelligere, diuideréque hac vna consultrice ausit humana solertia: quid colonus in obseruatione temporum, quid ductor exercitus in collocatione castrorum, quid in tormentis excogitandis: quid Iurisperitus in finibus discernendis, quid Medicus in restauranda sanitate, quid rhetor in definiendis causis ab hac exposcat: quàm mutila sit vnaquæque harum artium, si auxilio Geometriæ destituatur: vt nec dimidium illis supersit, illudque nec sanè incorruptum. Non vulgata vobis dicam, atque vt oratores consueuerunt, communibus ex locis deprompta: sed penetralia ipsarum disciplinarum excutiemus, singuláque docebimus quantum in se Geometricæ rationis contineant. Rem arduam verso, atque pro viribus certè imparem mihi: sed illa, cui totum hoc paruum quod in me est ingenium debeo, suadet, & nostra humanitas hortatur, & reiipsius dignitas me accendit: quid enim, cùm intelligetis Arithmeticam tanquam mortuam sine hac esse? animumque illius scientiæ Geometriam fore? quid cùm Musicam, cùm Astronomiã, cùm Opticam, quantum vnaquæque illius ope indigeat: imò sine illa nulla sit? quid cùm de artibus cæteris? non ædificare sine illa licet, non vestire: quinimo magis, vt video, hæ potius illius sunt partes, quàm quòd illa indigeant: sed cùm illius ambitus tam magnus esset, necesse fuit diuersis illius partibus diuersa etiam nomina tribuere. Tacebo ne plasticen, aut picturam, sculpturam? cuius nam sunt artis alterius munera, quàm istius? quid fabrilis ars, seu æri seu ferro aut ligno incumbat? quid horologiorum, machinarumque structura mirabilis? vnde nam principia formamque suam & arcana recipiunt? Neque verò paruum fuerit, abdita naturæ artificiorumque recensere, quibus Magiam ipsam perfici palam est: etenim neque vlla certè maior Magia excogitari, aut sine hac esse potest.

Quid cùm vibramus pondera? ex imo maris carinas eruimus? non ne de his omnibus explicanda causa fuit? huiusque artis in ea laudem docere? At verò quonam pacto pulchritudo & brutorum animalium & hominum, cæterarumque rerum tota Geometrica ratione constet, non est etiam prætereundum: quantum etiam exemplorum, quantum gloriæ, quantum dignitatis in antiquorum monumentis repositum, quantumque diuinissimorum hominum commendatione illustrata, tacere non debeo. At nec illud etiam omittendum, quod clarissima ac certissima sit: dignaque sola quæ in puris illis intellectibus, in diuinóque sinu iaceat: tum verò quantum vtilitatis præstet ad animi ipsius vires augendas, seu memoriam, seu imaginandi vim, seu mentem aut consilium respexeris, dicendum erit. Neque verò omnia hæc obiter, aut absque ordine: sed prius inuentorum nomina explicanda sunt: inde quinam in ea maximè excelluerint: post partes illius breuiter enarrandæ, summáque ipsius per se excellentia: tum verò quid Deus illi tribuerit, quantum natura rationes illius fuerit imitata, quantum artifices singuli illam excoluerint: de maxima illius, summáque perfectione, quàm passim vel in exemplis necessaria, vel in inueniendis rationibus opportuna à philosophis omnibus censeatur, dicendum est. Vltimò, quantum ad excolenda ingenia, ad expoliendas disciplinas, ad corporis salutem & beatam vitam ducendam conferat, edocebimus.

Nec verò vllo in loco aut confidentius cùm ad beneuolentiam, aut commodius cùm ad ingenia nostra respicio, dicturum me arbitror. Fuit enim hæc ciuitas semper ingeniis florida, studiis decora, eruditione ornata; vt non tam vel ædificiorum pulchri-

chritudine, aut opum magnitudine, seu amplitudine loci, aut soli fertilitate, vel populi frequentia, vel artium excellentia (quibus cunctis penè Italiæ vrbibus præstat) quàm ipsa animorum virtute, doctrina, singularique ingenij claritate sit illustrissima: vincit omnibus fortunæ ornamentis alias ciuitates, ingeniorum & eruditionis magnitudine ipsa etiam fortunæ ornamenta. Ob idque etiam gratior mihi humanitas vestra est, quæ ab omni animi deiectione aut simulatione seiuncta est: atq; eo magis, quòd fructum aliquem ex hac oratione percepturos vos sentio. Cùm multi enim vel inania verba effundant, seu quia inutiles res laudare aggrediuntur, seu quòd apud eos verba habent qui eorum quæ dicuntur, omnino sint ignari: ego vtroque hoc incommodo apertè careo, cum splendidissimam scientiam apud excellentissima ingenia nostra laudare adoriar. Quid enim Geometria ipsa splendidius excogitari potest? quæ ratio est omnium magnitudinũ. Sunt autem rationis partes duæ: alia absoluta, quam dicimus quantitatem: alia comparatione ad cæteras, dicta proportio. Harum autem partes tres, intelligentia vel actu vel potentia distinctæ. Explicandum est autem priùs vnum quodque genus, deinde ad nominis rationem veniendum. Cum enim singula quæque quanta sint, considerentur, magnitudinem in his intelligimus: atque ob id cœlum amplum, magnosque campos, non vllius ratione alterius, sed ipsorum met: at contra agellum paruum, aut decem iugerum, sola sui æstimatione dicimus: at cùm paruum hominem, ingens caput, illum quidem cæteris hominibus, hoc reliquis comparamus capitibus: & hæc ipsa proportio dici solet. Hæc autem aut intellectu solo constant, velut vitarum vires, ac animi: quæ cùm infinitæ non sint, certam inter se seruant rationem: alia verò actu sensibusque subiectam, velut superficierum, linearum, corporum, angulorum, & quæcunque manifestam continent magnitudinem: alia verò potentia, inter quas Statice, quæ de ponderibus: & Actice, quæ de potestate radiorum, & dynamice, quæ de virtutibus tractat. Solemus enim Solem luna, ignem terra potentiorem dicere. Iam verò quòd omnia his rationibus constent (quanquam ab aliis abundè sit demonstratum) proprium tamen erit huius præsentis orationis institutum ostendere. Quòd verò de his omnibus Geometrica ratio pertractet, non solùm indicio est quòd nulla alia disciplina id præstat: sed his qui solùm vel mediocriter attentè Euclidem legerint, tam apertè patet, vt nulla prorsus cõfirmatione indigeat: itaque cùm tam vastus, tam ingẽs sit illius ambitus, à terra tamen nomen suum traxit: non quòd metiēdæ terræ aut solùm, aut maximè seruiat: (quid enim hoc apertius mendacio?) sed quòd ob metiendam terram initio rerum ab hominibus inuenta sit. Seu enim vnus atque primus homo fuerit, seu per aliquam calamitatem in eam paucitatem ventum sit, constat illos primos parentes nostros vicina Nilo Ægypti loca incoluisse: quoniam ea terra citiùs siccitatem ob Solis vehementiam traxerit, miráque glebæ fertilitate, & Nili opportunitate, tum etiam vicinitate collium foueatur: inde Damasci ager primorum parentum habitatione insignis. Vel si ad philosophos te conuertas, & Plato & Aristoteles vnà fatentur, Aegyptios Græcis longè antiquiores fuisse. Quinetiam Diodorus Siculus incredibilem numerum annorum illis tribuit. Certe constat, nullos (vt Trogus Pompeius refert) præter Scythas, cum Aegyptiis de antiquitate contendisse. At Aegyptiorum causæ insignes ciuitates fauent, Memphis ac Thebæ: quæ & magnitudine olim, & incolarum numero, etiam ante habitatam Græciam floruerunt. Ab his igitur dum Nilus inundatione cuncta conturbaret, decrescentibus aquis inuenta Geometria, vt agri suis dominis restituerentur. Certè hoc longè antiquius Arithmetica & Astrologia, quarum inuentores fuere Phœnices, vt Strabo sextodecimo Geographiæ refert. Nam cum Sidonij, qui eam incolunt regionem, mercaturæ incumberent, ob nauigandi studium Astronomiam, ad tractandas merces Arithmeticam inuenere. Nec Græci, qui tam impudenter multa mentiuntur, Geometriæ inuentionem sibi ascribere ausi sunt: cùm nimis constaret, etiam ante Phœnices ac alias gentes inuentam esse: nam à Phœnicibus Pœni ac Græci, à Græcis Itali defluxere: ab his quoque barbaræ cæteræ nationes, cum etiam appareat nuper in singulos dies habitationem ipsam hominum augeri. Hac igitur ratione Geometria nomen suum à terræ mensura suscepit: quòd quanquam antiquissimum, ac ob id etiam incerto autore, nulli tamen gloriæ hanc antiquitatem cedere illi velim, cùm potiùs antiquitas ea causa Geometriæ debeat, quàm Geometria antiquitati. Siquidem altissimo opus præcipuum quoddam Geometria est, seu cum ipsa orbis origine, vt creditur, natum: seu, vt dicunt, cum æterna ipsius administratione ingenitum sit: sanè antiquitatis laus eorum esse debet, quæ vel ab hominibus inuenta sunt, vel quorum antiquitas laudum portio aliqua esse potest. Huic tantum gloriæ incorruptæ aliunde est, vt ex antiquitate ipsa ad cumulum eius nihil possit accedere. Quare frustra quis à me requirat, quando inuenta sit, vel à quibus. Vtilius certè quæremus, qui nam in ea floruerint: cùm & in his gratia laboribus, & nobis non paruum commodum accedat, scientibus quorum maximè opera in ea proficere liceat. Primus itaque videtur Thales Milesius fuisse, qui artem ex Aegypto Athenas deuexit, ob idque primus etiam habitus admirationi. Hunc autem sequutus est Ameristus, poëtæ Stesichori frater: cuius Hippias Helius meminit. Post quem Pythagoras Samius artem auxit, & celebrem reddidit. Ab hoc autem Anaxagoras Clazomenius: inde verò Chius Oenopides: atque eo vsque ars vsui tantum fuerat, & admirationi. Cum post hunc Hippocrates Chius, non ille medicus,

cus, tanquam rudi adhuc ſeculo, in ordinem eam redegit: primúſque ſcripſit vetuſta breuitate elementa Mathematica: quadrati etiam rationem ad circulum ex lunulis conatus eſt inuenire: docuit & quod frequens erat antiquis problema, cubi duplicationem per duas intermedias lineas duabus, quarum ſit ratio dupla, continua ſerie interpoſitas, inueniri debere. Interciderunt hæc temporum iniuria: & niſi Ariſtotelis reprehenſio teſtaretur, in dubium hoc vocari poſſet. Hunc igitur Theodorus Cyrenæus ſequutus eſt: & Plato: ſed nihil proprium ad artem hic, ille nihil quod ad nos peruenerit, reliquit. Sunt ſanè plura Platonis in hac arte teſtimonia: verumtamen nullo ſingulari opere eam proſecutus eſt. Fuit, vt in Phædone apparet, Platonis contemperaneus Euclides, cuius vt vetuſtiſſimi, clariſſimi extant Elementorum tredecim libri, tum Phænomena, Optici, Catoptrici. Ab hoc plurimi claſſici viri defluxere: inter quos Theon, qui eius Elementa Phænomena & Optica interpretatur, & qui Data condidit. Interpretatur & elementorum primum Proclus Lycius. & quatuor libros qui etiam nunc cum Euclide Græco impreſſi ſunt: hic ex Platonis ſchola eſt. At Data Pappus, qui & Mechanica compoſuerat, expoſuit. Verùm Catoptrica ex eodem Euclide ſunt, vt idem fuerit interpres & autor: quemadmodum & in aliis feciſſe eum exiſtimamus: ſed obſcurius forſan, ac breuius, quàm res ipſa expoſceret. Extat & in Data, Marini Mathematici protheoria, ſimul cum vniuerſis Euclidis monumentis, à Bartholomæo Zamberto Veneto latinitate donata. Sunt & Hypſiclis Antinoitani (quæ ciuitas eſt iuxta Alexandriam ab Hadriani puero cognominata) libri duo, ex monumentis Apollonij Pergæi excerpti partim, vt creditur, partim ex Euclide ipſo: qui inter Euclidis libros adnumerari meruerunt, tantum grauitatis habent: hos indiſcretè Campanus Nouarienſis, eiuſdem Euclidis non ignauus interpres, Euclidis libris adiunxit: vt quindecim euaſerint.

Sed ad antiquos reuertamur: poſt Euclidem & Platonem, Cleodamus Thaſius, Theæteuſque Athenienſis, cui Plato librũ de ſcientia inſcripſit, Architaſque Tarentinus & Neoclides, Eudoxuſque Gnidius, qui quatuor linearum inuentionem per inflexas (prout credidit) lineas reliquerat floruerunt. Hi omnes tempore Platonis fuerant: nam & Eudoxus comes nauigationis in Aegyptum, & Architas ſalutis apud tyrannum Dionyſium Platoni cauſa fuerat: nullius tamen præter Eudoxi ex his monumenta ſuperſunt. Scripſit & in Geometria Ariſtoteles Mechanicas quæſtiones, quæ paſſim leguntur. De quantitate etiam, ac de Mathematicis: qui duo interierunt, ac ſimul cum eis de Muſica liber. Ab his Leon, qui & ipſe quædam non contemnenda reliquit: & Amyclas Heracleotes, philoſophus Platonicus: & Menechmus, Eudoxi auditor: & Theudius Magnes, & Pizicinus Athenienſis, ac Hermotimus Colophonius, Philippus quoque Menteus: & Ariſtarchus Samius, qui de ſiderum & terræ magnitudine ſcripſit: & Porus ac Nicomedes, tum etiam Menelaus: omnes Græci, Græcéque ſcripſerunt, ſed quorum tamen monumenta interierint, aliorumque tantum teſtimonio viuant. Verùm omnes hos vincit Archimedes Syracuſius, cuius fermè omnia inuenta habemus: vir ſummo ingenio, & qui circuli periferiam proximius oſtenderit, & ſolida demonſtratione duabus lineis duas interponere continua proportione docuerit: ſed hoc periit. Huius fuit amicus Conon alter, & ipſe Geometra. Extant & Eutycij, Didymi & Heronis Alexandrini de menſuris libri, nondum tamen Latini. Scripſit & Heron de mechanicis librum: Theodoſius autem Serenus de circulis libros tres, qui vulgo cum ſphæra habentur. Extant & Dioclis Pyriæ & Dionyſodori quædam fragmenta, & Eutocij Aſcalonitæ, qui Archimedem imitatur, & Cleomedis opus de circulis, cum Ioannis Geraſeni explicatione: & Philoponi, & Eratoſthenis, qui Ptolemæo regi de inuentione duarum mediarum linearum inter alias duas epiſtolam ſcripſit: tum verò & Nicomedis, qui Conchidica compoſuerat, monumenta adhuc in Græco habentur. Fuit & Geminus Anatolius, Zenóque philoſophus, Diophanéſque Alexandrinus, & Maximus Planudes: quorum omnium etiam inclyta ſuperſunt volumina. Quid de Eudemo dicam, qui Architam retulit, per hemicylindros conatum oſtendere cubi duplicationem, adhuc opere illo ſuperſtite? Scripſerunt, vt vidimus, & de eadem re, tum etiam de aliis, Iſidorus Mileſius, Philóque Byzantius, Parmenióque Apollonij Pergæi diſcipulus. Non ne & Alchindus breuiter ac pulcherrimè proportiones docuit: & Mahomet Moiſis filius, de mixta ratione quam Algebraticam vocant: & Geber de triangulis, circuliſque, qui quanquam Arabica lingua ſcripſerint, publicè tamen apud nos, Latinique habentur. Verùm omnes hos ſuperaſſe videtur librorum multitudine Ptolemæus, quanquam non in Geometria propriè ſcripſerit: ſed de Aſtrolabij compoſitione, de Catoptricis: de Muſica diuinum opus, quod & Porphyrius interpretatur: de Numeris: de Aſtris libros tredecim, quorum vndecim Theon Alexandrinus exponit: Matheſeos quatuor, Geographicorum octo: ſed nullibi rem magis tractat ipſam quam Geometriam, vt potius Geometriam excolere diſciplinis his, quam diſciplinas oſtendere Geometria velle videatur. Scripſit Græcè, quanquam Aegyptius: ſed ex ſuis operibus ſolum Arithmetica periit. Sunt & Nicomachi non minus Geometrica quam Arithmetica monumenta, & Nilei de ſectore. Fuit & noſtra ætate Ioannes Monte regius, qui & ipſe quædam de trigonis reliquit: ſed ita, vt potius furtum quam ingenium ſuum oſtenderet: quippe quod in aſtronomicis præclarus admodum, ac penè diuinus fuerit. At Nicolaus Cuſa tam ſubtiliter diſputauit, vt nihil acutius excogitari poſſit: veruntamen adeò proceſſit, vt non quod nitebatur, ſed ingenij tantum acumen oſten-

ostenderet: in concludendo plerumque falsus. Fuerunt & Leonardi Pisani, & Lucæ Pacioli, non ingrati hac in arte labores multorum etiam aliorum libri extant in hac facultate, atque præcipuè de his quæ paululum ab ea declinare videntur, velut de optica insignes Damiani Larissei demonstrationes. Vt si ad autorum seu multitudinem seu nobilitatem spectes, nulla prorsus disciplina huic possit comparari. Sed nos nec ab hac fortuna laudem aliquã consequi volumus: verum potius ad nostrã vtilitatem, ac quasi mercedem quandam honesti laboris, illorum virorum nomina tam multa hæc, simul cum monumentis recensuimus. Solebat. n. Galen. dicere hoc vnum esse eorum qui rectè scripserint, pro suis laboribus præmium, vt eorum inuenta admirentur & laudentur. Cæterum nos rem ipsam prosequi proposuimus, quandoquidem etsi quid ad artis gloriam multitudinem scriptorum proficere arbitrarer, satis explicasse tamen putauerim, quam digna haberi debeat: atque simul & illorum commendationi, & vestræ voluntati ac commodo operam dedisse. Nunc igitur de illius partibus dicendum est namque quæ purissima est ac sincera, sub Elementorum nomine tradita est: vt quæ permixta, nec tam pura est, si ad oculos referatur, quam Acticen diximus, diuidemus in Opticam, Catoptricam, Scenographicam. Opticam dicimus, quæ videndi rationes, causas, miraculáque ostendit. Catoptricam, quæ radiorum fractiones, collusiones, refractiones docet: velut sunt è speculis imagines, irides ac pareliæ? Scenographica autem, pingendi rationem, vt sub naturali forma figuræ videantur, nec illis aut profunditas aut altitudo vel distantia obsit. Et quanquam perspectiuæ nomine hæc omnia contineri videantur, placuit tamen antiquis, Opticam solo nomine intelligere. Quæ verò ad pondera pertinet, quamque Staticem appellauimus, bifariam diuiditur: nam quæ solum naturam rationésque rimatur, Statice propriè est: quæ autem tractare ea docet, Mechanica. At verò Dynamice tam ampla est, vt si ex materia subiecta sit distinguenda, infinitas penè illius species modosque efficias: tam enim latè eius vsus patet, vt etiam si velis omnia describere, haud possis: sed suo loco explicanda reseruamus. Itaque eius quæ pura ac candida est, adeò excellens laus fuit, vt cum Archytas & Eudoxus, Menechmusq; ad instrumenta mechanica solidi duplicationem reuocassent, à Platone grauiter sint repræhensi, quod Geometriæ dignitatem, quæ in substantiis puris ac æternis residet, inter quas etiam Deus ipse est, ad sensum materiamque reuocassent: namque & Deum ipsum maximè esse Geometram, Geometriæque intendere. Nemesinque ac iustitiam & rerum distributionem quibus orbis vniuersus gubernatur, non alia esse quàm Geometricam ipsam rationem. Ob id etiam Lycurgum, repulsa Arithmetica, quæ æqualiter diuidit bona maláque Geometriam amplexatum. Philonem autem dicere solitum, eam solam disciplinam idola veritatis, velut ex nitidissimo speculo nobis ostendere, atque ea causa inhærentes agglutinatosque sensilibus animos auellere, ad summam æternamque naturam reuocans. Ideóque tanquam metropolis mathematicarum ab illo censetur.

Sufficiat hæc recitasse ex tam clarorum virorum monumentis, quæ ad illius excellentiam pertinent. Verùm quoniam admodum res ipsa obscura, vt video, vobis forsan videri posset, altius & ex initio repetenda huiusmodi origo est. Cùm vniuersi formam ac molem summus conditor constituere vellet, aptissimam, & ad continendum & ad motum illi figuram elegit. Porrò circularis vtrique proposito apta admodum videbatur: namque & in continendo omnium maxime est capax, & in motu neque subsilit, nec premitur: quadrata enim angulis latera disrumperet, rursus lateribus ab angulis dehisceret: quamobrem circularem cœlo elegit: quæ nec conculcaret, nec destitueret: aptissimam verò ad omnem motum: namque & ea quæ oui similitudinem refert, secundum vnam lineam tantum motum admittit: circularis vndique æqualis, nullum etiam ex motuum varietate impedimentum præstat. Quinetiam quod & ad nos, rursusque ad seipsam, tam æqualis est, vt nec à fine principium, nec ab angulis circulorum partes, nec à temporibus motus ipsi discrepent: statuit autem omnium vnum idemque medium, atque tanta sapientia, vt nihilo variatis cursus recursusque cœlis fierent, ac modò tardè, modò velociter eadem astra ferrentur, idque statis *locis ac* temporibus, vt & ratione eadem qua facta fuerant, Geometrica scilicet, comprehendant. Inde ad metam vsque cùm à Sole absunt, superiores maximè, tunc etiam maximè retrocedant: cum illi è directo superstant, velocissimè moueantur, eóque congressus ille sit diuturnior. At verò etiam ex his necesse est, vt cùm redeunt, quandam cum Sole affinitatem contraxisse videantur. *Sic* & duo inferiores cùm Soli iunguntur, aut progrediuntur, aut retrocedunt velocissimè, & eorum vis minime dissipatur à *Sole*: tardè autem, cùm vel vtrinque ab eo maximè absunt. Non ne & Luna & vniuersæ stellæ Soli quadam motuum similitudine iunguntur? & tamen nihil dissimile magis vtroque est, altero vix se mouente, altero raptim atque in diuersas partes. Atque, vt vno verbo dicam, hæc vna est sapientia, vt semper quidem iisdem motibus, nunquam autem eadem via ferantur. An verò in hoc vel Geometrica ratio desiderata, vel mediocriter expressa, aut alia potiùs potuit subtilitate effici? Sed & in his quæ *elementa* vocamus, eandem rotunditatis rationem seruauit, vt nec corpus extra suam naturã, nec loci natura extra corpus esset. Adde verò & magnitudinũ & roboris naturam æthere, quod leuissimam substantiam haberet, locumque supremum, statuit: at terra, quanto natura hebetior, eò substantia viribusq; densior est: reliqua sic in vtroque, paribusq; distin-

distincta interuallis, in medio loco collocauit. Partitionem autem ad substantiam quidem æqualem vt repugnantia non solueretur: ad ambitum autem proportione respódentem effecit. Neque enim vel cœlestes motus tandiu adeò similes cum ea varietate, nec elementorum natura cum tanto discrimine ac contrarietate, si proportionibus ad libellam firmatis non continerentur, illæsa permansisset. Cum verò omnium vna natura orbicularis ac rotunda esset, alia quidem in aliis aptissimè collocata sunt, in cœlesti enim corpus duodecim planis ac pentagonis superficiebus circundatum constituitur: atq; ideo cum ad singulos solidos angulos tres concurrant, pentagoni erunt, & nouem trigoni in vno quoque solido superficiales: atque ideò centum & octoginta in vniuerso corpore. Ex his sexaginta quidem Isosceles: sed quorum, qui supra basim anguli sunt, singuli supremo dupli: basis autem laterum cótinentium portio maior: ac centum viginti reliqui Isosceles & ipsi, quorum viceuersa latera basis portiones sint maiores, & solida proportionis continuitate conspicua, angulique supremi inferiorum vnicuique tripli: hac tanta æqualitate perpetua cœli constitutio, ac vicissim in se rediens euasit: quorum verò singulorum distributio in orthogonios duos numerum efficit partium trecentarum & sexaginta, in quas cœlum ipsum diuidi solet. Atque etiam his planis superficiebus duodecim signa obliqui circuli respondent vniuerso orbe in ea diuiso, nec inæqualia nec dissimilia inter se, vt nec pentagoni in solido corpore.

At verò cum sphæricæ figuræ hoc ex omnibus maximè congruat, & ipsum & vniuersa reliqua cum simul coissent, sphæricá, à qua ortum traxerant, compleuerant figuram. Sic æther ex pyramidib. (conos aliqui vocant) isopleurisque triangulis fabricatus, & ipse tamen in rotundam euasit figuram. At aër ex corporibus octo superficierum trigonarú, cuius tamen anguli sex solum solidi, aqua ex Icosaëdris corpora hæc sunt viginti superficiebus duodecimque solidis conclusa componuntur: atque ob id æther maximè acutus, aqua labilis & inconstans, aër quasi medius inter hos est: omnium stabilissima est terra, cubis coagmentata. Hi octo quidem angulis solidis, sex autem superficiebus constant: ob idque aëri contraria est terra, & igni aqua, quòd angulos extensos amplosque habeant: at cubi natura immobilis est, quod grauissima sit, nec summitate basim excedat: nam in pyramide leuitas ad soliditatem supremarum partium obstat. In reliquis superiora extra basim sunt, atque ideo ad motum per se inclinata. Solus cubus, cum talis sit, immobilé meritò fecit terram: sicut & pyramis cum sola superficiebus angulos æquauerit, similé omnino ætheris substantiam sibi ipsi reddidit, cùm omnis supremus æther eadem natura substantiáque existat. At verò in duo decaëdro cum anguli & superficies multum distarent, stellas & sidera errantia in cœlo diuersitas hæc peperit: hæc auté non obiter illi insita sunt: sed tanta cum ratione, vt (quemadmodum narrat Aristoteles) si vel vnum amplius adderetur astrum cœlo, his quæ non sunt, aut moueri omnino nó posset, aut tardius certè progrederetur. Si igitur hæc vniuersa tam diligenti ratione sunt cóstituta, cumque omnium corporum rationalium natura numerum impleuerit (quinque enim tantum esse possunt) illud verò quod hæc omnia continet figura æmulatus in omnibus est, constat summam Geometriæ rationem maximum Opificem in mundi cóstitutione conseruasse: nihilque magis illa in eius constructione, imò & solá illá spectari debere. Sed forsitá quis quærat, num ex hac ratione aperta septem erraticarum ratio habeatur? Certè sic. itaque attentè animaduertite, quæ & in hoc consummata fuerit ratio ipsa Geometrica. Si Isosceles in circulo describatur, qui in duos alios, & ipsos isosceles diuidi possit, basis prioris necessariò heptagoni latus est. Manifestú est autem, triplicem hanc qualitaté & maximá esse, & perfectissimá atq; absolutá: quæ cum heptagono contineretur, effecit vt non alio numero erraticæ possent definiri, quam eo qui has omnes æqualitates amplecteretur. Rursus ea in figura ambiente quatuordecim latera, hác imitatus est rationem: nec pluris, quæ minimú abesse potest, Mercurius distat in summo à Solis recessu, & Luna duplicato numero dierum ad locum suum redit, cómunibus etiam iunctis terminis, ne quid ad perfectionem deesset: sic hæc ratio septenarij nobilissima facta est. Rursus si trium quantitatú, quarú primæ & tertiæ aggregatum ad secundam ea ratio sit, quæ secundæ ad primam: tum verò primæ & secundæ ratio ad tertiam, qualis tertiæ ad secundam lineæ iungatur, circulúsq; trigono circumscribatur, erit in hoc trigono tota heptagoni ratio absoluta: namq; prima, eadémque minor linea, heptagoni latus est: secunda ac media, quæ duobus heptagoni lateribus subjicitur: tertia, quæ tribus ex vna parte: quatuor autem ex alia heptagoni lateribus opponitur. Quamobrem cum nulla maior inter tres quantitates proportionum similitudo esse possit quam geminata, cóstat heptagona figura omnia cœlestia, & quæcúque meliora sunt inter mortalia, debere terminari. Quare cú homo non dubie vniuerso cœlóque respondeat, solus huic figuræ etiá respondet. Sed mittamus hæc, & ad propiora proposito nostro redeamus, cum illud vnú sit argumentum excellentiæ artis: Nullum philosophum, nullum principem hac sciétia carere voluisse. Omnes tamen putant mortales satis se ornatos esse, cum de Geometricis seu rationibus seu machinis abunde disceptare nouerunt. O clarissima scientiarum, generosissima disciplinarum, subtilissima artium, nobilissima inuentorum omnium humani generis: tot decora ornamenta tecum affers, vt diuina prorsus dici merearis. Cuius argumento esse potest, quod cùm reliquæ scientiæ cum propositis præmiis professoribus non auctæ sint, velut Medicina post Hippocratem, philosophia post Aristotelé: at Geometria ob sui pulchritudinem, homines inuenit claros, & sui studiosos, qui eam absque præmiis ad apicem perfectionis deduxere. DIXI.



EXÆRETON MATHEMATICORVM.

MANVSCRIPTI (VNDE HIC LIBER ERVTVS EST) VETVSTAS ET Caracteris inelegantia exigunt vt parcatur erroribus.

PROOEMIVM.



Vt in 2.3. & 4. Theor. — vt in 7. M. d. Theor. — vt in prop. 8.

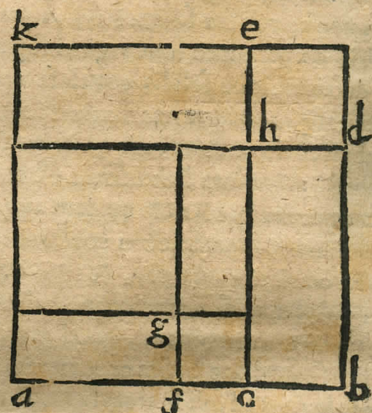
VNC librum conscripsi Romæ mense Iulij M. D. LXXII. ex pluribus quæ iam inuenta à me vno dumtaxat problemate excepto collegeram ob id vt homines modum intelligerent non solum in his sed etiam cunctis aliis disciplinis inueniendi problemata tum theoremata rerum admirabilium. Diuiduntur tractata hîc in tria genera: in ea quæ pendent ex inuentis ab aliis (nam ab aliis nihil præter primam accepimus) & quæ ex propriis accepimus: & in ea quorum inuentio ex arte magna habetur, demonstratio verò adijcitur vt non tantum sciamus (est enim scientia quæ per demonstrationem habetur) sed vt vnum in aliud mutare discamus, idque appellatur, si purum fuerit, restitutio. Est autem triplex genus propositorum, Theorema, Problema, & γνῶσις. Alteræ vtilitas est perfectio absoluta inuentionum excellentium artis magnæ cuius causa conscripsimus Aliza, sed perfectius hic declaratur; non oportet in huiusmodi longius versari sed tantum prodest quantùm dubium esse potest vt sufficiat docuisse causam.

Definitiones.

1. PArallelipedum corpus est quadrilateris
superficiebus sex æquidistantibus com-
2. positum. Quod verò tribus rectangulis seu
3. æqualibus inuicem omnibus seu non, com-
muni nomine rectangulum solidum dicitur.
4. Si omnibus æqualibus cubus: at hic iam
notus est: si duabus quadratis quatuor re-
5. liquis tetragonis longioribus quam voca-
bant columnam quadratam, scapum nos
6. iure dicemus. Sin autem breuiores sint
quatuor inæquales quadratis χολοϐὸς si om-
7. nes inæquales ἄχομφος. Et si latus vnum
fit æquale duobus ἶσον & ex his composita,
8. superficies scaporum oblongæ Trapezi.

Supposita.

1. Cum linea fuerit bifariam diuisa, qua-
dratum ex duobus quadratis partium &
superficie dupla vnius in alteram constat;
2. vnde cubus eius ex quatuor corporibus,
duobus cubis partium & duobus corporibus
triplis quorum vnum quodque fit ex ductu
3. vnius partis in alterius quadratum mutuò.
Cum recta fuerit trifariam diuisa, quadra-
tum illius intelligitur constare ex sex super-
4. ficiebus quarum tres sunt quadrata partium
reliquæ duplæ singulæ tetragono ex vna
parte in aliam. At si in duas partes, ac vna
in duas rursus diuidatur constabit totius
quadratum ex quinque superficiebus. Velut
quadratum A B quæ sit decem, & diuisa in
tres & septem in C & A C rursus in quin-
que & duo & constabit quadratum B K ex
quadratis C D F G, G C & duplo C D &



duplo A G. Et hæc diuisio seu constructio 5.
vocatur μίσον. Cubus igitur diuisa linea in
tres partes constabit ex tribus cubis velut
C G, E D, F G, & acompso vno quod
sexcuplum est ἶσον vt sint iam partes nouem
corpora autem quatuor. Ex scapis autem &
curtis XVIII. scilicet corporibus sex conti-
nentibus XVIII. vt sint omnia corpora X 6.
& ordine eodem. Iuxta autem diuisionem
in quinque superficies, vides quod superfi-
cies K H B quæ efficiunt vnam efficerent
duas: sunt igitur tres cubi iidem qui prius:
Acompsi sex nihilominus ex A L, L C in B
H;

h,h k & ex b c in a g h omnia autem corpora XX. nam partes lineę ij & superficies VII. igitur in corporibus quatuor detractis nouem relinquuntur XII. quæ sunt scapi aut curta.

VI. III. I.
III. I. VI.
omnia XXVII.

| A L in A E, G H, C G, D E,
| C L in A G, G H,
| C B. in B H, H k. F G C, G.

Quæ sunt tria corpora : omnia septem. Cubi constructio bifariam similis est quadrato dum componitur latus eius ex duobus ; nam assumatur quadratum a e h & per secundum suppositum fit cubus eius ex cubo a l & duplo c l in quadratum f g & a l in l c g quæ cum erunt diuisa per a l exibit quadratum a c h, & similiter ex a l in a g & a l in duplum c g l & cubo quæ omnia diuisa per c l reddent quadratum a c h f, igitur cum quadratum a c h F habeat latus habebit aggregatum illorum quatuor corporum latus Hoc autem erit compositum ex latere quadrato f g & g c cuborum. Et tale latus quadratum seu primi aggregati, seu secundi, seu totius cubi, est quod producitur ex a c tota in ℞. quadratam a l pro primo aggregato, aut c l pro secundo vel a c totius pro latere quadrato cubi a c vt si ponas a l XVI. c l IX. a c XXV. Altera similitudo est quoniam diuiso latere cubi vt pote 4. latere 64. in 3. & 1. fiunt per primum suppositum partes quadrati basis 9. 1. & 6. quæ ducta in 4. altitudinem cubi efficiunt 36. 4. & 24. At si quadrata superficies fit 64. latus eius erit 8, partes autem 6. & 2. constituent eodem ordine 36. 4. & 24. & ita si sit cubus 729. latus est 9. quadratum 81. quòd si diuidatur in 7. & 2. fient partes quadrati 49. 4. & 28. & diuiso 27. ℞. quadrata 729. quoniam solida sunt 441. 36. & 252. fient partes 21. & 6. & superficies 441. 36. & 252. vt prius. & 21. ac 6. sunt in proportione tripla ad 7. & 2. quoniam ℞. cu. 27. est 3. & aliæ in dupla, quia ℞. cub. 8. est 2.

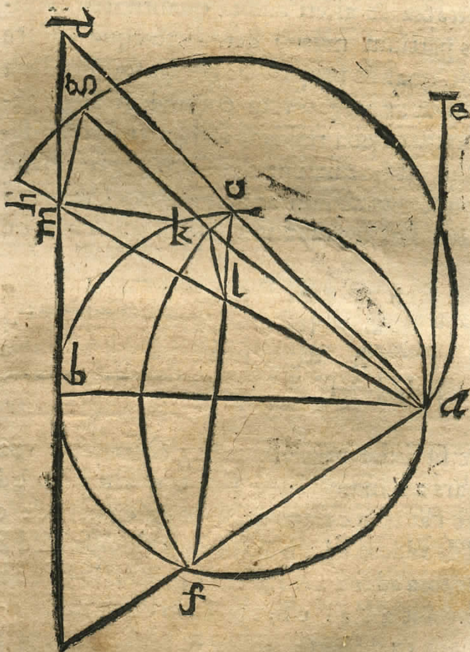
Problematum Genera.

PRimum est scire theorematum ἢ τῶν γνώσων. Problematum autem scire & operari. scire autem multifariam dicitur, alia quidem ex communibus quæ proxima sunt principiis & ob id notissimis tum ob id & quia proxima notissima. Cuiusmodi sunt quæ ab initio demonstrantur ab Euclide. Postquę ea quæ ab illis sunt remota vt quæ in Decimo libro. Tertio loco sunt quæ principiis minùs notis pendent vt quæ mox docebimus. Cuiusmodi sunt etiam quæ à monade. *Problema pr.* Quarto loco, quæ demonstrantur per μετάστασιν vt in arte magna pleraque. Quinto quæ ex his pendent, & ad πρακτικὴν pertinent non tamen ipsa per se demonstrata sunt vt sint ipsa vltimo quæ pro veris habemus, & talia existunt, non tamen causam notam habemus. propositumigitur in hoc libro quæcunque sunt in vltimis seu huius argumenti seu alterius reuocare retrò & ad priora vt ex postremo ad quintum & si licet ad quartum & ex tertio ad secundum vel ad primum, hoc autem felicissimè continget si principia assumpta quę in tertio ordine pleraque sunt διαδηλοῖα ad prima, vel ex primis reuocare aut ostendere potuerimus, aut dissoluta in partes deducere ad omnino per se nota ; sic enim doctrina hæc & quæ per eam perceperimus seu ab aliis assumpsimus firmiora fient & clariora tum illustria & magis communia. Siquidem prima talia sunt simul & per se nota. Exemplum in medica arte fęx alba: cibus albus, κενοχολὴς vrina rubra, phrenisis. Non dixeris obstructionem nam in aliquo horum desinit.

PRIMVM PROBLEMA
PROPOSITIO PRIMA.

Inter duas propositas rectas lineas duas medias in continua proportione Geometricè inuenire.

HOc est inuentum Architæ Tarentini Pythagorici : ex quo perspicuum est quantum iam eo tempore illi callerent Mathematicas, cum posteri vix problema inuenire possent. Sit ergo a r longior quam suppono pro diametro & in eo circulo collocata producatur donec occurrat continti b d intelliganturque tria corpora semicylindrus erectus ad perpendiculum cuius basis a b c semicirculus sit a c b E & semiconus qui fit circumducto Orthogonio a b d & vbi rursus cadit in planum a d secet periferiam a b c in f & rursus intelligatur semicirculus a b c erectus in superficie a b c e plana circum duci manente puncto donec a b superstet sibi ipsi ad perpendiculum in puncto a & creabitur quarta pars cuiusdam corporis anonymi. Istorum trium corporum superficies extremæ secant se binæ *Per pr. 4. elem.* *Per 11. elem.*



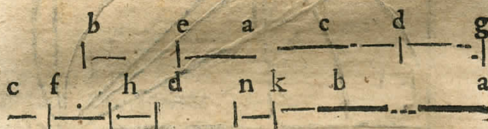
& binæ in lineis quia a b est longior omnibus lineis quæ sunt intra cylindri dimidium

Ex hoc conſtat quod minor inuentatarum mediarum ſcilicet a m eſt in plano.

& etiam pluribus partibus ſemiconi. Igitur ſectio coni & cylindri & corporis anonymi cùm ſint lineæ elicæ ſeu ſpiræ ſe ſecabunt in vno puncto tantum quod ſit g, erit ergo a g in ſuperficie ſemicirculi erecti qui tunc dicatur a b g & in ſuperficie trigoni a b d. Ducatur igitur ſemicirculus c f eo quòd erit æquidiſtans baſi coni & vbi ſecat a g ponatur k & ducatur c f recta & vbi ſecat a h ponatur l & vbi a h quæ eſt in plano ſecat a b c periferiam ponatur m & ducantur k l.
Per 8. ſexti Elem. & k m & g h & g m quia e k f & a g h ſunt ad perpendiculum ſuper planum ex ſuppoſito & communis ſectio eorum eſt k l eo quòd vterque terminus eſt in vtraque ſuperficie, k enim eſt in a g & a g in ſuperficie a g h, igitur k l eſt ad perpendiculum ſuper planum, igitur l eſt media inter f l & l c, quare inter a l & l m, igitur duo trianguli a k l & k l m ſimiles: igitur anguli m k l & k a l æquales & quia l rectus eſt duo anguli l k a & l a k æquales recto, igitur m. k l & l k efficiunt rectum. ſimiliter & h g a rectus & communicant in angulo k a h vt etiam k a l, igitur a h ad a g vt a g ad a m & a m ad a k, at a h eſt eadem ſeu æqualis a b & a k æqualis a c cum prodeant a centro circuli c k f, igitur a m & a g ſunt mediæ continuæ inter datas a b & a e & quia non relinquitur dubium niſi quòd g m ſit ad perpendiculum & cadat in circumferentia circuli a c b dico quòd vtrumque eſt neceſſarium quia g iam fuit in circumferentia cylindri & ducitur ad m baſim cylindri etiam cylindrus erat erectus ad perpendiculum ſuper planum ideo illa tria ſunt connexa.

Secundum problema propoſitio ſecunda.

Propoſitis duabus lineis, parteque vnius detracta & alteri addita quantitates exceſſus partium mutuò detrahere aque addere tum quando proportio aggregatorum ad ſua reſidua aggregatorum eorumdem aggregatorum ad alia reſidua, eadem vnde manifeſtum eſt hoc fieri non poſſe neque in eiſdem neque mutuò niſi aggregata inter ſe & reſidua ſint æqualia. ſint duæ lineæ a b & c d

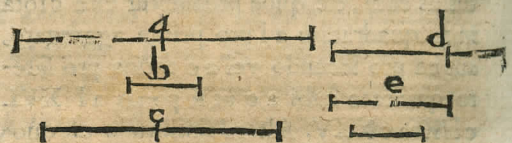


& ſit differentia earum d g & ſumatur vna pars a b maioris quæ ſit a e quam addo c d vt fiat tota c f volo partem abſcindere ex c d & addere ad a b vt ſit quæ abſciſſa eſt d h & tota addita a k ita vt ſit proportio c f ad b e velut a k ad c h. abſcindo de g differentiam ex d f parte addita & relinquatur g f fiat ergo g h æqualis g f & ſimiliter b k c a igitur & d f differunt a b h d & k b in d g, ergo in differentia a b & c d, tanta igitur eſt differentia quantitatum a b & c d quanta partium, igitur per communem animi ſententiam a k & c f ſunt æquales cum a d c d addiderimus d f vt a d a b, b k & ita c h eſt æqualis b e, ergo proportio c f ad b e eſt vt a k. c h & per eandem c f ad c h vt a k ad b e.

Corollarium ſic patet: ſit vt c l minor vel maior c h ſit ad quam a n ſe habeat vt c f ad b e, ſi ergo d l eſt maior d h erit maior g f quare maior b k & viciſſim ſi minor minor: & ſi d l minor ergo c l maior: & ſi d l maior c l minor: quare ſi a n maior c l minor vel ſi a n minor c l maior, minor neceſſariò, vel maior proportio c f ad b e vel ad c h quàm a n ad c l ſeu ad ſua reſidua ſeu mutua quod eſt contra ſuppoſitum. *Per 5. Elem.*

Primum Theorema Propoſitio tertia.

Cum verò fuerint duæ quantitates in duas ſingulæ diuiſæ, erit quod ſub prima primi ordinis & tertia ſecundi ordinis cum eo quod ſub tertia primi ordinis & ſecunda ſecundi, æquale ei quod ex prima ſecundi ordinis in tertiam primi cum eo quod ex tertia ſecundi in ſecundam primi & viciſſim.



Sit a prima primi ordinis diuiſa in b ſecundam & c tertiam, d verò prima ſecundi ordinis diuiſa in e & f ſecundam & tertiam

C E	C E
C 7	C 7
B 7	C 7

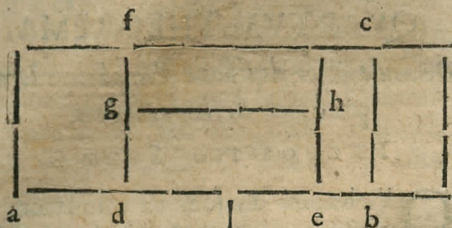
dico quod ſit ex a in e cum eo quod ex b in f æquale fore ei quod ex d in b cum eo quod ex e in c & rurſus quod ex f in a cum eo quod ex e in c ei quod ex e in d & ex f in e, conſtat enim quod f in a æquiualet f in b & c adde c in f d verò in c ei quod ex c in e & f adde b f & fient vtrinque eadem. idem de ſecunda parte.

Secundum Theorema Propoſitio quarta.

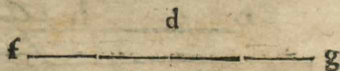
Si Trapezum cuius longitudo latitudine triplo maior ſit, in tres partes diuiſum fuerit quarum ſecunda prioris dupla ſit, prima autem quadrata quæ poteſt in tertiam cum latere primæ, latus cum ſit totius ſuperficiei detracto duplo lateris cubici in reſiduum lateris tertiæ partis & cubi quod eſt latus primæ partis: corpus totum cum altitudine primæ, res æquales numero & cubo: neceſſe eſt cubi latus ductum in reliquum ſuperficiei producere numerum æquationis.

Sit ſuperficies a f prima quadrata, ſecunda e f illi dupla, tertia e c trapezus vel quia e c ſit minor aut maior a f latus e c ſit c h duplum d h in d a d h ſuperficiei totius a c dempta f h latus f d g cubus æquationis ad cuius

cuius latus eſt rei æſtimatio. Cum ex illo in



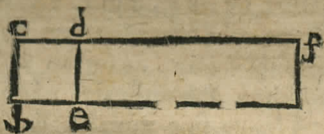
reſiduum fiet numerus rerum quod omiſſum eſt neſcio quomodo. Supponatur ergo & aſſumatur quod neceſſarium eſt vt a d, ducta in a c, detracta a f h, id eſt in ſuperficiem g e c producat numerum æquationis. Numerus ergo producitur ex g d in d f ducto rectangulo in lineam compoſitam ex g d &



duplo f d. ſi igitur d f conſtituatur binomiũ aut reciſum & d g numerus tunc e c, erit numerus: & numerus æquationis compoſitum ex ἴσω nam producitur vt viſum eſt ex
In arte Mag. cap. 25. g f & f d in d g & inde in f d, f d autem & d g componunt f g.

Scholium primum.

Quod autem aſſumptum eſt ſcilicet quod ſi ſuperficies f b eſſet numerus rerum & ex latere c e in e f fiat numerus æquationis



quod latus e c, erit res conſtat quoniam ex b e in c e fit cubus ex definitione, ex b c in e f numerus æquationis ex ſuppoſito & b f ſupponitur numerus rerũ & ex b c in b f fit quantum ex b e in c e & e f pariter accepta, igitur b e eſt res quod erat demnnſtrandum.

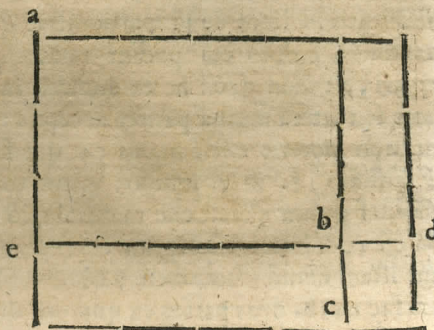
Scholium ſecundum.

Et quia ſupponitur res binomium vel reciſum & numerus æquationis numerus verè, & ille fit ex a d in g e c, ergo g e c eſt binomium & reciſum. Cum tota ſuperficies ſit numerus ſcilicet rerum igitur a f eſt contrarium g e c ſcilicet vnum binomium alteram reciſum.

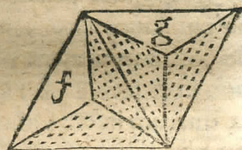
Tertium Theorema Propoſitio quinta.

Si circa Diametrum quadrati duo quadrata in directum coniuncta conſtituta ſint corpuſque propoſitum, fuerint autem duo parallelipeda rectangula ex quadratis in alterius latera ſimul iuncta æqualia dimidio corporis propoſiti; erit cubus totus æqualis corpori propoſito eique corpori quod ex latere quadrati totius in ambo quadrata producitur. Quòd ſi cubus totus æqualis ſit ſolido alicui & ei quod fit ex latere ſuo in duo quadrata eodem modo circa diametrum conſtituta quæ totum quadratum complent corpori: erunt duo corpora quæ ex lateribus quadratorum mutuo fiunt in ipſa quadrata pariter accepta dimidio corporis propoſiti æqualia.

Sint quadrata a b, b c poſita ad diametrum quadrati a c ita vt ipſum compleat, eritque b d latus b c, b e latus a b d e latus



a c, ſint autem duo parallelipeda ex e b, in b c, b d in a b æqualia dimidio corporis f g, quod ſit f dico cubum d e lineæ æqualem eſſe ei quod fit ex d e in a b, b c quadrata cum corpore f g toto. quod ſi fuerit cubus d e æqualis corpori f g cum eo quod fit ex d e in a b & b c dico quòd mutua ex b d in a b & b e in b c pariter accepta erunt æqualia f, cum enim cubus d e ſit æqualis cubis d b, b e cum triplo mutuorum b d, in b a & b c in b e, hæc autem mutua bis ſumpta ſint æqualia ex ſuppoſito corpori f g, erunt cubi b d, b e, cum mutuis ſemel b e in b c & b d in b a, & corpore f g æqualia cubo d e: at cubi b d, & b e cum mutuis ſemel b e in quadratum b c & b d in quadratum a b ſunt æqualia ei quod fit ex d e in a b, b c eo quòd ex d e in a b fit cubus a b & mutuum ex b d in a b & ex b e in b c fit cubus b d & mutuum b e in b c, igitur cubus d e eſt æqualis ei quod fit ex d e in a b & b e quadrata cum corpore f g quod eſt primum. Conuerſum etiam ex hoc per ſe eſt manifeſtum nam cubus ſit æqualis f g & ei quod fit ex d e in a b, b c, & etiam cubis b d & b e, cum triplo mutuorum, quod autem fit ex d e in a b, b e eſt æquale cubis b d & b e cum mutuis ſemel ſequitur ex communi ſententia quod duplum mutuorum eſt æquale f g, igitur talia mutua cum ſint dimidium talis dupli erunt æqualia dimidio f g. i. f.



Ex hoc igitur ſequitur quod cum id quod fit ex b e in a b, b c ſit quadratum d e quæ eſt latus cubi totius ſumpta ſecundum numerum a b & b e, quòd ſi ex talibus mutuis ſemel fiat aliqua quantitas puta f quod duplum eius quantitatis ſumptum vt numerus & cum numero rerum æquali duobus quadratis propoſitis quod hac æquabuntur cubo illi & conuerſo modo. Si igitur ſupponamus quòd a b & b c gratia exempli 13. & mutua iuncta ſint 30. id eſt corpus f erit totum corpus f g, ideſt duplum & eſt 60. cum rebus 13. numero æqualia toti cubo d e. Igitur argumentum valebit: cubus d e, eſt æqualis 13. rebus 60. igitur ſi ex 13. Cor.

fecerimus duas partes ex quibus in ℞. suas mutuò fiat 30. dimidium 60. illarum partium. ℞. iunctæ erunt æquales d e .i. rei & viciſſim, ſi ex 13. fecerimus duas partes ex quibus in ℞. mutuò fiat 30. duplum 30. quod eſt 60. cum 13. rebus erit æquale cubo aggregati radicum eiuſmodi partium .i. lineæ d e, cum ergo acceperimus gratia exempli 18. res, manifeſtum erit ex demonſtratis in libro de proportionibus quod maximum corpus cui poſſint talia mutua æquari, eſt illud quod fit ex dimidiis in radices ſeu latera mutua pariter acceptis: igitur non poterit eſſe f maius 54. qui fit ex 9. dimidio 18. in 3. mutuò, igitur totum corpus f g non poteſt eſſe maius duplo 54. qui eſt 108. Poterimus igitur extendere ſolam iſtam demonſtrationem ad hoc problema. fac ex 18. duas partes ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuò fiant 54. & in omni inferiore numero ad 54. igitur cubus poterit æquari 18. rebus & 108. & cuilibet numerò infra 108. .i. duplo ei quem mutua producere poſſunt. Capituli autem cubi æqualis rebus & numero regula inuenta, ſatisfacere incipit in 18. rebus a numero qui poſſit diuidi in duas partes quæ producant 216. cubum 6. tertiæ partis numeri rerum & iſte numerus eſt ℞. 864. nam diuidi poteſt in ℞. 216. & ℞. 216. quæ inuicem ductæ producunt 216. ℞. autem 864. eſt minor 30. & eius ergo capituli quod eſt à 30. vſque ad 108. habemus & regulam datam & ei ſatisfacit demonſtratio adducta à 108. autem ſupra ſatisfacit regula inuenta ſed demõſtratio præſens non attingit, quoniam non licet facere ex 18. num. rerũ duas partes ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuò fiat pluſquàm 54. ſed cum ſupra habeamus regulam generalem non opus habemus hac demonſtratione, ſed à 30. infrà regula non ſatisfacit, hæc autem demonſtratio ſatisfacit: cum ergo in parte media .i. à 30. ad 108. per regulam inuenerimus demonſtrationem Geometricam, quæ inſeruiet vt dixi parti inferiori capituli in qua numerus eſt paruus illa inſeruiet parti nondum inuentæ. Et reſoluitur quæſitum in hoc, fac ex eo duas partes Geometricè, ſeu diuide ſuperficiem a b, in duas partes, quæ ductæ viciſſim in latera efficiunt corpus quod non ſit maius quadrante cubi aggregati radicum quadratarum dimidiorum; ſeu cubo totius numeri radicum diuiſo per quadruplum cubi ℞. quadratæ medietatis eiuſdem: ſeu eundem cubum diuiſum per ipſum numerum ductum in ℞. quadratam dupli ſui quod idem eſt. Velut ſi numerus rerum eſſet 12. cubus eius eſſet 1728. qui diuiſus per 12. ductum in ℞. 24. & eſt ℞. 3456. producit ℞. 864. Idem prouenit diuiſo cubo aggregati ℞. 6. & 6. & ſunt ℞. 24. cuius cubus eſt ℞. 13824. per 16. Et eſt accipere quadrantem. idem etiam prouenit diuiſo cubo 12. qui eſt 1728. per quadruplum cubi ℞. quadratæ medietatis eiuſdem, medietas enim 12. eſt cuius ℞. quadrata eſt ℞. 6. & cubus ℞. eius ſcilicet 6. eſt ℞. 216. cuius quadruplum eſt ℞. 3456. diuide ergo 1728. per ℞. 3456. exeunt ℞. 864. vt prius.

Cubus æqualis 108. rebus.

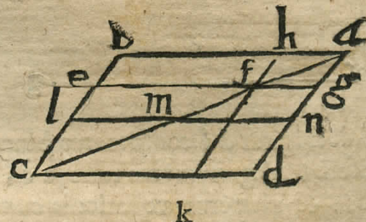
p. 108. reg, non Dem. à 30. ad 108. reg. & dem. à 30. infrà dem. non reg.

QVARTVM THEOREMA.

De multiplici diuiſione Parallelipedorum præcipuè Rectangulorum.

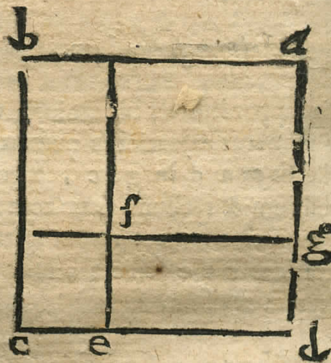
PROPOSITIO SEXTA.

QVadratum diuiſum ad diametrum & ſimiliter trapezus & omne parallelogrammum in quatuor parallelogramma, ſi ſint circa eandem diametrum: quorum duo ſint ſimilia toti & inter ſe, reliqua inter ſe æqualia. Nec facta ſectione, puta per h f k poteſt fieri ſectio alibi quàm in vno puncto, quia non niſi vbi diameter ſecat illam lineã, 1.



puta per h f k & etiam quod fit per vnam diametrum non fit per aliam. Ideò conueniunt in tribus his omnia parallelogrãma & quadrata & rectangula. Sed differunt quia quadrata non habent niſi vnum latus magnitudine differens & duas partes linearũ: parallelogrãma autem reliqua cum habeant duo latera magnitudine differentia poſſunt habere quatuor partes linearum magnitudine differentes f e, f k, f g, & f h, & idem ſi ſint rectangula. Differunt etiam quoniam rectangula ſunt minora quadratis ſi ſint æqualis ambitus. Rhomboides quoque rectangulis ſi latera ſint æqualia. Et quantò anguli fuerint diſtantes magis à rectis eò etiam inter ſe minora. Et idem de corporibus eadem ratione, ſed loquamur de ſolidis primùm rectangulis.

Incipiamus ergo à quadrato a b c d, diuiſo ad diametrũ in f & docuimus aliàs fieri 2.



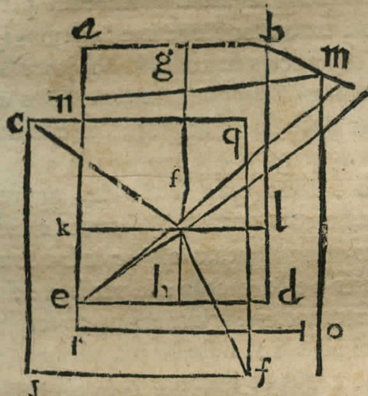
octo corpora, duos ſcilicet cubos ad diametrum, & tria ſolida inuicem æqualia & alia totidem æqualia, ex c e in quadratum d e, & totidem ex d e in quadratum c e, & duo quidem circumdabnnt cubum c e f, & erunt ſcapi ſuperinſiſtentes cubo c e f, cum eadem altitudine quaſi iacentes; alterum eſt Kolobos ſuper a f, altitudine c e, & ita totum corpus ſubiacens erit cuius ſuperficies quæ eſt baſis a b c d, & altitudo c e, & ſuperior ſuperficies quadrata æqualis a b c d, & circum circa quatuor ſuperficies æquales

c g,

c g, quæ ipsum corpus ambiunt. Aliud corpus est simile huic compositum ex cubo a f g & duobus colobis a f g iuxta altitudiné c e & scapo medio inter colobos erecto super c e f & hæc sunt duo corpora quibus componitur cubus quæ habent radicem quadratam. Et hæc compositio est similis etiam illi quæ in singulis rectangulis aliis. Discrimen tamen est.

Suppos. 7.

3. Sin autem fint parallelogramma ἀκομψὰ quoniam ex dictis corpora per quæ transit diameter sunt similia toti & inter se, ponantur tres superficies loco eius quæ est in



supremo κολοβῷ eleuata æquidistanter à plano m n o p à dextra in sinistram q r s t loco eius quæ ab ante retro a g c h. Et quoniam duo corpora circa diametrum sunt similia toti & inter se erunt partes linearum a g, g b: itemque d h, h c & a n, κ c, inter se similes: quare solida parallelogrāma tria & tria vt in cubo ad vnguem inuicem æqualia & eadem ratione & situ collocata vt in illo, sed si non essent circa dimetientem non esset aliquid horum necessarium. Omne igitur solidum parallelipedum ex quatur solidis componitur velut & cubus, & distributio est ad vnguem vt in cubo, & si quis obijciat quòd poterunt esse etiam pauciora propter æqualitatem partium; dico quod est verum sed multò sæpiùs plura, quia omnis minima differentia abea exacta proportione est sufficiens ad impediendum hanc deductionem ad quatuor partes: Adeo vt verè vix vnquam contingat. Propterea melius est id dicere quod ratione probatur & verè ita est.

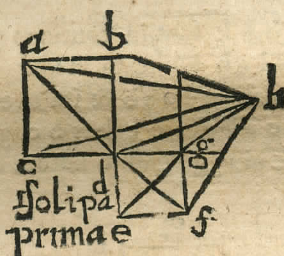
Per 11. elem.

4. Diuiduntur etiam cubi in Isolipa prima & duo supplementa: & ipsa dicuntur mutuo non singulari numero sicut socer & generi quia non possunt esse nisi per vnam lineam coniungantur à summo ad infimum, & habent quadratas bases & altitudinem cubi continentis illa. Et ambo constant ipso cubo qui est pars & scapo aut κολοβῷ qui est iuxta altitudinem alterius cubi.

5. Isolipa verò secunda dicuntur corpora seu scapi æquales cubis partium qui complent cubum integrum, ipsa autem non complent. Quia vt dixi ad hoc vt sint Isolipa prima necessarium est vt sint primùm duo scapi & hoc est commune cum secundis: & quòd sint compositi ex cubo & corpore cuius basis sit basis cubi, altitudo verò latus alterius cubi: cumque hoc fuerit talia corpora iuncta per lineas totius altitudinis cum sint æque alta occupabunt totum cubum per transuersum. Sed si altitudines sint æquales, sed quod est residuorum scaporum non sit æquale altitudini alterius cubi, non poterunt complere cubi transuersam latitudinem, sed continebuntur a scapo aut κολοβῷ quia non poterunt habere altitudinem cubi. Et quoniam quęlibet talia corpora poterunt æquari singulis, vel vno totali appellantur ob hanc similitudinem secundam Isolipa secunda. Per primā harum.

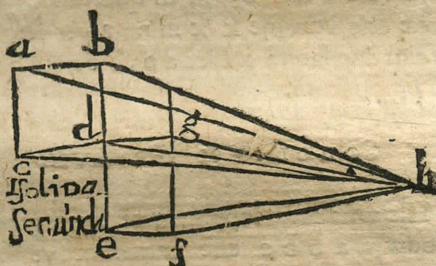
Scholium.

Supponatur ergo cubus a b c d 27 d e f g 8. eo quod basis a b c d est 9, d e f g 4. ergo Isolipa prima cum habeant altitudinem h d quæ est æqualis b e aliter non essent



A b C D H
D E F G H
D H linea communis illos æqualis B D E.

æquè alta cum cubo toto erunt 45. & 20. ducta scilicet b e quæ est 5. in 9. & 4. Et talia includuntur cubo vt dictum est sed ipsa sunt etiam æqualia cubis scilicet 45. & 20. quorum latera sunt ℞. cu. 45. p̄. ℞. cu. 20. tales autem includuntur & ipsi cubo ℞. cu. 45. p̄. ℞. cu. 20. quæ est 65. p̄. ℞. cu. 486000. p̄. ℞. cu. 1093. 500. Ergo vides quod omnes cubi habent sua Isolipa prima & omnia Isolipa tàm prima quàm secunda

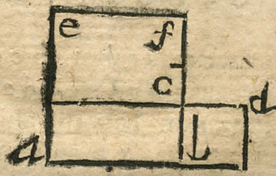


A B C D H
D E F G H
D H linea communis eorum multo longior B D E, lateribus cuborum iunctis.
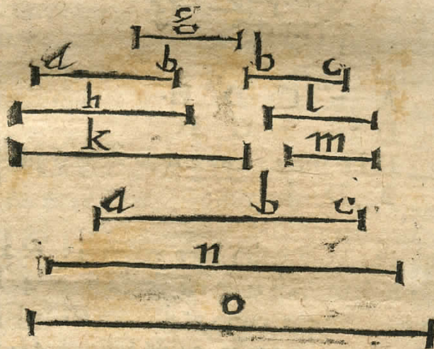
habent cubos æquales qui cubo vni includuntur. Et tales cubi denuò habent Isolipa sua prima (quia sunt illorum partes) quæ necessariò vni cubo includuntur. Nec tamen Isolipa secunda possunt includi cubos sub propria forma cum repugnet, vtrum autem possint verti in duo Isolipa prima eiusdem quantitatis infra modum docebimus.

Prima γνῶσις *Propositio septima.*

Si ferint duo cubi notæ superficiei laterum, noti erunt & ipsi cubi, sint duo cubi a b, b c simul iuncti noti : & sint latera eorum quæ constituunt superficiem notam. Et sit linea g monas & fiant in continua proportione g, a b, h & k & in continua proportione g, b c, l & m & sint in continua proportione quadrati g & a b c superficiei tanquam lineæ n & o. Quia er-



go g, a b, h k sunt in continua proportione erit k ad a b duplicata ei quæ a b ad g & ideò æqualis cubo a b & ita m ad g duplicata b c ad quare cubus b c igitur ex supposito k m aggregatum notum & ex a b in



b e fit a b c & a b h k sunt in continua proportione & similiter b c l m in continua proportione atque item a b c n o, igitur n fit ex h in l & o ex k in m. cum verò a b c nota sit & n sit quadratum a b c quia g est monas & ita o cubus a d c erit o nota: cum verò o fiat ex k in m quæ iunctæ sunt notæ erit vtraque k & m nota per sequare eius duo latera cubica a b, b e nota quod est propositum.

Per. 5. 1. *El.*

Scholivm Primvm.

His visis cum supponamus aggregatum cuborum a b b e esse numerum vt pote 40. erunt ℞. & m̃. iunctæ 40. & cum supponamus a b c esse numerum, erit o numerus & etiam cubus quia cubus a b c numeri qui sit, puta 6. & ideò 216. erunt ergo ℞. 20. p̃. ℞. 184. & m̃. 20. m̃. ℞. 184. igitur a b ℞. cu. 20. plus ℞. 184. & b c ℞. cu. 20. m̃. ℞. 184. & ita cadent necessariò in binomio & reciso.

Scolivm Secvndvm.

Propos. 55. Habemus ergo (colligendo) octo quæsita. Primum quod alias demonstratum est quòd si supponantur mutua ex partibus b f in quadrata sua nota id est aggregatum & b f nota erunt & partes : sed non peruenit ad cubum. Secundum quod demonstratum est paulò ante quod si quadratorum aggregatũ fuerit notum & mutua etiam nota peruenimus ad capitulum cubi æqualis rebus totidem quantus est numerus aggregati illorum quadratorum & numero duplo aggregato mutuorum. Tertium quod vbi habuerimus latera superficiei notæ & aggregatum cuborum eorum habebimus quantitatem eorumdem. Et peruenimus ad cubos æquales numero cum quadrato cubi & æstimatio laterum est ℞. cubica binomij ac recisi. Quartum modò est declarandum, & est quòd si habuerimus latera superficiei non cum mutuis nota habemus latera per se diuidendo aggregatum mutuorum per productum exibit aggregatum laterum, igitur cum superficies sit nota, habebimus latera. Et similiter si supponatur superficies a b c, nota vt pote sex & aggregatum cuborum b d cum aggregato c e mutuorum cognitum puta b f tunc quia diuiso illo aggregato per totam rem quæ est b f exeunt quadrata vt alias demonstratum est e c & b d & multiplicatis a c & mutuo alio per b f exit duplum mutuorum : igitur assumpto duplo a c numeri idest 12. habebimus cubum æqualem 12. rebus & numero proposito qui est b f & ita rem cognitam ex parte nota capituli. Sed & de sexto non est dubitatio vbi b f nota sit & cuborum b c & e f aggregatum notum quia notæ sint b c, c f singillatim, nam diuiso aggregato per b f exit aggregatum quadratorum detracta a b c, igitur notæ erunt partes. Vnde patet septimum illico quod si nota sint quadrata b d & c e & aggregatum cuborum ac duorum mutuorum partes erunt notæ quia aggregato corporum diuiso (per præcedens) per aggregatum quadratorum exit res seu b f per quintum, igitur per præcedens habemus partes scilicet latera cuborum. Reliquum est igitur vt declaremus octauum : scilicet quòd cognitis b d & e c quadratis iunctis tamen cubis vt habeamus partes, & similiter octauum est superiùs demonstratum *Propos.* 54. scilicet quod cum fuerint nota aggregata quadratorum atque cuborum peruenimus ad cubum & numerum æqualia rebus sed hoc est minus not... omnibus aliis. Et ita sunt omnia cognita, sed hoc minus inde secundum, alia sunt perfecta.

Scholivm Tertivm.

Et cum duxerimus ℞. cu. 20. p̃. ℞. 184. in ℞. cu. 20. m̃. ℞. 184. fiet ℞. cu. 216. ducta igitur ℞. cu. 216. in partes fient mutua ℞. cu. 69120. p̃. ℞. 100329062. p̃. ℞. cu. 69120. m̃. ℞. 100329062. & hæ sunt ℞. vniuersales vt quoquomodo reducantur ad quatuor quantitates in continua proportione & ad tres vt in corollario sequenti igitur ad septem.

Cor. Ex hac igitur patet quod cum quis dixerit cubus æqualis est 18. rebus p̃. 35. vt in numeris integris vel 40. tribus modis in idem recidentibus quæstio solui poterit. Et habebunt easdemmet exceptiones, primus est per regulam generalem capituli notam, ducendo 6. tertiam numeri rerum & est super-

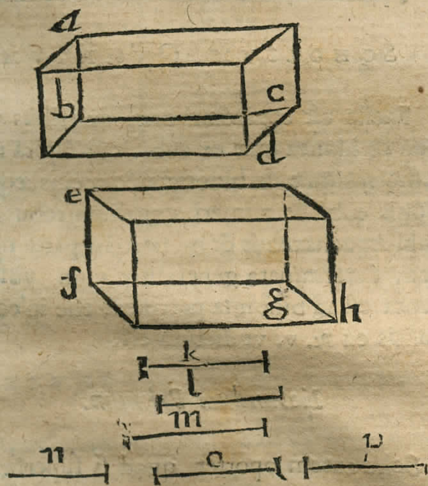
superficies a b c ad cubum & fit 216. inde diuide 40. in duas partes ex quarum vna in alteram fiant 216. & erunt p̄. ℞. 184. & 20. m̄. ℞. 184. & ℞. cubicæ harum erunt tota linea b c f, be minor seu recisum c f maior seu binomium id est ℞. cu. eorum. secundus modus est per demonstrationem allatam ducendo a b, b c & a b c ad cubum & fiet cubus a b c manifeste 216. quia a b c fuit nota & supposita quòd esset 6. & aggregatum ℞. & m̄. 40. gratia exempli, seu 35. & ex ℞. in m̄. supponitur seu demonstratum est fieri 216. vt prius ergo a b & b c, eædem vt prius. Tertius modus est vt ponamus per capitulum generale a b, pos. b c $\frac{6}{1.pos.}$ deducemus ad cubos partes & erunt 1. cu. $\frac{216}{1.cu.}$ & hæc sunt æqualia 35. seu 40. numero: hic enim est aggregatum cuborum vt supponitur, igitur 1. cu. p̄. $\frac{216}{1.cu.}$ æqualia sunt 40. duc omnia per 1. cu. fient quad: cubi p̄. 216. æqualia 35. cubis vt pote seu 40. cu. & est proinde ac si quis dicat 1. quad. p̄. 216. æqualia 35. rebus seu 40. rebus quare inuenta æstimatione vt priùs ℞. cu. earū erunt æstimationes quæsitæ, & ita res redibit ad idem. Ecce vides quomodo capitulum cubi æqualis rebus & numero transit & reducitur ad capitulum deriuatuum ex primis scilicet cubi quad. & numeri æqualium cubis sed æstimationis postmodum oportet accipere ℞. cubicas.

TERTIVM PROBLEMA.

Propositio octaua. Restitutio prima.

PRopositis duobus rectangulis proportionem inter lineas collocare. Item inter rectangula solida ad lineas geometricè traducere. Vnde manifestum est solida & superficies ad numerum deduci posse.

Superficierum b c d, k sit latus tetragonicum vt f g h, l, ipsis k l subtendatur m igitur m ad K vt f g h ad b c d, vtraque

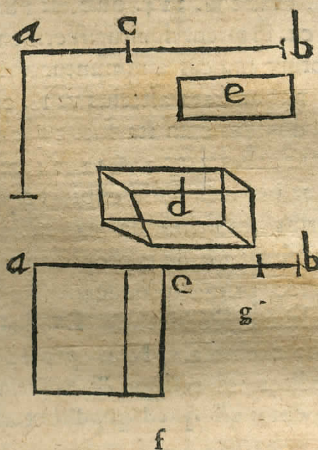


enim duplicata k ad l sed k est potestate b c d igitur m est ad instar f g h, at f g h potestate est l igitur m est instar f g h actu. Rursus inter K & b a interpono vt ex duabus proximiorem m & eodem modo inter e f & l mediam & secundam n, cubi igitur m & n æquales sunt a b c d & e f g h rectangulis solidis. Quare proportio solidi a b c d ad e f g h vt m ad n triplicata. Subtendatur igitur m n, o & m n o, p in continua proportione & erit k ad p vt solidum a b c d ad solidum e f g h quod fuit demonstrandum. Quod si ponatur p actu ad m qualis n potestate ad eandem, est autem n potestate e f g h, igitur p est actu æqualis solido e f g h, quod erat demonstrandū.

Γνῶσις 2. *Problema 4. Propositio. 9.*

Diuidere alogam quantitatem vt ex ea in productum partium fiat quæuis quantitas non maior 4. cubi parte. Et rursus sic vt productum sit recisum primi si sit binomium aut trinomium: aut binomium trinomium totius vbi totum recisum propositum fuerit.

Sit binomium autem etiam magis abstrusum diuisum in c & volo ita diuidere vt ductum in productum vnius partis in alterā producat d assumo e superficiem quæ in a b ducta producat d & non erit ex suppo- *per præced.*



sito d maior quadrato a c & ideò detrahatur e ex quadrato a c & relinquatur a f in quam possit c g quam reseco ex b c & relinquatur g b. Hæc igitur ducta in a g producit e ex quo in a b fit corpus d. Ex quo manifestum est quod licet a b esset quadrinomium potest diuidere d via suppositionis, & exinde diuidi per æqualia diuiso numeratore. Pari modo inueniemus e quod habeat rationem numeri binomij aut recisi cum a b & eadem via: adeo vt posset videri res leuissima sed secus est aspicienti tractationem illarum. *r 5. 2. Eucl.*

SCHOLIVM PRIMVM.

Est igitur animaduertendum in huiusmodi operationibus quod cum in cubis & rebus vel quadratis quæ cum numero comparantur simplicissima est cubi & rerum aut quadratorum cum numero æquatio quia partes alogæ possunt se inuicem absumere & reliqua pars seu numerus seu radix conuerti in numerum. At si cubus æquetur rebus aut quadratis & numero seu res vel quadrata cubis & numero: necesse est vt sit in re aut quadratis aut cubo partes, quæ potestate sint numerus & numerus etiam ob cubum, ita vt numerus diuidatur in duas partes vna per quam satisfaciat numero, alia quâ satisfaciat numero contento in cubo.

in cubo. Si tamen cubus æquetur numero & rebus aut quadratis, poterit hic numerus contineri in ſolo cubo & non in rebus, aut quadratis, quod manifeſtè videmus in capitulo cubi æqualis rebus & numero. Sed in hoc oportet vt reuertatur per generationem cubi & quadratorum numerus & aloga pars ad vnguem quæ continentur in quadratis aut rebus.

Scholivm Secvndvm.

In generatione autem cuiuſcumque cubi cum ex re fiat duplex multiplicatio ideo vltima eſt per quam producitur numerus. Numerus ergo per ſe primò gignitur quadrifariam: primum ex numeris integris: vel fractis habentibus rationem cum integris 1 $\frac{1}{4}$ in 8. efficit 10. fractus autem in fractum propriè numquam cum ſecus videamus in mediis ac binomiis cum ſuis reciſiſ. Secundò ex mediis ſimilibus aut rationem inuicem habentibus quàm quadratus numerus ad numerum quadratum, vt ℞.6. in ℞.54. efficit ℞.324. quæ eſt 18. Tertio cum ℞. cu. in ℞.cu. ducitur, fuerintque numeri quorum radices aſſumuntur vel cubi- vel vnus ℞.quadrata alterius vt ℞. cu. 3. in ℞. cu. 9. demum cum ita fuerit quadratum quartæ quantitatis vt 3. 6. 12. 24. ex 24. in 9. & ex 3. in 576. fiunt cubi vel quintò cum fuerint multinomia ea ratione diſpoſita vt ſint in eadem proportione & vt alternent & prima producant numerum nam & vltima producent. Explicabimus autem duo exempla. Non per ſe autem deprehenditur & ratione & experimento: oſtenſum enim eſt quod quodlibet alogum

℞. 40. p̃. ℞. 20. p̃. ℞. 10. p̃. ℞. 5.
℞. 10. m̃. ℞. 5.
quod totum eſt 15.

vel generat numerum vel vt latus quadrati, aut vt eſt poteſtate tale in comparatione ad reliquum & dicitur ſimile illi aut vt latus ſuperficiei quadratæ & tunc poteſt producere cubum cuius latus eſt numerus vel

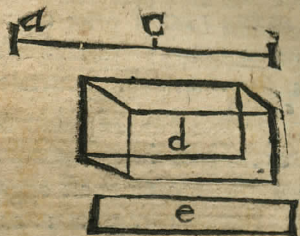
℞. cu. 24. m̃. 2. p̃. ℞. cu. 2. $\frac{2}{3}$
℞. cu. 9. ℞. cu. 3.
℞. cu. 216. m̃. ℞. cu. 72. p̃. ℞. cu. 24.
p̃. ℞. cu. 7. m̃. ℞. cu. 24. p̃. ℞. cu. 8.
quod totum
eſt 8.

vt vna ſit quadratum quartę in continua proportione, ergo idem erit in ℞. vniuerſalibus ℞. ℞. enim non eſt apta huic rei nam exigit duas integras multiplicationes.

Quia ergo binomia omnia ſunt ℞. binomij primi aut reciſi ideo comparatio hæc vt eſt ſimilium, ſeruit capitulis ab initio vt in diuiſione & multiplicatione in fine ad perfectionem capituli. Vnde nota ſunt fruſta illa capitulorum cubi æqualium rebus & numero & rerum æqualium cubis & numero: & quadratorum æqualium cubis & numero & cubi ac quadratorum æqualium numero.

Scholivm Tertivm.

Supponatur modo in generatione cubi qui ſit pro paralelipedo d linea a b diuiſa per æqualia in c ℞. 12. p̃. ℞. 8. vt diuidatur in duas partes ex quarum vna in alteram



ducta in a b fiat d parallelipedum quod ſit 2. & diuidam 2. per a b inueniendo reciſum a b quod ſit ℞. 3. m̃. ℞. 2. & ſit diuiſor 2. per quod diuido d corpus quod eſt 2 exit 1. duco in reciſum fit ſuperficies e ℞. 3. m̃. ℞. 2. detraho ex quadrato a c quod eſt 5. p̃. ℞. 24. relinquitur 5. p̃. ℞. 24. p̃. ℞. 2. m̃. ℞. 3. huius ℞. vniuerſalem detraho & addo ℞. 3. p̃. ℞. 2. fient partes quæſitæ vt

℞. 3. p̃. ℞. 2. p̃. ℞. v. 5. p̃. ℞. 24. p̃. ℞. 2. m̃. ℞. 3.
℞. 3. p̃. ℞. 2. m̃. ℞. v. 5. p̃. ℞. 24. p̃. ℞. 1. m̃. ℞. 3.

vides cuius exemplum ſit a b 2. p̃. ℞. 8. diuido 2. p̃. ℞. 8. p̃. 2. exit ℞. 2. m̃. 1. detrahe a 3. p̃. ℞. 8. reſiduum fiet 4. m̃. ℞. 2. cuius ℞. v. adde & detrahe a ℞. 2. p̃. 1. fient partes hæ longè breuiores.

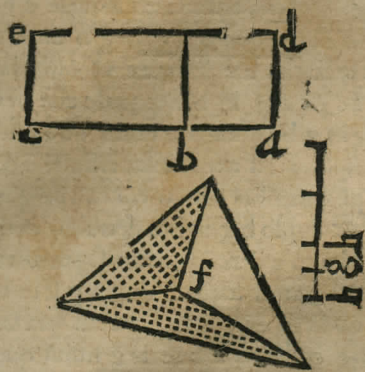
℞. 2. p̃. 1. p̃. ℞. v. 4. m̃. ℞. 2.
℞. 2. p̃. 1. m̃. ℞. v. 4. m̃. ℞. 2.

Scholivm Qvartvm.

Facile eſt coniectari cum ex tribus vna non ſit idonea quæ ex cubicis ℞. altera non ſufficiens quæ ex binomiis & reciſis æquationis cubi & numeri æqualium rebus, & cubi æqualis rebus & numero in parte nondum determinata generaliter cum vbi inuenta eſt ad binomia pertineat eſſe in compoſitis ex ℞. v. vt dictum eſt.

Notandum Primum.

Scire autem oportet quod ſi ſuperficies a c e ſit numerus rerum & res a b, erit vt a b in proprium quadratum producat cubum, & in b c e numerum qui ſit f, poſita ergo altera æſtimatione ſub eiſdem numeris quæ ſit g ſeu maiore ſeu minore cum a d e maneat numerus rerum & ex g in a & d fiat cubus g & corpus f, igitur ſublato corpore f ceu g in c d a erit quod ſit ex g h ſeu differentia maiori ſeu minori æquale differentiæ



differentiæ cuborum a b & g a solidum ex h g in a e c fit ex g h in a b & a e, cubus autem differt à cubo h in septem corporibus quæ omnia fiunt ex g h, igitur superficies a e c æqualis est quadrato g h & triplo quadratorum h & productorum g h in h velut sit 1. cu. p̃. 6. æquale 7. rebus & rei æstimatio prima est 1. secunda 2. cubus igitur a b in prima æstimatione est 1. corpus f. 6. differentia cubi 1. & 2. est 7. & superficies d e est 7. quę producitur ex a d quæ est prima æstimatio & a c quæ est 7. inuicem & hæc est æqualis 1. & 3. & 3. similiter supponatur a b in prima æquatione 1. cu. p̃. 32. æqualibus 20. rebus esse 2. vt fiant 20. res 40. & cubus 8. reliquum 32 post in æstimatione secunda g ℞. 17. minus 1 & h 2. fiat res ℞. 17. minus 1. diuisa in h quæ fuit 2. & reliquum h ℞. 17. m̃. 3. cum ergo dederis numerum 32. cum cubo h ei quod fit ex h in 20. id est in a e relinquitur differentia cuborum g & h quæ comprehendit illas septem partes 20. rerum differentiæ 1. g. h ergo diuiso vtroque producto per g h prodibit a e superficies æqualis quadrato g h quod est 26. m̃ ℞. 612. & triplo g h in h & est ℞. 612. m̃. 18. & triplo quadrati h quod est 12. quæ inuicem collecta efficiunt 20. vt ma-

℞. 612. m̃. 18. triplum
A B in
triplum quad. g. 12.
summa omnium 20.

nifestum est & si omnia hæc ducta fuerint per differentiam æquationum quæ est ℞. 17. m̃. 3. ostendent illas septem partes differentiæ cuborum ℞. 3. m̃. id est g 2. d est h.

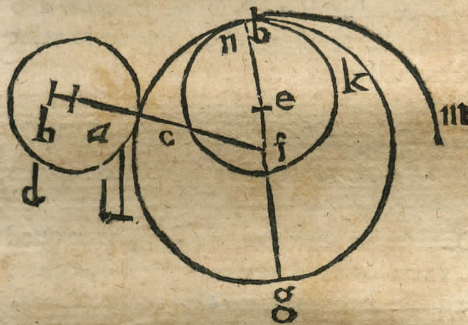
Secvndvm Notandvm.

Patet etiam ex hoc quòd in æstimatione cubi æqualis rebus & numero quadratum vnius existentis cum triplo quadrati alterius æquatur numero rerum. Igitur duplum producti vnius partis in alteram m̃. duplo quadrati alterius partis & ideo duplum differentiæ æquatur residuo. Exemplum 1. cu. æquatur 20. rebus p̃. 32 igitur cum rei æstimatio sit ℞. 17. p̃. 1. 20. sit ex quadrato ℞. 17. & triplo quadrati 1. igitur reliquum est ℞. 68. m̃. 2. cum ergo ex re 1. ℞. 17. p̃. 1. in 20. fiant 20. res ex ℞. 68. m̃. 2. in eandem rem scilicet ℞. 17. p̃. 1. fiet numerus ipse qui est 32.

Quintum Theorema Propositio decima.

Si circulus duos circulos contingat seu intùs seu extrà ambos seu vnum intùs alterum extrà nullus alius circulus vnum ex his tangens eodem modo alium in eodem neque alio puncto contingere poterit eodem modo.

Sint duo circuli positi a d & b c & eos tangat circulus b g siue ambos intùs vt b c seu ambos extrà vt a d siue vnum intus alterum extrà vt in præsenti figura: dico quòd

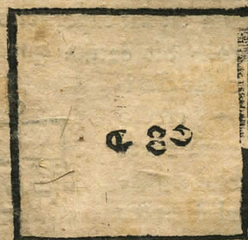


nullus alius circulus qui tangat a d in d exempligratiâ poterit tangere a d ad extra & b c intrà. Si enim sit æqualis b g iisque tanga b c in b erit centrum vtriusque in linea vna quare centrum b g est in linea vna b f g & cum sit æqualis circulo eidem, habebit centrum etiam g & ita non erit alius circulus. Sed si tangat in k continget circulus circulum plus quàm in vno puncto, si enim transibit ex b in k infrà a b secabit b c si autem supra seu maior sit seu minor quia vt dixi non potest tangere a b in eisdem punctis: tangat ergo infrà b circulus l m in n. Quia ergo oportet centrum esse in linea h a c f quia l n, m contingit a vt H a necessariò maneat & non in f quia esset idem circulus ergo vltra vel circa f cum ergo necessariò sic in linea n f & in linea h f necessariò erit in f quod est contra posita. *Per vndecimam tertij Elem.*

Γνωσις Tertia Problema quintum propositio vndecima & est demonstratiua purior septima propositione Restitutio secunda.

Proposita recta linea & quadrato alteram datæ adiungere, sic vt quadrata propositæ





10	10	m̃	℞	80
100	180	m̃	℞	32000

Aggreg.

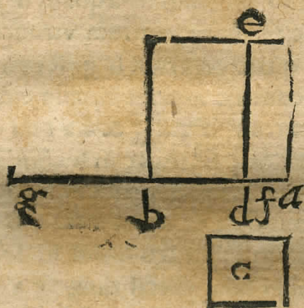
Aggreg. 280. m̄. ℞. 32000.
duplum a b in b c 200.
m̄. ℞. 32000.

& adiectæ ſimul iuncta duplo vnius in alteram in dato quadrato maiora ſint.

Sit data a b & quadratum d. propoſitum eſt addere ad a b, b c ita vt quadratum a b cum quadrato b c ſit maius duplo producti ex a b in b c in quadrato d auferamus a e æqualem d lateri & a b addamus b c æqualem b e cum ergo a b maior ſit b c in a e quia maior b e illi æquali erit quadratum a b & b c maius hoc totum duplo a b in b c in quadrato d quod fuit demonſtrandum. Exemplum a b ſit 10. d 80. aufero ℞. 80. ex 10. remanet b c 10. m̄. ℞. 80. addo a b fiet tota a c 20. m̄. ℞. 80. ſupputatio velut à latere videtur.

γνῶσις Quarta, Problema 6. & eſt Reſtitutio tertia, Propoſitio 12.

Data recta linea eam ſic diuidere vt quod fit ex vna parte, in totam cum reliqua parte ſit æquale dato quadrato cui æquale eſſe poſſit. Sit data a b quam volo ſic diuidere vt ex b f in b g quæ conſtat ex b a & a f fiat ſuperficies æqualis quadrato c propoſito. Facio ſu-

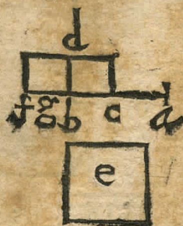


perficiem a e æqualem c & inter a b & b d conſtituo b f & æqualem a f addo a b dico ex a n f in f g fieri c.

Nam cum b f ſit latus b e & b a, a e b erit duplum a f in f b cum quadrato a f æquale a e & ex conſequenti c duplum autem f b eſt f g & ſi ei addatur a f erit ex a f in totum a b & b f æquale quadrato c quod erat demonſtrandum. Velut poſita a b 10. c. 19. erit b e ℞. 81. adde ℞. 81 ad 10. fit a g 19. a f autem 1. ductum in 19. efficit 19. quod eſt c.

Problema ſeptimum Reſtitutio quarta, Propoſitio 13.

Propoſita recta linea aliam ei in directum adiungere vt & ex tota & addita in eam quæ addita eſt fiat ſuperficies æqualis dato quadrato. Sit datum quadratum e & linea a b cuius dimidio quadrato erecto addo ſuperficiem iuxta altitudinem b d æqualem c quę ſit d f inter c f, & b d conſtituo g c à qua aufero c b relinquitur b g dico quòd il-



lud, quod fit ex a g in b g eſt æquale quadrato e. Quia enim e eſt æquale d f dico quòd d f eſt æqualis a g in g b cum enim b d ſit æqualis b c ſufficiet vt oſtendam id quod fit ex c b in b f æquale eſſe ei quod ex a g in g b, quoniam enim quod fit ex c g in ſeipſum eſt æquale ſuperficiei c d. f vt aſſumpſimus: illud autem conſtat ex quadrato b g & duplo b g in b c detracto communi quadrato c d relinquetur ſuperficies d f ſeu e quadratum æquale duplo g b in b c & ita ei quod fit ex g b in b a cum quadrato g b, quare collectis a b & b g ſimul quod fit ex g b in b a eſt æquale ſuperficiei d f & ex conſequenti quadrato e quod fuit demonſtrandum.

Lemma Primum.

Et per eoſdem modos ſit vt velim facere ex a b duas partes vt vna in totum ducta producatur alia. addemus monadem & diuidemus totum per totum adiectâ monade. & quod exit eſt pars adijcienda. Sed longè melius generaliter, adde toti partem ipſam & cum aggregato diuide partem eodem modo ſumptam quod exit eſt quantitas; quæ ducenda eſt. Exemplum volo addere partem ad 10. quæ producat dimidium alterius partis addo 1. ad 10. fit $10\frac{1}{2}$ diuido 5. per $10.\frac{1}{2}$ exeunt $\frac{10}{21}$ duco igitur $\frac{10}{21}$ in 10. fiunt $4.\frac{6}{21}$ dimidum $9\frac{11}{21}$ reſidui & ita ſi dicat vt ducta per totum producat quintam partem reſidui adde $\frac{1}{5}$ ſcilicet ipſam partem, fit $10\frac{1}{5}$ diuide 2. quintam partem 10. per $10\frac{1}{5}$ exit $\frac{10}{51}$ ipſa pars quæ ducta in 10. producit $1\frac{49}{51}$ qui ſunt quinta pars alterius partis quæ fuit $9\frac{41}{51}$

Lemma Secundum.

Et ex hoc aliud & eſt vt diuidamus a b lineam propoſitam vt productum ex a d in b d ſit æquale d e differentiæ partium aut dimidio e d id eſt c d aut dimi-



dio c d aut tertię parti aut parti qualis eſt lateris quadrati ad ſuam diametrum aut denique ℞. c d. Et in omnibus eſt regula vna. Si enim æqualis eſſe debet d e ponamus quod a b ſit 10. ducemus a c dimidium a b in c ſit 25. & c d dimidium d e in c ſit vnum iunge hæc duo quadrata fiunt 26 accipe ℞. ſcilicet ℞. 26. aufer ab ea c d relinquitur ℞. 26. m̄. 1. aufer à dimidio ſcilicet a c relinquitur 6. m̄. ℞. 26. aufer 6. m̄. ℞. 26. ab a b, relinquitur ℞. 26. p. 4. Pari ratione ſi debeat æquari dimidio e d & eſt c d capiemus loco quadrati c d quadratum

6 m̄. ℞. 26.
℞. 26. p̄. 4.

℞. 104. m̄. 2.
Dup. dif. ℞. 104. m̄. 2.

dimidij
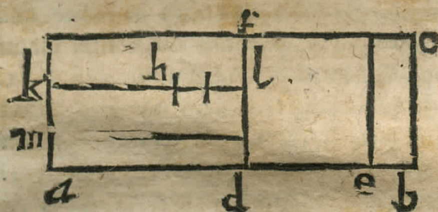
dimidij & habebimus ℞. $25\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ cætera vt prius: ideo habebimus partes $5\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $25\frac{1}{4}$ & ℞. $25\frac{1}{4}$ p̃. $4\frac{1}{2}$ quarum differentia est ℞. 101. m̃. 3. & hæc est dupla producto partinm id est ℞. $25\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ & ita est. Et ita si proponatur vt proportio sit vt lateris quadrati ad suam diametrum erit rei æstimatio ℞. $25\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $\frac{1}{2}$ & ideò partes, 5. p̃. ℞. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $25\frac{1}{2}$ & ℞. $25\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $\frac{1}{2}$ m̃. 5. Demum si sit productum partium quale ℞. differentiæ proponemus partes 5. p̃. $\frac{1}{2}$ quad & 5. m̃. $\frac{1}{2}$ quad. & productum est 25. m̃. $\frac{1}{4}$ quad.quad. & hoc est æquale 1. rei igitur 1. quad. quad. p̃. 4. rebus est æquale 100. & res est in capitulo noto.

Theorema 6. *Propositio* 13. *Archimedico modo scripta.*

Sit superficies oblonga triplo quam lata maior a b c ita vt media scilicet d e f g (est enim in tres partes diuisa) sit quadrata, ideò eius latus erit d e seu d g & sit a g dupla d f & c e superficies non refert seu maior seu minor d f cuius tetragonicum latus sit g l & producatur linea k l æquidistans a d & secetur in medio & ei adjiciatur g l & fiat d h, composita ex duobus tetragonicis lateribus d f & c e Dico quod cubus k h & quod producitur ex k h in superficiem k d (quam constat produci ex a d in l d & ideò ex duplo d e in differentiam laterum d f & c e) est æqualis corpori producto ex k h in a c numerum rerum; hic enim præsupponitur a c eiusmodi numerus. Constat enim ex supra demonstratis quòd si ostendero k h quadratum esse æquale superficiebus k g b & ex eadem in superficiem a l fieri numerum, me ostendisse intentum. Primum itaque est per se notum nam quadratum k h est æquale quadratis g l & g d & ideò superficiebus d f & c e ideò toti g b & cum hoc duplo d g in g l & hoc est superficies k g, nam d a est dupla d g, ideò g k sit ex duplo d g seu d e & est a d seu k l in l g. Quod si proponantur a b c f & d e f g p̃. & resecetur g l vt m̃. ex a g cum fiat a l ex a d in d l erit a l æqualis d c, idest duobus quadratis d g & g l. Oportebit autem detrahere duplum d g in

Propos. 4. scholio 1.

Per quartã elem. 2.



g l idest a l & relinquetur d m, seu ergo ex k h in l a residunm seu ex l d in d m fiat numerus propositus erunt k h vel d l binomium seu recisum d g & g l.

Lemma Primum.

Si fuerit cubus æqualis rebus & numero: Æstimationis acceptæ iuxta modum rerum æqualium cubo & numero constitutio erit vt quadratum primæ partis cum triplo quadrati secundæ æqualis sit numero rerum; & differentia quadratorum vtrarumque partiũ ducta in secundam partem fit æqualis dimidio numeri æstimationis. Exemplum cubus æquetur 20. rebus p̃. 32. & sit rei æquatio ℞. 17. p̃. 1. dico quòd ducta ℞. 17. in se & addito triplo quadrati 1. fit 20. & similiter differentia quadrati ℞. 17. & 1. quæ est 16.

| cu. æql. 20. rebus p̃. 32. |
| ℞. 17. p̃. 1. res |
| 17. p̃. 3. 20. n. rerum |
| 17. p̃. 1 —— d 16. n. æst. |

| cu. æqualis 12. rebus p̃. 9. |
| ℞. $5\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ |
| $5\frac{1}{4}$ p̃. $6\frac{3}{4}$ e 12. n. rerum |
| 3. in $1\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$ d n. æst. |

ducta in 1. producit 16. dimidium 32. numeri æstimationis & similiter 1. cu. æqualis 12. rebus p̃. 9. rei æquatio est, ℞. $5\frac{1}{4}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ (neque nunc differentiam facio, nec seruo proprietatem nominum æstimationis & æquationis, satis duco quòd intelligar) quadratum ℞. $5\frac{1}{4}$ est $5\frac{1}{4}$ triplum quadrati $1\frac{1}{2}$ est $6\frac{3}{4}$ ideò totum 12. numerus rerum. Differentia quadratorum ℞. $5\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$ est 3. ducta in $1\frac{1}{2}$ secundam partem efficit $4\frac{1}{2}$ dimidium 9. numeri æstimationis seu æquationis. Sed hoc parum vtile est ad principale.

Lemma secundum.

Si quantitas in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu differentiæ quadratarum partiũ in vnam illarum æquale est ei quod fit ex ductu totius in productum differentię in eandem partem.

Si oculis lynceis cernis, vtrumque corpus habet altitudinem eandem scilicet partem

a d c b *Cor.*

illarũ; si ergo ostendere quod differẽtia quadratorũ partium est æqualis ductui totius in differentiã patebit propositũ. Sit ergo a b diuisa in c differentia partiũ c d quia quod fit ex a b in c d est æquale ei quod fit ex c d in se duplum a d, differentia verò quadratorum a c & c b est duplum a c in c d cum quadrato c d, igitur productum a c in c d est æquale differentiæ dictæ: scilicet quadratorum a c & c b quod erat probandum. *per. 1. 2. E*

Si quis ergo dicat fac de 10. duas partes ex quarum ductu minoris in quadratum differentiæ fiat 20. gratia exempli, dices igitur ex ductu totius in productum ex minore in differentiam fiet 20. igitur ex minore in differentiam fiet 2. fac igitur & habebis 5. pos. m̃. 1. quad. æqualia 1. igitur rei æstimatio est $2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $5\frac{1}{4}$ vel $2\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $5\frac{1}{4}$ & differentia 5. p̃. ℞. 21. aut 5. m̃. ℞. 21. conuerso modo quorum productum est 2. Quia ergo via simplici procedendo perueneas ad capitulum notum ex primis. Hoc interest vt dignoscas hac via transmutationem in aliis ad capitula cubi. *Exemplum.*

Septimum Theorema, Propositio 14.

Vide prop. 9. scholio 2. Omnes duo numeri qui inuicem ducti producunt numerum cubum in proportione se habent cum lateribus cubicis naturalibus illius, & si alter eorum ducatur in numerum, qui ad reliquum se habeat in proportione numeri cubi ad numerum cubum, qui producetur cubus erit: & si qui sic producitur cubus sit, reliquus primorum ad eundem proportionem habet vt cubi ad cubum. At si productus cubus non sit nec in quem ducitur ad reliquum proportionem habebit vt cubi ad cubum. Et si non habeat proportionem is in quem ducitur, nec productus cubus erit. Et si numerus non quadratus in suam radicem ducatur producetur radicis illius cubus qui erit radix quadrata. Et si radix quadrata numeri cubi ex numero & radice alia vel vtcumque producatur, quantitates ex quibus producentur mutuò se habebunt cum radice illius numeri, cubica & quadrata cubicæ dictæ. Et si binomium aut recisum reducatur ad cubum erit differentia partium cubus differentiæ binomij aut recisi. Vnde manifestũ est quomodo dati binomij aut recisi liceat radicem cubicam inuenire.

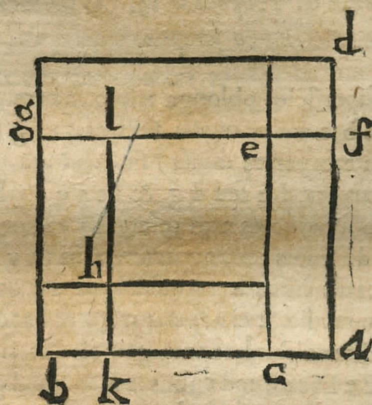
Com. Sint a b duo numeri ex quorum ductu producatur c numerus cubus, eruntque ex

a		b
	c	
d		e
f	g	h

definitione numerorum cubicorum duo numeri quorum vnus erit radix alterius qui inuicem ducti producẽt c & sint d & e & appellantur latera naturalia. Et constat quod mutuò se habebunt in proportione cub. a & b ex demonstratis in xi. libro ab Euclide. Et hoc est primum. Dico & quod si a gratiâ exempli ducatur in d qui habeat proportionem ad b vt numeri g ad numerum h qui sint ambo cubi, quod f productus ex d in a est cubus & hoc est secundùm. Nam ex a in b fit c & ex a in d fit f, igitur c ad f vt b ad d. Sed ex supposito b ad d vt cubi g ad cubum h, igitur c ad f vt g ad h, quare cum c sit cubus erit f necessariò cubus vt ab Euclide constitutum est. Contra & est tertium propositum: si ex a in d fiat f cubus & d se habebit ad b vt g ad h vel vt cubi ad cubũ. Et ex hoc patet quod si f non sit cubus nec d se habebit vt cubus ad cubum ad ipsum b & est quartum: & ita quintum illius conuersum. Sextum indiget exemplo tantum; nam 3. in ℞. 3. producit ℞. 27. quæ est cubus ℞. 3. & quia ℞. 27. potest produci ex aliis vt 2. & ℞. $6\frac{3}{4}$ dico (& est septimum) quod vt se habet 3. ad 2. ita se habebit ℞. $6\frac{3}{4}$ ad ℞. 3. est enim vtraque ratio sexqui altera. Nam sexquialtera fit per $1\frac{1}{2}$ cuius quadratum est $2\frac{1}{4}$ quod demum in 3. producit $6\frac{3}{4}$. Octauũ

3.	℞. 3.
2.	℞. $6\frac{3}{4}$

est non alias demonstratam: velut cubus 7. diuisi in 5. & 2. producit partes 185. & 158. quarum differentia est 27. cubus 3. differentiæ 5. & 2. capio ergo a b, quæ sit 7. diuisam in c vt b c sit 5. & c a 2. & constat ex constructione quod fiunt duo corpora, quorum vnum constat ex cubo b c, & triplo b c in quadratum d e seu a c & est 185. aliud est cubus a c cum triplo a c in quadratum c g, triplum autem a c in quadratum c g superat triplum b c in quadratũ d e f in triplo c k differentiæ in rectangulum ex a f in f d seu b c in c a. At vicissim cum fecerimus b k æqualem a c cubus b c superat cubum c a seu d e f seu b k h in cubo k c differentiæ & triplo k c & b k in



Triplum c k in b c in c a
Triplum c k in quadratum b k h
Triplum b k in quadratum h e l

rectangulum c k h, hoc autem est æquale triplo c k differentiæ in rectangulum ex a f in f d quod claritatis causa ostendi in margine. Constat enim quod est perinde ac si dicas triplum b c in c h; hoc autem est æquale triplo b c in c a cum latera omnia sint eadem. Igitur sublatis hinc inde partibus sex æqualibus erit differentia cubi b c cum triplo b c in quadratum a c à cubo a c, & triplo a c in quadratum b c cubus k c differentiæ quod propositum est. Sed difficultas maior præcedente relinquitur, & maximè quod nos in octaua parte diximus de quadratorum differentia tam in radice quã in cubo dum de partium differentia locuti sumus. Exempli gratia cubus ℞. 5. p̃. ℞. 2. vel m̃. ℞. 2. nam ad idem tendunt quoad hoc est ℞. 605. m̃. ℞. 578. quarum partium differentia quadratorum est 27. cubus 3. differentiæ quadratorum ℞. 5. m̃. ℞. 2. & hoc est valde mirum cùm diuiso 8. in 5. & 3. id est ℞. 25. p̃. vel m̃. ℞. 9. prodeant 260. p̃. vel m̃. 252. pro numeris seu pro ℞. quæ æquiualent ℞. 67600. m̃. vel p̃. ℞. 63504. quare differentia est 8 cubus 2. differentiæ partium. Quinimo differentia quadratorum partium est 4096. cuius ℞. est 64. quadratum cubi 2. Sed si statuamus partes ℞. 25. m̃. ℞. aut p̃. ℞. 4. adhuc fient partes cubi 185. m̃. 158. quarum differentia est 27. cubus 3. differentiæ illarum. Et idem pro ℞. 34225. m̃. aut p̃. ℞. 24964. & ad idem redeunt: non tamen differentia

34225.

34225. & 24964. quæ est 9261. est quadratum 27. cubi differentiæ partium : sed huius est clarior causa : at quomodo cum cubus 5. m̄. 2. vel p̄. 2. sit vt dictum est acceptus per radices ℞. 34225. m̄. gratia exempli ℞. 24964. & differentia tamen quadratorum illorum quæ est vt dictum est 9261. non est cubus, at cubus ℞. 5. p̄. ℞. 2. vel m̄. ℞. 2. est ℞. 605. m̄. ℞. 578. quorum quadratorum differentia est, illorum verò differentia radicum est 27. non quadratorum partium sed partium ipsarum vt ibi partium differentia sit cubus vt etiam partium radicis differentia est radix : contra hic partium differentia est quoddam anomadum : quadratorum autem in vtrisque differentia est cubus.

Corum. Ex quibus constat quod oportet traducere hanc demonstrationem ad hunc modum. Cum fuerit binomium vel recisum cubi partes ad quadratum ductæ differunt in cubo partium binomij vel recisi ad quadratum ductarum. Et si animaduertis propter separationem in creatione ad idem redeunt. Et est demonstratio subtilissime, & tenet in omnibus generibus quantitatum eodem modo sumptis.

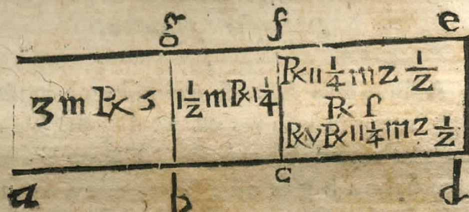
Ex hoc patet quod proposuimus in corollario, sit vt velim ℞. cub. ℞. 605. m̄. ℞. 578. & patet quod quadratorum partium differentia in cubo est 27. igitur in quadratis partium ℞. erit 3. ℞. cu. 27 igitur pono quod prima pars ℞. sit 1. pos. & erit ex supposito quadratum eius 1. quad. igitur quadratum secundæ partis est 1. quad. m̄. 3. triplica fit 3. quad. m̄. 9. adde quadratum primæ partis 1. quad. fiunt 4. quad. m̄. 9. duc in primam partem fiunt 4. cu. m̄. 9. pos. æqualia ℞. 605. igitur cu. equalis $2\frac{1}{4}$ pos. p̄. ℞. $37\frac{13}{16}$ igitur duc $\frac{1}{4}$ ad cubum fit $\frac{27}{64}$ duc ℞. $9\frac{29}{64}$ in se fit $9\frac{29}{64}$ detrahe $\frac{27}{64}$ relinquitur p̄. $\frac{32}{64}$ eius ℞. deme a dimidio rerum & accipe ℞. v. cu. habebis ℞. v. cu. ℞. $9\frac{29}{64}$ p̄. ℞. $9\frac{1}{32}$ p̄. ℞. v. cu. ℞. $9\frac{29}{64}$ m̄. ℞. $9\frac{1}{32}$ hæc est quantitas prima 1. ℞. 5. quam duc in se fiet 5. deme 3. fit 2. cuius radix est ℞. 2. secunda quantitas minor.

Digreßio Prima.

Supponamus quod sit 1. cubus p̄. 1. æqualis 2. rebus & sit quadratum b c quadratum rei, & cubus, cubus æquationis seu quæstionis & ei adiungatur duplum b c quod sit a b & sit superficies tota sub b c latitudine a b c d e 2. igitur totum corpus sub illa altitudine erit 2. res : & duo corpora a b g & c d e f sub altitudine b c necessariò 2. Adeò vt secundum numerum superficies tota a b c d e dupla sit illis duobus corporibus, quare disiuncta seu diuisa per rem erit linea a d dupla duabus superficiebus a b g & c d e. Hoc autem est dicere vt diuidamus a d in duas partes a b, & c d pro vna & altera b c vt ex vna in aliam fiat dimidium a d, & in hoc diuidemus a d per æqualia, & à quadrato dimidij detrahemus dimidium a b c d & ℞. residui adiecta & detracta dimidio constituit partes. Et hoc est primum.

Digreßio Secunda.

Et proponatur a d cuius non est certa ratio nisi quod sit æstimatio cubi æqualis eidem numero rerum & æquationis ℞. 5. p̄. 1. & a b ℞. 5 m̄. 1. igitur b c ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ & c d $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ & superficies vt vides. Erit ergo b c res & cubus eius ℞. 5. m̄. 2. Numerus autem æquationis qui est 1. fit ex superficiebus a b g & c d e quæ iunctæ faciunt ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$ in b c, rem quæ est ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ producunt 1. & est ac si dicamus diuisa est a b in duas partes vt ex vna

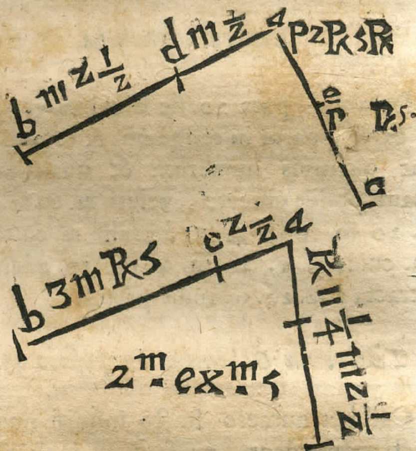


a ℞. 5. m̄. 1. b ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ c $3\frac{1}{2}$ m̄ ℞. $1\frac{1}{4}$ d.
linea potens in c d e f : k l

in aliam fiat dimidium totius a d hoc est talis numerus qualis est numerus æquationis comparatus numero rerum vt si dicas 1. cu. p̄. 3. æquatur 12. rebus assumemus a d & eam sic diuidemus vt ex vna parte in aliam producatur quarta pars ad quale 3. numerus æquationis est pars 12. numeri rerum.

Digreßio Tertia.

Dico præterea quod si sumantur duæ quantitates vt supra diuisæ in d & e vt a b sit gratia exempli 3. m̄. a c ℞. 11. $\frac{1}{4}$ p̄. quod poterunt diuidi ita (non enim refert an sint m̄. vel p̄.) vt ductæ inuicem relin- *Theor. primo.*



quant numerum. Velut in exemplo secundo. Nam ducto in latere sinistro reciso in recisum decussatim, cum sint participantes radices fiunt m̄. $2\frac{1}{2}$ m̄. $1\frac{1}{2}$ & est totum 4. à dextra autem rectè $3\frac{3}{4}$ p̄. & $1\frac{1}{4}$ p̄. qui iuncti sunt 5. subtrahe vnum ex alio. 1. iunge potius faciunt. 1. p̄. Rursus

| 3. m̄. ℞. 5. | ℞. 11. $\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{2}$ |
| ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ | ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ |

m̃. $2\frac{1}{2}$ m̃. $1\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$ p̃. $1\frac{1}{4}$
m̃. 4.	p̃. 5 —— 1
3. m. ℞. 5.	℞. $11\frac{1}{4}$ m̃. $2\frac{1}{2}$
℞. $1\frac{1}{4}$ m. $\frac{1}{2}$	℞. $1\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$
℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$	℞. $7\frac{13}{16}$ m̃. ℞. $2\frac{13}{16}$
℞. 20. p̃.	℞. 20. m̃.

multiplica à dextra partes rectè & habebis p̃. ℞. $11\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $1\frac{1}{4}$ & à ſiniſtra viciſſim decuſſatim habebis m̃. ℞. 7. $\frac{13}{16}$ & m̃. $2\frac{13}{16}$ & hoc totum vt prius efficit ℞. 20. quæ cum ſint p̃. & m̃. nihil efficiunt.

Digreſſio Quarta.

Aſſumamus primum exemplum ſecundæ digreſſionis in quo res eſt ℞. $1\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ cuius quadratum eſt $1\frac{1}{4}$ m̃. $1\frac{1}{4}$ & ob id duæ ſuperficies a b g & c d e (cum tota a d e ſuperficies ſit 2.) ſunt ℞. $1\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ binomium rei eſt igitur a d e id eſt 2. diuiſum in duas partes quarum vna eſt binomium radicis alterius aut illi commenſum aut viciſſim. Et dubium non eſt quod ſi ponas b c ℞. 5. m̃. 1. erit a b ℞. 20. m̃. 2. & quia a d e eſt 8. numerus rerum & a c ℞. 45. m̃. 3. vt ſit a c f 18. m̃. ℞. 180. erit c d e ℞. 180. m̃. 10. (cum enim demonſtratio & propinquitas maxima & frequens experimentum in vnum conſentiunt haberi poteſt pro vero) eritque c d 5. m̃. ℞. 5. & tota a d ℞. 20. p̃. 2. Dico præterea quod proportio numeri æquationis ad rem eſt binomium aut reciſum ipſius rei vel ei commenſum: nam ſi (vt viſum eſt) b c eſt res & reciſum aut binomium aggregati a b g & c d e quia producit numerum æquationis, igitur numerus æquationis continet rem id eſt lineam b c in aggregato a b g & c d e, ſed hoc eſt binomium aut reciſum vel commenſum b c reciſo vel binomio: igitur.

Digreſſio Quinta.

Datam ℞. puta 20. ſic diuidere vt quod fit ex vna parte in reliquam & totam efficiat quemvis numerum & quantitatem quam poſſet efficere, veluti ℞. cu 10. duc ℞. 20 in ſe fit ℞. v. detrahe ℞. cu. 10. fit 20. cuius ℞. v. 20. m̃. ℞. cu. 10. addita & detracta à ℞. 20. oſtendit partes.

Theorema Octauum. Propoſitio 15.

Cuilibet numero fracto infiniti numeri fracti reſpondent, ex quorum multiplicatione numerus integer conflatur. Vnde manifeſtum eſt ſi denominator numeri fracti ducatur in numerum diuidendum atque productus per numeratorem diuidatur, eum qui exit numerum fractum eſſe, qui ductus in priorem producet numerum aſſignatum.

Com. Sit numerus fractus a b & ſit numerus integer h c quem neceſſe eſt habere h multiplicem c, a autem non eſt multiplex b aliter a b non eſſet numerus fractus ſed integer nam $\frac{25}{5}$ eſt 5. & $\frac{15}{5}$ æquiualet 3. ducatur ergo b in h & producatur d cui ſupponatur e quod fit ex a in c aut claritatis gratiâ poſito c monade æquale a dico ergo ex nuper dictis quòd ſi d continuerit e & ſit multiplex ad ipſum productum, erit integer numerus ex diffinitione integri. Et ſi non, erit numerus fractus & vtroque modo ductus a b in d e producet c h numerum integrum propoſitum. Ducantur ergo b in e & fiat g, & a in d, & fiat f dico f g eſſe æqualem c h. Quia ergo ex b in h fit d & a eſt æquale e, erit d ad e proportio ipſum h & ideò etiam d compoſitor ex proportione d ad e & ad b interpoſito e vel a inter d & b: ſi igitur proportiones a ad b & d ad e componunt h & eędem multiplicando a in d & b in e componunt f g, igitur f g eſt ęquale. Et hoc eſt dicere quòd f ſit multiplex ad g in numero h quod eſt propoſitum.

$$\frac{a}{b} \quad \frac{h}{c} \quad \frac{d}{e} \quad \frac{f}{g}\ k$$

Ex hoc patet quod tales numeri, quales ſunt d e, inueniri poterunt, qui ducti in a b producent numerum integrum quia h c ſeu h poterit variari in infinitum, quo mutato ſeu h ſolùm (poſito c monade) mutabitur d e, igitur patet tota propoſitio. Quod ſi obiiceres fieri poſſe vt d e non ſit numerus fractus quia d ſit multiplex ad e, & ductum a b in d e producat h c ſeu h tantùm quod idem eſt poſita vt dixi c monade, dico quod ex a b in alium numerum integrum non fit vnquam k qui ſit 1. p̃. quam h nam ſi ex a b in d c fit h igitur a b numerat h quia per numerum d e, & quia per te numerat etiam k per alium numerum, igitur numerabit a b differentiam inter h & k quę eſt monas maior minorem. Nam ſupponimus ad hoc propoſitum (non quia non ſit verum ſed quoniam ſufficit in propoſito noſtro) quod a b ſit numerus fractus compoſitus ex integro numero & parte numeri. Cor.

Ex hoc patet quod ducto b denominatore fracti numeri a b in h numerum diuidendum producitur d qui diuiſus per e numeratorem fracti. i. ſupponendum illum numeratori d vt e ſit loco denominatoris (nam non eſt aliud $\frac{3}{5}$ quam 3. diuiſum per 5.) exit d e qui ductus in a b producit h c. Cor.

Ex hoc & regula poſita in quarta digreſſione præcedentis propoſitionis patet quod regula, capituli tota cubi & numeri æqualium rebus, & illius partis quæ eſt nondum inuenta capituli cubi ęqualis rebus & numero, & ſimiliter generalis cubi & numeri æqualium quadratis tota & generalis in vna parte cubi & quadratorum æqualium numero habet æſtimationem & *principia* in binomiis & reciſis numerorum iſtorum fractorum, qui inuicem ducti producunt numerum integrum. Cor.

Theorema Nonum. Propoſitio 16.

Cubus lineæ diuiſæ cum duplo cuborum partium æqualis eſt triplo parallelipedorum ipſius lineæ in partium quadrata. Vnde manifeſtum eſt quòd cubus ille totius lineę primum Cor.

cum

cum numero æquali duplo partium æquabitur tot rebus quot sunt quadrata ambo
Cor 2. triplicata. Quod si cubus & numerus proponantur æquales numero cuidam rerum cuius tertia pars non sit maior ℞. quadrata cubi aggregati quadratorum nec minor duplo cubi ℞. dimidij quadratorum, erit dimidium numeri æquationis aggregatum cuborum
Cor^m. partium a b diuisa in c dico quòd tripluma

b in quadrata a c & c b est æquale cubo a b cum duplo cuborum a c & c b, Constat enim cubum a b esse æqualem cubo a c, b c & triplo a b in quadratum a c & triplo a c in quadratum c b, quare illud aggregatum est æquale triplo cuborum a c & c b & producto a c in quadratum c b & triplo c b in quadratum a c. At hoc est æquale triplo a b in quadrata a c & c b ex constitutione igitur constat propositum.

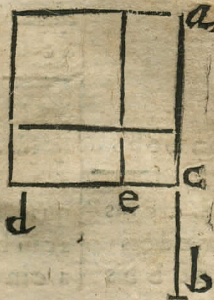
Corol. primum patet, nam si aggregatum cuborum dederimus dimidio numeri & duplum eorum toti numero æquationis, relinquetur cubus totius æqualis rebus, quare quadrata numero: & proportio cuborum ad quadrata nota. sequetur etiam per idem quod supposito cubo cum numero æquali rebus solum quod numerus ille rerum erit constitutus; gratiâ exempli cubi sint 35. & aggregatum quadratorum sit 13. dico quod erit constitutio, ducemus 35. per 2. semper, & 13. per 3. & fiet 1. cu. p. 70. æqualis 39. rebus.

Corol. secundum. proposito cubo, gratiâ exempli, cum numero æqualis 18. rebus ita vt numerus 18. sit æqualis quadratis partium ex demonstratis dico quod aggregatum cuborum non poterit esse minus duplo cubi ℞. quadrata dimidij 18. & ita non minor 54. nam ℞. quadrata dimidij 18. est 3. cuius duplum cubi est 54. nec poterit esse maior ℞. quadrata cubi eiusdem aggregati velut aggregatum cubi dictum si sit 18. cuius cubus est 5832. eius Radix quadrata quæ est circiter 76. est maximum aggregatum cuborum. Et ita propositis 54. pro aggregato cuborum minimo & ℞. 5832. pro maximo poterimus eruere aggregatum quadratorum conuersa ratione.

Problema Octauum Propositio 17.

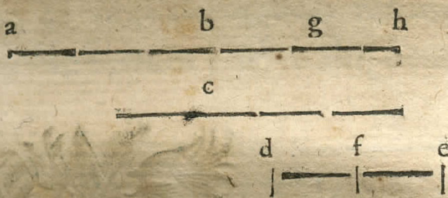
Proposito rectangulo solido quadratæ basis Isolipa sua inuenire sub proportione data.

prop. 6. Com. Isolipa fiunt diuisa basi in duo quadrata vt a latere vides sed ita vt sint æque alta & ideò erunt nisi corpora sint cubi non est necesse vt mutuæ sint cubis altitudines sed solum vt differant quantum latera cuborum. Infinita ergo poterunt esse in vnoquoque cubo Isolipa prima. Et in vnoquoque rectangulo solido quadratæ basis Isolipa secunda. Et quia proportio est vt basium cum sint æqualis altitudinis igitur bases erunt in ea proportione. Quare proportio d e ad c e ℞. illius & cum sit 1. m̃. proportione d c ad c e igitur erit per se nota.



Theorema 10. *Propositio* 18. *Archimedico modo proposita.*

Sint tres lineæ a b, c & d e in continua proportione & diuisa sit d e in f sicut d f sit media proportione inter a b & f e dico c fore mediam inter aggregatum a b & d f & ipsam d f. Et rursus, quod si sit tale aggregatum ex a b & d f quod sit a g & fuerit c media inter a g & g b fueritque a g & g b

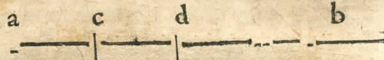


subtensa tertia g h in continua proportione quòd c erit media inter a b & b h. Tu. scis per positionem quòd d f est latus superficiei ex a b in d e addito quadrato dimidij a b detracta ab eo latere dimidia a b. Item ex demonstratis aliàs quòd proportio d e ad f g est duplicata ei quæ est c ad d f, cum ergo proportio a b ad d f sit vt d f ad f e ex supposito erit coniunctim a g ad b g vt d e ad e f, sed d e ad e f vt c ad f quia tertia ad tertiam vt secunda ad secundam duplicata, igitur a g ad g b vt c ad f d duplicata, ergo cum d f sit æqualis b g erit a g ad e vt c ad b g seu ad d f quod fuit demonstrandum. Contrario modo demonstrabitur secunda pars quæ est conuersa.

Theoremum Vndecimum Propositio 19.

Si linea in duas partes ac duas diuidatur quadratum totius & producta superficies ex prima in tertiam æquales erunt superficiei ex tota in primam & tertiam partem ac ex secunda in quartam.

Sit a b diuisa in c & d dico quòd quadratum a b cum superficie a c in a d est æquale



superficiebus b d in b c & a b in a c & ad simul iniunctas. Hoc fit per Quartam secundi Elementorum. Quadratum enim a b cum eo quod fit ex a c in a d est æquale quadrato b c & duplo quadrati a c & duplo b d in c a & ei quod fit ex a c ter in c d loco quadrati b c ponemus quadrata b d, d c & duplum b d in d c vt sint XI. partes, quadratum autem b d communiter detrahitur & b d in d c semel pro superficie b d in b c relinquuntur IX. superficies. At ex a b in a c fiunt tres superficies & in a d sex, sed tres similes ex a b

	quad. a b	quad. b c
	a c in a d	
		quad. a c bis
	b d in d c	a c in c d ter
a b in a c bis	quad. d c	a c in b d bis
		quad. b d
quad. a c bis	quad. a c bis	
a c in c d bis	a c in b d bis	quad. d c
a c in d b bis	a c in c d ter	b d in d c bis

in a c, ergo detractis communibus quadratis a c bis & a c in c d bis & a c in d b relinquitur ex vna parte a c in c d semel, quadratum c d & b d in d c. Est ergo c d ter assumpta in a c in seipsum & est quadratum c d & in b d, hoc autem per secundam secundi Elementorum est æquale ei quod fit ex tota a b in c d quod est propositum.



OPVS



OPVS NOVVM DE PROPORTIONIBVS NVMERORVM, MOTVVM, PONDERVM, SONORVM, ALIARVMQVE

rerum mensurandarum, non solum Geometrico more stabilitum, sed etiam variis experimentis & obseruationibus rerum in natura, solerti demonstratione illustratum, ad multiplices vsus accommodatum.

AD M. A. AMVLIVM VENETVM, Cardinalem Illustrissimum.



ENE dictum est meo iudicio à Platone M. A. Amuli optime, beatas fore Respub. si vel illarum domini sapientiæ amatores essent, aut qui sapientiæ essent amatores dominarentur, hoc ipsum clarè intelligens, studio sapientiæ nihil esse vtilius humano generi: quo simul & pietas, & iustitia, & mutuus amor hominum inter se & eorum commoda continerentur. Nempe hisce quatuor tota nostra felicitas comprehenditur. Si quidem pietate in Deos nihil nisi sanctum, & purum, & illustre sapimus: hoc ipso primum quod supra nos est, intelligimus, Deos veneramur, gratias agimus, timor cum veneratione nostros animos subit, & de futura vita cogitamus, hæc ipsa mortalia si non negligentes saltem parui facientes. Iustitiam autem adeò necessariam humano generi esse scimus, vt sine illa neque esse, nedum benè esse possimus, vt neque latronum cœtus absque ea diu stare possint. Porrò quid dicam de concordia, & mutua hominum beneuolentia, in quibus omnis vitæ humanæ dulcedo reposita est: nec quis sustineat viuere, qui se omnibus odiosum esse sentiat. His ipsis filios in spem alimus, parentes fouemus, fratres tuemur, & adiuuamus, amicis opitulamur, cum hominibus hilarem & iucundam vitam ducimus. Si quis serpentem in lecto haberet, nunquam somnum caperet: ita nihil molestius est in hac vita, quàm esse cum quo nolis, & priuari consuetudine eorum cum quibus maxime viuere cupias. Quid enim habent Principes præcipuum cum tota illa potentia quam habent, nisi hoc vnum, quod suis quos amant bene facere possint? nam reliqua omnia exerceri, venari, edere, bibere, dormire, iter agere, loca amæna inuisere multis aliis concessum est, maioréque commodo qui in vita priuata degunt. Si ergo principatum cum tot laboribus, curis, periculis, & merito omnes appetunt: nec est in eo quicquam præcipuum præter hoc, cui dubium est quin hoc non sit summum huius vitæ hominibus bonum? propter cuius vel dubiam spem eorum, quæ habent obliti mortales periclitantur. Succedunt inde tot commoda, non solum vtilia, sed pleraque etiam necessaria, quæ nos sapientia docet: huiusmodi ergo omnia cùm libris contineantur, meritò optimus quisque librorum bonorum perpetuitati atque incolumitati fauere debet. C. Caligulam exectamur solum ob id quod Vergilij, & T. Liuij scripta delere cogitauerit. Quid facturi essemus, si fecisset quod cogitauerat? Est in sapienium monumentis bonum sine malo, mens sine corporea labe: Virtutes absque vitiis, gratiæ & iucunditas sine sorde, & immunditia, voluptas sine dolore, conuersatio absque tædio, delitiæ absque miseria nuda, omnia bona præstant, atque laudabilia ab omnibus mortalitatis exuuiis libera, tantum commodi afferunt libri. Sed & in eorum electione ac studiis modus, ac

mediocritas quædam seruanda est, quæ si quis neglexerit non leui incommodo afficietur: eam antiqui rationem alij proportionem appellarunt, non equidem etiam in pertritis tam facillimam, vt rentur homines: nam in aliis rebus perobscuram esse fatentur, ego difficillimam puto vndique, & magis forsan vbi non existimamus. Vnde plures decidere videmus magnis cum auxiliis, & euidenti spe: quid aliud est in causa quàm ignota mensura rerum? quam tamen plerique tenere se putant. Ergo, cùm summum bonum in hac mensura situm esse cernerem, vt clarè ostendunt musicæ voces, quæ non nisi indiuiduo (vt ita dicam) spacio seu loco stare possunt, ita & in figuris picturarum & statuarum, & diebus decretoriis, & negotiis ciuilibus; operæ pretium me facturum existimaui, si omnia hæc quæ latè patebant breuiter in vnum redegissem, non tantum ne lectorem tædio afficerem, quàm vt quod aliàs docui, breuibus tractationibus, & plura continerentur, & facilius docerentur. Cum vero bona fortuna quædam effecisset, vt tibi libellum dedicassem de Prouidentia ex constitutione temporum longe meliore occasione nominis tui Typographi obliti sint, indignum fore putaui, vt non ærea (quemadmodum cum Glauco Diomedes) cum aureis commutarem. Itaque infinitis licet circumuentus negotiis totus huic operæ incubui, atque adeò vt præter spem vnius anni penè spacio liber absolueretur. Qui cum tibi (vt dixi) iam iure deberetur, eò tamen magis dedicandum putaui, quod non ego solum, quanquam id maxime, sed communis consensus hominum existimet, te singulari virtute omnibus studiosis plurimum fauere. Vale.

Prima diffinitio.

PRoportio ab Euclide sic describitur, Quod sit duarum quantitatum eiusdem generis, quod ad magnitudinem attinet, comparatio certa.

Secunda diffinitio.

Proportiones per similitudinem dicuntur, cùm quantitas quantitati comparatur alterius generis, cui fingitur æqualis esse potestate.

Velut si a b fingatur monas a in comparatione ad b c, erit rectangulum a c æquale lineæ b c.

Tertia diffinitio.

Proportio æqualis proportioni est, cùm eodem modo termini se habent inuicem in vtraque.

Quarta diffinitio.

Proportiones secundum genus notæ dicuntur, cùm nouimus, quòd sint maiores, aut minores. Nam cùm æquales sunt, simul necesse est, vt cognoscamus genus, & speciem.

Quinta diffinitio.

Datum positione est: quod necessariò ex positis certam habet quantitatem.

Sexta diffinitio.

Datum simpliciter dicitur, quòd ex propositis cognosci potest, quantum sit.

Septima diffinitio.

Proportiones potestate dicuntur, quæ sub comparatione aliarum quantitatum necessariam habentium connexionem solum cognoscuntur.

Hæ autem sunt aliquando eiusdem generis cum primis, vt numeri: aliquando alterius, vt linearum & superficierum, angulorũ, & arcuum: aliquando eiusdem generis, & diuersarum specierum, vt arcuum per sinus, qua vtuntur Astronomi.

Octaua diffinitio.

Proportio homonyma dicitur duarum quantitatum diuersi generis, sed alterius ab altero dependentium, velut motus ad tempus. Dicimus enim motum tardum, vel velocem in comparatione ad tempus. Cor.

Nona diffinitio.

Proportionum aliæ dicuntur rhete, aliæ alogæ, rhetæ quæ sunt vt numeri ad numerum, alogæ quæ non sunt numeri ad numerum.

Decima diffinitio.

Proportio rhete alia æqualis, alia multiplex, vel submultiplex: alia vnius partis excessus, aut defectus, alia plurium, quam superpartientem, aut supartientem vocant.

Vndecima diffinitio.

Cum diuiso denominatore per numeratorem exit quantitas aloga, proportio dicitur aloga: si autem numerus integer, aut pars numeri nota, dicitur rhete.

Duodecima diffinitio.

Proportionem in proportionem duci est, quoties recto ordine tres quantitates in eisdem collocantur: vt sint tres quantitates a b c, dicetur proportio a ad c producta ex propor-

portione a ad b & b ad c, & ſimiliter proportio c ad a producitur ex proportione b ad a, & c ad b.

Tertiadecima diffinitio.

Proportionem per proportionem diuidi eſt, quoties ad eandem quantitatem duæ quantitates comparantur, tunc illarum proportio eſt, quæ prodit vna per alteram diuiſa.

Sint proportiones a & b ad c & interponatur b inter a & c, dico proportione a ad c diuiſa per proportionem a ad b prodire proportionem b ad c, conſtat ex conuerſa præcedentis.

Quartadecima diffinitio.

Additio proportionum intelligitur quotiens duarum quantitatum ad vnam tertiã, proportiones per aggregatum ipſarum quãtitatum ad eandem coniunguntur.

Velut ſi comparentur a b & b c ad d, inde tota a c ad d dicemus proportionem, ac ad d eſſe coniunctam ex duabus proportionibus a b ad d & b c ad eandem d. Hæc & duæ ſequẽtes ſicut & duæ antecedentes demonſtrabũtur eſſe, nunc ſolum quomodo intelligendum ſit proponimus.

a b c
d

Quintadecima diffinitio.

Detractionem proportionis à proportione intelligimus fieri per detractionem minoris quantitatis à maiore, comparatam ad eandem quantitatem.

Velut in exemplo ſuperiore detracta proportione b c ad d ex proportione a c ad d, relinquetur proportio a b ad d, & probatur ex conuerſione præcedentis.

Sextadecima diffinitio.

Extractio radicum alicuius proportionis fit per extractionem radicum quantitatum illius iuxta vnam, & eandem rationem.

Velut quadratæ, vel cubæ, vel pronicæ, vel vniuerſalis, vel alterius modi.

Decimaſeptima diffinitio.

Cum fuerint duæ proportiones ſimiles in tribus terminis continuatæ, dicetur proportio primæ quantitatis ad tertiam veluti primæ ad ſecundam duplicata. Et ſi ſint tres proportiones ſimiles in quatuor terminis, dicetur ptoportio primæ quantitatis ad quartam triplicata ei, quæ eſt primæ ad ſecundam.

Decima octaua diffinitio.

Confuſa proportio dicitur ſimplicis, aut compoſitæ quantitatis ad compoſitam in comparatione ad proportiones ad partes.

Decimanona diffinitio.

Quantitates quæ in continua ſunt proportione Analogæ vocantur.

Dictum eſt hoc ad fugiendum nomen barbarum, etiam vt breuiter tamen poſſemus ſententiam explicare.

Vigeſima diffinitio.

Reflexa proportio dicitur cum trium quantitatum aggregatum primæ, & tertiæ ſe habet ad ſecundam velut ſecunda ad tertiam.

Vigeſima prima diffinitio.

Trium quantitatum analogarum aliæ quidem Geometricæ, cùm proportio ſimilis eſt: Aliæ Arithmeticæ, cum fuerit æqualis exceſſus hucindè: Aliæ muſicæ cum fuerit proportio primæ ad tertiam multiplex, aut ſimplex, aut compoſita exceſſus quæ ſimplici iuncta ſit ad multiplicis perfectionem: eadem autem ſit proportio exceſſus primæ, & ſecundæ ad exceſſum ſecundæ ſupra tertiam.

Velut proportio 6. 4. 3. dupla eſt vtrinque, & 6. 3. 2. tripla & 28. 24. 2 . & 45. 40. 36. Geometrica verò & arithmetica facilius continuantur in quotquot quantitatibus, ſed & muſica velut 12. 8 6. 4 3. & proportio 8. ad 5. muſica eſt: quia proportio 5. ad 4. muſica eſt, & bene ſonans, igitur conſtitutis 8. 5. 4. cum 8. ad 4. bene ſonet, & 5. ad 4. & 4. ſit extrema non media inde 8. & 5. bene ſonant, nam in mediis non eſt verum, vt in 9. 6. 4. bis diapente, & 16. 12. 9. bis diateſſaron.

Vigeſima ſecunda diffinitio.

Quantitates quæ ſimilem habent proportionem non continuatam, omiologæ appellantur.

Vigeſima tertia diffinitio.

Prima operatione conſiſtere dicuntur proportiones, cùm inter primo conflatas quantitates conſtiterint.

Prima Animi communis ſententia.

Omnis Proportio eſt, aut æqualitatis, aut maior inæqualis, aut minor.

Secunda animi communis ſententia.

Quilibet numerus tantus dicitur, quanta eſt illius proportio ad monadem.

Dicimus enim quatuor, quod monadem quater contineat. Et duo cum dimidio cùm monadem bis & ſemis contineat.

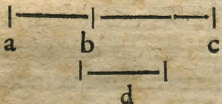
Tertia animi communis ſententia.

Proportionem defectus, ſeu detractæ quantitatis ad defectum eſſe poſſe, vt quantitatis ad quantitatem dicuntur communes animi ſententiæ, quæ ex intellectu ſolo terminorum, quod veræ ſint, cognoſcuntur. Si ergo defectus eſt quantitas, & quantitas eiuſdem

eiusdem speciei, quia detrahitur, & defectus non est simpliciter, sed detractio ergo per quartam petitionem, vel primam diffinitionem erit proportio inter illas. Sunt enim ambæ detractæ.

Quarta animi communis sententia.

Inter quantitatem, & defectum minorem quantitate, cuius est defectus, est proportio, quatenus est quantitas. Sit a b linea, & detracta quantitas b c, non maior a b & d sit alia quæuis quantitas eiusdem generis, dico quòd inter d & b c est proportio quatenus b c est quãtitas, quia sunt eiusdem generis ideo sunt in aliqua proportione per primam diffinitionem. Sed vt b c est defectus, nulla est proportio: quia quanto b c augetur, tanto augetur proportio d ad b c, & hoc est contra demonstrata ab Euclide.



Quinta animi communis sententia.

Cum proportio producitur ex proportionibus quælibet illarum dicetur producta diuisa per alteram.

Sexta animi communis sententia.

Æqualium quantitatum seu proportionũ ad tertiam comparabilium eadem est proportio atque vicissim. Hæc etsi demonstretur ab Euclide, est tamen hic generalior: & satis per se nota, vt sit propior animi communi sententiæ, quàm rei demonstrandæ.

Septima animi communis sententia.

Ad quod quantitas proportionem habet infinitam, id in genere illius quantitatis non comprehenditur.

Nam proportio est duarum quantitatum eiusdem generis comparatio certa: at hæc comparatio certa non est: non igitur quantitates ambæ sunt, aut non eiusdem generis.

PRIMA PETITIO.

Si fuerit primi ad secundum, vt tertij ad quartum, & ex primo in secundum producatur æquale, aut maius, aut minus primo, vel secundo, producetur eodem modo ex tertio in quartum æquale aut maius, aut minus tertio, vel quarto eadem ratione & ordine.

Secunda petitio.

Proportiones possunt duci, diuidi, iungi, & auferri, & sumi radix in eis cuiuscunque generis, atque earum quantitates, vt libet, possunt transponi.

Tertia petitio.

Proportionis cuiusuis nomen à denominatore suprà scripto, & numeratore infrà scripto sumitur.

Quarta petitio.

Diuisa quauis quantitate per aliam eiusdem generis, quod exit proportio dicitur.

Quinta petitio.

Quælibet proportio est vel inter duas quantitates, vel per vnam significatur.

Nam per tertiam petitionem si sint duæ quantitates, quæ non habeant vnius rationem, nomen sumit proportio à duobus numeris, sin autem sit altera monas, erit per secundam animi communem sententiã, proportio numerus ipse. Ideò patet, quod dicitur.

Sexta petitio.

Proposita proportione quacunque & monade quantitatem inuenire, quæ se habeat ad monadem in proportione proposita.

Nam cùm per quartam petitionem diuisa quantitate per quantitatem exeat proportio, & numerus ad monadem se habeat, vt proportio, ideò sumpta monade secundum illum numerum, ille numerus est quantitas quæsita.

Septima petitio.

Quamlibet quantitatem per aliam eiusdem generis diuidere posse.

Octaua petitio.

Proportionem in proportionem ducere posse: quamuis sint inter quantitates diuersi generis.

Quod dicitur de multiplicatione intelligendum est de aliis operationibus suprà enumeratis.

Nona petitio.

Monadem semper sumere in quocunque genere posse proposita proportione.

Nam licet diuidere per septimam petitionem quantitatem per quantitatem proportionis: & quod exit, est proportio per quartam petitionem, & per secundam animi communem sententiam illa proportio est numero æqualis: ergo diuisa proportione, per similem numerum statuetur monas.

Decima petitio.

In quouis genere quantitatum sumere posse quantitatem, quæ se habeat ad monadem in proportione data. Similem huic proponit Euclides in lineis generaliter: nos autem contra generaliter in omnibus quantitatibus, sed de monade tantum. *Duodecima sexti Elem.*

Vndecima petitio.

Monadem in quancunque quantitatem ductam æquale ipsi producere. Similiter & proportionem æqualem.

Nam cum aliqua quantitas augeat ducta aliqua

aliqua minuat, necesse est aliquam esse, quæ nec augeat, nec minuat, & hæc est monas. Idem dico de diuisione. Æqualitas etiam ducta, vel diuidens non mutat proportionem: nec quantitatem ipsam, igitur monas æqualitatem refert. Quod etiam est perspicuum ex supra dictis.

Secunda animi communis sententia.

Duodecima petitio.

Cum fuerint quatuor quantitates & ad primam, & tertiam æquè multiplicibus assumptis, itemque ad secundam & quartam, & si multiplex primæ maius est multiplici secundæ, multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ, & si minus minus, & si æquale æquale, idque semper quouis modo assumptis his proportionibus ad primam & tertiam, & ad secundam & quartam erit proportio primæ ad secundam, vt tertiæ ad quartam. Hæc etiam assumitur ab Euclide. Et per hanc intelligimus etiam conuersam.

Quinto Ele. diff. 6.

Tertiadecima petitio.

Quantitates æquales, atque proportiones in quasuis quantitates ductæ eandem seruant rationem. Euclides hanc demonstrat, nos autem ad vitandum tædium petimus concedi, sub qua includuntur diuisio etiam additio, detractio, laterum omnium inuentio.

Quarta quinta Ele.

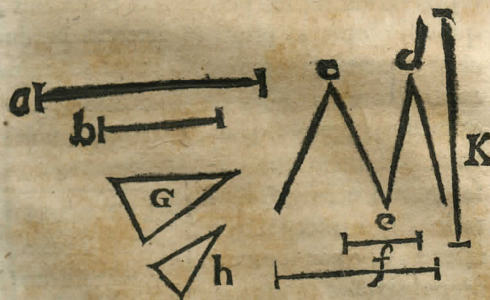
Quartadecima petitio.

Cùm termini alicuius quantitatis eandem seruant rationem in omnibus, & firmi sunt ac stabiles eiusdem rationis comparatione contentæ partes æqualem seruant excessum seu proportionem.

PROPOSITIO PRIMA.

PRoportionem in proportionem duci est superiores numeros atque inferiores inuicem ducere.

Per 9. Petit. Sit proportio lineæ a ad lineam b, vt anguli c ad angulum d, statuatur e monas in *Per 10. Pet.* genere a b & fiat f ad e, vt c ad d, & du- *Per 8. Petit.* catur a in f & b in e, & producantur g &



Per 2. Animi sentent. h. Quia ergo f est proportio ipsa, erit g ad a vt c ad d, sed h est æqualis b, igitur a ad h vt ad b. Ducta ergo dicetur proportio a ad b in proportionem c ad d ducendo terminos proportionis, seu quantitatis recta scilicet superiores cum superioribus, & inferiores cum inferioribus. Nam si rursum constituantur f ad e vt a ad b cùm f sit proportio, & k ad f vt c ad d, erit k ad e, vt g ad h, k autem fit ex ductu proportionis a ab b quæ est f in proportionem c ad d, liquet igitur propositum.

Per 11. Pet. *Per 8. Petit.*

Propositio secunda.

Proportio extremorum producitur ex intermediis.

Sint a b c quantitates dico proportionem a ad c, produci ex proportione a ad b & b ad c, statuantur totidem à monade d e f, eruntque ex demonstratis ab Euclide in quinto Elementorum in eadem proportione, statuatur ergo d prima quantitas e secunda & tertia f quarta. eritque per præcedentem proportio productorum ex d in e & sit g, & in f & sit h producta ex proportionibus d ad e & e ad f, quare ex proportionibus a ad b & b ad e, sed ex dictis cum e sit eadem, erit proportio d ad f vt g ad h & proportio d ad f per æquam proportionem ab Euclide demonstratam, vt a ad c, igitur proportio a ad c producitur ex proportionibus a ad b & b ad c, & est proportio ipsa a ad c d numerus, vt ostensum est.

Cor^m. *Per 6. & 9. Petit.* *Per 13. Pet.*

a
b
c
d
e
f
g h

Ex hoc sequitur, quòd cùm fuerit quantitas tertia monas ex proportionibus inuicem ductis producetur prima quantitas. *Cor^m. 2.*

Ex hoc sequitur, quòd conuersa proportio producitur ex conuersis proportionibus. *Cor^m. 3.*

Propositio tertia.

Si proportio ex duabus proportionibus in quatuor terminis producatur, ipsa verò proportio inter duas alias quantitates fuerit constituta; consurgent trecenti sexaginta modi productionis proportionis. *Cor^m.*

Hæc propositio vt præcedens & sequentes tres ab Alchindo sumptæ sunt, & ab eo demonstrantur. Sit ergo proportio a ad b, producta ex proportione c ad d & e ad f, constat quòd cum sint sex quantitates, quòd fieri poterunt quindecim coniugationes, quas posui à latere facilitatis gratia, quibus respondent totidem conuersæ: erunt ergo triginta. Singulæ autem harum produci possunt duodecim modis: ductis duodecim in triginta, fiunt trecenti sexaginta modi. Et hoc est clarum per se, modo demonstremus, quod singuli horum modorum possint produci duodecim modis, & capiamus a b primam quæ potest produci ex c d & e f: Item ambabus conuersis d c & f e: & rursus altera recta altera conuersa: & hoc bifariam c

a	b
c	d
e	e
a b	b a
a c	c a
a d	d a
a e	e a
a f	f a
b c	c b
b d	d b
b e	e b
	d &

d & f e & d c & e f, ſunt ergo iam quatuor modi. Totidem ex c e & d f, totidemque ex c f & d e, igitur erunt duodecim modi, quibus produci poſſe intelligitur proportio a ad b.

b f	f b
c d	d c
c e	e c
c f	f c
d e	e d
d f	f d
e f	f e
direc.	conuer.

Propoſitio quarta.

Si fuerit proportio primi ad ſecundum producta ex proportionibus tertij ad quartum & quinti ad ſextum, producetur etiam ex proportione tertij ad ſextum, & quinti ad quartum.

Per. 8. petit. in 13. petit.

Sit proportio a b producta ex proportionibus c c ad d, & e ad f, dico quod etiā erit producta ex proportionibus c ad f, & e ad d, diſponantur vt in figura & fiat ex c in e g, & ex d in f h,

a	b	
c	e	g
d	f	h
c	e	g
f	d	h

ergo per primam harumg ad h vt a ad b, ſed per præſuppoſita in ſecunda productione etiam prodeunt g & h, igitur per primam propoſitionem harum a ad b proportio producitur ex proportionibus c ad f tertiæ ſcilicet ad ſextam, & e ad d quintæ ad quartam, quod fuit propoſitum.

Propoſitio quinta.

Si fuerit proportio primi ad ſecundum producta ex proportione tertij ad quartum, & quinti ad ſextum: erit proportio tertij ad ſextum producta ex proportionibus primi ad ſecundum, & quarti ad quintum.

Cor.

Sit proportio a ad b producta ex proportionibus c ad d, & e ad f, dico quod proportio c ad f producitur ex proportione a ad b, & d ad e. Interponam d e inter c & f, eritque ex ſecunda propoſitione repetita proportio c ad f producta ex tribus proportionibus c ad d, d ad e, e ad f, ſed proportiones c ad d, & e ad f producunt proportionem a ad b, igitur proportio c ad f producitur ex proportionibus a ad b, & e ad f.

a	b
c	e
d	f
c	
d	
e	
f	
c	f
a	d
b	e

Propoſitio ſexta.

Ex trecentis ſexaginta modis producendarum proportionum triginta ſex tantum eſſe neceſſarios.

Cor.

Per quartam enim proportio a ad b producitur bifariam, & ex c ad d, & e ad f, & ex c ad f, & c ad d, & per præcedentem c ad f producitur ex a ad b, & d ad e, & per quartam rurſus ex a ad e, & d ad b. Et per præcedentem rurſus a ad e ex c ad f & b ad d, igitur per quartam eadem producetur ex c ad d & b ad f. Quare per præcedentem c ad f ex a ad e, & d ad b, & ita diſponemus hos modos in tabula. Vides etiam aliquos

Primi ad ſecundum.

1 Tertij ad quartum, & quinti ad ſextum.
2 Tertij ad ſextum, & quinti ad quartum.

Primi ad tertium.

3 Secundi ad quartum, & quinti ad ſextū.
4 Secundi ad ſextū, & quinti ad quartum.

Primi ad quintum.

5 Secundi ad ſextum, & tertij ad quartum.
6 Secundi ad quartum, & tertij ad ſextū.

Secundi ad quartum.

7 Primi ad tertium, & ſexti ad quintum.
8 Primi ad quintum, & ſexti ad tertium.

Secundi ad ſextum.

9 Primi ad quintum, & quarti ad tertium.
10 Primi ad tertium, & quarti ad quintū.

Tertij ad quartum.

11 Primi ad ſecundum, & ſexti ad quintū.
12 Primi ad quintum, & ſexti ad ſecundū.

Tertij ad ſextum.

13 Primi ad ſecundum, & quarti ad quintum.
14 Primi ad quintum, & quarti ad ſecundum.

Quarti ad quintum.

15 Secundi ad primum, & tertij ad ſextū.
16 Secundi ad ſextum, & tertij ad primū.

Quinti ad ſextum.

17 Primi ad ſecundum, & quarti ad tertiū.
18 Primi ad tertiū, & quarti ad ſecundū.

a	e	c	a	e	e	c
			c	b	e	
			f	d	c	
					f	

modos non produci, vt primi ad quartum nec ad ſextum, & liquet, quòd cùm ſint quindecim omnes modi qui produci poſſe intelliguntur, & nouem tantum producantur ſex eſſe, qui non producuntur, quos ſeorſum in tabula coniunxi. Et conſtat etiā, quod totidem conuerſi ſcilicet decem octo producuntur, de quibus diximus, vt ſint omnes triginta ſex, qui conſtat ex duabus propoſitionibus præmiſſis, & hac tertia, quam adiungemus ſcilicet, quòd proportio primi ad tertium producatur ex proportionibus ſecundi ad quartum, & quinti ad ſextum. Hoc enim ex præcedentibus non liquet: benè liquet permutatis ordinibus, quod ſi proportio primi ad tertium producitur, quod etiam proportio primi ad quintum. Nam tertium, & quintum, itémque quartum, & ſextum non differunt niſi ordine voluntario. Ergo interpoſito e inter a, & c per ſecundā propoſitionem proportio a ad c producitur ex proportionibus a ad e, & e ad c, vt ex demonſtratis in præſenti proportio a ad c producitur ex c ad f & b ad d. Proportio ergo a ad c producitur ex proportionibus e ad c & c ad f & b ad d, at e ad c & c ad f producunt eam, quæ

Modi qui non producuntur
pri. ad quartū
pri. ad ſextum
ſec. ad tertium
ſec. ad quintū
tert. ad quint.
quart. ad ſext.

quæ est e ad f per secundam propositionem. Igitur proportio a ad c producitur ex proportionibus b ad d secundi ad quartum, & e ad f quinti ad sextum. Hæc Alchindus in suo libello: sed licet ingeniosa valde: parũ tamen vtilia olim erant necessaria ad intelligendum magnam compositionem Ptolemæi, nunc postquam Heber has sex quantitates traduxit ad quatuor, prorsus hæc scientia vlli vsui esse desiit.

Propositio septima.

In modis qui necessariò producuntur ex duabus proportionibus, cum duæ quantitates ex illis, quæ modos conficiunt, æquales fuerint: proportio producta ad quatuor quãtitates omiologas reducetur.

Cor. Sint sex quantitates a b c d e f, & producatur proportio a ad b ex proportione c ad d, & e ad f, tu scis, quòd modi recepti sunt prima cum secunda, tertia vel quinta, & secunda cum quarta, & sexta, & tertia similiter cum eisdem, & quinta eodem modo cum eisdem: si igitur duæ quantitates ex his, quæ faciunt proportionem productam inter se fuerint æquales reducetur hæc proportio ad quatuor quantitates omologas, scilicet abiectis ambabus æqualibus. Sit gratia exempli prima æqualis quintæ: & quia in octauo modo proportio secundi ad quartum producitur ex proportione primi ad quintum, & sexti ad tertium, ergo per exposita proportio secundi ad quartum, vt sexti ad tertium, & ita permutando, & conuertendo secundi ad sextum, vt quarti ad tertium, & tertij ad quartum, vt sexti ad secundum. *Vndecima petitione.*

Propositio octaua.

Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, atque coniungantur: erit proportio aggregati ad productum ex inferioribus inuicem proportio ex primis proportionibus composita.

Cor. Sit proportio vna a ad b, alia c ad d, ducatur b in c, fiatque e & a in d, & fiat f, iunganturque e & f & fiat h, & ducatur b in d & fiat g: dico proportionem h g compositã esse ex proportione a ad b, & c ad d. *Ex 13. petitione.* Quia enim ex b in c fit e, & ex b in d fit g, erit proportio e ad g, vt c ad d, & similiter, quia ex d in a fit f, & ex d in b fit g, erit f ad g vt a ad b. Sed e & f componunt h, igitur proportio h ad g est composita ex proportionibus e & f ad g, igitur per communem animi sententiam, & diffinitionem compositæ proportionis, proportio h ad g composita est ex proportionibus a ad b, & c ad d, quod est propositum. *Per 14. diffinitionem.*

Propositio nona.

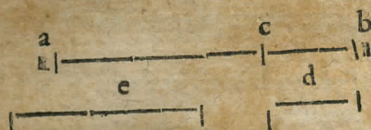
Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, minusque productum ex maiore detrahatur, erit residui ad productum ex inferioribus proportio velut illa, quæ relinquitur detracta minore proportione ex maiore.

Hæc eodem modo probatur, vt præcedens, nisi quod h fit detracto e minore: gratia exempli ex f, & ita ex diffinitione patet propositum. *Cor. 152.*

Propositio decima.

Si fuerit alicuius quantitatis ad vnam partem proportio velut alterius partis ad secundam quantitatem erit proportio cuiusuis quantitatis eiusdem generis ad secundam composita proportio ex proportionibus eiusdem quantitatis assumptæ ad vtranque partem primæ quantitatis seorsum.

Cor. Sit a b quantitas diuisa in c, & sicut a b ad a c, ita b c ad d: eritque iterum permutando a b ad b c, vt a c ad d, & suma-

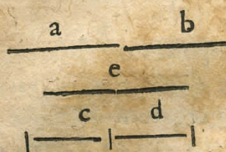


tur quædam quantitas e eiusdem tamen generis, cum illis dico quòd proportio e ad d est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c. Posita ergo e tanquam superiore numero, & a c & c b inferioribus, erit ex octaua propositione huius proportio productorum ex e in a c, & coniunctorum, & ex consequenti per primam secundi Elementorum producti ex e in a b ad productum ex a c in c b composita ex proportionibus e ad a c, & e ad c b: at quod fit ex a c in c b, est æquale ei quod fit ex a b in d, eo quòd a b, a c, c b & d sunt omiologæ per decimam sextam sexti Elementorum: Proportio igitur producti ex e in a b ad productum ex d in a b est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad e b: At proportio producti ex e in a b ad productum ex d in a b, est velut e ad d, per supposita igitur proportio e ad d est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c, quod fuit demonstrandum. *13. Petit.*

Propositio Vndecima.

Proportio aggregati quarumlibet duarum quantitatum ad aggregatum duarum æqualium quantitatum est composita ex proportionibus primis, & diuisa per duplam.

Cor. Sit proportio a ad c, & b ad d, & sint c & d æquales, dico quod proportio a b ad c d est cõposita ex proportionibus a ad c, & b ad d diuiso composito per duplam. Quia enim c & d sunt æquales, erit b ad c, vt b ad d, *Ex sexta Anim. com. sententia.*



Decima-quarta. ad d, quare ex deffinitione cum proportio a b ad c d sit composita ex proportionibus a ad c, & b ad c, erit etiam composita ex dictis ex propositione a ad c, & b ad d, statuatur ergo e æqualis c d media inter a b

15. Petit. & c. Et erit per secundam propositionem

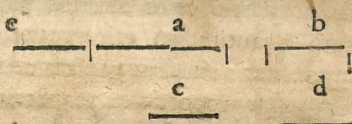
Per 2. Petit. proportio aggregati a b ad c producta ex proportione aggregati a b ad c, & e ad c, igitur proportio a b ad e erit proportio a b

Per quintam Anim. com. sententiam. ad c, diuisa per proportionem e ad c, sed e ad c est dupla: igitur proportio a b ad c d est proportio a b ad c diuisa per duplam.

Propositio duodecima.

Propositis duabus proportionibus vnam alteri iungere absque multiplicatione.

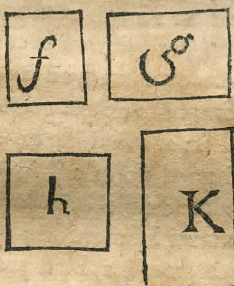
Cor. 10. Petit. Sint propositæ proportiones a ad c & b ad d, & assumo e ad c, iuxta ea quæ Eu-



Ex generali com. Anim sententia. clides demonstrauit, vt b ad d, erit igitur proportio a e ad c, composita ex proportionibus a ad c, & e ad c, sed proportio e ad c est, vt b ad d, igitur proportio a e ad c composita est ex proportionibus a ad c, & b ad d.

Aliter ex b in c fiat f ex a in d, g ex c in d h coniunctum ex f g, k.

Per. 13. Pet. Quia ergo ex c in b fit f, ex c in d h, erit f ad h, vt b ad d, igitur vt e ad c, sed a ad c, vt g ad h igitur a e ad c, vt k ad h, sed k ad h componitur ex proportionibus a ad c, & b ad d. Ex octaua harum igitur



proportio a c ad c composita est ex eisdem. Forsan quis dicat hanc eandem esse octauæ sed non est, in illa enim proportio comparatur ad productum, in hac ad vnam ex quantitatibus.

Cor. Ex hoc sequitur quòd: Quælibet duæ quantitates quarum aggregatum est idem ad eam quantitatem componunt eandem proportionem.

Propositio tertiadecima.

Proportio confusa aggregati primæ & tertiæ quatuor quantitatum omiologarum ad aggregatum secundæ & quartæ, est velut composita ex eisdem diuisa per duplam.

Cor. Sint a ad b, vt c ad d, dico, quòd erit confusa proportio a c aggre-



gati ad aggregatum b d, composite ex his proportionibus diuisæ per duplam æqualis. Erit enim aggregati ex a c ad aggregatum ex b d, velut a ad b per 18. quinti Elementorum. Sed proportiones a ad b, & c ad d componunt proportionem producti a in d, & c in b per octauam harum, ad productum ex b in d, productum verò ex a in d est æquale producto ex b in c per decimamsextam sexti Elementorum, & proportio producti ex b in c ad productum ex b in d est velut c ad d, quare vt aggregati a c ad aggregatum b d, igitur proportio composita ex a ad b, & c ad d, est velut confusa bis sumpta. Igitur confusa est velut composita diuisa per duplam per modum vndecimæ huius.

Propositio quartadecima.

Proportiones confusæ, & coniunctæ in tribus quantitatibus inuicem commutantur.

Sint tres quantitates, dico, quod proportio c ad a b confusa est, conuersa coniunctæ a & b ad c. Cor. 14. diff.

Nam per dicta proportio a b ad c efficit coniunctam ex a b ad c, sed c ad a b conuersa est eius quæ est a b ad c, & proportio c ad a b est confusa eius, quæ est c ad a & b. Igitur proportio confusa in tribus quantitatibus est contraria coniunctę in eisdem.

Ex quauis ergo illarum data, data erit & reliqua. Per 18. dif.

Propositio quintadecima.

Si fuerint quatuor quantitas proportio confusa aggregati primæ & tertiæ ad aggregatum secundæ, & quartæ erit vt monadis addito prouentu, qui fit diuisa differentia differentiarum primæ & secundæ, atque quartæ & tertiæ per aggregatum tertiæ, & quartæ ad ipsam monadem.

Cor. Sint quatuor quantitates a b, c, d, e f, & sit a b maior c in a h, & e f maior d in f g,



& differentia f g & a h sit a k: dico proportionem a b, & d confusam a d c & e f, esse vt monadis addito prouentu, vel detracto a k diuisæ per aggregatum c & e f, ad ipsam monadem, & manifestum est, quòd potest contingere pluribus modis: Primus vt a b sit maior c & e f minor d, & tunc differentiæ coniungentur, & prouentus, addetur monadi. Idem faciendum erit si a b sit maior c, & e f sit minor d, sed excessus superet defectum. At si vel a b sit minor c, & e f maior d, vel ita minor, vt c excessus supra b a sit maior defectu, detrahemus prouentum à monade. Alia cautio est. quòd si fuerint vtrinque excessus, aut defectus, minuemus minorem de maiore

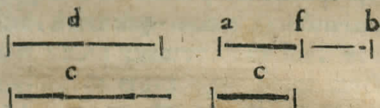
iore: si autem vnus sit excessus alter defectus, iungemus illos, & post diuidemus, vno ergo demonstrato vt pote primo intelligentur reliqui. Quia ergo b h est æqualis c & e g æqualis d & h k æqualis g f, erit ex communi animi sententia aggregatum ex d & k b æquale aggregato ex c & e f, igitur per dicta proportio aggregati ad aggregatum est vnum. at verò diuisa K a per c & e f fit quantum diuisa eadem per b k, & d, sed diuisa k a per b k, & d iunctas, exit proportio a k ad aggregatum b k & d: igitur diuisa a K per aggregatum e f & c, exibit eadem proportio, igitur a b & d ad aggregatum c & e f est coniuncta ex monade & proportione a K ad aggregatum c & e f, quod erat demonstrandum.

Cor. Ex hoc patet quod proportionum confusio fit iunctis denominatoribus numeratoris: multiplicatio multiplicatis: additio multiplicatis decussatim in numeratores ad productum est denominatoribus, vt in exemplis.

7/2	5/8	12/10
Multiplicatio.		
7/2	5/8	35/16
Additio		
7/2	X 5/8	66/16

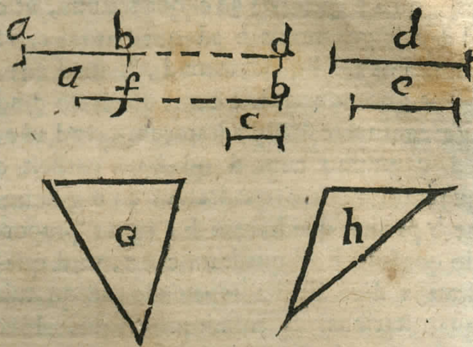
Propositio sextadecima.

Omnium quatuor quantitatum proposita prima, quæ non minorem habet proportionem ad suam correspondentem, quàm alia ad aliam erit proportio confusa illarum,



vt producti ex aggregato primæ & tertiæ in tertiam, ad productum ex aggregato tertiæ & omiotatæ ad secundam in ipsam quartam.

Hæc magis reducit confusam proportionem ad notitiam, quàm præcedens, quia reducit ad proportionem productam, quæ operatio est simplicissima, siue per multiplicationem quantitatum fiat, duæ sunt tantum multiplicationes, siue per eundem terminum sufficit alium addere. Summatur ergo a b, c, d & e, & non sit maior proportio d ad e, quàm a b ad c, & statuatur tunc prima a b, secunda c, tertia d, quarta e, & postquam non est minor ratio a b ad c, quàm d ad c, sumatur a f ad c, vt d ad e. licet enim hoc facere. Dico quod proportio confusa a b & d ad c & e est velut producti ex aggregato a b & d in d ad productum ex aggregato a f & in e. *Per 10. Pet.* Statuatur aggregatum a b & d linea a d prima quantitas, & aggregatum a f & d, a d secunda quantitas, & d tertia, & c quarta, & ex a b in d fiat g, ex a d in e fiat h, erit ergo per primam propositionem g ad h producta ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Sed proportio a f d ad aggregatum c e, est velut d ad e. *Per 13. Pet.* Proportio verò a b d ad a f d, & a f d ad e e producunt proproportionem a b d ad c & e per secun-

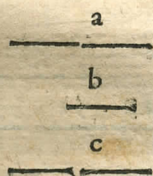


dam propositionem, harum igitur confusa a b ad c, & d ad e, & est proportio a b d ad c & e, producuntur ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Ergo proportio g ad h est confusa ex a b ad e, & d ad e, quod erat demonstrandum.

Propositio decimaseptima.

Omnes duæ proportiones conuersæ producunt æqualem proportionem.

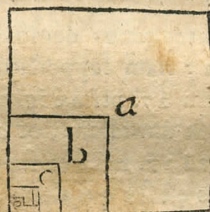
Sint duæ proportiones a ad b & b ad a conuersa, dico, quod producunt proportionem æqualem, fiat enim b ad c, vt b ad a, erit igitur a æqualis c & b c conuersa eius quæ est a ad b, sed per secundam harum proportiones a ad b, & b ad c producunt proportionem a ad c, igitur proportiones etiam a ad b & b ad a producunt eandem. *Cor.* *Per 6. Animi communem sententiam.*



Propositio decimaoctaua.

Si fuerint quotlibet quantitates in continua proportione multiplici præter vltimam proportio verò penultimæ ad vltimam qualis residui primæ ad secundam, erit primæ ad aggregatum reliquarum velut penultimæ ad vltimam.

Sint quantitates a b c d in continua proportione multiplici, sed d ad e sit velut residui a & b ad b, dico proportionem a ad b c d e esse vt d ad e. Quia enim est gnomonis e ad quadratum d, vt d ad e ex supposito erit per coniunctam proportionem c & d ad d & e, vt d ad e, sed e gnomo cum quadrato d efficit quadratum e, igitur vt c quadrati ad d & e iuncta, ita d ad e. Rur- *Cor.* *18. Propos. quinti Elem.*



c gnom.		d	
d quad.		e	
b gnomo	c quad.		
c gnomo	d quad.		
d quad.	e quad.		

sus, quia b quadrati ad c quadratum, vt c ad d erit gnomonis b ad quadratum c, vt gnomonis c ad quadratum d, & ita d ad e, igitur gnomonum b c cum quadrato d ad aggregatum c d e quadratorum, vt d ad e, sed c gnomo cum d quadrato perficit c quadratum, & c quadratum cum gnomone b perficit quadratum b, igitur proportio quadrati b ad quadrata c d e, vt d quadrati a d e. Et ita repetendo de quotuis quantitatibus in infinitum vsque. Hæc proponitur ab Archimede in libro de quadrato æquali parabolæ, & minus generaliter & pluribus demonstratur. Ego tamen quia est generalis, describam illam per corrolarium: addamque aliud quod ex hoc sequitur.

Per 19. quinti Elem. *Per 12. quinti elem.*

Cor. 1. Si fuerint quotlibet quantitates omnes analogæ præter vltimam, sit autem penultima ad vltimam qualis residui primæ & secundæ ad secundam, erit proportio primæ ad aggregatum omnium aliarum veluti penultimæ ad vltimam.

Cor. Hæc enim est euidens, quia conuenit ei demonstratio proposita, exemplo autem in numeris à latere posito vides declarationem,

81	54	34	24	16	32
27	54			81	162

nam proportio 16. ad 32. est velut 27. residui primæ & secundæ ad ipsam secundam scilicet ad 54.

Cor. 2. Ex hoc patet etiam quòd assumptis omnibus, sub multiplicibus analogiæ vsque in infinitum prima quantitas est multiplex aggregati omnium reliquarum numero 1. m: quo prima est multiplex secundæ.

Cor. 3. Si fuerint quotlibet quantitates in super particulari proportione analogæ, erit proportio primæ ad aggregatum omnium in infinitum iuxta proportionem multiplicem conuersam illius partis.

Cor. Velut collectæ in sesqui altera duplæ in sexquitertia triplæ in sexquiseptima septuplæ. Vt capio 512448 392343. & ita deinceps vsque in infinitum aggregatum omniũ earum erit 3584. Septuplum 512. & aggregatum 18. 12. 8. $5\frac{1}{3}$, & ita deinceps in sexquialtera erit 54. duplum 27. primæ in eo ordine.

SCHOLIVM.

Ex quo patet genus demonstrandi nouũ & pulchrum: nam supponatur 54. aggregatum duplum 27. primæ igitur addito 27. ad 54. cum sit dimidium, & addito $13\frac{1}{2}$, dimidio 27. ad 27. nam ex supposito quantitas sequens est sex qui altera ad 27. igitur 81. est duplum ad $40\frac{1}{2}$. Igitur conuertendo est proportio aggregati prioris ad 27. est dupla, ergo aggregatum est 54.

Per 18. quinti elem.

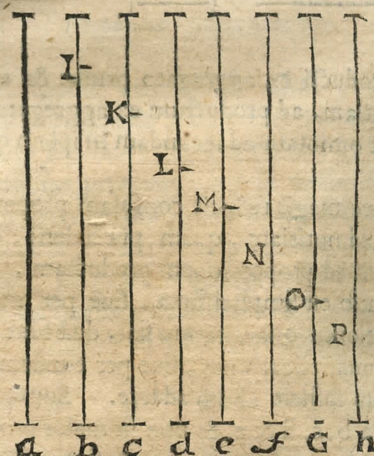
Cor. 4. Ex hoc patet eandem generaliter quod proportio maioris quantitatis ad aggregatũ reliquarum analogarum est, velut eius quod prouenit diuiso quadrato maioris termini per differentiam eius, & sequentis maioris in eadem proportione ad ipsum maiorem.

Cor. Exemplum sit proportio augens 25 & 35 duarum quintarum, volo scire quantum sit aggregatum omnium citra 25. maximam accipio 35. vlterio rem ad 25. cuius differentia a 25. est 10. cum quo diuido 625. quadratum, exit $62\frac{1}{2}$ aggregatum quantitatum. Et facile potest demonstrari. Si quis dicat in qua proportione sunt infinitæ quãtitates analogæ cum 12. quæ iunctæ efficiũt 10. iunge 10. cum 12. fit 22. duc 22. in 12. fit 264. diuide 264. per 10. exit $26\frac{2}{3}$, & in ea proportione erunt illæ quantitates, in qua sunt $26\frac{2}{3}$ ad 12. duc per 5. fiunt 60. & 132. diuide per 12. exeunt 11. & 5. & ita erunt in proportione 11. ad 5. experiaris, & inuenies, & demonstratur ex prioribus. *Quæstio.*

Propositio decima nona.

Si fuerint aliquot quantitates arithmeticæ omiologæ, quarum excessus sit æqualis minimè, omnibus autem deficientibus supplementa ad æqualitatem maximè adiungantur, erunt quadrata omnium quantitatum æqualium adiecto rursus quadrato primæ cum eo quod fit ex minima primi ordinis in aggregatum omnium quantitatum eiusdem tripla aggregato quadratorum omnium quantitatum primi ordinis pariter acceptis.

Cor. Sint aliquot quantitates a b c d e f g h in continua proportione. Arithmetica dispositæ ita vt minima earum quæ sit h, sit



æqualis differentiæ quantitatum secundum ordinem dispositarum, velut differentia a & b, & b & c, & c & d, & ita de aliis, addantur autem supplementa singulis harum, quæ sint i k l m n o p, ita vt omnes fiant æquales cum suis supplementis ipsi lineæ à maiori. Estque idem ac si essent aliquot quantitates, & diuiderentur singulæ secundum numerum illarum, si quatuor in quatuor partes æquales, si quinque in quinque, si decem in decem, ea ratione vt vltima diuideretur, vbi est finis primæ p artis, penultima vbi est finis secundæ partis, antepenultima vbi est finis tertiæ, & sic de aliis. Vocabo ergo primas quantitates propositas

a b

a b c d e f g h quantitates primi ordinis, sed quantitates æquales quæ constant ex quantitatibus primi ordinis, & supplementis, appellabo quantitates secundi ordinis: ex quo patet quòd prima quantitas erit ex vtroque ordine, quia non est diuisa, reliquæ omnes differunt, quantitates verò quas adiunxi nominabo supplementa, & sunt vna minus quam quantitates ordinum: vt si quantitates ordinum sint octo, erunt supplementa septem, & si quantitates ordinū, essent septem essent supplementa sex, quia inter supplementa non adnumeratur quantitas indiuisa. Erunt ergo supplementa i k l m n o p, quæ tanto erunt maiora quanto quantitates primi ordinis sunt minores, & contrà tanto maiora, quarto quantitates primi ordinis sunt maiores, quantitates autem secundi ordinis appellabuntur a, b i, c k, d l, e m, f n, g o, & h p. Hæc volui pluribus agere, vt dilucidior esset propositio, quæ licet non sit difficilis, est tamen confusa valde propter multitudinem quantitatum & ordinum. Dico ergo quod aggregatum quadratorum quantitatum secundi ordinis primo quadrato bis repetito, seu vno addito cum eo quod fit ex minima in aggregatum quantitatum primi ordinis est triplum aggregato ex quadratis omnibus quantitatum eiusdem primi ordinis, & vt res exemplo facilius innotescat, sint quantitates primi ordinis 8.7.6.5.4.3.2.1. quorum quadrata sint 64. 49. 36. 25. 16. & 9. 4. & 1. quæ iuncta faciunt 204. dico quod si sumamus quadrata omnium quantitatum secundi ordinis, quæ sunt octies 64. & eis addiderimus vnum quadratum ex his, vt fiant nouies 64. & erunt 556. simul iuncta & eis addamus, quod fit ex 1 quantitate minima primi ordinis in 36. aggregatum quantitatum omnium primi ordinis, & est tale productum 36. vt fiat totum 612. quod tale 612. est triplum 204. aggregati quadratorum primi ordinis vnius demonstratio hæc est. Quia ex quarta secundi Element. Euclidis singula quadrata quantitatum diuisarum secundi ordinis constant ex quatuor partibus quatum duæ sunt quadrata partiū, reliquæ duæ sunt producta ex partibus inuicem bis, & quia h fuit æqualis i, & p æqualis b, quia supplementa fuerunt æqualia mutuò quantitatibus, & ita c æqualis o & k æqualis g & d, æqualis n & l, æqualis f, e autem æqualis m. Sequitur ergo quod quod sumptis duabus quantitatibus secundi ordinis habentibus supplementa mutuò æqualia ipsis quantitatibus quod quadrata partium erunt dupla quadratis primarum quantitatum: veluti capio b i secundam & h p vltimam, quarum quadrata partium sunt quadrata b & i, & h & p, sed b est æqualis p, & h æqualis i. Ergo quatuor quadrata b i & h p sunt dupla quadratis b & h, & ita concludam de omnibus vbi duæ quantitates duabus comparantur: sed in e m quia est sola vna quantitas, istud est etiā clarius, quia quadrata e & m sunt dupla quadrato e soli eo, quod & m sunt æquales. Igitur per demonstrata ab Euclide erit proportio omnium quadratorum b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, ad quadrata b c d e f g h, pariter accepta proportio dupla, at verò addito quadrato a quadratis b c d e f g h, & erunt quadrata omnium quantitatum, & quadratis b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, duplo quadrati a scilicet semel, quia a est ex secundo ordine quantitatum, & semel, quia hoc fuit assumptum in Problemate. Sequitur vt quadrata omnia quātitatum secundi ordinis, prout sunt diuisa in partes addito quadrato a, sint dupla quadratis primarum quantitatum, simul pariter acceptis. Reliquum est modo vt ostendamus dupla illorum productorum, cum eo quod fit ex minima quantitate, scilicet h in aggregatum ipsarum quantitatum primi ordinis esse æquale quadratis, quantitatum eiusdem primi ordinis pariter acceptis. Constat igitur, quod duplum i in b est æquale duplo h in ipsum b, quia h & i sunt æquales, & duplum k in ipsum c, est æquale quadruplo h in idem c, quia k est dupla h, & similiter duplum l in ipsum d est æquale sexcuplo, h in d, quia l est tripla h, & ita procedendo erunt illa dupla producta æqualia productis ex h in ipsas quantitates toties sumptis quantus est numerus, qui prouenit duplicato numero, secundum quem h continetur in illo supplemento, exemplum volo duplum producti l in d bis, scio quòd supplementum l continet h ter, duplicabo tria & fient sex, igitur duplum l in d æquale est sexcuplo h in ipsum d. Quo constituto, cum suppositum sit producta illa duplicata cum producto h in aggregatum primarum quantitatum esse æqualia quadratis ipsarum quantitatum, igitur addemus productum ex h in singulas quantitates productis illis prioribus, & fiet productum h in a semel, in b ter, in c quinquies, in d septies, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, & in h quindecies æquale duplo producti vniuscuiusque quantitatis in suum supplementum cum producto h in aggregatum ipsarum quantitatum, at quadratum a est æquale producto ex h in eam, quæ talem habet proportionem ad ipsum a, qualem habet a ad ipsum h per demonstrata ab Euclide, & pariter de quadrato b, quod est æquale ei quod fit ex h in eam quæ toties continet b quotiens b continet h, & ita quadratum c æquale est ei, quod continetur sub h, & habente proportionem ad b eandem, quam b ad h, & similiter de quadrato c & omnibus reliquis, vsque ad h ipsum. Gratia ergo exempli quadratum a, erit æquale producto ex h in omnes quantitates secundas, quia quotus est numerus quantitatum, totus est numerus secundum quem a continet h, & similiter quotus est numerus quantitatum incipiendo à b, & quotus est numerus quantitatum incipiendo à c, toties b vel c continent h, & ita de aliis, quadrata ergo omnium quantitatum simul iuncta sunt æqualia productis ex h in singulas illarum toties sumptis, quoties illæ continent h, seu quotus est numerus illius quantitatis, incipiendo ab h, & numerando versus a. Rursus dico quod productum

In 5. Elem. Prop. 12.
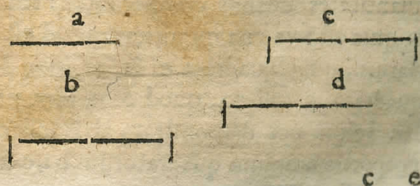
Lib. 6. Ele. Prop. 17.

multiplicis cuiuslibet quantitatis in minimam, seu quadratum eiusdem quantitatis æquale est producto eiusdem quantitatis, & dupli omnium sequentium primi ordinis in ipsam minimam quantitatem, velut quadratum a est æquale producto ex h in a, & in duplum b c d e f g h, hoc autem facile est probare in his quantitatibus, quia si quadratum a est æquale producto h in omnes quantitates secundi ordinis, & omnes quantitates secundi ordinis simul sumptæ sunt æquales ipsi a, & duplo reliquarum primi ordinis, quia tales quantitates sunt æquales suis supplementis vicissim, vt h cum i, k cum g, f cum l, e cum m, ergo tam supplementa, quàm quantitates primi ordinis sunt dimidium quantitatum secundi ordinis, ergo duplum quantitatum primi ordinis est dimidium quantitatum secundi ordinis, verùm de b dico idem accidere, quia quadratum b, est æquale producto ex h in b, & in duplum reliquarum à b, scilicet duplum c d e f g h, & hoc est ostendere, quod istæ quantitates sunt dimidium totidem quantitatum æqualium b, nam c est minor b in h, & supplementum p quod est æquale ipsi b, si tota h p fiat æqualis ipsi b, vt pote h q erit ipsa q dempta h æqualis ipsi c, ergo quantitates primi ordinis semper sunt æquales supplementis non veris, sed prioris quantitatis assumptæ, seu in comparatione ad illam, quadratum igitur b est æquale producto ex h in b, & in duplum c d e f g h, & similiter per eadem, quadratum c est æquale producto ex h in c, & in duplum d e f g h, & sic de aliis. Habemus ergo, quod quadrata a b c d e f g h simul iuncta sunt æqualia producto ex h in a, & in duplum reliquarum, & ex h in b, & in duplum reliquarum sequentium, & producto ex h in c semel, & in duplum sequentium vsque ad h, & ita de reliquis, hoc enim est, quod nuper demonstrauimus. Antea quoque demonstratum est, quod duplum b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, cum producto h in aggregatum a b c d e f g h erat æquale productis ex h in a semel, & in b ter, & in c quinquies, in d septies, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, in seipsam h quindecies, detractis ergo per ordinem, quod fit ex h in a ab vtroque aggregato, & ex h in b c d e f g h bis relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in b semel cum suis duplicatis sequentibus, & in c, & in d, & in reliquis pariter conduplicatis suis sequentibus ex altera, quod fit ex h in b semel, in c ter, in d quinquies, in e septies, in f nouies, in g vndecies, in h tredecies, detractis ergo rursus quod fit ex h in b semel, & ex h in c d e f g h, bis relinquetur, quod fit ex h in c, & duplo sequentium, & d & duplo sequentium, & e & aliarum pariter: & ex alia parte, quod fit ex h in c semel, & in d ter, & in e quinquies, in f septies, in g nouies, in h vndecies. Ab his rursus detractis, quod fit ex h in c semel, & in sequentes bis relinquetur h in d semel cum suis sequentibus bis, & in e semel cum suis sequentibus & in f, & in g & in h pariter, & ex alia parte, quod fit ex h in d semel, in e ter, f quinquies, g septies, h nouies, ab his rursus detraho, quod fit ex h in d semel, & in sequentes bis, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in e f g h cum duplo sequentium ex alia, quod fit ex h in e semel, f ter, g quinquies, h septies, & similiter ab his detractis, quod fit ex h in e semel, & bis in sequentes, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in f semel, & in g h bis, & in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia, quod fit ex h in f semel, in g ter, in h quinquies. Iterum detractis, quod fit ex h in f semel, & in g h bis communiter relinquetur, quod fit ex h in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia parte quod fit ex h in g semel, & ex h in h ter. Sed ista, quæ relicta sunt iam, manifestè æqualia, ergo etiam prima aggregata ab initio fuere æqualia, ergo & æqualia illis quadrata a b c d e f g h his, quæ fiunt ex h in easdem quantitates cum duplo producti b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, sed iam his quadratis a b c d e f g h demonstrata sunt esse dupla quadrata h p, g o, f n, e m, d l, c k, b i, cum duplo quadrati a, ergo quadrata omnium quantitatum secundi ordinis cum quadrato a rursus repetito, & producto h in aggregatum quantitatum primi ordinis sunt tripla quadratis quantitatum primi ordinis pariter acceptis quod fuit propositum, & fuit Archimedis in libro de lineis spiralibus, & ego adieci hic propter modum demonstrandi, qui est elegantissimus, & procedit ex principiis Arithmeticis, & diuersis à communibus, & ideo non reuoluitur, vt solent reliquæ quæstiones.

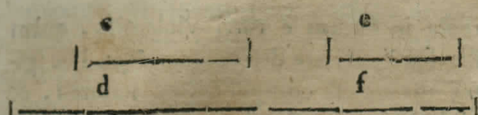
Propositio vigesima.

Cùm fuerint quatuor quantitates, fueritque secunda æqualis tertiæ, aut primæ æqualis quartæ, erit proportio primæ ad quartam, aut tertię ad secundam producta ex proportionibus primæ ad secundam & tertiæ ad quartam.

Cùm enim quantitates hæ non fuerint æquales, constat per secundam harum, quod proportio primæ ad quartam producitur ex proportione primæ ad secundam, secundæ ad tertiam, & tertiæ ad quartam: ergo non ex solis proportionibus primę ad secundam, & tertiæ ad quartam, & similiter ex prima harum proportio primæ ad secundam & tertiæ ad quartam producunt proportionem producti primæ in secundam ad productum tertiæ in quartam. Et in multiplicatione proportio, quæ solet esse inter producta illa, & est quasi duplicata est inter ipsas quantitates. Sint igitur quantitates a b c d, & sit b æqualis c, ponantur ergo recto ordine a b c d, eritque proportio a ad d pro-



c e

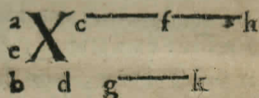


Per 16. Pet. ducta ex proportionibus a ad b, b ad c, & c ad d, producantur igitur ex proportionibus a ad b, c ad d. proportio c ad f, erit igitur proportio e ad f, si multiplicetur per proportionem b ad c eadem quæ prius, & producta iam est eadem ei, quæ est a ad d, ergo porportio a ad d erit producta ex proportionibus a ad b, c ad d per primam propositionem. Quod verò diximus de prima & quarta si sint æquales, manifestum est, quòd res redit ad idem solum transmutato ordine, vt tertia, & quarta præmittantur primæ, & secundæ. Hæc igitur propositio nihil aliud innuit, quàm quod in hoc casu productio, quæ solet fieri ex tribus proportionibus fiat ex duabus tantum.

Propositio vigesimaprima.

Cùm decussatim ducta fuerit prima in quartam, & secunda in tertiam, productumque primæ in quartam diuisum fuerit per productum secundæ in tertiam erit proportio primæ ad secundam diuisa per proportionem tertiæ ad quartam. E similiter interposita omiologa.

Cor. Primum exponamus secundam partem, sit proportio a ad b, quam volo diuidere per proportionem c ad d, facio e ad b, vt



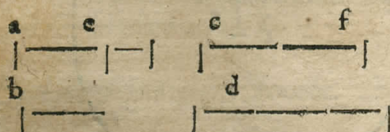
c ad d, erit ergo per secundam harum proportio ad b producta ex proportione a

Per. 10. Pet. ad e, & e ad b, quare ex a ad e, & c ad d, ergo diuisa proportione a ad b per proportionem c ad d exit porportio a ad e, & hic est secundus modus. Primus autem modus ducatur a in d & fiat f, & b in c & fiat g, dico proportione f ad g esse prouentum proportionis a ad b, diuide per proportionem c ad d, ducatur igitur c in f & fiat h, & d in g & fiat k, quia igitur h producitur ex c in f, & f producitur ex a in d, ergo h producetur ex producto c in d, in a, & similiter quia k producitur ex d in g, & g producitur ex b in c, ergo k producetur ex c d in b, ergo ex c d in a fit h, ex c d in b fit k erit a ad b vt h ad, k igitur ex prima harum cum ex c in f producatur h, & ex d in g k, & dicatur produci proportio h ad k ex proportione c ad d, & f ad g, & proportio h ad k sit eadem, quæ a ad b, ergo proportio a ad b producitur ex c ad d, & f ad g, ergo diuisa proportione a ad b prodibit proportio f ad g, quod fuit propositum.

Propositio vigesimasecunda.

Cùm fuerit proportio primæ ad secundam maior, quàm tertiæ ad quartam, erit confusa ex his maior quàm tertiæ ad quartam, minor autem quàm primæ ad secundam.

Sit proportio a ad b maior quàm c ad d, dico, quod confusa ex a c ad b d est Com.



maior, quàm c ad d, et minor quàm a ad b, vt enim c ad d ita fiat e ad b, eritque per tertiam decimam harum e c ad b d Per 10. Pet. confusa minor quàm a c ad b d, nam e est minor a, quia proportionem habent minorem ad b quam a eo quòd e habet proportionem ad b, quam c ad d, quæ autem c ad d minor, quàm a ad b, vt suppositum est, igitur e c ad b d minor, quàm a b ad c d, e b autem ad c d est, vt demonstratum est qualis c ad d, ergo c ad d minor, quàm confusa a b ad c d, quod est secundum per idem probabitur, & primum posita f ad d, vt a ad b, eritque a maior c, igitur maior proportio a f ad b d, quàm a c ad b d, sed a f ad b d, vt a ad b per eandem tertiamdecimam huius ergo proportio confusa a b ad c d est minor, quàm a ad b.

Propositio vigesimatertia.

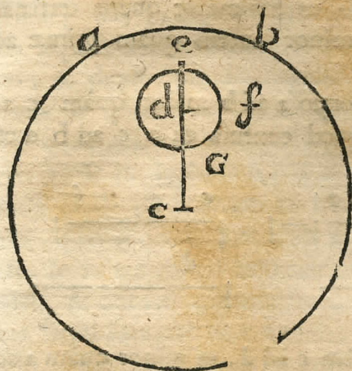
Omnis motus naturalis ad locum suum est: ideo per rectam lineam fit.

Motus naturalis est vt conseruetur corpus, & conueniat locus corpori, igitur fit ad suum locum. Locus autem dicitur in comparatione ad vniuersum. ideo omnis motus naturalis est à centro mundi sursum, vel ad centrum deorsum. Et quia quanto natura celerius suum finem potest assequi (quia finis bonus est aliter non illum appeteret) eum quærit, cùm sit sapientissimæ vitæ ministra: at linea recta breuissima est Euclide teste à puncto ad punctum igitur omnis motus naturalis est sursum aut deorsum per rectam lineam. Cor. Dist. tertia primi Elem.

Propositio vigesimaquarta.

Omnis motus circularis voluntarius est.

Sit motus in circulo seu per circulum in orbe cuius sit centrum, sit c mundi centrum igitur, ex diffinitione circuli tantum distabit a, quantum b ab ipso c: sed in motu naturali per præcedentem necesse est, vt recta feratur ad c, vel recedat, igitur motus a est voluntarius, non naturalis, nam si violentus esset, non esset perpetuus. Omnia ergo astra feruntur circa centrum mundi. Sit modo rota e f g, dico e non moueri motu circulari nam linea e c longior est g c, ergo recta mouetur ad centrum non circa centrum. Indicio etiam id est: quòd si in e ponatur frustum aliquod insigne plumbi in motu ad g per f descendet raptim: at dum ex g in e magna cum difficultate



ficultate, igitur motus hic non est naturalis, nec circularis nihil etiam hoc modo sponte mouetur. Sed cum non moueatur per rectam naturaliter, nec æquidistans à centro per circulum relinquitur, vt moueatur motu violento, aut misto, sed non ex voluntario, cum nullo modo moueatur æquidistans à centro, sed semper ab e lineæ ad centrum fiant breuiores, liquet esse motum violentum: aut mistum ex naturali, & violento.

Propositio vigesimaquinta.

Cor. Tres sunt motus omnino simplices naturalis, voluntarius & violentus.

Tres sunt modi quibus possunt moueri in comparatione ad centrum scilicet vel recta cum centro, vel æquidistando a centro, vel neutro modo, igitur tres motus. Rursus vel à principio interiore non intelligente, & est naturalis, vel intelligente & est voluntarius: vel exteriore & est violentus. Hæc autem diuisio est solum propria non prima. Nam est violentus in recta ad centrum: ideo omnis, qui non est in recta, ad centrum, nec æquidistat, violentus est: non tamen omnis violentus est extra rectam. Attractio autem, quæ fit ob raritatem corporum seu, vt dicunt, à vacuo, violenta est non naturalis nisi ratione finis, non agentis. Sunt enim quatuor genera motus violenti ab Aristotele posita, vectio, tractio, pulsio, & volutio: quanquam his non opus sit in demonstratiua scientia constat enim volutionem extractione, & pulsione apud illum consistere. 7. Phys. c. 2.

Propositio vigesima.

Motus ergo compositi quatuor necessario sunt species.

Si tantum sunt tres species simplicium, constat ratione Arithmetica quatuor esse compositorum. Disquiramus ergo an sint naturaliter tot species, forsan enim repugnabit aliquis alicui. Porrò videamus primo, quot sint violentorum species: Prima erit cum non secundum rectam lineam fuerit: nec à centro æquidistantem. Secunda cum fuerit secundum rectam, sed non ad centrum. Tertia cum fuerit in recta ad centrum, sed contrario modo, velut terræ sursum. Quarta cùm in recta ad centrum secundum naturam, sed non à principio naturali. Velut cum quis proijcit lapidem recta in terram è turri violentius, quàm ille sua grauitate descensurus esset. Hic igitur motus est compositus ex naturali, & violento. Animalium autem motus voluntarius est, cum sit à principio interiore cognoscente: & sit quatenus à principio in linea circulari æqualiter distante à centro: sed quia obstat grauitas, ideò mistus est ex naturali, & voluntario. Sed circularis, & violentus soli esse non possunt: nam violentus est necessariò in corpore graui aut leui: sed omne corpus graue aut leue, cùm mouetur, naturaliter mouetur saltem in fine: & per totum motum, motu occulto, qui maximè in hoc libro dignus est consideratione, igitur motus voluntarius, & violentus non possunt esse simul soli. Erunt ergo secundum naturam tantùm tres species. Velut cùm quis scandit, aut salit: Est enim motus naturalis saltem in fine, & voluntarius, & violentus. Si quis autem velit violentum cum voluntario copulare dicemus constare eam compositionem in initio saliendi. Motum autem occultum vocamus grauitatem aut leuitatem.

Propositio vigesimaseptima.

Motus voluntarius est in loco: naturalis ad locum: violentus ex loco.

Hæc est tertia differentia primarum specierum motuum, voluntarius fit manente corpore toto in eodem loco, ideo proprius est cælo, corpora autem animalium in eodem loco feruntur: quia in eodem orbe nata redire ad proprium locum. Et ideò vt dixi, est motus mistus ex naturali, & voluntario, qui si per se fieret, non fatigaret mobile, cùm ex vtroque principio ab interiore vi procedat. Sed quia fit per musculos, qui trahuntur: hic autem motus est violentus, ideò per consequentiam fatigat. Qui verò naturalis, est vt redeat corpus ad suum locum, igitur naturalis est ad locum. Sed violenti finis est, vt protrudatur ex loco in quo est, non habens certum finem, licet enim qui trahit, ad suum locum trahat, non tamen ad locum mobilis.

Propositio vigesima octaua.

Motus quilibet naturalis aut violentus in aliquo medio fit.

Cùm vacuum non detur, & omnis motus naturalis sit ad locum, & violentus ex loco per præcedentem, igitur cùm non fit in medio, vacuum erit in aliquo corpore, velut aëre, aqua, igne, ligno.

Propositio vigesimanona.

Omnis motus voluntarius æqualis est semper: simpliciter etiam quilibet alius motus.

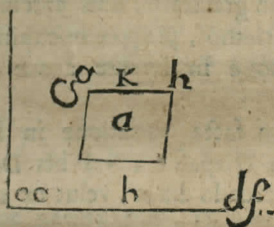
Motus voluntarius non habet, quòd fatiget, & summa perfectio est æqualitas, & natura quæ mouet non debilitatur, igitur perpetuo perseuerat æqualis, neque enim est, vt dixi, per medium corpus. Naturalis Com.

quoque, & violentus cum ratione proportionis mouentis supra mobile per se non varientur, & ab æquali proportione æqualis velocitas proueniat, igitur natura tales motus sunt æquales, nam in vtroque mouens, mouet secundum vltimam suam vim.

Propositio trigesima.

In omni corpore mobili in medio, partes medij resistunt obuiæ, aliæ impellunt.

Cor. Sit mobile a cui partes subiaceant rectæ b, & sit graue. Et patet ne diuidatur b resistere, cum autem superauerit partes b descendunt ante a, & trahunt partes c & d adhærentes secum, atque ita e c d f adiuuant ad descensum partes etiam laterales g & h cum a transit in b, ne detur vacuum,



transeunt in k veloci motu, ergo propellunt a maiore impetu inferius.

Cor. Ex quo patet, quod in omni motu naturali, vel violento fit augumentum velocitatis ab initio saltem vsque ad aliquid.

Cor. Et ideò etiam bellicæ machinæ cuiuscunque generis certam exigunt distantiam, vt violentius feriant.

Propositio trigesimaprima.

Omnis motus naturalis in æquali medio validior est in fine, quàm in principio: violentus contrà.

Cor. Cùm enim ex præcedenti augeantur semper ob medium, & causa, quæ mouet, sit perpetua, & à principio æterno, quod per dicta æqualiter mouet, igitur motus ille fiet velocior in fine quàm in alia parte temporis. In violento autem, cùm perueniat ad finem desinit vis illa necessariò, quæ

19. Propos. mouet, & superatur à vi naturali, quæ mouet in contrarium, igitur antequam cesset motus fiet tardissimus in fine.

Cor. Ex quo patet, quòd motus quadrifariam misti dicuntur, aut specie, vt cùm quis iacit lapidem è turri: vel ex occulto naturali, & violento manifesto: velut cùm quis iacit lapidem, & descendit postmodum ex b in c motu vtroque manifesto, sed ex a in b motu violento manifesto, & naturali occulto: vel ratione medij, & hoc modo omnis motus naturalis etiam non solum violentus est, mistus ex proportione virtutis mouentis, cum motu medij, ad medium ipsum, vel si violentus sit ex proportione virtutis mouentis, & medij ad mobile, ac medium, quod resistit. Quarto ex motibus imperfectis natura sua, & non est vera mistio, & hoc apparet in motibus voluntariis animalium, qui non sunt neque æquales, neque perfectè circa medium: sed sunt potius similes voluntariis. Et ideo demonstrationes illæ Aristotelis quoad vsum nihil iuuant nos.



Propositio trigesimasecunda.

Omne mobile naturaliter motum, seu violenter velocius mouetur in medio rariore, quàm densiore. Maior quoque est proportio finis motus in corpore rariore ad finem motus in corpore densiore, quàm principij. In violento autem celeriùs perueniet ad finem motus in corpore densiore.

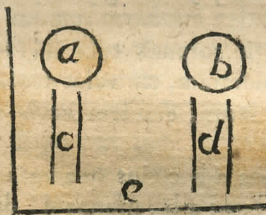
A mobile moueatur in b medio rariore, & in c densiore igitur b minus resistit, quàm c & magis adiuuat, quia velociùs mouetur: igitur duplici de causa a mouebitur velociùs in b quàm in c: & quia per corolarium trigesimæ, & præcedentis proportio finis (vbi æqualiter moueantur) ad sua principia maior erit in d, quam in e, ergo per demonstrata à Campano posita d prima, b secunda, e tertia, c quarta, maior erit proportio d ad e, quàm b ad c quod fuit propositum in naturali. Cor.

A A
b c
d e

Propositio trigesimatertia.

Omnia duo mobilia æqualis vndique magnitudinis, quæ æquali in tempore æqualia spatia pertranseunt in diuersis substantia mediis, necesse est, vt sit ponderis ad pondus, quemadmodum medij ad medium, proportio duplicata.

Sint duo mobilia a & b magnitudine, & forma omnino paria, & sint media c & d, exempli gratia: & pertranseant æquale spatium in vtroque in eodem tempore, e dico proportionem ponderis b ad pondus a esse duplicatam ei quę est raritatis c ad raritatem d. Quia enim feruntur æqualiter, nam in ęquali tempore, seu eodem æqualia spatia pertranseunt, erit proportio potentiæ a cum suo auxilio ad id, quod resi- Cor.



stit ex c vt b cum suo auxilio ad id, quod resistit ex d, permutando igitur d ad c, vt b ad a, sed c ad d proportio raritatis duplicat actionem, tum minus resistendo, tum adiuuando motum a, igitur proportio differentiæ motus est duplicata proportioni raritatis: sed proportio motus est ęqualis pro-

portioni

portioni ponderis viciſſim per vigeſimamſextam ſexti Elementorum b ad a, igitur proportio b ad a ponderis eſt duplicata ei, quæ eſt raritatis c ad raritatem d.

SCHOLIVM PRIMVM.

Ne tamen ſine exemplo intelligas hanc duplicatam rationem, proponatur c raritas quatuor, d vnum a pondus duodecim librarum, tunc c reſiſtit ſolum ex quarta parte, & efficit a quadruplo maioris actio-

c	4	d.	1.	&.
a	12	b.	192.	

nis, ſcilicet vt quadraginta octo, tota igitur proportio, qua mouebitur a in c, erit centrum nonaginta duorum, & hoc diuidemus per d, quod eſt vnum, exibit pondus b centum nonaginta duo. Proportio igitur b ad a eſt ſexdecupla, & hæc eſt duplicata quadruplæ raritatis c ad raritatem d.

Quòd ſi quis neget tantundem augere c actionem a, quanto minus reſiſtit, ſed aut magis aut minus, & ſit proportio b ad a duplicata ipſi f, dico f eſſe proportionem c ad d, nam proportio b ad a eſt velut actionis c ad d per decimam ſextam ſexti elementorum, ergo ex auxilio c in proportionem a ad c, fit proportio b ad a, ſed ex f in ſe fit proportio b ad a ex diffinitione proportionis duplicatę. Sed ex duabus proportionibus a ad c, & actionis ex c ad a producitur proportio b a d a, igitur per decimam ſeptimam ſexti Elementorum proportio c ad d eſt media inter proportiones a ad c, & actionis a in c, quare æqualis f, igitur proportio b ad a duplicata ei, quæ eſt c ad d quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM SECVNDVM.

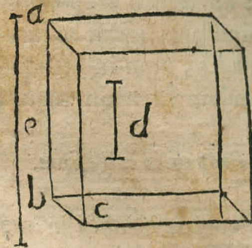
Si autem media fuerint diuerſarum rationum, vt aqua, & aër non demonſtrat argumentum, quia pondera inter ſe non ſeruant rationem. Nam lignum centum librarum ex ſalicis arbore, non magis deſcendit, quàm lignum libræ vnius. Ideò nec in comparatione ad medium aëris.

Propoſitio trigeſimaquarta.

Proportio corporis cubi ad ſuam ſuperficiem quadratam, eſt velut eiuſdem ſuperficiei ad latus, eiuſdem verò ad monadem.

Cor. Sit cubus a b c eius quadrata, ſuperficies a c, latus a b, monas d, dico eas eſſe inuicem analogas. Quia enim proportio a b c ad a c eſt, vt quoties aſſumitur a c in a b c, & toties etiam aſſumitur a b in a c ex diffinitione Euclidis ſecundo Elementorum, ſi ergo monas eſt in continua proportione, habeo intentum: ſi non ponatur e media inter a e & d, erit ergo per decimam noni Elementorum e latus a c, ergo æqualis a b, igitur cum a c,

Prima ex Campano.



e & d ſint analogæ, erunt & a b c, a b, & d analogæ, quod fuit demonſtrandum.

Propoſitio trigeſimaquinta.

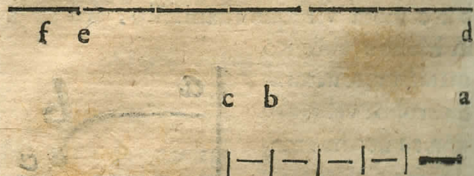
Vocum magitudines excreſcunt in acumine non in grauitate, finis autem eſt in vtroque extremo, propter hoc minima facta variatione in hypate acutæ vix ferunt.

Quoniam facta variatione in hypate, quæ eſt in Diapaſon, vel bis Diapaſon maiore interuallo diſtat, velut ex a in b in Cor.



grauiore, maius eſt interuallum ex c in d, igitur maior eſt b d, quàm a c ergo ſingulæ voces inter b & d magis diſtant, quàm inter a & c, & quanto magis appropinquant ad d, igitur d maius eſt quàm b Ergo magnitudo eſt ratione acuitatis, non grauitatis, cum ſuppoſuerimus d eſſe acutiorem b & c ipſo a. Oſtenditur etiam idem quia vox grauis fit ex priuatione motus ſicut acuta ex vehementia. Motus autem eſt res, quies, priuatio.

Secundum ſic: nam remiſſio mota non feriet aurem, ideò ſonum non pariet ob nimiam tarditatem. At in velociſſimo motu oportet vel ſidem vel arteriam contrahi, & non contrahitur niſi per muſculos, igitur contentio illa finem habet. Si autem non ſit neceſſarium habere, vel valde procul poſſit extendi contentio, vt in machinis igneis ſtrepitus fit maximus, nam motus, vt motus eſt etiam in aëre nullum finem per ſe habet niſi ratione inſtrumenti, ergo ſtrepitus tantus eſſe poteſt, vt fermè obſurdeſcant, qui audierint, vt ferunt de Nili cataractis.



Tertium ſic ſit a b humilior vox, quæ excreſcat ſemitonio minore ſolum in c, & ſit d e dupla ad a b ſecundum naturam, vt in vocibus mediis fiet, vt ſi e debeat excreſcere

crescere semitonio minore per decimamnonam quinti Elementorum f e dupla c b, & in acutis vbi excreuerit ad diapason quadrupla: pueri autem vox, quæ iam diapason altior est d e, erit bis diapason, & ideò quadrupla b c, sed in acutioribus erit dupla nullus enim puer est adeo fractæ vocis, qui supra humillimam non ascendat per diapason, igitur interuallum vocum erit octuplum a d, b c, sed communiter ascendunt ad bis diapason, igitur interuallum vnius vocis etiam cum semitonio proportionem habentis est æquale fermè toti a b, cum autem in diapason sint duodecim semitonia, & duo comata, manifestum est, quod extensio illa erit maxima in comparatione grauioris vocis a b. Et ideò minimum incrementum in humilioribus vocibus, vbi quis cogatur ascendere, maximum esse videtur, adeò vt ægræ à pluribus feratur, à quibusdam non omnino feratur.

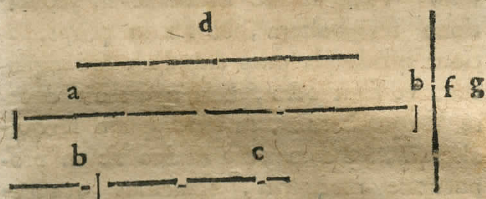
SCHOLIVM.

Ob hoc natura fecit, vt non quemadmodum in fidibus voces ex breuitate intenderentur, sed ex constrictione ligulæ vt dicunt, super asperam arteriam vox ad diapason acueretur addito impetu proportione, vt ex cônstrictione, & impetu consurgeret dupla proportio. Hoc autem manifestè experimur in elymis in quibus nulla prorsus facta mutatione instrumenti constantibus digitis omnibus præter pollicem sinistræ vocem exacuimus ad diapason, inde etiam ad bis diapason: sicut declarauimus in commentariis Epidemiorum.

Propositio trigesimasexta.

Si proportio per proportionem minorem æquali ducatur, proportio minor producetur. Vnde manifestum est duas proportiones minores æqualitate inuicem ductas proportionem minorem vnaquaque illarum producere.

Cor. Proportio a b ad c, qualiscunque sit, ducatur in proportionem minorem æqualitate f ad g, dico quod producta proportio erit minor ea, quæ est a b ad c fiat d ad



a b, vt f ad g, et erit per secundam huius d ad c producta, ex proportionibus a b ad c, & f g. Itemque per decimamquartam quinti Elementorum erit d minor a b, igitur maior a b ad c, quàm d ad c, igitur quàm proportio a b ad c in proportionem f ad g. Sit autem vtraque minor æqualitate ea, quæ a b ad c, & ea quæ f ad g, dico productam vnaquaque earum esse minorem. Quod enim (manentibus his, quæ dicta sunt) minor sit d ad c, quam a b ad c ex prima parte ostensum est. Quod verò etiam minor sit d ad c, quàm d ad a b & ex consequenti quàm f ad g demonstratur sic. Quia enim minor est a b ad c, æqualitate erit a b minor c, fiat ergo h æqualis a b, erit ergo d ad h, vt d ad a b per septimam quinti Elementorum, at d ad c minor quàm d ad h per octauam eiusdem, igitur minor d ad c, quàm d ad a b, igitur patet propositum.

Per 10. Pet. (left margin)

Propositio trigesimaseptima.

Si plures homines, quorum nulli per se nauim mouere possint, aut pondus ferre simul iuncti eam moueant, aut pondus ferant, erunt illæ proportiones coniunctæ non productæ.

Cùm enim primus non possit mouere nec secundus, erunt proportiones minores æqualitate, Ideò per secundam partem præcedentis multo minus mouerent duo, quàm vnus. Et si quatuor mouerent vnusque per se mouere non posset, adderetur si proportio produceretur, fieret minor, ergo minus mouerent quinque quàm quatuor ex iisdem, quod est absurdum. Cor.

Propositio trigesimaoctaua.

Omne corpus tantùm resistit motui contrario suo naturali quantum mouetur occulto motu quiescendo.

Sit a corpus quiescens in pauimento b, & mouetur in eo occulto motu versus centrum, vt suprà visum est, contrarius illi sit motus ad c, si ergo a quiesceret in c moueretur ad b occulto motu certa vi, ergo Cor. In commen. 26. Propos.



eadem restitit, ne traheretur ad c. Manifestum est autem, quod hic motus occultus est minor manifesto. Per 30. Propos.

Cor. Ex hoc patet cur naues & currus ab initio tardè & difficulter moueantur, vbi moueri cœperint motus augetur: quoniam resistunt per motum occultum naturalem qui maximus est dum quiescunt, vt etiam docebat Philosophus in mechanicis, nam motus ille naturalis est, & ideò contrarius violento: Ergo cum iam mouetur violenter minus, mouetur naturaliter, igitur minus resistit. Declarabitur enim infrà quòd omne quod mouetur duobus motibus tanto minus uno mouetur quanto magis altero. Quæst. 3. Propos. 58.

Propositio trigesimanona.

Ab æquali aut minore ui, quàm sit impedimentum, non fit motus. Cor.

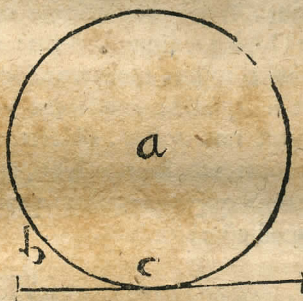
Sit a quod resistat, ne sursum trahatur per decem, dico, quod non sursum trahetur neque

que à decem, neque minore: nam si impedimentum non esset, moueretur, infra vt decem, ergo si trahetur sursum per decem tantum moueretur sursum, quantum deorsum, ergo quiesceret. Si verò à minore moueretur à maiore vi deorsum quam sursum, ergo deorsum simpliciter non sursum.

Propositio quadragesima.

Omne corpus sphæricum tangens planum in puncto mouetur ad latus per quamcunque vim, quæ medium diuidere potest.

Cor. Sit corpus ad vnguem sphæricum a tangens planum b in puncto c (est enim hoc necessarium ex demonstratis ab Euclide in decima sexta Propositione tertij Elemen-



torum) dico, quod mouebitur à vi, quæ potest scindere aërem. Nam cum non ascendat, nec descendat, sed quasi in circulo ad centrum mundi moueatur, pondus non affert. Neque ratione magnitudinis contactus, cum sit in puncto solo, igitur remanet solum aëris impedimentum.

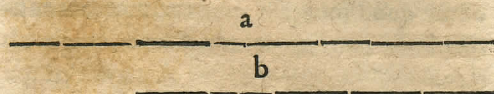
Cor. 1. Ex hoc liquet, quod oportet b planum esse ex durissima materia, quæ nullo modo cedat, aliter tanget plusquàm in puncto.

Cor. 2. Vix fieri potest, vt in elementaribus sphæra tangat planum in puncto. Vel quia planum non erit exactè rectum, vel non durum, vt prorsus non cedat, vel non ad æquilibrium positum, vel sphæra non erit exactè rotunda.

Propositio quadragesimaprima

Si fuerint duæ quantitates sumaturque totius aggregatum maioris & minoris, quoties aggregatum minoris, & maioris, erit proportio confusa maioris aggregati ad minus, minor quàm multiplicis maioris ad multiplex minoris.

Cor. Sint duæ magnitudines a & b, & sit a maior b, & sumatur exempli gratia a quater cum b semel, & b quater cum a



semel, dico, quod proportio (quam confusam esse liquet) aggregati primi ad secundum, est minor quàm quadrupla. Constat enim quod proportio quadrupli a ad a est maior, quam b ad quadruplum, b cum vna sit quadrupla, alia sub quadrupla, *Ex 18. diff.*

igitur per vigesimamsecundam huius aggregati quadrupli a cum b semel, ad quadruplum b cum a semel minor, quàm quadrupli a ad a, & maior quàm b ad quadruplum b, & est pro intellectu Archimedis. *In 1. lib. de Atqui ponderan. Propos. 10.*

Propositio quadragesimasecunda.

Trahentium nauium, vt ferentium pondera proportiones in se inuicem, quomodo ducere oporteat considerare.

Hoc quomodo non possit fieri suprà docuimus, nunc etiam generaliter dicam, cum consistant hæc in duobus terminis, productio verò præsupponit quatuor terminos, vt in prima propositione, aut saltem tres, atque in his medius habet rationem mouentis, & moti, ergo cum in huiusmodi non sint quatuor termini, nec tres, è quibus vnus sit mouens, & motum proportio non poterit produci. Illud etiam patet exemplo, nam si esset lapis, aut nauis obsistens vt sex, & essent homines viribus singuli, vt quatuor cum dimidio, tres mouerent in proportione dupla sex qui quarta perdita superius eodem loco, at si proportio duci posset aliquorum hominum numerus posset mouere in duplicata proportione ad vnguem scilicet $5\frac{1}{16}$ vt esset vix hominum collectorum $30\frac{3}{8}$ at nullus est numerus hominum qui collectus faciat hunc numerum, nam sex homines explent numerum 27. & septem $31\frac{1}{2}$, & ideò non potest duci proportio. Et ideò maximus est error dicendo decem homines mouent nauim proportione tripla, ergo trigenta alij additis illis similes robore mouebunt à proportione vigenti septupla scilicet ducta nonupla in triplam. Sed sumpta proportione alio modo producitur. Velut si dicam, homines decem mouent nauim, aut ferunt pondus proportione tripla, igitur quadraginta homines idem facient proportione duodecupla scilicet quadrupla in triplam ducta. Cum ergo addo triginta homines, qui mouent in proportione nonupla, non oportet ducere nonuplam in triplam, sed totum numerum accipere, & quam proportionem babet ad partem, tandem habet vis mouens ad vim mouentem. Vnde si duo moueant in proportione sexquialtera, & sex in proportione quadrupla cum dimidia, & iungantur, vt fiant octo, non oportebit ducere sexquialteram, in quadruplam sexquialteram, sed cum octo ad duo sit in proportione quadrupla, sumemus quadruplam ad sexquialteram, quæ erit sexcupla, & octo mouebunt, aut pondus gerent in proportione sexcupla. *Cor. Propo. 37.*

Propositio quadragesimatertia.

Productionem ad additionem retrahere.

Sit proportio a ad b dupla potestate licet sint quinque homines, & sint quindecim homines c, & habebunt ad b sexcuplam proportionem per præcedentem.

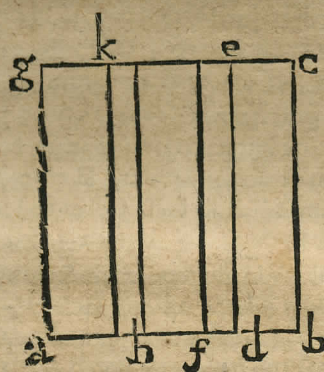
Iuncta

& 16. quadrato 4. fit 46. cubus eiusdem 4. igitur 4. est æstimatio rei. Sed si quadratum b d cum numero rerum fuerit minus cubo b d, erit b c æstimatio rei b c, minor b a, vt si cubus æquetur 4 rebus p̃. 47. quia 16. & 47. faciunt 63. minus 64. cubo 4. numeri rerum erit b c, minor b a: & si quadratum esset cum numero æquationis maius cubo esset æstimatio rei maior numero rerum. Veluti cub. æquetur 4. rebus p̃. 50. tunc æstimatio rei erit b c, maior b a, qui est 4. numerus rerum.

DEMONSTRATIO.

Quibus stantibus proponatur res, & b c numerus rerum & parallelogrammum a b c quantitas ipsarum rerum collectarum, & sint res sub numero b c, putà 34. æquales 1. cub. p̃. 12. Et erit per lemma præcedens b c maior b a, item oportet ex demonstratis in libro de Proportionibus, vt cubus tertiæ partis b c sit æqualis, aut maior numero æquationis. Sic ergo numerus æquationis superficies d b c e, eritque b d necessariò numerus: superficies ergo a d e, est æqualis cubo a b, & quia cubus a b fit ex demonstratis ex cubis d b & d a, &

Per 20. seu 11.10. Elem.



triplo vnius in quadratum alterius, & cubus b d est numerus, quia b d est numerus, ergo diuiso cubo numero, per b c numerum prodibit numerus: sit igitur superficies e f æqualis cubo d b, erit igitur superficies f g, æqualis triplo b d, in quadratum d a & a d in quadratum d b, & cubo a d. Exemplum ergo erit (vt dixi) quod d e sit 12. & b c 34. erit b d $\frac{6}{17}$, a b autem, vt binomium est 3. p̃. ℞. 7. & cubus b d $\frac{216}{4913}$, tota igitur superficies f c esset $12\frac{216}{4913}$. Propterea vides per eandem rationem, quod diuisa f c per b c, exit f d numerus maior b d. Et rursus cubus ille componetur ex cubis b f, f a, & triplo mutuo dicto, & ita semper cubus fiet minor, & numerus æquationis maior: nam diuiso $12\frac{216}{4913}$ per 34. exit $\frac{29586}{83521}$, & tanta est b f, cuius cubum oporteret rursus addere ad superficiem b e, & ita iuxta datam proportionem augetur numerus æquationis & cubus minuitur. Oportet igitur in hoc casu ita distinguere dicendo, quòd si per cubum intelligis priorem cubum, scilicet a b ille cum 12. numero, & non cum $12\frac{216}{4913}$, æquatur 34. rebus, licet enim contineat alios numeros, non sunt tamen de natura numeri æquationis, sed propria pars. Si verò dicas quod aliquis cubus p̃. $12\frac{216}{4913}$, qui erit minor cubo a b æquetur 34. rebus? dico quod non, quia ille cubus erit cubus lineæ minoris a b, igitur si 34 a b æquantur cubo minoris lineæ, quàm sit a b & $12\frac{216}{4913}$, oportebit tunc quod res tunc sit minor, quæ est latus cubi, igitur oportebit quòd sint plures res quàm 34. quæ sint æquales cubo p̃. $12\frac{216}{4913}$, & ita omnia variantur vno variato.

Rursus ergo assumatur linea a h, quæ sit pars binomij, & h b numerus, tunc cubus h b poterit solus esse numerus, vt cum h fuerit quantitas absurda, velut gratia exempli ℞. v. ℞. 7. p̃. ℞. 3. vel poterit esse cum cubo a h, cum a h fuerit ℞. cu. numeri, vel cum triplo h b in quadratum a h, vt in proposito posita a h ℞. 7. nam cubus h b est 27. & triplum h b in quadratum a h est 63. vt totus numerus sit 90. quibus additis 12. fit 102. qui est æqualis 34. numero rerum ducto in 3. qui est numerus æstimationis seu binomij. In omni casu ergo ex his tribus constat quòd numerus totus est superficies h c. Et quia numerus æquationis æquatur illi, dico quod non potest esse maior, nam sic pars æquaretur toti, nec æqualis ex demonstratione habita, nam b h tota esset numerus, ergo cubus eius esset numerus, ergo numerus æquationis h c, cum numero cubi h b esset maior numero, qui continetur in rebus, ergo res non possent esse æquales numero & cubo. Quia quantitas aloga esset æqualis numero, relinquitur igitur, vt numerus æquationis sit necessariò minor, numero qui continetur in rebus. Sit ergo numerus æquationis d c, & erit numerus cubi h e necessariò: nam hi duo numeri pariter accepti sunt necessariò æquales numero contento in rebus, quę supposuimus esse h c. Dico ergo, quòd a h non potest esse ℞. simplex, quia non satisfacit per viam binomij, vt ostensum suprà. Nec potest esse ℞. cu. nam cubus esset *Cap. 16.*
numerus, igitur 34. radices gratia exempli essent vnum aggregatum radicum cub. quæ æquiualerent vni, & hanc oporteret æquari triplo producti vnius in quadratum alterius mutuò: at hoc esse non potest, quoniam illa solida sunt incommensa, quia sunt in proportione a h ad h b, id est ℞. cub. ad numerum, quæ sunt incommensa inter se. Relinquitur ergo vt sit a h vna quantitas alterius generis, quæ ducta vicissim cum h b vna in quadratum alterius, additóque illius cubo faciat quantum ducta in 30. gratia exempli, qui est numerus rerum.

At quia in illo aggregato est etiam triplum quadrati h b in a h, oportebit ergo vt cubus a h cum triplo quadrati a h in h b sit æquale residuo tripli quadrati h b, & numeri rerum ducto in a h: igitur diuisis omnibus per a h, erit vt quadratum a h, cum rebus triplo numeri h b, sit æquale numero simplici, qui est differentia numeri rerum, & tripli quadrati h b. Exemplum ponatur h b 2. & b c numerus rerum 30. igitur triplum quadrati h b, quod est 12. detractum à 30. relinquitur 18. ergo 18. est æqualis 1. quad. p̃. triplo

h b, id est b rebus: quare res erit ℞.27.m̃. 3. id est a h, & tota h b ℞. 27. m̃. 1. & erit 1. cu. p̃.52. æqualis 30. rebus. Quantitas ergo a h oportet, vt sit generalis ad illam, & cum prædictis conditionibus. Quod si a b ponatur res, & h b numerus, vt prius, sed m̃. operaberis & demonstrabis per ea quæ ostendimus in capite præcedenti: nam cubus verus erit cubus h a, scilicet residui. Et quia ei additur numerus, & iam superficies h c est m̃. oportebit, vt h g sit maior cubo a h, quantum est numerus æquationis, quæ sit gratia exempli h k, ideò cubus a b, seu verius a h, erit a k, reliqua vt prius erunt examinanda.

Capvt XXIV.

Demonstratio ostendens quòd caput nullum præter inuenta, generale sciri potest.

Reliquum est vt ostendamus quod ab initio propositum est, cuius causa hæc scripsimus, scilicet non esse capitulum aliud generale, quod sciri possit, vltra ea quæ tradita sunt, quoniam vltra quatuor diuersa genera nisi possit reduci ad pauciora, vel per diuisionem, vel radicem, aut per mutationem, aut regulam propriam vel deprimendo, aut ob originem, aut per demonstrationem Geometricam, cum in singulis sint magnæ inæqualitates, quæ vix possunt intelligi in quatuor quantitatibus, nec in eis potuerit inueniri perfectio quanto minus in illis. De his ergo, si sint quatuor vsque ad cubum, iam doctus es reducere ad tres quantitates, & capita trium quantitatum omnia ad cubum æqualem rebus & numero: si igitur ostendero hoc non posse esse generale, etiam in parte ignota liquet propositum.

Cap.25. Art. mag. Assumamus igitur primam regulam capitulorum imperfectorum specialium, in qua 1. cu. æqualis est 20. rebus p̃. 32. & est rei æstimatio ℞.17.p̃.1. binomium quintum. Et similiter in Arte magna visum est, *Cap. 13. in fine Cor. secundo.* quod duæ æstimationes capituli cubi & numeri æqualium rebus conficiunt æstimationem cubi æqualis totidem rebus, & eidem numero. Ex quibus liquet, quod oportet æstimationem generalem posse communicari numero, & quinto binomio, & quia simile quinto binomio est numerus, non quintum binomium oportet vt sit in creatione eiusmodi. Quintum autem binomium hoc modo transit ad æquationem, vt pote ℞. 3. p̃.1. sic fiat cubus, erit ℞. 108. p̃. 10. hic igitur æquatur 6. rebus necessario, quia ℞. 108. continet ℞. 3. sexies, & quia sex res non sunt nisi ℞. 108. p̃. 6. igitur cubus æquatur sex rebus p̃.4. Ergo cum illud quod potest esse ex ea natura, vel est ℞. cubica cubi consimilis, vel quadrata quadrati, vel quadrata cubica quadrati cubi, vel differentia duorum, vel aggregatum, necessarium est, vt talis æstimatio simpliciter sit vna huiusmodi, si debet esse generalis, vt

Res	℞.3.p̃.1.
Quad.	℞.9. p̃. ℞.12.p̃.1.
Cub.	℞.27.p̃.1.p̃.℞.81.p̃.℞.27.
Cub.	quad. 208.p̃.℞.43200.
Quad.quad.	28.p̃.℞.768.

a c b

quandoque possit illi æquari, si occurrat quadratum, igitur ℞.3. p̃.1. est, vt vides in margine differentiæ autem, & aggregata sunt infinitorum modorum, nam sit a b quæuis quantitas, & c b ipsa æstimatio, si igitur detracta b c ex a b relinquitur a c, igitur detracta a c ex a b, relinquetur b c æstimatio. Et similiter posita a b æstimatione, potes a b illa detrahere a c modo minor sit, vt relinquatur b c, igitur ex a c & b c iunctis fiet æstimatio. Iam ergo habes quod poterit esse radix quadrata trinomij, cuius vna pars sit numerus & cubica quadrinomij, cuius vna pars sit numerus & ℞. ℞. binomij, aut quadrinomij, cuius vna pars sit numerus, & ℞. cu. quadrata multinomij, scilicet tredecim partium aut pauciorum, quæ sint ℞. quadratæ, ita vt in eis vna sit numerus.

Pro aggregatis autem ac differentiis tradendis, volo tibi dare exemplum ex Arte magna, dixi quod ℞.v.$7\frac{3}{8}$ p̃. ℞. $46\frac{35}{4}$ p̃.l.$\frac{3}{4}$ m̃. ℞. $2\frac{5}{16}$ est æquale 3. Deducito partes ex partibus, vt videas si sit verum, & habebis $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $2\frac{5}{16}$ æqualia ℞. v. $7\frac{3}{8}$ p̃. ℞. $46\frac{53}{46}$. Duc igitur vtramque in se, & habebis idem ex vtraque parte, id est $7\frac{3}{8}$ p̃. ℞. $46\frac{53}{64}$ nam $2\frac{1}{4}$ m̃. se facit $5\frac{1}{16}$ cui addito $2\frac{5}{16}$ fit 7. & $\frac{3}{8}$ & ℞. $5\frac{1}{16}$ in ℞. $2\frac{5}{16}$ fiunt $\frac{2997}{156}$, quæ duplicata faciunt $\frac{2997}{64}$, & sunt $46\frac{53}{64}$, cuius radix addita ad $7\frac{3}{8}$ facit $7\frac{3}{8}$ p̃. ℞. $46\frac{53}{64}$. Vnde in aliis eodem modo operaberis, dico ergo quod non potest esse ℞. quadrata trinomij habentis duas ℞ quad & & numerũ vnum, nam ℞. quadrata ℞.6.p̃. ℞.2.p̃.1. si posset esse ex genere binomij tertij vel sexti non posset satisfacere, vt demonstrandum est, neque si vna pars sit numerus, & alia ℞. nam eius quadratum erit binomium, & non trinomium. Proponamus ergo ℞. ℞.6. p̃. 1. & erit eius quadratum 1. p̃. ℞. 6. ℞. ℞. 96. nam si capiamus *Per quartã secundi El. Euclid.*

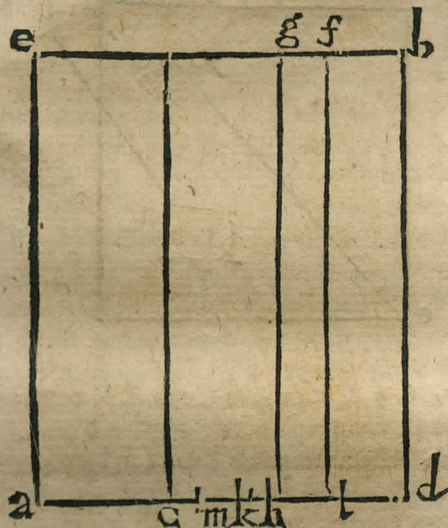
℞℞.12. p̃.℞.3.p̃.1.
4.p̃.℞.48.p̃.℞.℞.192.p̃.℞.℞.1728.
160.p̃.℞.432.p̃.℞ ℞.248832.p̃.℞.℞.
442368.

℞. ℞.4. p̃. 1. fiet ℞.4. p̃.1.p̃.℞.℞.64. id est 3. p̃. ℞. 8. si ergo capiamus ℞.℞.4. p̃. ℞.3. p̃.1. licet resoluatur in 160. p̃. ℞.432. p̃.℞. ℞.442368. p̃. ℞. ℞. 248832. hæ tamen non sunt commensæ, sed in proportione ℞. ℞. 256. ad ℞.℞.144. id est 4. ad 12. licet sit valde propinqua, nam ℞. 432. est duodeculpa ℞. 3. & ℞. ℞. 248832. est duodeculpa ℞. ℞. 12. & est mirum adeò quod si ℞.℞.442368. esset numerus, haberemus intentum. Cum ergo hoc trinomium non posset reduci ad pauciora multo minus reliqua, quare ℞. cub. 460. p̃. ℞. 432. p̃.℞.℞. 442368. p̃. ℞. ℞. 248832. non potest esse

æquatio

æquatio quæsita, igitur oportet vt sit differentia duarum quantitatum, & fundamentum erit in prima regula dicta in Arte magna superius.

Sit cubus a b æqualis 29. rebus a d, & erit superficies b c 29. & c e 42. numeris, & erit corpus, & iuxta altitudinem a d. Et cum ex 29. possint fieri partes, vt vides à latere ex quibus vna ducta in alterius radicem fit numerus, poterit numerus rerum datus cum 28.50.60.52. & 20. æquari cubo, dico modo quod etiam poterunt fieri



aliæ partes non integræ, vtpote 18. p̄. ℞. 72. & 11. m̄. ℞. 72. & ex 18. p̄. ℞. 72. in 3. m̄. ℞. 2. radicem 11. m̄. ℞. 72. fit 42. alius numerus. Ex quo liquet quod oportet 11. m̄. ℞. 72. esse binomium primum aut recisum, vt & etiam. Proponatur ergo e f 18. p̄. ℞. 72. & c g 18. erit ergo h f p̄. ℞. 72. igitur alia pars erit f d denominata per d g, scilicet 11. m̄. f h ℞. 72. ita vt diuisio vera b c, scilicet

28.1.1.28.
25.4.2.50.
20.9.3.60.
13.10.4.52.
4.25.5.20.
18.p̄.℞.72.11.m̄.℞.72.3.m̄.℞.2. / 42.

29. fit verè in f, nam c f est 18. id est c g p̄. ℞. 72. id est f h & d f 11. id est d g m̄. ℞. 72. id est f h. Diuisio autem iuxta nomen in g, quoniam c g est 18. & g d 11. Et quia proportio c b corporis ad c e est veluti c d ad c a, erit c d ad c a, velut 29. pos. ad 42. igitur velut 1. pos. ad $1\frac{13}{29}$, vel $\frac{29}{42}$ pos. ad 1. numerũ. Rursus quia ex regula prima capituli c f in ℞. f d, fit c e corpus, & sit latus d f, d k erit a d ad d k, veluti c f superficiei ad c e superficiem quare veluti c l ad c a. Atque iterum cum l g fiat ex duplo partium d k, proponatur denominata per p̄. & m̄. & sit quod est p̄. d m̄. & quod est m̄. k m duplum, igitur m k in m d producit h f. Vt in exemplo, cum ergo c g proponatur numerus 18. & g l ℞. 72. & proportio partium d k vt denominatæ, id est vt d m, quæ est numerus m̄. m k, & eadem proportioni c g ad g l, sequamur ergo primum argumentum rei. Erit a d ℞. v. $20\frac{3}{4}$ p̄. ℞. $40\frac{1}{2}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞ $\frac{1}{2}$. Ex regula prima. 25. Art. mag.

e f 18. p̄. ℞. 72.
c g 18.
h f ℞. 72.
f d 11. m̄. ℞. 72.
d g 11.
c d ad c a vt 1. pos. $1\frac{13}{29}$.
d k ℞. v. 11. m̄. ℞. 72.
a d ad d k, vt c l ad c a.
m k in m d pd. dim. f h ℞. 18.
d m 3.
m k ℞. 2.
d k 3. m̄. ℞. 2.
c g ad g l, vt d m ad m k.

Hæc igitur est vera æstimatio rei, & eadem est 6. & fit experimentum, quia detracta $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞ $\frac{1}{2}$, ex 6. fit $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞ $\frac{1}{2}$, & hoc est æquale ℞. v. $20\frac{3}{4}$ p̄. ℞. $40\frac{1}{2}$ quod patet quia quadrata vtriusque sunt $20\frac{3}{4}$ p̄. ℞. $40\frac{1}{2}$. Igitur hoc genus æstimationis est generale, quia potest æquari numero, & non æquari, & posset æquari binomio, quia detractis partibus alligatis remaneret binomium aut recisum necessariò, & tunc posset poni ℞. v. radix binomij aut recisi primi.

Rursus proponatur b c 20. numerus rerum c e corpus 32. proponatur c f c b f d 4. ex e f in ℞. f d, quæ est 2. fit 32. Sit iterum c d ad c a vt 20. pos. a d 32. scilicet vt 1. pos. ad $1\frac{3}{5}$, & quia est iterum a d ad d k, vt c f ad c e, quare vt c l ad c a. Et quia a d ex regula prima est ℞. 17. p̄. 1. & d k. est 2. erit a k ℞. 17. m̄. 1. & c e ℞. 68. m̄. 2.

CAPVT XXV.

De examine tertiæ regulæ capituli XXV. Artis magnæ.

PRoponamus quod cubus sit æqualis 18. rebus p̄. 108. tunc si fecero ex 18. numero rerum duas partes, ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuò fiat 54. dimidium 108. Et manifestum est quòd res est 6. Et per regulam generalem est ℞. v. cub. 54. p̄. ℞. 2700. p̄. ℞. v. cu. 54. m̄. ℞. 2700. & hęc verè est 3. p̄. ℞. 3. p̄. 3. m̄. ℞. 3. quod est 6. vt prius. Diuisio autem non est secundum eum modum, sed ℞. partium 18. sunt 3. & 3. & partes 9. & 9. & producta mutuo sic erunt 54. Et similiter assumptis 21. rebus, & 90. numero, faciemus iuxta capitulum generale ex 90. duas partes, ex quarũ ductu vnius in alterum fiat 343. cubus 7. tertiæ partis 21. numeri rerum, & habebimus partes ℞. v. cu. 45. p̄. ℞. 1682. p̄. ℞. v. cu. 45. m̄. ℞. 1682. & est 3. p̄. ℞. 2. p̄. 3. m̄. ℞. 26. vt prius, & ita augendo numerum rerum eximus extra capitulum, sed minuendo numerum rerum nimis non licet vti regula vtpote 1. cu. æqualis 15. rebus p̄. 126. non licet diuidere 15. in duas partes, ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuo, fiat 63. dimidum 126. Quia maximum in quo diuidi possit, est quando diuiditur in partes æquales, vt demonstratum est. Ergo tres sunt partes in hoc capitulo, prima quæ seruit *Per 209. lib de Proport.*

regulæ ſpeciali non generali, cum numerus rerum eſt magnus in comparatione numeri æquationis. Secunda quæ ſeruit regulæ generali non ſpeciali cum numerus æquationis eſt magnus comparatione numeri rerum. Tertia quæ ſeruit vtrique, vt in exemplo non poteſt regula generalis attingere ad 1. cub. æqualem 22. rebus p̃. 84. quia 21. quarta pars 84. non facit quadratum, neque maius neque æquale cubo $7\frac{1}{3}$ tertiæ partis rerum. Similiter regula ſpecialis non attingit ad 1. cub. æqualem 17. rebus p̃. 114. quoniam $8\frac{1}{2}$ ductum in ℞. $8\frac{1}{2}$, producit ℞. $614\frac{1}{8}$, quæ eſt minor $28\frac{1}{4}$, quarta parte 114. numeri propoſiti, vt mutua illa non poſſint componere 57. dimidium numeri propoſiti. Traducenda eſt ergo in toto illo ſpacio, in quo conueniunt vna ad aliam faciendo ex re iam inuenta duas partes, ex quarum ductu vnius in quadratum alterius mutuo, fiat dimidium numeri propoſiti, & illæ erunt partes. Iſtud autem facile fiet diuidendo numeri propoſiti dimidium per rem inde diuidendo rem in duas partes producentes id quod prouenit. Exemplum, cubus æquatur 6. rebus p̃. 6. rei æſtimatio eſt ℞. cub. 4. p̃. ℞. cub. 2. cum hoc diuidemus 3. dimidium numeri æquationis, exit ℞. cub. 2. m̃. 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$, ducam dimidium ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. in ſe fit 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{11}$, à quo detraho ℞. cu. 2. m̃. 1. p̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$, relinquitur 2. m̃. ℞. cub. $\frac{1}{4}$, m̃. ℞. cu. $\frac{1}{10}$, cuius ℞. v. addita & detracta à dimidio prioris oſtendit partes vt vides. Et modum etiã

| ℞. cu. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. 2. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞. cu. $\frac{1}{10}$.
| ℞. cu. $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. v. 2. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{4}$ m̃. ℞, cu. $\frac{1}{10}$.

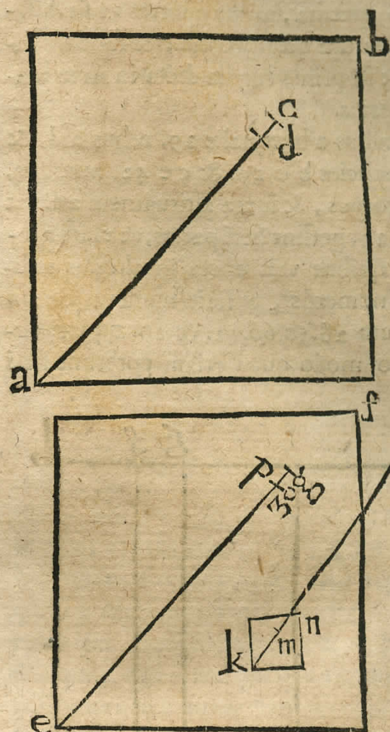
cum demõſtratione ſuperius docui. Quadrata ergo horum iuncta ſunt 6. & mutuo producta iuncta ſunt 3. quod patet experienti. Et eſt pulchra operatio.

Capvt XXVI.

De propoſitione cubi æqualis quadratis, & numero ad cubum cum numero æqualem quadratis,

Si cubus ſit æqualis quadratis & numero, alius verò cubus cum eodem numero ſit æqualis aliquot quadratis, erit proportio differentiæ numeri quadratorum à ſua æſtimatione, dum cubus & numerus eſt æqualis quadratis ad differentiam æſtimationis à numero quadratorum, dum cubus eſt æqualis quadratis & numero, ſicut æſtimationis cubi æqualis quadratis & numero ad æſtimationem cubi & numeri æqualium quadratis duplicata.

Cum ex a b in c d, & ex e f in g h, & ex k n in l m, fiat idem numerus, erit proportio c d ad g h, & c d ad l m, & g h ad l m, velut e f ad a b, & k n ad a b, & k n ad e f, quare vt e h ad a c, & k m ad a c, & k m ad g h duplicata. Veluti ponatur e h ℞.



a c latus a d 9. numerus quad. c d 8. diuiſ. per a b ſeu differentiam æſtimat. à numero quad.

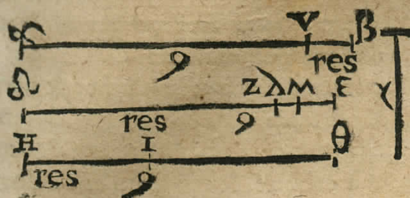
e g 9. numerus quad. e h latus ign. h g 8. diuiſ. ſeu per differentiam æſtim. à numero quad. ignom.

K l 9. numerus quad. K m, latus ſecundæ æſtim. ignom. l m 8. diuiſum per K n, ſeu differentiam æſtimat. à numero quad. ignom.

24. p̃. 4. & k m 1. in 1. cub. p̃. 8. æquali 9. quad. Cum ergo nota e g g h h e nota fiat ſub eiſdem terminis k m & m l ex capite cubi & numeri æqualium quadratis, igitur nota a d d c, & paribus aliis erit nota e h & h g. Diſcrimen ſolum eſt, quòd in cubo æquali rebus & numero differentia eſt lateris, quod ſuperat numerum quadratorum, in ſequentibus figuris numerus quadratorum ſuperat æſtimationẽ rei ſeu latus quad. liquet ergo quod inter e h & k m intercedunt quatuor conditiones: prima quod e h & k m ſunt ambæ æſtimationes capituli propoſiti cubi & 8. numeri æqualium 9. quad. Secunda quod e h & k m ſunt in proportione, in qua eſt l m ad h g viciſſim, ſed hæc eſt duplicata. Tertia quod k m eſt compoſita ex tetragonali g h in e p, poſita o h dimidio h g, & ipſa p h dimidio o h. Quarta quam diximus deeſſe comparando a c & c d ad e h & b g, eſt quòd e h & k m æſtimationes ſunt minores e g ſeu k l numero quadratorum. Cum ergo ex tertia conditione, quod fit ex g h in p e ſit notum, quia g h & o e notæ ſunt, & g o nota, quia dimidium g h erit k m compoſita ex eis nota. Deducitur ergo primum problema ad hoc, detrahe ex k l quantitatem, quæ ſe habeat in proportione duplicata ad h g, in qua e h ad k m. Cum e g & k l ſint idem ſeu æquales. At ſecundum problema eſt, diuide k l, quæ eſt eadem vel æqualis a d, ita vt proportio m l ad c d ſit duplicata ei, quæ eſt a c ad k m. In vtroque autem pariter deducitur res ad cubum & numerum æqualem numero rerum, igitur æſtimatio pariter ignota ex nota pendebit.

Sumãtur ergo rurſus α γ, δ ε, η θ, nouem ſingulæ & æquales, & ſit tota res, & in reliquis dum cubus, & 8. æquantur 9. quad. res ſit δ ζ & κ. Si ergo poſuerimus δ ζ ℞. 24. p̃. 4. erit ζ ε 5. m̃. ℞. 24. Ponamus ergo ι θ 1. quad. & ſit medio in proportione inter ι θ & ζ ε, κ erit κ poſ. ℞. v. 5. m̃. ℞. 24. igitur cum ſit proportio κ ad ζ ε, vt

δ ζ ad



δ ζ ad η ι, ducemus δ ζ, id est ℞. 24. p̄. 4. in ζ ε, quæ est 5. m̄. ℞. 24. fit ℞. 24. m̄. 4. quam diuido per κ, id est pos. 5. m̄. ℞. 24. & exeunt pos. ℞ $\frac{24.p.4.}{1.pos.}$ & hæc est η ι. Igitur tota η θ quæ est 9. est 1. quad. p̄. ℞ $\frac{24.p.4.}{1.pos.}$ quare 1. cub. p̄. ℞. 24. p̄. 4. æquatur 9. pos. & quia notum est hoc ex capitulo iam dicto: & assumo eodem modo α γ & γ ϛ, notas vt sit γ ϛ, 6. m̄. ℞. v. cub. 31. p̄. ℞. 934. p̄. ℞. v. cub. 31. m̄. ℞. 934. & dicamus quod sit $\frac{121}{100}$, nam est propè, & ponamus quod 10. vt prius sit 1. quad. erit κ' pos. $\frac{11}{10}$, duc ergo $\frac{11}{10}$ ϛ γ in α ϛ, id est $\frac{121}{100}$ in $\frac{779}{100}$, & quia est diuidendum productum per $\frac{11}{10}$, ideo sufficiet ducere per $\frac{11}{10}$, & fit $\frac{8569}{1000}$, seu $8\frac{569}{1000}$, diuidendum per ipsos, nam κ fuit $\frac{11}{10}$ pos. quia fuit latus $\frac{121}{100}$ quadratum, habemus ergo vt priùs $8\frac{565}{1000}$, diuidendum per 1. pos. p̄. quadrata æqualia 9. igitur 1. cub. p̄. $8\frac{569}{1000}$ æqualia 9. pos.

Videtur ergo proprior modus demonstrationi, vt supponamus a d rei æstimationem, in qua a b numerus quadratorum, & b d numerus æstimationis, diuisus per quadratum, a b. Et rursus a b numerus, id est quadratorum, & e b numerus æstimationis, idem cum priore, & diuisus per quadratum a c vel a e, quia habet duas æstimationes, sed tunc æquatio erit diuersa, quam oportebit inuenire. Dico ergo quod si cubus p̄. 200. est æqualis 100. erit a e res & a b 100. ponamus ergo a d æstimationem cubi æqualis 100. quad. p̄. 200. erit ergo a d nota, & a b est 100. numerus quadratorum, igitur b d differentia nota, & quia demonstratum est, quod proportio c b ad b d est duplicata ei quæ est a d ad a e, igitur proportio mediæ inter e b ad b d est vt a d ad a e, sit ergo b d 2. pro exemplo vt intelligas pones e $6\frac{1}{2}$ quad. & si b d esset 3. poneres e $6\frac{1}{3}$ quad. & si b d esset 4. poneres e $6\frac{1}{4}$ quad. ad hoc vt media sit 1. pos. quæ ducta in a e, producit quantum a d in d b, productum autem a d in d b est notum, quia a d & d b notæ sunt, & hoc est æquale mediæ ductæ in a e, quæ est numerus quadratorum communis, detracta e b quæ est pars illa, quæ prouenit diuisa monade per b d, & est nota, & est pars cubi. Sequitur igitur ex constructione, vt reducendo ad 1. cub. vt habeas cubum cum numero æqualem numero rerum. Et vt numerus rerum sit semper productum ex b d in a d: & numerus æquationis compositus ex producto quadrati a b in a d, & cubo ipsius b d, veluti si ponatur (vt dixi) a b 100. & b d 2. erit 1. cub. p̄. 408. æqualis 200. rebus, fit autem 200. ex 2. quæ est b d in 100. quæ est a b numerus quadratorum 408. autem componitur ex 400. producto 4. quadrati 2. & est b d in 100. quæ est a b, & 8. cubo 2. b d. & ita si b d esset 3. esset 1. cub. p̄. 927. æqualis 300. rebus, & eodem modo si b d esset 9. esset cubus cum 8829. æqualis 900. rebus, numerus enim rerum semper est productus ex æstimationis differentia à numero quadratorum in ipsum numerum quadratorum. Numerus autem æquationis scilicet 8829. est compositus ex 8100. producto quadrati 9. id est 81. in 100. numerum quadratorum, & 729. cubo b d, quæ est 9. Cum igitur hoc capitulum sit speciale, & circumscriptum habebit æstimationem notam, vt reliqua capitula specialia cubi & numeri æqualium rebus, & hæc æquiualebit generali cubi & numeri æqualium quadratis.

Ergo proposita quæstione cubi & numeri æqualium quadratis erit nota æstimatio cubi æqualis totidem quadratis, & eidem numero, quare a d nota, & quia a b numerus quadratorum est notus, erit nota b d, ducemusque b d in a b & habebimus numerum rerum, ducemus etiam b d ad quadratū inde in a b, & producto addemus cubum d b, & habebimus numerum æquationis, cum regula ergo speciali inueniemus æstimationem eius, & hæc erit prima æquatio, scilicet mediæ quantitatis inter e b & b d, hanc igitur ducemus in se, & diuidemus per b d, & exibit quantitas b e secunda æquatio, quam detrahemus ex a b numero quadratorum proposito, & habebimus a e æquationem tertiam quæsitam. Vnde patet quàm difficilis sit hæc inuentio, & quàm absurdum genus quantitatis proueniat per decem difficultates. Prima est inuentio ad quæ solet esse trinomium compositum cubicum, & ex radicibus vniuersalibus, quia pendet ex capitulo generali. Secunda est residuum b d detracta a b. Tertia est productum ex a b in b d. Quarta est quadratum b d. Quinta productum, ex eodem quadrato in a b. Sexta cubus b d. Septima est æstimationis inuentio cum operationibus capituli specialis. Octaua est deductio inuentæ æstimationis ad quadratum. Nona est diuisio producti per quantitatem b d. Decima est detractio prouentus à numero quadratorum. Ex his facillimæ sunt tres, scilicet secunda, quinta & decima, penè impossibiles duæ, scilicet septima & nona, reliquæ valde difficiles.

Capvt XXVII.

De æstimatione data, vt inueniatur numerus æquationis.

Et cum in capitulis maioribus 1. cubi tum etiam in aliis ex tribus inueniatur quartum, vtpote ex cubo æquali quadratis & numero datis inuenimus æstimationem. Ita æstimatione & cubo & quadratis inueniemus numerum, aut ex eadem

& cubo & numero inueniemus quadrata, nam de cubo non est, vt quæramus ipsum per quadrata & numerum datum cum sola æstimatio doceat, cum ergo sint sex capitula & duobus modis in singulis contingat inueniri, quarum erunt duodecim capitula. Sit ergo primum data a c æstimatio rei, & numerus quadratorum a b datus, qui cum numero aliquo æquatur cubo a c igitur quia a c data est, erit



cubus a c, datus & quadrata sub numero a b data, residuum ergo ad cubum est, quod fit ex b c in quadratum a c, & hoc est notum, quia a c & a b notæ & quadratum a c, igitur numerus æquationis. Detrahe igitur numerum quadratorum ex æstimatione data, & quod relinquitur duc in quadratum æstimationis, productum est numerus æquationis. Exemplum æstimatio est 10. cubi æqualis 6. quadratis & numero cuipiam, detrahe 6. ex 10. relinquitur 4. duc in 100. quadratum 10. fit 400. igitur cubus æquatur 6. quad. p̃. 400.

2 Sit modo numerus æquationis scilicet productum ex b c in quadratum a c, & diuidam illum per quadratum a c, prodibit b c, detraho ex a c, relinquitur a b numerus quadratorum.

3 Sit cubus a b & quadrata b c, data & æstimatio nota erit, ergo cubus notus, & b c ducta in quadratum a b etiam nota, iugendo vtrunque habebis numerum æquationis.

4 Et sit cubus & a b data sit & numerus æquationis datus, igitur detraham cubum a b datum ex æquationis numero dato, residuum diuidam per quadratum a b datum, quia a b data est, quod prodit est b c numerus quadratorum.

5 Et sit a c numerus quadratorum datus, & a b æstimatio rei, & quadrata illa sint æqualia cubo & numero. Quia ergo a b data est, erit quadratum eius, & cubus eius datus, & ideò etiam productum ex a c in quadratum a b, à quo detracto cubo a b, relinquitur numerus æquationis. Exemplum a c sit 6. numerus quadratorum, a b autem 4. cubus eius est 64. quadratum 16. igitur sex quadrata sunt 96. detrahe 64. cubum æstimationis, relinquitur 32. numerus ęquationis, igitur 1. cu. p̃. 32. æquatur 6. quad. quando æstimatio rei est 4. Et in huiusmodi cum æstimatio media æquatur extremis, caue ne casus sit impossibilis.

6 Et sit modo numerus æquationis & æstimationis notus, & velim numerum quadratorum æqualium cubo & dicto numero æquationis. Quia ergo a b nota est æstimatio, erit cubus eius notus: huic addam numerum æquationis iam notum, habebo totum numerum notum quem diuidam per quadratum a b, iam notum, prodibit a c numerus quadratorum.

7 Sit etiam æstimatio nota cubi & rerum æqualium numero, liquet quod cubus & res erunt notæ quæ iunctæ faciunt numerum æquationis notum.

Et rursus si à numero æquationis noto detrahas cubum æstimationis notæ residuum erit notum, quod diuisum per æstimationem ostendit numerum rerum. 8

Rursus si cubus æquatur rebus & numero, & res sint notæ, & æstimatio, ducemus æstimationem in numerum rerum, & detrahemus à cubo rei & residuum erit numerus æquationis. 9

Et ita si à cubo iam noto æquationis numerus detrahatur residuum diuisum per æstimationem ostendit numerum rerum. Caue tamen ne casum proponas impossibilem, velut cubum æqualem rebus, & 10. numero & æstimatio 2. nam oportet æstimationem semper esse maiorem ℞. cu. numeri æquationis, id est 10. & ita in aliis. 10

Sit etiam cubus p̃. 12. æqualis rebus, & sit æstimatio, 2. tunc cubus 2. est 8. adde ad 12. fit 20. diuide per 2. prohibit 10. numerus rerum. 11

Et iterum sit cubus cum numero æqualis 10. rebus & æstimatio 2. duco 2. in 10. fit 20. detraho 8. cubum, relinquitur 12. numerus æquationis qui cum cubo 2. iunctus æquatur decuplo 2. Et quia in capitulis quadratorum vel rerum ęqualium numero & cubo est duplex rei æstimatio, dico quod proposita quauis earum, sequitur idem. Veluti cubus p̃. 24. est æqualis quadratis & æstimatio vna est 2. alia ℞. 21. p̃. 3. duco 2. ad cubum, fit 8. addo ad 24. fit 32. diuido per 4. quadratum 2. exit 8. numerus quadratorum. Similiter duco ℞. 21. p̃. 3. ad cubum, fit ℞. 48384. p̃. 216. adde 24. fit 240. p̃. ℞. 48384. diuide per 30. p̃. ℞. 758. quadratum ℞. 21. p̃. 3. exit 8. 12

Capvt XXVIII.

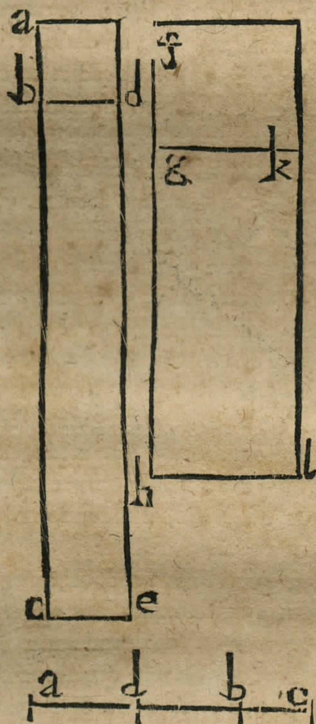
Quòd in proposito capituli XXVI. peruenitur ad cubum, & res æqualia numero.

Cvm verò iam conclusum sit, quòd si quis possit inuenire regulam specialem cubi & numeri æqualium rebus, quando numerus rerum fit ex ductu duorum numerorum inuicem, & numerus æquationis ex ductu quadrati vnius in aggregatum amborum, quod habebit æstimationẽ cubi & numeri æqualium quadratis: dico quod hæc specialis regula est difficilis inuentu, quia æquipollet vni generali, quoniam conuenit omnibus casibus, in quibus cubus & numerus æquantur rebus. Exemplum, si dico cubus & 6. æquantur octo rebus, dico quòd hæc erit sub regula illa speciali quia ponam: quod vna pars sit 1. pos. alia $\frac{8}{1.\,pos.}$, duco igitur 1. pos. in se fit 1. quad. duco 1. quad. in aggregatum 1. pos. p̃. $\frac{8}{1.\,pos.}$, fit cu. p̃. 8. pos. æqualia 6. at hoc habet capitulum generale, igitur regula illa non est propriè specialis.

Caput XXIX.

De comparatione capitulorum cubi, & rerum æqualium numero, & cubi & numeri æqualium totidem rebus.

ET proponatur cubus a d cum rebus numero 10. æquales 12. & erit superficies b c 10. corpus autem a e 12. Dico primum quòd si sumatur f k cubus, qui cum 12. numero, & sit g l corpus iuxta altitudinem f g, æqualia 10. rebus, erit ergo superficies f l ex supposito, & habebit duas æstimationes, quod singulæ illarum erunt in mutua proportione hoc modo b c ad f h, vt f g ad a b, & iterum a e ad g h, vt f g ad a b. Quare proportio a c ad g h, duplicata e c, quæ est b e ad f h. liquet etiam quod vtraque æstimatio f g est maior a b, quia cum æqualiter sumatur est æqualis g l numero, qui est æqualis toti a e, & vltra



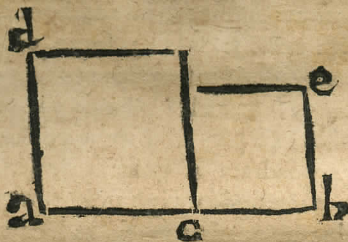
etiam cubo f k per communem animi sententiam. Ex quo sequitur, quod a c sit maior g h, igitur cum sit duplicata ei quæ est b c ad f h, erit b e maior f h. Et etiam clare per se patet cum sit mutua, vt f g ad a b. Et quia 10. res f h æquantur cubo f k & g l numero æquationis, & g l est æqualis cubo a d & b e rebus, erit f h numerus rerum æqualis cubis k a d, & rebus b c, detractis igitur rebus b e ex rebus f h, quæ sunt numero æquales, erunt decem differentiæ f g & a b, æquales cubis a b & f g pariter acceptis.

Rursus proponantur duæ quantitates a b & b c, vt tota a c sit 2. gratia exempli, vt sit differentia illarum d b, & decuplum d b sit æquale cubis a b & b c, diuidemus a c 2. in 1. p̄. 1. pos. & 1. m̄. 1. pos. & cubi erunt 6. quad. p̄. 2. & hoc est æquale 20. rebus, id est decuplo d b, quæ est differentia, igitur 1. quad. p̄. $\frac{1}{3}$ æquatur $3\frac{1}{3}$ rebus & rei æstimatio est $1\frac{2}{3}$, p̄. ℞. $2\frac{4}{9}$ vel $1\frac{2}{3}$ m̄. ℞. $2\frac{4}{9}$.

Caput XXX.

Qualis æqualitas cuborum partium lineæ diuisæ.

SIt a b diuisa in c quadrata eius c d, c e, dico quòd cubi a c c b sunt æquales parallelipedo ex a b in aggregatum quadratorum c d c e dempta superficie a e in c



b, nam quod fit ex a b in aggregatum quadratorum c d, c e est æquale ei quod fit ex a c in c d, c e & ex b c in c e, c d, quare duobus cubis a c & c b, & eis quæ fiunt mutuo parallelipedis a e in c e, & c b in c d, at a c in c e, quantum ex b e in superficiem a c in c b, & ex c b in c d, quantum ex a d in superficiem a c in c b, quod igitur fit ex a b in c d, & c e est æquale cubis a c c b, & ei quod fit ex a d in superficiem a c in c b, & ex b e in eandem, quòd autem fit ex a d in superficiem a c in c b, cum eo quod fit ex b c in eandem est æquale ei quod fit ex tota a b in superficiem a c in c b, eo quod a d est æqualis a c & b e æqualis b c: igitur quod fit ex a b in c d, c e est æquale ei quod fit ex a b in superficiem a c in c b, cum cubis a c & c b, igitur detracto eo quod fit ex a b in superficiē a c in c b ex eo quod fit ex a b in c d, c e & est idē quod detrahere superficiem a c in c b ex quadratis a c, c b erit parallelipedum ex a b in c d c e, detracta superficie a c in c b, æquale cubis a c, c b quod erat demonstrandum.

Caput XXXI.

De æstimatione generali cubi æqualis rebus, & numero solida vocata & operationibus eius.

ET postquam non quærimus in æstimatione nisi demonstrationem operationem & propinquitatem, dico quòd æstimatio cubi æqualis rebus & numero generalis in parte quæ non habetur est nota secundum tres modos propositos in solidis, per primam & tertiam regulam cap. 25. Artis magnæ: & appropinquatio non est minor quàm in reliquis radicibus quadratis aut cubicis, operationem autem nunc docebimus. Verùm in tertia regula ob præcedentem videtur maior æqualitas atque notitia. Si quis ergo dixerit cubus est æqualis 13. rebus p̄. 60. igitur dicemus ex tertia regula,

regula, quod res est ℞. solida 13. in 30. qui est dimidium 60. id est, vt ita diuidatur 13. vt ex partibus in radices suas mutuò ductis fiat 30. Dico ergo quod si volueris hanc ℞. sol. ducere gratia exempli in ℞. duas duces ℞. 2. in se fit 2. duc in 13. fit 26. inde duc ℞. 2. ad cubum, fit ℞. 8. duc ℞. 8. in 30. fit ℞. 7200. igitur ℞. producta erit ℞. sol. 26. in ℞. 7200. Et ita si volueris eandem diuidere per ℞. 2. duc ℞. 2. in se fit 2. diuide 13. per 2. exit $6\frac{1}{2}$, deinde diuide 30. per ℞. 8. cub. ℞. 2. exit ℞. $112\frac{1}{2}$, & erit quod prouenit ℞. sol. $6\frac{1}{2}$ in $112\frac{1}{2}$. Hæc autem facile demonstrari possunt, in additione quoque similium velut ℞. sol. 13. in 30. cu. ℞. sol. 52. in 240. diuides singulos per suas correspondentes, & exibunt diuiso 52. per 13 4. & diuiso 240. per 30. 8. & ℞. cu. 8. est eadē cum ℞. quadrata 4. quia iam supponuntur similes partes, addam igitur ad 2. monadem, fit 3. duc ad quadratum fit 9. duc in 13. fit 117. duc & 3. ad cubum fit 27. duc in 30. fit 810. erit ergo ℞. coniuncta sol. 117. in 810. Idem dico de subtractione. Diuidendo singulas partes per suas similes, eius quod prouenit capiendo ℞. quad. vel cu. quæ erit vna à qua detrahe, & residuum reducito ad quadratum & cubum, & duc in suas partes quæ ei respondent. In dissimilibus autem adiiciemus aut detrahemus simpliciter, quòd etiam facimus in ℞. vniuersalibus & anomalis. Possent & aliqua in huiusmodi subtiliora inueniri, sed satis sit si aliquis dicat, habui cubum æqualem 6. rebus p̄. 1. dices igitur æstimatio rei est ℞. sol. 6. in $\frac{1}{2}$, id est aggregatum duarum radicum quadratorum partium 6. ex quarum mutua multiplicatione in ipsas partes producatur $\frac{1}{2}$.

Et pro appropinquatione celeri ac breui duces ad integras per numerum partes habentem, ducendo puta per 4. & habebis ℞. sol. 96. in 32. igitur pars vna erit $95\frac{8}{9}$, & alia $\frac{1}{9}$. Et hoc est maius, minus autem $95\frac{9}{10}$ & $\frac{1}{10}$, igitur propinqua vna erit $95\frac{17}{19}$ alia $\frac{2}{19}$, huius ergo accipiemus quartam partem, & erunt numeri $5\frac{151}{152}$ & $\frac{1}{152}$.

In inæqualibus autem iungendis, detrahendis, multiplicandis ac diuidendis eadem facimus quæ in ℞. diuersis, neque enim licet eas aliter iungere quam per p̄. & subtrahere quam per m̄. velut ℞. cu. 10. cum ℞. quadrata 8. dicemus ℞. 8. p̄. ℞. cu. 10. vel detrahendo ℞. 8. m̄. ℞. cu. 10. Et si quis dicat quòd possumus etiam iungere hoc modo ℞. v. 8. p̄. ℞. cu. 100. p̄. ℞℞. cu. ℞. 3276800. dico quòd est hæc longior & difficilior. De longitudine patet sensu: de difficultate in vltima parte cogeris intelligere ℞. quadratam & ℞. cu. vt in alia & præter id etiam ℞. cub. 100. inde totius aggregati ℞. vniuersalem, licet forsan quod ad propinquitatem attinet, forsan redderetur aliquanto exactior, quia esset vna tantum & minoris aggregati, vnde notandum, quòd si quis velit ℞. cu. 10. p̄. ℞. 8. Et ℞. v. ℞. cu. 10. p̄. ℞. 8. quòd prima sub eadem additione erit proxima $2\frac{17}{20}$ & $2\frac{3}{20}$, quod totum est 5. vt manifestum, sed ℞. v. $2\frac{17}{20}$ & $2\frac{3}{20}$ est $2\frac{59}{221}$. Et hoc manifestè est proximius radici veræ ℞. cub. 10. p̄. ℞. 8. quam 5. quia ℞℞. 10. est proximior ℞℞℞. 101. quam ℞. 10. ℞℞. 101. & multo magis quam 10. ipsum ℞. 101. differt m̄. penè per $\frac{1}{20}$, & ℞. 10. differt eo modo sumpta à ℞℞. 101. per $\frac{1}{67}$ quod est multo minus quam $\frac{1}{20}$ in $\frac{1}{28}$. Sed tamen hoc contingit per se non habita proportionis ratione. Forsan in multiplicatione & diuisione aliter dicendum esset, quoniam partes redduntur pauciores: sed tamen cum incommensæ fuerint remanet numerus aggregati, vt ℞. 6. p̄. ℞. 5. in ℞. 3. m̄. ℞. 2. producit ℞. 18. p̄. ℞. 15. m̄. ℞. 12. m̄. ℞. 10. quid ergo refert si dicam ℞. 18. p̄. ℞. 15. m̄. ℞. 12. m̄. ℞. 10. & ℞. 6. p̄. ℞. 5. in ℞. 9. m̄. ℞. 2. cum enim oportebit illas addere, duplicare, diuidere, diuidam vnamquamque seorsum, & post iungam eodem modo aut detraham. Sint ergo dissimiles ℞. sol. 13. in 30. & ℞. sol. 5. in 6. sic multiplicabo ℞. sol. 13. in 30. produc. in ℞. sol. 5. in in 6. sic diuidam ℞. sol. 13. in 30. & ita addam ℞. sol. 13. in 30. p̄. ℞. sol. 5. in 6. & ita detraham ℞. sol. 13. in 30. ℞. sol. 5. in 6. m̄. ℞. sol. 5. in 6. Et accipiam ℞. v. hoc modo ℞. v. ℞. sol. 13. in 30. & est ℞. 5. & ita accipiam ℞. cu. hoc modo ℞. v. cu. ℞. sol. 13. in 30. Et in solidis radici cuicunque debet adiici v. id est nota vniuersalis cum sit vnum totum.

Et nota quod ℞. sol. dicitur non tota sed comparatiuè, velut cum dico ℞. v. ℞. 9. p̄. ℞. cu. 27. vult dicere, accipi ℞. 9. quæ est 3. & ℞. cub. 27. quæ est etiam 3. iunge, fiunt 6. igitur ℞. v. 9. p̄. ℞. cu 27. est ℞. 6. Sed non est sic de ℞. v. ℞. sol. 13. in 30. neque enim cum ℞. 13. quadratorum aggregati sit 5. & ℞. 30. vt parallelipeda sit rursus ℞. v. est ℞. 8. aggregati 5. & 5. sed est ℞. simpliciter vnius partis tantum, id est 5. Et ideo nota quod semper sunt æquales, igitur ducendo, diuidendo ℞. solidæ partes sunt æquales.

Et nota quòd licèt producti ex aggregato duorum quadratorum in aggregatum duorum quadratorum producant semper aggregatum ex duobus quadratis, vt 5. in 5. & 5. in 13. & 5. in 8. & 5. in 18. & 13. in 25. & 13. in 8. & 8. in 25. & 8. in 50. & ita de aliis, tamen illæ partes non seruant proportionem, velut 5. in 13. efficit 65. qui componitur ex 64. & 1. quadratis, qui nihil habent cum 15. qui verè producitur ex 5. ℞. solida 13. in 30. in 3. ℞. sol. 5. in 6. nec etiam diuiso 65. in 49. & 16. nam radices sunt 7. & 4. quæ iunctæ faciunt 11. qui etiam est diuersus à 15. Ideò aliunde petenda est ratio cur componantur, constat enim esse longè plures qui non componuntur: vt vsque ad 20. sunt 2. 5. 8. 10. 13. 17. 18. 20. Sunt ergo duodecim qui non componuntur, & octo tantum qui componuntur. Et à 20. ad 40. Sunt 25. 26. 29. 32. 34. 37. 40. adhuc pauciores à 40. ad 60. sunt 41. 45. 50. 52. 53. 58. pauciores.

CAPVT XXXII.

De comparatione duarum quantitatum iuxta proportionem partium.

ET sumantur duæ quantitates ab maior, c d minor, dico quod poterunt diuidi ita vt sit proportio vnius partis ad aliam maioris inæqualitatis, & residui ad residuum vsque in infinitum, nam ablata a e æquali c d erit b e ad residuum infinita, ergo ex regula dialectica semper licebit diuidendo residuum, vtpote facta a f æquali c g, diuidendo e f & d g per æqualia erit proportio residui vsque ad b, ad residuũ vsq; ad g perpetuò maior: & ita vsque in infinitum diuidendo versus d, & assumendo aliquid maius in ab erit vt procedatur vsque in infitum in proportione residuorum.

Dico præterea quòd non poterunt ambæ proportiones esse minores proportione totius ad totum: quia si detrahatur minor proportio vt a e ad c g, quam a b ad c d fiat a e ad c h, æqualis a b ad c d, igitur a e ad c g minor quã a c ad c h, igitur c h minor c g: b e ergo ad h d, vt a b ad c d, igitur b e ad g d maior quam a b ad c d.

Per 10 quinti Elem. *Per 9. quinti Elem.* *Per 8. quinti eiusdem.*

Manifestum est ergo quod sub minima proportione ambæ partes erunt cum fuerint quantitates diuisæ secundum proportionem totius ad totum: hoc etiam infinitis modis, sed non fit varietas.

Dico modo quòd non poterunt in proportionem reduplicatam maiorem quam totius ad totum æqualem, nec minorem quam sit proportio media, voco proportionem reduplicatam cum fuerit proportio partium vt residuorum duplicata, velut si proportio a b ad c d nonupla dico quòd non potest diuidi a b & c d, vt sit proportio maior, nec æqualis nonuplæ, nec æqua-



lis aut minor tripla, nam si sit a e ad e f nonupla, igitur c b ad f d nonupla, ergo nonupla nonuplæ duplicata erit quod esse non potest, & si maior nonupla ergo ex demonstratis e b ad f d minor nonupla, ergo non duplicata ad illam.

Nec potest diuidi a b & c d ita vt sit minor quam tripla: nam si sit tripla b e ad f d, cum sit per demonstrata a e ad c f maior nonupla eo quod e b ad f d est minor, quam a b ad c d. igitur a e ad c f maior duplicata e b ad f d, non ergo duplicata. Multo minus si sit proportio e b ad f d minor tripla poterit esse residui ad residuum duplicata.

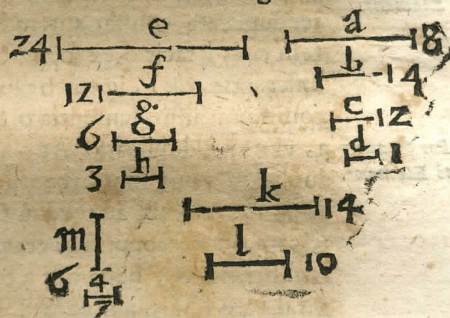
Cum ergo quis dixerit diuide 18. & 2. ita vt proportio partium sit reduplicata quadruplæ, tunc cum quadrupla sit minor nonupla, & maior tripla, duc 4. numerum proportionis in se fit 16. duc in 2. minorem quantitatem fit 32. aufer maiorem scilicet 18. relinquitur 14. hunc diuide per differentiam proportionis à suo quadrato, id est 12. qui est differentia quadrati 4. & ipsius 4. & exit $1\frac{1}{6}$: aufer ex 2. relinquitur $\frac{5}{6}$ aufer quadruplum $1\frac{1}{6}$, quod est $4\frac{2}{3}$ ex 18. relinquitur $13\frac{1}{3}$ quod est sexdecuplum ad $\frac{5}{6}$.

Ex hoc etiam patet, quòd seu maior maioris, vt hic seu minor habuerit rationem residui, id est partis quæ habet proportionem duplicatam, semper habebit ad minorem portionem minoris lineæ nunquam ad maiorem.

CAPVT XXXIII.

De duplici ordine quatuor quantitatum homologarum eiusdem proportionis ad duas alias.

SInt a b c d & e f g h homologæ, & in eadem proportione, & sint aliæ k & l eiusdem generis, & ex differentia a & d in m producatur differentia productorum b in k & d in l, dico quòd differentia productorum f in k & h in l, producetur ex differentia e & h in eandem m. Et est generalis in similibus semper seruando rationẽ assumptorũ. Nam quia b ab d vt f ad h, erit b ad f vt d ad h permutando, quare productorum ex b & f in k inuicem, vt productorum d & h in l inuicem, vtraque enim vt b ad f & d ad h, quæ se habent eodem modo: permutando igitur productorum b in k & d in l, vt f in k & h in l: quare & differentiarum veluti b ad f: at vt b ad f, ita differentiæ a d, ad differentiam e h. igitur diuisa differentia f in k & h in l per differentiam l h exibit m.

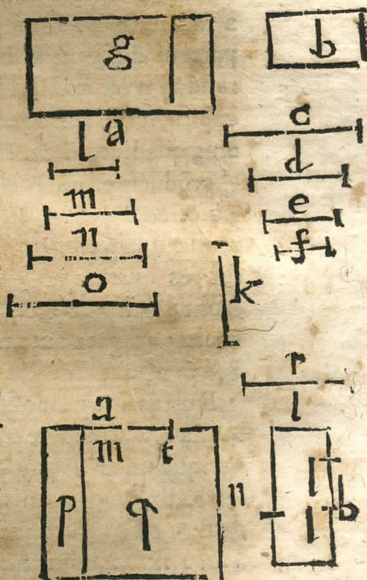


Per 11 quinti Elem. *Per 19. quinti Elem.*

CAPVT XXXIV.

De triplici diuisione duarum quantitatum in mutuam reduplicatam.

CVmque propositæ fuerunt duæ lineæ a & b possumus imaginari, vt diuidamus vtramque, vt sit proportio mutua reduplicata: nam de recta superius locuti sumus. Et potest istud fieri per additionẽ eiusdem quantitatis ad vtramque quãtitatem, sed vt fiat media proportio, & potest fieri vt eadẽ quantitas addatur & detrahatur ab vtraque, & residuorum proportio sit duplicata proportioni aggregatorum: & hæc tria hic docebimus demonstrantes solum: nam reliquorum sufficiet docere operationem. Quartum autem est de quo posterius agetur quod est difficillimum. Volo ergo diuidere a & b, vt sit proportio secun- *Cap. 3.*



Per 12. sexti Element. dæ partis, b ad ſecundam partem, aut primæ partis a ad primam partem b duplicata iuxta proportionem datam inter c & ſtatuo e f in continua proportione cum c d, & duco d in a & f in b, & fiant ſuperficies a & b, & detraho b ex a, & relinquatur g, & detraho f ex e & relinquatuk, & fiat ſuperficies ſuper k æqualis g, cuius latus ſit l, & iuxta proportionem f e d c ſtatuo l m n o, & duco l in b, & n in a, & fiant ſuperficies a n, b l. *Per 44. primi Element:* Et rurſus detraho b l ex a n, & ſit p, cuius reſiduum ſit ſuperficies q, aufero etiam l ex o, & relinquatur r, & ſuper r ſtatuo ſuperficiem æqualem q, cuius ſecundum latus conſtat eſſe rurſus l per præcedentem: aufero l ex b, & relinquatur ſ & m aufero ex a, & relinquatur t. Dico ergo quòd cum proportio m ad l ſit vt c ad d, quòd proportio ſ ad t eſt *Per 1. ſecundi Element.* duplicata ei quæ eſt m ad l, ſeu c ad d. Nam ex demonſtratis p fit ex l in b, & q ex l in r, igitur a n ex l in b r, igitur n ad l, vt b r ad a, ſed n ad l, vt m ad l duplicata, igitur b r *Per 16. ſexti Element.* ad a, vt m ad l duplicata. Et vt c ad d pariter duplicata, conſtat autem b r ex l, ſ, r. r autem cum l facit o ex ſuppoſito, nam r fuit differentia o & l, igitur b r ſunt æquales ex communi anmi ſententia o ſ: igitur o ſ ad *Per 19. quinti Element.* a, vt c ad d duplicata. At o ad m vt c ad d duplicata, quia ſunt in continua proportione, igitur reſidui ſ ad reſiduũ t, vt c ad d duplicata, quod propoſitum erat. Operatio autem breuis eſt, ponamus vt in exemplo c 24. d 12. e 6. f 3. a ſi 10. b 8. Duco d in a fit 120. duco f in b fit 24. detrahe 24 ex 120. relinquitur 96. diuide 96. per 21. differentiam c & f, exit $4\frac{4}{7}$ quantitas l, igitur ducendo l per e fit $36\frac{4}{7}$, diuide per f exit $9\frac{1}{7}$, quantitas m quæ eſt dupla ad l, vt c ad d, detrahe ergo $4\frac{4}{7}$ ex 8. relinquitur $3\frac{3}{7}$, detrahe $9\frac{1}{7}$, ex 10. relinquuntur $\frac{6}{7}$, proportio $3\frac{3}{7}$ ad $\frac{7}{6}$, eſt quadrupla, & duplicata ei quæ eſt c ad d.

24	
12	10
6	
3	8

Propoſitis ergo duabus lineis rurſus a & b, quibus volo addere communem c, & detrahere rurſus vt ſit proportio reſiduorum duplicata ei quæ eſt aggregatorum. Duc differentiam quadratorum in ſe, & eius cape trigeſimam ſextam partem, cui adde tertiam partem producti vnius in alteram, & à radice totius aggregati, detrahe ſextam partem differentiæ dictorum quadratorum, reſiduum eſt quæſita tertia quantitas, velut capio 5. & 4. differentia quadratorum eſt 9. eius quadratum 81. cuius $\frac{1}{36}$. eſt $2\frac{1}{4}$, cui adde $\frac{1}{3}$ producti 5. in 4. & eſt $6\frac{2}{3}$, qui eſt tertia pars 20. & fit $8\frac{1}{12}$, cuius à radice detrahe $\frac{1}{6}$, differentiæ quadratorum, id eſt $1\frac{1}{2}$, & relinquitur res quæſita ℞. $8\frac{11}{12}$ m̃. $1\frac{1}{2}$. Igitur partes erunt $6\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $8\frac{1}{12}$, & $5\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $8\frac{1}{12}$ reſidua ſcilicet: aggregata autem $3\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $8\frac{11}{12}$, & ℞. $8\frac{11}{12}$ p̃. $2\frac{1}{2}$.

Rurſus ſint propoſitæ duæ lineæ, & ſit vna 4. alia 3. volo addere communem quantitatẽ vtrique quod ſit proportio aggregati media ſeu radix proportionis propoſitarum quantitatũ: & eſt quaſi conuerſa pręcedentis. Duco 4. in 3. fit 12 huius ℞. addo vtriq; & habeo intentum, proportio enim ℞. 12. ad 3. eſt velut 4. p̃. ℞. 12. ad ℞. 12. p̃. 3. nam 3. in 4. p̃. ℞. 12. producit 12. p̃. ℞. 108. & ℞. 12. in ℞. 12. p̃. 3. nõ minus producit idẽ 12. p̃. ℞. 108.

Ex hoc ſequitur quod proportio binomij ad aliud binomiũ alterius ſpeciei poteſt eſſe quantitas potentia tantum rhete, velut ſi duco ℞. 3. in ℞. 12. p̃. 2. fit 6. p̃. ℞. 12. igitur 6. p̃. ℞. 12. eſt in proportione ℞. 3. ad ℞. 12. p̃. 2. Et ita de reciſis 6. m̃. ℞. 12. eſt in proportione ℞. 3. ad ℞. 12. m̃. 2. & hoc propter communicationem, quia ℞. eſt media inter duos numeros, & numerus inter duas ℞.

SCHOLIVM.

Dico modo quòd ſi partes binomiorum non ſint commenſæ ſecundum eandem proportionem, quòd ſi binomium binomio eſſet commenſum, aut reciſum reciſo, numerus eſſet commenſus potentia tantum rhete ſeu longitudine alogæ. Et ſint gratia exempli a b tripla d e & b c dupla e f, dico quòd ſi tota a c eſſet commenſa toti d f, eſſent partes a b, b c inuicem commenſæ iteq; d e & e f. Nam vt demonſtrauimus ſupra, quia non eſt eadem omnium proportio, igitur vnius par ad partem vna maior altera minor, ſit ergo minor b c ad e f, quam a c ad d f, & hæc minor quam a b ad d e, fiat vt a c ad d f, ita a g ad d e, commenſum eſt igitur a g d e, & fuit etiam a b cõmenſum d e, igitur a g g b commenſę. Similiter b c commẽſa fuit e f & g e eidẽ, quia in proportione a e ad d f, g c igitur cõmenſa b e, quare g b ipſi b c fuerat etiam b a, igitur a b b c commenſæ ſunt, quare etiam d e f. Non eſt autem neceſſarium (vt dixi) quòd ſi partes ſint commenſæ, vt totum ſit toti cõmenſum vt dixi: neq; etiam ſi totum toti & pars parti, vt reliqua pars reliquæ parti, velut 10. & 9. ſunt commenſa, & ℞. 20. & ℞. 5. commenſa, non tamen 10. p̃. ℞. 20. eſt commenſum 9. p̃. ℞. 5. aliter ſequeretur quod 10. & ℞. 20. eſſent commenſa, quod eſt abſurdum.

a b g b ℞48 c
d z e ℞12 f

Ex hoc ſequitur quod binomio non commenſa non poſſunt eſſe in proportione numeri: poſſunt tamen eſſe in proportione vnius ſimplicis quantitatis.

CAPVT XXXV.

De ſex proportionibus mutuis reduplicatis, quæ oriuntur ex additione vnius quantitatis ad vnam aliam, & duabus inutilibus.

CVm propoſita fuerit vna quantitas, puta 2. poſſum addere illi aliam quantitatem, octoque modi proportionis reduplicatæ conſurgent, quorum duo ſunt inutiles: modi ergo ſunt, vt quantitas addita ad propoſitum habeat duplicatam proportionem quam aggregatum ad additã. Secundus cõuerſus, vt aggregatum ad a d additam habeat duplicatam ad eam quæ eſt additę ad propopoſitum. Et ideò ponam eos ordinatim in tabula. Prima igitur vtilium, duc 2. numerum propoſitum ad quadratum fit 4. & ad cubum fit, 8. & habebis 1. cub. æqualẽ 4 rebus p̃. 8.

1 Aggreg.ad add.dup.add.ad prop.
2 Add.ad prop.dup.aggreg.ad add.
3 Aggreg.ad add.dup.prop.ad add.
Propoſ.ad add.dup.aggreg.ad add.inn.
4 Aggreg.ad propoſ.dup.propoſ.ad add.
5 Propoſ.ad add.dup.aggreg.ad propoſ.
6 Aggreg.ad prop.dup.add.ad propoſ.
Addit ad prop.dup.aggreg.ad prop.inn.

Secunda, duc 2. ad cubum, fit 8. accipe ℞.quæ eſt ℞.8. & accipe ℞. 2. & ita habebis 1. cu.æqualem quadrat.℞. 2. & ℞.8. & quadratum æſtimationis eſt res quæſita.

Tertia habet quadratum p̄.2.poſ.numero propoſito æqualiá 4. quadrato numeri propoſiti.

Quarta habebimus cub. p̄. quad. 2.numeri propoſiti æqualia 8. cubo numeri propoſiti.

Quinta, duc 2. ad cubum fit 8.& habebis 1.cub.p̄.rebus numero propoſito, ſcilicet 2.æqualia ℞. 8. & quadratum æſtimationis eſt quantitas quæſita.

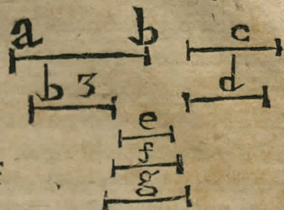
Sexta habebimus quadratum æquale rebus numero propoſito, id eſt 2.& numero quadrato numeri propoſiti,id eſt 4. vt ſit 1. quad.æquale 2.poſ.p̄.4.

Dico demum quod proportio confuſa aggregati primæ & quartæ quantitatum omiologarum ad aggregatum ſecundæ & tertiæ earundem eſt veluti quadrati p̄.1. detracta proportione ad ipſam proportionem, vt aliâs demonſtraui. Ex quo habetur confuſa quarumlibet quatuor quantitatum rectè intelligenti.

Capvt XXXVI.

De diuidendis duabus lineis æqualibus ſecundum proportionem mutuam reduplicatam datam.

Istud docemus in arte magna. Sed ibi adnotanda ſunt illa verba ex quibus totum negocium pendet: Rurſus quod fit ex a b & a d in a b, & e f eſt æquale ei quod fit ex e f & e g in aggregatū a b & e f,quia ex ſuppoſito e f & e g, æquantur a b & a d,conſtat ergo a b quantitatem, & e f bis aſſumi,& cum hoc ſupponi a b & a d æquales eſſe e f & e g, vt primū poteſt ſupponi pro arbitrio, ſed ſecundum non ita:eo tandē venitur vt duæ & duæ quantitates ſint in eadē proportione cū tertia. Et quod tertia illa ſcilicet a b & e f componitur ex ſecundis a b & e f. At duabus quibuslibet cōſtitutis proportionibus,& manētibus duabus quātitatibus, licebit conſtituere communē illā quantitatem,& reliquas duas inuenire. Exemplū,ſint datæ duæ quātitates a 6.b 3.& aliæ duæ c d ſubiungo ead a b in cōtinua proportione, & facio f ad e,vt d ad c,& g ad f ſimiliter,eritque g ad a,vt f ad b duplicata. Eo igitur peruenire oportet cum proportione data loco æqualitatis, Conſtat etiā

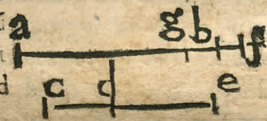


quòd ſi proportio a ad c ſit duplicata ei quæ eſt b ad d,quod hæ quatuor quantitates copulabuntur ad vnam.

Capvt XXXVII.

De ſex comparationibus quatuor quantitatum reduplicatæ proportionis.

Et ſint quatuor quantitates reduplicatá mutua proportione a b prima, c de ſecūda,d e tertia,b f quarta, dico quòd duabus ex his notis fiunt vt liquet ſex coniugationes,& duæ harum neq;cum aggregatis per ſe notis notæ ſunt, ſcilicet nota prima & quarta,vel ſecunda & tertia notiſq; a f & c e:at reliquæ quatuor notam faciunt quātitatē modo aggregatū omnium notū ſit. Sit ergo primū a b & c d nota, vtpote a b 24. c d 6.aggregatū a f & c e 47.tūc tu ſcis quod proportio d e ad b f eſt,vt a b ad c d duplicata,igitur vt 16.ad 1.igitur d e & b f ad b f,vt 17.ad 1.at d e & b f ſunt 17.igitur diuiſo 17. per 17.habebis b f vnum & d e ſexdecim,nā d e & b f ſunt 30.vt dixi,quia a b & c d ſunt 30.& a f & c e 47.igitur reſiduum quod eſt d e & b f eſt 17.



Sit rurſus b f 1,d e 16.aggregatū a f & c e, 47.igitur a b & c d ſunt 30. & proportio a b ad c d,vt 4.ad 1.& ab c d ad c d,vt c ad 1.diuide 30.per 5.exit 6.& tāta erit c d & a b 24.

Proponatur modo a b & d e notæ 40.totū, vt prius 47.& ſit primo nota b f,& ſit 1. & c d 6.ponam a b 1.poſ.erit tertia in proportione $\frac{1}{6}$quad.duc in b f,fit $\frac{1}{6}$quad.diuide per c d,exit $\frac{1}{36}$quad.igitur $\frac{1}{36}$quad.p̄.1.poſ. æquantur 40.& 1.quad.p̄.36.poſ.æquantur 1440. & ita rei æſtimatio eſt 24.cuius quadratū eſt 576. & eius pars trigeſima ſexta 16.ſeu detracto 24.à 40.relinquitur idē 16.Supponatur modo ab nota 24.d e 16.totū 47. erit reliquum aggregatum c d & b f 7.ponatur c d 1.poſ.erit tertia in proportione $\frac{1}{24}$quad.duc $\frac{1}{24}$ quad.in 16.fit $\frac{2}{3}$ quad. diuide per a b, id eſt 24.exit $\frac{1}{36}$ quad.æquantur igitur $\frac{1}{36}$ quad.p̄.1. poſ. ad 7. Igitur 1. quad. p̄.36. poſ. æqualia 252.& res eſt 6.& eſt c d reſiduū eſt 1.b f. At modo ſi ponatur c e 22.nota ita vt c d ſit b & d e 16.& a f 25.Ponemus vt in tertio caſu a b 1.poſ.erit tertia in proport. $\frac{1}{6}$quad.Igitur ſi $\frac{1}{6}$quad.producit 6. quid producet d e quæ eſt 16. duc 6. in 16. fit 96. diuide p̄ $\frac{1}{6}$ quad exit $\frac{576}{1.quad.}$ hoc ergo cum 1.poſ. iunctū efficit 25.igitur 25.quad.æqualia 1.cub.p̄.576.

Et hoc non continetur in capitulo. Sed quia in hoc caſu ſupponimus numerum quadratorum eſſe 22. quia c e & æſtimatio eſt c d 6. cuius cubus 210. qui cum 576. efficit 792. & hoc eſt æquale 22. quadratis, nam 22. in 36. efficit 792. Et ſupponimus a g numerum quadratorum, id eſt 22. & a b rei æſtimationem, & quod ex b g in quadratum a b fiat 576.habebimus 1. cub. æqualem 22. quad.p̄.576. Et hoc habet capitulum. Sed res non redit ad idem, nam æſtimatio rei eſt minor 24.quia ſi eſſet 24.cubus eſſet æqualis 24.quadratis, igitur

22.quadratis & duplo vnius quadrati , at unum quadratum est 576,igitur erit æqualis 22 quadratis, & 1152 nō ergo 22 quadratis p̃ 576 solum. Et similiter notis a b & b f, & noto aggregato c e incidimus in eiusdem difficultates.

Capvt XXXVIII.

De confusa quantitatum mutuarum in porportione reduplicata comparatione.

ET ponamus ut sint duæ lineæ a b & c d, diuisæ in e & f, & sit proportio f d ad c b, uelut a e ad c f duplicata, & sint e f secunda & c b quarta æquales & notæ , & totum aggregatum erit etiam notum. nam in hoc casu proportio aggregati primæ & quartæ, id est a b ad aggregatum secundæ & tertiæ. id est, c d est ut quadrati proportionis p̃. 1, ad proportionem ipsam itidem p̃. 1, uelut sit a b 15, c d 9, diuido 15 per 9, exit $1\frac{2}{3}$, & hoc est quadratum proportionis p̃. 1 in cōparatione ad 1 pos. p̃. 1, quare cū 1 pos.

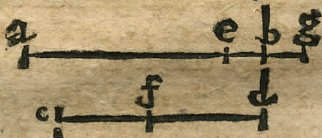


p̃. 1, hic habeat locum unius, erit ut ponamus 1 p̃. 1 pos. & ducamus p̃. $1\frac{2}{3}$, fit $1\frac{2}{3}$, pos. p̃. $1\frac{2}{3}$ æqualia 1 quad p̃. 1, igitur 1 quad. æquatur $1\frac{2}{3}$, pos. p̃. $\frac{2}{3}$ ergo res est ℞ $\frac{49}{36}$ p̃. $\frac{5}{6}$, quod est 2, & proportio erit dupla, pone igitur 1 pos, detrahe ex 9, fit 9 m̃. 1 pos. & ita etiam quia secunda est æqualis quartæ , erit 15 m̃. 1 pos. dupla etiam 9 m̃ 1 pos. & 18 m̃. 2 pos. æqualia 15. m̃. 1 pos. & 15 p̃. 2 pos. æqualia 18 p̃. 1 pos. igitur res est 3. Ideò in hoc casu tres quantitates necessariò sunt in continua proportione.

Capvt XXXIX.

De diuidendis duabus lineis notis secundum proportionem mutuam redu plicatam iuxta partes datas.

HOc capitulum est pars duorū superiorū: & ex eo habetur capitulum generale cubi & numeri æqualium quadratis : nam
Cap. 26. & 27. propositis, gratia exēpli, 1 cu. p̃. 16. æquali-



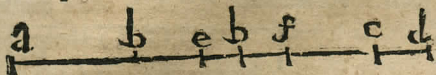
bus 9 quadratis, proponā lineam a e 9, & quærā æstimationem 1 cu. æqualis 9 quad. p̃. 16 quæ sit a b, igitur nota b e, addā b g æqualem b e, ergo a e, a b, a g, c b, b g, e g, c d æqualis a e omnes notæ. Propositū igitur est diuidere c d in f, ut sit f d ad b g duplicata ei quæ est a b ad e f, qua inuenta cum cubus e f, additis 16 ex supposito sit æqualis corpori ex c d in quadratum c f, quoniā totū est æquale suis partibus : & d e sit 9, & quod fit ex d f in quadratū c f 16 , nam tantum fit ex b g in quadratū a b: igitur 9 quadrata e f æquatur cubo p̃. 19. Vt ergo diuidamus c d iuxta hoc noscere oportet ordinē eorū quæ dicta sunt su pra, scilicet quòd quātitates a b, c f, f d & b g collo cātur hoc ordine, ut sunt mutuæ reduplicatæ: alio ut sunt in cōtinua porportione cum una & eadē, scilicet a b prima, f d secunda, c f tertia, b g quarta, prima & quarta manētin utroque ordine, sed secunda & tertia mutantur, nam c f est in reduplicata secunda, & f d tertia, in recta f d est secunda, e f tertia.

Proponantur rursus notæ h, a b & c d, & sint partes cōstitutæ e a, e b, f c, f d, quarum Cap. 39 regula secūda
una si nota esset palā est ob cōtinuā proportionem quòd essent omnes notæ, sed si solæ h, a b & c d, palā est quòd erunt notæ partes per Artem magnā deueniendo ad capitulū cubi rerū & quadratorum æqualiū numero. Ex qua peruenies ad cognitionem partium propositarum, ut si h ponatur 4 a b 6 m̃. ℞. 12 c d ℞ 12 m̃. 1. Et partes se habebunt, ut uides. Est autem proportio 1 ad 4 m̃.

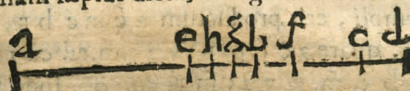
4
2 ℞ 12 m̃. 2
1. 4 m̃. ℞ 12

℞ 12 duplicata ei quæ est 2 ad ℞. 12 m̃. 2, & caue ne te confundas. Dico etiā quod si cubus & 24 sint æquales 8 quad. & sit c d numerus quadratorū scilicet 8, ut sit a e æqualis c d, sciemus c b & b g, & erunt posita c b 1 quad. & b g, 1 cu. p̃. 8 pos. æqualia ℞. 24 numeri propositi, & tam c b quā b g erūt quadrata æstimationis. Quia ergo notæ c b, b g, & per duo supposita nota. scilicet quantitatē c d seu a e & numerū æquationis, id est 24. & hic producitur ex supposito ex f d in quadratū f c & f d & f e habent necessitatē saltēalternā, quia dū c d & a c sunt 8, & numerus qui producitur 24, uariatur ut sit 20 aut 22 aut 25, tunc uariatur quātitas rei, & quadratū eius e b, b g, igitur propo sitaquāntitate c d uel a e quātitates e b seu b g habent connexionē cū c f & f d : & quia si nō supponeretur numerus 24, haberetur ex partibus c f & f d, ducēdo f d in quadratum f c, fiet ut inuenta e b contraria ratione necessaria sit cognitio diuisionis c d in f. Nam cum proposuerimus c f, f d cognitas per duo consequentia ad illa quæ sunt aggregatum earum, & productū d f in quadratum f c, consequimur duas alias a e & c b seu b g, igitur per a e, c b seu b g, & duo consequentia & sunt a b, b g & productū g b in quadratum a b cum uno ex tribus c f, f d, c d, inueniemus reliqua duo. At c d nota est semper ex supposito cum sit æqualis a e igitur c f & f d. Si ergo ponatur productum g b in quadratum a b 20, & c f duo erit f d 5, diuiso 20 per 4 quadratum 2, & si f d ponatur 5. erit c f ℞. 4, id est, 2 nā diuiso 20 per 5 exit 4, manifestū est ergo quod c f, f d & c d habēt consequētiā ad a b seu a e & e b seu b g. Concludo quòd supposita cognitione a b, b g, quæ sēper habetur necessaria est cōnexio cum c f & f d, quia c d est differētia a b b g quæ nō esset, si c d nō esset illa differētia, sed solū 1 cub. p̃. 24 æquaretur 8 quadratis, & esset nota a b, & b g, ex quarum ducta b g in quadratū a b, fieret 24, sed c d nō esset 8, nec æqualis differētiæ a b & b g. Proponatur ergo linea a d nota, & est rei æstimatio cubi æqualis quadratis numero a c, &

& numero æstimationis proposito qui fit ex c d in quadratum a d, & nota est ex hoc



c d. item nota est quia est differentia a d & a c numeri quadratorum atque notarum, iam verò a d diuisa est bifariam in a c, c d notas, & a b & b d ignotas, quærendum est igitur an ex notis a c, c d (quia habent connexionem) haberi possint a b & b d, & erit quæsitum notum. Secundo an data diuisione in b magnitudo c d constituatur itemque a c. Et differt à præcedente quoniam per a e, c d in præcedente, & positionē quærimus quantitatem b d, & ea habita cognoscimus c d, b c & ita a b & quæsitum. In hoc autem secundo constitutis a b, b d & habetur quantitas a d etiā & est res & eius quadratū etiā notum erit, ex quibus quærimus quantitatitatem a c id est numeri quadratorum & quod fit ex c d in quadratum a b & est numerus æstimationis qui cum quadratis numero a c æquatur cubo a d. Tertio quæritur quam rationem habet incrementum c d in comparatione ad b c quia b c ad c d est duplicata ei quæ est a d ad a b ex supposito si ergo e d certa & data quantitas statuatur quo minor erit a b eo maior erit b c residuum, supponitur autem minor c d quàm a b, maiorem autem oportet esse proportionem b c ad c d quam a d ad a b, quia duplicatam, igitur incrementum a b an semper augeat proportionē b c ad c d supra proportionem a d ad a b an minuat: nam de æqualitate certum est quod non: & an varietur hæc ratio mutata quantitate c d hoc igitur & quomodo fiat certè est considerandum, loquamur igitur de secundo, quia est facillimum cum enim data sit a d & a b, data erit tertia linea quæ sit data, igitur proportio partium a d, ad d e diuise a e, & data b d in diuisa, ergo poterit diuidi vt a e d ad d e, seu ad e, & diuisio illa cadet in c, cum igitur proportio a d ad e data sit, erit & b c ad c d, data est autem b d data ex supposito igitur vtraque earum b e, c d data quod erat demonstrandum, nam data b c cum sit data a b, erit data a c numerus quadratorum. Cumque sit data a d, erit illius quadratum datum: & quia c d data erit productum c d in quadratum a d datum, is autem est numerus æstimationis quæsitus. Inueniamus etiam primum vt facilius & proponamus a d 10. d c 1. erit ergo numerus 100. & sit b d 1. pos. & a b 10. m̄. 1. pos. cuius quadratum est 1. quad. p̄. 100. m̄. 20. pos. quod diuisum per a d relinquit $\frac{1}{10}$ quad. p̄. 10. m̄. 2. pos. hæc est tertiæ quantitas quæ ducta in b c, producit quantum a d prima in c d quartā quod productum est 10. Quia ergo b d est 1. pos. & c d 1. erit b c 1. pos. m̄. 1. igitur productum tertiæ quātitatis est $\frac{1}{10}$ cu. p̄. 10. pos. m̄. 2. quad. m̄ $\frac{1}{10}$ quad. m̄. 10. p̄. 2. pos. & hoc totum est æquale 10. Quare reddendo vicissim fient $2\frac{1}{10}$ quad. p̄. 20. æqualia $\frac{1}{10}$ cu. p̄. 12. pos. & 1. cu. p̄. 120. pos. æqualia 21. quad. p̄. 200. & erit cu. æqualis 27. rebus p̄. 46. & ideò est in parte nota. Pro tertio oportet præsupponere primū quod si a d sit diuidenda, sicut proportio ipsius a d a b sit vt b c ad b d, erit c a, cū maxima fuerit æqualis radici octupli quadrati a d dempto duplo a d. & tunc si a e est minima, erit c d maxima. Et rursus cū fuerit proportio b c ad c d, vt quadrati ad quadratū a b non poterit esse c d maior in comparatione ad a d, quam vt statuatur tettia pars a c æstimatio cubi p̄. vnius rei æqualis quartæ parti quadrati a d. Et hoc pendet ex demonstratis in libro de Proportionibus. Exemplū constituta ad 10. erit tertia pars a e ęstimatio cubi & rei ęqualis 25. qui est quarta pars 100. quadrati 10. erit ergo tertia pars a c R̸. v. cu. R̸. $256\frac{17}{64}$ p̄. $12\frac{1}{2}$ m̄. R̸. v. cu. $256\frac{17}{64}$ m̄. $12\frac{1}{2}$, vnde tota a c erit R̸. v. cu. $113917\frac{41}{64}$ p̄. $337\frac{1}{2}$ m̄. R̸. v. cu. 113917. m̄. $337\frac{1}{2}$, & c d erit residuum. Considerandū est ergo quod supposita c d minore problema potest componi, quia primum proportio quadrati a d ad quadratū a b, quanto minor est a b, tanto maior est in comparatione ad proportionem b c ad c d, tum quia a d est maior b c, tum quia sumimus proportionem quadratorum in primis, & linearum in secundis. Et ideò cum augetur a b minor fit differētia proportionis quadrati a d ad quadratum a b ad proportionem b c ad c d. Et quia rursus necesse est, vt proportio quadrati a d ad quadratum a b sit maior proportione b c ad c d: quia b c poterit esse minor c d, quia c d data est, quadratum autē a d semper est maius quadrato a b, cum sit totum ad partem comparatum: crescit ergo proportio b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratum a b, donec fiat ei æqualis, inde fit maior, & rursus vt dixi minor, ergo rursus fiet æqualis, & hæc est causa duarum ęstimationum, oportet igitur inuenire maximam proportionem b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratū a b. Quia ergo maximum parallelipedum a e fit ex b c in quadratum a b, cum a b fuerit dupla b c, igitur tūc maxima erit proportio eius ad parallelipedum c d in quadratū a b, quare tum minima proportio quadrati a d ad quadratū a b in comparatione b c ad c d. Et ita si sumantur duo puncta e & f, ita vt c e in quadratum e a vel c f in quadratū f a efficiant parallelipeda singula æqualia parallelipedo c d in quadratū a d, tunc punctum b erit inter e & f, sed non æqualiter distabit. Sed quia hoc est generale seu a e sit differentia a d & c d, seu quęuis alia quātitas: Ideò oportet hoc inuenire ex proprietate differentiæ coniuncta cū generali ratione dicta: & ratione secundæ æstimationis inuenta per primam sæpius dictā, sit ergo a d, d e data &



punctū in a c maximæ proportionis b c ad c d in comparatione a d quadrati ad quadratum a b. b. & sit c e in quadratum e a datum, vt sit æquale d c in quadratum d a, & sit æstimatio data c e in quadratum a e, vt dixi necessariò e a, dico quòd data est a f similiter, & quod b est inter e & f, hoc enim est demonstratum. Tertiò dico quod b f est minor b e, ita vt semper f sit proximius b quam ipsum e. Cum igitur ex ratione inuentionis secundæ æstimationis per primam ex

Per 11. sexti Elem.

Per 10. sexti Elem.

Ex 5. secundi Elem.

Propos. 135.

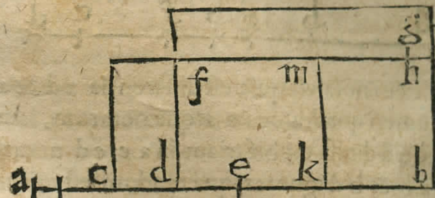
ex tota a c numero quadratorum oporteat detrahere a e primo inuentam æstimationem & residuum scilicet e c, ducere in a e cum quarta parte e c, quæ sit e g, vt ducatur e c in a g, & sumptum fuerit latus potens in illam superficiem, id est media inter e c & a g, & ei addita dimidia c e quæ sit f h, & conflabitur a f ex supposito, igitur h a est media inter e c & a g, ex his quæ dicta sunt, dico igitur quod f non poterit esse in a b, quia si esset inter e & b productum esset maius producto e c in quadratum a e, & si esset inter a & e esset minus. Similiter si supponerentur c b & b f æquales, minus esset productum c f in quadratum f a quàm c e in quadratum e a, ergo cum, vt demonstratum, quanto c prior est b, tanto productum c e in quadratum e a est maius, igitur si debet minus quia in æquali distantia erat maius, necesse est vt e b sit maior b f, quod erat demonstrandum. Dico modo quòd tota consideratio est in hoc, quia c d quæ assumpta est, variatur iuxta productum c f in quadratum f a, gratia exempli, & est numerus æstimationis, sed non sumitur à partibus c a, verùm à tota solum, & ideò sumitur c a pro indiuisa. Si autem sumeretur pro diuisa velut in



e, vel b, vel f, non sumitur e a, vt differentia c d & d a. Et iuxta hoc si dicam proposita, a b, volo eam diuidere sic vt cubus a c sit æqualis ei quod fit ex a b in quadratum b c: deuenies ad cubum & res æqualia numero. Et eodem modo si posita a b, b c velis diuidere a c in d, vt cubus a d sit æqualis ducti seu parallelipedo a b, b c, c d perueníes ad 1. cu. & res æquales numero & in ambobus supponitur quòd latus cubi sit differentia laterum parallelipedi, adeò vt hic haberemus intentum, sed hic deficit vnum scilicet vt sit parallelipedum & non cubus.

Similiter notum est quod cum fuerit proposita a b, quam velim diuidere in c, vt mutua parallelipeda sint decem gratia exempli, possum inuenire parallelipedum ex b c in quadratum c a: quia diuisis decem per a b exit productum a c in c b notum: quare partes a c, c b. igitur productum c b in quadratum a c notum erit. Et ponatur quod sit ℞. cub. 10. mutuum & a b sit 10. gratia exempli, erit productum a c in c b ℞. cu. 100. quare a c 5. p̃. ℞. v. 25. m̃. ℞. cu. 100. & c b 5. m̃. ℞. v 25. m̃ ℞. cu. 100. Inde habebis productum vt dixi. Et demonstratum est etiam quod eiusmodi producta sunt in proportione partium a e ad c b. *Per 5. secundi Elem.*

Et rursus, quia demonstratum est quòd diuisa quauis linea puta a b quomodolibet in c proportio parallelipedorum mutuorum est vt partium: & differentia illorum est parallelipedum a c in c b in differentiam a c & c b, sit igitur medium a b punctum e, erit ergo solidum a c in quadratum c b maius solido b c in quadratum a c solido dupli c e in superficiem c h. sit k b æqualis, a c erit ergo solidum a c in quadratum c b



æquale solidis cubo b k, & a e in quadratum c k, & parallelipedo a e in duplum c k in k b, quare cum a c sit æqualis k b, erit solidum a c in quadratum c b æquale solidis duobus, vni quod constat ex a K, K c in quadratum k b, alteri quod constat ex a c in quadratum c k, solidum verò c b in quadratum a e seu k b est commune ei quod fit ex b c in quadratum a c, quoniam a c est æqualis k b, & a k æqualis b c, igitur solidum a c in quadratum c b excedit solidum b c in quadratum a c, in eo quod fit ex c K, in quadratum c a & a c in quadratum c K. hoc autem est æquale ei quod fit ex duplo c e in superficiem c h. Quod enim fit ex a c in quadratum c K, & c K in quadratum a c, est æquale ei quod fit ex a K id quod fit ex a e in k. Dico ergo quod hoc est æquale ei quod fit ex duplo c e in c h. Id est vt proportio c h ad c m sit velut a K ad duplum c e. nam c h ad c m est vt c b ad c k: ck autē est duplum c e, & a K æqualis c b, quia a c est æqualis K b, igitur per demonstrata ab Euclide proportio c b ad c k, vt a K ad c e, quod fuit propositum. *Ex 143. Prop. lib. de Proport. Per 1 sexti Elem. Per 7. quinti Elem.*

Ex quo patet maximum futurum discrimen parallelipedi a c in quadratum c b ad parallelipedum b c in quadratum c a, quoties proportio c e differentiæ ad d e, differentia fuerit maxima in comparatione tetragoni partium rectanguli d g ad tetragonum rectangulum c h. Quo fit vt tale parallelipedum sit maximum, cum proportio c K ad a c furit maxima in comparatione quadrati a e ad c h, at proportio quadrati a e ad c h est vt quadrati a c ad quadratum a e detracta proportione confusa quadrati a e ad quadratum c e. hæc autem duplicata ei quæ est a e ad c e. Maxima igitur differentia parallelipedorum, quoties proportio differentiæ partium ad dimidium quantitatis fuerit maximè propinqua proportioni quadrati dimidij ad seipsum detracta duplicata eiusdem dimidij ad dimidium illius differentiæ, nunquam autem potest esse ei æqualis. Et deducta ad numerum si a b ponatur 12. erit a e 6. & a c 6. m̃. 1. pos. c b 6. p̃. 1. pos. & 1. cu. p̃. 108. æqualis 36 pos. & hoc esse non potest, igitur non potest æquari proportio, vt ergo inueniamus maximum quod potest produci oportet vt inueniamus numerum quem producit 24. in ℞. 12. tertiæ partis, & producitur ℞. 6912. Et hic est numerus maximus: ideóque res ℞. 12. scilicet tertiæ partis 36. igitur a c est 6. m̃. ℞. 12. & b c 6. p̃. ℞. 12. & parallelipedum ℞. 27648. & est fermè 166. & partes quasi $9\frac{1}{2}$ & $2\frac{1}{2}$, & ideò in proportione, 24. diuisi in 19. & 5. Et hoc non est mirum, sed quod mirum, est,

est, est quod cum parallelipedum c K in c h non sit annexum alteri aliorum, nam possum scire quoduis illorum ignorato parallelipedo c k in c h, & scire c K in c h, incognito vtroque aliorum sicut etiam de parallelipedo a b in c h, hoc tamen fit notum aliud autem non. Et ideò id accidit, quia a b supponitur nota, sed c h præsupponitur incognita, est tamen magnum problema.

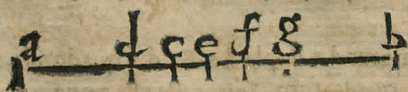
Iam verò habemus secundum modum principalem inuentionis capituli cubi, & numeri æqualium numero rerum. Posito enim quòd velim scire 1. cub. p̄. 64. æquandum 36. rebus, ponam a b duplum ℞. 36. & erit 12. & duplicando 64. fit 128. & quæram diuisionem a b in c vt ex a b in c h fiat 128. igitur diuiso 128. per a b, quæ est 12. exibit c h $10\frac{2}{3}$, quare a c erit 6. m̄. ℞. $25\frac{1}{3}$, & c b 6. p̄. ℞. $25\frac{1}{3}$. Est autem diuisa b a in e per æqualia & propositum est diuidere eam rursus in d per inæqualia, vt sit proportio a e dimidij a b ad d e dimidium differentiæ d b & d a, velut d g ad c h, tunc enim erit parallelipedum ex d e in d g 64. & duplum d e in d g 128. quemadmodum propositum est. Et ita proposito quouis numero qui possit produci ex 36. diuiso in duas partes, ita vt ex vna in duplum ℞. alterius fiat ille numerus: seu simpliciter in ℞. alterius producatur dimidium numeri propositi. Et ita habebimus capitulum generale constat autem in hoc casu quod a d erit 4. d b 2. & d g 32. & cum d e sit 2. erit duplum d e, quod est 4. in d g 128. parallelipedum sensu inuentum, sed hoc oportet inuenire ratione, habemus ergo datam a b diuisam per æqualia in e, & per inæqualia in c cognitas partes, & volumus diuidere eam in d, vt sit proportio d a ad c a, ad eam quæ est c b ad b d in proportione a e ad e d.

Per 5. secundi Elem.

Capvt XL.
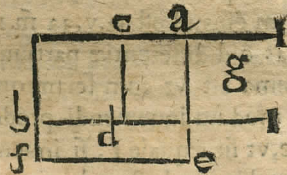
De tribus necessariis quæ præmittere oportet ad inuentionem.

Si ergo d e supponitur res, non potest esse numerus, & a d radix, quia esset a b tota ℞. & non numerus propositus, neque radix, quia a d esset recisum b d binomium, & produceretur numerus simplex aut compositus cum radice per m̄. vel p̄. igitur ductus in d e ℞. fieret binomium aut recisum aut ℞. igitur numerus æquationis non esset numerus. Pari ratione non potest d e esse binomium aut recisum tertiæ nec sextæ speciei, qua non potest esse ℞. simplex. Rursus proponatur d e binomium, & sit d c numerus, & e f æqualis e c & e g æqualis,



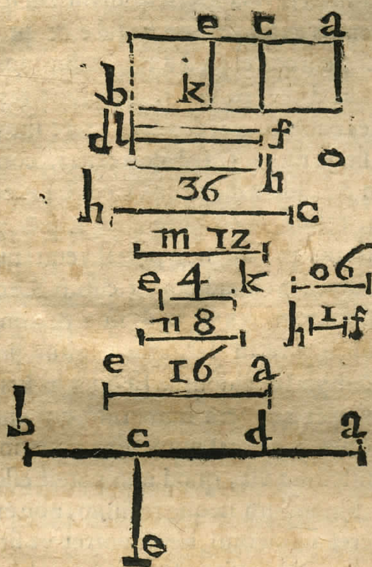
e d, erit ergo f g numerus, & c f ℞. ex a d ergo reciso in d b binomium oportet vt fiat recisum simile binomio d g, vt ex eo in productū d g fiat numerus, idē erit si c e ponatur numerus & d c ℞. Interest hoc solum an ℞. sit maior numero an minor. Et in hac constitutione nō potest d e esse recisum, quia oporteret assumere quantitatem maiorem d e, & ita essemus extra casum regulæ & problematis. Semper ergo d e est binomium. Et ponamus d e 3. p̄. ℞. 5. & erunt res 32. æquales cubo p̄. 24. & a e ℞. 32. & similiter si d e sit 3. m̄. ℞. 5. sed non erit 3. contentum in d e. Idem dico cum 1. cu. p̄. 12. æquatur 34. rebus, & est æstimatio 3. p̄. ℞. 7. & & 3. m̄. ℞. 7. nam non potest verari nisi in binomio: sed est aliud cum 1. cub. p̄. 8. æquatur 18. pos. nam res est ℞. 6. m̄. 2. & non potest contingere in binomio: igitur prima duo exempla sunt idonea. Et quia in his addere oportet aliquem numerum qui ductus in ℞. totius producat numerum æquationis, & manifestum est, quod non potest esse ℞. neque binomium neque recisum, non enim conficeret numerum, ideo oportet vt sit numerus, nos autem iam supponimus hic esse quadratum. Proponamus ergo a e 8. & quadratum illius sit 64. numerus rerum: & sit vt addendo 17. fiat alius quadratus, scilicet 81. cuius ℞. quæ est 9. ducta in 17. additum faciat 153. erit igitur 1. cu. p̄. 153. æqualis 64. rebus, & rei æstimatio $4\frac{1}{4}$ p̄. ℞. $3\frac{1}{4}$, id est dimidium ℞. totius p̄. ℞. differentiæ numeri æquationis, & $\frac{3}{4}$ numeri aggregati. Erit ergo posita c e ℞. $3\frac{1}{4}$, & c d $4\frac{1}{2}$ ad $3\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $3\frac{1}{4}$, & d b $12\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $3\frac{1}{4}$, & d g 9. p̄. ℞. 13. Et productum a d in d b $40\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $263\frac{1}{4}$, hoc ergo ductum in d e scilicet $4\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $3\frac{1}{4}$ fit 153. Possumus ergo diuidere etiam 64. in duas partes, ex quarum vna in ℞. alterius fiat 153. & quia ℞. illa est res, & est d e, ducemus d e in se, & fit $23\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $263\frac{1}{4}$, igitur reliqua pars est $40\frac{1}{2}$, m̄. ℞. $263\frac{1}{4}$, ecce quod res redit ad idem. Ex d g igitur in productū a d in d b fit 306. quo diuiso per 16. exit $19\frac{1}{8}$, igitur partes erunt 8. p̄. ℞. $44\frac{7}{8}$, & 8. m̄. ℞. $44\frac{7}{8}$. Reducuntur ergo hi duo modi ad vnum, velut si sit numerus rerum propositus a b, & g numerus æquationis, & seu diuiseris a b in quadratum b c, vt latus eius b d in superficiē d a faciat g, seu addideris b c superficiem ad a b, vt tota a f fiet quadrata & latus eius a e in additam b e producat g, fient notæ æstimationes, in prima quidem latus b d, in secunda dimidium a e addito aut detracto latere differentiæ dodrantis a f, & superficiei a b propositæ. At quoniam a e in c b est æquale g, & b d in d a æquale eidem g, erit a e in c b æquale c d in d a, e a igitur ad c d, vt a d ad c b, at a e maior est c d, ergo a d maior e b, cumque b c & a f quadratæ sint, erit a d æqualis d f, igitur d f maior c b, quod esse non potest: non potest igitur diuisio vna esse.

Vide supra cap. 5.



Oportet igitur vt sit superficies a b æqualis

æqualis numero rerum eiuſmodi, vt b e pars quadrata ſit, cuius latus e k in k a ſit æquale g numero æquationis, & rurſus ſit c d æqualis a b, cui deſit ad complendum quadra-



tum ſuperficies h d, ita vt ex c h rurſus in h d fiat idem g, & b erit in vtroque caſu nota res: ſcilicet in primo e k, in ſecundo dimidium c h cum e a quæ poteſt in ſuperficiem f l poſita l c, dodrante l c. Quia ergo h c ad e k eſt vt a k ad d h, erit h c ad e k duplicata ad proportionem mediæ a e e k ad mediam inter h c & h f. Sit igitur m media inter h c & c k, igitur h c ad m, vt mediæ inter a c e k, quæ ſit n ad mediam inter h e h e f, quæ ſit o, igitur h c ad m, vt n ad o. Et erunt tres ordines coniuncti ad duo extrema e k, n, e a, e k, m, h c, & h c, o, h f.

Et rurſus cum dixerit quis diuiſi a b in c, & fuit c d differentia partium, ex qua in c e mediam inter partes producitur f: dico quod habebo 1. quad. quad. p̄. quarta parte quadrati f æqualia quadratis numero, quadrati dimidij a b, & ideo f non poteſt excedere quadratum dimidij a b, ſeu quartam partem quadrati a b, velut ſi a b ſit 8. e b, f b, b a, b c, b o, 1. quad. quad. p̄. 9. æqualia 16. (quadrato 4. dimidij a b) quadratis ſcilicet: quare res erit ℞. v. 8. m̄. ℞. 55. & duplum eius, id eſt ℞. v. 32. m̄ ℞. 880. erit quãtitas c d differentiæ partium. Et ideò problema eſt vt cum ſciam quantitatem a b, & modum inueniendi productum ex c d in c e, vt ſit æquale f, ſi inuenero modum vt ex c d in productum b c in a c, quod eſt quadratum c e, fiat idem f, inuentum erit capitulum. Sed variantur partes ſcilicet c d & c e in vno & altero problemate.

Rurſus cum ex c d differentia partium in productum a c in a b fit f, & b c ſit æqualis a d erit vt ex a c in a d, & poſt producto in c d fiat f. ergo ſi c d eſſet media proportione inter a c & a d, eſſet a c diuiſa in d ſecundum proportionem habentem mediũ & duo extrema: & ſi productum ſic eſſet, eſſet c d ℞. cu. f, & quoniam productum a c in a d, eſt ſemper in aliqua proportione cum quadrato c d, vel maioris vel minoris, & ea ſumitur in æquali proportione ſemper a b 1. quad. p̄. numero rerum lineæ diuiſæ æqualibus quadrato eiuſdem: aut 1. quad. p̄. quadrato numeri lineæ diuiſæ æqualibus rebus in triplo numeri rerum vt ſi linea diuiſa ſit 10. habebo 1. quad. p̄. 10. rebus æqualia 100. vel 1. quad. p̄. 100. æqualia 30. rebus, & æſtimatio ſemper erit eadem. Et ſi quadratum c d ſit duplum aut triplum producto a c in a d habebimus, id eſt quad. p̄. multiplic. eiuſdem numeri rerum æqualia multiplica quadrati eiuſdem numeri, aut 1. quad. p̄. quadrato numeri eiuſdem lineæ diuiſæ æqualia rebus ductis per conuerſum proportionis p̄. 2. Exemplum in quadrupla proportione antea fuit 1. quad. p̄. 10. rebus æqualia 100 vel 1. quad. p̄. 100. æqualia 30. rebus, hic habebo 1. quad. p̄. 40. rebus æqualia 400. vel 1. quad. p̄. 100. æqualia 60. rebus, qui numerus producitur ex 4. numero proportionis, & 2. aſſumpto ex regula. Et res ſeu æſtimatio eſt eadem, vel ſi productum fuerit multiplex quadrato, aſſumemus contrario modo, vel 1. quad. cum rebus ſumptis ſecundum illam partem æqualia parti eidem quadrati lineæ diuiſæ: vel 1. quad. p̄. quadrato eiuſdem lineæ diuiſæ æqualia rebus duplo p̄. proportione eadem lineæ diuiſæ: & res redit ad idem. Et exemplum eſt clarum.

Ex quo tandem patet quod aſſumpta a b, vt in præſenti capitulo, quæ ſit 12. & ex c d differentia in productum a c in c b fiat 8. habemus 1. cu. p̄. 4. æqualia 36. poſ. hoc enim demonſtratum eſt: Ergo a c erit diuiſa in d, eo modo vt ex a c in a d inde in d c fiat 8. & rei æſtimatio erit dimidium c d: ergo c d duplum æſtimationis, & reſidui dimidium a d vel b c, ſi ergo c d eſſet ℞. cu. 8. id eſt 2. erit d a ℞. 5. m̄. & c a ℞. 5. p̄. 1. & ideò tota a b ℞. 20. Si quis ergo dicat fac ex ℞. 20. duas partes, ex quarum ductu rectanguli earum in differentiam fiunt 8. habebis partes b c ℞. 5. m̄. 1. c a ℞. 5. p̄. 1. productum, quarum eſt 4. quod ductum in c d, quæ eſt differentia, & eſt 2. producit 8. Et habebimus 1. cu. p̄. 4. æqualia 5. rebus. Et fundamentum a b eſt potentia tantum rethe. Si ergo 1. cu. p̄. 6. æquatur 7. rebus res poteſt eſſe 1. & 2. vt palam eſt. Ergo ſi c d ponatur 2. habebimus poſita d a 1. poſ. 2. quad. p̄. 4. poſ. productum a c in a d, & in e d æqualia 6. & erit a d 1. Et ſi ponatur c d 1. habebis 1. quad. p̄. 1. poſ. æqualia 6. igitur a d eſt 2. quando ergo c d eſt 2. d a eſt 1. & quando c d eſt 1. d a eſt 2. Sed ſuppoſita prima ratione quod ex a c, c d, d a in continua proportione fiat 8. & c d ſit ℞. cu. 8. ſcilicet 2. ſi ergo c d quadratum eſſet quadruplum rectangulo a c in a d hoc habet rationem hoc modo, quod enim fit ex a c in a d eſt æquale ei quòd fit ex c d, d a in a d



aſſumatur d e dupla d a, & d f quadrupla eidem quadratum igitur d e eſt æquale quadruplo quadrati d a, & quadratum c d eſt æquale quadratis c e, e d & duplo c e in e d, igitur duplum d e in e c, & eſt d f in c e

cum

cum quadrato e c est æquale quadruplo c d in d a, id est ei quod fit ex f d in dc semel, hoc autem est æquale ei quod fit ex f d in c e & e d, detracto igitur communi eo quod fit ex f d in c e relinquetur quadratum e e æquale ei quod fit ex f d in d e, est autem f d quadrupla d a & e dupla eidem d a, igitur c e potest in octuplum d a. Ponatur ergo e a qualiscunque numerus puta 10. cum e a sit triplum d a & c e ℞. octupli quadrati d a erit tota c a 3. p̃. ℞. 8. in numero rerum, & hoc æquatur 10. igitur res scilicet d a est diuiso 10. per 3. p̃. ℞. 8 30. m̃. ℞. 800. ergo c d residuum erit ℞. 8 10. m̃. 20. ex tota igitur a c in d a fit 300. m̃. ℞. 80000. & hoc est quarta pars quadrati c d, scilicet 1200. m̃. ℞. 320000. sicut proponebatur.

Rursus dicamus quod quadratum c d ad sexcuplum ei quod ex c a in a d assumâ d f



sexcuplam, vt in priori quadruplam d a, & similiter d e mediam inter d f & d a, nam & in priori constitutione d e fuit media inter f d & d a, & assumam g e æqualem c d, sicut in priore, sed e g fuit ibi ipsa e f, hic autem est minor eo quod proportio est maior quadrupla, & tunc quadratum d e est sexcuplum quadrato d a, quia est æquale ei quod est ex f d in d a, igitur ex supposito quod fit ex d g in c e cum quadrato c e est sexcuplum c d in d a, seu æquale ei quod fit ex c d in d f, seu quadrato d f cum eo quod fit ex d f in f e, diuidamus ergo vtranque, & fient partes (vt vides) auferantur vtrinque quadrata e f & duplum d e in e f, relinquentur d f in f e, & quadratum e d æqualia quadrato c f, duplo c f in f e, & duplo c f in d e, at d f in f e est æquale ei quod fit ex e f in f e, & d e semel eo quod d f est æqualis f e & e d iunctis, igitur quadratum e d est æquale ei quod fit ex e f in

d f in f e *
Quad. e f ✠
Quad. e d.
Duplum d e in e f *

Quadratum e f ✠
Quadratum c f
Duplum c f in f e *
Duplum d e in e f ✠
Duplum c f in d e *

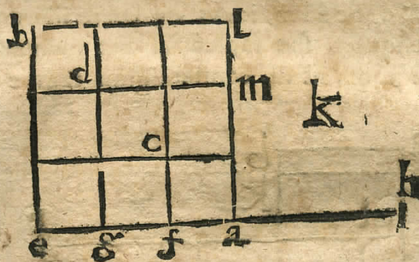
e in f e, & e d, & est tota e d. Quadratum autem e d est æquale sexcuplo quadrati d a, igitur quod fit ex e f in c d est sexcuplum quadrati d a. Ponatur ergo d a 1. pos. d fecit 6. pos. tota f a 7. pos. si igitur ponatur c a 10. vt prius erit e f 10. m̃. 7. pos. c d autem 10. m̃. 1. pos. duc inuicem fient 100. m̃. 80. pos. p̃. 7. quad. æqualia 6. quad. & ita vides quod res reducitur in quouis casu ad 1. quad. cum quadrato numeri propositi, & numerus rerum semper fit ex numero proposito, vt pote 10. in numerum proportionis p̃. 2. proportio fuit sexcupla, & id eo addito 2. fiet 8. & positiones 80. ergo reducetur ad regulam de modo sic. Proponitur linea a c 10. & proportio sexcupla, adde 2. fit 8. duc in 10. fit 80. accipe dimidium & est 40. duc in se fit 1600. aufer 100. quadratum 10. relinquitur 1500. cuius ℞. detracta à 40. efficit 40. m̃. ℞. 1500. quantitatem d a. Ergo vt ad rem deueniam si quis dicat 1. cu. p̃. 4. æquatur 12. rebus, capiam a b duplum ℞. 12. & est ℞. 48. & sit corpus duplum 4. & est 8. & diuidam a b per æqualia in ℞. 12. & addam & minuam 1. pos. & fiat e b ℞. 12. p̃. 1. pos. & ℞. a e ℞. 12. m̃. 1. pos. & productum erit 12. m̃. 1. quad. ducamque illud in e d differentiam a e & e b, facta d b æquali a e, & fient 24. pos. p̃. 2. cub. æqualia 8. igitur 1. cub. p̃. 4. æqualis 12. pos. cum ergo dimidium e d sit rei æstimatio, & tota a b numerus aut potentia rhete, erit primum vt a g sit numerus aut potentia rhete. Inde vt cum ex e b in b d & in d e, fiat vt dixi f supposita b d numero vtpote 1. erunt quadrata, & res æqualia 8 hoc enim est suppositum, & habebimus 1. quad. p̃. 2. pos. æqualia 2.





Constat autem quòd proportio cubi c b ad parallelipedum c b, b d, d c est semper veluti quadrati c b ad rectangulum e c d in d b, quare c b ad latus parallelipedi eiusdem subtriplicata ei quæ est quadrati c b ad rectangulum c d in d b, at c b ad mediam inter c d, d b subduplicata ei quæ est quadrati e b ad rectangulum c d in d b, lateris igitur solidi c b, c d, d b, ad latus rectanguli e d in d b, est vt ℞. quad. $4\frac{1}{2}$ ad ℞. cu. $4\frac{1}{2}$. Cor.

Cum volueris diuidere b a vt proportio eiusdem ad rectangulum a d in d b, sit viginti quadrupla, gratia exempli, diuide quadratum b a per 24. & quod exit detrahe ex quadrato dimidij b a, & ℞. residui addita & detracta à dimidio ostendit partes, vt si a b sit 10. ducam in se fit 100. diuido per 24. exit $4\frac{1}{6}$, detraho ex 25. quadrato a g relinquitur $20\frac{5}{6}$, cuius ℞. addita 5. dimidio 10. & detracta ostendit partes vtpote a d, d b, & habetur ex Euclide. Iam verò constituatur a b quadratum 7. & a c 1. & a d 4.



erit ergo a e ℞. 7. a f i, a g 2. & sit e h dupla e a, & erit ℞. 28. ℞ sit numerus k b, sit ergo cubus a c p̃. 6. æqualis 7. rebus, & item cubus a g p̃. eodem numero 6. æqualis 7. rebus. Quia ergo a b est 7. erit corpus a b posita a f altitudine & re 7. res, hoc autem corpus æquale est 1. cu. id est cubo a f

cum

cum b, est autem i gnomo l c b f iuxta altitudinem a f, & similiter corpus ex a b in a g est æquale gnomoni l d b g in a g, cum cubo a g, quare gnomo l d b g in a g est 6. Igitur diuisa erit bifariam a b superficies, vt ex latere vnius partis in reliquam fiat seu b. Et item diuisa erit bifariam c h in a per æqualia, vt ex a f & a g, ductis in quadratum a e, seu productum a h in a e fiant 7. res: quia a b iam supponitur 7. & a f & a g res. Et rursus diuisa erit c h bifariam in f & in g, vt productum b f in f e sit æquale gnomoni l c b f & in g, vt productum l g in g e, sit æquale gnomoni l d b g. vnde vnum quodque horum per primam partem huius ductum per differentiam à medietate, id est h f in f e per f a, & h g in g e per g a, producit eundem numerum k seu b. Iam verò sit cubus & 8. æqualis 8 rebus res 2. erit vt ducas 1. dimidium 2. in se fit 1. triplica fit 3. deducito numero rerum, relinquitur cuius ℞. m̄. 1. dimidio prioris æstimationis ℞. 5. m̄. 1. est secunda æstimationis ℞. 5. m̄. 1. est secunda æstimatio. Ponam ergo f numerum 8. & a b 2. primam

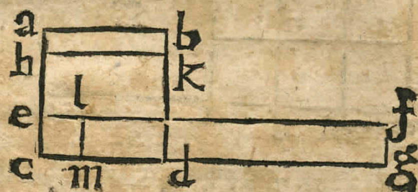
Per demonstrat. 5. secūdi. Elem.
Per 13. Cap. Art. mag.

f num. 8



æstimationem, & b d ℞. 5. m̄. 1. secundam æstimationem, & ideo posita, b c erit c d ℞. 20. dupla ipsi c d, & a e ℞. 5. m̄. 1. æqualis b d, ponam ergo a d ℞. 5. p̄. 1. pos. a e ℞. 5. m̄. 1. pos. ductæ inuicem producunt 5. m̄. 1. quad. duco in a b fiunt 10. pos. m̄. 2. cu. æqualia 8. igitur 1. cu. p̄. 4. æqualia 5. & res est eadem 2. & ℞. 5. m̄. 1. ergo sub eisdem æstimationibus fit transitus, sed non sine cognitione prioris æstimationis per quam deuenio ad scientiam d e, quæ est ℞. 20. Dictum est etiam suprà quod si capiam duplum ℞. numeri rerum, & est ℞. 32. & diuidam in ℞. 8. p̄. 1. pos. & ℞. 8. m̄. 1. pos. fiet 8. m̄. 1. quad. & ducto in 2. pos. fient 16. pos. m̄. 2. cu. æqualia 16. & redibit a d 1. cu. p̄. 8. æqualia 8. rebus. In hac igitur per non nota inuenitur aliquid nouum in illo per nota inuenitur aliquid, sed est idem, nam c d supponitur in priore ℞. 32. hic ℞. 20.

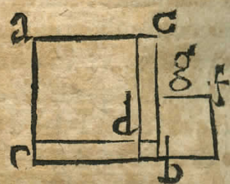
Rursus proponātur duæ superficies æquales rectangulæ a b c d & c e f g, & sint æquales numero rerum, & sint quadrata in eis c h k d & c e l m, ita vt ex latere illorum in reliquum suæ superficiei fiat numerus idem, qui sit .n. constat igitur tam c e



quam c a esse rei æstimationem, cumque ex c e in l g fiat n, & ex c h in h b, idem n, fient etiam ex g m in m e, & ex a h in h d, quare g m ad a h duplicata ei quæ est h c ad c e: igitur posita g m prima, a h quarta, c h secunda, c e tertia, erit ergo quod fit ex prima & tertia in tertiam, scilicet superficies e g, æqualis ei quod fit ex secunda & quarta in secundam, scilicet superficies a d. Et rursus quod fit ex prima in quadratum tertiæ æquale ei quod fit ex quarta in quadratum secundæ. Constituetur igitur problema sic: Sunt quatuor quantites ordinatim a b c d, quarum proportio a ad d est duplicata ei quæ est b ad c: & quod fit ex a c in c est æquale ei quod ex d b in b, & quod fit ex a in quadratum c est æquale ei quod fit ex d b in b. Ex quibus sequitur quartū, quòd proportio eius quod fit ex a in quadratum c, ad id quod fit ex a c in c, est veluti eius quod fit ex d in quadratum b ad id quod fit ex d b in b. Et permutando etiam, sed illud est perspicuum cum sit proportio æqualis ad æquale.

| a
| b
| c
| d

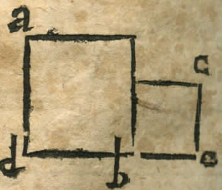
Dico præterea quòd regula Artis magnæ quæ docet assumere radicem aggregati ex numero rerum, & numero æquationis diuiso per illam ℞. sola est generalis illi capitulo, & est demonstrata ibi. Et est origo eius ex triangulo orthogonio nam si sit cubus b c æqualis rebus iuxta numerum a d, & numero g, erit ergo ex communi animi sententia g ex b c in gnomonem c d e, fiat ergo b f quadratum æquale c d e gnomoni, eritque cubus b c, æqualis b c in a d b f, sed quadratum b c, quod est a b, æquale est a d & b f, igitur latera a d & b f continent rectum contensum b c. Hæc igitur æstimatio satisfacit in omni æquatione seu numerus rerum sit paruus seu magnus.



Caput XLI.

De difficillimo problemate quod facillimum videtur.

Nihil est admirabilibus quam cum sub facili quæstione latet difficillimus scrupulus, huiusmodi est hic: quadratum a b cum latere b c est 10. & quadratum b c cum latere b d est 8. quæritur quantum sit vnum horum seu latus seu quadratum? Quia ergo a b c est 10. & a b 1. quad. erit b e 10. m̄. 1. quad. igitur b c 100. m̄. 20. quad. p̄. 1. quad. quad. igitur c b d erit 100. m̄. 20. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. quad. quad. & hoc est æquale 8. quare 1. quad. quad. p̄. 92. æquatur 20. quad. m̄. 1. pos. adde 19. quad. vtrinque fient 1. quad. quad. p̄. 19. quadrat. p̄. 92. æqualia 39. quad. m̄. 1. pos. detrahe $1\frac{3}{4}$, erunt 1. quad. quad. p̄. 19. quad. p̄. $90\frac{1}{4}$ æqualia 39. quad. m̄. 1. pos. m̄. $1\frac{3}{4}$, inde adde 2. pos. p̄. 1. quad. vtrinque

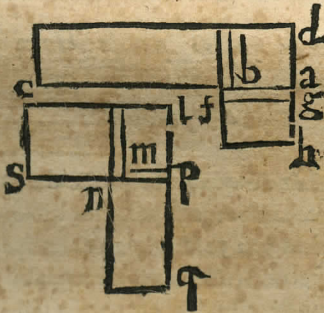


que vt in Arte magna, & videbis difficillimam quæstionem.

CAPVT XLII.

De duplici æquatione comparanda in capitulo cubi & numeri æqualium rebus.

ET proponatur cubus & 4. æquales 6. rebus, & rei æstimatio est 2. & altera ℞.3. m̃. 1. & rursus ponatur cubus, & 10. æqualia 9. rebus, & æstimatio est idem 2. altera ℞.6.m̃.1. & manifestum quod prior æstimatio, scilicet maior satisfacit diuersis, imò infinitis problematibus. At in reliqua fieri nullo modo potest, vt neque in vna cum neutra fuerit numerus velut pro 1.cu. p̃.12. æqualibus 34. rebus 3.p̃.℞.7. neque 3.m̃.℞.7. nam posita re vtpote 3. m̃.℞.7. cubus est semper 90.m̃.℞.8092. ergo ℞.nó potest continere ℞. nisi 34. vicibus, igitur,



1 cu. p̃. 4. æqualis 6. pos. k. numer.4. | a | b e | c g | d f |

1. cu. p̃. 10. æqualis 9. pos. k. num. 10.

cubus ille cum numero non potest æquari alteri numero rerum quam 34. & hoc est valde admiratione dignum Dispositis ergo f d & n l æqualibus, scilicet 4. quadrato 2. & a b ℞. 3. m̃.1. & m o ℞.6. m̃. 1. ponam a æqualem g d, b æqualem b c, c æqualem g h, d æqualem a b, e æqualem a q, f æqualem m o, g æqualem n f. Ex his sequuntur quinque principalia.

Cor.1. Si quadratum a auferatur ex numero rerum, & cum residuo diuidatur numerus æquationis prodibit ipsum a communis æstimatio, veluti 1. cu. p̃.4. æquatur 6. rebus, & 1.cu.p̃.10. æquatur 9. rebus, & communis æstimatio quæ est a est 2. duco in se fit 4. detraho ex 6. & 9. numeris rerum, relinquuntur 2. & 5. diuido 4. numerum æquationis primæ per 2. & 10. numerum æquationis secundæ per 5. exit 2. in vtroque scilicet ipsum a

Cor.2. Sequitur etiam quod cum ex dictis fiant, ex g & c in quadratum a k, & k numeri Ex fine 40. cap. æquationis, vt sit g ad c, vt q ad ℞.& quia quod fit ex e in quadratum a, est æquale ei quod fit ex b in quadratum d, & ex g in quadratum a æquale ei quod fit ex e in quadratum f, erit quod fit ex b in quadratum d, ad id quod fit ex e in quadratum f, velut c ad g. Et est probatum exemplum ex 7. m̃. ℞. 24. quod est quadratum f in $3\frac{4}{3}$ p̃. ℞.$3\frac{21}{25}$ fit 10.

Rursus quia quod fit ex c & a in a est Cor 3. æquale ei quod fit ex b d in d, & ex g a in a, Per eandem. ei quod ex e f in f, erit quod fit ex b d in d ad id quod ex e f in f, velut c ad g, fit enim ex b d in d ℞. 12. & ex e f in f ℞.75. & est proportio vt 1. ad $2\frac{1}{2}$.

4.p̃.℞.12. 1.℞.3.m̃.1.
2. b c d
a e g f
℞.6.m̃.1.

Cumque æstimatio (vt dixi) non potue- Cor.4. rit esse communis pluribus numeris rerum, & numeris æquationis commutabitur necessariò, si fuerit binomium in suum recisum, & ita habebis & secundam æquationem & numerum communem qui erit idē, velut 1. cu. p̃.12. æqualis 34. rebus: non se offert primò illa pars quæ ducta in ℞. alterius. efficit 12. sed est tamen 18. p̃.℞.252. alia est 16. m̃.℞.252. cuius ℞. est.3. m̃.℞. cum ergo habes 3.m̃. ℞. duc in se & fit 16. m̃. ℞.252. & quia ℞. est sexta pars ℞.252. ideo oportet assumere numerum sexcuplum ad 3. & est 18. cum ℞.252. per p̃. & addere ad 16. m̃.℞.252. habes 34. ad vnguem. Et vicissim si habueris 3. p̃.℞.7. habebis quadratum 16. p̃. ℞. 252. & ita reliquus erit sexcuplus ad 3.p̃.℞.7 sed ℞. erit m̃. ideoque 18. m̃.℞. 252. & ita vicissim inuenies ex æstimatione partes, vna erit quadratum, alia erit multiplex vt ℞. radicis, sed contrario modo binomium pro reciso, & recisum pro binomio.

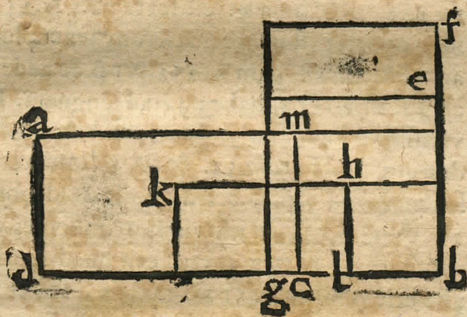
Iam ergo habes duos ordines æstimatio- Cor.5. num: primus cum eadem æstimatio est communis aliis numeris rerum & æquationum, & inuenire licet illos ducendo in se, detrahendoque à quouis numero, & cum residuo diuidere alium numerum, vt prodeat eadem æstimatio: vt in primo corollario. Secundus, cum æstimatio est binomium vel recisum, & ducitur in se, & detrahitur à numero aliquo, ita vt residuum habeat eandem proportionem ad partem, quæ est numerus, quam ℞. quæ est pars quadrati ad ℞ quæ est pars æstimationis: & illa proportio est duplum numeri æstimationis semper, ideo numerus ille est semper duplum quadrati numeri æstimationis, vt in quarto seu præcedenti corrolario: velut si numerus æstimationis fuerit 2. erit talis numerus 8. si 3.18. si 4.32. & ita deinceps, reliquus autem numerus erit compositus ex quadratis partium æstimationis, vt si partes sint 3. p̃.℞.7. vel m̃. ℞.7. erit 16. igitur totus numerus erit 34. Ergo tertius modus qui quæritur erit diuersus ab his, & non erit per viam recisi & binomij, neque vt eadem æstimatio seruiat pluribus, velut in margine vides, quod singulis sunt duæ æstimationes in 1.cu.p̃.20. æquali 15. pos. neutrū contingit, non primum, quia 2. est minus, & 3. est maius, neque potest esse pars numeri. Nec secundum, quia oporteret vt addito 1. vel 10. ad 15. ℞. 16. vel 25. diuidendo 20. produceret idem 1. vel 10. & non fit, nam exeunt 4. vel 5.

1. cu. p̄.4.	2.	6. pos. ℞. 3. m̄. 1.
1. cu. p̄.6.	2.	7. pos. 1.
1. cu. p̄.8.	2.	8. pos. ℞. 5. m̄. 1.
1. cu. p̄.12.		34. pos.
3. p̄. ℞. 7.		
3. m̄. ℞. 7.		
1. cu. p̄.20.		15. pos.

Capvt XLIII.

De comparatione numeri æquationis ad partes numeri rerum.

Sit a b superius 12. & ex b c latere tertiæ partis in c a fit 16. maximum quod esse potest. Sit ergo b f æqualis a b, & quadrata superficies g e, ex cuius latere in residuum e f fiat 8. & hæc diuisio est quam quærimus. Sit ergo b k, cuius tertia pars



sit quadratum b h, ex cuius latere in residuum esset, fiat 8. erit ergo b l ℞. cu. 4. b h ℞. cu. 16. l k ℞. cub. 128. qua ducta in b l fit ℞. cu. 512. scilicet 8. Igitur tota b k est cu. 432. Habemus ergo duo nota b c in c a, sed productum non est 8. b l in l k, quorum productum est 8. sed b k non est 12. & b g in e f, & est 8. & b f 12. sed non est nota diuisio facta in e. Proportio ergo a c ad k l, est vt quadrati b c ad quadratum b l, quare vt b c ad b l duplicata: cum verò proportio solidi b c in c a, sit dupla ad solidum ex b l in l k, erit c a ad l k velut quadrati proportionis ad ℞. cub. quad. quad. proportionis, & b c ad b l, vt proportionis ad ℞. cu. quad. proportionis. Proportio autem k l ad e f, est vt c b ad b l, quare b e ad b l duplicata ei quæ est k l tetragonici a ad e f tetragonicum. Habet ergo diuisio b k per l h proportionem notam in omnibus partibus, vt liquet cum b a diuisa in c: & habet etiam proportionem notam cum b f, diuisa in e, quia vt dixi proportio k l ad e f, vt e b ad b l, est autem e g ad b h duplicata ei quæ est e b ad b l. Si ergo coniungantur hæ proportiones, quoniam extremorum componitur ex intermediis, & maximè quod differentia e g & a c est æqualis differentiæ quadrati b c & e f, seu gnomo e m g æqualis differentiæ a c & f e.

Per 34. vndecimi El.

Capvt XLIV.

Quomodo diuidatur data linea secundum proportionem habentem medium, & duo extrema in corporibus.

Sit data a b diuisa in c, vt ex a b in quadratum a c fiat cubus b c, igitur b c posita 1. quad. & ponamus a b 4. erit 1. cu.

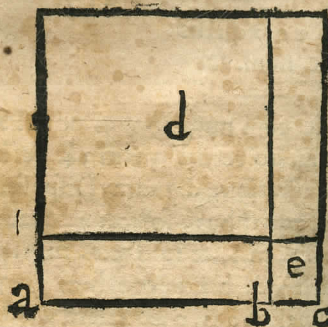


quad. æqualis 64. m̄. 32. quad. p̄. 4. quad. quad. igitur ℞. radici 1. cu. p̄. 2. quad. æqualis 8. cuius æstimatione habita quadratum est quantitas b c quæ quærebatur.

Capvt XLV.

Quomodo partes diuisæ lineæ corporibus & quadratis inuicem comparentur,

Et sint de quadrata 26. & de cubi 126. & compleatur superficies quadrata, & erit cubus p̄. 252. duplo 126. semper æqualis 78. rebus triplo numeri æqualis quadratis deiunctis: Et hoc ex regula posita a c 1. pos. fient enim partes $\frac{1}{2}$ pos. p̄. ℞. v. 13. m̄. $\frac{1}{4}$ quad. & $\frac{1}{2}$ pos. m̄. ℞. v. 13. m̄. $\frac{1}{4}$ quad. quæ deductæ ad cubos ostendunt quod dixi.



Et rursus si ponantur d, e quadrata 26. & corpora ex d in b c bis, & b in a b bis, 60. erit 1 cu. æqualis 26. rebus numero quadratorum, & 60. duploproducti mutui, & res est in capitulo. Iam ergo ex hoc supposito sciemus quanta sit a c, quæ est b, & partes & æstimationem cubi p̄. 252. æqualium 78. rebus, quo proposito accipiemus $\frac{1}{3}$ 78. & $\frac{1}{2}$ de 252. & conuertetur quæsitum in duo quadrata quæ iuncta faciunt 26. & duo cubi qui sunt 126. Et quia propositum est quod productum vnius in alterum mutuo est 30. si hoc sciremus manifestum esset capitulum. Sunt ergo quatuor, quantitas a c, & est 6. quantitas d e, & est 26. quantitas corporum mutuorum, & est 30. quantitas cuborum, & est 126. Illud accedit quod si dicam quadrata sint 25. & cubi non poterunt esse

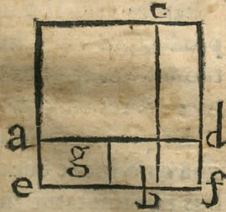
esse maiores 125. cubo 5. ℞. 25 igitur cum neque possint esse minores ℞. $7812\frac{1}{2}$ duplo, scilicet cubi ℞. medietatis 25. quæ est ℞. $12\frac{1}{2}$ vt sit circumscripta inter 88. qui est ℞. fermè $7812\frac{1}{2}$ & 125. & præter id cum dico 1. cub. æquatur 6. rebus p̃. 9. manifestum est quod numerus 9. datur cubis non parallelipedis, vt etiam hic, ideò erit nota pars huius capituli cubi & numeri æqualium rebus. Et est valde dignum consideratione: nam vt statuantur cubi æquales 126. & quadrata 26. vt dictum est, poterimus loco 26. assumere quemcunque numerum minorem pro quadratis vsque ad 14. vt dicamus, quadrata d e sint 14, vel 15. vel 16. & ita ad 25. vsque & cubi sint 126. igitur ex regula præsenti cubus p̃. 252. æquabitur 42. rebus vel 45. vel 48. & ita vsque ad 78. & ita in intermediis eadem ratione scilicet 43, 44, 46, 47, rebus, & ita de singulis, & variato numero 252. habebimus alios, ergo habita hac regula, habebimus capitulum perfectum. Et tamen (vt dixi) in supposito habemus partem regulæ notam.

Et sanè hoc est (vt in exemplo maneamus) iam notum quod si quis dicat cubi a b b c sunt 126. quadrata 26. quod numerus tribuitur cubis, & si 26. esset numerus rerum aut numerus mutuorum solidorum, iam omnia essent nota. Et rursus, si dico quod 30. est numerus solidorum & 26. rerum iam habeo 1. cu. æqualem 26. rebus p̃. 60. & res est nota. Et si dico quadrata sunt 26. & parallelipeda 30. deuenimus ad 1. cub. quad. p̃. 2028 quad p̃. 3120. pos. æqualia 104. quad. quadrat. p̃. 3600. & hac via non habemus capitulum. Et mirum est quod cum assumimus 26. pro numero rerum, & 60. pro solidis, aut 30. hic numerus transeat in cubos quamuis sit mutuorum solidorum: & cum accipitur numerus pro cubis, & quadrata pro alio numero, hæc transeant in res, & numerus cuborum in residuum rerum detracto cubo, quasi numerus rerum componatur ex tribus cubis.

CAPVT XLVI.

Quomodo proposito rectangulo, & cubis laterum eius habeamus totum cubum.

ET proponatur rectangulum a b putà 4. & cubi laterum a c, b d 20. dico cubum notum esse, quia enim cubi a c, b d sunt 20. oportet facere ex 20. duas partes, quarum ℞. cu. ductæ inuicem faciant 4. superficiem a b, igitur cubi inuicẽ ducti facient cubum 4. qui est 64. partes igitur, id est cubi a c, b d sunt 16. & 4. & ℞. cu. earum sunt latera a b igitur cubus totus est 20. p̃. ℞. cu. 27648. p̃. ℞. cu. 6912. Et si ponantur a c b d nota vt quantitas rerum & corpora a b c d iuxta altitudinem, erunt duo tantum, quia sub numero rerum a c b d vt pote 13. continentur duo mutua & reliqua quatuor sub a b & c d id est sub 60. igitur a c & b d numerus rerum si fuerit



paruus, erit capitulum per se notum ex regula Artis magnæ: si autem fuerit magnus velut cu. 24. rebus p̃. 5. tunc ex præsenti problemate si possit reduci ad hoc, vt separentur mutua erit propositum necessarium, scilicet vt accepto dimidio 5. & est $2\frac{1}{2}$ inuenias duos numeros qui producant $2\frac{1}{2}$ diuisum per rem, & eorum cubi faciant 24. m̃. $2\frac{1}{2}$ id est $21\frac{1}{2}$ nam vt dixi in 24. continentur cubi ambo a c b d & duo mutua. Istud ergo non est per se notum: inuenias numerum qui diuisus producat 6. tanquam superficiem a b, & ipse sit æqualis cubis a b & c d duobusq; mutuis, aut quatuor, nam posito vno 1. pos. altero $\frac{6}{1 pos.}$ erunt 1. cu. p̃. $\frac{216}{1 cu.}$ cum 6. pos p̃. $\frac{36}{1. pos.}$ vel cum 12. pos. p̃. $\frac{32}{1. pos.}$ æqualia 65. gratia exempli, igitur 1. cu. quad p̃. 6. quad. quad. p̃. 36. quad. p̃. 216. vel 1. cu. quad. p̃. 12. quad. quad. p̃. 72. quad. p̃. 216. æqualia sunt 65. cu. hoc ergo valde est obscurum, & oporteret vt haberet ℞. cu. Verum quia ponitur 65. cu. a c & b d & duo mutua & æquantur duo cubi cum duobus mutuis a c & b d in e f, vt nuper dixi, igitur e f quæ est res in a c, & b d est 65. at e f in a b est 6. res ex supposito, & in c d 6. res, quoniam a b & c d sunt æquales, quia sunt supplementa circa diametrum, igitur e f in a b, c d sunt 12. res, & e f in a c, b d 65. & e f in a c, b d, a b, c d complet cubum e f, igitur cubus e f æquatur 12. rebus p̃. 65. & res est nota, puta 5. ex qua habetur æstimatio illa fac de 5. duas partes quæ producant 6. & erunt 3. & 2. erit ergo res $2\frac{1}{2}$ p̃. ℞. $\frac{1}{4}$ vel $2\frac{1}{2}$ m̃. ℞. $\frac{1}{4}$, & hæc erit æstimatio 65. cuborum æqualium 1. cu. quad. p̃. 6. quad. quad. p̃. 36. quad. p̃. 216. nam 65. cu. sunt in vna 1755. in alia 520. & tantundem sunt illæ quantitates, proba & inuenies.



Ex hoc habetur quod cum 1. cu. quad. p̃. quad. quad. p̃. quad. p̃. numero in cõtinua proportione fuerint æqualia cubis tunc habebis 1. cu. æqualẽ rebus duplo numeri quad. quad. cum numero cuborum: & inuenta æstimatione fac duas partes, quæ producant numerũ quad. quad. & partes vtriq; erunt æstimationes 1. cu. quad. p̃. quad. quad. p̃. quad. p̃. numero æqualibus numero cuborum. Velut si dicas 1. cu. quad. p̃. 9. quad. quad. p̃. 81. quad. p̃. 729. sunt æqualia 100. cu. Dices ergo 1. cu. æqualis est 18. pos. p̃. 100. & rei æstimatio est ℞. v. cu. 50. p̃. ℞. 2284. p̃. ℞. v. cu. 50. m̃. ℞. 2284. Ex hac facito duas partes quæ inuicem ductæ producant 9. & quælibet illarum partium est æstimatio quinomij illius propositi. Et proponatur rursus 1. cu. quad. p̃. 12. quad. quad. p̃. 72. quad. p̃. 216. æqualia 95. cu. superficies a b sit b vt prius, & sit 95. æquale duobus cubis, & quatuor mutuis corporibus quæ fiunt ex e f in superficiem a c d b, adeò vt ex e f in eam fiat 95. igitur ad complendũ cubũ deest quod fit ex e f in a b, & a b est 6. ideò & a b est 6. igitur quod fit ex e f in a b est 6. res, igitur 1. cu. æquatur 6. rebus p̃. 95. & res est 5. vt prius fac de 5 duas partes, ex quarum ductu vnius in alteram fiat 6. dimidium 12. numeri quadratorum, & erunt partes 3. & 2. & ita 1. cub. quad. p̃. 12. quad. quad. p̃.

72.quad.p̃.216.æqualia 95.cub.& res est 3. vel 2. experiare & inuenies

Et eodem modo dicemus si corpus illud sit ex duobus cubis, & quatuor mutuis & tertia parte duorum mutuorum, & sit gratia exempli 105. totum illud, & quia ex c b in b f fit a b quod est 6. erit e g 4, igitur e g in e f 4. res ergo 1.cub. æqualis 4. rebus p. 105. & res est, 5. quia ducendo per primam viam peruenimus ad 1. cu.quad p.14. quad.quad.p.84. quad. p. 216. æqualia 105. cu. Ideo faciemus ex 5. re duas partes, ex quarum ductu producantur 6.qui 6. habentur ex 14.diuidendo per 2 $\frac{1}{3}$ numerum mutuorum corporum duorum, vel ex 216.quia semper erit ℞. cu. eius, vel etiam diuiso numero quadratorum scilicet 84. per numerum quad. quad. qui est 14. & ita si numeri erunt dispositi hoc modo, vt secundus sit talis pars tertij vt sit ℞. cu. quarti, erit regula generalis, sed ita vt quantitas e g varietur. vt oporteat problema ita construere: sunt duæ quantitates ex quarum ductu producitur 6. & aggregatum cuborum cum duplo & sexta parte mutuorum est 100. tunc inueniemus superficiem e g 5. & erit cubus æqualis 5. rebus p̃. 100.& ita habebimus e f, & partes producentes a b, & hic est primus modus & facilis. Sed si proponantur prius 1.cu.quad p. 13.quad. quad. p.78. quad.p. 216. æqualia 100. tunc quia tu nescis 100. quibus partibus æquetur,sed solum habes 6. ℞.cu. 3. seu quod prouenit diuiso 78. per 13. & diuiso 13. per 6, exit 2 $\frac{1}{6}$ abiice igitur relinquetur $\frac{1}{6}$ sume $\frac{1}{6}$ de 6.relinquetur 5. & habebis 1. cu. æqualem 5. rebus p. 100. vt prius, vnde nota erit e f. Et ita si dixeris 1. cu. quad. p. 15. quad. quad. p. 90. quad. p. 216. æquatur 120. cu. accipe ℞. cu. 216. quæ est 6. seu diuiso 90. per 15. & diuide 15. per 6. exit 2 $\frac{1}{2}$ abiice 2 remanet $\frac{1}{2}$ sume dimidium 6. quod est 3. abiice 3. ex 6. relinquitur 3, dicemus ergo quod 1. cu. æquatur 3.pos. p.120. igitur res erit ℞.cu.60.p.3599.p̃.℞.cu.60.m̃.℞.3599. hanc ita diuidemus vt producant 6.numerũ primo inuentum vt infrà demonstrabimus.

Nota quòd in huismodi æstimatione non solum necessarium est, vt numerus putà 65. vel 95. vel 100. aut 120. sit magnus comparatione numeri rerum quæ assumuntur,sed oportet vt res inuenta possit in duas partes quæ producant ℞.cub.numeri æquationis quæ fuit in exemplis assumptis 6,aliter quæsitum est falsum & impossibile.

CAPVT XLVII.

Quòd diuisa superficies seu corpus latera habet maiora latere totius.

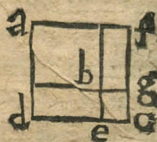
Sit quadratum a b c d seu cubus, & sit diuisum quomodolibet in e f dico quòd latera c e & e d, seu cubica seu quadrata pariter iuncta sunt maiora a b, nam latus a f est medium inter a c & a e, igitur cum a c sit maior a e, erit latus a f maius a e, & similiter latus d e medium inter b d & d f. igitur cum b d sit maior d f, erit latus d e maius c b, quare latera a f f b iuncta maiora a e, c b simul iunctis, & hoc est quod voluimus. Similiter in cubo, nam latera sunt media secundo ordine inter a c & c e, & inter b d & d f, vt demonstratum est ab Euclide in vndecimo Elementorum, ideò erunt maiora a e & c b. Sed ex hoc sequitur quod in cubo æquali rebus & numero æstimatio rei est semper maior ℞. cu. numeri: & etiam quia talis æstimatio est ℞. cu. cubi. qui est maior numero cum sit æqualis rebus ipsis etiam vltra numerum.



CAPVT XLVIII.

De quadratorum quantitate & mutuis corporibus cognitis.

Animaduertendum quòd si duo quadrata a b b c sint nota vt pote 13. & mutua quatuor sint 60.& velim efficere corpora solida ad altitudinem totius, illa erunt 13. res p̃. 60. æqualia cubo,& tunc 13.continebunt cubos a b b c, & insuper duo mutua: sed quia ex capitulo proprio supponitur quod 13. res contineant tria mutua, & 60. cubos, ideò in æstimatione quærenda fiet res ℞.v.cub.30. p̃.℞.808 $\frac{7}{8}$ p̃.℞. cub. 30. m̃.℞.808 $\frac{7}{8}$ Et ideo non erunt 3. & 2. tamen totum erit, cum autem dixero quod ex quadratorum a b b c,lateribus fiant mutua 30. tunc erit c d latus diuisum aliter scilicet in 2. & 3. Ideo cum dicimus 1. cu. æquatur 13. rebus p̃. 60. istud seruit eisdem quæsitis, vt 60. comprehendat duos cubos tantum, vel duos cubos cum duobus mutuis, vel duos cubos cum quatuor mutuis, vel cum quatuor mutuis, & dimidio duorum reliquorum & generaliter cum omni parte: sed vt dixi æquatio tamen capituli qua inuenitur quantitas c d sumitur a c, si numerus vt 60. æqualis sit solis cubis,& hoc seruit capitulo, quomodo proposito rectangulo & cubis laterum.



Si quis dicat 1.cu.p̃.70.æquatur 39.rebus dices tu, igitur duo cubi sunt 35. dimidium 70.& duo quadrata 13.tertia pars 39. & ita ex hoc peruenies ad 1. cu.p̃.70.æqualia 39 rebus per regulam de modo.

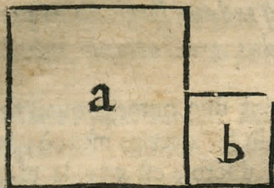
Iterum ergo si quis dicat duo cubi sunt 35. productum vnius in quadratum alterius mutuo est 30. triplicabis 30. fit 90. adde 35. fit 125. res est 5. ℞. cu. 125.

Et quoniam rursus ex dictis in Arte magna cum fuerit cubus p̃. 70. æqualis 39.rebus transmutatur in cubum æqualem totidem rebus & eidem numero, sed æstimatio prima habetur ducto dimidio secundæ æstimationis in se, & triplicato & deducto à numero rerum addita vel detracta à dimidio secundæ æstimationis ostendit primam. Cap. 13.

Adhuc ergo sit cubus p̃.70. æqualis 39.rebus, & res est 5.vel 2.& sub eadem æstimatione maiore cubus æqualis est 13. rebus p̃. 60. & per primam considerationem

quadrata

quadrata a & b sunt 13. tertia pars 39. & cubi 35. dimidium 70. Per secundam autem manentibus quadratis a & b 13. mutua corpora sunt 30. & æstimatio est eadem. Et



est 5. & si esset $4\frac{1}{2}$ gratia exempli & quadrata a b 12. Igitur manente æstimatione eadem & numero quadratorum partes rei essent $2\frac{1}{4}$ p̃. ℞. $\frac{15}{16}$ & $2\frac{1}{4}$ m̃. ℞. $\frac{15}{16}$ Et mutua corpora erunt productum $4\frac{1}{2}$ aggregati in $4\frac{1}{8}$ productum laterum a b $18\frac{9}{16}$ igitur 1. cu. æquabitur 12. rebus p̃. $37\frac{1}{8}$ numerus verò rerum æqualium cubo & numero est 36 triplum 12. & numerus ipse 70. $\frac{7}{8}$ & cubi $35\frac{7}{16}$ Oportet ergo vel ex cubo & numero rerum eodem, & æstimatione eadem supposito numero æquationis inuenire alterum, sed nondum cognita æstimatione, vel supposito numero æstimationis, & æquatione vna inuenire numerum rerum eundem. Exemplum 1. cub. p̃. 70. & 1. cu. æqualis 60. & oportet vt eadem quantitas, quæ est 13. satisfaciat vtrique scilicet 35. pro dimidio 70. & 30. pro dimidio 60. Hoc autem est notum per se, quoniam addo ad 60. dimidium ex dictis fit 90. addo ad 90. 35. dimidium 70. fit 125. cuius ℞. cu. est 5. æstimatio vtrique satisfaciens, fac ex 5. duas partes, quarum cubi sint 35. ex dictis in arte erunt partes 3. & 2. quarum quadrata sunt 13. numerus rerum vnus alter 39. triplum 13. pro altero.

CAPVT XXXXIX.

De quibusdam æquationibus & modis extra ordinem.

CVm fuerit cubus æqualis 6. rebus p̃. quouis numero putà 40. tantum fit diuiso 40. per 4. rei æstimationem, exit 10. quantum ducta æstimatione in se fit 16. detracto numero rerum qui est 6. relinquitur 10. Ergo posito cubo æquali 6. rebus p̃. 20. æstimatio quæsita, si diuidatur 20. per a erit quod prouenit, & est $\frac{20}{a}$ æquale quadrato ipsius a m̃. 6. igitur diuiso 40. per suam æstimationem id est 10. se habet ad $\frac{20}{a}$ sicut ducta æstimatione quæ est 4. in se, & deducto a ad quadratum a deducto 6. Cum enim cubus fiat ex æstimatione in suum quadratum, igitur deducto quod fit ex diuisione numeri per rem ex quadrato rei, relinquetur numerus rerum: ergo vicissim deducto numero rerum ex quadrato æstimationis relinquitur quod exit. Si quis dicat diuide 6. in duas partes quæ sint in proportione ℞. cub. 3. clarum est quod potest fieri ex tertio libro, diuidendo per ℞. cub. 3. p̃. 1. & est ℞. cu. 9. m̃. ℞. cu. 3. p̃. 1. & ductum in suum binomium producit 4. & in 6. fit ℞. cu. 19. m̃. ℞. cu. 648. p̃. 6. diuide per 4. exit ℞. cu. $30\frac{3}{8}$ m̃. ℞. cu. $101\frac{1}{8}$ p̃. $1\frac{1}{2}$

Aliter ergo ponemus vnam partem 6. m̃. 1. pos. aliam 1. pos. proportio ℞. cub. 3. igitur duc. 1. pos. in ℞. cu. 3. fit pos. ℞. cu. 3. duc ad cu. fit 3. cu. & hoc est æquale cubo 6. m̃. 1. pos. qui 216. p̃. 18. quad. m̃. 108. pos. m̃. 1. cu. igitur 1. cu. p̃. 27. pos. æqualia sunt $4\frac{1}{2}$ quad p̃. 54. Igitur per regulam 1. cu. p̃. 20. $\frac{1}{4}$ pos. æquatur $20\frac{1}{4}$ numero, igitur cubus tertiæ partis rerum est $307\frac{15}{64}$ adde quadratum dimidij numeri æquationis fit $410\frac{1}{16}$ igitur rei æstimatio est ℞. v. cu. ℞. $410\frac{1}{16}$ p̃. $10\frac{1}{8}$ m̃. ℞. v. cu. ℞. $410\frac{1}{16}$ m̃. $10\frac{1}{8}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ at illæ radices æquiualent prædictis, quia ℞. $410\frac{1}{16}$ est $20\frac{1}{4}$ igitur addendo & detrahendo $10\frac{1}{8}$ fiunt ℞. cu. $30\frac{3}{8}$ m̃. ℞. cu. $10\frac{1}{8}$ p̃. $1\frac{1}{2}$ vt prius. Cap. 18. Art. mag.

Ex hoc patet quòd cum habueris 1. cu. p̃. rebus æqualia quadratis p̃. numero, tum debes diuidere numerum rerum per numerum quadratorum & numerum qui exit duces ad cubum, & eum diuides per numerum æquationis, & cum eo multiplicabis totum quadrinomium, & quod superest in numero abijce ab vno, & illud serua, deinde, diuide ℞. cub. numeri iam inuenti in duas partes quæ se habeant in proportione numeri abiecti per primum modum, & habebis æstimationem quæsitam. Exemplum habes iam propositum: sit 1. cub. p̃. 27. rebus æqualis $4\frac{1}{2}$ quad. p̃. 54. diuide 27. per $4\frac{1}{2}$ exit 6. duc ad cubum fit 216. tum diuide per 54. numerum æquationis exit 4. duc in superiorem habes 4. cu. p̃. 108. pos. & 18.

1. cu. p̃. 27. æqual.	$4\frac{1}{2}$ quad. p̃. 54.
	4.
cu. p̃. 108. pos.	18. quad. p̃. 216.
3	216 p̃. 18. quad. m̃. 108. pos. m̃. 1. cu.
℞. cu. 3.	6. diuidendum

quad. p̃. 216. abijce quicquid est supra 1. cu. & est 3. & relinquentur 216. p̃. 18. quad. 108. pos. m̃. 1. cu. cape igitur ℞. cu. 3. & etiam ℞. cu. 3. & ei adde 1. pro regula fit ℞. cu. 3. p̃. 1. diuide 6. per ℞. cu. 3. p̃. 1. per priorem modum exibit æstimatio quæsita 1. cu. p̃. 27. pos. æqualium $4\frac{1}{2}$ quad. p̃. 54. Sed hæc conuersio non est generalis nisi cum ducto numero qui prodit ex diuisione cubi in numerum quadratorum consurgit numerus triplus ad ℞. cub. numeri, seu ad numerum qui prouenit ex prima diuisione.

CAPVT L.

De solidis radicibus & earum tractatione.

CVm voluero diuidere 6. vt fiat ℞. solida 9. duc. 6. in se fit 36. diuide 9. per 36. exit $\frac{1}{4}$ & hæc est prima pars, secunda igitur erit $5\frac{3}{4}$ nam ex cubo $\frac{1}{4}$ & duplo quadrati $\frac{1}{4}$ in $5\frac{3}{4}$ & quadrato $5\frac{3}{4}$ in $\frac{1}{4}$ iunctis fit 9. Regula prima.

2 Cum volueris habere radicem ſolidam 50. in proportione 3. ad 2. gratia exempli, cape 1.& $1\frac{1}{2}$ in proportione 3.ad 2.ita quod in illis ſit vnitas, iunge igitur 1. & $1\frac{1}{2}$ fit $2\frac{1}{2}$ duc in ſe fit $6\frac{1}{4}$ diuide 50. per $6\frac{1}{4}$ exit 8.cuius ℞.cu.quæ eſt 2. eſt pars prima ℞.ſolidæ 50.

3 Cum volueris habita prima parte ℞. ſolidæ habere ſecundam in partibus cognitis primæ & ſecundæ vt pote 8 & 24.accipe ℞. cu.primæ, quæ eſt 2. & tum ea ducta in ſe & fit 4. diuide dimidium 2. & quod exit eſt quæſitum 533.

4 Cum volueris habita prima & tertia quātitate veluti 8. & 18. habere ℞.ſolidam,tu ſcis quod prima pars eſt ſemper ℞.cu.primę partis 8. quæ eſt 2. diuide 18. exit 9. cuius ℞. quadrata quæ eſt 3. eſt pars ſecunda.

5 Cum volueris habita ſecunda & tertia parte habere ℞. ſolidam, tunc accipe dimidium ſecundæ partis vt pote 12. quod eſt dimidium 24. & ex cap. 28. Artis magnæ habebis eas.

6 Cum volueris habita prima parte & tertia, & aggregato comparare ℞. inuicem, ſcias quod ℞. quadratæ partium extremarum, vt pote 8. & 18. ſunt partium ſolidæ 1.2. & 3.quę ſunt ℞. ſolidæ 8. & 18. item ipſarum partium accipiendo dimidium ſecundæ, pro ſecunda, nam proportio 18.ad 12. & 12. ad 8. & 3.ad 2. & ℞. 18. ad ℞. 8. ſunt omnes ſexquialtera.

8 12 18 | 50
12
2 ——— 3
5
℞. 8---- ℞. 18
℞. 50.

7 Et ſicut ex 3. & 2. partibus ſolidæ fit ℞. 50.ſolida ita ex ℞. 8.& ℞. 18 quadratis fit ℞. 50. quadrata.

8 Itaque cum volueris habita prima parte, vt pote 8. & reſiduo aggregati, vt pote 42. habere radicem ſolidam totam, diuide 50. aggregatum per 8. exit $6\frac{1}{4}$ cuius ℞. quadratam, quæ eſt $2\frac{1}{2}$ accipe & ab ea minue 1. fit $1\frac{1}{2}$, duc in ℞. cu. 8. quæ eſt 2.fit 3. pars reliqua, & eſt conuerſa ſecundę regulæ.

9 Ex his manifeſtum eſt, quod vbi cubus æquetur 36. rebus p̄. 36. dando duo ſolida cubo, alterum rebus alterum numero, proportio vnius ad alterum erit 1. poſ. quæ eſt vt 36. poſ. ad 36. nam quilibet cubus ex duobus ſimilibus ſolidis componitur vt 125. componitur ex ſolido 2. & 3. quod eſt 50. & 3. & 2. quod eſt 75. & proportio alterius ad alterum eſt ſexquialtera, vt 3. ad 2.

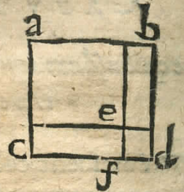
10 Quælibet duo ſolida ſimilia cubum componunt,velut capio 24.p̄.24. p̄.6.quod totū eſt 54.ſolidumprimum,aliud erit 12.& 12.& 3. quod eſt 27. aggregatum eſt 81. cubus ℞. cu. 24. p̄. ℞. cu.3.quod eſt dicere ℞.cu. 81. nam ℞. cu. 24. & ℞. cu. 3.componuntur ℞. cu. 81.& ℞. cu. 24. p̄. ℞. cub. 3.poſita prima parte ℞. cu. 24. producit ſolidum 24.p̄.24. p̄.6. & poſita prima parte ℞. cub. 3. producit ſolidum 12. p̄. 12.p̄.6.

Capvt LI.

Regula quadam ſpecialis atque item modus tractationis ſubtilis.

SI fuerint duo numeri quod fit ex ductu vnius in ℞. alterius mutuò, inde aggregato in ſe ducto, eſt æquale ei quod fit ex ductu vnius in quadratum alterius addito duplo ℞. quadratæ producti vnius in quadratum alterius inuicem. Exemplum, capio 2. & 3. & producta mutua in ℞. ſunt ℞. 18 p̄. ℞. 12. quorum quadratum eſt 30. p̄. ℞. 864. dico quod hoc eſt æquale producto vnius in quadratum alterius, & eſt 30. cum duplo ℞. 216. qui fit ex 12. in 18. mutuis 3. & 2. Ergo ſint partes 6. p̄. 1. poſ. & 6. m̄. 1. poſ. & debeat eſſe quadratum mutui 100. id eſt vt mutuum ℞. ſit 10.Erunt ergo mutua quadratorum 432. m̄. 12. quad. p̄. ℞. 186624.p̄. 432.quad. quad.m̄.155552. quad. m̄. 4. cu. & hoc eſt æquale 100.igitur 332. p̄. illa ℞. eſt æqua 12. quad. & 12. quad. m̄. 332.æqualia ℞. illi 6. igitur quadrata m̄.166 ſunt æqualia ℞.46656.p̄.108. quad. quad. m̄. 3888. quad. m̄. 1. cu. quad. Igitur partibus in ſe ductis 1. cu. quad. p̄. 1896. quad æquantur 19100.p̄. 72. quad. quad. Sed æquatio non eſt in parte nota, eſt tamen pulchrum.

Proponatur rurſus 6. diuiſum per ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu. 2. & exibit ℞. cu. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 4. vt notum eſt, & ponamus c e ſuperficiem ℞. cu. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 4. & ſint cubi a e e d 40. igitur per dicta ſuperius ſi velim aſſumere cubam trinomij, quadratum eſt 12. m̄. ℞. cu. 432. & cubus ob id ℞. cub. 93312.m̄. 36.



oportet autem vt ex hac quantitate quæ eſt 40.& refert aggregatum cuborum fiant duæ partes quæ inuicem ductæ faciant illum cubum:erunt ego partes 20. p̄. ℞. v. 436. m̄. ℞. cu. 93312. & 20. m̄. ℞. v. 436. m̄. ℞. cu. 93312, & ℞. v. cu. harum partium ductæ inuicem producunt ℞. cu. 93312. m̄. 536. & cubi ſunt 40. Partes igitur ſunt ℞. v. ma cu. 20. p̄. ℞. v. quad. 436. m̄. ℞. cu. 93312. & ℞. v. ma cu. 20. m̄. ℞. v. quad. 436. m̄. ℞. 93312. cum ergo producant inuicem ductæ c. e, id eſt ℞. cub. 16. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 4. vbi eſſet ℞. illa binomia proportionem habens, haberemus quæſitum cum ſit ex natura binomij cubici. Hoc volui ſcribere vt intelligeres ſubtilitatem operationis:& quod æſtimatio non eſt in quantitate cognita, niſi vt diuiſum ſcilicet velut diuidendo quantitatem aliquam per virgulam quæ nou habet nomen, & ita eſt & non eſt: eſt tamen notior & magis habilis ad omnes operationes quantitate ſolida: imò eſt quaſi media inter ſolidam & per ſe notam, in quo genere ſunt omnes ℞. ſimplices & coniunctæ.

CAPVT LII.

De modo omnium operationum in quantitatibus medio modo notis.

DEbes scire quod omnes operationes multiplicatio, diuisio, additio, detractio & ℞. inuentio in huiusmodi, est velut in partibus numerorum, velut volo multiplicare,

$$\frac{3}{℞.6.\bar{p}.℞.5.\bar{p}.℞.3.\bar{m}.℞.2.\bar{m}.1.} \text{ per } \frac{℞.cu.7.\bar{m}.℞.cu.2.}{℞.cu.5.\bar{m}.℞.cu.3.\bar{p}.℞.2.}$$

oportet vt ducas denominatores simul & fiet hoc

$$\frac{℞.cu.189.\bar{m}.℞.cu.54.}{℞.12.\bar{p}.℞.10.\bar{p}.℞.6.\bar{m}.2.\bar{m}.℞.2.\bar{p}.℞.cu.quad.5400.\bar{p}.℞.cu.quad.3125.\bar{p}.℞.cu.quad.675.\bar{m}.℞.cu.}$$

$$\frac{℞.cu.189.\bar{m}.℞.cu.54.}{quad.200.\bar{m}.℞.cu.5.\bar{m}.℞.cu.quad.1944.\bar{m}.℞.cu.quad.1125.\bar{m}.℞.243.\bar{p}.℞.cu.quad.72.\bar{p}.℞.cu.3.}$$

Et similiter facies in diuisione additionib. ac detractionib. reducendo ad idem genus quantitates simplices; & similiter in capiendo radicem. Velut capio radicem

$$\frac{25.}{14.\bar{p}.℞.120.\bar{p}.℞.2.\bar{m}.℞.48.\bar{m}.℞.24.\bar{m}.℞.10.\bar{m}.℞.5.}$$

capio ℞.cu. 25. & est 5. & capio radicem infra scripti denominatoris, & est ℞.6. p̄. ℞. 5. m̄. ℞.2. m̄. 1. & habeo $\frac{5}{℞.6.p.℞.5.m.℞.2.m.1.}$ ductum hoc ad veram quantitatem per sua contraria fiet diuisor, qui sit b, & qui diuiditur multorum nominum a, & 5.

$$\frac{a}{b} \quad \frac{c}{d} \quad \frac{e}{f} \quad \frac{g}{h}$$

diuisus c. & ℞. 6. p̄.℞.5. m̄ ℞. 2. m̄. 1. dicatur d & dicatur 25. numerator primus & suus denominator septem nominum f. Quia ergo a ad b vt c ad d & e ad f vt c ad d duplicata erit e ad f vt a ad b duplicata Igitur si ducantur a & b in se, & producantur g & h erit h. numerus, & g. h proportio nota, & est g ad h. vt e ad f igitur g ad f nota. Et hæc est sexta operatio propria quantitatibus mediis.

Per 20. sexti Elem.

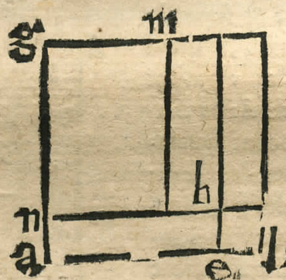
CAPVT LIII.

De diligenti consideratione quorundam superius dictorum.

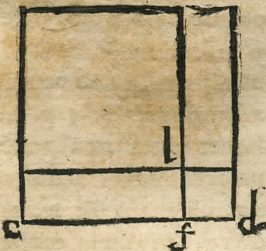
ET iam dicamus quòd cubus æqualis sit 12. rebus p. 20. & rei æstimatio est ℞. cub. 16. p̄. ℞.cu.4. & hæc potest tribui dando 20. numerum cubis similiter, & potest idem numerus dari ambobus cubis & duobus mutuis, & etiam ambobus cubis & quatuor mutuis parallelipedis, & ira trifariam: consideremus ergo postquam capituli inuentio, ac regula cum demonstratione sumpta fuit, per primum modum. Sumemus ergo cubum dimidii æstimationis, id est ℞.cu.2.p̄.℞.cu $\frac{1}{2}$, & est 2 $\frac{1}{2}$ p. ℞.cu.54. p̄. ℞. cu. 13 $\frac{1}{2}$, & duplum eius quod est minimum, quod possit produci ex diuisione æstimationis est 5. p. ℞. 432. p. ℞. cu. 108. liquet igitur non posse diuidi sic hanc ℞. propter numeri paruitatem, nam cubus totius esset 20. p̄. ℞. cu. 27648. p̄. ℞. cu. 6912. Sin autem capiamus 1. cu. æqualem 12. rebus p̄. 34. erit æstimatio ℞.cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. & duplum cubi dimidij 8 $\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu. 1024. p̄. ℞. cub. 54. & hoc totum est proximum 22 $\frac{1}{2}$ ideo duo mutua poterunt contineri in 11 $\frac{1}{2}$ diuides ergo 34. per ℞. cu. 32. p̄. ℞. cu. 2. exit ℞. cub. 1024. m̄. ℞. cu. 64. quod est 4. m̄. ℞. cub. 4. & hoc oportet esse æquale duobus quadratis, fac ergo ex ℞. cu. 32. p̄. cu. 2. duas partes, quarum quadrata sint æqualia trinomio illi accipe ergo dimidium trinomij, & est ℞. cu. 128. m̄. 2. p̄. ℞. cub $\frac{1}{2}$ à quo aufer quadratum dimidij diuidendi, id est quadratum ℞. cu. 4. p̄. ℞. cub $\frac{1}{4}$ & est ℞. cu. 16. p̄. 2. p̄. ℞. cu $\frac{1}{16}$ detrahe, relinquetur ℞.cu. 54. m̄. 4. p. ℞. cu $\frac{1}{16}$ huius igitur ℞. v. addita & detracta ostendit partes hoc modo. Iam ergo vides quod cubus æquatur 34. ita quod 34. numerus est æqualis duobus cubis cum duobus mutuis partium & quia residuum est numerus rerum, & est duplum mutuorum diuiso eo per rem, exibit numerus rerum quem constat esse eundem.

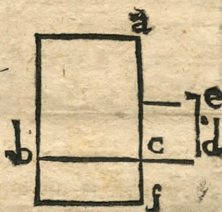
| ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu $\frac{1}{4}$ p̄. ℞. V^{ma} ℞. cu. 54. p̄. ℞. cu $\frac{1}{16}$ m̄. 4
| ℞. cu. 4. p̄. ℞. cu $\frac{1}{4}$ m̄. ℞. V^{ma} ℞. cu. 54. p̄. ℞. cu $\frac{1}{16}$ m̄. 4.

Proponatur ergo a b & c d 4. & sint res & sint earum quadrata b g d k sit autem a b diuisa in e. vt cubi g h, h b sint quadraginta, & erunt b res p̄. 40. æqualia toti cubo, & ideò auferatur m h æqualis a h erunt igitur tres illæ superficies b & iuxta altitudinem a b, b res & ex a b in m n & h b 40. & a c erit ℞. v. cu. 20. p̄. ℞. 392. & e b. ℞. v. cu. 20. m̄. ℞. 392. & sit e f 3. & f d erit 1. & cubi k l & l d cum duobus mutuis corporibus, & hoc est quantum fit ex c d in k l, l d iterum 40. & erunt superficies k l & l d 10. & æquales necessario superficiebus m n & h b quia & ipsæ ductæ in a b quæ est æqualis c d producit 40. Igitur quia volo in prima superficie quod soli cubi æquales sint 40. & in secunda quod cubi cum duobus corporibus mutuis efficiant idem 40. & quod æstimatio sit eadem, igitus



tur necesse est vt in secunda figura 1. cub. æquetur 6. rebus etiam p̄. 40. sed diuisio in f est. proximior medio quam in prima figura in e nec regula illa seruit huic æquationi sic intellectæ, ergo oporteret inuenire aliam ei propriam. Idem igitur dico de exemplo superiore, ponatur a b. ℞. cu. 32.p̄.℞. cu.2. & sit diuisio binomij in e & 1. cu. æqualis 12. rebus p̄. 34. & erunt n m & h b 12. In secunda autem figura erunt itidem k l, l d 12. sed diuisio erit, vt propositum est in f nec licebit cum æquatione 1. cu. æqualis 12. rebus p̄. 34. inuenire c d vt composita est ex c f & f d, sed ex alia regula, sed inueniemus a b vt est diuisa in partes a e, e b e c postmodum si noluerimus a f, f d. Hoc tamen satis est vt intelligamus dari quantitatem mutuam, quæ possit eo modo ducta producere numerum. Si fuerint duæ quantitates quod fit ex prima in quadratum secundæ, est æquale ei quod fit ducta secunda in ℞. primæ in se. Hoc autem commutandi causa. Sit prima a b quadratum, secunda c d fiat ergo ex b c in c d b f dico b f esse latus b a in c e. Quia enim ex a b in c d fit quantum ex b c in b f, eo quod vtrobique ducitur c d in quadratum b c, erit proportio corporis c d in a b ad b f superficiem linea b c. Similiter proportio corporis ducti in b c ad a b est quadratum c d, igitur proportio producti a b in c e ad b f est ipsa b f, igitur b f in se ducta, producit a b in c e.





SCHOLIVM.

32.p̄.lat.a.

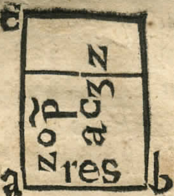
Ex visis hic & superiùs apparet liquidò, quod omnes regulæ vigesimi quinti capituli Artis magnæ, quas vocant speciales, sunt generales & dicuntur speciales solum ratione generis æstimationis, & ideò si quis dicat cu. æqualis est 20. rebus p̄.32. dicemus quod æstimatio est 20. d p̄.℞.p̄.32 id est diuisum in partem & radicem producentes 32. Et similiter erit 32.p̄. 20. cum p̄. 32. id est producentis 20. cum producente 32. Et similiter dicetur. Ag. ℞. p̄.20.p̄. n.16. id est aggregatum radicum partium 20. quæ mutuò ductæ producunt 16. dimidium 32. Dicemus etiam ex superius dictis hoc idem, vt res redigatur ad tres æstimationes, nam aliæ sunt confusæ. Ex quibus sequitur quòd istæ æstimationes inter se erunt æquales. Et similiter

cap. 2.

Cap. 28.

Vide supra cap. 31. & 40. in fine,





cum operatus fueris in illis, transibis ex vno in aliud capitulum, vt cum æstimatione. Et & infra ca. 57.

20.d.p̄.℞.p̄.32.
32.p̄.20 cu. 1.32.
Ag. ℞. p̄.20.p̄.m̄. 16.

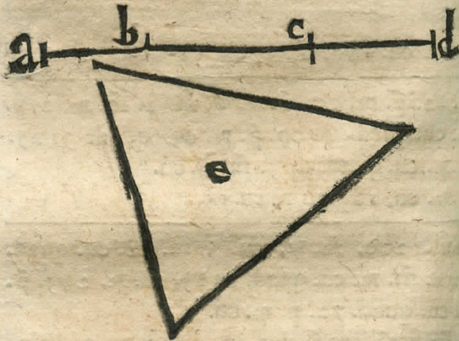
nota quod in figura a variat magnitudinem iuxta singulas regulas.

CAPVT LIIII.

De perpetua additione quantitatum.

Dico quod si capias duas quantitates a b b c & iungas eas, & sit producti b a in a c aggregatum à quadrato b c differentia superficies e, dico quod si addatur a c tantam parti c d æqualis b c quod differentia quadrati a c conuersa ratione à producto c d in a d, & hoc semper procedet, id est posita a d vna parte addemus æqualem a c, & fiet a c in aggregatum a d & ac differentia à quadrato ad idem e. ostensa prima patent reliquæ. Et semper fit commutatio, nam si in prima quadratum b c sit maius eo quod ex a b in a c erit in secunda quod fit ex c d in a d maius quadrato a c. Quod ergo fit ex c b in se cum eo quod fit ex c a in se est æquale duplo quadrati c b in se, & duplo c b in a b, & quadrato a b quod etiam fit ex a b in a c, & c d in d a est æquale eisdẽ quinq; superficiebus, igitur quadrata c b & c a sunt ęqualia duabus superficiebus a b in a c, & d c in d a, sint ergo quadrata b c, c a superficies f g, ita vt f sit æqualis quadrato a c, g quadrato b c, superficies autem h k æqualis a b in a c, & c d in d a, erit igitur vt demonstratum k h æqualis f g, sit autem h æqualis a b in a c, k autem ęqualis c d in d a, quantum igitur h excedit g tantum f k, vel contra quantum g excedit h tantum k excedit f, sed differentia g & h ex supposito est e, igitur e est etiam differentia f & k, sed f est æquale quadrato a c. & k producto ex c d in d a, igitur constat propositum.

Per 4. secundi Elem. Per 1. secundi Elem.







CAPVT

CAPVT LV.

Quæstio generalissima, per quam ex tribus conditionibus vniuersalibus ad vnam deuenimus quantitatem specialem, & est admirabilis.

EST quantitas cuius latus ductum in residuum producti latus tanto maius est latere aggregari quanto residuum totius detractis duobus lateribus maius est hoc ipso latere. Quantitas est 1. quad latus 1. pos. residuum 1. quad. m̄. 1. pos. latus igitur producti ℞. 1. cu. m̄. 1. quad habemus igitur 1. pos. ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. & 1. quad. m̄. ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. & m̄. 1. pos. quæ se æqualiter excedunt: igitur vt in proportionibus æqualibus multiplicatio, ita in excessibus coniunctio 1. quad. m̄. ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. duplum erit ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. Et ideò 1. quad. æquale triplo ℞. 1. cu. m̄. 1. quad. quod est ℞. 9. cu. m̄. 9. quad. Igitur 1. quad. quad. æquale 9. cu. m̄. 9. quad. & 1. quad. p̄. 9. æqualia 9. pos. igitur res est $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$. Aggregatum $31\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $911\frac{1}{4}$ detrahe $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 11. $\frac{1}{4}$. Relinquitur aggregatum secundæ & tertiæ 27. m̄ ℞. 720. hanc diuide vt æqualiter se excedant, detrahe duplum $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $11\frac{1}{4}$ ex 27. m̄. ℞. 720. relinquuntur 18. m̄. ℞. 405. cuius sume tertiam partem quæ est 6. m̄. ℞. 45. adde primæ habebis $10\frac{1}{2}$ m̄. ℞. 101. $\frac{1}{4}$, tertia fiet simili ex additione $16\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $281\frac{1}{4}$.

| $4\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $11\frac{1}{2}$
| $10\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $101\frac{1}{4}$
| $16\frac{1}{4}$ m̄. ℞. $281\frac{1}{4}$

QVÆSTIO II.

Linea a b est decem diuisa in quatuor quantitates æqua proportione & differentiæ illarum, simul iunctę sunt quinque. Sit igitur a e 1. & c d. 1. pos. d e erit 1. quad. & e b 1. cu. Et quia ex regulis generalibus quantitatum differentiæ a c, c d, d e, e b, sunt æquales differentiæ a c & e b, in quotuis quantitatibus quolibet modo, & ordine sumptis erit differentia a c a b c b ad a b 1. cu. m̄. 1. ad 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. igitur dupla, quare 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. æqualia 2. cu. m̄. 2. & 1. cu. æqualis 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 3. & est in capitulo & clarum. Habebimus ergo aggregatum 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. at nos volebamus non illud, sed 10. dicemus ergo si a b aggregatum esset 10, quanta esset a c, duc 10. in 1. fit 10. diuide per aggregatum, exibit quantitas a c in linea a b quæ est 10. & ea quantitas ducta per rem producet c d, eadem ducta in rem producet d e deductis a e, c d & d e ex a b, relinquetur nota etiam b e.

a c d e b

QVÆSTIO III.

Quod si dicat differentias a c & c d, itemque d e & e b esse quinque cum tota a b sit decem: ponemus vt prius, & erunt differentiæ c d & e a 1. pos. m̄. 1. & e b & e d 1. cu. m̄. 1. quad. igitur 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. sunt dupla 1. cub. m̄. 1. quad. p̄. 1. pos. m̄. 1. Quia ergo 1. cub. p̄. 1. quad. se habet ad 1. pos. p̄. 1. vt 1. cu. m̄. 1. quad. ad 1. pos. m̄. 1. nam vtriusque proportio est 1. pos. erit permutando 1. cu. p̄. 1. quad. ad 1. cu. m̄. 1. quad. vt 1. pos p̄. 1. ad 1. pos. m̄. 1. igitur iungendo erit proportio 1. cu. p̄. 1. quad. p̄. 1. pos. p̄. 1. ad 1. cu. m̄. 1. quad p̄. 1. pos. m̄. 1. vt 1. pos. p̄. 1. ad 1. pos. m̄. 1. At illa proportio fuit dupla, duplum igitur est 1. pos. p̄. 1. ad 1. pos. m̄. 1. & 1. pos. p̄. 1. æqualis 2. pos. m̄. 2. igitur 1. pos. æqualis 3. proportio igitur quantitatum tripla est. Erunt igitur quantitates 1. 3. 9. 27. tota igitur a b est 40. At nos supponimus eam esse decem solum, igitur cum 40. sit quadruplum ad 10 erunt a c, c d, d e, e b, quarta pars 1. 3. 9. 27. Quare erunt $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $2\frac{1}{4}$. $6\frac{3}{4}$. Et differentiæ $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$ & $2\frac{1}{4}$ & $6\frac{3}{4}$ sunt 5. 1. 1. $\frac{1}{2}$ & $4\frac{1}{2}$.

Ideo nota quod aggregatum quatuor quantitatum, ad aggregatum illarum duarum differentiarum proportionem habet quam proportio ipsa monade addita habet ad proportionem ipsam detracta vnitate, vt ita liceat latinè loqui tamen. Velut 8. 12. 18. 27. aggregatum 65. aggregatum differentiarum 13. proportio quintupla, & est vt $2\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, est autem $2\frac{1}{2}$ 1. p̄. proportione sexquialtera, quæ scribitur $1\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ m̄. eadem proportione. *Coroll. 1.*

Ex hoc etiam sequitur, quod cum proportio aggregati ad duas differentias primæ & secundæ, itemque tertiæ & quartæ fiat detracta & addita monade ad proportionem partium, & in omnibus quantitatibus eadem maneat, quòd si voluero aliquam proportionem, vtpote nonuplam inter aggregatum quantitatum & duarum differentiarum accipiam. 1. m̄. in proportione. 1. octuplam, & accipiam partem octauam 2. & est $\frac{1}{4}$ cui addam 1. & est $1\frac{1}{4}$, & hæc erit proportio scilicet sexquiquarta, et si voluero decuplam aufero 1. fit nonupla, & capio nonam partem 2. quæ est $\frac{2}{9}$ & ei addo 1. fit $1\frac{2}{9}$ proportio 1. superbipartiens duas nonas, & si voluero supertripartientem decimas. 1. $1\frac{3}{10}$ inter quantitates vt habeam proportionē aggregati ad aggregatum, vt 23. ad 3. & habebis quantitates vt vides, ideo detrahe 3. à 23. relinquitur 20. diuide 2. per 20 exit $\frac{1}{10}$ sumo triplū, & est $\frac{3}{10}$, cui addo 1. & fit 1. $\frac{3}{10}$, proportio partium quæsita & idem in aliis. *Coroll. 2.*

Quantit.	1000
	1300
	1690
	2197
Ag.q.	6187
Ag.d	807
Propor.	23 ad 3

Quantitatum proportiones ad aggregatum manent eadem dico ad aggregatum differentiarum omnium, & primæ & tertiæ, & ad differentiam secundæ à tertia: Et tamen vna est facillima inuentu, scilicet ad differentiam primæ & secundæ & tertiæ & quartæ, alia difficilima, scilicet ad aggregatum omnium, vt visum est in quæstione *Coroll. 3.*

 secunda,

ſecunda, alia fermè impoſſibilis ſcilicet ad differentiam ſecundæ & tertiæ. Nam cum proportio ad aggregatum omnium ſit vt vides, & ſimillier ad aggregatum duarum differentiarum detracta vna ab alia, ſeu in prima poſitione relinquetur proportio aggregati ad differentiam ſecundæ & tertiæ vt 1.cu.p̃.1.quad.p̃.1.poſ.p̃.1.ad 1.quad.m̃.1.poſ. & ita fiet æquatio cubi rerum &

1 cu. p̃. 1. quad. p̃. 1. poſ p̃. 1.
1.cu. m̃.1.quad. p̃.1. poſ. m̃. 1.

1. cu.p̃.1.quad.p̃.1.poſ.p̃.1.
1. cu. m̃.1.

1. cu. p̃. 1. quad. p̃.1.poſ.p̃.1.
1.quad.m̃.1.poſ.

& numeri æqualium quadratis: quantum ad generalem modum.

Quia verò proportiones ſe habent inuicem vt 1.poſ.1.quad. & 1.cu. proportionis, proportio enim ſecundæ ad primam eſt ſimplex & vna, & tertiæ ad ſecundam vt quad. & quartæ ad tertiam vt cubus. Velut vides in exemplo, differentiæ vero ſunt in eadem proportione: Ideo ſi quis dicat diuide 10. in quatuor quantitates, quarum proportio differentiarum extremarum ſit tripla ad mediam facile inuenies, nam habebis 1. cu. m̃.1.quad.p̃.1.poſ.m̃.1.tripla ad 1.quad.m̃.1. poſ.diuide per 1. poſ. m̃.1. habebis 1. quad.

8. 12.18.27.

$1\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{4}$ $3\frac{3}{8}$

4 6 9

p̃.1. æqualem 3 poſ. igitur res eſt $1\frac{1}{2}$m̃. ℞. $1\frac{1}{4}$, hæc erit proportio quantitatum iuxta quam diuidemus poſtea 20. & ſemper differentia primæ à ſecunda & tertiæ à quarta, tripla erit differentiæ ſecundæ à tertia.

QVÆSTIO IV.

Iuxta quam faciemus quatuor quantitates in continua proportione quarum differentia fecundæ à tertia ſit 2. & primæ à ſecunda, & tertiæ à quarta 6. Erunt igitur illæ differentiæ in ea proportione, vtpote $1\frac{1}{2}$m̃.℞.$1\frac{1}{4}$ | $3\frac{1}{2}$m̃.℞.$11\frac{1}{4}$ 9.m̃.℞. 80. Sed media differentia non eſt 2. dic ergo ſi 3.$\frac{1}{2}$ m̃.℞.$1\frac{1}{4}$ eſſet 2. quid erit $1\frac{1}{2}$m̃. ℞. $1\frac{1}{2}$ & 9. m̃.℞.80.Duc.2. in eas quantitates, fient vt vides: diuide eas per $3\frac{1}{2}$m̃. ℞. $11\frac{1}{4}$, & eſt vt multiplices per binomium omnia fietque

3.m̃.℞.5.
18.m̃.℞.320.

$3\frac{1}{2}$m̃.℞.$11\frac{1}{4}$
$3\frac{1}{2}$p̃.℞.$11\frac{1}{4}$

diuiſor.1. & eſt ac ſi non diuideres quantitates, ergo erunt vt vides, ſed hæ ſunt differentiæ quantitatum. Pones ergo primam 1.poſ.ſecundam 1.poſ.p̃.3.m̃.℞.5.tertiam 1. poſ.p̃.5.m̃.℞.5.quartam 1.poſ.p̃.8. duc primam in vltimam fiunt 1. quad. p̃. 8. poſ. æqualia ductui ſecundæ in tertiam, qui eſt 1. quad.p̃.8.poſ.m̃.poſ.℞.20.p̃.20. numero m̃. ℞.320. Igitur poſ.℞. 20. æquantur 120.

1.
3.p̃.℞.5.
2.
3.m̃.℞.5.

m̃.℞. 328. diuide numerum per numerum poſitionum, erit rei æſtimatio ℞. 20. m̃. 4. Igitur quantitates erunt vt vides.

Et conſtat quod ſunt in continua proportione: nam ex prima in tertiam fit 6.m̃.℞. 20. quod eſt quadratum ſecundæ. Et differentia primæ à ſecunda eſt 3. m̃. ℞. 5. &

℞.5.m̃.1.	1. poſ.
℞.5.m̃.1.	1. poſ.p̃.3.m̃.℞.5.
℞.5.p̃.1.	1. poſ.p̃.5.m̃.℞.5.
℞.20.p̃.4.	1. poſ.p̃.8.
℞. 180.	

tertiæ à quarta 3. p̃. ℞. 5. quæ iunctæ faciunt 6. & differentia ſecundæ à tertia eſt. 2. vt propoſitum eſt.

CAPVT LVI.

De duabus quæſtionibus pulchris ſed impertinentibus.

CVm fuerint tres quantitates, & volueris eas diuidere in duos ordines quantitatum eiuſdem proportionis primum diuides ſecundum pro arbitrio.1.mediam, quia innumeris modis poterit ſolui quæſtio, vt etiam ſub certa porportione quantitatibus vt libet variatis iuxta proportionis naturam, erunt ergo duo generales modi, ſcilicet quantitatis & proportionis. Sint ergo quantitates 5.8.13. Et proportionem aſſumamus duplam, erunt igitur 5.m̃.1.poſ.8.

5.m̃.1.poſ.
8.m̃.2.poſ.
13.m̃.4.poſ.

65.p̃.℞.quad.m̃. 33.poſ.
64.p̃. 4. quad. m̃.32.poſ.

$\frac{1}{29}$ $\frac{4}{29}$ $\frac{10}{29}$
$4\frac{28}{29}$ $7\frac{25}{29}$ $12\frac{13}{29}$

Aggreg. Prim. Sec. Agg. 3.
5 2 23
20 $\frac{6}{4}$
13 36. | 32
$1\frac{7}{13}$ 13
$2\frac{8}{13}$
2.$\frac{7}{13}$
1.$\frac{7}{26}$ 1.$\frac{413}{676}$
1.$\frac{7}{13}$
$\frac{7}{26}$ $\frac{49}{676}$

m.2.poſ.13.m.4.poſ. in continua proportione, quare vt vides extrema inuicem conueniunt

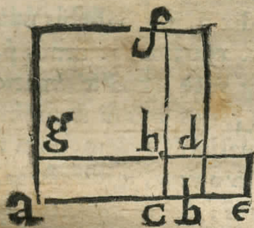
niunt ducta cum media in se, & abiecto numero quadratorum vtrinque qui semper erit idem erit 1. pos. æqualis 1. igitur quantitates erunt 1. 2. 4. & reliquæ 4. 6. 9. & hic modus est facilis. Etenim si posuisses in proportione quadrupla fuissent, vt vides. At si quantitates mediæ iam distinctæ supponantur. Velut in primo exemplo à latere vides. Duc. 5. primum aggregatum in 4. quadratum mediæ minoris fit 20. diuide per 13. aggregatum maiorum exit $1\frac{7}{13}$, detrahe inde 4. quadratum mediæ minoris ex 36. quadrato mediæ maioris relinquitur 32. diuide per 13. exit $2\frac{7}{13}$ detrahe ex 5. minore aggregato relinquitur $2\frac{7}{13}$, cuius dimidio in se ducto cum fiat $1\frac{413}{676}$ detrahes iam seruatum primum prouentum, & est $1\frac{7}{13}$ relinquetur $\frac{49}{676}$ cuius ℞. $\frac{7}{26}$ addita vel detracta ab $1\frac{7}{26}$ dimidio residui minoris aggegati ostendit partes 1. vel $1\frac{7}{13}$. Igitur partes erunt se-

* 1.	2.	4.			
4.	6.	9.			
$\frac{20}{13}$	2.	$\frac{13}{5}$			
$\frac{45}{13}$	6.	$\frac{52}{5}$			
5.	4. m̃.	1.	pos.	13.	
	4. p̃.	1.	pos.		

cundum primam æstimationem 1. 2. 4. & 4. 6. 9. & iuxta secundam. Quod si aggregata sint mutua 1. vt prima cum tertia coniungatur, erunt gratia exempli 8. & 2. & 6. & 10. peruenies ad notitiam eodem modo 4. 2. 1. & 4. 6. 9. & $\frac{4}{5}$ 2. 5. & $7\frac{1}{5}$ 6. 5. & ideo duplex ordo videtur ex his haberi.

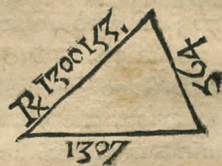
REGVLA SECVNDA Pomponij de Bolognetis.

Sint duæ lineæ a b & b c gnomo, qui est differentia quadratorum c g f d, & producatur b c æqualis b c, dico quod rectan-



gulum ex a c differentia in a e aggregatum laterum est æquale gnomoni dicto. Nam ex Prima secundi Elementorum quod fit ex a c in a e, est æquale ei quod fit ex a c in se, & in c b & b c. Sed quod fit ex a c in seipsum est æquale quadrato g f, & quod fit ex a c in b c est æquale rectangulo c g ex diffinitione data in initio Secundi Elementorum: & quod fit ex a c in b e est æquale rectangulo d f, quia b e est æqualis c h, etenim supposita est æqualis b c & d f est æquale a b, ex his quæ dicta sunt in Primo Elementorum, igitur liquidò patet propositum.

Propos. 43.



1307. | 564.

1708249 | 318096.
318096 |

℞. 1390153 | 1307.

564.

1871.
743.

5613.
7484.
13097.

1390153.

975342.
975342.

1950684.
3901368.
292602640.
487670140.

6827394 00.
8778078 160.

951292016964.
1600.

951292018564.

Cum ergo soleamus inuenire ex basi orthogonij & altero latere reliquum latus hoc modo, sit latus recto oppositum 1307. alterum 564. ducuntur in se, & fiunt 1708249. & 318096. detrahe vnum ex altero fit 1390153. cuius ℞. est alterum latus. Sed ex præcedenti demonstratione longe breuius iunge 564. et 1307. fiunt 1871. detrahe etiam vnum ex altero fit 743. duc. 743. in 1871. fiunt vt suprà.

In hac operatione ingrediuntur figuræ 43. in priore autem figuræ 72. Maius etiam est discrimen & licentia errandi maior in maioribus numeris. At verò ex demonstratione simili poterimus iungere latera, nam si magna sint ambo, vt pote 975342. & 975362. ducemus maiorem in se & duplicabimus, & ei addemus quadratum differentiæ, habebimus quadratum lateris oppositi angulo recto. Fit ergo hæc operatio tota cum 75. figuris, at alio modo 120. figuris indiget. Præterea operationes addendi in hac sunt 16. in alia 34. quod si quantitas minor parua sit, & differentia magna erit, tunc ordinarium modum sequemur.

Modus multiplicandi noster vt 87. in 89. duc 90. in 90. proximum denarium fit 8100. duc defectum seu differentiam, in differentiam
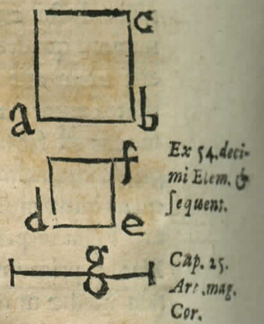
tiam fit 3. totum 8103. iunge 3. & 1. fit 4. duc in 90. fit 360. detrahe ex 8103. relinquitur 7743. si verò volueris ducere 87. in 93. duc 90. in 90. fit 8100. duc 3. in se fit 9. detrahe ab 8100. relinquitur 8091. Duc tertio 88. in 94. duc 90. in 90. fit 8100. duc 2. minus in 4. excessum fit 8. detrahe ex 8100. relinquitur 8092. detrahe 2. minus à 4. plus fit 2. plus, duc in 90. fit 180. adde ad 8092. fit 8272. Duc demum 49. in 93. duc 50. in 90. fit 4500. Et 1. in 3. fit 3. detrahe, habes 4497. duc in 90. fit 90. duc 3. in 50. fit 150. detraho 90. à 150. relinquitur 60. adde ad 4497. habes 4557. vel ducas 47. in 88. duc 90. in 50. fit 4500. duc 3. in 2. fit 6. iunge fiunt 4506. duc 3. in 90. fit 270. & 2. in 50. fit 100. iunge fiunt 370. detrahe ex 4506. relinquuntur 4136. semper autem oportebit duo iungere tantum aut quatuor aut duo iungere & duo minuere. Et vtilis est ad supputationem quę mente sola fit.

Capvt LVII.

De tractatione æstimationis generalis capituli cubi æqualis rebus & numero.

Cap. 40. in fine, & 53. in fine, Iam docuit te quod æstimatio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero non est habita, neque per regulam generalem neque specialem, nisi per illam, vt inuenias quantitatem quæ ducta in secundam, producat numerum æquationis, & illa secunda quantitas gerit vicem gnomonis, & sit prima radix seu latus aggregati ex numero rerum, & secunda illa quantitate inuenta. Et est hoc secundum naturam (vt dixi) quia linea ponitur latus aggregati duarum superficierum quadratarum, & ideo erit opposita angulo recto à lateribus illorum duorum quadratorum contento. *Per 47. primi Elem.* Et dixi iam quod hæc quantitas describitur, vt in exemplo cubi æqualis 20. rebus p̄. 32. sic 32. p̄. 20. c. p̄. 32. 1. producens 20. cum producente 32. seu melius ℞. 20. p̄. d. 32. id est ℞. 20. p̄. diuiso 32. per ipsam radicem. Aliter ℞. 20. f. 32. id est ℞. 20. cum fragmento 32. supple per eandem radicem diuisi. Fragmentum enim est quod ex diuisione prodit. Hoc igitur nomine vtemur deinceps si cui aliorum aliquid arrideat, vel etiam nouum imponat, modo res constet non grauabor. Igitur ℞. 20. f. 32. est æstimatio cubi æqualis 20. rebus p̄. 32. numero vt dictum est.

Dico ergo primum quòd hæc æstimatio non potest esse, neque ex natura binomij, nisi vt mutantur neque recisi sint a b c & d e f quadrata illa, & a c numerus r m d f, quod prouenit diuiso numero per g rem ipsam: quia ergo g si est binomium d e f est recisum, igitur cum a b c sit numerus, erit aggregatum ex a b c & d e f recisum, igitur latus eius est recisum: non ergo g fuit binomium, & si ponas quod g sit recisum, erit d e f binomium & aggregatum a b c, d e f binomium, igitur latus eius binomium primum & non recisum.



Ex 54. decimi Elem. & sequent.

Cap. 25. Art. mag. Cor.

Cum igitur cubus æqualis rebus & numero, vt in exemplo præcedenti, vt supra visum est habeat æstimationem ℞. 17. p̄. 1. & hoc est binomium, & necesse est vt sit ℞. 20. f. 32. diuido 32. per ℞. 17. p̄. 1. & sufficit ducere ℞. 17 m̄. 1. in 2. fit ℞. 68. m̄. 2. quod additum ad 20. efficit 18. p̄. ℞. 68. & ita vides quod redit ad binomium, cuius ℞. est ℞. 17. p̄. 1 rei æstimatio, constat ergo quòd nullum recisum potest esse eiusmodi: neque etiam binomium cuius prima pars sit numerus, nam fragmentum erit necessariò cum secunda parte m̄. & ℞. igitur totum esset recisum. Est igitur quærenda quantitas eius generis vt diuiso numero per eam illius possit esse radix, & constat in binomio quinto (vt dixi) & in secundo sit ℞. 12. p̄. 3. vt suprà volo inuenire cubum æqualem rebus & numero, fac vt in regula de modo, & videbis quod solum conuenit secundo binomio, & quinto. *Cap. 4.* Regula ergo de modo duplica numerum æquationis seu æstimationis habitæ, & duc vtrumque in se & differentiam adde quadrato ℞. æstimationis, & habebis numerum rerum. Inde accipe ℞. quadrati rei & ab ea minue differentiam numeri rerum, & numeri quadrati rei, & hoc duc in rem ipsam, & producetur numerus æquationis. Exemplum proponitur ℞. 7. p̄. 2. pro æstimatione duplica 2. fit 4. duc 2 & 4. in se fiunt 16. & 4. quorum differentia est 12. adde 7. quadratum ℞. 7. fit 19 numerus rerum. Inde accipio ℞. 112. quadrati ℞. 7. p̄. 2. & ab ea minue 8. differentiam 19. numeri rerum, & 11. numeri quadrati ℞. 7. p̄. 2. nam ducta in se producit 11. p̄. ℞. 112. igitur numerus illius quadrati est 11. hanc ergo differentiam minue à ℞. 112. iam seruatam, & est ℞. quadrati rei fiet ℞. 112. m̄. 8. duc in rem quæ est radix 7. p̄. 2. habebis numerum 12. igitur 1. cu. æquatur 19. rebus p̄. 12 numero. Constat verò quod æstimatio non potest augeri, nec minui stante numero rerum & æquationis eodem, nam si augeatur quod exit minuitur, igitur & ℞. aggregati quæ est res, & si minuitur quod exit, augetur igitur & ℞. aggregati quæ est res & ita dum augetur minuitur, & dum minuitur augetur quod esse non potest. Constat etiam quod talis æstimatio est communis binomio cubico inuento in parte capituli, & binomio superficiali hic declarato & communis quantitas est æstimatio generalis.

CAPVT LVIII.

De communi quantitate duabus incommensis quot modis dicatur.

SVnt ergo iam notæ duæ æstimationes cubi æqualis rebus & numero, vna in parte maiore numeri, & est binomij cubici, alia in parte minoris numeri binomij ex ℞. quadratis secundi vel quinti, & communis æstimatio quæ non potest esse in commensis, essent enim inter se commensæ, & quarta scilicet quæ intelligitur in parte minoris numeri, deficere igitur commune oportet vt dicatur per coniunctionem. Sint igitur a b & b c incommensæ, & sint



℞. 8. p̃. 2. | ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2.

coniunctæ ita vt medium earum sit d id est aggregati, vt gratia exempli, a b sit ℞. 8. p̃. 2. & b c ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. Postquàm igitur non potest esse communis æstimatio per commensum commune: ita enim essent eiusdem naturæ inter se, aut erunt ergo per viam additionis & detractionis vt sit a d, igitur a d erit ℞. 2. p̃. 1. p̃. ℞. cu $\frac{1}{2}$ p̃. ℞. cu $\frac{}{4}$ quare b d erit ℞. 2. p̃. 1. m̃. ℞. cu. $\frac{1}{2}$ m̃. ℞. cu $\frac{1}{4}$ quam conuenit addere quadrinomio, & ita potuissemus ab initio inuenire a b & b c, sicut duo hæc quadrinomia eiusdem generis. Ponamus rursus quod primum inuentum gratia exempli, sit a e quod addat super a b ℞. cu. 2. vt eam oporteat detrahere, aut sit minus c e in ℞. cu. 2 igitur oporteret inuenire a e & e c prius quæ sunt inæquales, & vna est quantitas trinomia alia ℞. cu. simplex, hoc autem absurdum, ideò via operationis nulla est. Necesse est igitur vt sit quantitas communis genere non a b nec b c, & hoc esse potest, nam animal est commune homini & asino & boui & equo, ita a b & b c continentur sub communi aliqua quantitate, quæ donec communis est omnibus habet solam eam proprietatem, quod cum diuiditur numerus simplex æquationis, per illam ipsam est ℞. numeri rerum cum eo quod prodit. Huic accidere potest vt sit numerus, vt binomium secundi & quinti generis: vt sit ℞. cu. binomia simplex, vt hic vel binomij cum suo reciso, vel vt sit alia quantitas sẽmper cum illa proprietate. Diuidamus ergo 16. per ℞. 8. p̃. 2. exit ℞. 128. m̃. 8. addo ad 20. fit 12. p̃. ℞. 128. quadratum ℞. 8. p̃. 2. nam cubus fuit æqualis 20. rebus 2. exit ℞. cu. 16. m̃. 2. p̃. ℞. cu 4. hoc adde ad 6. numerum rerum fit ℞. cu. 16. p̃. 4. p̃. ℞. cu. 4. & hoc est quadratum ℞. cu. 4. p̃. ℞. cu. 2. Commune est ergo vt vides in vtraque diuisione prodire recisum, quod additum numero rerum, transeat in naturam similem quadrato rei: numerus igitur rerum mutat naturam eius, quod prouenit ex diuisione numeri æquationis per rem.

CAPVT LIX.

De ordine & exemplis in binomijs secundo & quinto.

CVm semper incrementum numeri, & primus numerus incipiat à ℞. primi numeri rerum, & dimidium eius ℞. sit secunda pars binomij stabilis, quæ est numerus æstimationis & primæ partis quadratum incipit à quarta parte primi numeri rerum & inde tam numerus rerum quam etiam incrementa quadratorum primæ partis binomij, quæ est ℞. augeantur per monades: quæ facilius patent in suppositis exemplis primis quatuor, cum quintum sit extra ordinem manente æstimatione, velut in tertio exemplo primus numerus rerum est 9. cuius ℞. est 3. à quo incipit primus numerus æquationis, & eius dimidium est 1. $\frac{1}{2}$ pars secunda æquationis, quæ remanet immobilis, & prima quæ est ℞. 2 $\frac{1}{4}$ cuius quadratum est quarta pars primi numeri rerum, id est 9. Et augentur talia quadrata post modum per monadem, seu vnum, vt etiam numerus rerum, vt in figura vides.

Exemplum primum incrementi per 1.

1 cu. 0 p̃. 1. pos. ℞ $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 1 p̃. 2. pos. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 2 p̃. 3. pos. ℞. 2 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 3 p. 4. pos. ℞. 3 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 4 p̃. 5. pos. ℞. 4 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 5 p̃. 6. pos. ℞. 5 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 6 p̃. 7. pos. ℞. 6 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 7 p̃. 8. pos ℞. 7 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 8 p̃. 9. pos. ℞. 8 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 9 p̃. 10. pos. ℞. 9 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$
1 cu. 10. p̃. 11. pos. ℞. 10 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 11 p̃. 12. pos. ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 12 p̃. 13. pos. ℞. 12 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$
1 cu. 13 p̃. 14. pos. ℞. 13 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 14 p̃. 15. pos. ℞. 14 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 15 p̃. 16. pos. ℞. 15 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 16 p̃. 17. pos. ℞. 16 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$
1 cu. 17 p̃. 18. pos. ℞. 17 $\frac{1}{4}$ p̃: $\frac{1}{2}$

Exemplum secundum incrementi per 2.

1 cu. 0 p̃. 4. pos. ℞. 1. p̃. 1
1 cu. 2 p̃. 5. pos. ℞. 2. p̃. 1.
1 cu 4 p̃. 6. pos. ℞. 3. p̃. 1.
1 cu. 6 p̃. 7. pos. ℞. 4. p̃. 1
1 cu. 8 p̃. 8. pos. ℞. 5. p̃. 1.
1 cu. 10 p̃. 9. pos. ℞. 6. p̃. 1
1 cu. 12 p̃. 10. pos. ℞. 7. p̃. 1.
1 cu. 14 p̃. 11. pos. ℞. 8. p̃. 1.
1 cu. 16 p̃. 12. pos. ℞. 9. p̃. 1.
1 cu. 18 p. 13. pos. ℞. 10. p̃. 1.
1 cu. 20 p. 14. pos. ℞. 11. p. 1.
1 cu. 22 p. 15. pos. ℞. 12. p. 1.
1 cu. 24 p. 16. pos. ℞. 13. p. 1.
1 cu. 26 p̃. 17. pos. ℞. 14. p̃. 1.

1 cu. 26 p̄. 17. pos. ℞. 14. p̄. 1.
1 cu. 28 p̄. 18. pos. ℞. 15. p̄. 1.
1 cu. 30 p̄. 19. pos. ℞. 16. p̄. 1.
1 cu. 32 p̄. 20. pos. ℞. 17. p̄. 1.
1 cu. 34 p̄. 21. pos. ℞. 18. p̄. 1.

Exemplum tertium incrementi per 3.

1 cu. 0 p̄. 9. pos. ℞. $2\frac{1}{4}$ p̄: $1\frac{1}{2}$
1 cu. 3 p̄. 10. pos. ℞. $3\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 6 p̄. 11. pos. ℞. $4\frac{1}{4}$ p̄: $1\frac{1}{2}$
1 cu. 9 p̄. 12. pos. ℞. $5\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 12 p̄. 13. pos. ℞. $6\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 15 p̄. 14. pos. ℞. $7\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 18 p̄. 15. pos. ℞. $8\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 21 p̄. 16. pos. ℞. $9\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 24 p̄. 17. pos. ℞. $10\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 27 p̄. 18. pos. ℞. $11\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 30 p̄. 19. pos. ℞. $12\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 33 p̄. 20. pos. ℞. $13\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 36 p̄. 21. pos. ℞. $14\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 39 p̄. 22. pos. ℞. $15\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 42 p̄. 23. pos. ℞: $16\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 45 p̄. 24. pos. ℞. $17\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu. 48 p̄. 25. pos. ℞. $18\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
1 cu, 51 p̄. 26. pos. ℞. $19\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$

Exemplum quartum incrementi per 4.

1 cu. 0 p̄. 16. pos. ℞. 4. p̄. 2.
1 cu. 4 p̄. 17. pos. ℞. 5. p̄. 2.
1 cu. 8 p̄. 18. pos. ℞. 6. p̄. 2.
1 cu. 12 p̄. 19. pos. ℞. 7. p̄. 2.
1 cu. 16 p̄. 20. pos. ℞. 8. p̄. 2.
1 cu. 20 p̄. 21. pos. ℞. 9. p̄. 2.
1 cu. 24 p̄. 22. pos. ℞. 10. p̄. 2.
1 cu. 28 p̄. 23. pos. ℞. 11. p̄. 2.
1 cu. 32 p̄. 24. pos. ℞. 12. p̄. 2.
1 cu. 36. p̄. 25. pos. ℞. 13. p̄. 2.
1 cu. 40 p̄. 26. pos. ℞. 14. p̄. 2.
1 cu. 44 p̄. 27. pos. ℞. 15. p̄. 2.
1 cu. 48 p̄. 28. pos. ℞. 16. p̄. 2.
1 cu. 52 p̄. 29. pos. ℞. 17. p̄. 2.
1 cu. 56 p̄. 30. pos. ℞. 18. p̄. 2.
1 cu. 60. p̄. 31. pos. ℞. 19. p̄. 2.
1 cu. 64 p̄. 32. pos. ℞. 20. p̄. 2.

Exemplum quintum vbi res eadem est.

1 cu. 216 p̄. 0. pos. 6.
1 cu. 210 p̄. 1. pos. 6.
1 cu. 204 p̄. 2. pos. 6.
1 cu. 198 p̄. 3. pos. 6.
1 cu. 192 p̄. 4. pos. 6.
1 cu. 186 p̄. 5. pos. 6.
1 cu. 180. p. 6. pos. 6.
1 cu. 174 p. 7. pos. 6
1 cu. 168. p. 8. pos. 6.
1 cu. 162 p. 9. pos. 6.
1 cu. 156 p. 10. pos. 6.
1 cu. 150. p. 11. pos. 6.
1 cu. 144 p. 12. pos. 6.
1 cu. 138 p. 13. pos. 6
1 cu. 132 p. 14. pos. 6.
1 cu. 126 p. 15. pos. 6.
1 cu. 120 p. 16. pos. 6.

Ex quibus sequuntur quatuor corollaria.

Cor. 1. Ex hoc igitur ordine habemus primum quod oportet, vt cum dimidium ℞. sit pars secunda æstimationis, & ℞. sit necessariò numerus par vel impar, vt secunda pars sit numerus integer, aut numeri dimidium. Cor. 2.

Secundò, sequitur quod capitulum non potest esse generale, quia primus numerus necessariò est quadratus, nam si non sit cum incrementa fiant per radicem numeri, igitur vel primus numerus vt pote in tertio ordine erit integer & non quadratus, aut quadratus sed non integer: si quadratus & non integer, igitur cum alij numeri rerum fiant per additionem continuam vnius, erunt omnes numeri rerum fracti, igitur non seruiet capitulum cubo æquali rebus integris & numero vlla ex parte quod est absurdum. Sin autem fuerit numerus & non quadratus, igitur cum incrementa fiant per ℞. illius, nunquam prodibit numerus verus æquationis, & ita capitulum erit inutile.

Ex hoc sequitur etiam quòd numquam numerus æquationis potest adeò augeri, vt quadratum dimidij eius sit maius cubo tertię partis numeri rerum: nam tunc per primam regulam fieret ęstimatio binomium cubicum: & per hanc regulam binomium quadratum, & ita unum æquale esset alteri, quod licet esse possit, vt in hoc exemplo ℞. v. cu. 20. p̄: ℞. 329. p̄. ℞. v cu. 20. m̄: ℞ 392. & est 2. p̄. ℞ 2. & 2. m̄. ℞ 2. quod est 4. non potest tamen continuari, & æstimatio resoluitur in numerum integrum. *Per vltimã decimi Element.* Cor. 3.

Cor. 4. Ex hoc habetur æstimatio proposito numero rerum & ęquationis inuenias omnia quadrata contenta sub numero rerum, & suas ℞. cum quibus duces istas in differentiam numeri rerum, & numeri quadrati, & si producatur numerus æquationis. tunc differentiæ illius, & quartæ partis numeri quadrati inuenti ℞. est prima pars binomij, & dimidium ℞. illius inuentæ pars secunda binomij. Exemplum 1. cu. ęqualis est 30 p̄: 19. pos. sub 19 numero rerum continentur quadrati numeri, vt a latere vides: cum verò differentia 9. a singulis sit ducta in ℞. numeri bifariam producitur 30. numerus ęquationis.

16 ——	4.	3.	12.
9 ——	3.	10.	30.
4 ——	2.	15.	30.
1 ——	1.	18.	18.

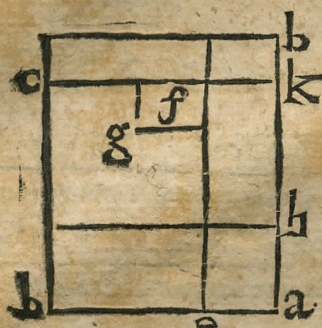
In posteriore accipiemus 1. quartam partem 4. & addemus ad 15. differentiam fit 16. cuius ℞. quæ est 4. addito 1. constituit ęstimationem 5. In priore addemus $2\frac{1}{4}$ quartam partem 9. ad 10. differentiam fit $12\frac{1}{4}$ cuius ℞. quæ est $3\frac{1}{2}$ addito $1\frac{1}{2}$ dimidio 3. ℞. 9. fit 5. vt prius rei æstimatio.

CAPVT LX.

Demonstratio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero.

Et cum sit regula hæc quòd ad æstimationem attinet specialis, ideò etiam non mirum est si sit etiam specialis in modo inueniendi, cum supponat numerum quadratum. Ergo vt generaliter considere-tur

tur proponamus rem ipsam a b & eius quadratum a c, quod constat ex aliquo numero diuiso per a b & prouentu addito numero rerum, numerus igitur diui-



sus nunc ponatur superficies: ideòque poterit esse maior & minor & æqualis ipsi a e proponatur primum quod sit æqualis igitur quod prouenit erit b a latus & hoc est notum: quippe numerus notus ideò nota velut 1. cub. æqualis 25. p̄. 20. rebus res est 5. & æqualis 36. p̄. 30. rebus res est 6. Sit modo B D maior quadrato A C in D E, & sit A C vnum, & quia E D erit quantum A D, & addita C D, constituit quadratum A C ex demonstratis, si ergo adderetur sola A F vt fieret A C esset numerus rerum ad vnguem E C, sed quia additur D F plus constituatur F G æqualis F D, igitur superficies E G C, erit numerus rerum putà 8. & superficies b d est numerus ex supposito, & differentia earum erit 24. qui est dodrans 32. & triplum numeri rerum A B: & ideò E D fit ex ea, id est vno, in A D seu A k cum adiecta k D igitur adiecto quadrato k D commune erit productum ex A B adiecta A D in k D monade addita equale differentiæ numeri æquationis, & numeri rerum cum quadrato kd. Si vero proponatur B H numerus paruus, & qui exit A H & monade ducta in A H fit E H superficies quæ adiecta numero rerum constituit quadratum A C, igitur numerus rerum est superficies H C E, & sit gratia exempli 18. & H B 8. igitur differentia erit 10. talis autem differentia est H C m̄. H E H c fit ex H k in A B, H E ex H a in A E. Igitur est diuisa A k æqualis A B vt ex tota in vnam partem, altera detracta relinquatur 10.

Quando ergo superficies diuidenda, & est numerus æquationis, fuerit magna, tunc in pluribus satisfaciet pars illa capituli iam inuenti per binomia ex ℞. cubicis, quandoque etiam non. Sed quando superficies fuerit minor quadrato, non poterit. Postquam ergo supponimus monadem, illa nota est: & quia supponimus a k potentia etiam alogam capiamus, gratia exempli, quod sit ℞. cu. 12. p̄. 2. cuius quadratum a c est ℞. cu. 144. p̄. ℞. cu. 768. p̄. 4. volumus ergo diuidere ℞. cu. 12. p̄. 2 vt ducta in vnam partem, & addita reliqua sit æqualis 3. gratia exempli & alteri parti: Sit ergo pars vna 1. pos. & erunt partes 1. pos. & ℞. cu. 12. p̄. 2. m̄. 1. pos. duc ergo 1 pos. in ℞. cu. 12. p̄. 2. fiunt pos. ℞. cu. 12. p̄. 2. & hoc est æquale ℞. cu. 12. p̄. 5. m̄. 1. pos. quare pos. ℞. cu. 12. p̄. p̄. 3. æquabuntur ℞. cu. 12. p̄. 5. diuide numerum æquationis per numerum pos. inueniendo recisum ℞. cu. 12. p̄. 3. seu ℞. cub. 27. p̄. ℞. cu. 12. & est ℞. cu. $3\frac{3}{8}$ m̄. ℞. cu. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu $\frac{2}{3}$ duc in ipsum fit $6\frac{1}{2}$ ducito ℞. cu. 12. p̄. 5. per $1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. cub. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cub. $\frac{2}{3}$ Hoc igitur productum diuide per $6\frac{1}{2}$ exit res ipsa $1\frac{6}{13}$ p̄. ℞. cu. $\frac{128}{6591}$ m̄. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$, Hæc est vna pars, alia

$1\frac{1}{2}$ m̄. ℞. cu. $1\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu. $\frac{2}{3}$ 5. p̄. ℞. cu. 12.
$7\frac{1}{2}$ p̄. 2. p̄. ℞. cu. $83\frac{1}{3}$ p̄. ℞. cu. $40\frac{1}{2}$ m̄. ℞. cu. $187\frac{1}{2}$ m̄. ℞. cu. 18.
seu $9\frac{1}{2}$ p̄. ℞. cu. $5\frac{1}{3}$ m̄. ℞. cu. 12.

igitur erit $\frac{7}{13}$ p̄. ℞. cu. 12. p̄. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$ m̄. ℞. cu. $\frac{128}{6591}$ ducta igitur ℞. cu. 12. p̄. 2. in $1\frac{6}{13}$ p̄. ℞. cu. $\frac{182}{6591}$ m̄. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$ & à producto detrahendo $\frac{7}{13}$ p̄. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$ p̄. ℞. cu. 12. m̄. ℞. cu. $\frac{128}{6591}$ relinquetur 3. ad vnguem. Nos autem quærimus simul quod ex ductu a b, id est ℞. 12. p̄. 2. in h a, id est residuum quod fuit $\frac{7}{13}$ p̄. ℞. cu. 12. p̄. ℞. cu. $\frac{96}{2197}$ m̄. ℞. cu. $\frac{128}{6591}$ fiat numerus. Et hæc erit quantitas.

Clarum est igitur quod problema construitur hoc modo, & componitur ex regula de modo & positione: Inuenias quantitatem quæ possit diuidi in duas partes, vt ductum totum in vnam producat 3. gratia exempli, & in reliquam partem addito priore producat 8. pro exemplo. Quoniam ergo liquet quod genus æstimationis illius est quantitas ex genere, vel forma diuisæ vt $\frac{a}{b}$ superius n. est demonstratum quod non licet diuidere nisi per quadrinomium in ℞. quadratis, in cubicis per binomium aut trinomium analogum, vel per regulam specialem, cum ergo in cæteris non liceat, dico quòd adeò sunt notæ hæ quantitates vt illæ. Nam quod ad essentiam attinet ita aloga est ℞. 2. vt ℞. cu. 7. p̄. ℞. regula 3. m̄. ℞. ℞. 5. vel etiam totum hoc $\frac{\text{℞. cu 7. p̄. ℞. ℞ 3. m̄. ℞. ℞. 5.}}{\text{℞. cu. quad 10. p̄. ℞}^{a}\text{ 3. m. ℞. 2.}}$ Quòd ad propinquitatem attinet nihil refert cum perpetuo liceat appropinquare. Quo verò ad operationes illæ sunt notissimæ, ideò propono eas. Sit ergo vt velim ℞. $\frac{a}{b}$ capio ℞. numeratoris & denominatoris, & est ℞. b & ℞ a, & superpono vnam alteri eodem ordine, & habeo ℞. $\frac{a}{b}$ $\frac{\text{℞. } a}{\text{℞. } b}$ & similiter $\frac{\text{℞. cu. } a}{\text{℞. cu. } b}$ & ita ℞. cu. $\frac{10.}{\text{℞. ℞. 5. p̄. ℞. cu. 2.}}$ est $\frac{\text{℞. cu. 10.}}{\text{℞ v cu. ℞ ℞ 5. p. ℞ cu. 2}}$

& ita voio ducere $\frac{\text{10.}}{\text{℞.℞.5.p̃.℞.cu.2.}}$ in $\frac{\text{℞.2.}}{\text{℞.R}^{a}\text{5.m̃.℞.℞.℞.2.}}$ fit $\frac{\text{℞.200.}}{\text{℞.℞.R}^{a}\text{1953125.p̃.℞.cu.R}^{a}\text{4000.m̃.℞.℞.10.m̃.℞.℞.℞.cu.128.}}$ & ita diuidendo multiplicabimus in crucis modum, & habebimus $\frac{\text{℞.R}_{a}\text{500000.m̃.℞.℞.20000.}}{\text{℞.℞.20.p̃.℞.cu.℞.32.}}$ Et contrario modo contrario diuidendo. Et ita in additione $\frac{\text{℞.R}^{a}\text{500000.℞.℞.20.p̃.℞.cu.℞.32.m̃.℞.℞.20000.}}{\text{℞.R}^{a}\text{1953125.p̃.℞.cu.R}_{a}\text{40000.m̃.℞.℞.10.m̃.℞.℞.cu.128.}}$ & in detractione pariter $\frac{\text{℞.℞.20.p̃.℞.cu.℞.32.p̃.℞.℞.20000.m̃.℞.R}^{a}\text{500000.}}{\text{℞.℞.R}^{a}\text{1953125.p̃.℞.cu.R 4000.m̃.℞.℞.10.m̃.℞.℞.℞.cu.128.}}$ Hæc igitur eo vſque acta ſint.



SERMO



SERMO DE PLVS ET MINVS.

Li. de Aliza cap. 2.



Liàs ſcripſimus quantum ex demonſtratione neceſſarium viſum fuit quod totum concludit quod m̄. in p̄. & in m̄. producit, m̄. ergo diuiſo m̄. per m̄. producitur modo p̄. de modo m̄. Vel ſi ſint duo m̄. diuiſa, poterunt prodeuntia eſſe p̄. & m̄. omnia verò quæ diuiduntur per p̄. ſunt ſimilia diuiſo, ideò diuiſo p̄. per p̄. producitur p̄. & diuiſo m̄. per p̄. exit m̄. quod patet ex multiplicationibus. Ex quatuor igitur membris tria nota ſunt: at ſi p̄. diuidatur per m̄. nihil exit, aliter ex m̄. in p̄. vel m̄. produceretur p̄. quod eſſe non poſſe demonſtratum eſt. Sed ſi diuiſor ſit m̄. adiunctum habens p̄. quod exit, ſe habet ad id quod exit diuiſo per p̄. tantum, vt ſe habet p̄. ad m̄. Veluti diuido 60. per 6. m̄. 1. poſ. & per 6. exit 10. quod ſe habebit ad 10. ſicut 6. ad 6. m̄. 1. poſ. vel 10. ſe habebit ad id quod exibit p̄. 10. vt 6. m̄. 1. poſ. ad 1. poſ. & hoc pendet ex demonſtrati & aſſumptis, vt dixi, ab Euclide in ſecundo elementorum propterea quod ad finem artis hac in parte conducit: dicemus ergo per regulam 4. quantitatum in eadem proportione quam vocant trium ſi 6. m̄. 1. poſ. ſeu re producit 1 rem quid producet 10. duc. 10. in 1. rem, fiunt 10. res, diuide per 6. m̄. 1. poſ. exeunt $\frac{10.\ res}{6\ m.1.re}$ Raphaël au-

Prop. 7.

6. m̄. 1. poſ.	10. res
1 poſ.	6. m̄. 1. re

tem Bombellus Bononienſis contraxit hanc ad ℞. cub. Binomij & reciſi, quia non videbatur m̄. hoc vtile niſi pro perfectione cubi æqualis rebus & numero: ſed ibi eſt ℞. cu.l. duplex Binomij ſcilicet & ſui reciſi: ideò rectè contraxit hoc m̄. ad illas duas conditiones ℞. cub. ſcilicet l. & Binomij cum ſuo reciſo, & quia in duobus rectè ſe geſſit: primum quod ſuppoſuit m̄. ſimplex nihil eſſe, neque vllis poſſe vel debere declarari: quod & verum eſt; & ideò negotiatur circa m̄. quod eſt ℞. illa cub.l. Binomij & ſui reciſi quæ ſemper eſt aliquid, quoniam omne Binomium cum ſuo reciſo æquale eſt duplo partis quod eſt plus, ideò non eſt minus ſimplex. Alterum eſt quod oſtendit tria illa capitula cubi numeri & rerum in plano per lineas rectas & ſuperficies ideò voluimus conſiderare illa quæ ſcripſit de hoc m̄. Nihilominus defecit grauiter in hoc quod non explicuit quid intelligeret per p̄. m̄. & m̄. m̄. quæ italica lingua clarius explicantur p̄. di m̄. & m̄. di m̄. ſeu quod non animaduerterit, ſeu quod non poſſet niſi intellectu comprehendi ſed non imaginari: ſeu quod nimis difficile viſum ſit, certè multum auxit difficultatem rei, alioquin obſcuriſſimæ, prætermiſiſſe duas vix lineas Vtcumque explicuit rectè ſanè operationem terminorum, quod eſt alterum capitum præcipuorum, cum reliquum ſit notitia (& vt declaraui deductio ad numerum) illarum ſcilicet quantitatum. Propterea explicabimus quædam ſuppoſita ſparſim collecta circa hoc & repetam vnum antea breuiter explicatum & eſt.

p̄. di m̄. in m̄. di m̄.. produeit p̄. illorum 1.m.
autem ſingula in ſimile producunt m̄.

Diuiſo p̄ per p̄. di m̄. exit m̄. di m̄. & per 2.m.
m̄ di m̄. exit p̄. di m̄. patet ex primo velut etiam quod diuiſo m̄. per p̄. di m̄. vel per m̄. di m̄. exit ſuum ſimile hoc eſt in primo p̄. di m̄. in ſecundo m̄. di m̄.

In capitulo cubi æqualis numero & re- 3 m.
bus, inquit, ſi fuerit cubus æqualis 15. rebus p̄. 4. & duxerimus 5. tertiam partem numeri cuborum ad cubum fiet 125. & oporteat facere ex 4. duas partes, ex quarum ductu vnius in alteram fiat 125. tunc partes erunt 4. m̄. 125. quod eſt m̄. 121. quarum radices additæ & detractæ a 4. quadrato dimidij efficiunt 4. p̄. ℞. 121. & 4. m̄. ℞. 121. & ℞. cu. illarum iunctę efficiunt rem (& hoc 121. m̄. vocatur p̄. di m̄. cuius vt notum ℞. eſt 11.) & ita vna pars erit 2. p̄. 11. alia 2. p̄. m̄. 11. quarum ℞. cu. l. efficiunt rem quam conſtat eſſe 4.

Quia dicit has ℞. cub eſſe 2. p̄. di m̄. 4.m.
11. & 2. m̄. di m̄. 11. quod ſi conſtaret haberemus intentum: nam 2. p̄. m̄. 1. & 2. m̄. di m̄. 1. iuncti faciunt 4.

Quod antea dicit in hoc caſu eſt quod 5.
2. p̄. di m̄. 1. habet ſuum quadratum 3. p̄. di m̄. 4. & cubum eſſe 2. p̄. di m̄. 11. Ex quo ſequitur quod ex 2. p̄. di m̄. 1. etiam ducto in 3. p̄. di m̄. 4. fiant 2. p̄. di m̄. 11.

Pendet ex præcedenti nam 2. p̄. di m̄. 1. 6.m.

detracto 1. m̃ (per primum suppositum) à 4. quadrato 2. fit 3. p̃. & p̃. m̃. 4. propter decussatam multiplicationem.

7. p̃. ductum in aliam quantitatem in eodem statu relinquit illam: m̃. autem mutat vicissim, vt p̃. di m̃. in m̃. di m̃. & m̃. di m̃. in p̃. di m̃.

8. Post deducit 3. p̃. di m̃. 4. ad cubum duobus modis subscriptis qui ad idem tendunt vel vt fiat quadratum & ex eo in 3. p̃. m̃.

3. p̃. di m̃. 4.
2. p. di m̃. 1.

6. p̃. di m̃. 11. m̃. 4.
hoc est 2. p̃. di m̃. 11.

4. ducto cubus 117. p̃. di m̃. 44. alter modus in secunda figura clarus est. Hic solum restant dubitationes quædam.

Prima cur velit quod p̃. m̃. 4. in p̃. m̃. 24. efficiat m̃. 96. dicet quod distinguit simplicia quæ producuntur à compositis vt composita à simplicibus in composita vt sit prima regula p̃. vel m̃. in composita efficit m̃. compositum: secunda composita in composita efficiunt simplicia p̃. si dissimilia, m̃. si similia: tertia simplicia producunt

3. p̃. m̃. 4
3. p̃. m̃. 4.

9. p̃. m̃ 16. p̃. m̃. 24.
m̃. 7. p. m̃. 24.
3. p. m̃. 4.

m̃. 21. m̃. 96. p. di m̃. 72. m̃. di. m̃. 28.
m̃ 117. p̃. di. m̃ 44.

3. p. m̃. 4.
27.——16.——48. 144. m̃.
Detractum à 27. p. restant m̃. 117.

9——16. 25. cuius 13689.
cubus ♀ 15625.

1936.
44.

m̃. 117. p̃. di m̃. 44. vt prius.

2. m̃ 3.
2. m̃. 3.
13. m̃. 12.

simplicia m̃. superante: quarta de m̃. in m̃. simplex non est hic quæstio nec determinatio.

2. Dubitatio est longè maior, nam res ponitur 2. p̃. m̃. 1. seu pars rei vna in qua p̃. superat m̃. & eius quadratum ponitur 3. p̃. di. m̃. 4. igitur m̃. superat p̃. & hoc destruit totum Euclidem, nam quorum latera sunt maiora, quadrata sunt maiora, & contra vt de circulis & diametris. Et etiam quia duplum vnius partis in alteram superaret quadratum partium quod etiam est contra Euclidem in secundo element. Ad hoc respondetur tripliciter. Primum quod etiam in vera multiplicatione & formatione quadrata habetur contrarium ordin. vt in 2. m̃. 3. quod est m̃. 1. vere quadrat. pars p̃. superat m̃. aliter diceret quod hæc constitutio sit contraria rectæ vt in illa augetur incrementum quadratorum supra rectangula partium, ita hic contra euenit, vel dic quod sit commutatio quia in illa contingit quoniam m̃. in m̃. supponitur producere p. ob errorem in fabricatione quadrati: sed verè vt demonstratum est ♀ cu. m̃. in m̃. vel in p. producat m̃. vt dictum est, dicemus quod quadratum 2. m̃. 3. est 4 m̃. 21. & quadratum quod plus est 3. m̃. 2. est 9. m̃. 16. verè. Sed dices quomodo cum exuberet 1. p. ergo debet p. exuperare m̃. in 1. aut plus aut parte. *initio huius sermonis.*

Tertia Dubitatio est quoniam nescimus quæ quantitates veræ sint quæ tot miracula faciunt, nec ipse ausus est explicare nec reddere rationem huius rei.

Quarta, Quia non probat intentum scilicet quomodo ℞. cu.l. 2. p. m̃. 11 p.l. ℞. cu. 2. m̃. di m̃. 11. sint quantitates quæ constituunt 4. ad vnguem. nam si supponatur quod sint 2. p. m̃. 11. p. 2. m̃. m̃. 11. admittemus confici 4. sed oportet ostendere hoc tam in binomio quam in reciso & conuerso modo; & hoc per demonstrationes corporeas in plano, vel per principia nota aut saltem ostendere quod supposita non sint absurda aut sensu aut multitudine exemplorum aut finis perfectione; quorum nullum cum exhibuerit, magnam dubitationem de re ipsa reliquit seu de inuento. Ergo transgreditur bifariam in hac operatione geometricos limites. Primum cum detrahit 125. ex 4. & relinquit m̃. 121. secundum cum detrahit ℞. 121. ex 2. & ideò binomium appellat p̃. di m̃. & recisum m̃. di m̃. vt in secundo. in tertio accipit ℞. cu. inuentorum & nota l. ligat eas, & pro ℞. 121. quadrata ponit 11. qui ductus in se producit 121. in quarto accipit ℞. cu. descriptas per notas ℞. cu. per numeros vt sint 2. p̃. di m̃. 1. p̃. 2. m̃. di m̃. 1. quod est 4. vt in quinto. Hic sunt difficultates. Prima, quoniam exemplum est de re quæ est eadem numero æstimationis & ipse non posuit aliud. Secunda quoniam dicit quod 2. p̃. di m̃. 1. est. ℞. cu. l. 2. p. di m̃. 11. & ita 2. m̃. di m̃. 1. ℞. l. cu. 2. m̃. di m̃. 11. oportet ostendere modum. Tertia

1. cu. æqualis 15. rebus p̃. 4.
1um 5 2
125——4
m̃. 121.

2. p̃. ℞. 121. 2. m̃. ℞. 121.

2um ℞. cu. 2. p̃. m̃. ℞. 121. &
℞. cu. 2. m̃. di m̃. ℞. 121.

3um ℞. cu. 2. p̃. di m̃. 11. p̃.
℞. cu. l. 2. m̃. di m̃.

4um 2. p̃. di m̃. 1. p̃.
2. m̃ di m. 1.

5um 4.

quid sit tandem hoc m̃. vt pote 2. m̃ ℞. 121.

121. Quarta quid sit in superficie vel corpore.

Quod ad primum respondeo quod posito 1. cu. æquali 21. rebus p̄. 20. erit cubus 7. 343. qui detractus à 100. relinquit m̄. 243. erunt ergo partes 10. p̄. ℞. 243. & 10. m̄. ℞. 243. & primum aduertendum quod cum vna pars sit binomium altera recisum, non tamen constat quæ sit potius appellanda nomine binomij quæue recisi & quoniam 243. non habet ℞. quadratam. ideò assumemus pro 2. 3. & 4. secundum,

$\frac{7}{343}$ m̄. 243. $\frac{10}{100}$

1um	Recis. binom. 10. p̄. m̄. ℞. 243. & binom. recis. 10. m̄. m̄. ℞. 243.
2um	℞. cu. l. 10. p̄. m̄. ℞. 243. p̄. ℞. cu. l. 10. m̄. m̄. ℞. 243.

Ergo pro hoc datur exemplum. Volo ℞. c. l. 52. p̄. di m̄. ℞. quadrata 2209. duco ad quadrata, fiunt 2704. & 2209. iungo fiunt 4913. accipio ℞. cu. quæ est 17. accipio numerum cuius quadratum sit minus 17. & cubus maior 52. & est 4. duco in se fit 16. accipio ℞. 1. residui quæ est 1. ergo duco ℞. 1. in se, fit 1. duco in 4. aliam partem, fit 4. triplico, fit 12. detracto 12. ex 64. cubo 4. remanet 52. Igitur cum conueniat, erit ℞. cu. l. 52. p̄. di m̄. ℞. 2209. hæc 4. p̄. di m̄. 1. & manifestum est quod hæc operatio ortum habet à compositione cubi totius & quid sit p̄. di m̄. Aliter quod in omnibus exemplis præsupponit quod partes reducantur ad quadrata quæ iuncta faciant numerum cubum, inde accipit numerum cuius cubus sit maior prima parte binomij, & quadratum non sit maius ℞. cu. aggregati inuenta. Quia ergo in hoc binomio supponitur quod aggregatum sit numerus cubus & pars minor quadratum, non erit arduum inuenire in aliquibus ℞. cu. binomij in hoc casu liquet quod oportet inuenire numerum cuius quadratum non sit maius 7. cubus verò sit maior 10. prima parte binomij, & ita discurrendo per numeros & binomia, poteris experiri si habeat conditiones quæ sunt vt quadrata amborum constituant ℞. cu. aggregati: alterum vt cubus illius (& est vt diuidamus ℞. cu. illam in 2. partes communi more (quasi esset numerus æstimationis) deducto triplo eiusdem quadrati in recisum, remaneat prima pars binomij, & dat exemplum, vt sint 8. p̄. di m̄. ℞. 232. $\frac{8}{27}$ harũ quadrata iuncta sunt 296. $\frac{8}{27}$ cuius ℞. cub. est $6\frac{2}{3}$ & erunt partes ℞. 2. p̄. 1. cuius quadratum est 3 p̄. 8. quod detractum ex $6\frac{2}{3}$ relinquit $3\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8. ex cubo igitur primæ partis ℞. l. 2. p̄. 1. & est ℞. 1. 50. p̄. 7. deducto triplo ℞. 2. p̄. 1. in $3\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8. & est ℞. 50. m̄. 1. remaneat 8. nam palam est quod detracta ℞. 50. m̄. 1. ex ℞. 50. p̄. 7. remanet 8. Itaque constat (his tamen suppositis) quod latus cubi cum 8. p̄. di m̄. ℞. $232\frac{2}{3}$ est ℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8. vt autem experiaris deducito ℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8. ad cubum, fit primo in se ducendo.

Coroll. 1. 2.

℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8.
℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8.

quad. 3. p̄. ℞. 8. p̄. di m̄. ℞. l. 3. p̄. ℞. $3\frac{1}{9}$ p̄. di m. ℞. l. 3. p̄. ℞. $3\frac{1}{9}$ m. $3\frac{2}{3}$ m. ℞. 8. & æquiualet.

℞. 32. m̄. $\frac{2}{3}$ p̄. di m̄. ℞. l. 12. p̄. ℞. 56. $\frac{8}{9}$
℞. l. 2. p̄. 1. p̄. di m̄. ℞. l. $3\frac{2}{3}$ m̄. ℞. 8.

℞. $7\frac{2}{3}$ p̄. ℞. $22\frac{2}{9}$ p̄. di m. ℞. l. $57\frac{1}{3}$ p̄. ℞. 3200. p̄. di m. ℞. $22\frac{2}{3}$ m. ℞. $39\frac{41}{81}$ m. ℞. l. $22\frac{2}{9}$ m. $\frac{2}{3}$ sed hoc exemplum conquisitum est studiosè in magnis numeris & fractis, ideò paruæ vtilitatis est & raro vsui.

Inter hæc addit 2. exempla notatu digna dicens diuide 10. per ℞. cu. 2. p̄. di m. 11. reduc hanc partem ad cubum erit 1000. diuidendus per 2. p̄. di m. 11. inde diuisor

2. p̄. di m. 11.
2. m. di. m. 11.

p̄. 125.

ducatur in suum residuum vt à latere vides, & fiet diuisor p̄. 125. diuide 1000. per 125. exit 8. & hoc ducatur in recisum 2. m. di m. 11. fit 16. m. di m. 88. cuius ℞. cu. est prouentus. Hic transponitur ad facilitatem vna operatio tertia loco quartæ. Recta enim diceret, duc 1000. per 2. m. di m. 11. & fit 2000. m. 11000. diuide per 125. exit 8. m. di m. 88. cuius ℞. cu. est prouentus vt prius. Aliud difficilius diuide 12. per ℞. cu. l. 2. p̄. di m. 11. p̄. ℞. cu. l. 2. m. di m. 11. cum hic sit binomium cum suo reciso sed cubis oportet vt docuimus in tertio libro ducere partes ad quadratum & fiet ℞. cu. m. l. 117. p̄. di m. 44. & 5. & m. ℞. cu. l. 117. m. di m. 44. & media pars fiet m. vt dictũ est. Ductum igitur hoc trinomium per binomium cum suo reciso producit 4. cum quo diuido 12. fit 3. duco 3. vt in priore per trinomium residuum inuentum fit ℞. cu. l. m. 3119. p̄. di m. 1188. p̄. ℞. cu. l. 3159. m. di m. 1188. m. l. 15. & vt inuenias diuisorem absque illis recisorum partibus & tot multiplicationibus, iunge cubum duarum radicum id est 2. p̄. di. m. 11. cum 2. m. di m. 11. & fit 4. diuisor vt prius. Aliud compendij genus (exponit) quomodo ℞. c. l. m. possit antecedere: nam supposito quod ℞. cu. l. 2. p̄. di. m. 11. fit 2. p̄. di m. 1. & quod eius quadratum sit 3. p̄. di m. 4. & quadratum ℞. cu. l. 2. p̄. di m. 11. fit m. 117. p̄. di m. 44. ideo deducendo 3. p̄. di m. 4. ad cubum iuxta regulã hanc cuba. 3. fit 27. duc 3. in 16. quadratum alterius partis, fit 48. triplica fit 144. detrahe 27. fit 117. pars prima: quam duc in se fit 13689. detrahe ex 15625. cubo 25. aggregati quadratorum partium idest 4. & 3. relinquitur 1936. quadratum 44. pars secunda, igitur partes cubi illius sunt m. 117. p̄. di m. 44. & illius ℞. c. m. ℞. cu. l. 117. m. di m. 44. cap. 13.

Corol. ex his patet quod cùm m. di m. ductum in m. faciat m. & m. ductum in m. di m. faciat p̄. di. m. & m. in p̄. di m. faciat m. di m. quod p̄. di m. & m. di m. & m.

& m̄. ſimpliciter circumuoluuntur in infinitum.

Ad ſecundam dubit. Demonſtratum eſt quod quadratum 2.p̄.di m̄.1.eſt 3.p̄.m̄.4.duco enim, vt ſupra, p̄. di m̄.1.in ſe,fit 1.m̄.

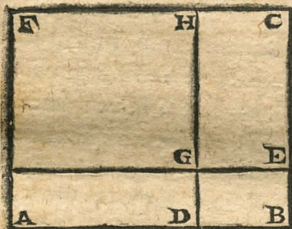
2. p̄. di m̄. 1.
2. p̄. di m̄. 1.

3. p̄. di m̄. 4.
2. p̄. dii m̄. 1.

igitur erunt 3. p̄. & ducto 2. p̄. in p̄. di m̄. 1. fit p̄. di m̄. 2. & p̄. di m̄. 2. quod eſt p. di m̄. 4.& hoc pro quadrato.pro cubo duco 3. in 2. fit 6. duco p. di m̄. 1. in p. di m̄. 4. fit m̄. 4. igitur relinquentur 2. p.& decuſſatim 2. in 4. & 3. in 1. p. di m̄. cum 3. & 2.ſint p. fiet p.di m̄.11. quod eſt pro ſecunda dubitatione.

Ad tertiam quid ſit hoc p. di m̄ 1. vt 4. p. di m̄. 125. eſt vere 125. m̄. ſed addit illud p. vt ſit nota coniunctionis ac ſi diceret 4. m̄. l. 121. & hoc quod declaraui non vtitur niſi comparatiuè & ſub forma binomij: imò p. di m̄. cum ſit binomium ſpecie verè eſt reciſum, vt contra 2. m̄. di m̄. 121. eſt binomium & eſt p. 121. ſed oportet operari per partes. Indicio eſt quod dixit 2. p. di m̄. 11. ductum in 2. m̄. di m̄. 11. facit 125. nam p.di m̄. in m̄. di m̄.vult quod efficiat p. cum debeat facere m̄. quia obtinet locum p. & ſimiliter p. di m̄. in p. di m̄. deberet efficere p. & ideò his cauſis non auſus eſt prodere quid eſſet, ſed alligauit nos quibuſdam reliquis ſuis ſine ratione.

Dico igitur quod conſtitutâ ſuperficie A B C vt ſit A B exempli gratia 10. m̄. B C 8. m̄. D B 3. p. B E 2. p. erunt A D 7. G H 6. igitur tota ſuperficies F H G 42. m̄.&

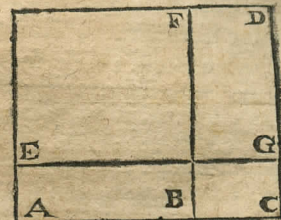


quia A B C eſt 80. erit gnomon A E H 38. quod conſtat ex conſtructione, nam A G conſtat ex A D in D G eſt igitur 14. G C ex G E in E C, igitur eſt 18. & D E ex D B in B E, eſt ergo 6. vt in totum ſit gnomon 38. & tota ſuperficies A C dicetur 38. p. m̄. 80. quod eſt 42. m̄. & in productione ducam 8. in 10. fit 80. m̄. ex m̄. in m̄. & ducam 3. in 2. fit 6. m eadem ratione qua ex

m. | 2. p̄. m. 8.) m̄.
| 3. p̄. m. 10.

44. p̄. m. 86.

Cap. 22. m. in m. fit p̄. vt in aliza inde duco 2. in 10. & 3. in 8. & fiunt p̄. igitur 44. non fiunt ex p̄. in m. ideò p̄. vincit m. ſicut in recta m. vincit p̄. vt 6. m. 2. in 5. m. 3. faciunt 36. p̄. & m. 28. quod eſt 8. p̄. pari ratione ex hac multiplicatione fiunt 42. vt dictum eſt. liquet ergo cur 10. appellet 2. p̄. di m. 10. ſed melius eſt dicere 3. p̄. m. 10. & 2. p̄. m. 8. & quid ſit & quomodo fiat multiplicatio. Et quia in multiplicatione rectâ fit p̄. di p̄ & p̄. cum m. vt binomij cum reciſo ideò exiſtimauit vnum m. di m. contrarium p̄. di m. vt dicamus B C 2. p̄. A C 10. m. & eſt p̄. di m. & C D 5. p̄. C G 1. m. hoc noluit aſſumere quia in recta erat coordinatione,



ſed aſſumpſit C D 5. m. & C G 1. m. Ego autem non video hanc neceſſitatem ſed priorem quæ occurrit & eſt 4. p̄. in 8. m. & ſit 32. m. Hæc ordinatur ex 5. in 10. fit 50. p̄. m. & 2. in 1. fit 2. m. ob dicta. ex 5. in 2. 10. p̄. ex 1. in 10. 10. p̄. quod eſt 20. detrahe 52. m. relinquitur 32. m. hoc eſt igitur quod appellauit m. di m. ſed non eſt verum

(2. p̄. m. 10.) p̄.
p̄. 3. p̄. m. 1:

quod ex m. di m. in p̄. di m. fiat p̄. ſed debemus ſequi regulam Geometricam ideò cum dicit quod 2. p̄. m. 1. In 2. p̄. m. 1. producit 3. p̄. m. 4. eſt valdè abſurdum propter rationes dictas, imò producitur 5. p̄. m. 4. & ita cubus erit ſed vt dixi hoc pertinet ad rectam & ex hoc diuiſio per reciſum vt in recta ſeruatis regulis, & deductio ad quadratum & cubum.

2. m. 1. reſ.
5. m, 4. quadr.
14. m. 13. cub.

Super eſt vt reducamus quæſitum ad hoc. Inuenias vnum m̄. cuius ℞. addita & detracta a 10. (dimidio numeri æſtimationis) ℞. cub. v. binomij ac reciſi iunctæ aut detractæ efficiant 7. qui eſt tertia pars numeri rerum. Reducemus ergo per partes. Inuenias rem quæ addita & detracta (loco ℞. m̄.) a 10. ℞. v. cu. binomij ac reciſi iunctæ vel detractæ efficiant 7. iam expleui omnes (ſi animaduertis) obſeruationes. Inde animaduerte quod aggregatum partium rei aggregati partium cubi & differentia differentiæ ℞. cubica eſt. Vt 3. p̄. ℞. 2. cubus eſt 45. p̄. ℞. 1662. & ℞. cu. differentiæ 45. m. ℞. 1662. eſt 3. m̄. ℞. 2. & differentia quadratorum partium 45. & ℞. 1662. eſt 343. cuius ℞. cu. eſt 7, differentia quadratorum 3. & ℞. 2. Dicemus ergo fac ex 7. duas partes

tes quarum cuborum differentia ſit 20. nam ſic erunt ℞. cu. 7. & vnus detractus a 10. tantum faciet quantum alius ei additus. Sint ergo numeri vt a latere vides cubus $3\frac{1}{2}$ p̃. 1. poſ. 10. $\frac{1}{2}$ quad. p̃. 42 $\frac{7}{8}$ p̃. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. p̃. 1. cu cubus $3\frac{1}{2}$ m̃. 1. poſ. 10 $\frac{1}{2}$ quad. p̃. 42. $\frac{7}{8}$ m. m. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. p̃. m̃. 1. cu. differentia 2. cu. p̃. 73 $\frac{1}{2}$ poſ. æqualis 20. 1. cu. p̃. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. æqualis 10. duc. 12 $\frac{1}{4}$ ad cubum fit 1838. $\frac{17}{64}$ huic adde 25. quadratum dimidij

$3\frac{1}{2}$ p̃. 1. poſ.
3. quad. p̃. 12 $\frac{1}{7}$ 36 $\frac{3}{4}$ p̃. 1. quad.

10 $\frac{1}{2}$ quad. p̃. 42 $\frac{7}{8}$ 36 $\frac{3}{4}$ poſ. p̃. 1. cu.
10 $\frac{1}{2}$ quad. p̃. 42. $\frac{7}{8}$ m. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. m. 1. cu.
1. cu. p̃. 36 $\frac{3}{4}$ poſ. æqualis 10.

5. fit 1863. $\frac{17}{64}$ Igitur duc. ℞. 1863 $\frac{17}{64}$ p̃. 5. m. ℞. 1863 $\frac{17}{46}$ m. 5. quorum ℞. cu. v. efficiunt rem. igitur cum 10. p̃. ℞. m. 243. & 10. m. ℞. m. 243. habeant ℞. cu. ligatas quarum differantia eſt 7. . . . .

. . . .

ſed ſi iunxeris fiet 24. quad. p̃. 85 $\frac{3}{4}$ æqualis 20. igitur 1. quad. p̃. 4 $\frac{1}{12}$ æqualis $\frac{20}{21}$ igitur 1. quad æqualis m. 3 $\frac{11}{84}$ quare res erit p̃. m. 3 $\frac{11}{84}$.

Subijcit habeamus ℞. cu. 4. p̃. di m. ℞. 11. p̃. ℞. cu. 4. m. di m. ℞. 11. vt ſua linea inueniatur ducas partes ad quadrata fient 16. & 11. quæ iuncta faciunt 27. cuius cubus eſt 3. multiplica fit 9. multiplica etiam 4. per 2. ex regula, fit 8. & hæ duæ ℞. iunctæ ſcilicet 3. p̃. ℞. 8. conficiunt illas duas ℞. cu. & pendent ex capitulo cubi æqualis rebus & numero ſcilicet 1. cu. æqualis 9. rebus p̃. 8. Inuenias duos numeros quorum aggregatum ſit & differentia ſit 20. detrahe 6. a 20. fit 14. diuide 14. fit 7. detrahe 7. a 20. fit 13. pone 13. vnum, alterum m. 7. adde m. 13. ad 7. fit 6. detrahe fit 20.

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta ſint 6. & differentia ſit 20. accipies ℞. p̃. di 20. ℞. . . . .

. . . .

Proportio partium binomij cu. adparte reciſi eſt vt æqualis ad æquale verè, alterius partis vt triplæ quadrati vnius partis ℞. alterius vt quadrati ſimplicis ideò referuntur ad compoſitionem, volo ℞. cu. 45. p̃. di m. 1682. inquiro ergo ℞. cu. 45. quæ eſt 3. & remanet 18. diuido 18. per 3. ex regula, fit 6. video an 6. producatur ex 3. in ℞. aliquam & inuenio quod ſit ℞. 2. igitur dico quod 3. m. ℞. 2. eſt radix cub. talis binomij aut quod non habet talem ℞. cu. duco igitur 3. (primam partem iam inuentam) in ſe fit 9. triplico ex regula & fit 27. ei addo quadratum ℞. 2. iam inuentæ quod eſt 2. fit 29. duco 29. in ſe, fit 841. duco per 2. quadratum ℞. propoſitæ & fit ℞. 1682. ideò conuenit.



ENCOMIVM GEOMETRIÆ, RECITATVM ANNO 1535. in Academia Platina Mediolani.



NON parum est, viri Mediolanenses, eam laudare disciplinam, quæ omnium aliarum non solùm præstantissima est, sed etiam origo ac fons. Atque vtinam quàm late laudandi campus patet, vndiquaque occurrit gloria & decore insignis: tam facilè vel memoria comprehendere, vel ordine disponere, aut finem inuenire possem. Cum enim ad studium et imitationem respicio, videor certè aliquid sperare debere: at cùm ad rei magnitudinem, ad artem, ad ingenium, ad negocia, quibus etiam ea quanquam exigua quæ in me est virtus distrahitur: nihil me omnino præstare posse intelligo. Fateor inquam, fateor imparem & oneri & causæ & labori me esse: seu enim tractando sustinere, seu pro rei dignitate verba habens apud vos collaudare, seu ad finem rem tantam perducere enitar, longè plura prætermittendo ab eius dignitate detraham, quàm commemorando illi reddam. Nec vlla spe aut vi ad hanc prouinciam impelli potuissem, ni scirem hoc quantumcunque futurum sit, aut quouis ordine recitetur, sufficere ad ostendendum, nullam aliam aut artem aut disciplinam vel vtilitate, vel nobilitate illi posse comparari. Sufficiat certè illud vobis, non quod aut pro illius dignitate aut vestra expectatione exigebatur: sed quod pro ingenij mei mediocritate, tenuique ac incondita eruditione præstare vtcunque potero. Sæpè illud mecum reuoluebam, viri Mediolanenses, cur homines ad vituperandum tam prompti ac facundi facilè habeantur: in laudando inepti, incompositique nunc causam apertè video. Nam quæ laudari debent, non minus si honestissima sint, quàm si vilissima, negocium exhibent. Quæ enim memoriam non habent, sola inuentione indigent: at quæ locupletissimam sortiuntur, & ordinem, & prudentiam, & memoriam requirunt. Vix autem est inuenire, qui tot tantisque rebus sufficiat. Itaque & in sterili & copiosa materia par labor: at verò in vituperando promptiores semper sumus cùm nihil tam integrum sit, quòd multis vitiis non deturpetur: nihil tam impurum, cuius certa non sit quædam vituperationis meta: quoniam quæ media sunt & ambigua (& ea innumera penè in singulis sunt) ad vituperationem omnia sunt accommodata: contrà natura vniuscuiusque rei etsi laude digna non sit, nec tamen vituperationi apta est. Ob id igitur fit, vt cuncta vituperare quilibet sanè possit, laudare nemo nisi eruditissimus, exercitatissimus, ingeniosissimusque sit. Laudauit Erasmus stultitiam, Synesius Cyrenaicus caluitium, muscam Lucianus, Dion comam: sed hi non aliis magis in rebus exercitati, fingere, inuenire, persuaderéque multa potuerunt, vt in his eloquentiæ laus emineret, & res ipsa quæ laudabatur, & digna hac laude & honesta existimari posset. Manifestum est horum argumentum, quòd cùm disciplinas præclarosque homines laudare aggressi sunt, plura iustæ laudis monumenta prætermiserunt, quàm in illis adinuenerint. Ita fit, vt difficilius sit in ampla segete omnia colligere, quàm in sterili solo stercorando felicem expectare prouentum. Vidimus Ciceronem facundiæ omnis principem, os Romanum, eloquentiæ flumen, nullam vllius artis laudationem scribere voluisse: non quòd omnino imparem huic negocio illum existimauerim, sed quoniam difficillimum sit cum natura cumque Deo ipso certare velle. Id facere videntur, qui ornatissimas quasque res orationis splendore æquare cupiunt. Gloriosa certè ac rara illis laus, si assequerentur: at non assequentibus, temeraria & turpis. Quantum verò difficile sit assequi, non solùm ex aliorum inani labore ac diffidentia, sed etiam ex ipsa hominum laudatione conijcere licet: qui quanquam mortales, breuisque vitæ ac vmbratilis cuiusdam virtutis speciem referant, à paucissimis tamen, ac non nisi maximo cum labore dignas orationes ac egregiorum factorum mercedem assequi potuerunt. At mortali immensam diuinæ rei magnitudinem concipere

concipere, diuidere, distribuere, enarrare, extollere: non ne est mortalitatis ac humanarum virium limites ipsos excedere, egredique ac simul in angustissimo ac fragili vase diuina humanaque & numero & magnitudine penè infinita colligere? Nec verò vlla ad hoc ratione impelli potuissem, vt qui arte minor & memoria, cæteris ingenio non superior, exercitatione haud comparandus: inter tot arduas difficultates grauiaque impedimenta, onus tam immensum & viribus impar suscipere decreuerim: si non audaciam necessitas, orationem difficultas excusaret: atque vt qualiscumque sit futura non ex his quæ dicturus sum, sed quæ dici possent laudis & maiestatis argumentum sumi debet, per eamque alius incitaretur qui & facundia & ingenio propiùs illi accederet. Ferunt enim quendam Musicum fuisse non satis elegantem olim, nomine Phrynim, qui quamuis artem parum illustrarit, Timotheum tamen illum celebrem virum ad artis studia incitando, plurimum ad Musicæ dignitatem contulerit. Hic ille fuit, qui Alexandrum regem è conuiuio exilire coëgit, quibus fidem (potuisse Orpheum plantas ac feras lyra aduocare, Eurydicem ab inferis impetrare: Amphionē ac Zethum Bœotias Thebas Musica erigere, Arionem delphinos tibia placare, ob idque ab illis aduectum) si naturæ non nimis repugnassent, facere debuerat. Maximæ sunt artes singulæ, atque diuinæ, nec ex hominum excellentia ac gloria æstimandæ: sed cum illi ad summam mortalitatis perfectionem accesserint, diligenter considerandum quales esse illæ inter cœlestes virtutes debent, quarum vmbra quædam in mortali corpore tantum relucet. Omnium tamen artium illustriores sunt Mathematicæ, interque has præcipua Geometria: vt cum de illa dicturus sim, nec ad multitudinem memoria, nec ad subtilitatem ingenio, nec ad magnitudinem eloquentia sufficere possim. Audietis ciues non solum maxima, & recondita, sed & admirabilia: seu cum de summi opificis fabrica dixero, aut de totius mundi ordine, aut de illa quę in nobis est (& eam tamen ignoratis) compositione: atque quod his etiam ipsis longe est admirabilius, animæ symmetria, quonam pacto & illa, quamuis perennis sit atque spiritus solus omni vacans materia, Geometrica atque multiplici ratione constet. Audietis quibus modis maria transire, terrarum spacia intelligere, diuidereque hac vna consultrice ausit humana solertia: quid colonus in obseruatione temporum, quid ductor exercitus in collocatione castrorum, quid in tormentis excogitandis: quid Iurisperitus in finibus discernendis, quid Medicus in restauranda sanitate, quid rhetor in definiendis causis ab hac exposcat: quàm mutila sit vnaquæque harum artium, si auxilio Geometriæ destituatur: vt nec dimidium illis supersit, illudque nec sanè incorruptum. Non vulgata vobis dicam, atque vt oratores consueuerunt, communibus ex locis deprompta: sed penetralia ipsarum disciplinarum excutiemus, singulaque docebimus quantum in se Geometricæ rationis contineant. Rem arduam verso, atque pro viribus certè imparem mihi: sed illa, cui totum hoc paruum quod in me est ingenium debeo, suadet, & nostra humanitas hortatur, & reiipsius dignitas me accendit: quid enim, cùm intelligetis Arithmeticam tanquam mortuam sine hac esse? animumque illius scientiæ Geometriam fore? quid cùm Musicam, cùm Astronomiā, cùm Opticam, quantum vnaquæque illius ope indigeat: imò sine illa nulla sit? quid cùm de artibus cæteris? non ædificare sine illa licet, non vestire: quinimo magis, vt video, hæ potius illius sunt partes, quàm quòd illa indigeant: sed cùm illius ambitus tam magnus esset, necesse fuit diuersis illius partibus diuersa etiam nomina tribuere. Tacebo ne plasticen, aut picturam, sculpturam? cuius nam sunt artis alterius munera, quàm istius? quid fabrilis ars, seu æri seu ferro aut ligno incumbat? quid horologiorum, machinarumque structura mirabilis? vnde nam principia formamque suam & arcana recipiunt? Neque verò paruum fuerit, abdita naturæ artificiorumque recensere, quibus Magiam ipsam perfici palam est: etenim neque vlla certè maior Magia excogitari, aut sine hac esse potest.

Quid cùm vibramus pondera? ex imo maris carinas eruimus? non ne de his omnibus explicanda causa fuit? huiusque artis in ea laudem docere? At verò quonam pacto pulchritudo & brutorum animalium & hominum, cæterarumque rerum tota Geometrica ratione constet, non est etiam prætereundum: quantum etiam exemplorum, quantum gloriæ, quantum dignitatis in antiquorum monumentis repositum, quantumque diuinissimorum hominum commendatione illustrata, tacere non debeo. At nec illud etiam omittendum, quod clarissima ac certissima sit: dignaque sola quæ in puris illis intellectibus, in diuinóque sinu iaceat: tum verò quantum vtilitatis præstet ad animi ipsius vires augendas, seu memoriam, seu imaginandi vim, seu mentem aut consilium respexeris, dicendum erit. Neque verò omnia hæc obiter, aut absque ordine: sed prius inuentorum nomina explicanda sunt: inde quinam in ea maximè excelluerint: post partes illius breuiter enarrandæ, summáque ipsius per se excellentia: tum verò quid Deus illi tribuerit, quantum natura rationes illius fuerit imitata, quantum artifices singuli illam excoluerint: de maxima illius, summáque perfectione, quàm passim vel in exemplis necessaria, vel in inueniendis rationibus opportuna à philosophis omnibus censeatur, dicendum est. Vltimò, quantum ad excolenda ingenia, ad expoliendas disciplinas, ad corporis salutem & beatam vitam ducendam conferat, edocebimus.

Nec verò vllo in loco aut confidentius cùm ad beneuolentiam, aut commodius cùm ad ingenia nostra respicio, dicturum me arbitror. Fuit enim hæc ciuitas semper ingeniis florida, studiis decora, eruditione ornata; vt non tam vel ædificiorum pulchri-

chritudine, aut opum magnitudine, seu amplitudine loci, aut soli fertilitate, vel populi frequentia, vel artium excellentia (quibus cunctis penè Italiæ vrbibus præstat) quàm ipsa animorum virtute, doctrina, singularique ingenij claritate sit illustrissima: vincit omnibus fortunæ ornamentis alias ciuitates, ingeniorum & eruditionis magnitudine ipsa etiam fortunæ ornamenta. Ob idque etiam gratior mihi humanitas vestra est, quæ ab omni animi deiectione aut simulatione seiuncta est: atq; eo magis, quòd fructum aliquem ex hac oratione percepturos vos sentio. Cùm multi enim vel inania verba effundant, seu quia inutiles res laudare aggrediuntur, seu quòd apud eos verba habent qui eorum quæ dicuntur, omnino sint ignari: ego vtroque hoc incommodo apertè careo, cum splendidissimam scientiam apud excellentissima ingenia nostra laudare adoriar. Quid enim Geometria ipsa splendidius excogitari potest? quæ ratio est omnium magnitudinũ. Sunt autem rationis partes duæ: alia absoluta, quam dicimus quantitatem: alia comparatione ad cæteras, dicta proportio. Harum autem partes tres, intelligentia vel actu vel potentia distinctæ. Explicandum est autem priùs vnum quodque genus, deinde ad nominis rationem veniendum. Cum enim singula quæque quanta sint, considerentur, magnitudinem in his intelligimus: atque ob id cœlum amplum, magnosque campos, non vllius ratione alterius, sed ipsorummet: at contra agellum paruum, aut decem iugerum, sola sui æstimatione dicimus: at cùm paruum hominem, ingens caput, illum quidem cæteris hominibus, hoc reliquis comparamus capitibus: & hæc ipsa proportio dici solet. Hæc autem aut intellectu solo constant, velut vitarum vires, ac animi: quæ cùm infinitæ non sint, certam inter se seruant rationem: alia verò actu sensibusque subiectam, velut superficierum, linearum, corporum, angulorum, & quæcunque manifestam continent magnitudinem: alia verò potentia, inter quas Statice, quæ de ponderibus: & Actice, quæ de potestate radiorum, & dynamice, quæ de virtutibus tractat. Solemus enim Solem luna, ignem terra potentiorem dicere. Iam verò quòd omnia his rationibus constent (quanquam ab aliis abundè sit demonstratum) proprium tamen erit huius præsentis orationis institutum ostendere. Quòd verò de his omnibus Geometrica ratio pertractet, non solùm indicio est quòd nulla alia disciplina id præstat: sed his qui solùm vel mediocriter attentè Euclidem legerint, tam apertè patet, vt nulla prorsus cõfirmatione indigeat: itaque cùm tam vastus, tam ingẽs sit illius ambitus, à terra tamen nomen suum traxit: non quòd metiẽdæ terræ aut solùm, aut maximè seruiat: (quid enim hoc apertius mendacio?) sed quòd ob metiendam terram initio rerum ab hominibus inuenta sit. Seu enim vnus atque primus homo fuerit, seu per aliquam calamitatem in eam paucitatem ventum sit, constat illos primos parentes nostros vicina Nilo Ægypti loca incoluisse: quoniam ea terra citiùs siccitatem ob Solis vehementiam traxerit, miráque glebæ fertilitate, & Nili opportunitate, tùm etiam vicinitate collium foueatur: inde Damasci ager primorum parentum habitatione insignis. Vel si ad philosophos te conuertas, & Plato & Aristoteles vnà fatentur, Aegyptios Græcis longè antiquiores fuisse. Quinetiam Diodorus Siculus incredibilem numerum annorum illis tribuit. Certe constat, nullos (vt Trogus Pompeius refert) præter Scythas, cum Aegyptiis de antiquitate contendisse. At Aegyptiorum causæ insignes ciuitates fauent, Memphis ac Thebæ: quæ & magnitudine olim, & incolarum numero, etiam ante habitatam Græciam floruerunt. Ab his igitur dum Nilus inundatione cuncta conturbaret, decrescentibus aquis inuenta Geometria, vt agri suis dominis restituerentur. Certè hoc longè antiquius Arithmetica & Astrologia, quarum inuentores fuere Phœnices, vt Strabo sextodecimo Geographiæ refert. Nam cum Sidonij, qui eam incolunt regionem, mercaturæ incumberent, ob nauigandi studium Astronomiam, ad tractandas merces Arithmeticam inuenere. Nec Græci, qui tam impudenter multa mentiuntur, Geometriæ inuentionem sibi ascribere ausi sunt: cùm nimis constaret, etiam ante Phœnices ac alias gentes inuentam esse: nam à Phœnicibus Pœni ac Græci, à Græcis Itali defluxere: ab his quoque barbaræ cæteræ nationes, cum etiam appareat nuper in singulos dies habitationem ipsam hominum augeri. Hac igitur ratione Geometria nomen suum à terræ mensura suscepit: quòd quanquam antiquissimum, ac ob id etiam incerto autore, nulli tamen gloriæ hanc antiquitatem cedere illi velim, cùm potiùs antiquitas ea causa Geometriæ debeat, quàm Geometria antiquitati. Siquidem altissimo opus præcipuum quoddam Geometria est, seu cum ipsa orbis origine, vt creditur, natum: seu, vt dicunt, cum æterna ipsius administratione ingenitum sit: sanè antiquitatis laus eorum esse debet, quæ vel ab hominibus inuenta sunt, vel quorum antiquitas laudum portio aliqua esse potest. Huic tantum gloriæ incorruptæ aliunde est, vt ex antiquitate ipsa ad cumulum eius nihil possit accedere. Quare frustra quis à me requirat, quando inuenta sit, vel à quibus. Vtilius certè quæremus, qui nam in ea floruerint: cùm & in his gratia laboribus, & nobis non paruum commodum accedat, scientibus quorum maximè opera in ea proficere liceat. Primus itaque videtur Thales Milesius fuisse, qui artem ex Aegypto Athenas deuexit, ob idque primus etiam habitus admirationi. Hunc autem sequutus est Ameristus, poëtæ Stesichori frater: cuius Hippias Helius meminit. Post quem Pythagoras Samius artem auxit, & celebrem reddidit. Ab hoc autem Anaxagoras Clazomenius: inde verò Chius Oenopides: atque eo vsque ars vsui tantum fuerat, & admirationi. Cum post hunc Hippocrates Chius, non ille medi-

cus,

cus, tanquam rudi adhuc seculo, in ordinem eam redegit: primúsque scripsit vetusta breuitate elementa Mathematica: quadrati etiam rationem ad circulum ex lunulis conatus est inuenire: docuit & quod frequens erat antiquis problema, cubi duplicationem per duas intermedias lineas duabus, quarum sit ratio dupla, continua serie interpositas, inueniri debere. Interciderunt hæc temporum iniuria: & nisi Aristotelis reprehensio testaretur, in dubium hoc vocari posset. Hunc igitur Theodorus Cyrenæus sequutus est: & Plato: sed nihil proprium ad artem hic, ille nihil quod ad nos peruenerit, reliquit. Sunt sanè plura Platonis in hac arte testimonia: verumtamen nullo singulari opere eam prosecutus est. Fuit, vt in Phædone apparet, Platonis contemperaneus Euclides, cuius vt vetustissimi, clarissimi extant Elementorum tredecim libri, tum Phænomena, Optici, Catoptrici. Ab hoc plurimi classici viri defluxere: inter quos Theon, qui eius Elementa Phænomena & Optica interpretatur, & qui Data condidit. Interpretatur & elementorum primum Proclus Lycius. & quatuor libros qui etiam nunc cum Euclide Græco impressi sunt: hic ex Platonis schola est. At Data Pappus, qui & Mechanica composuerat, exposuit. Verùm Catoptrica ex eodem Euclide sunt, vt idem fuerit interpres & autor: quemadmodum & in aliis fecisse eum existimamus: sed obscurius forsan, ac breuius, quàm res ipsa exposceret. Extat & in Data, Marini Mathematici protheoria, simul cum vniuersis Euclidis monumentis, à Bartholomæo Zamberto Veneto latinitate donata. Sunt & Hypsiclis Antinoitani (quæ ciuitas est iuxta Alexandriam ab Hadriani puero cognominata) libri duo, ex monumentis Apollonij Pergæi excerpti partim, vt creditur, partim ex Euclide ipso: qui inter Euclidis libros adnumerari meruerunt, tantum grauitatis habent: hos indiscretè Campanus Nouariensis, eiusdem Euclidis non ignauus interpres, Euclidis libris adiunxit: vt quindecim euaserint.

Sed ad antiquos reuertamur: post Euclidem & Platonem, Cleodamus Thasius, Theæteusque Atheniensis, cui Plato librũ de scientia inscripsit, Architasque Tarentinus & Neoclides, Eudoxusque Gnidius, qui quatuor linearum inuentionem per inflexas (prout credidit) lineas reliquerat floruerunt. Hi omnes tempore Platonis fuerant: nam & Eudoxus comes nauigationis in Aegyptum, & Architas salutis apud tyrannum Dionysium Platoni causa fuerat: nullius tamen præter Eudoxi ex his monumenta supersunt. Scripsit & in Geometria Aristoteles Mechanicas quæstiones, quæ passim leguntur. De quantitate etiam, ac de Mathematicis: qui duo interierunt, ac simul cum eis de Musica liber. Ab his Leon, qui & ipse quædam non contemnenda reliquit: & Amyclas Heracleotes, philosophus Platonicus: & Menechmus, Eudoxi auditor: & Theudius Magnes, & Pizicinus Atheniensis, ac Hermotimus Colophonius, Philippus quoque Menteus: & Aristarchus Samius, qui de siderum & terræ magnitudine scripsit: & Porus ac Nicomedes, tum etiam Menelaus: omnes Græci, Græcéque scripserunt, sed quorum tamen monumenta interierint, aliorumque tantum testimonio viuant. Verùm omnes hos vincit Archimedes Syracusius, cuius fermè omnia inuenta habemus: vir summo ingenio, & qui circuli periferiam proximius ostenderit, & solida demonstratione duabus lineis duas interponere continua proportione docuerit: sed hoc periit. Huius fuit amicus Conon alter, & ipse Geometra. Extant & Eutycij, Didymi & Heronis Alexandrini de mensuris libri, nondum tamen Latini. Scripsit & Heron de mechanicis librum: Theodosius autem Serenus de circulis libros tres, qui vulgo cum sphæra habentur. Extant & Dioclis Pyriæ & Dionysodori quædam fragmenta, & Eutocij Ascalonitæ, qui Archimedem imitatur, & Cleomedis opus de circulis, cum Ioannis Geraseni explicatione: & Philoponi, & Eratosthenis, qui Ptolemæo regi de inuentione duarum mediarum linearum inter alias duas epistolam scripsit: tum verò & Nicomedis, qui Conchidica composuerat, monumenta adhuc in Græco habentur. Fuit & Geminus Anatolius, Zenóque philosophus, Diophanésque Alexandrinus, & Maximus Planudes: quorum omnium etiam inclyta supersunt volumina. Quid de Eudemo dicam, qui Architam retulit, per hemicylindros conatum ostendere cubi duplicationem, adhuc opere illo superstite? Scripserunt, vt vidimus, & de eadem re, tum etiam de aliis, Isidorus Milesius, Philóque Byzantius, Parmenióque Apollonij Pergæi discipulus. Non ne & Alchindus breuiter ac pulcherrimè proportiones docuit: & Mahomet Moisis filius, de mixta ratione quam Algebraticam vocant: & Geber de triangulis, circulisque, qui quanquam Arabica lingua scripserint, publicè tamen apud nos, Latinique habentur. Verùm omnes hos superasse videtur librorum multitudine Ptolemæus, quanquam non in Geometria propriè scripserit: sed de Astrolabij compositione, de Catoptricis: de Musica diuinum opus, quod & Porphyrius interpretatur: de Numeris: de Astris libros tredecim, quorum vndecim Theon Alexandrinus exponit: Matheseos quatuor, Geographicorum octo: sed nullibi rem magis tractat ipsam quam Geometriam, vt potius Geometriam excolere disciplinis his, quam disciplinas ostendere Geometria velle videatur. Scripsit Græcè, quanquam Aegyptius: sed ex suis operibus solum Arithmetica periit. Sunt & Nicomachi non minus Geometrica quam Arithmetica monumenta, & Nilei de sectore. Fuit & nostra ætate Ioannes Monte regius, qui & ipse quædam de trigonis reliquit: sed ita, vt potius furtum quam ingenium suum ostenderet: quippe quod in astronomicis præclarus admodum, ac penè diuinus fuerit. At Nicolaus Cusa tam subtiliter disputauit, vt nihil acutius excogitari possit: veruntamen adeò processit, vt non quod nitebatur, sed ingenij tantum acumen osten-

oſtenderet : in concludendo plerumque falſus. Fuerunt & Leonardi Piſani, & Lucæ Pacioli, non ingrati hac in arte labores multorum etiam aliorum libri extant in hac facultate, atque præcipuè de his quæ paululum ab ea declinare videntur, velut de optica inſignes Damiani Lariſſei demonſtrationes. Vt ſi ad autorum ſeu multitudinem ſeu nobilitatem ſpectes, nulla prorſus diſciplina huic poſſit comparari. Sed nos nec ab hac fortuna laudem aliquā conſequi volumus: verum potius ad noſtrā vtilitatem, ac quaſi mercedem quandam honeſti laboris, illorum virorum nomina tam multa hæc, ſimul cum monumentis recenſuimus. Solebat. n. Galen. dicere hoc vnum eſſe eorum qui rectè ſcripſerint, pro ſuis laboribus præmium, vt eorum inuenta admirentur & laudentur. Cæterum nos rem ipſam proſequi propoſuimus, quandoquidem etſi quid ad artis gloriam multitudinem ſcriptorum proficere arbitrarer, ſatis explicaſſe tamen putauerim, quam digna haberi debeat: atque ſimul & illorum commendationi, & veſtræ voluntati ac commodo operam dediſſe. Nunc igitur de illius partibus dicendum eſt namque quæ puriſſima eſt ac ſincera, ſub Elementorum nomine tradita eſt: vt quæ permixta, nec tam pura eſt, ſi ad oculos referatur, quam Acticen diximus, diuidemus in Opticam, Catoptricam, Scenographicam. Opticam dicimus, quæ videndi rationes, cauſas, miraculáque oſtendit. Catoptricam, quæ radiorum fractiones, colluſiones, refractiones docet: velut ſunt è ſpeculis imagines, irides ac pareliæ? Scenographica autem, pingendi rationem, vt ſub naturali forma figuræ videantur, nec illis aut profunditas aut altitudo vel diſtantia obſit. Et quanquam perſpectiuæ nomine hæc omnia contineri videantur, placuit tamen antiquis, Opticam ſolo nomine intelligere. Quæ verò ad pondera pertinet, quamque Staticem appellauimus, bifariam diuiditur: nam quæ ſolum naturam rationéſque rimatur, Statice propriè eſt: quæ autem tractare ea docet, Mechanica. At verò Dynamice tam ampla eſt, vt ſi ex materia ſubiecta ſit diſtinguenda, infinitas penè illius ſpecies modoſque efficias: tam enim latè eius vſus patet, vt etiam ſi velis omnia deſcribere, haud poſſis: ſed ſuo loco explicanda reſeruamus. Itaque eius quæ pura ac candida eſt, adeò excellens laus fuit, vt cum Archytas & Eudoxus, Menechmuſq; ad inſtrumenta mechanica ſolidi duplicationem reuocaſſent, à Platone grauiter ſint repræhenſi, quod Geometriæ dignitatem, quæ in ſubſtantiis puris ac æternis reſidet, inter quas etiam Deus ipſe eſt, ad ſenſum materiamque reuocaſſent: namque & Deum ipſum maximè eſſe Geometram, Geometriæque intendere. Nemeſinque ac iuſtitiam & rerum diſtributionem quibus orbis vniuerſus gubernatur, non alia eſſe quàm Geometricam ipſam rationem. Ob id etiam Lycurgum, repulſa Arithmetica, quæ æqualiter diuidit bona maláque Geometriam amplexatum. Philonem autem dicere ſolitum, eam ſolam diſciplinam idola veritatis, velut ex nitidiſſimo ſpeculo nobis oſtendere, atque ea cauſa inhærentes agglutinatoſque ſenſilibus animos auellere, ad ſummam æternamque naturam reuocans. Ideóque tanquam metropolis mathematicarum ab illo cenſetur.

Sufficiat hæc recitaſſe ex tam clarorum virorum monumentis, quæ ad illius excellentiam pertinent. Verùm quoniam admodum res ipſa obſcura, vt video, vobis forſan videri poſſet, altius & ex initio repetenda huiuſmodi origo eſt. Cùm vniuerſi formam ac molem ſummus conditor conſtituere vellet, aptiſſimam, & ad continendum & ad motum illi figuram elegit. Porrò circularis vtrique propoſito apta admodum videbatur: namque & in continendo omnium maxime eſt capax, & in motu neque ſubſilit, nec premitur: quadrata enim angulis latera diſrumperet, rurſus lateribus ab angulis dehiſceret: quamobrem circularem cœlo elegit: quæ nec conculcaret, nec deſtitueret: aptiſſimam verò ad omnem motum: namque & ea quæ oui ſimilitudinem refert, ſecundum vnam lineam tantum motum admittit: circularis vndique æqualis, nullum etiam ex motuum varietate impedimentum præſtat. Quinetiam quod & ad nos, rurſuſque ad ſeipſam, tam æqualis eſt, vt nec à fine principium, nec ab angulis circulorum partes, nec à temporibus motus ipſi diſcrepent: ſtatuit autem omnium vnum idemque medium, atque tanta ſapientia, vt nihilo variatis curſus recurſuſque cœlis fierent, ac modò tardè, modò velociter eadem aſtra ferrentur, idque ſtatis *locis ac* temporibus, vt & ratione eadem qua facta fuerant, Geometrica ſcilicet, comprehendant. Inde ad metam vſque cùm à Sole abſunt, ſuperiores maximè, tunc etiam maximè retrocedant: cum illi è directo ſuperſtant, velociſſimè moueantur, eóque congreſſus ille ſit diuturnior. At verò etiam ex his neceſſe eſt, vt cùm redeunt, quandam cum Sole affinitatem contraxiſſe videantur. *Sic* & duo inferiores cùm Soli iunguntur, aut progrediuntur, aut retrocedunt velociſſimè, & eorum vis minime diſſipatur à *Sole*: tardè autem, cùm vel vtrinque ab eo maximè abſunt. Non ne & Luna & vniuerſæ ſtellæ Soli quadam motuum ſimilitudine iunguntur? & tamen nihil diſſimile magis vtroque eſt, altero vix ſe mouente, altero raptim atque in diuerſas partes. Atque, vt vno verbo dicam, hæc vna eſt ſapientia, vt ſemper quidem iiſdem motibus, nunquam autem eadem via ferantur. An verò in hoc vel Geometrica ratio deſiderata, vel mediocriter expreſſa, aut alia potiùs potuit ſubtilitate effici? Sed & in his quæ *elementa* vocamus, eandem rotunditatis rationem ſeruauit, vt nec corpus extra ſuam naturā, nec loci natura extra corpus eſſet. Adde verò & magnitudinū & roboris naturam æthere, quod leuiſſimam ſubſtantiam haberet, locumque ſupremum, ſtatuit: at terra, quanto natura hebetior, eò ſubſtantia viribuſq; denſior eſt: reliqua ſic in vtroque, paribuſq; diſtin-

distincta interuallis, in medio loco collocauit. Partitionem autem ad substantiam quidem æqualem vt repugnantia non solueretur: ad ambitum autem proportione respõdentem effecit. Neque enim vel cœlestes motus tandiu adeò similes cum ea varietate, nec elementorum natura cum tanto discrimine ac contrarietate, si proportionibus ad libellam firmatis non continerentur, illæsa permansisset. Cum verò omnium vna natura orbicularis ac rotunda esset, alia quidem in aliis aptissimè collocata sunt, in cœlesti enim corpus duodecim planis ac pentagonis superficiebus circundatum constituitur: atq; ideo cum ad singulos solidos angulos tres concurrant, pentagoni erunt, & nouem trigoni in vno quoque solido superficiales: atque ideò centum & octoginta in vniuerso corpore. Ex his sexaginta quidem Isosceles: sed quorum, qui supra basim anguli sunt, singuli supremo dupli: basis autem laterum cõtinentium portio maior: ac centum viginti reliqui Isosceles & ipsi, quorum viceuersa latera basis portiones sint maiores, & solida proportionis continuitate conspicua, anguli que supremi inferiorum vnicuique tripli: hac tanta æqualitate perpetua cœli constitutio, ac vicissim in se rediens euasit: quorum verò singulorum distributio in orthogonios duos numerum efficit partium trecentarum & sexaginta, in quas cœlum ipsum diuidi solet. Atque etiam his planis superficiebus duodecim signa obliqui circuli respondent vniuerso orbe in ea diuiso, nec inæqualia nec dissimilia inter se, vt nec pentagoni in solido corpore.

At verò cum sphæricæ figuræ hoc ex omnibus maximè congruat, & ipsum & vniuersa reliqua cum simul coissent, sphæricã, à qua ortum traxerant, compleuerant figuram. Sic æther ex pyramidib. (conos aliqui vocant) isopleurisque triangulis fabricatus, & ipse tamen in rotundam euasit figuram. At aër ex corporibus octo superficierum trigonarũ, cuius tamen anguli sex solum solidi, aqua ex Icosaëdris corpora hæc sunt viginti superficiebus duodecimque solidis conclusa componuntur: atque ob id æther maximè acutus, aqua labilis & inconstans, aër quasi medius inter hos est: omnium stabilissima est terra, cubis coagmentata. Hi octo quidem angulis solidis, sex autem superficiebus constant: ob idque aëri contraria est terra, & igni aqua, quòd angulos extensos amplosque habeant: at cubi natura immobilis est, quod grauissima sit, nec summitate basim excedat: nam in pyramide leuitas ad soliditatem supremarum partium obstat. In reliquis superiora extra basim sunt, atque ideo ad motum per se inclinata. Solus cubus, cum talis sit, immobilẽ meritò fecit terram: sicut & pyramis cum sola superficiebus angulos æquauerit, similẽ omnino ætheris substantiam sibi ipsi reddidit, cùm omnis supremus æther eadem natura substantiáque existat. At verò in duodecaëdro cum anguli & superficies multum distarent, stellas & sidera errantia in cœlo diuersitas hæc peperit: hæc autẽ non obiter illi insita sunt: sed tanta cum ratione, vt (quemadmodum narrat Aristoteles) si vel vnum amplius adderetur astrum cœlo, his quæ non sunt, aut moueri omnino nõ posset, aut tardius certè progrederetur. Si igitur hæc vniuersa tam diligenti ratione sunt cõstituta, cumque omnium corporum rationalium natura numerum impleuerit (quinque enim tantum esse possunt) illud verò quod hæc omnia continet figura æmulatus in omnibus est, constat summam Geometriæ rationem maximum Opificem in mundi cõstitutione conseruasse: nihilque magis illa in eius constructione, imò & solã illã spectari debere. Sed forsitã quis quærat, num ex hac ratione aperta septem erraticarum ratio habeatur? Certè sic. itaque attentè animaduertite, quæ & in hoc consummata fuerit ratio ipsa Geometrica. Si Isosceles in circulo describatur, qui in duos alios, & ipsos isosceles diuidi possit, basis prioris necessariò heptagoni latus est. Manifestũ est autem, triplicem hanc qualitatẽ & maximã esse, & perfectissimã atq; absolutã: quæ cum heptagono contineretur, effecit vt non alio numero erraticæ possent definiri, quam eo qui has omnes æqualitates amplecteretur. Rursus ea in figura ambiente quatuordecim latera, hãc imitatus est rationem: nec pluris, quæ minimũ abesse potest, Mercurius distat in summo à Solis recessu, & Luna duplicato numero dierum ad locum suum redit, cõmunibus etiam iunctis terminis, ne quid ad perfectionem deesset: sic hæc ratio septenarij nobilissima facta est. Rursus si trium quantitatũ, quarũ primæ & tertiæ aggregatum ad secundam ea ratio sit, quæ secundæ ad primam: tum verò primæ & secundæ ratio ad tertiam, qualis tertiæ ad secundam lineæ iungatur, circulúsq; trigono circumscribatur, erit in hoc trigono tota heptagoni ratio absoluta: namq; prima, eadémque minor linea, heptagoni latus est: secunda ac media, quæ duobus heptagoni lateribus subjicitur: tertia, quæ tribus ex vna parte: quatuor autem ex alia heptagoni lateribus opponitur. Quamobrem cum nulla maior inter tres quantitates proportionum similitudo esse possit quam geminata, cõstat heptagona figura omnia cœlestia, & quæcũque meliora sunt inter mortalia, debere terminari. Quare cũ homo non dubie vniuerso cœlóque respondeat, solus huic figuræ etiã respondet. Sed mittamus hæc, & ad propiora proposito nostro redeamus, cum illud vnũ sit argumentum excellentiæ artis: Nullum philosophum, nullum principem hac sciẽtia carere voluisse. Omnes tamen putant mortales satis se ornatos esse, cum de Geometricis seu rationibus seu machinis abunde disceptare nouerunt. O clarissima scientiarum, generosissima disciplinarum, subtilissima artium, nobilissima inuentorum omnium humani generis: tot decora ornamenta tecum affers, vt diuina prorsus dici merearis. Cuius argumento esse potest, quod cùm reliquæ scientiæ cum propositis præmiis professoribus non auctæ sint, velut Medicina post Hippocratem, philosophia post Aristotelẽ: at Geometria ob sui pulchritudinem, homines inuenit claros, & sui studiosos, qui eam absque præmiis ad apicem perfectionis deduxere. DIXI.



EXÆRETON
MATHEMATICORVM.

MANVSCRIPTI (VNDE HIC LIBER ERVTVS EST) VETVSTAS ET Caracteris inelegantia exigunt vt parcatur erroribus.

PROOEMIVM.



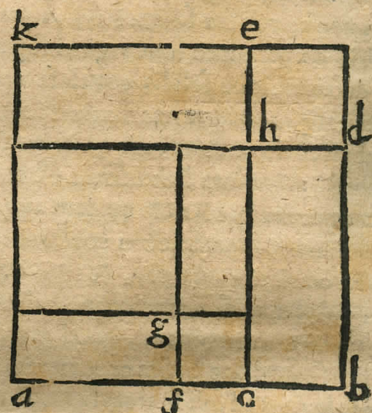
Vt in 2.3.& 4. Theor. *VNC librum conscripsi Romæ mense Iulij M. D. LXXII. ex pluribus quæ iam inuenta à me vno dumtaxat problemate excepto collegeram ob id vt homines modum intelligerent non solum in his*
vt in 7. M. d. Theor. *sed etiam cunctis aliis disciplinis inueniendi problemata tum theoremata rerum admirabilium. Diuiduntur tractata hîc in tria ge-*
vt in prop. 8. *nera : in ea quæ pendent ex inuentis ab aliis (nam ab aliis nihil præter primam accepimus) & quæ ex propriis accepimus : & in ea quorum inuentio ex arte magna habetur , demonstratio verò adÿcitur vt non tantum sciamus (est enim scientia quæ per demonstrationem habetur) sed vt vnum in aliud mutare discamus , idque appellatur , si purum fuerit , restitutio. Est autem triplex genus propositorum , Theorema , Problema , & γνῶσις. Alteræ vtilitas est perfectio absoluta inuentionum excellentium artis magnæ cuius causa conscripsimus Aliza , sed perfectius hic declaratur ; non oportet in huiusmodi longius versari sed tantum prodest quantùm dubium esse potest vt sufficiat docuisse causam.*

Definitiones.

1. PArallelipedum corpus est quadrilateris
superficiebus sex æquidistantibus com-
2. positum. Quod verò tribus rectangulis seu
3. æqualibus inuicem omnibus seu non , com-
muni nomine rectangulum solidum dicitur.
4. Si omnibus æqualibus cubus : at hic iam
notus est : si duabus quadratis quatuor re-
5. liquis tetragonis longioribus quam voca-
bant columnam quadratam , scapum nos
6. iure dicemus. Sin autem breuiores sint
quatuor inæquales quadratis κολοβὸς si om-
7. nes inæquales ἀκόμφος. Et si latus vnum
sit æquale duobus ἴσον & ex his composita,
8. superficies scaporum oblongæ Trapezi.

Supposita.

1. Cum linea fuerit bifariam diuisa, qua-
dratum ex duobus quadratis partium &
superficie dupla vnius in alteram constat ;
2. vnde cubus eius ex quatuor corporibus,
duobus cubis partium & duobus corporibus
triplis quorum vnum quodque fit ex ductu
3. vnius partis in alterius quadratum mutuò.
Cum recta fuerit trifariam diuisa, quadra-
tum illius intelligitur constare ex sex super-
4. ficiebus quarum tres sunt quadrata partium
reliquæ duplæ singulæ tetragono ex vna
parte in aliam. At si in duas partes , ac vna
in duas rursus diuidatur constabit totius
quadratum ex quinque superficiebus. Velut
quadratum A B quæ sit decem, & diuisa in
tres & septem in C & A C rursus in quin-
que & duo & constabit quadratum B K ex
quadratis C D F G , G C & duplo C D &



duplo A G. Et hæc diuisio seu constructio 5.
vocatur μίσον. Cubus igitur diuisa linea in
tres partes constabit ex tribus cubis velut
C G , E D , F G , & acompso vno quod
sexcuplum est ἴσω vt sint iam partes nouem
corpora autem quatuor. Ex scapis autem &
curtis XVIII. scilicet corporibus sex conti-
nentibus XVIII. vt sint omnia corpora X 6.
& ordine eodem. Iuxta autem diuisionem
in quinque superficies , vides quod superfi-
cies K H B quæ efficiunt vnam efficerent
duas : sunt igitur tres cubi iidem qui prius :
Acompsi sex nihilominus ex A L , L C in B
H ;

h,h k & ex b c in a g h omnia autem corpora XX. nam partes lineę ij & superficies VII. igitur in corporibus quatuor detractis nouem relinquuntur XII. quæ sunt scapi aut curta.

VI.	III. I.
III. I.	VI.
omnia XXVII.	

A L in A E, G H, C G, D E,
C L in A G, G H,
C B. in B H, H k. F G C, G.

Quæ sunt tria corpora: omnia septem. Cubi constructio bifariam similis est quadrato dum componitur latus eius ex duobus; nam assumatur quadratum a c h & per secundum suppositum fit cubus eius ex cubo a l & duplo c l in quadratum f g & a l in l c g quæ cum erunt diuisa per a l exibit quadratum a c h, & similiter ex a l in a g & a l in duplum c g l & cubo quæ omnia diuisa per c l reddent quadratum a c h f, igitur cum quadratum a c h F habeat latus habebit aggregatum illorum quatuor corporum latus Hoc autem erit compositum ex latere quadrato f g & g c cuborum. Et tale latus quadratum seu primi aggregati, seu secundi, seu totius cubi, est quod producitur ex a c tota in ℞. quadratam a l pro primo aggregato, aut c l pro secundo vel a c totius pro latere quadrato cubi a c vt si ponas a l XVI. c l IX. a c XXV. Altera similitudo est quoniam diuiso latere cubi vt pote 4. latere 64. in 3. & 1. fiunt per primum suppositum partes quadrati basis 9. 1. & 6. quæ ducta in 4. altitudinem cubi efficiunt 36. 4. & 24. At si quadrata superficies fit 64. latus eius erit 8, partes autem 6. & 2. constituent eodem ordine 36. 4. & 24. & ita si sit cubus 729. latus est 9. quadratum 81. quòd si diuidatur in 7. & 2. fient partes quadrati 49. 4. & 28. & diuiso 27. ℞. quadrata 729. quoniam solida sunt 441. 36. & 252. fient partes 21. & 6. & superficies 441. 36. & 252. vt prius. & 21. ac 6. sunt in proportione tripla ad 7. & 2. quoniam ℞. cu. 27. est 3. & aliæ in dupla, quia ℞. cub. 8. est 2.

Problematum Genera.

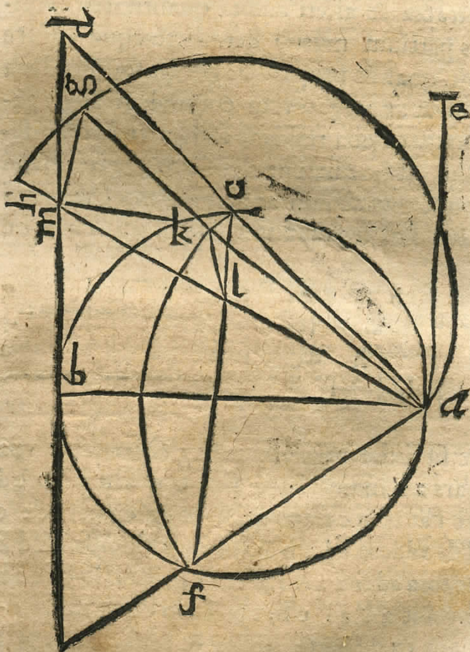
PRimum est scire theorematum ἢ τῶν γνώσων. Problematum autem scire & operari. scire autem multifariam dicitur, alia quidem ex communibus quæ proxima sunt principiis & ob id notissimis tum ob id & quia proxima notissima. Cuiusmodi sunt quæ ab initio demonstrantur ab Euclide. Postquę ea quæ ab illis sunt remota vt quæ in Decimo libro. Tertio loco sunt quæ principiis minùs notis pendent vt quæ mox docebimus. Cuiusmodi sunt etiam quæ à monade. Quarto loco, quæ demonstrantur per μετάστασιν vt in arte magna pleraque. Quinto quæ ex his pendent, & ad πρακτικὴν pertinent non tamen ipsa per se demonstrata sunt vt sint ipsa vltimo quæ pro veris habemus, & talia existunt, non tamen causam notam habemus. propositum igitur in hoc libro quæcunque sunt in vltimis seu huius argumenti seu alterius re- *Problema pr.*

uocare retrò & ad priora vt ex postremo ad quintum & si licet ad quartum & ex tertio ad secundum vel ad primum, hoc autem felicissimè continget si principia assumpta quę in tertio ordine pleraque sunt διαδηλωτικὰ ad prima, vel ex primis reuocare aut ostendere potuerimus, aut dissoluta in partes deducere ad omnino per se nota; sic enim doctrina hæc & quæ per eam perceperimus seu ab aliis assumpsimus firmiora fient & clariora tum illustria & magis communia. Siquidem prima talia sunt simul & per se nota. Exemplum in medica arte fęx alba: cibus albus, κενοχολὴς vrina rubra, phrenisis. Non dixeris obstructionem nam in aliquo horum desinit.

PRIMVM PROBLEMA
PROPOSITIO PRIMA.

Inter duas propositas rectas lineas duas medias in continua proportione Geometricè inuenire.

HOc est inuentum Architæ Tarentini Pythagorici: ex quo perspicuum est quantum iam eo tempore illi callerent Mathematicas, cum posteri vix problema inuenire possent. Sit ergo a r longior quam suppono pro diametro & in eo circulo collocata producatur donec occurrat continti b d intelliganturque tria corpora semicylindrus erectus ad perpendiculum cuius basis a b c semicirculus sit a c b E & semiconus qui fit circumducto Orthogonio a b d & vbi rursus cadit in planum a d secat periferiam a b c in f & rursus intelligatur semicirculus a b c erectus in superficie a b c e plana circum duci manente puncto donec a b superstet sibi ipsi ad perpendiculum in puncto a & creabitur quarta pars cuiusdam corporis anonymi. Istorum trium corporum superficies extremæ secant se binæ *Per pr. 4. elem.* *Per 11. elem.*



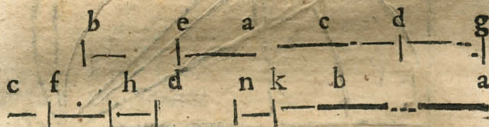
& binæ in lineis quia a b est longior omnibus lineis quæ sunt intra cylindri dimidium

Ex hoc constat quod minor inuentatarum mediarum scilicet a m est in plano.

& etiam pluribus partibus semiconi. Igitur sectio coni & cylindri & corporis anonymi cùm sint lineæ elicæ seu spiræ se secabunt in vno puncto tantum quod sit g, erit ergo a g in superficie semicirculi erecti qui tunc dicatur a b g & in superficie trigoni a b d. Ducatur igitur semicirculus c f eo quòd erit æquidistans basi coni & vbi secat a g ponatur k & ducatur c f recta & vbi secat a h ponatur l & vbi a h quæ est in plano secat a b c periferiam ponatur m & ducantur k l.
Per 8. sexti Elem. & k m & g h & g m quia e k f & a g h sunt ad perpendiculum super planum ex supposito & communis sectio eorum est k l eo quòd vterque terminus est in vtraque superficie, k enim est in a g & a g in superficie a g h, igitur k l est ad perpendiculum super planum, igitur l est media inter f l & l c, quare inter a l & l m, igitur duo trianguli a k l & k l m similes: igitur anguli m k l & k a l æquales & quia l rectus est duo anguli l k a & l a k æquales recto, igitur m. k l & l k efficiunt rectum. similiter & h g a rectus & communicant in angulo k a h vt etiam k a l, igitur a h ad a g vt a g ad a m & a m ad a k, at a h est eadem seu æqualis a b & a k æqualis a c cum prodeant a centro circuli c k f, igitur a m & a g sunt mediæ continuæ inter datas a b & a e & quia non relinquitur dubium nisi quòd g m sit ad perpendiculum & cadat in circumferentia circuli a c b dico quòd vtrumque est necessarium quia g iam fuit in circumferentia cylindri & ducitur ad m basim cylindri etiam cylindrus erat erectus ad perpendiculum super planum ideo illa tria sunt connexa.

Secundum problema propositio secunda.

Propositis duabus lineis, parteque vnius detracta & alteri addita quantitates excessus partium mutuò detrahere aque addere tum quando proportio aggregatorum ad sua residua aggregatorum eorumdem aggregatorum ad alia residua, eadem vnde manifestum est hoc fieri non posse neque in eisdem neque mutuò nisi aggregata inter se & residua sint æqualia. sint duæ lineæ a b & c d

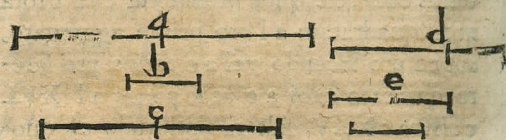


& sit differentia earum d g & sumatur vna pars a b maioris quæ sit a e quam addo c d vt fiat tota c f volo partem abscindere ex c d & addere ad a b vt sit quæ abscissa est d h & tota addita a k ita vt sit proportio c f ad b e velut a k ad c h. abscindo de g differentiam ex d f parte addita & relinquatur g f fiat ergo g h æqualis g f & similiter b k c a igitur & d f differunt ab h d & k b in d g, ergo in differentia a b & c d, tanta igitur est differentia quantitatum a b & c d quanta partium, igitur per communem animi sententiam a k & c f sunt æquales cum a d c d addiderimus d f vt ad a b, b k & ita c h est æqualis b e, ergo proportio c f ad b e est vt a k. c h & per eandem c f ad c h vt a k ad b e.

Corollarium sic patet: sit vt c l minor *Per 5. Elem.* vel maior c h sit ad quam a n se habeat vt c f ad b e, si ergo d l est maior d h erit maior g f quare maior b k & vicissim si minor minor: & si d l minor ergo c l maior: & si d l maior c l minor: quare si a n maior c l minor vel si a n minor c l maior, minor necessariò, vel maior proportio c f ad b e vel ad c h quàm a n ad c l seu ad sua residua seu mutua quod est contra suppositum.

Primum Theorema Propositio tertia.

Cum verò fuerint duæ quantitates in duas singulæ diuisæ, erit quod sub prima primi ordinis & tertia secundi ordinis cum eo quod sub tertia primi ordinis & secunda secundi, æquale ei quod ex prima secundi ordinis in tertiam primi cum eo quod ex tertia secundi in secundam primi & vicissim.



Sit a prima primi ordinis diuisa in b secundam & c tertiam, d verò prima secundi ordinis diuisa in e & f secundam & tertiam

C	E	C	E
C	7	C	7
B	7	C	7

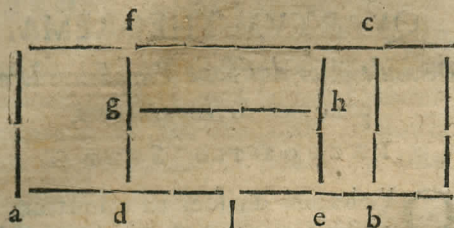
dico quod fit ex a in e cum eo quod ex b in f æquale fore ei quod ex d in b cum eo quod ex e in c & rursus quod ex f in a cum eo quod ex e in c ei quod ex e in d & ex f in e, constat enim quod f in a æquiualet f in b & c adde c in f d verò in c ei quod ex c in e & f adde b f & fient vtrinque eadem. idem de secunda parte.

Secundum Theorema Propositio quarta.

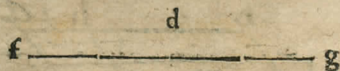
Si Trapezum cuius longitudo latitudine triplo maior sit, in tres partes diuisum fuerit quarum secunda prioris dupla sit, prima autem quadrata quæ potest in tertiam cum latere primæ, latus cum sit totius superficiei detracto duplo lateris cubici in residuum lateris tertiæ partis & cubi quod est latus primæ partis: corpus totum cum altitudine primæ, res æquales numero & cubo: necesse est cubi latus ductum in reliquum superficiei producere numerum æquationis.

Sit superficies a f prima quadrata, secunda e f illi dupla, tertia e c trapezus vel quia e c sit minor aut maior a f latus e c sit c h duplum d h in d a d h superficiei totius a c dempta f h latus f d g cubus æquationis ad cuius

cuius latus est rei æstimatio. Cum ex illo in



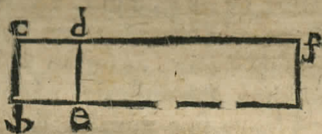
residuum fiet numerus rerum quod omissum est nescio quomodo. Supponatur ergo & assumatur quod necessarium est vt a d, ducta in a c, detracta a f h, id est in superficiem g e c producat numerum æquationis. Numerus ergo producitur ex g d in d f ducto rectangulo in lineam compositam ex g d &



duplo f d. si igitur d f constituatur binomiũ aut recisum & d g numerus tunc e c, erit numerus: & numerus æquationis compositum ex ἴσω nam producitur vt visum est ex g f & f d in d g & inde in f d, f d autem & d g componunt f g. *In arte Mag. cap. 25.*

Scholium primum.

Quod autem assumptum est scilicet quod si superficies f b esset numerus rerum & ex latere c e in e f fiat numerus æquationis



quod latus e c, erit res constat quoniam ex b e in c e fit cubus ex definitione, ex b c in e f numerus æquationis ex supposito & b f supponitur numerus rerũ & ex b c in b f fit quantum ex b e in c e & e f pariter accepta, igitur b e est res quod erat demnnstrandum.

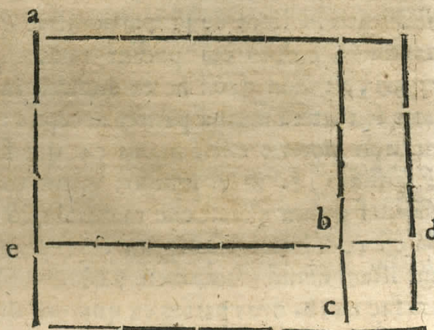
Scholium secundum.

Et quia supponitur res binomium vel recisum & numerus æquationis numerus verè, & ille fit ex a d in g e c, ergo g e c est binomium & recisum. Cum tota superficies sit numerus scilicet rerum igitur a f est contrarium g e c scilicet vnum binomium alteram recisum.

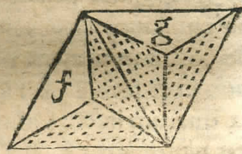
Tertium Theorema Propositio quinta.

Si circa Diametrum quadrati duo quadrata in directum coniuncta constituta sint corpusque propositum, fuerint autem duo parallelipeda rectangula ex quadratis in alterius latera simul iuncta æqualia dimidio corporis propositi; erit cubus totus æqualis corpori proposito eique corpori quod ex latere quadrati totius in ambo quadrata producitur. Quòd si cubus totus æqualis sit solido alicui & ei quod fit ex latere suo in duo quadrata eodem modo circa diametrum constituta quæ totum quadratum complent corpori: erunt duo corpora quæ ex lateribus quadratorum mutuo fiunt in ipsa quadrata pariter accepta dimidio corporis propositi æqualia.

Sint quadrata a b, b c posita ad diametrum quadrati a c ita vt ipsum compleat, eritque b d latus b c, b e latus a b d e latus



a c, sint autem duo parallelipeda ex e b, in b c, b d in a b æqualia dimidio corporis f g, quod sit f dico cubum d e lineæ æqualem esse ei quod fit ex d e in a b, b c quadrata cum corpore f g toto. quod si fuerit cubus d e æqualis corpori f g cum eo quod fit ex d e in a b & b c dico quòd mutua ex b d in a b & b e in b c pariter accepta erunt æqualia f, cum enim cubus d e sit æqualis cubis d b, b e cum triplo mutuorum b d, in b a & b c in b e, hæc autem mutua bis sumpta sint æqualia ex supposito corpori f g, erunt cubi b d, b e, cum mutuis semel b e in b c & b d in b a, & corpore f g æqualia cubo d e: at cubi b d, & b e cum mutuis semel b e in quadratum b c & b d in quadratum a b sunt æqualia ei quod fit ex d e in a b, b c eo quòd ex d e in a b fit cubus a b & mutuum ex b d in a b & ex b e in b c fit cubus b d & mutuum b e in b c, igitur cubus d e est æqualis ei quod fit ex d e in a b & b e quadrata cum corpore f g quod est primum. Conuersum etiam ex hoc per se est manifestum nam cubus sit æqualis f g & ei quod fit ex d e in a b, b c, & etiam cubis b d & b e, cum triplo mutuorum, quod autem fit ex d e in a b, b e est æquale cubis b d & b e cum mutuis semel sequitur ex communi sententia quod duplum mutuorum est æquale f g, igitur talia mutua cum sint dimidium talis dupli erunt æqualia dimidio f g. i. f.



Ex hoc igitur sequitur quod cum id quod fit ex b e in a b, b c sit quadratum d e quæ est latus cubi totius sumpta secundum numerum a b & b e, quòd si ex talibus mutuis semel fiat aliqua quantitas puta f quod duplum eius quantitatis sumptum vt numerus & cum numero rerum æquali duobus quadratis propositis quod hac æquabuntur cubo illi & conuerso modo. Si igitur supponamus quòd a b & b c gratia exempli 13. & mutua iuncta sint 30. id est corpus f erit totum corpus f g, idest duplum & est 60. cum rebus 13. numero æqualia toti cubo d e. Igitur argumentum valebit: cubus d e, est æqualis 13. rebus 60. igitur si ex 13. *Cor.*

fecerimus duas partes ex quibus in ℞. suas mutuò fiat 30. dimidium 60. illarum partium. ℞. iunctæ erunt æquales d e .i. rei & viciſſim, ſi ex 13. fecerimus duas partes ex quibus in ℞. mutuò fiat 30. duplum 30. quod eſt 60. cum 13. rebus erit æquale cubo aggregati radicum eiuſmodi partium .i. lineæ d e, cum ergo acceperimus gratia exempli 18. res, manifeſtum erit ex demonſtratis in libro de proportionibus quod maximum corpus cui poſſint talia mutua æquari, eſt illud quod fit ex dimidiis in radices ſeu latera mutua pariter acceptis: igitur non poterit eſſe f maius 54. qui fit ex 9. dimidio 18. in 3. mutuò, igitur totum corpus f g non poteſt eſſe maius duplo 54. qui eſt 108. Poterimus igitur extendere ſolam iſtam demonſtrationem ad hoc problema. fac ex 18. duas partes ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuò fiant 54. & in omni inferiore numero ad 54. igitur cubus poterit æquari 18. rebus & 108. & cuilibet numerò infra 108. .i. duplo ei quem mutua producere poſſunt. Capituli autem cubi æqualis rebus & numero regula inuenta, ſatisfacere incipit in 18. rebus a numero qui poſſit diuidi in duas partes quæ producant 216. cubum 6. tertiæ partis numeri rerum & iſte numerus eſt ℞. 864. nam diuidi poteſt in ℞. 216. & ℞. 216. quæ inuicem ductæ producunt 216. ℞. autem 864. eſt minor 30. & eius ergo capituli quod eſt à 30. vſque ad 108. habemus & regulam datam & ei ſatisfacit demonſtratio adducta à 108. autem ſupra ſatisfacit regula inuenta ſed demõſtratio præſens non attingit, quoniam non licet facere ex 18. num. rerũ duas partes ex quarum ductu vnius in ℞. alterius mutuò fiat pluſquàm 54. ſed cum ſupra habeamus regulam generalem non opus habemus hac demonſtratione, ſed à 30. infrà regula non ſatisfacit, hæc autem demonſtratio ſatisfacit: cum ergo in parte media .i. à 30. ad 108. per regulam inuenerimus demonſtrationem Geometricam, quæ inſeruiet vt dixi parti inferiori capituli in qua numerus eſt paruus illa inſeruiet parti nondum inuentæ. Et reſoluitur quæſitum in hoc, fac ex eo duas partes Geometricè, ſeu diuide ſuperficiem a b, in duas partes, quæ ductæ viciſſim in latera efficiunt corpus quod non ſit maius quadrante cubi aggregati radicum quadratarum dimidiorum; ſeu cubo totius numeri radicum diuiſo per quadruplum cubi ℞. quadratæ medietatis eiuſdem: ſeu eundem cubum diuiſum per ipſum numerum ductum in ℞. quadratam dupli ſui quod idem eſt. Velut ſi numerus rerum eſſet 12. cubus eius eſſet 1728. qui diuiſus per 12. ductum in ℞. 24. & eſt ℞. 3456. producit ℞. 864. Idem prouenit diuiſo cubo aggregati ℞. 6. & 6. & ſunt ℞. 24. cuius cubus eſt ℞. 13824. per 16. Et eſt accipere quadrantem. idem etiam prouenit diuiſo cubo 12. qui eſt 1728. per quadruplum cubi ℞. quadratæ medietatis eiuſdem, medietas enim 12. eſt cuius ℞. quadrata eſt ℞. 6. & cubus ℞. eius ſcilicet 6. eſt ℞. 216. cuius quadruplum eſt ℞. 3456. diuide ergo 1728. per ℞. 3456. exeunt ℞. 864. vt prius.

Cubus æqualis 108. rebus.

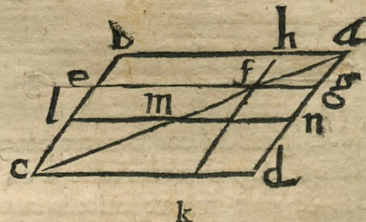
p. 108. reg, non Dem. à 30. ad 108. reg. & dem. à 30. infrà dem. non reg.

QVARTVM THEOREMA.

De multiplici diuiſione Parallelipedorum præcipuè Rectangulorum.

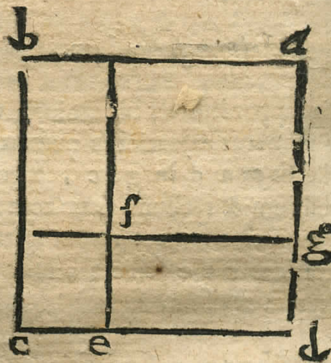
PROPOSITIO SEXTA.

Qvadratum diuiſum ad diametrum & ſimiliter trapezus & omne parallelogrammum in quatuor parallelogramma, ſi ſint circa eandem diametrum: quorum duo ſint ſimilia toti & inter ſe, reliqua inter ſe æqualia. Nec facta ſectione, puta per h f k poteſt fieri ſectio alibi quàm in vno puncto, quia non niſi vbi diameter ſecat illam lineã, 1.



puta per h f k & etiam quod fit per vnam diametrum non fit per aliam. Ideò conueniunt in tribus his omnia parallelogrãma & quadrata & rectangula. Sed differunt quia quadrata non habent niſi vnum latus magnitudine differens & duas partes linearũ: parallelogrãma autem reliqua cum habeant duo latera magnitudine differentia poſſunt habere quatuor partes linearum magnitudine differentes f e, f k, f g, & f h, & idem ſi ſint rectangula. Differunt etiam quoniam rectangula ſunt minora quadratis ſi ſint æqualis ambitus. Rhomboides quoque rectangulis ſi latera ſint æqualia. Et quantò anguli fuerint diſtantes magis à rectis eò etiam inter ſe minora. Et idem de corporibus eadem ratione, ſed loquamur de ſolidis primùm rectangulis.

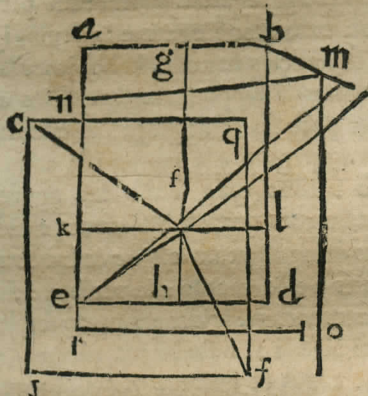
Incipiamus ergo à quadrato a b c d, diuiſo ad diametrũ in f & docuimus aliàs fieri 2.



octo corpora, duos ſcilicet cubos ad diametrum, & tria ſolida inuicem æqualia & alia totidem æqualia, ex c e in quadratum d e, & totidem ex d e in quadratum c e, & duo quidem circumdabnnt cubum c e f, & erunt ſcapi ſuperinſiſtentes cubo c e f, cum eadem altitudine quaſi iacentes; alterum eſt Kolobos ſuper a f, altitudine c e, & ita totum corpus ſubiacens erit cuius ſuperficies quæ eſt baſis a b c d, & altitudo c e, & ſuperior ſuperficies quadrata æqualis a b c d, & circum circa quatuor ſuperficies æquales c g,

cg, quæ ipsum corpus ambiunt. Aliud corpus est simile huic compositum ex cubo afg & duobus colobis a fg iuxta altitudinē ce & scapo medio inter colobos erecto super cef & hæc sunt duo corpora quibus componitur cubus quæ habent radicem quadratam. Et hæc compositio est similis etiam illi quæ in singulis rectangulis aliis. Discrimen tamen est. *Suppos. 7.*

3. Sin autem fint parallelogramma ἀκομψὰ quoniam ex dictis corpora per quæ transit diameter sunt similia toti & inter se, ponantur tres superficies loco eius quæ est in



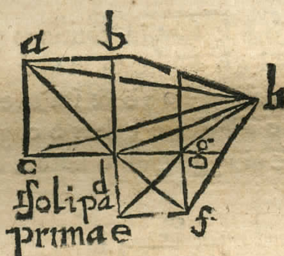
supremo κολοϐῷ eleuata æquidistanter à plano mnop à dextra in sinistram qrst loco eius quæ ab ante retro agch. Et quoniam duo corpora circa diametrum sunt similia toti & inter se erunt partes linearum ag, gb: itemque dh, hc & an, κc, inter se similes: quare solida parallelogrāma tria & tria vt in cubo ad vnguem inuicem æqualia & eadem ratione & situ collocata vt in illo, sed si non essent circa dimetientem non esset aliquid horum necessarium. Omne igitur solidum parallelipedum ex quatuor solidis componitur velut & cubus, & distributio est ad vnguem vt in cubo, & si quis obijciat quòd poterunt esse etiam pauciora propter æqualitatem partium; dico quod est verum sed multò sæpiùs plura, quia omnis minima differentia abea exacta proportione est sufficiens ad impediendum hanc deductionem ad quatuor partes: Adeo vt verè vix vnquam contingat. Propterea melius est id dicere quod ratione probatur & verè ita est. *Per 11. elem.*

4. Diuiduntur etiam cubi in Isolipa prima & duo supplementa: & ipsa dicuntur mutuo non singulari numero sicut socer & generi quia non possnnt esse nisi per vnam lineam coniungantur à summo ad infimum, & habent quadratas bases & altitudinem cubi continentis illa. Et ambo constant ipso cubo qui est pars & scapo aut κολοϐῷ qui est iuxta altitudinem alterius cubi.

5. Isolipa verò secunda dicuntur corpora seu scapi æquales cubis partium qui complent cubum integrum, ipsa autem non complent. Quia vt dixi ad hoc vt sint Isolipa prima necessarium est vt sint primùm duo scapi & hoc est commune cum secundis: & quòd sint compositi ex cubo & corpore cuius basis sit basis cubi, altitudo verò latus alterius cubi: cumque hoc fuerit talia corpora iuncta per lineas totius altitudinis cum sint æque alta occupabunt totum cubum per transuersum. Sed si altitudines sint æquales, sed quod est residuorum scaporum non sit æquale altitudini alterius cubi, non poterunt complere cubi transuersam latitudinem, sed continebuntur a scapo aut κολοϐῷ quia non poterunt habere altitudinem cubi. Et quoniam quælibet talia corpora poterunt æquari singulis, vel vno totali appellantur ob hanc similitudinem secundam Isolipa secunda. *Per primā harum.*

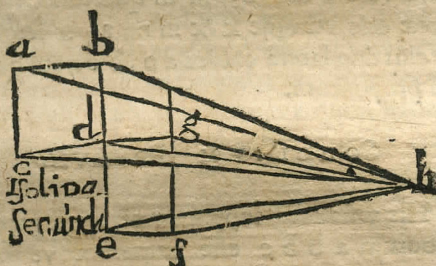
Scholium.

Supponatur ergo cubus abcd 27 defg 8. eo quod basis a bcd est 9, defg 4. ergo Isolipa prima cum habeant altitudinem hd quæ est æqualis be aliter non essent



A b C D H
D E F G H
D H linea communis illos æqualis B D E.

æquè alta cum cubo toto erunt 45. & 20. ducta scilicet be quæ est 5. in 9. & 4. Et talia includuntur cubo vt dictum est sed ipsa sunt etiam æqualia cubis scilicet 45. & 20. quorum latera sunt ℞. cu. 45. p̄. ℞. cu. 20. tales autem includuntur & ipsi cubo ℞. cu. 45. p̄. ℞. cu. 20. quæ est 65. p̄. ℞. cu. 486000. p̄. ℞. cu. 1093. 500. Ergo vides quod omnes cubi habent sua Isolipa prima & omnia Isolipa tàm prima quàm secunda

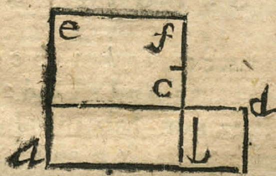


A B C D H
D E F G H
D H linea communis eorum multo longior B D E, lateribus cuborum iunctis.
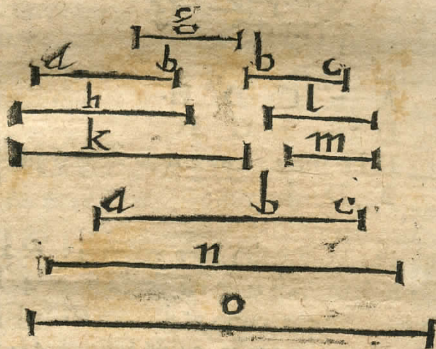
habent cubos æquales qui cubo vni includuntur. Et tales cubi denuò habent Isolipa sua prima (quia sunt illorum partes) quæ necessariò vni cubo includuntur. Nec tamen Isolipa secunda possunt includi cubos sub propria forma cum repugnet, vtrum autem possint verti in duo Isolipa prima eiusdem quantitatis infra modum docebimus.

Prima γνῶσις Propositio septima.

Si ferint duo cubi notæ superficiei laterum, noti erunt & ipsi cubi, sint duo cubi a b, b c simul iuncti noti: & sint latera eorum quæ constituunt superficiem notam. Et sit linea g monas & fiant in continua proportione g, a b, h & k & in continua proportione g, b c, l & m & sint in continua proportione quadrati g & a b c superficiei tanquam lineæ n & o. Quia er-



go g, a b, h k sunt in continua proportione erit k ad a b duplicata ei quæ a b ad g & ideò æqualis cubo a b & ita m ad g duplicata b c ad quare cubus b c igitur ex supposito k m aggregatum notum & ex a b in



b e fit a b c & a b h k sunt in continua proportione & similiter b c l m in continua proportione atque item a b c n o, igitur n fit ex h in l & o ex k in m. cum verò a b c nota sit & n sit quadratum a b c quia g

per. 5. 1. El. est monas & ita o cubus a d c erit o nota: cum verò o fiat ex k in m quæ iunctæ sunt notæ erit vtraque k & m nota per sesquare eius duo latera cubica a b, b e nota quod est propositum.

Scholium Primum.

His visis cum supponamus aggregatum cuborum a b b e esse numerum vt pote 40. erunt ℞. & m̃. iunctæ 40. & cum supponamus a b c esse numerum, erit o numerus & etiam cubus quia cubus a b c numeri qui sit, puta 6. & ideò 216. erunt ergo ℞. 20. p̃. ℞. 184. & m̃. 20. m̃. ℞. 184. igitur a b ℞. cu. 20. plus ℞. 184. & b c ℞. cu. 20. m̃. ℞. 184. & ita cadent necessariò in binomio & reciso.

Scolium Secundum.

Propos. 55. Habemus ergo (colligendo) octo quæsita. Primum quod alias demonstratum est quòd si supponantur mutua ex partibus b f in quadrata sua nota id est aggregatum & b f nota erunt & partes: sed non peruenit ad cubum. Secundum quod demonstratum est paulò ante quod si quadratorum aggregatũ fuerit notum & mutua etiam nota peruenimus ad capitulum cubi æqualis rebus totidem quantus est numerus aggregati illorum quadratorum & numero duplo aggregato mutuorum. Tertium quod vbi habuerimus latera superficiei notæ & aggregatum cuborum eorum habebimus quantitatem eorumdem. Et peruenimus ad cubos æquales numero cum quadrato cubi & æstimatio laterum est ℞. cubica binomij ac recisi. Quartum modò est declarandum, & est quòd si habuerimus latera superficiei non cum mutuis nota habemus latera per se diuidendo aggregatum mutuorum per productum exibit aggregatum laterum, igitur cum superficies sit nota, habebimus latera. Et similiter si supponatur superficies a b c, nota vt pote sex & aggregatum cuborum b d cum aggregato c e mutuorum cognitum puta b f tunc quia diuiso illo aggregato per totam rem quæ est b f exeunt quadrata vt alias demonstratum est e c & b d & multiplicatis a c & mutuo alio per b f exit duplum mutuorum: igitur assumpto duplo a c numeri idest 12. habebimus cubum æqualem 12. rebus & numero proposito qui est b f & ita rem cognitam ex parte nota capituli. Sed & de sexto non est dubitatio vbi b f nota sit & cuborum b c & e f aggregatum notum quia notæ sint b c, c f singillatim, nam diuiso aggregato per b f exit aggregatum quadratorum detracta a b c, igitur notæ erunt partes. Vnde patet septimum illico quod si nota sint quadrata b d & c e & aggregatum cuborum ac duorum mutuorum partes erunt notæ quia aggregato corporum diuiso (per præcedens) per aggregatum quadratorum exit res seu b f per quintum, igitur per præcedens habemus partes scilicet latera cuborum. Reliquum est igitur vt declaremus octauum: scilicet quòd cognitis b d & e c quadratis iunctis tamen cubis vt habeamus partes, & similiter octauum est superiùs demonstratum *Propos. 54.* scilicet quod cum fuerint nota aggregata quadratorum atque cuborum peruenimus ad cubum & numerum æqualia rebus sed hoc est minus not[illegible] omnibus aliis. Et ita sunt omnia cognita, sed hoc minus inde secundum, alia sunt perfecta.

Scholium Tertium.

Et cum duxerimus ℞. cu. 20. p̃. ℞. 184. in ℞. cu. 20. m̃. ℞. 184. fiet ℞. cu. 216. ducta igitur ℞. cu. 216. in partes fient mutua ℞. cu. 69120. p̃. ℞. 100329062. p̃. ℞. cu. 69120. m̃. ℞. 100329062. & hæ sunt ℞. vniuersales vt quoquomodo reducantur ad quatuor quantitates in continua proportione & ad tres vt in corollario sequenti igitur ad septem.

Cor. Ex hac igitur patet quod cum quis dixerit cubus æqualis est 18. rebus p̃. 35. vt in numeris integris vel 40. tribus modis in idem recidentibus quæstio solui poterit. Et habebunt easdemmet exceptiones, primus est per regulam generalem capituli notam, ducendo 6. tertiam numeri rerum & est super-

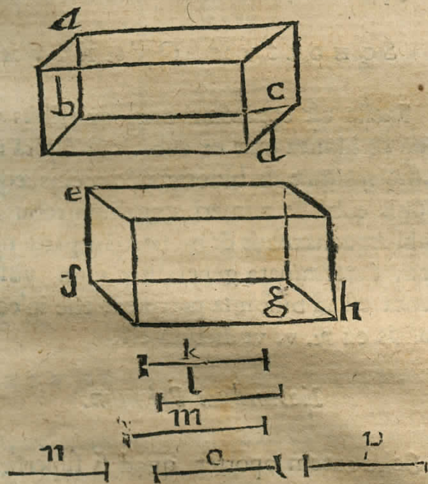
ſuperficies a b c ad cubum & fit 216. inde diuide 40. in duas partes ex quarum vna in alteram fiant 216. & erunt p̄. ℞. 184. & 20. m̄. ℞. 184. & ℞. cubicæ harum erunt tota linea b c f, be minor ſeu reciſum c f maior ſeu binomium id eſt ℞. cu. eorum. ſecundus modus eſt per demonſtrationem allatam ducendo a b, b c & a b c ad cubum & fiet cubus a b c manifeſte 216. quia a b c fuit nota & ſuppoſita quòd eſſet 6. & aggregatum ℞. & m̄. 40. gratia exempli, ſeu 35. & ex ℞. in m̄. ſupponitur ſeu demonſtratum eſt fieri 216. vt prius ergo a b & b c, eædem vt prius. Tertius modus eſt vt ponamus per capitulum generale a b, poſ. b c $\frac{6}{1.\text{poſ.}}$ deducemus ad cubos partes & erunt 1. cu. $\frac{216}{1.\text{cu.}}$ & hæc ſunt æqualia 35. ſeu 40. numero: hic enim eſt aggregatum cuborum vt ſupponitur, igitur 1. cu. p̄. $\frac{216}{1.\text{cu.}}$ æqualia ſunt 40. duc omnia per 1. cu. fient quad: cubi p̄. 216. æqualia 35. cubis vt pote ſeu 40. cu. & eſt proinde ac ſiquis dicat 1. quad. p̄. 216. æqualia 35. rebus ſeu 40. rebus quare inuenta æſtimatione vt priùs ℞. cu. earũ erunt æſtimationes quæſitæ, & ita res redibit ad idem. Ecce vides quomodo capitulum cubi æqualis rebus & numero tranſit & reducitur ad capitulum deriuatuum ex primis ſcilicet cubi quad. & numeri æqualium cubis ſed æſtimationis poſtmodum oportet accipere ℞. cubicas.

TERTIVM PROBLEMA.

Propoſitio octaua. Reſtitutio prima.

PRopoſitis duobus rectangulis proportionem inter lineas collocare. Item inter rectangula ſolida ad lineas geometricè traducere. Vnde manifeſtum eſt ſolida & ſuperficies ad numerum deduci poſſe.

Superficierum b c d, k ſit latus tetragonicum vt f g h, l, ipſis k l ſubtendatur m igitur m ad k vt f g h ad b c d, vtraque

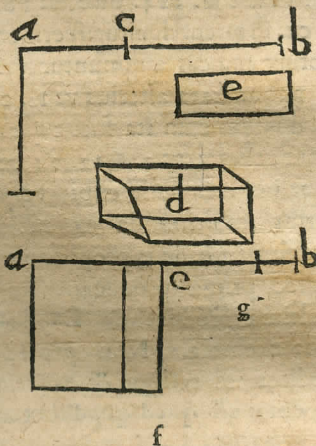


enim duplicata k ad l ſed k eſt poteſtate b c d igitur m eſt ad inſtar f g h, at f g h poteſtate eſt l igitur m eſt inſtar f g h actu. Rurſus inter k & b a interpono vt ex duabus proximiorem m & eodem modo inter e f & l mediam & ſecundam n, cubi igitur m & n æquales ſunt a b c d & e f g h rectangulis ſolidis. Quare proportio ſolidi a b c d ad e f g h vt m ad n triplicata. Subtendatur igitur m n, o & m n o, p in continua proportione & erit k ad p vt ſolidum a b c d ad ſolidum e f g h quod fuit demonſtrandum. Quod ſi ponatur p actu ad m qualis n poteſtate ad eandem, eſt autem n poteſtate e f g h, igitur p eſt actu æqualis ſolido e f g h, quod erat demonſtrandũ.

Γνῶσις 2. Problema 4. Propoſitio. 9.

Diuidere alogam quantitatem vt ex ea in productum partium fiat quæuis quantitas non maior 4. cubi parte. Et rurſus ſic vt productum ſit reciſum primi ſi ſit binomium aut trinomium: aut binomium trinomium totius vbi totum reciſum propoſitum fuerit.

Sit binomium autem etiam magis abſtruſum diuiſum in c & volo ita diuidere vt ductum in productum vnius partis in alterã producat d aſſumo e ſuperficiem quæ in a b ducta producat d & non erit ex ſuppo- *per præced.*



ſito d maior quadrato a c & ideò detrahatur e ex quadrato a c & relinquatur a f in quam poſſit c g quam reſeco ex b c & relinquatur g b. Hæc igitur ducta in a g producit e ex quo in a b fit corpus d. Ex quo manifeſtum eſt quod licet a b eſſet quadrinomium poteſt diuidere d via ſuppoſitionis, & exinde diuidi per æqualia diuiſo numeratore. Pari modo inueniemus e quod habeat rationem numeri binom.j aut reciſi cum a b & eadem via: adeo vt poſſet videri res leuiſſima ſed ſecus eſt aſpicienti tractationem illarum. *r 5. 2. Eucl.*

Scholivm Primvm.

Eſt igitur animaduertendum in huiuſmodi operationibus quod cum in cubis & rebus vel quadratis quæ cum numero comparantur ſimpliciſſima eſt cubi & rerum aut quadratorum cum numero æquatio quia partes alogæ poſſunt ſe inuicem abſumere & reliqua pars ſeu numerus ſeu radix conuerti in numerum. At ſi cubus æquetur rebus aut quadratis & numero ſeu res vel quadrata cubis & numero: neceſſe eſt vt ſit in re aut quadratis aut cubo partes, quæ poteſtate ſint numerus & numerus etiam ob cubum, ita vt numerus diuidatur in duas partes vna per quam ſatisfaciat numero, alia quâ ſatisfaciat numero contento in cubo.

in cubo. Si tamen cubus æquetur numero & rebus aut quadratis , poterit hic numerus contineri in ſolo cubo & non in rebus, aut quadratis , quod manifeſtè videmus in capitulo cubi æqualis rebus & numero. Sed in hoc oportet vt reuertatur per generationem cubi & quadratorum numerus & aloga pars ad vnguem quæ continentur in quadratis aut rebus.

Scholium Secundum.

In generatione autem cuiuſcumque cubi cum ex re fiat duplex multiplicatio ideo vltima eſt per quam producitur numerus. Numerus ergo per ſe primò gignitur quadrifariam : primum ex numeris integris: vel fractis habentibus rationem cum integris $1\frac{1}{4}$ in 8. efficit 10. fractus autem in fractum propriè numquam cum ſecus videamus in mediis ac binomiis cum ſuis reciſiſ. Secundò ex mediis ſimilibus aut rationem inuicem habentibus quàm quadratus numerus ad numerum quadratum, vt ℞.6. in ℞. 54. efficit ℞. 324. quæ eſt 18. Tertio cum ℞. cu. in ℞. cu. ducitur, fuerintque numeri quorum radices aſſumuntur vel cubi- vel vnus ℞. quadrata alterius vt ℞. cu. 3. in ℞. cu. 9. demum cum ita fuerit quadratum quartæ quantitatis vt 3. 6. 12. 24. ex 24. in 9. & ex 3. in 576. fiunt cubi vel quintò cum fuerint multinomia ea ratione diſpoſita vt ſint in eadem proportione & vt alternent & prima producant numerum nam & vltima producent. Explicabimus autem duo exempla. Non per ſe autem deprehenditur & ratione & experimento: oſtenſum enim eſt quod quodlibet alogum

℞. 40. p̄. ℞. 20. p̄. ℞. 10. p̄. ℞. 5.
℞. 10. m̄. ℞. 5.
quod totum eſt 15.

vel generat numerum vel vt latus quadrati, aut vt eſt poteſtate tale in comparatione ad reliquum & dicitur ſimile illi aut vt latus ſuperficiei quadratæ & tunc poteſt producere cubum cuius latus eſt numerus vel

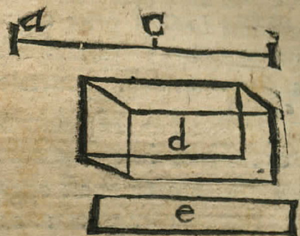
℞. cu. 24. m̄. 2. p̄. ℞. cu. 2. $\frac{2}{3}$
℞. cu. 9. ℞. cu. 3.
℞. cu. 216. m̄. ℞. cu. 72. p̄. ℞. cu. 24.
p̄. ℞. cu. 7. m̄. ℞. cu. 24. p̄. ℞. cu. 8.
quod totum
eſt 8.

vt vna ſit quadratum quartę in continua proportione, ergo idem erit in ℞. vniuerſalibus ℞. ℞. enim non eſt apta huic rei nam exigit duas integras multiplicationes.

Quia ergo binomia omnia ſunt ℞. binomij primi aut reciſi ideo comparatio hæc vt eſt ſimilium , ſeruit capitulis ab initio vt in diuiſione & multiplicatione in fine ad perfectionem capituli. Vnde nota ſunt fruſta illa capitulorum cubi æqualium rebus & numero & rerum æqualium cubis & numero : & quadratorum æqualium cubis & numero & cubi ac quadratorum æqualium numero.

Scholium Tertium.

Supponatur modo in generatione cubi qui ſit pro paralelipedo d linea a b diuiſa per æqualia in c ℞. 12. p̄. ℞. 8. vt diuidatur in duas partes e: quarum vna in alteram b



ducta in a b fiat d parallelipedum quod ſit 2. & diuidam 2. per a b inueniendo reciſum a b quod ſit ℞. 3. m̄. ℞. 2. & ſit diuiſor 2. per quod diuido d corpus quod eſt 2 exit 1. duco in reciſum fit ſuperficies e ℞. 3. m̄. ℞. 2. detraho ex quadrato a c quod eſt 5. p̄. ℞. 24. relinquitur 5. p̄. ℞. 24. p̄. ℞. 2. m̄. ℞. 3. huius ℞. vniuerſalem detraho & addo ℞. 3. p̄. ℞. 2. fient partes quæſitæ vt

℞. 3. p̄. ℞. 2. p̄. ℞. v. 5. p̄. ℞ 24. p̄. ℞. 2. m̄. ℞. 3.
℞. 3. p̄. ℞. 2. m̄. ℞. v. 5. p̄. ℞. 24. p̄. ℞. 1. m̄. ℞. 3.

vides cuius exemplum ſit a b 2. p̄. ℞. 8. diuido 2. p̄. ℞. 8. p̄. 2. exit ℞. 2. m̄. 1. detrahe a 3. p̄. ℞. 8. reſiduum fiet 4. m̄. ℞. 2. cuius ℞. v. adde & detrahe a ℞. 2. p̄. 1. fient partes hæ longè breuiores.

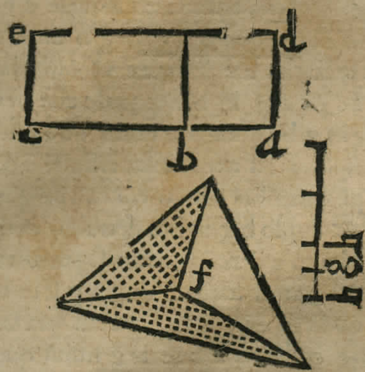
℞. 2. p̄. 1. p̄. ℞. v. 4. m̄. ℞. 2.
℞. 2. p̄. 1. m̄. ℞. v. 4. m̄. ℞. 2.

Scholium Quartum.

Facile eſt coniectari cum ex tribus vna non ſit idonea quæ ex cubicis ℞. altera non ſufficiens quæ ex binomiis & reciſis æquationis cubi & numeri æqualium rebus, & cubi æqualis rebus & numero in parte nondum determinata generaliter cum vbi inuenta eſt ad binomia pertineat eſſe in compoſitis ex ℞. v. vt dictum eſt.

Notandum Primum.

Scire autem oportet quod ſi ſuperficies a c e ſit numerus rerum & res a b, erit vt a b in proprium quadratum producat cubum, & in b c e numerum qui ſit f, poſita ergo altera æſtimatione ſub eiſdem numeris quæ ſit g ſeu maiore ſeu minore cum a d e maneat numerus rerum & ex g in a & d fiat cubus g & corpus f, igitur ſublato corpore f ceu g in c d a erit quod ſit ex g h ſeu differentia maiori ſeu minori æquale differentiæ



differentiæ cuborum a b & g a solidum ex h g in a e c fit ex g h in a b & a e, cubus autem differt à cubo h in septem corporibus quæ omnia fiunt ex g h, igitur superficies a e c æqualis est quadrato g h & triplo quadratorum h & productorum g h in h velut sit 1. cu. p̄. 6. æquale 7. rebus & rei æstimatio prima est 1. secunda 2. cubus igitur a b in prima æstimatione est 1. corpus f. 6. differentia cubi 1. & 2. est 7. & superficies d e est 7. quę producitur ex a d quæ est prima æstimatio & a c quæ est 7. inuicem & hæc est æqualis 1. & 3. & 3. similiter supponatur a b in prima æquatione 1. cu. p̄. 32. æqualibus 20. rebus esse 2. vt fiant 20. res 40. & cubus 8. reliquum 32 post in æstimatione secunda g ℞. 17. minus 1 & h 2. fiat res ℞. 17. minus 1. diuisa in h quæ fuit 2. & reliquum h ℞. 17. m̄. 3. cum ergo dederis numerum 32. cum cubo h ei quod fit ex h in 20. id est in a e relinquitur differentia cuborum g & h quæ comprehendit illas septem partes 20. rerum differentiæ 1. g. h ergo diuiso vtroque producto per g h prodibit a e superficies æqualis quadrato g h quod est 26. m̄ ℞. 612. & triplo g h in h & est ℞. 612. m̄. 18. & triplo quadrati h quod est 12. quæ inuicem collecta efficiunt 20. vt ma-

℞. 612. m̄. 18. triplum A B in
triplum quad. g. 12.
summa omnium 20.

nifestum est & si omnia hæc ducta fuerint per differentiam æquationum quæ est ℞. 17. m̄. 3. ostendent illas septem partes differentiæ cuborum ℞. 3. m̄. id est g 2. d est h.

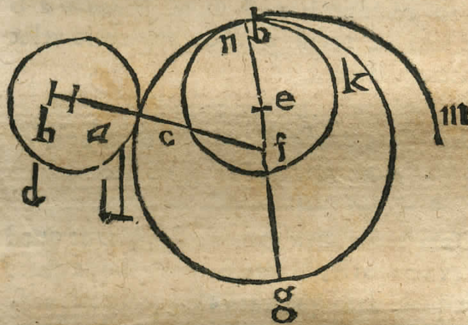
SECVNDVM NOTANDVM.

Patet etiam ex hoc quòd in æstimatione cubi æqualis rebus & numero quadratum vnius existentis cum triplo quadrati alterius æquatur numero rerum. Igitur duplum producti vnius partis in alteram m̄. duplo quadrati alterius partis & ideo duplum differentiæ æquatur residuo. Exemplum 1. cu. æquatur 20. rebus p̄. 32 igitur cum rei æstimatio sit ℞. 17. p̄. 1. 20. fit ex quadrato ℞. 17. & triplo quadrati 1. igitur reliquum est ℞. 68, m̄. 2. cum ergo ex re 1. ℞. 17. p̄. 1. in 20. fiant 20. res ex ℞. 68. m̄. 2. in eandem rem scilicet ℞. 17. p̄. 1. fiet numerus ipse qui est 32.

Quintum Theorema Propositio decima.

Si circulus duos circulos contingat seu intùs seu extrà ambos seu vnum intùs alterum extrà nullus alius circulus vnum ex his tangens eodem modo alium in eodem neque alio puncto contingere poterit eodem modo.

Sint duo circuli positi a d & b c & eos tangat circulus b g siue ambos intùs vt b c seu ambos extrà vt a d siue vnum intus alterum extrà vt in præsenti figura: dico quòd

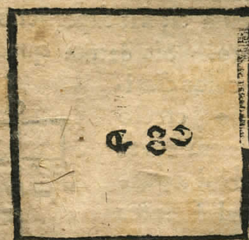


nullus alius circulus qui tangat a d in d exempligratiâ poterit tangere a d ad extra & b c intrà. Si enim sit æqualis b g iisque tanga b c in b erit centrum vtriusque in linea vna quare centrum b g est in linea vna b f g & cum sit æqualis circulo eidem, habebit centrum etiam g & ita non erit alius circulus. Sed si tangat in k continget circulus circulum plus quàm in vno puncto, si enim transibit ex b in k infrà a b secabit b c si autem supra seu maior sit seu minor quia vt dixi non potest tangere a b in eisdem punctis: tangat ergo infrà b circulus l m in n. Quia ergo oportet centrum esse in linea h a c f quia l n, m contingit a vt H a necessariò maneat & non in f quia esset idem circulus ergo vltra vel circa f cum ergo necessariò sic in linea n f & in linea h f necessariò erit in f quod est contra posita. *Per vndecimam tertij Elem.*

Γνωσις Tertia Problema quintum Propositio vndecima & est demonstratiua purior septima propositione Restitutio secunda.

Proposita recta linea & quadrato alteram datæ adiungere, sic vt quadrata propositæ





10	10	m̄	℞	80
100	180	m̄	℞	32000

Aggreg.

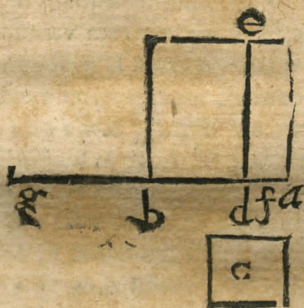
Aggreg. 280. m̄. ℞. 32000.
duplum a b in b c 200.
m̄. ℞. 32000.

& adiectæ simul iuncta duplo vnius in alteram in dato quadrato maiora sint.

Sit data a b & quadratum d. propositum est addere ad a b, b c ita vt quadratum a b cum quadrato b c sit maius duplo producti ex a b in b c in quadrato d auferamus a e æqualem d lateri & a b addamus b c æqualem b e cum ergo a b maior sit b c in a e quia maior b e illi æquali erit quadratum a b & b c maius hoc totum duplo a b in b c in quadrato d qnod fuit demonstrandum. Exemplum a b sit 10. d 80. aufero ℞. 80. ex 10. remanet b c 10. m̄. ℞. 80. addo a b fiet tota a c 20. m̄. ℞. 80. supputatio velut à latere videtur.

γνῶσις Quarta, Problema 6. & est Restitutio tertia, Propositio 12.

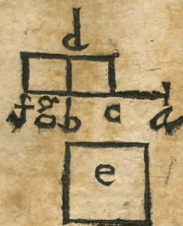
Data recta linea eam sic diuidere vt quod fit ex vna parte, in totam cum reliqua parte sit æquale dato quadrato cui æquale esse possit. Sit data a b quam volo sic diuidere vt ex b f in b g quæ constat ex b a & a f fiat superficies æqualis quadrato c proposito. Facio superficiem a e æqualem c & inter a b & b d constituo b f & æqualem a f addo a b dico ex a n f in f g fieri c.



Nam cum b f fit latus b e & b a, a e b erit duplum a f in f b cum quadrato a f æquale a e & ex consequenti c duplum autem f b est f g & si ei addatur a f erit ex a f in totum a b & b f æquale quadrato c quod erat demonstrandum. Velut posita a b 10. c. 19. erit b e ℞. 81. adde ℞. 81 ad 10. fit a g 19. a f autem 1. ductum in 19. efficit 19. quod est c.

Problema septimum Restitutio quarta, Propositio 13.

Proposita recta linea aliam ei in directum adiungere vt & ex tota & addita in eam quæ addita est fiat superficies æqualis dato quadrato. Sit datum quadratum e & linea a b cuius dimidio quadrato erecto addo superficiem iuxta altitudinem b d æqualem c quę fit d f inter c f, & b d constituo g c à qua aufero c b relinquitur b g dico quòd illud, quod fit ex a g in b g est æquale quadrato e. Quia enim c est æquale d f dico quòd d f est æqualis a g in g b cum enim b d sit æqualis b c sufficiet vt ostendam id quod fit ex c b in b f æquale esse ei quod ex a g in g b, quoniam enim quod fit ex c g in seipsum est æquale superficiei c d. f vt assumpsimus: illud autem constat ex quadrato b g & duplo b g in b c detracto communi quadrato c d relinquetur superficies d f seu e quadratum æquale duplo g b in b c & ita ei quod fit ex g b in b a cum quadrato g b, quare collectis a b & b g simul quod fit ex g b in b a est æquale superficiei d f & ex consequenti quadrato e quod fuit demonstrandum.



Lemma Primum.

Et per eosdem modos sit vt velim facere ex a b duas partes vt vna in totum ducta producatur alia. addemus monadem & diuidemus totum per totum adiectâ monade. & quod exit est pars adijcienda. Sed longè melius generaliter adde toti partem ipsam & cum aggregato diuide partem eodem modo sumptam quod exit est quantitas; quæ ducenda est. Exemplum volo addere partem ad 10. quæ producat dimidium alterius partis addo 1. ad 10. fit $10\frac{1}{2}$ diuido 5. per $10\frac{1}{2}$ exeunt $\frac{10}{21}$ duco igitur $\frac{10}{21}$ in 10. fiunt $4\frac{6}{21}$ dimidum $9\frac{11}{21}$ residui & ita si dicat vt ducta per totum producat quintam partem residui adde $\frac{1}{5}$ scilicet ipsam partem, fit $10\frac{1}{5}$ diuide 2. quintam partem 10. per $10\frac{1}{5}$ exit $\frac{10}{51}$ ipsa pars quæ ducta in 10. producit $1\frac{49}{51}$ qui sunt quinta pars alterius partis quæ fuit $9\frac{41}{51}$

Lemma Secundum.

Et ex hoc aliud & est vt diuidamus a b lineam propositam vt productum ex a d in b d sit æquale d e differentiæ partium aut dimidio e d id est c d aut dimidio c d aut tertię parti aut parti qualis est lateris quadrati ad suam diametrum aut denique ℞. c d. Et in omnibus est regula vna. Si enim æqualis esse debet d e ponamus quod a b sit 10. ducemus a c dimidium a b in c fit 25. & c d dimidium d e in c fit vnum iunge hæc duo quadrata fiunt 26 accipe ℞. scilicet ℞. 26. aufer ab ea c d relinquitur ℞. 26. m̄. 1. aufer à dimidio scilicet a c relinquitur 6. m̄. ℞. 26. aufer 6. m̄. ℞. 26. ab a b, relinquitur ℞. 26. p̄. 4. Pari ratione si debeat æquari dimidio e d & est c d capiemus loco quadrati c d quadratum



6. m̄. ℞. 26.
℞. 26. p̄. 4.

℞. 104. m̄. 2.
Dup. dif. ℞. 104. m̄. 2.

dimidij
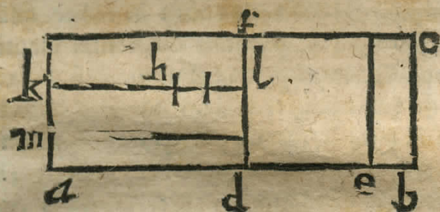
dimidij & habebimus ℞. $25\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ cætera vt prius: ideo habebimus partes $5\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $25\frac{1}{4}$ & ℞. $25\frac{1}{4}$ p̄. $4\frac{1}{2}$ quarum differentia est ℞. 101. m̄. 3. & hæc est dupla producto partinm id est ℞. $25\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ & ita est. Et ita si proponatur vt proportio sit vt lateris quadrati ad suam diametrum erit rei æstimatio ℞. $25\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $\frac{1}{2}$ & ideò partes, 5. p̄. ℞. $\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $25\frac{1}{2}$ & ℞. $25\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $\frac{1}{2}$ m̄. 5. Demum si sit productum partium quale ℞. differentiæ proponemus partes 5. p̄. $\frac{1}{2}$ quad & 5. m̄. $\frac{1}{2}$ quad. & productum est 25. m̄. $\frac{1}{4}$ quad.quad. & hoc est æquale 1. rei igitur 1. quad. quad. p̄. 4. rebus est æquale 100. & res est in capitulo noto.

Theorema 6. Propositio 13. Archimedico modo scripta.

Sit superficies oblonga triplo quam lata maior a b c ita vt media scilicet d e f g (est enim in tres partes diuisa) sit quadrata, ideò eius latus erit d e seu d g & sit a g dupla d f & c e superficies non refert seu maior seu minor d f cuius tetragonicum latus sit g l & producatur linea k l æquidistans a d & secetur in medio & ei adjiciatur g l & fiat d h, composita ex duobus tetragonicis lateribus d f & c e Dico quod cubus k h & quod producitur ex k h in superficiem k d (quam constat produci ex a d in l d & ideò ex duplo d e in differentiam laterum d f & c e) est æqualis corpori producto ex k h in a c numerum rerum; hic enim præsupponitur a c eiusmodi numerus. Constat enim ex supra demonstratis quòd si ostendero k h quadratum esse æquale superficiebus k g b & ex eadem in superficiem a l fieri numerum, me ostendisse intentum. Primum itaque est per se notum nam quadratum k h est æquale quadratis g l & g d & ideò superficiebus d f & c e ideò toti g b & cum hoc duplo d g in g l & hoc est superficies k g, nam d a est dupla d g, ideò g k sit ex duplo d g seu d e & est a d seu k l in l g. Quod si proponantur a b c f & d e f g p̄. & resecetur g l vt m̄. ex a g cum fiat a l ex a d in d l erit a l æqualis d c, idest duobus quadratis d g & g l. Oportebit autem detrahere duplum d g in

Propos. 4. scholio 1.

Per quartã elem. 2.



g l idest a l & relinquetur d m, seu ergo ex k h in l a residuum seu ex l d in d m fiat numerus propositus erunt k h vel d l binomium seu recisum d g & g l.

Lemma Primum.

Si fuerit cubus æqualis rebus & numero: Æstimationis acceptæ iuxta modum rerum æqualium cubo & numero constitutio erit vt quadratum primæ partis cum triplo quadrati secundæ æqualis sit numero rerum; & differentia quadratorum vtrarumque partiũ ducta in secundam partem fit æqualis dimidio numeri æstimationis. Exemplum cubus æquetur 20. rebus p̄. 32. & sit rei æquatio ℞. 17. p̄. 1. dico quòd ducta ℞. 17. in se & addito triplo quadrati 1. fit 20. & similiter differentia quadrati ℞. 17. & 1. quæ est 16.

cu. æql. 20. rebus p̄. 32.
℞. 17. p̄. 1. res
17. p̄. 3. 20. n. rerum
17. p̄. 1 —— d 16. n. æst.

cu. æqualis 12. rebus p̄. 9.
℞. $5\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$
$5\frac{1}{4}$ p̄. $6\frac{3}{4}$ e 12. n. rerum
3. in $1\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$ d n. æst.

ducta in 1. producit 16. dimidium 32. numeri æstimationis & similiter 1. cu. æqualis 12. rebus p̄. 9. rei æquatio est, ℞. $5\frac{1}{4}$ p̄. $1\frac{1}{2}$ (neque nunc differentiam facio, nec seruo proprietatem nominum æstimationis & æquationis, satis duco quòd intelligar) quadratum ℞. $5\frac{1}{4}$ est $5\frac{1}{4}$ triplum quadrati $1\frac{1}{2}$ est $6\frac{3}{4}$ ideò totum 12. numerus rerum. Differentia quadratorum ℞. $5\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$ est 3. ducta in $1\frac{1}{2}$ secundam partem efficit $4\frac{1}{2}$ dimidium 9. numeri æstimationis seu æquationis. Sed hoc parum vtile est ad principale.

Lemma secundum.

Si quantitas in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu differentiæ quadratarum partiũ in vnam illarum æquale est ei quod fit ex ductu totius in productum differentię in eandem partem.

Si oculis lynceis cernis, vtrumque corpus habet altitudinem eandem scilicet partem

a d c b — Cor.

illarũ; si ergo ostendere quod differẽtia quadratorũ partium est æqualis ductui totius in differentiã patebit propositũ. Sit ergo a b diuisa in c differentia partiũ c d quia quod fit ex a b in c d est æquale ei quod fit ex c d in se duplum a d, differentia verò quadratorum a c & c b est duplum a c in c d cum quadrato c d, igitur productum a c in c d est æquale differentiæ dictæ: scilicet quadratorum a c & c b quod erat probandum.

per. 1. 2. E

Si quis ergo dicat fac de 10. duas partes ex quarum ductu minoris in quadratum differentiæ fiat 20. gratia exempli, dices igitur ex ductu totius in productum ex minore in differentiam fiet 20. igitur ex minore in differentiam fiet 2. fac igitur & habebis 5. pos. m̄. 1. quad. æqualia 1. igitur rei æstimatio est $2\frac{1}{2}$ p̄. ℞. $5\frac{1}{4}$ vel $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $5\frac{1}{4}$ & differentia 5. p̄. ℞. 21. aut 5. m̄. ℞. 21. conuerso modo quorum productum est 2. Quia ergo via simplici procedendo perueneas ad capitulum notum ex primis. Hoc interest vt dignoscas hac via transmutationem in aliis ad capitula cubi.

Exemplum.

Septimum Theorema, Propositio 14.

Vide prop. 9. *ſcholio* 2.

Omnes duo numeri qui inuicem ducti producunt numerum cubum in proportione ſe habent cum lateribus cubicis naturalibus illius, & ſi alter eorum ducatur in numerum, qui ad reliquum ſe habeat in proportione numeri cubi ad numerum cubum, qui producetur cubus erit: & ſi qui ſic producitur cubus ſit, reliquus primorum ad eundem proportionem habet vt cubi ad cubum. At ſi productus cubus non ſit nec in quem ducitur ad reliquum proportionem habebit vt cubi ad cubum. Et ſi non habeat proportionem is in quem ducitur, nec productus cubus erit. Et ſi numerus non quadratus in ſuam radicem ducatur producetur radicis illius cubus qui erit radix quadrata. Et ſi radix quadrata numeri cubi ex numero & radice alia vel vtcumque producatur, quantitates ex quibus producentur mutuò ſe habebunt cum radice illius numeri, cubica & quadrata cubicæ dictæ. Et ſi binomium aut reciſum reducatur ad cubum erit differentia partium cubus differentiæ binomij aut reciſi. Vnde manifeſtũ eſt quomodo dati binomij aut reciſi liceat radicem cubicam inuenire.

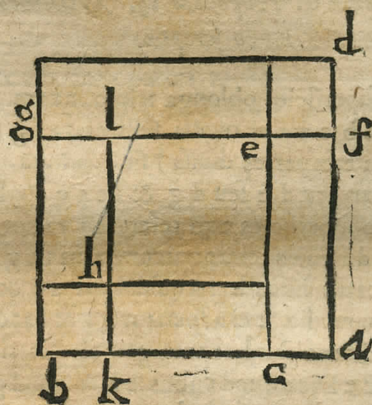
Com. Sint a b duo numeri ex quorum ductu producatur c numerus cubus, eruntque ex

a		b
	c	
d		e
f	g	h

definitione numerorum cubicorum duo numeri quorum vnus erit radix alterius qui inuicem ducti producēt c & ſint d & e & appellantur latera naturalia. Et conſtat quod mutuò ſe habebunt in proportione cub. a & b ex demonſtratis in x1. libro ab Euclide. Et hoc eſt primum. Dico & quod ſi a gratiâ exempli ducatur in d qui habeat proportionem ad b vt numeri g ad numerum h qui ſint ambo cubi, quod f productus ex d in a eſt cubus & hoc eſt ſecundùm. Nam ex a in b fit c & ex a in d fit f, igitur c ad f vt b ad d. Sed ex ſuppoſito b ad d vt cubi g ad cubum h, igitur c ad f vt g ad h, quare cum c ſit cubus erit f neceſſariò cubus vt ab Euclide conſtitutum eſt. Contra & eſt tertium propoſitum: ſi ex a in d fiat f cubus & d ſe habebit ad b vt g ad h vel vt cubi ad cubũ. Et ex hoc patet quod ſi f non ſit cubus nec d ſe habebit vt cubus ad cubum ad ipſum b & eſt quartum: & ita quintum illius conuerſum. Sextum indiget exemplo tantum; nam 3. in ℞. 3. producit ℞. 27. quæ eſt cubus ℞. 3. & quia ℞. 27. poteſt produci ex aliis vt 2. & ℞. $6\frac{3}{4}$ dico (& eſt ſeptimum) quod vt ſe habet 3. ad 2. ita ſe habebit ℞. $6\frac{3}{4}$ ad ℞. 3. eſt enim vtraque ratio ſexqui altera. Nam ſexquialtera fit per $1\frac{1}{2}$ cuius quadratum eſt $2\frac{1}{4}$ quod demum in 3. producit $6\frac{3}{4}$. Octauũ eſt non alias demonſtratam: velut cubus 7.

3.	℞.	3.
2.	℞.	$6\frac{3}{4}$

diuiſi in 5. & 2. producit partes 185. & 158. quarum differentia eſt 27. cubus 3. differentiæ 5. & 2. capio ergo a b, quæ ſit 7. diuiſam in c vt b c ſit 5. & c a 2. & conſtat ex conſtructione quod fiunt duo corpora, quorum vnum conſtat ex cubo b c, & triplo b c in quadratum d e ſeu a c & eſt 185. aliud eſt cubus a c cum triplo a c in quadratum c g, triplum autem a c in quadratum c g ſuperat triplum b c in quadratũ d e f in triplo c k differentiæ in rectangulum ex a f in f d ſeu b c in c a. At viciſſim cum fecerimus b k æqualem a c cubus b c ſuperat cubum c a ſeu d e f ſeu b k h in cubo k c differentiæ & triplo k c & b k in



Triplum c k in b c in c a
Triplum c k in quadratum b k h
Triplum b k in quadratum h e l

rectangulum c k h, hoc autem eſt æquale triplo c k differentiæ in rectangulum ex a f in f d quod claritatis cauſa oſtendi in margine. Conſtat enim quod eſt perinde ac ſi dicas triplum b c in c h; hoc autem eſt æquale triplo b c in c a cum latera omnia ſint eadem. Igitur ſublatis hinc inde partibus ſex æqualibus erit differentia cubi b c cum triplo b c in quadratum a c à cubo a c, & triplo a c in quadratum b c cubus k c differentiæ quod propoſitum eſt. Sed difficultas maior præcedente relinquitur, & maximè quod nos in octaua parte diximus de quadratorum differentia tam in radice quã in cubo dum de partium differentia locuti ſumus. Exempli gratia cubus ℞. 5. p̃. ℞. 2. vel m̃. ℞. 2. nam ad idem tendunt quoad hoc eſt ℞. 605. m̃. ℞. 578. quarum partium differentia quadratorum eſt 27. cubus 3. differentiæ quadratorum ℞. 5. m̃. ℞. 2. & hoc eſt valde mirum cùm diuiſo 8. in 5. & 3. id eſt ℞. 25. p̃. vel m̃. ℞. 9. prodeant 260. p̃. vel m̃. 252. pro numeris ſeu pro ℞. quæ æquiualent ℞. 67600. m̃. vel p̃. ℞. 63504. quare differentia eſt 8 cubus 2. differentiæ partium. Quinimo differentia quadratorum partium eſt 4096. cuius ℞. eſt 64. quadratum cubi 2. Sed ſi ſtatuamus partes ℞. 25. m̃. ℞. aut p̃. ℞. 4. adhuc fient partes cubi 185. m̃. 158. quarum differentia eſt 27. cubus 3. differentiæ illarum. Et idem pro ℞. 34225. m̃. aut p̃. ℞. 24964. & ad idem redeunt: non tamen differentia

34225. & 24964. quæ est 9261. est quadratum 27. cubi differentiæ partium : sed huius est clarior causa : at quomodo cum cubus 5. m̄. 2. vel p̄. 2. fit vt dictum est acceptus per radices ℞. 34225. m̄. gratia exempli ℞. 24964. & differentia tamen quadratorum illorum quæ est vt dictum est 9261. non est cubus, at cubus ℞. 5. p̄. ℞. 2. vel m̄. ℞. 2. est ℞. 605. m̄. ℞. 578. quorum quadratorum differentia est, illorum verò differentia radicum est 27. non quadratorum partium sed partium ipsarum vt ibi partium differentia sit cubus vt etiam partium radicis differentia est radix : contra hic partium differentia est quoddam anomadum : quadratorum autem in vtrisque differentia est cubus.

Corum. Ex quibus constat quod oportet traducere hanc demonstrationem ad hunc modum. Cum fuerit binomium vel recisum cubi partes ad quadratum ductæ differunt in cubo partium binomij vel recisi ad quadratum ductarum. Et si animaduertis propter separationem in creatione ad idem redeunt. Et est demonstratio subtilissime, & tenet in omnibus generibus quantitatum eodem modo sumptis.

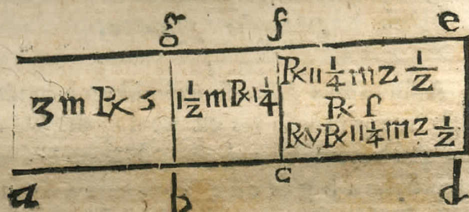
Ex hoc patet quod proposuimus in corollario, sit vt velim ℞. cub. ℞. 605. m̄. ℞. 578. & patet quod quadratorum partium differentia in cubo est 27. igitur in quadratis partium ℞. erit 3. ℞. cu. 27 igitur pono quod prima pars ℞. sit 1. pos. & erit ex supposito quadratum eius 1. quad. igitur quadratum secundæ partis est 1. quad. m̄. 3. triplica fit 3. quad. m̄. 9. adde quadratum primæ partis 1. quad. fiunt 4. quad. m̄. 9. duc in primam partem fiunt 4. cu. m̄. 9. pos. æqualia ℞. 605. igitur cu. equalis $2\frac{1}{4}$ pos. p̄. ℞. $37\frac{13}{16}$ igitur duc $\frac{3}{4}$ ad cubum fit $\frac{27}{64}$ duc ℞. $9\frac{29}{64}$ in se fit $9\frac{29}{64}$ detrahe $\frac{27}{64}$ relinquitur p̄. $\frac{22}{64}$ eius ℞. deme a dimidio rerum & accipe ℞. v. cu. habebis ℞. v. cu. ℞. $9\frac{29}{64}$ p̄. ℞. $9\frac{1}{32}$ p̄. ℞. v. cu. ℞. $9\frac{29}{64}$ m̄. ℞. $9\frac{1}{32}$ hæc est quantitas prima 1. ℞. 5. quam duc in se fiet 5. deme 3. fit 2. cuius radix est ℞. 2. secunda quantitas minor.

Digreßio Prima.

Supponamus quòd sit 1. cubus p̄. 1. æqualis 2. rebus & sit quadratum b c quadratum rei, & cubus, cubus æquationis seu quæstionis & ei adiungatur duplum b c quod sit a b & sit superficies tota sub b c latitudine a b c d e 2. igitur totum corpus sub illa altitudine erit 2. res : & duo corpora a b g & c d e f sub altitudine b c necessariò 2. Adeò vt secundum numerum superficies tota a b c d e dupla sit illis duobus corporibus, quare disiuncta seu diuisa per rem erit linea a d dupla duabus superficiebus a b g & c d e. Hoc autem est dicere vt diuidamus a d in duas partes a b, & c d pro vna & altera b c vt ex vna in aliam fiat dimidium a d, & in hoc diuidemus a d per æqualia, & à quadrato dimidij detrahemus dimidium a b c d & ℞. residui adiecta & detracta dimidio constituit partes. Et hoc est primum.

Digreßio Secunda.

Et proponatur a d cuius non est certa ratio nisi quod sit æstimatio cubi æqualis eidem numero rerum & æquationis ℞. 5. p̄. 1. & a b ℞. 5. m̄. 1. igitur b c ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ & c d $2\frac{1}{2}$ m̄. ℞. $1\frac{1}{4}$ & superficies vt vides. Erit ergo b c res & cubus eius ℞. 5. m̄. 2. Numerus autem æquationis qui est 1. fit ex superficiebus a b g & c d e quæ iunctæ faciunt ℞. $1\frac{1}{4}$ p̄. $\frac{1}{2}$ in b c, rem quæ est ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ producunt 1. & est ac si dicamus diuisa est a b in duas partes vt ex vna

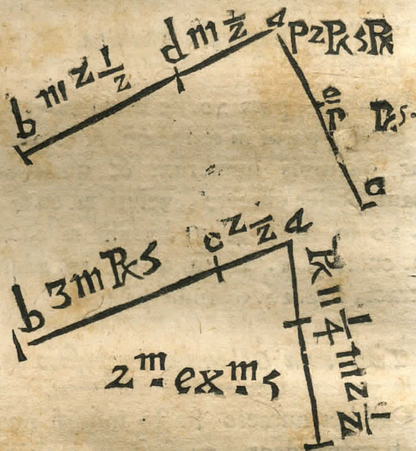


a ℞. 5. m̄. 1. b ℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$ c $3\frac{1}{2}$ m̄ ℞. $1\frac{1}{3}$ d.
linea potens in c d e f : k l

in aliam fiat dimidium totius a d hoc est talis numerus qualis est numerus æquationis comparatus numero rerum vt si dicas 1. cu. p̄. 3. æquatur 12. rebus assumemus a d & eam sic diuidemus vt ex vna parte in aliam producatur quarta pars ad quale 3. numerus æquationis est pars 12. numeri rerum.

Digreßio Tertia.

Dico præterea quod si sumantur duæ quantitates vt suprà diuisæ in d & e vt a b sit gratia exempli 3. m̄. a c ℞. 11. $\frac{1}{4}$ p̄. quod poterunt diuidi ita (non enim refert an sint m̄. vel p̄.) vt ductæ inuicem relin- Theor. primo.



quant numerum. Velut in exemplo secundo. Nam ducto in latere sinistro reciso in recisum decussatim, cum sint participantes radices fiunt m̄. $2\frac{1}{2}$ m̄. $1\frac{1}{2}$ & est totum 4. à dextra autem rectè $3\frac{3}{4}$ p̄. & 1. $\frac{1}{4}$ p̄. qui iuncti sunt 5. subtrahe vnum ex alio. 1. iunge potius faciunt. 1. p̄. Rursus

3. m̄. ℞. 5.	℞. 11. $\frac{1}{4}$ m̄. $2\frac{1}{2}$
℞. $1\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$	℞. 1. $\frac{1}{4}$ m̄. $\frac{1}{2}$

| m̃. 2 $\frac{1}{2}$ m̃. 1 $\frac{1}{2}$ | 3 $\frac{3}{4}$ p̃. 1 $\frac{1}{4}$
| m̃. 4. ——— | p̃. 5 ——— 1

| 3. m. ℞. 5. | ℞. 11 $\frac{1}{4}$ m̃. 2 $\frac{1}{2}$
| ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m. $\frac{1}{2}$ | ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$

| ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ ℞. 7 $\frac{13}{16}$ m. ℞. 2 $\frac{13}{16}$

| ℞. 20. p̃. | ℞. 20. m̃.

a/b h/c d/e f/g k

multiplica à dextra partes rectè & habebis p̃. ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̃. ℞. 1 $\frac{1}{4}$ & à sinistra vicissim decussatim habebis m̃. ℞. 7. $\frac{13}{16}$ & m̃. 2 $\frac{13}{16}$ & hoc totum vt prius efficit ℞. 20. quæ cum sint p̃. & m̃. nihil efficiunt.

Digressio Quarta.

Assumamus primum exemplum secundæ digressionis in quo res est ℞. 1 $\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$ cuius quadratum est 1 $\frac{1}{4}$ m̃. 1 $\frac{1}{4}$ & ob id duæ superficies a b g & c d e (cum tota a d e superficies sit 2.) sunt ℞. 1 $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ binomium rei est igitur a d e id est 2. diuisum in duas partes quarum vna est binomium radicis alterius aut illi commensum aut vicissim. Et dubium non est quod si ponas b c ℞. 5. m̃. 1. erit a b ℞. 20. m̃. 2. & quia a d e est 8. numerus rerum & a c ℞. 45. m̃. 3. vt sit a c f 18. m̃. ℞. 180. erit c d e ℞. 180. m̃. 10. (cum enim demonstratio & propinquitas maxima & frequens experimentum in vnum consentiunt haberi potest pro vero) eritque c d 5. m̃. ℞. 5. & tota a d ℞. 20. p̃. 2. Dico præterea quod proportio numeri æquationis ad rem est binomium aut recisum ipsius rei vel ei commensum: nam si (vt visum est) b c est res & recisum aut binomium aggregati a b g & c d e quia producit numerum æquationis, igitur numerus æquationis continet rem id est lineam b c in aggregato a b g & c d e, sed hoc est binomium aut recisum vel commensum b c reciso vel binomio: igitur.

Digressio Quinta.

Datam ℞. puta 20. sic diuidere vt quod fit ex vna parte in reliquam & totam efficiat quemvis numerum & quantitatem quam posset efficere, veluti ℞. cu 10. duc ℞. 20 in se fit ℞. v. detrahe ℞. cu. 10. fit 20. cuius ℞. v. 20. m̃. ℞. cu. 10. addita & detracta à ℞. 20. ostendit partes.

Theorema Octauum. Propositio 15.

Cuilibet numero fracto infiniti numeri fracti respondent, ex quorum multiplicatione numerus integer conflatur. Vnde manifestum est si denominator numeri fracti ducatur in numerum diuidendum atque productus per numeratorem diuidatur, eum qui exit numerum fractum esse, qui ductus in priorem producet numerum assignatum.

Com. Sit numerus fractus a b & sit numerus integer h c quem necesse est habere h multiplicem c, a autem non est multiplex b aliter a b non esset numerus fractus sed integer nam $\frac{15}{5}$ est 5. & $\frac{15}{5}$ æquiualet 3. ducatur ergo b in h & producatur d cui supponatur e quod fit ex a in c aut claritatis gratiâ posito c monade æquale a dico ergo ex nuper dictis quòd si d continuerit e & sit multiplex ad ipsum productum, erit integer numerus ex diffinitione integri. Et si non, erit numerus fractus & vtroque modo ductus a b in d e producet c h numerum integrum propositum. Ducantur ergo b in e & fiat g, & a in d, & fiat f dico f g esse æqualem c h. Quia ergo ex b in h fit d & a est æquale e, erit d ad e proportio ipsum h & ideò etiam d compositor ex proportione d ad e & ad b interposito e vel a inter d & b: si igitur proportiones a ad b & d ad e componunt h & eędem multiplicando a in d & b in e componunt f g, igitur f g est ęquale. Et hoc est dicere quòd f sit multiplex ad g in numero h quod est propositum.

Ex hoc patet quod tales numeri, quales sunt d e, inueniri poterunt, qui ducti in a b producent numerum integrum quia h c seu h poterit variari in infinitum, quo mutato seu h solùm (posito c monade) mutabitur d e, igitur patet tota propositio. Quod si obiiceres fieri posse vt d e non sit numerus fractus quia d sit multiplex ad e, & ductum a b in d e producat h c seu h tantùm quod idem est posita vt dixi c monade, dico quod ex a b in alium numerum integrum non fit vnquam k qui sit 1. p̃. quam h nam si ex a b in d c fit h igitur a b numerat h quia per numerum d e, & quia per te numerat etiam k per alium numerum, igitur numerabit a b differentiam inter h & k quę est monas maior minorem. Nam supponimus ad hoc propositum (non quia non sit verum sed quoniam sufficit in proposito nostro) quod a b sit numerus fractus compositus ex integro numero & parte numeri. Cor.

Ex hoc patet quod ducto b denominatore fracti numeri a b in h numerum diuidendum producitur d qui diuisus per e numeratorem fracti. i. supponendum illum numeratori d vt e sit loco denominatoris (nam non est aliud $\frac{3}{5}$ quam 3. diuisum per 5.) exit d e qui ductus in a b producit h c. Cor.

Ex hoc & regula posita in quarta digressione præcedentis propositionis patet quod regula, capituli tota cubi & numeri æqualium rebus, & illius partis quæ est nondum inuenta capituli cubi ęqualis rebus & numero, & similiter generalis cubi & numeri æqualium quadratis tota & generalis in vna parte cubi & quadratorum æqualium numero habet æstimationem & principia in binomiis & recisis numerorum istorum fractorum, qui inuicem ducti producunt numerum integrum. Cor.

Theorema Nonum. Propositio 16.

Cubus lineæ diuisæ cum duplo cuborum partium æqualis est triplo parallelipedorum ipsius lineæ in partium quadrata. Vnde manifestum est quòd cubus ille totius lineę primumCor.

cum

cum numero æquali duplo partium æquabitur tot rebus quot sunt quadrata ambo
Cor 1. triplicata. Quod si cubus & numerus proponantur æquales numero cuidam rerum cuius tertia pars non sit maior ℞. quadrata cubi aggregati quadratorum nec minor duplo cubi ℞. dimidij quadratorum, erit dimidium numeri æquationis aggregatum cuborum
Cor m. partium a b diuisa in c dico quòd tripluma

b in quadrata a c & c b est æquale cubo a b cum duplo cuborum a c & c b, Constat enim cubum a b esse æqualem cubo a c, b c & triplo a b in quadratum a c & triplo a c in quadratum c b, quare illud aggregatum est æquale triplo cuborum a c & c b & producto a c in quadratum c b & triplo c b in quadratum a c. At hoc est æquale triplo a b in quadrata a c & c b ex constitutione igitur constat propositum.

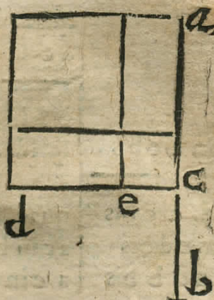
Corol. primum patet, nam si aggregatum cuborum dederimus dimidio numeri & duplum eorum toti numero æquationis, relinquetur cubus totius æqualis rebus, quare quadrata numero: & proportio cuborum ad quadrata nota. sequetur etiam per idem quod supposito cubo cum numero æquali rebus solum quod numerus ille rerum erit constitutus; gratiâ exempli cubi sint 35. & aggregatum quadratorum sit 13. dico quod erit constitutio, ducemus 35. per 2. semper, & 13. per 3. & fiet 1. cu. p. 70. æqualis 39. rebus.

Corol. secundum. proposito cubo, gratiâ exempli, cum numero æqualis 18. rebus ita vt numerus 18. sit æqualis quadratis partium ex demonstratis dico quod aggregatum cuborum non poterit esse minus duplo cubi ℞. quadrata dimidij 18. & ita non minor 54. nam ℞. quadrata dimidij 18. est 3. cuius duplum cubi est 54. nec poterit esse maior ℞. quadrata cubi eiusdem aggregati velut aggregatum cubi dictum si sit 18. cuius cubus est 5832. eius Radix quadrata quæ est circiter 76. est maximum aggregatum cuborum. Et ita propositis 54. pro aggregato cuborum minimo & ℞. 5832. pro maximo poterimus eruere aggregatum quadratorum conuersa ratione.

Problema Octauum Propositio 17.

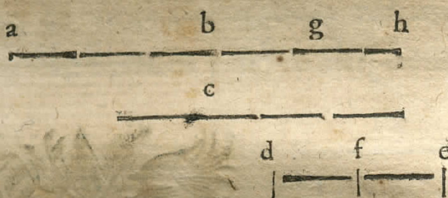
Proposito rectangulo solido quadratæ basis Isolipa sua inuenire sub proportione data.

prop. 6. Com. Isolipa fiunt diuisa basi in duo quadrata vt a latere vides sed ita vt sint æque alta & ideò erunt nisi corpora sint cubi non est necesse vt mutuæ sint cubis altitudines sed solum vt differant quantum latera cuborum. Infinita ergo poterunt esse in vnoquoque cubo Isolipa prima. Et in vnoquoque rectangulo solido quadratæ basis Isolipa secunda. Et quia proportio est vt basium cum sint æqualis altitudinis igitur bases erunt in ea proportione. Quare proportio d e ad c e ℞. illius & cum sit 1. m̄. proportione d c ad c e igitur erit per se nota.



Theorema 10. *Propositio* 18. *Archimedico modo proposita.*

Sint tres lineæ a b, c & d e in continua proportione & diuisa sit d e in f sicut d f sit media proportione inter a b & f e dico c fore mediam inter aggregatum a b & d f & ipsam d f. Et rursus, quod si sit tale aggregatum ex a b & d f quod sit a g & fuerit c media inter a g & g b fueritque a g & g b



subtensa tertia g h in continua proportione quòd c erit media inter a b & b h. Tu. scis per positionem quòd d f est latus superficiei ex a b in d e addito quadrato dimidij a b detracta ab eo latere dimidia a b. Item ex demonstratis aliàs quòd proportio d e ad f g est duplicata ei quæ est c ad d f, cum ergo proportio a b ad d f sit vt d f ad f e ex supposito erit coniunctim a g ad b g vt d e ad e f, sed d e ad e f vt c ad f quia tertia ad tertiam vt secunda ad secundam duplicata, igitur a g ad g b vt c ad f d duplicata, ergo cum d f sit æqualis b g erit a g ad e vt c ad b g seu ad d f quod fuit demonstrandum. Contrario modo demonstrabitur secunda pars quæ est conuersa.

Theoremum Vndecimum Propositio 19.

Si linea in duas partes ac duas diuidatur quadratum totius & producta superficies ex prima in tertiam æquales erunt superficiei ex tota in primam & tertiam partem ac ex secunda in quartam.

Sit a b diuisa in c & d dico quòd quadratum a b cum superficie a c in a d est æquale



superficiebus b d in b c & a b in a c & ad simul iniunctas. Hoc fit per Quartam secundi Elementorum. Quadratum enim a b cum eo quod fit ex a c in a d est æquale quadrato b c & duplo quadrati a c & duplo b d in c a & ei quod fit ex a c ter in c d loco quadrati b c ponemus quadrata b d, d c & duplum b d in d c vt sint XI. partes, quadratum autem b d communiter detrahitur & b d in d c semel pro superficie b d in b c relinquuntur IX. superficies. At ex a b in a c fiunt tres superficies & in a d sex, sed tres similes ex a b quad,

	quad. a b	quad. b c
	a c in a d	———
	———	quad. a c bis
	b d in d c	a c in c d ter
a b in a c bis	quad. d c	a c in b d bis
———		quad. b d
quad. a c bis	quad. a c bis	
a c in c d bis	a c in b d bis	quad. d c
a c in d b bis	a c in c d ter	b d in d c bis

in a c, ergo detractis communibus quadratis a c bis & a c in c d bis & a c in d b relinquitur ex vna parte a c in c d semel, quadratum c d & b d in d c. Est ergo c d ter assumpta in a c in seipsum & est quadratum c d & in b d, hoc autem per secundam secundi Elementorum est æquale ei quod fit ex tota a b in c d quod est propositum.



OPVS



OPVS NOVVM DE PROPORTIONIBVS NVMERORVM,

MOTVVM, PONDERVM, SONORVM, ALIARVMQVE rerum mensurandarum, non solum Geometrico more stabilitum, sed etiam variis experimentis & obseruationibus rerum in natura, solerti demonstratione illustratum, ad multiplices vsus accommodatum.

AD M. A. AMVLIVM VENETVM, Cardinalem Illustrissimum.



ENE dictum est meo iudicio à Platone M. A. Amuli optime, beatas fore Respub. si vel illarum domini sapientiæ amatores essent, aut qui sapientiæ essent amatores dominarentur, hoc ipsum clarè intelligens, studio sapientiæ nihil esse vtilius humano generi: quo simul & pietas, & iustitia, & mutuus amor hominum inter se & eorum commoda continerentur. Nempe hisce quatuor tota nostra felicitas comprehenditur. Si quidem pietate in Deos nihil nisi sanctum, & purum, & illustre sapimus: hoc ipso primum quod supra nos est, intelligimus, Deos veneramur, gratias agimus, timor cum veneratione nostros animos subit, & de futura vita cogitamus, hæc ipsa mortalia si non negligentes saltem parui facientes. Iustitiam autem adeò necessariam humano generi esse scimus, vt sine illa neque esse, nedum benè esse possimus, vt neque latronum cœtus absque ea diu stare possint. Porrò quid dicam de concordia, & mutua hominum beneuolentia, in quibus omnis vitæ humanæ dulcedo reposita est: nec quis sustineat viuere, qui se omnibus odiosum esse sentiat. His ipsis filios in spem alimus, parentes fouemus, fratres tuemur, & adiuuamus, amicis opitulamur, cum hominibus hilarem & iucundam vitam ducimus. Si quis serpentem in lecto haberet, nunquam somnum caperet: ita nihil molestius est in hac vita, quàm esse cum quo nolis, & priuari consuetudine eorum cum quibus maxime viuere cupias. Quid enim habent Principes præcipuum cum tota illa potentia quam habent, nisi hoc vnum, quod suis quos amant bene facere possint? nam reliqua omnia exerceri, venari, edere, bibere, dormire, iter agere, loca amæna inuisere multis aliis concessum est, maioréque commodo qui in vita priuata degunt. Si ergo principatum cum tot laboribus, curis, periculis, & merito omnes appetunt: nec est in eo quicquam præcipuum præter hoc, cui dubium est quin hoc non sit summum huius vitæ hominibus bonum? propter cuius vel dubiam spem eorum, quæ habent obliti mortales periclitantur. Succedunt inde tot commoda, non solum vtilia, sed pleraque etiam necessaria, quæ nos sapientia docet: huiusmodi ergo omnia cùm libris contineantur, meritò optimus quisque librorum bonorum perpetuitati atque incolumitati fauere debet. C. Caligulam exectamur solum ob id quod Vergilij, & T. Liuij scripta delere cogitauerit. Quid facturi essemus, si fecisset quod cogitauerat? Est in sapienium monumentis bonum sine malo, mens sine corporea labe: Virtutes absque vitiis, gratiæ & iucunditas sine sorde, & immunditia, voluptas sine dolore, conuersatio absque tædio, delitiæ absque miseria nuda, omnia bona præstant, atque laudabilia ab omnibus mortalitatis exuuiis libera, tantum commodi afferunt libri. Sed & in eorum electione ac studiis modus, ac

mediocritas quædam seruanda est, quæ si quis neglexerit non leui incommodo afficietur: eam antiqui rationem alij proportionem appellarunt, non equidem etiam in pertritis tam facillimam, vt rentur homines: nam in aliis rebus perobscuram esse fatentur, ego difficillimam puto vndique, & magis forsan vbi non existimamus. Vnde plures decidere videmus magnis cum auxiliis, & euidenti spe: quid aliud est in causa quàm ignota mensura rerum? quam tamen plerique tenere se putant. Ergo, cùm summum bonum in hac mensura situm esse cernerem, vt clarè ostendunt musicæ voces, quæ non nisi indiuiduo (vt ita dicam) spacio seu loco stare possunt, ita & in figuris picturarum & statuarum, & diebus decretoriis, & negotiis ciuilibus; operæ pretium me facturum existimaui, si omnia hæc quæ latè patebant breuiter in vnum redegissem, non tantum ne lectorem tædio afficerem, quàm vt quod aliàs docui, breuibus tractationibus, & plura continerentur, & facilius docerentur. Cum vero bona fortuna quædam effecisset, vt tibi libellum dedicassem de Prouidentia ex constitutione temporum longe meliore occasione nominis tui Typographi obliti sint, indignum fore putaui, vt non ærea (quemadmodum cum Glauco Diomedes) cum aureis commutarem. Itaque infinitis licet circumuentus negotiis totus huic operæ incubui, atque adeò vt præter spem vnius anni penè spacio liber absolueretur. Qui cum tibi (vt dixi) iam iure deberetur, eò tamen magis dedicandum putaui, quod non ego solum, quanquam id maxime, sed communis consensus hominum existimet, te singulari virtute omnibus studiosis plurimum fauere. Vale.

Prima diffinitio.

PRoportio ab Euclide sic describitur, Quod sit duarum quantitatum eiusdem generis, quod ad magnitudinem attinet, comparatio certa.

Secunda diffinitio.

Proportiones per similitudinem dicuntur, cùm quantitas quantitati comparatur alterius generis, cui fingitur æqualis esse potestate.

Velut si a b fingatur monas a in comparatione ad b c, erit rectangulum a c æquale lineæ b c.

Tertia diffinitio.

Proportio æqualis proportioni est, cùm eodem modo termini se habent inuicem in vtraque.

Quarta diffinitio.

Proportiones secundum genus notæ dicuntur, cùm nouimus, quòd sint maiores, aut minores. Nam cùm æquales sunt, simul necesse est, vt cognoscamus genus, & speciem.

Quinta diffinitio.

Datum positione est: quod necessariò ex positis certam habet quantitatem.

Sexta diffinitio.

Datum simpliciter dicitur, quod ex propositis cognosci potest, quantum [illegible].

Septima diffinitio.

Proportiones potestate dicuntur, quæ sub comparatione aliarum quantitatum necessariam habentium connexionem solum cognoscuntur.

Hæ autem sunt aliquando eiusdem generis cum primis, vt numeri: aliquando alterius, vt linearum & superficierum, angulorũ, & arcuum: aliquando eiusdem generis, & diuersarum specierum, vt arcuum per sinus, qua vtuntur Astronomi.

Octaua diffinitio.

Proportio homonyma dicitur duarum quantitatum diuersi generis, sed alterius ab altero dependentium, velut motus ad tempus. Dicimus enim motum tardum, vel velocem in comparatione ad tempus. Cor.

Nona diffinitio.

Proportionum aliæ dicuntur rhete, aliæ alogæ, rhetæ quæ sunt vt numeri ad numerum, alogæ quæ non sunt numeri ad numerum.

Decima diffinitio.

Proportio rhete alia æqualis, alia multiplex, vel submultiplex: alia vnius partis excessus, aut defectus, alia plurium, quam superpartientem, aut supartientem vocant.

Vndecima diffinitio.

Cum diuiso denominatore per numeratorem exit quantitas aloga, proportio dicitur aloga: si autem numerus integer, aut pars numeri nota, dicitur rhete.

Duodecima diffinitio.

Proportionem in proportionem duci est, quoties recto ordine tres quantitates in eisdem collocantur: vt sint tres quantitates a b c, dicetur proportio a ad c producta ex pro- por-

a b c

portione a ad b & b ad c, & similiter proportio c ad a producitur ex proportione b ad a, & c ad b.

Tertiadecima diffinitio.

Proportionem per proportionem diuidi est, quoties ad eandem quantitatem duæ quantitates comparantur, tunc illarum proportio est, quæ prodit vna per alteram diuisa.

Sint proportiones a & b ad c & interponatur b inter a & c, dico proportione a ad c diuisa per proportionem a ad b prodire proportionem b ad c, constat ex conuersa præcedentis.

Quartadecima diffinitio.

Additio proportionum intelligitur quotiens duarum quantitatum ad vnam tertiã, proportiones per aggregatum ipsarum quãtitatum ad eandem coniunguntur.

Velut si comparentur a b & b c ad d, inde tota a c ad d dicemus proportionem, ac ad d esse coniunctam ex duabus proportionibus a b ad d & b c ad eandem d. Hæc & duæ sequẽtes sicut & duæ antecedentes demonstrabũtur esse, nunc solum quomodo intelligendum sit proponimus.

a b c d

Quintadecima diffinitio.

Detractionem proportionis à proportione intelligimus fieri per detractionem minoris quantitatis à maiore, comparatam ad eandem quantitatem.

Velut in exemplo superiore detracta proportione b c ad d ex proportione a c ad d, relinquetur proportio a b ad d, & probatur ex conuersione præcedentis.

Sextadecima diffinitio.

Extractio radicum alicuius proportionis fit per extractionem radicum quantitatum illius iuxta vnam, & eandem rationem.

Velut quadratæ, vel cubæ, vel pronicæ, vel vniuersalis, vel alterius modi.

Decimaseptima diffinitio.

Cum fuerint duæ proportiones similes in tribus terminis continuatæ, dicetur proportio primæ quantitatis ad tertiam veluti primæ ad secundam duplicata. Et si sint tres proportiones similes in quatuor terminis, dicetur ptoportio primæ quantitatis ad quartam triplicata ei, quæ est primæ ad secundam.

Decima octaua diffinitio.

Confusa proportio dicitur simplicis, aut compositæ quantitatis ad compositam in comparatione ad proportiones ad partes.

Decimanona diffinitio.

Quantitates quæ in continua sunt proportione Analogæ vocantur.

Dictum est hoc ad fugiendum nomen barbarum, etiam vt breuiter tamen possemus sententiam explicare.

Vigesima diffinitio.

Reflexa proportio dicitur cum trium quantitatum aggregatum primæ, & tertiæ se habet ad secundam velut secunda ad tertiam.

Vigesima prima diffinitio.

Trium quantitatum analogarum aliæ quidem Geometricæ, cùm proportio similis est: Aliæ Arithmeticæ, cum fuerit æqualis excessus hucindè: Aliæ musicæ cum fuerit proportio primæ ad tertiam multiplex, aut simplex, aut composita excessus quæ simplici iuncta fit ad multiplicis perfectionem: eadem autem fit proportio excessus primæ, & secundæ ad excessum secundæ supra tertiam.

Velut proportio 6. 4. 3. dupla est vtrinque, & 6. 3. 2. tripla & 28. 24. 2 . & 45. 40. 36. Geometrica verò & arithmetica facilius continuantur in quotquot quantitatibus, sed & musica velut 12. 8 6. 4 3. & proportio 8. ad 5. musica est: quia proportio 5. ad 4. musica est, & bene sonans, igitur constitutis 8. 5. 4. cum 8. ad 4. bene sonet, & 5. ad 4. & 4. sit extrema non media inde 8. & 5. bene sonant, nam in mediis non est verum, vt in 9. 6. 4. bis diapente, & 16. 12. 9. bis diatessaron.

Vigesima secunda diffinitio.

Quantitates quæ similem habent proportionem non continuatam, omiologæ appellantur.

Vigesima tertia diffinitio.

Prima operatione consistere dicuntur proportiones, cùm inter primo conflatas quantitates constiterint.

Prima Animi communis sententia.

OMnis Proportio est, aut æqualitatis, aut maior inæqualis, aut minor.

Secunda animi communis sententia.

Quilibet numerus tantus dicitur, quanta est illius proportio ad monadem.

Dicimus enim quatuor, quod monadem quater contineat. Et duo cum dimidio cùm monadem bis & semis contineat.

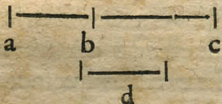
Tertia animi communis sententia.

Proportionem defectus, seu detractæ quantitatis ad defectum esse posse, vt quantitatis ad quantitatem dicuntur communes animi sententiæ, quæ ex intellectu solo terminorum, quod veræ sint, cognoscuntur. Si ergo defectus est quantitas, & quantitas eiusdem

eiusdem speciei, quia detrahitur, & defectus non est simpliciter, sed detractio ergo per quartam petitionem, vel primam diffinitionem erit proportio inter illas. Sunt enim ambæ detractæ.

Quarta animi communis sententia.

Inter quantitatem, & defectum minorem quantitate, cuius est defectus, est proportio, quatenus est quantitas. Sit a b linea, & detracta quantitas b c, non maior a b & d sit alia quæuis quantitas eiusdem generis, dico quòd inter d & b c est proportio quatenus b c est quãtitas, quia sunt eiusdem generis ideo sunt in aliqua proportione per primam diffinitionem. Sed vt b c est defectus, nulla est proportio: quia quanto b c augetur, tanto augetur proportio d ad b c, & hoc est contra demonstrata ab Euclide.



Quinta animi communis sententia.

Cum proportio producitur ex proportionibus quælibet illarum dicetur producta diuisa per alteram.

Sexta animi communis sententia.

Æqualium quantitatum seu proportionũ ad tertiam comparabilium eadem est proportio atque vicissim. Hæc etsi demonstretur ab Euclide, est tamen hic generalior: & satis per se nota, vt sit propior animi communi sententiæ, quàm rei demonstrandæ.

Septima animi communis sententia.

Ad quod quantitas proportionem habet infinitam, id in genere illius quantitatis non comprehenditur.

Nam proportio est duarum quantitatum eiusdem generis comparatio certa: at hæc comparatio certa non est: non igitur quantitates ambæ sunt, aut non eiusdem generis.

PRIMA PETITIO.

SI fuerit primi ad secundum, vt tertij ad quartum, & ex primo in secundum producatur æquale, aut maius, aut minus primo, vel secundo, producetur eodem modo ex tertio in quartum æquale aut maius, aut minus tertio, vel quarto eadem ratione & ordine.

Secunda petitio.

Proportiones possunt duci, diuidi, iungi, & auferri, & sumi radix in eis cuiuscunque generis, atque earum quantitates, vt libet, possunt transponi.

Tertia petitio.

Proportionis cuiusuis nomen à denominatore suprà scripto, & numeratore infrà scripto sumitur.

Quarta petitio.

Diuisa quauis quantitate per aliam eiusdem generis, quod exit proportio dicitur.

Quinta petitio.

Quælibet proportio est vel inter duas quantitates, vel per vnam significatur.

Nam per tertiam petitionem si sint duæ quantitates, quæ non habeant vnius rationem, nomen sumit proportio à duobus numeris, sin autem sit altera monas, erit per secundam animi communem sententiã, proportio numerus ipse. Ideò patet, quod dicitur.

Sexta petitio.

Proposita proportione quacunque & monade quantitatem inuenire, quæ se habeat ad monadem in proportione proposita.

Nam cùm per quartam petitionem diuisa quantitate per quantitatem exeat proportio, & numerus ad monadem se habeat, vt proportio, ideò sumpta monade secundum illum numerum, ille numerus est quantitas quæsita.

Septima petitio.

Quamlibet quantitatem per aliam eiusdem generis diuidere posse.

Octaua petitio.

Proportionem in proportionem ducere posse: quamuis sint inter quantitates diuersi generis.

Quod dicitur de multiplicatione intelligendum est de aliis operationibus suprà enumeratis.

Nona petitio.

Monadem semper sumere in quocunque genere posse proposita proportione.

Nam licet diuidere per septimam petitionem quantitatem per quantitatem proportionis: & quod exit, est proportio per quartam petitionem, & per secundam animi communem sententiam illa proportio est numero æqualis: ergo diuisa proportione, per similem numerum statuetur monas.

Decima petitio.

In quouis genere quantitatum sumere posse quantitatem, quæ se habeat ad monadem in proportione data. Similem huic proponit Euclides in lineis generaliter: nos autem contra generaliter in omnibus quantitatibus, sed de monade tantum. Duodecima sexti Elem.

Vndecima petitio.

Monadem in quancunque quantitatem ductam æquale ipsi producere. Similiter & proportionem æqualem.

Nam cum aliqua quantitas augeat ducta aliqua

aliqua minuat, neceſſe eſt aliquam eſſe, quæ nec augeat, nec minuat, & hæc eſt monas. Idem dico de diuiſione. Æqualitas etiam ducta, vel diuidens non mutat proportionem: nec quantitatem ipſam, igitur monas æqualitatem refert. Quod etiam eſt perſpicuum ex ſupra dictis.

Secūda animi communis ſententia.

Duodecima petitio.

Cum fuerint quatuor quantitates & ad primam, & tertiam æquè multiplicibus aſſumptis, itemque ad ſecundam & quartam, & ſi multiplex primæ maius eſt multiplici ſecundæ, multiplex tertiæ ſit maius multiplici quartæ, & ſi minus minus, & ſi æquale æquale, idque ſemper quouis modo aſſumptis his proportionibus ad primam & tertiam, & ad ſecundam & quartam erit proportio primæ ad ſecundam, vt tertiæ ad quartam. Hæc etiam aſſumitur ab Euclide. Et per hanc intelligimus etiam conuerſam.

Quinto Ele. diff. 6.

Tertiadecima petitio.

Quantitates æquales, atque proportiones in quaſuis quantitates ductæ eandem ſeruant rationem. Euclides hanc demonſtrat, nos autem ad vitandum tædium petimus concedi, ſub qua includuntur diuiſio etiam additio, detractio, laterum omnium inuentio.

Quarta quinta Elē.

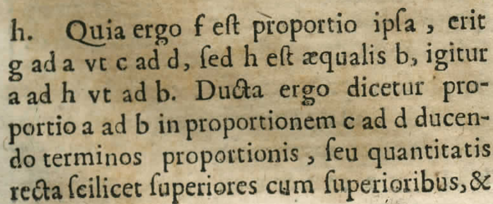
Quartadecima petitio.

Cùm termini alicuius quantitatis eandem ſeruant rationem in omnibus, & firmi ſunt ac ſtabiles eiuſdem rationis comparatione contentæ partes æqualem ſeruant exceſſum ſeu proportionem.

PROPOSITIO PRIMA.

PRoportionem in proportionem duci eſt ſuperiores numeros atque inferiores inuicem ducere.

Per 9. Petit. Sit proportio lineæ a ad lineam b, vt anguli c ad angulum d, ſtatuatur e monas in *Per 10. Pet.* genere a b & fiat f ad e, vt c ad d, & du- *Per 8. Petit.* catur a in f & b in e, & producantur g &



Per 2. Animi ſentent. h. Quia ergo f eſt proportio ipſa, erit g ad a vt c ad d, ſed h eſt æqualis b, igitur a ad h vt ad b. Ducta ergo dicetur proportio a ad b in proportionem c ad d ducendo terminos proportionis, ſeu quantitatis recta ſcilicet ſuperiores cum ſuperioribus, & inferiores cum inferioribus. Nam ſi rurſum *Per 11. Pet.* conſtituantur f ad e vt a ad b cùm f ſit proportio, & k ad f vt c ad d, erit k ad e, vt g ad h, K autem fit ex ductu proportionis a *Per 8. Petit* ab b quæ eſt f in proportionem c ad d, liquet igitur propoſitum.

Propoſitio ſecunda.

Proportio extremorum producitur ex intermediis.

Sint a b c quantitates dico proportionem *Corm.* a ad c, produci ex proportione a ad b & b ad c, ſtatuantur totidem à monade d e f, erúntque ex demonſtratis ab Euclide in quinto Elementorum in eadem proportione, ſtatuatur ergo d prima quantitas e ſecunda & tertia f quarta. *Per 6. & 9. Petit.* eritqúe per præcedentem proportio productorum ex d in e & ſit g, & in f & ſit h producta ex proportionibus d ad e & e ad f, quare ex proportionibus a ad b & b ad e, ſed ex dictis cum e ſit eadem, erit proportio d ad f vt g ad h & proportio d ad f per æquam proportionem ab Euclide demonſtratam, vt a ad c, igitur proportio a ad c producitur ex proportionibus a ad b & b ad c, *Per 13. Pet.* & eſt proportio ipſa a ad c d numerus, vt oſtenſum eſt.

a
b
c
d
e
f
g h

Ex hoc ſequitur, quòd cùm fuerit quantitas tertia monas ex proportionibus inuicem ductis producetur prima quantitas. *Corm. 2.*

Ex hoc ſequitur, quòd conuerſa proportio producitur ex conuerſis proportionibus. *Corm. 3.*

Propoſitio tertia.

Si proportio ex duabus proportionibus in quatuor terminis producatur, ipſa verò proportio inter duas alias quantitates fuerit conſtituta; conſurgent trecenti ſexaginta modi productionis proportionis. *Corm.*

Hæc propoſitio vt præcedens & ſequentes tres ab Alchindo ſumptæ ſunt, & ab eo demonſtrantur. Sit ergo proportio a ad b, producta ex proportione c ad d & e ad f, conſtat quòd cum ſint ſex quantitates, quòd fieri poterunt quindecim coniugationes, quas poſui à latere facilitatis gratia, quibus reſpondent totidem conuerſæ: erunt ergo triginta. Singulæ autem harum produci poſſunt duodecim modis: ductis duodecim in triginta, fiunt trecenti ſexaginta modi. Et hoc eſt clarum per ſe, modo demonſtremus, quod ſinguli horum modorum poſſint produci duodecim modis, & capiamus a b primām quæ poteſt produci ex c d & e f: Item ambabus conuerſis d c & f e: & rurſus altera recta alera conuerſa: & hoc bifariam c

a	b
c	d
e	e
a b	b a
a c	c a
a d	d a
a e	e a
a f	f a
b c	c b
b d	d b
b e	e b
	d &

d & f e & d c & e f, sunt ergo iam quatuor modi. Totidem ex c e & d f, totidemque ex c f & d e, igitur erunt duodecim modi, quibus produci posse intelligitur proportio a ad b.

b f	f b
c d	d c
c e	e c
c f	f c
d e	e d
d f	f d
e f	f e
direc.	conuer.

Propositio quarta.

Si fuerit proportio primi ad secundum producta ex proportionibus tertij ad quartum & quinti ad sextum, producetur etiam ex proportione tertij ad sextum, & quinti ad quartum.

Per. 8. petit. in 13. petit

Sit proportio a b producta ex proportionibus c c ad d, & e ad f, dico quod etiã erit producta ex proportionibus c ad f, & e ad d, disponantur vt in figura & fiat ex c in e g, & ex d in f h,

a	b	
c	e	g
d	f	h
c	e	g
f	d	h

ergo per primam harumg ad h vt a ad b, sed per præsupposita in secunda productione etiam prodeunt g & h, igitur per primam propositionem harum a ad b proportio producitur ex proportionibus c ad f tertiæ scilicet ad sextam, & e ad d quintæ ad quartam, quod fuit propositum.

Propositio quinta.

Si fuerit proportio primi ad secundum producta ex proportione tertij ad quartum, & quinti ad sextum: erit proportio tertij ad sextum producta ex proportionibus primi ad secundum, & quarti ad quintum.

Cor.

Sit proportio a ad b producta ex proportionibus c ad d, & e ad f, dico quod proportio c ad f producitur ex proportione a ad b, & d ad e. Interponam d e inter c & f, eritque ex secunda propositione repetita proportio c ad f producta ex tribus proportionibus c ad d, d ad e, e ad f, sed proportiones c ad d, & e ad f producunt proportionem a ad b, igitur proportio c ad f producitur ex proportionibus a ad b, & e ad f.

a	b
c	e
d	f
c	
d	
e	
f	
c	f
a	d
b	e

Propositio sexta.

Ex trecentis sexaginta modis producendarum proportionum triginta sex tantum esse necessarios.

Cor.

Per quartam enim proportio a ad b producitur bifariam, & ex c ad d, & e ad f, & ex c ad f, & c ad d, & per præcedentem c ad f producitur ex a ad b, & d ad e, & per quartam rursus ex a ad e, & d ad b. Et per præcedentem rursus a ad e ex c ad f & b ad d, igitur per quartam eadem producetur ex c ad d & b ad f. Quare per præcedentem c ad f ex a ad e, & d ad b, & ita disponemus hos modos in tabula. Vides etiam aliquos

Primi ad secundum.

1 Tertij ad quartum, & quinti ad sextum.
2 Tertij ad sextum, & quinti ad quartum.

Primi ad tertium.

3 Secundi ad quartum, & quinti ad sextũ.
4 Secundi ad sextũ, & quinti ad quartum.

Primi ad quintum.

5 Secundi ad sextum, & tertij ad quartum.
6 Secundi ad quartum, & tertij ad sextũ.

Secundi ad quartum.

7 Primi ad tertium, & sexti ad quintum.
8 Primi ad quintum, & sexti ad tertium.

Secundi ad sextum.

9 Primi ad quintum, & quarti ad tertium.
10 Primi ad tertium, & quarti ad quintũ.

Tertij ad quartum.

11 Primi ad secundum, & sexti ad quintũ.
12 Primi ad quintum, & sexti ad secundũ.

Tertij ad sextum.

13 Primi ad secundum, & quarti ad quintum.
14 Primi ad quintum, & quarti ad secundum.

Quarti ad quintum.

15 Secundi ad primum, & tertij ad sextũ.
16 Secundi ad sextum, & tertij ad primũ.

Quinti ad sextum.

17 Primi ad secundum, & quarti ad tertiũ.
18 Primi ad tertiũ, & quarti ad secundũ.

a	e	c	a	e	e	c
			c	b	e	
			f	d	c	
					f	

modos non produci, vt primi ad quartum nec ad sextum, & liquet, quòd cùm sint quindecim omnes modi qui produci posse intelliguntur, & nouem tantum producantur sex esse, qui non producuntur, quos seorsum in tabula coniunxi. Et constat etiã, quod totidem conuersi scilicet decem octo producuntur, de quibus diximus, vt sint omnes triginta sex, qui constat ex duabus propositionibus præmissis, & hac tertia, quam adiungemus scilicet, quòd proportio primi ad tertium producatur ex proportionibus secundi ad quartum, & quinti ad sextum. Hoc enim ex præcedentibus non liquet: benè liquet permutatis ordinibus, quod si proportio primi ad tertium producitur, quod etiam proportio primi ad quintum. Nam tertium, & quintum, itémque quartum, & sextum non differunt nisi ordine voluntario. Ergo interposito e inter a, & c per secundã propositionem proportio a ad c producitur ex proportionibus a ad e, & e ad c, vt ex demonstratis in præsenti proportio a ad c producitur ex c ad f & b ad d. Proportio ergo a ad c producitur ex proportionibus e ad c & c ad f & b ad d, at e ad c & c ad f producunt eam, quæ

Modi qui non producuntur
pri. ad quartũ
pri. ad sextum
sec. ad tertium
sec. ad quintũ
tert. ad quint.
quart. ad sext.

quæ est e ad f per secundam propositionem. Igitur proportio a ad c producitur ex proportionibus b ad d secundi ad quartum, & e ad f quinti ad sextum. Hæc Alchindus in suo libello: sed licet ingeniosa valde: parũ tamen vtilia olim erant necessaria ad intelligendum magnam compositionem Ptolemæi, nunc postquam Heber has sex quantitates traduxit ad quatuor, prorsus hæc scientia vlli vsui esse desiit.

Propositio septima.

In modis qui necessariò producuntur ex duabus proportionibus, cum duæ quantitates ex illis, quæ modos conficiunt, æquales fuerint: proportio producta ad quatuor quãtitates omiologas reducetur.

Cor. Sint sex quantitates a b c d e f, & producatur proportio a ad b ex proportione c ad d, & e ad f, tu scis, quòd modi recepti sunt prima cum secunda, tertia vel quinta, & secunda cum quarta, & sexta, & tertia similiter cum eisdem, & quinta eodem modo cum eisdem: si igitur duæ quantitates ex his, quæ faciunt proportionem productam inter se fuerint æquales reducetur hæc proportio ad quatuor quantitates omologas, scilicet abiectis ambabus æqualibus. Sit gratia exempli prima æqualis quintæ: & quia in octauo modo proportio secundi ad quartum producitur ex proportione primi ad quintum, & sexti ad tertium, ergo per exposita proportio secundi ad quartum, vt sexti ad tertium, & ita permutando, & conuertendo secundi ad sextum, vt quarti ad tertium, & tertij ad quartum, vt sexti ad secundum. *Vndecima petitione.*

Propositio octaua.

Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, atque coniungantur: erit proportio aggregati ad productum ex inferioribus inuicem proportio ex primis proportionibus composita.

Cor. Sit proportio vna a ad b, alia c ad d, ducatur b in c, fiatque e & a in d, & fiat f, iunganturque e & f & fiat h, & ducatur b in d & fiat g: dico proportionem h g compositã esse ex proportione a ad b, & c ad d. *Ex 13. petitione.* Quia enim ex b in c fit e, & ex b in d fit g, erit proportio e ad g, vt c ad d, & similiter, quia ex d in a fit f, & ex d in b fit g, erit f ad g vt a ad b. Sed e & f componunt h, igitur proportio h ad g est composita ex proportionibus e & f ad g, igitur per communem animi sententiam, & diffinitionem compositæ proportionis, proportio h ad g composita est ex proportionibus a ad b, & c ad d, quod est propositum. *Per 14. diffinitionem.*

Propositio nona.

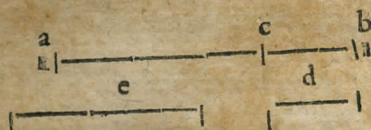
Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, minusque productum ex maiore detrahatur, erit residui ad productum ex inferioribus proportio velut illa, quæ relinquitur detracta minore proportione ex maiore.

Hæc eodem modo probatur, vt præcedens, nisi quod h fit detracto e minore: gratia exempli ex f, & ita ex diffinitione patet propositum. *Cor. 152.*

Propositio decima.

Si fuerit alicuius quantitatis ad vnam partem proportio velut alterius partis ad secundam quantitatem erit proportio cuiusuis quantitatis eiusdem generis ad secundam composita proportio ex proportionibus eiusdem quantitatis assumptæ ad vtranque partem primæ quantitatis seorsum.

Sit a b quantitas diuisa in c, & sicut a b ad a c, ita b c ad d: eritque iterum permutando a b ad b c, vt a c ad d, & sumatur quædam quantitas e eiusdem tamen generis, cum illis dico quòd proportio e ad d est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c. *Cor.*



Posita ergo e tanquam superiore numero, & a c & c b inferioribus, erit ex octaua propositione huius proportio productorum ex e in a c, & coniunctorum, & ex consequenti per primam secundi Elemẽtorum producti ex e in a b ad productum ex a c in c b composita ex proportionibus e ad a c, & e ad c b: at quod fit ex a c in c b, est æquale ei quod fit ex a b in d, eo quòd a b, a c, c b & d sunt omiologæ per decimam sextam sexti Elementorum: Proportio igitur producti ex e in a b ad productum ex d in a b est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad e b: At proportio producti ex e in a b ad productum ex d in a b, est velut e ad d, per supposita igitur proportio e ad d est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c, quod fuit demonstrandum. *13. Petit.*

Propositio Vndecima.

Proportio aggregati quarumlibet duarum quantitatum ad aggregatum duarum æqualium quantitatum est composita ex proportionibus primis, & diuisa per duplam.

Sit proportio a ad c, & b ad d, & sint c & d æquales, dico quod proportio a b ad c d est cõposita ex proportionibus a ad c, & b ad d diuiso composito per duplam. Quia enim c & d sunt æquales, erit b ad c, vt b ad d, *Cor.* *Ex sexta Anim. com sententia.*



Decimaquarta. ad d, quare ex deffinitione cum proportio a b ad c d sit composita ex proportionibus a ad c, & b ad c, erit etiam composita ex dictis ex propositione a ad c, & b ad d, statuatur ergo e æqualis c d media inter a b

13. Petit. & c. Et erit per secundam propositionem

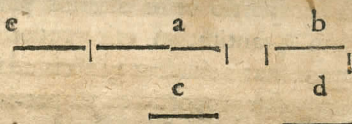
Per 2. Petit. proportio aggregati a b ad c producta ex proportione aggregati a b ad c, & e ad c, igitur proportio a b ad e erit proportio a b

Per quintam Anim. com. sententiam. ad c, diuisa per proportionem e ad c, sed e ad c est dupla: igitur proportio a b ad c d est proportio a b ad c diuisa per duplam.

Propositio duodecima.

Propositis duabus proportionibus vnam alteri iungere absque multiplicatione.

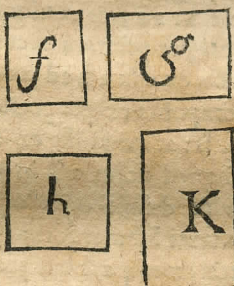
Cor. 10. Petit. Sint propositæ proportiones a ad c & b ad d, & assumo e ad c, iuxta ea quæ Eu-



Ex generali com. Anim sententia. clides demonstrauit, vt b ad d, erit igitur proportio a e ad c, composita ex proportionibus a ad c, & e ad c, sed proportio e ad c est, vt b ad d, igitur proportio a e ad c composita est ex proportionibus a ad c, & b ad d.

Aliter ex b in c fiat f ex a in d, g ex c in d h coniunctum ex f g, k.

Per. 13. Pet. Quia ergo ex c in b fit f, ex c in d h, erit f ad h, vt b ad d, igitur vt e ad c, sed a ad c, vt g ad h igitur a e ad c, vt k ad h, sed k ad h componitur ex proportionibus a ad c, & b ad d. Ex octaua harum igitur



proportio a c ad c composita est ex eisdem. Forsan quis dicat hanc eandem esse octauæ sed non est, in illa enim proportio comparatur ad productum, in hac ad vnam ex quantitatibus.

Cor. Ex hoc sequitur quòd: Quælibet duæ quantitates quarum aggregatum est idem ad eam quantitatem componunt eandem proportionem.

Propositio tertiadecima.

Proportio confusa aggregati primæ & tertiæ quatuor quantitatum omiologarum ad aggregatum secundæ & quartæ, est velut composita ex eisdem diuisa per duplam.

Cor. Sint a ad b, vt c ad d, dico, quòd erit confusa proportio a c aggre-



b d

gati ad aggregatum b d, compositę ex his proportionibus diuisæ per duplam æqualis. Erit enim aggregati ex a c ad aggregatum ex b d, velut a ad b per 18. quinti Elementorum. Sed proportiones a ad b, & c ad d componunt proportionem producti a in d, & c in b per octauam harum, ad productum ex b in d, productum verò ex a in d est æquale producto ex b in c per decimamsextam sexti Elementorum, & proportio producti ex b in c ad productum ex b in d est velut c ad d, quare vt aggregati a c ad aggregatum b d, igitur proportio composita ex a ad b, & c ad d, est velut confusa bis sumpta. Igitur confusa est velut composita diuisa per duplam per modum vndecimæ huius.

Propositio quartadecima.

Proportiones confusæ, & coniunctæ in tribus quantitatibus inuicem commutantur.

a b c

Sint tres quantitates, dico, quod proportio c ad a b confusa est, conuersa coniunctæ a & b ad c. *Cor. 14. diff.* Nam per dicta proportio a b ad c efficit coniunctam ex a b ad c, sed c ad a b couuersa est eius quæ est a b ad c, & proportio c ad a b est confusa eius, quæ est c ad a & b. Igitur proportio conf sa in tribus quantitatibus est contraria coniunctę in eisdem.

Ex quauis ergo illarum data, data erit & reliqua. *Per 18 diff.*

Propositio quintadecima.

Si fuerint quatuor quantitas proportio confusa aggregati primæ & tertiæ ad aggregatum secundæ, & quartæ erit vt monadis addito prouentu, qui fit diuisa differentia differentiarum primæ & secundæ, atque quartæ & tertiæ per aggregatum tertiæ, & quartæ ad ipsam monadem.

Sint quatuor quantitates a b, c, d, e f, & sit a b maior c in a h, & e f maior d in f g, *Cor.*



& differentia f g & a h sit a k: dico proportionem a b, & d confusam a d c & e f, esse vt monadis addito prouentu, vel detracto a k diuisæ per aggregatum c & e f, ad ipsam monadem, & manifestum est, quòd potest contingere pluribus modis: Primus vt a b sit maior c & e f minor d, & tunc differentiæ coniungentur, & prouentus, addetur monadi. Idem faciendum erit si a b sit maior c, & e f sit minor d, sed excessus superet defectum. At si vel a b sit minor c, & e f maior d, vel ita minor, vt c excessus supra b a sit maior defectu, detrahemus prouentum à monade. Alia cautio est. quòd si fuerint vtrinque excessus, aut defectus, minuemus minorem de ma-

iore: si autem vnus sit excessus alter defectus, iungemus illos, & post diuidemus, vno ergo demonstrato vt pote primo intelligentur reliqui. Quia ergo b h est æqualis c & e g æqualis d & h k æqualis g f, erit ex communi animi sententia aggregatum ex d & k b æquale aggregato ex c & e f, igitur per dicta proportio aggregati ad aggregatum est vnum. at verò diuisa k a per c & e f fit quantum diuisa eadem per b k, & d, sed diuisa k a per b k, & d iunctas, exit proportio a k ad aggregatum b k & d: igitur diuisa a k per aggregatum e f & c, exibit eadem proportio, igitur a b & d ad aggregatum c & e f est coniuncta ex monade & proportione a k ad aggregatum c & e f, quod erat demonstrandum.

Cor. Ex hoc patet quod proportionum confusio fit iunctis denominatoribus numeratoris: multiplicatio multiplicatis: additio multiplicatis decussatim in numeratores ad productum est denominatoribus, vt in exemplis.

7/2 5/8 12/10

Multiplicatio.

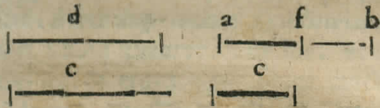
7/2 — 5/8 35/16

Additio

7/2 X 5/8 66/16

Propositio sextadecima.

Omnium quatuor quantitatum proposita prima, quæ non minorem habet proportionem ad suam correspondentem, quàm alia ad aliam erit proportio confusa illarum,

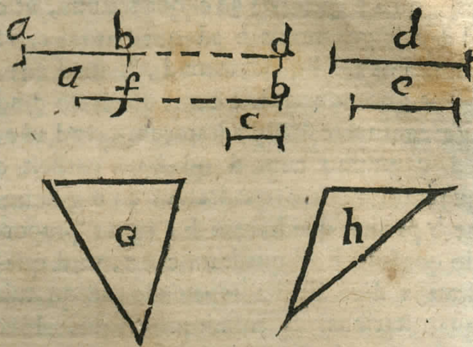


vt producti ex aggregato primæ & tertiæ in tertiam, ad productum ex aggregato tertiæ & omiotatæ ad secundam in ipsam quartam.

Hæc magis reducit confusam proportionem ad notitiam, quàm præcedens, quia reducit ad proportionem productam, quæ operatio est simplicissima, siue per multiplicationem quantitatum fiat, duæ sunt tantum multiplicationes, siue per eundem terminum sufficit alium addere. Summatur ergo a b, c, d & e, & non sit maior proportio d ad e, quàm a b ad c, & statuatur tunc prima a b, secunda c, tertia d, quarta e, & postquam non est minor ratio a b ad c, quàm d ad c, sumatur a f ad c, vt d ad e. licet enim hoc facere. Dico quod proportio confusa a b & d ad c & e est velut producti ex aggregato a b & d in d ad productum ex aggregato a f & in e. Statuatur aggregatum a b & d linea a d prima quantitas, & aggregatum a f & d, a d secunda quantitas, & d tertia, & c quarta, & ex a b in d fiat g, ex a d in e fiat h, erit ergo per primam propositionem g ad h producta ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Sed proportio a f d ad aggregatum c e, est velut d ad e. Proportio verò a b d ad a f d, & a f d ad e c producunt proproportionem a b d ad c & e per secun-

Per 10. Pet.

Per 13. Pet.



dam propositionem, harum igitur confusa a b ad c, & d ad e, & est proportio a b d ad c & e, producuntur ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Ergo proportio g ad h est confusa ex a b ad e, & d ad e, quod erat demonstrandum.

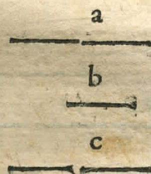
Propositio decimaseptima.

Omnes duæ proportiones conuersæ producunt æqualem proportionem.

Sint duæ proportiones a ad b & b ad a conuersa, dico, quod producunt proportionem æqualem, fiat enim b ad c, vt b ad a, erit igitur a æqualis c & b c conuersa eius quæ est a ad b, sed per secundam harum proportiones a ad b, & b ad c producunt proportionem a ad c, igitur proportiones etiam a ad b & b ad a producunt eandem.

Cor.

Per 6. Animi communem sententiam.



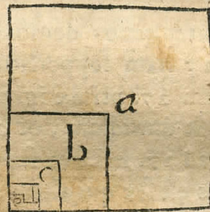
Propositio decimaoctaua.

Si fuerint quotlibet quantitates in continua proportione multiplici præter vltimam proportio verò penultimæ ad vltimam qualis residui primæ ad secundam, erit primæ ad aggregatum reliquarum velut penultimæ ad vltimam.

Sint quantitates a b c d in continua proportione multiplici, sed d ad e sit velut residui a & b ad b, dico proportionem a ad b c d e esse vt d ad e. Quia enim est gnomonis e ad quadratum d, vt d ad e ex supposito erit per coniunctam proportionem c & d ad d & e, vt d ad e, sed e gnomo cum quadrato d efficit quadratum e, igitur vt c quadrati ad d & e iuncta, ita d ad e. Rur-

Cor.

18. Propos. quinti Elem.



c gnom. d
d quad. e

b gnomo c quad.
c gnomo d quad.
d quad. e quad.

sus, quia b quadrati ad c quadratum, vt c ad d erit gnomonis b ad quadratum c, vt gnomonis c ad quadratum d, & ita d ad e, igitur gnomonum b c cum quadrato d ad aggregatum c d e quadratorum, vt d ad e, sed c gnomo cum d quadrato perficit c quadratum, & c quadratum cum gnomone b perficit quadratum b, igitur proportio quadrati b ad quadrata c d e, vt d quadrati a d e. Et ita repetendo de quotuis quantitatibus in infinitum vsque. Hæc proponitur ab Archimede in libro de quadrato æquali parabolæ, & minus generaliter & pluribus demonstratur. Ego tamen quia est generalis, describam illam per corrolarium: addamque aliud quod ex hoc sequitur.

Per 19. quinti Elem.

Per 12. quinti elem.

Cor. 1. Si fuerint quotlibet quantitates omnes analogæ præter vltimam, sit autem penultima ad vltimam qualis residui primæ & secundæ ad secundam, erit proportio primæ ad aggregatum omnium aliarum veluti penultimæ ad vltimam.

Cor. Hæc enim est euidens, quia conuenit ei demonstratio proposita, exemplo autem in numeris à latere posito vides declarationem,

81	54	34	24	16	32
27	54			81	162

nam proportio 16. ad 32. est velut 27. residui primæ & secundæ ad ipsam secundam scilicet ad 54.

Cor. 2. Ex hoc patet etiam quòd assumptis omnibus, sub multiplicibus analogiæ vsque in infinitum prima quantitas est multiplex aggregati omnium reliquarum numero 1. m: quo prima est multiplex secundæ.

Cor. 3. Si fuerint quotlibet quantitates in super particulari proportione analogæ, erit proportio primæ ad aggregatum omnium in infinitum iuxta proportionem multiplicem conuersam illius partis.

Cor. Velut collectæ in sesqui altera duplæ in sexquitertia triplæ in sexquiseptima septuplæ. Vt capio 512448 392343. & ita deinceps vsque in infinitum aggregatum omniũ earum erit 3584. Septuplum 512. & aggregatum 18. 12. 8. $5\frac{1}{3}$. & ita deinceps in sexquialtera erit 54. duplum 27. primæ in eo ordine.

SCHOLIVM.

Ex quo patet genus demonstrandi nouũ & pulchrum: nam supponatur 54. aggregatum duplum 27. primæ igitur addito 27. ad 54. cum sit dimidium, & addito $13\frac{1}{2}$, dimidio 27. ad 27. nam ex supposito quantitas sequens est sex qui altera ad 27. igitur 81. est duplum ad $40\frac{1}{2}$. Igitur conuertendo est proportio aggregati prioris ad 27. est dupla, ergo aggregatum est 54.

Per 18. quinti elem.

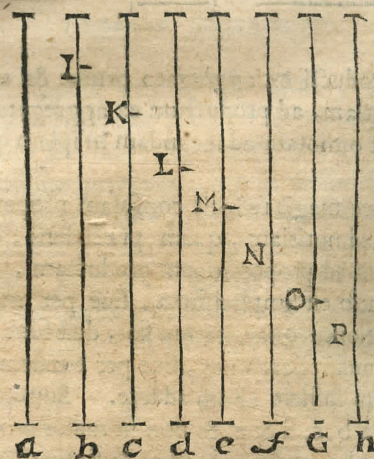
Cor. 4. Ex hoc patet eandem generaliter quod proportio maioris quantitatis ad aggregatũ reliquarum analogarum est, velut eius quod prouenit diuiso quadrato maioris termini per differentiam eius, & sequentis maioris in eadem proportione ad ipsum maiorem.

Cor. Exemplum sit proportio augens 25 & 35 duarum quintarum, volo scire quantum sit aggregatum omnium citra 25. maximam accipio 35. vlterio rem ad 25. cuius differentia a 25. est 10. cum quo diuido 625. quadratum, exit $62\frac{1}{2}$ aggregatum quantitatum. Et facile potest demonstrari. Si quis dicat in qua proportione sunt infinitæ quãtitates analogæ cum 12. quæ iunctæ efficiũt 10. iunge 10. cum 12. fit 22. duc 22. in 12. fit 264. diuide 264. per 10. exit $26\frac{2}{5}$, & in ea proportione erunt illæ quantitates, in qua sunt $26\frac{2}{5}$ ad 12. duc per 5. fiunt 60. & 132. diuide per 12. exeunt 11. & 5. & ita erunt in proportione 11. ad 5. experiaris, & inuenies, & demonstratur ex prioribus. *Quæstio.*

Propositio decima nona.

Si fuerint aliquot quantitates arithmeticæ omiologæ, quarum excessus sit æqualis minimè, omnibus autem deficientibus supplementa ad æqualitatem maximè adiungantur, erunt quadrata omnium quantitatum æqualium adiecto rursus quadrato primæ cum eo quod fit ex minima primi ordinis in aggregatum omnium quantitatum eiusdem tripla aggregato quadratorum omnium quantitatum primi ordinis pariter acceptis.

Cor. Sint aliquot quantitates a b c d e f g h in continua proportione. Arithmetica dispositæ ita vt minima earum quæ sit h, sit



æqualis differentiæ quantitatum secundum ordinem dispositarum, velut differentia a & b, & b & c, & c & d, & ita de aliis, addantur autem supplementa singulis harum, quæ sint i k l m n o p, ita vt omnes fiant æquales cum suis supplementis ipsi lineæ à maiori. Estque idem ac si essent aliquot quantitates, & diuiderentur singulæ secundum numerum illarum, si quatuor in quatuor partes æquales, si quinque in quinque, si decem in decem, ea ratione vt vltima diuideretur, vbi est finis primæ partis, penultima vbi est finis secundæ partis, antepenultima vbi est finis tertiæ, & sic de aliis. Vocabo ergo primas quantitates propositas

a b

a b c d e f g h quantitates primi ordinis, ſed quantitates æquales quæ conſtant ex quantitatibus primi ordinis, & ſupplementis, appellabo quantitates ſecundi ordinis : ex quo patet quòd prima quantitas erit ex vtroque ordine, quia non eſt diuiſa, reliquæ omnes differunt, quantitates verò quas adiunxi nominabo ſupplementa, & ſunt vna minus quam quantitates ordinum : vt ſi quantitates ordinum ſint octo, erunt ſupplementa ſeptem, & ſi quantitates ordinũ, eſſent ſeptem eſſent ſupplementa ſex, quia inter ſupplementa non adnumeratur quantitas indiuiſa. Erunt ergo ſupplementa i k l m n o p, quæ tanto erunt maiora quanto quantitates primi ordinis ſunt minores, & contrà tanto maiora, quarto quantitates primi ordinis ſunt maiores, quantitates autem ſecundi ordinis appellabuntur a, b i, c k, d l, e m, f n, g o, & h p. Hæc volui pluribus agere, vt dilucidior eſſet propoſitio, quæ licet non ſit difficilis, eſt tamen confuſa valde propter multitudinem quantitatum & ordinum. Dico ergo quod aggregatum quadratorum quantitatum ſecundi ordinis primo quadrato bis repetito, ſeu vno addito cum eo quod fit ex minima in aggregatum quantitatum primi ordinis eſt triplum aggregato ex quadratis omnibus quantitatum eiuſdem primi ordinis, & vt res exemplo facilius innoteſcat, ſint quantitates primi ordinis 8.7.6.5.4.3.2.1. quorum quadrata ſint 64. 49. 36. 25. 16. & 9. 4. & 1. quæ iuncta faciunt 204. dico quod ſi ſumamus quadrata omnium quantitatum ſecundi ordinis, quæ ſunt octies 64. & eis addiderimus vnum quadratum ex his, vt fiant nouies 64. & erunt 556. ſimul iuncta & eis addamus, quod fit ex 1 quantitate minima primi ordinis in 36. aggregatum quantitatum omnium primi ordinis, & eſt tale productum 36. vt fiat totum 612. quod tale 612. eſt triplum 204. aggregati quadratorum primi ordinis vnius demonſtratio hæc eſt. Quia ex quarta ſecundi Element. Euclidis ſingula quadrata quantitatum diuiſarum ſecundi ordinis conſtant ex quatuor partibus quatum duæ ſunt quadrata partiũ, reliquæ duæ ſunt producta ex partibus inuicem bis, & quia h fuit æqualis 1, & p æqualis b, quia ſupplementa fuerunt æqualia mutuò quantitatibus, & ita c æqualis o & k æqualis g & d, æqualis n & l, æqualis f, e autem æqualis m. Sequitur ergo quod quod ſumptis duabus quantitatibus ſecundi ordinis habentibus ſupplementa mutuò æqualia ipſis quantitatibus quod quadrata partium erunt dupla quadratis primarum quantitatum : veluti capio b i ſecundam & h p vltimam, quarum quadrata partium ſunt quadrata b & i, & h & p, ſed b eſt æqualis p, & h æqualis i. Ergo quatuor quadrata b i & h p ſunt dupla quadratis b & h, & ita concludam de omnibus vbi duæ quantitates duabus comparantur : ſed in e m quia eſt ſola vna quantitas, iſtud eſt etiã clarius, quia quadrata e & m ſunt dupla quadrato e ſoli eo, quod & m ſunt æquales. Igitur per demonſtrata ab Euclide erit proportio omnium quadratorum b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, ad quadrata b c d e f g h, pariter accepta proportio dupla, at verò addito quadrato a quadratis b c d e f g h, & erunt quadrata omnium quantitatum, & quadratis b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, duplo quadrati a ſcilicet ſemel, quia a eſt ex ſecundo ordine quantitatum, & ſemel, quia hoc fuit aſſumptum in Problemate. Sequitur vt quadrata omnia quãtitatum ſecundi ordinis, prout ſunt diuiſa in partes addito quadrato a, ſint dupla quadratis primarum quantitatum, ſimul pariter acceptis. Reliquum eſt modo vt oſtendamus dupla illorum productorum, cum eo quod fit ex minima quantitate, ſcilicet h in aggregatum ipſarum quantitatum primi ordinis eſſe æquale quadratis, quantitatum eiuſdem primi ordinis pariter acceptis. Conſtat igitur, quod duplum i in b eſt æquale duplo h in ipſum b, quia h & i ſunt æquales, & duplum k in ipſum c, eſt æquale quadruplo h in idem c, quia k eſt dupla h, & ſimiliter duplum l in ipſum d eſt æquale ſexcuplo, h in d, quia l eſt tripla h, & ita procedendo erunt illa dupla producta æqualia productis ex h in ipſas quantitates toties ſumptis quantus eſt numerus, qui prouenit duplicato numero, ſecundum quem h continetur in illo ſupplemento, exemplum volo duplum producti l in d bis, ſcio quòd ſupplementum l continet h ter, duplicabo tria & fient ſex, igitur duplum l in d æquale eſt ſexcuplo h in ipſum d. Quo conſtituto, cum ſuppoſitum ſit producta illa duplicata cum producto h in aggregatum primarum quantitatum eſſe æqualia quadratis ipſarum quantitatum, igitur addemus productum ex h in ſingulas quantitates productis illis prioribus, & fiet productum h in a ſemel, in b ter, in c quinquies, in d ſepties, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, & in h quindecies æquale duplo producti vniuſcuiuſque quantitatis in ſuum ſupplementum cum producto h in aggregatum ipſarum quantitatum, at quadratum a eſt æquale producto ex h in eam, quæ talem habet proportionem ad ipſum a, qualem habet a ad ipſum h per demonſtrata ab Euclide, & pariter de quadrato b, quod eſt æquale ei quod fit ex h in eam quæ toties continet b quotiens b continet h, & ita quadratum c æquale eſt ei, quod continetur ſub h, & habente proportionem ad b eandem, quam b ad h, & ſimiliter de quadrato c & omnibus reliquis, vſque ad h ipſum. Gratia ergo exempli quadratum a, erit æquale producto ex h in omnes quantitates ſecundas, quia quotus eſt numerus quantitatum, totus eſt numerus ſecundum quem a continet h, & ſimiliter quotus eſt numerus quantitatum incipiendo à b, & quotus eſt numerus quantitatum incipiendo à c, toties b vel c continent h, & ita de aliis, quadrata ergo omnium quantitatum ſimul iuncta ſunt æqualia productis ex h in ſingulas illarum toties ſumptis, quoties illæ continent h, ſeu quotus eſt numerus illius quantitatis, incipiendo ab h, & numerando verſus a. Rurſus dico quod productum

In 5. Elem. Prop. 12.
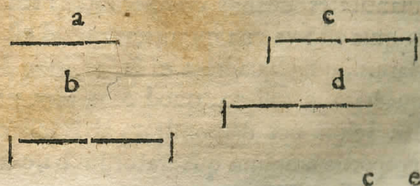
Lib. 6. Ele. Prop. 17.

multiplicis cuiuslibet quantitatis in minimam, seu quadratum eiusdem quantitatis æquale est producto eiusdem quantitatis, & dupli omnium sequentium primi ordinis in ipsam minimam quantitatem, velut quadratum a est æquale producto ex h in a, & in duplum b c d e f g h, hoc autem facile est probare in his quantitatibus, quia si quadratum a est æquale producto h in omnes quantitates secundi ordinis, & omnes quantitates secundi ordinis simul sumptæ sunt æquales ipsi a, & duplo reliquarum primi ordinis, quia tales quantitates sunt æquales suis supplementis vicissim, vt h cum i, k cum g, f cum l, e cum m, ergo tam supplementa, quàm quantitates primi ordinis sunt dimidium quantitatum secundi ordinis, ergo duplum quantitatum primi ordinis est dimidium quantitatum secundi ordinis, verùm de b dico idem accidere, quia quadratum b, est æquale producto ex h in b, & in duplum reliquarum à b, scilicet duplum c d e f g h, & hoc est ostendere, quod istæ quantitates sunt dimidium totidem quantitatum æqualium b, nam c est minor b in h, & supplementum p quod est æquale ipsi b, si tota h p fiat æqualis ipsi b, vt pote h q erit ipsa q dempta h æqualis ipsi c, ergo quantitates primi ordinis semper sunt æquales supplementis non veris, sed prioris quantitatis assumptæ, seu in comparatione ad illam, quadratum igitur b est æquale producto ex h in b, & in duplum c d e f g h, & similiter per eadem, quadratum c est æquale producto ex h in c, & in duplum d e f g h, & sic de aliis. Habemus ergo, quod quadrata a b c d e f g h simul iuncta sunt æqualia producto ex h in a, & in duplum reliquarum, & ex h in b, & in duplum reliquarum sequentium, & producto ex h in c semel, & in duplum sequentium vsque ad h, & ita de reliquis, hoc enim est, quod nuper demonstrauimus. Antea quoque demonstratum est, quod duplum b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, cum producto h in aggregatum a b c d e f g h erat æquale productis ex h in a semel, & in b ter, & in c quinquies, in d septies, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, in seipsam h quindecies, detractis ergo per ordinem, quod fit ex h in a ab vtroque aggregato, & ex h in b c d e f g h bis relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in b semel cum suis duplicatis sequentibus, & in c, & in d, & in reliquis pariter conduplicatis suis sequentibus ex altera, quod fit ex h in b semel, in c ter, in d quinquies, in e septies, in f nouies, in g vndecies, in h tredecies, detractis ergo rursus quod fit ex h in b semel, & ex h in c d e f g h, bis relinquetur, quod fit ex h in c, & duplo sequentium, & d & duplo sequentium, & e & aliarum pariter: & ex alia parte, quod fit ex h in c semel, & in d ter, & in e quinquies, in f septies, in g nouies, in h vndecies. Ab his rursus detractis, quod fit ex h in c semel, & in sequentes bis relinquetur h in d semel cum suis sequentibus bis, & in e semel cum suis sequentibus & in f, & in g & in h pariter, & ex alia parte, quod fit ex h in d semel, in e ter, f quinquies, g septies, h nouies, ab his rursus detraho, quod fit ex h in d semel, & in sequentes bis, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in e f g h cum duplo sequentium ex alia, quod fit ex h in e semel, f ter, g quinquies, h septies, & similiter ab his detractis, quod fit ex h in e semel, & bis in sequentes, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in f semel, & in g h bis, & in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia, quod fit ex h in f semel, in g ter, in h quinquies. Iterum detractis, quod fit ex h in f semel, & in g h bis communiter relinquetur, quod fit ex h in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia parte quod fit ex h in g semel, & ex h in h ter. Sed ista, quæ relicta sunt iam, manifestè æqualia, ergo etiam prima aggregata ab initio fuere æqualia, ergo & æqualia illis quadrata a b c d e f g h his, quæ fiunt ex h in easdem quantitates cum duplo producti b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, sed iam his quadratis a b c d e f g h demonstrata sunt esse dupla quadrata h p, g o, f n, e m, d l, c k, b i, cum duplo quadrati a, ergo quadrata omnium quantitatum secundi ordinis cum quadrato a rursus repetito, & producto h in aggregatum quantitatum primi ordinis sunt tripla quadratis quantitatum primi ordinis pariter acceptis quod fuit propositum, & fuit Archimedis in libro de lineis spiralibus, & ego adieci hic propter modum demonstrandi, qui est elegantissimus, & procedit ex principiis Arithmeticis, & diuersis à communibus, & ideo non reuoluitur, vt solent reliquæ quæstiones.

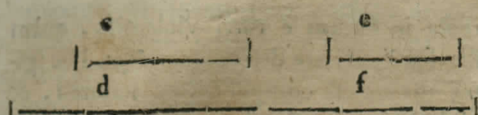
Propositio vigesima.

Cùm fuerint quatuor quantitates, fueritque secunda æqualis tertiæ, aut primæ æqualis quartæ, erit proportio primæ ad quartam, aut tertię ad secundam producta ex proportionibus primæ ad secundam & tertiæ ad quartam.

Cùm enim quantitates hæ non fuerint æquales, constat per secundam harum, quod proportio primæ ad quartam producitur ex proportione primæ ad secundam, secundæ ad tertiam, & tertiæ ad quartam: ergo non ex solis proportionibus primę ad secundam, & tertiæ ad quartam, & similiter ex prima harum proportio primæ ad secundam & tertiæ ad quartam producunt proportionem producti primæ in secundam ad productum tertiæ in quartam. Et in multiplicatione proportio, quæ solet esse inter producta illa, & est quasi duplicata est inter ipsas quantitates. Sint igitur quantitates a b c d, & sit b æqualis c, ponantur ergo recto ordine a b c d, eritque proportio a ad d pro-



c e

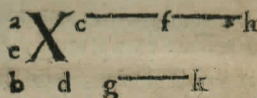


Per 16. Pet. ducta ex proportionibus a ad b, b ad c, & c ad d, producantur igitur ex proportionibus a ad b, c ad d. proportio c ad f, erit igitur proportio e ad f, si multiplicetur per proportionem b ad c eadem quæ prius, & producta iam est eadem ei, quæ est a ad d, ergo porportio a ad d erit producta ex proportionibus a ad b, c ad d per primam propositionem. Quod verò diximus de prima & quarta si sint æquales, manifestum est, quòd res redit ad idem solum transmutato ordine, vt tertia, & quarta præmittantur primæ, & secundæ. Hæc igitur propositio nihil aliud innuit, quàm quod in hoc casu productio, quæ solet fieri ex tribus proportionibus fiat ex duabus tantum.

Propositio vigesimaprima.

Cùm decussatim ducta fuerit prima in quartam, & secunda in tertiam, productumque primæ in quartam diuisum fuerit per productum secundæ in tertiam erit proportio primæ ad secundam diuisa per proportionem tertiæ ad quartam. E similiter interposita omiologa.

Cor. Primum exponamus secundam partem, sit proportio a ad b, quam volo diuidere per proportionem c ad d, facio e ad b, vt



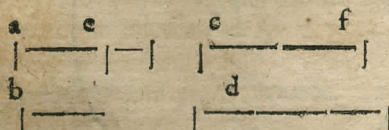
c ad d, erit ergo per secundam harum proportio ad b producta ex proportione a ad c, & e ad b, quare ex a ad e, & c ad d, ergo diuisa proportione a ad b per proportionem c ad d exit porportio a ad e, & hic est secundus modus. Primus autem modus ducatur a in d & fiat f, & b in c & fiat g, dico proportione f ad g esse prouentum proportionis a ad b, diuide per proportionem c ad d, ducatur igitur c in f & fiat h, & d in g & fiat k, quia igitur h producitur ex c in f, & f producitur ex a in d, ergo h producetur ex producto c in d, in a, & similiter quia k producitur ex d in g, & g producitur ex b in c, ergo k producetur ex c d in b, ergo ex c d in a fit h, ex c d in b fit k erit a ad b vt h ad, k igitur ex prima harum cum ex c in f producatur h, & ex d in g k, & dicatur produci proportio h ad k ex proportione c ad d, & f ad g, & proportio h ad k sit eadem, quæ a ad b, ergo proportio a ad b producitur ex c ad d, & f ad g, ergo diuisa proportione a ad b prodibit proportio f ad g, quod fuit propositum.

(*Per. 10. Pet.* — margin note beside "ad c, & e ad b, quare ex a ad e")

Propositio vigesimasecunda.

Cùm fuerit proportio primæ ad secundam maior, quàm tertiæ ad quartam, erit confusa ex his maior quàm tertiæ ad quartam, minor autem quàm primæ ad secundam.

Sit proportio a ad b maior quàm c ad d, dico, quod confusa ex a c ad b d est *Com.*



maior, quàm c ad d, et minor quàm a ad b, vt enim c ad d ita fiat e ad b, eritque per tertiam decimam harum e c ad b d *Per 10. Pet.* confusa minor quàm a c ad b d, nam e est minor a, quia proportionem habent minorem ad b quam a eo quòd e habet proportionem ad b, quam c ad d, quæ autem c ad d minor, quàm a ad b, vt suppositum est, igitur e c ad b d minor, quàm a b ad c d, e b autem ad c d est, vt demonstratum est qualis c ad d, ergo c ad d minor, quàm confusa a b ad c d, quod est secundum per idem probabitur, & primum posita f ad d, vt a ad b, eritque a maior c, igitur maior proportio a f ad b d, quàm a c ad b d, sed a f ad b d, vt a ad b per eandem tertiamdecimam huius ergo proportio confusa a b ad c d est minor, quàm a ad b.

Propositio vigesimatertia.

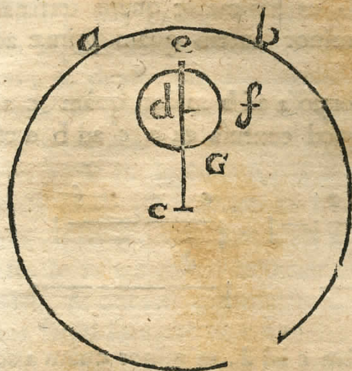
Omnis motus naturalis ad locum suum est: ideo per rectam lineam fit.

Motus naturalis est vt conseruetur corpus, & conueniat locus corpori, igitur fit ad suum locum. Locus autem dicitur in comparatione ad vniuersum. ideo omnis motus naturalis est à centro mundi sursum, vel ad centrum deorsum. Et quia quanto natura celerius suum finem potest assequi (quia finis bonus est aliter non illum appeteret) eum quærit, cùm sit sapientissimæ vitæ ministra: at linea recta breuissima est Euclide teste à puncto ad punctum igitur omnis motus naturalis est sursum aut deorsum per rectam lineam. *Cor.* *Dist. tertia primi Elem.*

Propositio vigesimaquarta.

Omnis motus circularis voluntarius est.

Sit motus in circulo seu per circulum in orbe cuius sit centrum, sit c mundi centrum igitur, ex diffinitione circuli tantum distabit a, quantum b ab ipso c: sed in motu naturali per præcedentem necesse est, vt recta feratur ad c, vel recedat, igitur motus a est voluntarius, non naturalis, nam si violentus esset, non esset perpetuus. Omnia ergo astra feruntur circa centrum mundi. Sit modo rota e f g, dico e non moueri motu circulari nam linea e c longior est g c, ergo recta mouetur ad centrum non circa centrum. Indicio etiam id est: quòd si in e ponatur frustum aliquod insigne plumbi in motu ad g per f descendet raptim: at dum ex g in e magna cum difficultate



ficultate, igitur motus hic non est naturalis, nec circularis nihil etiam hoc modo sponte mouetur. Sed cum non moueatur per rectam naturaliter, nec æquidistans à centro per circulum relinquitur, vt moueatur motu violento, aut misto, sed non ex voluntario, cum nullo modo moueatur æquidistans à centro, sed semper ab e lineæ ad centrum fiant breuiores, liquet esse motum violentum: aut mistum ex naturali, & violento.

Propositio vigesimaquinta.

Cor. Tres sunt motus omnino simplices naturalis, voluntarius & violentus.

Tres sunt modi quibus possunt moueri in comparatione ad centrum scilicet vel recta cum centro, vel æquidistando a centro, vel neutro modo, igitur tres motus. Rursus vel à principio interiore non intelligente, & est naturalis, vel intelligente & est voluntarius: vel exteriore & est violentus. Hæc autem diuisio est solum propria non prima. Nam est violentus in recta ad centrum: ideo omnis, qui non est in recta, ad centrum, nec æquidistat, violentus est: non tamen omnis violentus est extra rectam. Attractio autem, quæ fit ob raritatem corporum seu, vt dicunt, à vacuo, violenta est non naturalis nisi ratione finis, non agentis. Sunt enim quatuor genera motus violenti ab Aristotele posita, vectio, tractio, pulsio, & volutio: quanquam his non opus sit in demonstratiua scientia constat enim volutionem extractione, & pulsione apud illum consistere. 7. Phys. c. 2.

Propositio vigesima.

Motus ergo compositi quatuor necessario sunt species.

Si tantum sunt tres species simplicium, constat ratione Arithmetica quatuor esse compositorum. Disquiramus ergo an sint naturaliter tot species, forsan enim repugnabit aliquis alicui. Porrò videamus primo, quot sint violentorum species: Prima erit cum non secundum rectam lineam fuerit: nec à centro æquidistantem. Secunda cum fuerit secundum rectam, sed non ad centrum. Tertia cum fuerit in recta ad centrum, sed contrario modo, velut terræ sursum. Quarta cùm in recta ad centrum secundum naturam, sed non à principio naturali. Velut cum quis proijcit lapidem recta in terram è turri violentius, quàm ille sua grauitate descensurus esset. Hic igitur motus est compositus ex naturali, & violento. Animalium autem motus voluntarius est, cum sit à principio interiore cognoscente: & sit quatenus à principio in linea circulari æqualiter distante à centro: sed quia obstat grauitas, ideò mistus est ex naturali, & voluntario. Sed circularis, & violentus soli esse non possunt: nam violentus est necessariò in corpore graui aut leui: sed omne corpus graue aut leue, cùm mouetur, naturaliter mouetur saltem in fine: & per totum motum, motu occulto, qui maximè in hoc libro dignus est consideratione, igitur motus voluntarius, & violentus non possunt esse simul soli. Erunt ergo secundum naturam tantùm tres species. Velut cùm quis scandit, aut salit: Est enim motus naturalis saltem in fine, & voluntarius, & violentus. Si quis autem velit violentum cum voluntario copulare dicemus constare eam compositionem in initio saliendi. Motum autem occultum vocamus grauitatem aut leuitatem.

Propositio vigesimaseptima.

Motus voluntarius est in loco: naturalis ad locum: violentus ex loco.

Hæc est tertia differentia primarum specierum motuum, voluntarius fit manente corpore toto in eodem loco, ideo proprius est cælo, corpora autem animalium in eodem loco feruntur: quia in eodem orbe nata redire ad proprium locum. Et ideò vt dixi, est motus mistus ex naturali, & voluntario, qui si per se fieret, non fatigaret mobile, cùm ex vtroque principio ab interiore vi procedat. Sed quia fit per musculos, qui trahuntur: hic autem motus est violentus, ideò per consequentiam fatigat. Qui verò naturalis, est vt redeat corpus ad suum locum, igitur naturalis est ad locum. Sed violenti finis est, vt protrudatur ex loco in quo est, non habens certum finem, licet enim qui trahit, ad suum locum trahat, non tamen ad locum mobilis.

Propositio vigesima octaua.

Motus quilibet naturalis aut violentus in aliquo medio fit.

Cùm vacuum non detur, & omnis motus naturalis sit ad locum, & violentus ex loco per præcedentem, igitur cùm non sit in medio, vacuum erit in aliquo corpore, velut aëre, aqua, igne, ligno.

Propositio vigesimanona.

Omnis motus voluntarius æqualis est semper: simpliciter etiam quilibet alius motus.

Motus voluntarius non habet, quòd fatiget, & summa perfectio est æqualitas, & natura quæ mouet non debilitatur, igitur perpetuo perseuerat æqualis, neque enim est, vt dixi, per medium corpus. Naturalis Com.

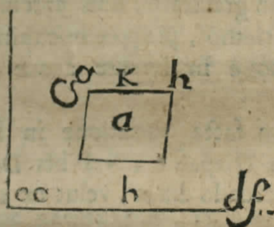
quoque

quoque, & violentus cum ratione proportionis mouentis supra mobile per se non varientur, & ab æquali proportione æqualis velocitas proueniat, igitur natura tales motus sunt æquales, nam in vtroque mouens, mouet secundum vltimam suam vim.

Propositio trigesima.

In omni corpore mobili in medio, partes medij resistunt obuiæ, aliæ impellunt.

Cor. Sit mobile a cui partes subiaceant rectæ b, & sit graue. Et patet ne diuidatur b resistere, cum autem superauerit partes b descendunt ante a, & trahunt partes c & d adhærentes secum, atque ita e c d f adiuuant ad descensum partes etiam laterales g & h cum a transit in b, ne detur vacuum,



transeunt in k veloci motu, ergo propellunt a maiore impetu inferius.

Cor. Ex quo patet, quod in omni motu naturali, vel violento fit augumentum velocitatis ab initio saltem vsque ad aliquid.

Cor. Et ideò etiam bellicæ machinæ cuiuscunque generis certam exigunt distantiam, vt violentius feriant.

Propositio trigesimaprima.

Omnis motus naturalis in æquali medio validior est in fine, quàm in principio: violentus contrà.

Cor. Cùm enim ex præcedenti augeantur semper ob medium, & causa, quæ mouet, sit perpetua, & à principio æterno, quod per dicta æqualiter mouet, igitur motus ille fiet velocior in fine quàm in alia parte temporis. In violento autem, cùm perueniat ad finem desinit vis illa necessariò, quæ

19. Propos. mouet, & superatur à vi naturali, quæ mouet in contrarium, igitur antequam cesset motus fiet tardissimus in fine.

Cor. Ex quo patet, quòd motus quadrifariam misti dicuntur, aut specie, vt cùm quis iacit lapidem è turri: vel ex occulto naturali, & violento manifesto: velut cùm quis iacit lapidem, & descendit postmodum ex b in c motu vtroque manifesto, sed ex a in b motu violento manifesto, & naturali occulto: vel ratione medij, & hoc modo omnis motus naturalis etiam non solum violentus est, mistus ex proportione virtutis mouentis, cum motu medij, ad medium ipsum, vel si violentus sit ex proportione virtutis mouentis, & medij ad mobile, ac medium, quod resistit. Quarto ex motibus imperfectis natura sua, & non est vera mistio, & hoc apparet in motibus voluntariis animalium, qui non sunt neque æquales, neque perfectè circa medium: sed sunt potius similes voluntariis. Et ideo demonstrationes illæ Aristotelis quoad vsum nihil iuuant nos.



Propositio trigesimasecunda.

Omne mobile naturaliter motum, seu violenter velocius mouetur in medio rariore, quàm densiore. Maior quoque est proportio finis motus in corpore rariore ad finem motus in corpore densiore, quàm principij. In violento autem celeriùs perueniet ad finem motus in corpore densiore.

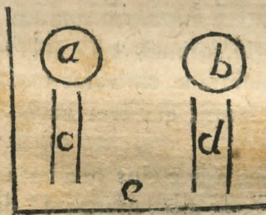
A mobile moueatur in b medio rariore, & in c densiore igitur b minus resistit, quàm c & magis adiuuat, quia velociùs mouetur: igitur duplici de causa a mouebitur velociùs in b quàm in c: & quia per corolarium trigesimæ, & præcedentis proportio finis (vbi æqualiter moueantur) ad sua principia maior erit in d, quam in e, ergo per demonstrata à Campano posita d prima, b secunda, e tertia, c quarta, maior erit proportio d ad e, quàm b ad c quod fuit propositum in naturali. Cor.

A	A
b	c
d	e

Propositio trigesimatertia.

Omnia duo mobilia æqualis vndique magnitudinis, quæ æquali in tempore æqualia spatia pertranseunt in diuersis substantia mediis, necesse est, vt sit ponderis ad pondus, quemadmodum medij ad medium, proportio duplicata.

Sint duo mobilia a & b magnitudine, & forma omnino paria, & sint media c & d, exempli gratia: & pertranseant æquale spatium in vtroque in eodem tempore, e dico proportionem ponderis b ad pondus a esse duplicatam ei quę est raritatis c ad raritatem d. Quia enim feruntur æqualiter, nam in ęquali tempore, seu eodem æqualia spatia pertranseunt, erit proportio potentiæ a cum suo auxilio ad id, quod resi- Cor.



stit ex c vt b cum suo auxilio ad id, quod resistit ex d, permutando igitur d ad c, vt b ad a, sed c ad d proportio raritatis duplicat actionem, tum minus resistendo, tum adiuuando motum a, igitur proportio differentiæ motus est duplicata proportioni raritatis: sed proportio motus est ęqualis proportioni

portioni ponderis viciſſim per vigeſimamſextam ſexti Elementorum b ad a, igitur proportio b ad a ponderis eſt duplicata ei, quæ eſt raritatis c ad raritatem d.

SCHOLIVM PRIMVM.

Ne tamen ſine exemplo intelligas hanc duplicatam rationem, proponatur c raritas quatuor, d vnum a pondus duodecim librarum, tunc c reſiſtit ſolum ex quarta parte, & efficit a quadruplo maioris actio-

c	4	d.	1.	&.
a	12	b.	192.	

nis, ſcilicet vt quadraginta octo, tota igitur proportio, qua mouebitur a in c, erit centrum nonaginta duorum, & hoc diuidemus per d, quod eſt vnum, exibit pondus b centum nonaginta duo. Proportio igitur b ad a eſt ſexdecupla, & hæc eſt duplicata quadruplæ raritatis c ad raritatem d.

Quòd ſi quis neget tantundem augere c actionem a, quanto minus reſiſtit, ſed aut magis aut minus, & ſit proportio b ad a duplicata ipſi f, dico f eſſe proportionem c ad d, nam proportio b ad a eſt velut actionis c ad d per decimam ſextam ſexti elementorum, ergo ex auxilio c in proportionem a ad c, fit proportio b ad a, ſed ex f in ſe fit proportio b ad a ex diffinitione proportionis duplicatę Sed ex duabus proportionibus a ad c, & actionis ex c ad a producitur proportio b a d a, igitur per decimam ſeptimam ſexti Elementorum proportio c ad d eſt media inter proportiones a ad c, & actionis a in c, quare æqualis f, igitur proportio b ad a duplicata ei, quæ eſt c ad d quod erat demonſtrandum.

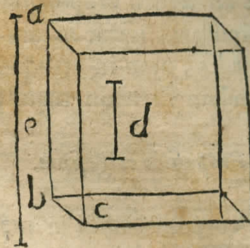
SCHOLIVM SECVNDVM.

Si autem media fuerint diuerſarum rationum, vt aqua, & aër non demonſtrat argumentum, quia pondera inter ſe non ſeruant rationem. Nam lignum centum librarum ex ſalicis arbore, non magis deſcendit, quàm lignum libræ vnius. Ideò nec in comparatione ad medium aëris.

Propoſitio trigeſimaquarta.

Proportio corporis cubi ad ſuam ſuperficiem quadratam, eſt velut eiuſdem ſuperficiei ad latus, eiuſdem verò ad monadem.

Cor. Sit cubus a b c eius quadrata, ſuperficies a c, latus a b, monas d, dico eas eſſe inuicem analogas. Quia enim proportio a b c ad a c eſt, vt quoties aſſumitur a c in a b c, & toties etiam aſſumitur a b in a c ex diffinitione Euclidis ſecundo Elementorum, ſi ergo monas eſt in continua proportione, habeo intentum: ſi non ponatur e media inter a e & d, erit ergo per decimam noni Elementorum e latus a c, ergo æqualis a b, igitur cum a c, *Prima ex Campano.*



e & d ſint analogæ, erunt & a b c, a b, & d analogæ, quod fuit demonſtrandum.

Propoſitio trigeſimaquinta.

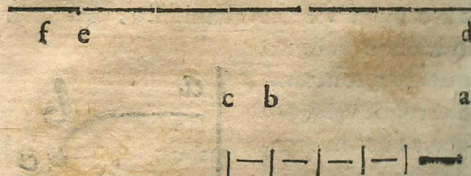
Vocum magitudines excreſcunt in acumine non in grauitate, finis autem eſt in vtroque extremo, propter hoc minima facta variatione in hypate acutæ vix ferunt.

Quoniam facta variatione in hypate, quæ eſt in Diapaſon, vel bis Diapaſon maiore interuallo diſtat, velut ex a in b in *Cor.*



grauiore, maius eſt interuallum ex c in d, igitur maior eſt b d, quàm a c ergo ſingulæ voces inter b & d magis diſtant, quàm inter a & c, & quanto magis appropinquant ad d, igitur d maius eſt quàm b Ergo magnitudo eſt ratione acuitatis, non grauitatis, cum ſuppoſuerimus d eſſe acutiorem b & c ipſo a. Oſtenditur etiam idem quia vox grauis fit ex priuatione motus ſicut acuta ex vehementia. Motus autem eſt res, quies, priuatio.

Secundum ſic: nam remiſſio mota non feriet aurem, ideò ſonum non pariet ob nimiam tarditatem. At in velociſſimo motu oportet vel fidem vel arteriam contrahi, & non contrahitur niſi per muſculos, igitur contentio illa finem habet. Si autem non ſit neceſſarium habere, vel valde procul poſſit extendi contentio, vt in machinis igneis ſtrepitus fit maximus, nam motus, vt motus eſt etiam in aëre nullum finem per ſe habet niſi ratione inſtrumenti, ergo ſtrepitus tantus eſſe poteſt, vt fermè obſurdeſcant, qui audierint, vt ferunt de Nili cataractis.



Tertium ſic ſit a b humilior vox, quæ excreſcat ſemitonio minore ſolum in c, & ſit d e dupla ad a b ſecundum naturam, vt in vocibus mediis fiet, vt ſi e debeat excreſcere

crescere semitonio minore per decimamnonam quinti Elementorum f e dupla c b, & in acutis vbi excreuerit ad diapason quadrupla: pueri autem vox, quæ iam diapason altior est d e, erit bis diapason, & ideò quadrupla b c, sed in acutioribus erit dupla nullus enim puer est adeo fractæ vocis, qui supra humillimam non ascendat per diapason, igitur interuallum vocum erit octuplum a d, b c, sed communiter ascendunt ad bis diapason, igitur interuallum vnius vocis etiam cum semitonio proportionem habentis est æquale fermè toti a b, cum autem in diapason sint duodecim semitonia, & duo comata, manifestum est, quod extensio illa erit maxima in comparatione grauioris vocis a b. Et ideò minimum incrementum in humilioribus vocibus, vbi quis cogatur ascendere, maximum esse videtur, adeò vt ægræ à pluribus feratur, à quibusdam non omnino feratur.

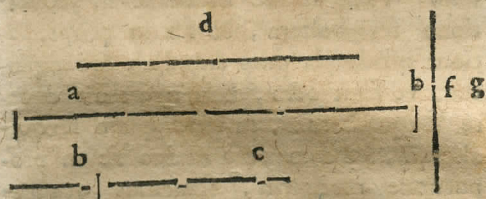
SCHOLIVM.

Ob hoc natura fecit, vt non quemadmodum in fidibus voces ex breuitate intenderentur, sed ex constrictione ligulæ vt dicunt, super asperam arteriam vox ad diapason acueretur addito impetu proportione, vt ex constrictione, & impetu consurgeret dupla proportio. Hoc autem manifestè experimur in elymis in quibus nulla prorsus facta mutatione instrumenti constantibus digitis omnibus præter pollicem sinistræ vocem exacuimus ad diapason, inde etiam ad bis diapason: sicut declarauimus in commentariis Epidemiorum.

Propositio trigesimasexta.

Si proportio per proportionem minorem æquali ducatur, proportio minor producetur. Vnde manifestum est duas proportiones minores æqualitate inuicem ductas proportionem minorem vnaquaque illarum producere.

Cor. Proportio a b ad c, qualiscunque sit, ducatur in proportionem minorem æqualitate f ad g, dico quod producta proportio erit minor ea, quæ est a b ad c fiat d ad



a b, vt f ad g, et erit per secundam huius d ad c producta, ex proportionibus a b ad c, & f g. Itemque per decimamquartam quinti Elementorum erit d minor a b, igitur maior a b ad c, quàm d ad c, igitur quàm proportio a b ad c in proportionem f ad g. Sit autem vtraque minor æqualitate ea, quæ a b ad c, & ea quæ f ad g, dico productam vnaquaque earum esse minorem. Quod enim (manentibus his, quæ dicta sunt) minor sit d ad c, quam a b ad

Per 10. Pet.

c ex prima parte ostensum est. Quod verò etiam minor sit d ad c, quàm d ad a b & ex consequenti quàm f ad g demonstratur sic. Quia enim minor est a b ad c, æqualitate erit a b minor c, fiat ergo h æqualis a b, erit ergo d ad h, vt d ad a b per septimam quinti Elementorum, at d ad c minor quàm d ad h per octauam eiusdem, igitur minor d ad c, quàm d ad a b, igitur patet propositum.

Propositio trigesimaseptima.

Si plures homines, quorum nulli per se nauim mouere possint, aut pondus ferre simul iuncti eam moueant, aut pondus ferant, erunt illæ proportiones coniunctæ non productæ.

Cùm enim primus non possit mouere nec secundus, erunt proportiones minores æqualitate, Ideò per secundam partem præcedentis multo minus mouerent duo, quàm vnus. Et si quatuor mouerent vnusque per se mouere non posset, adderetur si proportio produceretur, fieret minor, ergo minus mouerent quinque quàm quatuor ex iisdem, quod est absurdum. Cor.

Propositio trigesimaoctaua.

Omne corpus tantùm resistit motui contrario suo naturali quantum mouetur occulto motu quiescendo.

Sit a corpus quiescens in pauimento b, & mouetur in eo occulto motu versus centrum, vt suprà visum est, contrarius illi sit motus ad c, si ergo a quiesceret in c moueretur ad b occulto motu certa vi, ergo Cor. In commen. 26. Propos.



eadem restitit, ne traheretur ad c. Manifestum est autem, quod hic motus occultus est minor manifesto. Per 30. Propos.

Cor. Ex hoc patet cur naues & currus ab initio tardè & difficulter moueantur, vbi moueri cœperint motus augetur: quoniam resistunt per motum occultum naturalem qui maximus est dum quiescunt, vt etiam docebat Philosophus in mechanicis, nam motus ille naturalis est, & ideò contrarius violento: Ergo cum iam mouetur violenter minus, mouetur naturaliter, igitur minus resistit. Declarabitur enim infrà quòd omne quod mouetur duobus motibus tanto minus uno mouetur quanto magis altero. Quæst. 3x. Propos. 58.

Propositio trigesimanona.

Ab æquali aut minore ui, quàm sit impedimentum, non fit motus.

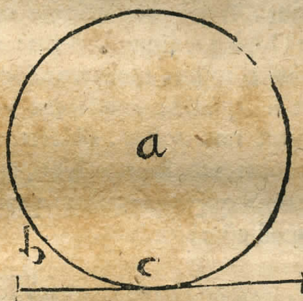
Sit a quod resistat, ne sursum trahatur per decem, dico, quod non sursum trahetur neque Cor.

que à decem, neque minore: nam si impedimentum non esset, moueretur, infra vt decem, ergo si trahetur sursum per decem tantum moueretur sursum, quantum deorsum, ergo quiesceret. Si verò à minore moueretur à maiore vi deorsum quam sursum, ergo deorsum simpliciter non sursum.

Propositio quadragesima.

Omne corpus sphæricum tangens planum in puncto mouetur ad latus per quamcunque vim, quæ medium diuidere potest.

Cor. Sit corpus ad vnguem sphæricum a tangens planum b in puncto c (est enim hoc necssarium ex demonstratis ab Euclide in decima sexta Propositione tertij Elemen-



torum) dico, quod mouebitur à vi, quæ potest scindere aërem. Nam cum non ascendat, nec descendat, sed quasi in circulo ad centrum mundi moueatur, pondus non affert. Neque ratione magnitudinis centactus, cum sit in puncto solo, igitur remanet solum aëris impedimentum.

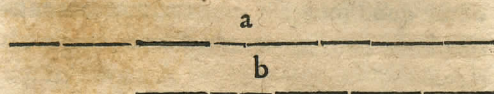
Cor. 1. Ex hoc liquet, quod oportet b planum esse ex durissima materia, quæ nullo modo cedat, aliter tanget plusquàm in puncto.

Cor. 2. Vix fieri potest, vt in elementaribus sphæra tangat planum in puncto. Vel quia planum non erit exactè rectum, vel non durum, vt prorsus non cedat, vel non ad æquilibrium positum, vel sphæra non erit exactè rotunda.

Propositio quadragesimaprima

Si fuerint duæ quantitates sumaturque totius aggregatum maioris & minoris, quoties aggregatum minoris, & maioris, erit proportio confusa maioris aggregati ad minus, minor quàm multiplicis maioris ad multiplex minoris.

Cor. Sint duæ magnitudines a & b, & sit a maior b, & sumatur exempli gratia a quater cum b semel, & b quater cum a



semel, dico, quod proportio (quam confusam esse liquet) aggregati primi ad secundum, est minor quàm quadrupla. Constat enim quod proportio quadrupli a ad a est maior, quam b ad quadruplum, b cum vna sit quadrupla, alia sub quadrupla, igitur per vigesimamsecundam huius aggregati quadrupli a cum b semel, ad quadruplum b cum a semel minor, quàm quadrupli a ad a, & maior quàm b ad quadruplum b, & est pro intellectu Archimedis.

Ex 18. diff. — *In 2. lib. de Atqui ponderan. Propos. 10.*

Propositio quadragesimasecunda.

Trahentium nauim, vt ferentium pondera proportiones in se inuicem, quomodo ducere oporteat considerare.

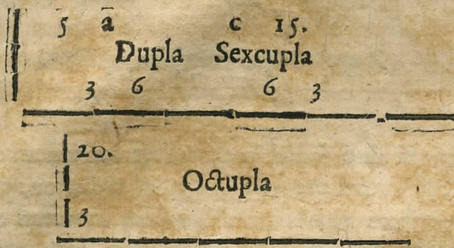
Hoc quomodo non possit fieri suprà docuimus, nunc etiam generaliter dicam, cum consistant hæc in duobus terminis, productio verò præsupponit quatuor terminos, vt in prima propositione, aut saltem tres, atque in his medius habet rationem mouentis, & moti, ergo cum in huiusmodi non sint quatuor termini, nec tres, è quibus vnus sit mouens, & motum proportio non poterit produci. Illud etiam patet exemplo, nam si esset lapis, aut nauis obsistens vt sex, & essent homines viribus singuli, vt quatuor cum dimidio, tres mouerent in proportione dupla sex qui quarta perdicta superius eodem loco, at si proportio duci posset aliquorum hominum numerus posset mouere in duplicata proportione ad vnguem scilicet $5\frac{1}{16}$ vt esset vix hominum collectorum $30\frac{3}{8}$ at nullus est numerus hominum qui collectus faciat hunc numerum, nam sex homines explent numerum 27. & septem $31\frac{1}{2}$, & ideò non potest duci proportio. Et ideò maximus est error dicendo decem homines mouent nauim proportione tripla, ergo trigenta alij additis illis similes robore mouebunt à proportione vigenti septupla scilicet ducta nonupla in triplam. Sed sumpta proportione alio modo producitur. Velut si dicam, homines decem mouent nauim, aut ferunt pondus proportione tripla, igitur quadraginta homines idem facient proportione duodecupla scilicet quadrupla in triplam ducta. Cum ergo addo triginta homines, qui mouent in proportione nonupla, non oportet ducere nonuplam in triplam, sed totum numerum accipere, & quam proportionem babet ad partem, tandem habet vis mouens ad vim mouentem. Vnde si duo moueant in proportione sexquialtera, & sex in proportione quadrupla cum dimidia, & iungantur, vt fiant octo, non oportebit ducere sexquialteram, in quadruplam sexquialteram, sed cum octo ad duo sit in proportione quadrupla, sumemus quadruplam ad sexquialteram, quæ erit sexcupla, & octo mouebunt, aut pundus gerent in proportione sexcupla.

Cor. Propo. 37.

Propositio quadragesimatertia.

Productionem ad additionem retrahere.

Sit proportio a ad b dupla potestate licet sint quinque homines, & sint quindecim homines c, & habebunt ad b sexcuplam proportionem per præcedentem. Iuncta

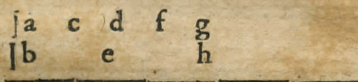


Iuncta ergo a, & c per octauam huius mouebunt b proportione octupla, dico, quod si duxeris proportionem c ad a plus vno. i. quadruplam, in proportionem a ad b, quæ est dupla, proueciet eadem octupla. Nam quia in coniunctione sufficit iungere c cum a, & sumitur secundum proportionem a ad b, igitur cum proportio a ad b comparata ad proportionem c & a ad b sit, sicut proportio c & a ad a, & proportio c & a ad a, & proportio c & a ad a sit, sicut proportio c ad a, & a ad a, & proportio a ad a habet rationem vnius, igitur proportio aggregati c a ad b est producta ex proportione c ad a plus monade in proportionem a ad b, quod erat demonstrandum.

Propositio quadragesimaquarta.

Si fuerit proportio motoris ad id, quod est maximum non mouens, & spatium, & tempus, nota erit etiam reliquorum nota.

Sæpe contingit, vt quinque homines moueant nauim, & spatium ad tempus notum, & etiam cognitum maximum, quod mouere non potest. Sit ergo a numerus hominum, b nauis, c maximum, quod



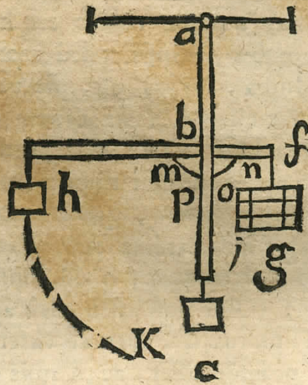
non mouere potest, d tempus, e spatium f motor alius siue numerus hominum notus, & g tempus, dico, quod h spatium notum erit, seu notum g tempus, & h spatium, dico, quod erit f motor, seu numerus hominum notus. Quoniam ergo notum est a & c, quia est æquale b, igitur proportio a ad b nota est: sed iuxta illam a mouet b in d tempore per e spatium, igitur per præcedentem, vt f ad a ita spatij ad e in tempore. Sed per eadem vt temporis d ad spatium illud ita g ad h, ergo cum nota sint d e f g erit etiam h, & ita conuertendo.

Propositio quadragesimaquinta.

Rationem stateræ ostendere.

Archimedes nititur huic fundamento, quod pondera, quæ proportionem mutuam habent, vt distantiæ à libella a, quæ suspenduntur, æqualiter ponderant, sit ergo libella a b, & suspensa in a centrum mundi c, ad quod dirigitur pondus, & liquet, quod ipsum non se inclinabit ex vigesimatertia propositione. Si ergo ponantur loco lineæ b d in e & f, & sit proportio e b ad b f, vt g ad h, dico, quòd erit æquilibrium, per eandem enim h mouebitur in k, scilicet vt perueniat in rectam a d, si enim non esset suspensum h, moueretur in recta e h per eandem, quia ergo retinetur, moueretur per obliquam h k, & sumatur in propinquum punctum in

Cor.



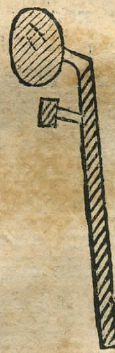
b e, & n in æquali distantia in e f, quia ergo e b totum mouetur eadem vi in singulis partibus, quia a pondere h, & in h mouetur per h k in m per m p ergo qualis est proportio magnitudinis h k ad m p, talis est vis in m p ad vim in h k, & ita in b erit penè infinita: quia quanta vi extenditur ex h in k tanta puncta b, se circumuertit ergo proportio hypomochlij ad spatium, velut roboris ad robur, at eadem n o ad h k, est enim n o æqualis m p, & n b, & b m æquales, vt verò g ad h ita e b ad b f: ergo vt e b ad b f, ita virium n o ad h k, vt igitur g ad h, ita virium m p ad h k: vt etiam g l ad n o, ita virium f b ad n b, nam idem pondus scilicet g mouet totam b f, igitur vt g se habet ad n o, ita h ad m p, sed m p & n o sunt æquales, ergo tanta est vis g in f, quanta h in e. *Per 9. quinti Elem.*

Ex quo patet, quod hypomochlion moueretur infinita vi, si posset esse punctus: sed quia in extrema superficie cylindri, ideò potest aliqua vi retineri. *Cor. 1.*

Et si quis posset capere hastam in extremo puncto, non posset eam mouere, etiam quod haberet robur infinitum, quia ab æquali non fit motus per trigesimamnonam propositionem. *Cor. 2.*

Et libella nihil retinet nisi quantum est pondus eius quod cupit ad centrum peruenire, & pondus ei appensum non prohibet motum, etiam si esset infinitum, nisi quatenus non vult recedere ex directo centri mundi: & vt grauat hypomochlion faciens impressionem. *Cor. 3.*

Et si terra tota esset appensa polo, moueretur magna vi: quoniam vis eadem est in paulo, quæ in circulo toto æquinoctij. *Cor 4.*



Et rota, quanto velocius mouetur in ambitu, tanto minorem habet vim: sed propter aërem, qui secum circumfertur, mouetur magno impetu, & magnas facit læsiones. Ideò hoc in cono non accidit. *Cor 5.*

Ex quo patet ratio eleuandi podera magna per trabem, vt à latere vides. *Cor 6.*

Propositio quadragesimasexta.

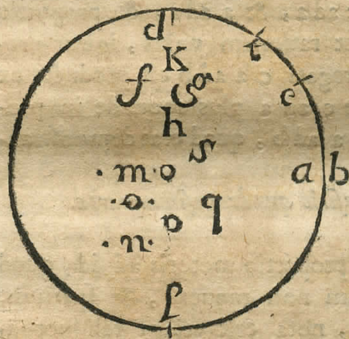
An sit aliqua proportio, & qualis inter animam, & vitas, & sua corpora considerare.

Cor. Declarauimus motum cœli esse voluntarium, obsequente cœlo per virtutem in eo infusam. In animalibus autem, & præcipuè in homine notius est hoc experientibus nobis in ipsis: sed motus hic, vt dixi supra, mistus est, ille verò cœlestis ignotior est. Certum tamen est Propos. 27. plenè obsequi cœlum vitæ, nec prorsus repugnare. Solet Aristoteli imponi, quòd si adderetur astrum cœlo, quòd cœlum aut quiesceret, aut tardius moueretur: quod est, ac si diceremus, quòd homo paruus si fieret maior non esset adeò agilis, tanquam motus ille esset ab externa causa. Imò proinde esset, ac si quis diceret, quod lapides magni minus velociter descenderent, quam parui. Quin potius vt lapis magnus velociùs moueretur: quàm paruus naturali motu, & tardius præternaturali, ita cœlum motu voluntario, si ita dici posset æqualius & maiore cum efficacia, quanto densius. Et ita si Aristoteles illud dixisset ostendisset magnam imperitiam. Ideò quale iudicium debemus facere de Alexandro, & Aueroe, qui hoc ei tribuunt. Legitur enim Tex 61. 2. de Cœlo. in textu Arabico tale quippiam. De animalibus forsan posset hoc dici, quoniam vt suprà diximus, motus ille mistus est. Remanet ergo difficultas, quoniam si motus iste non à proportione fit, quare non est infinitus? & dico quod in animalibus tres sunt causæ, vna quia est mistus, & habet repugnantiam: secunda, quia est de loco ad locum, motus autem cœli est in loco: tertia est communis etiam cœlo, et est, quoniam non est ratio finis. Natura enim diuina non appetit mouere tam celeriter. Quid est ergo proportio, cum sit vltimum voluntatis vitæ, vt obtemperet primæ causæ, ideo illud est vltimum, quando mouet. Est autem idem velle, & posse. In natura enim cœli est ille apetitus, cuius principium est vita: & eius voluntatis bonum ipsum. Et ideo hæc proportio non diuiditur. In animalibus autem non est vis illa nisi, cum proportione, quia primum instrumentum, quod recipit, & est spiritus vim habet determinatam, cum sit virtus in materia: ideo non mouet nisi cum certa proportione, velut lumen in medio in se non habet proportionem nisi ad lucem, sed vt est in illo, potest esse remissum, obscurum & hebes. Quæritur ergo quantitas illius? si dicas, quòd est à luce: quæro quantitas lucis, vnde sit? forsan dicendum, quòd velut in motibus, quanto densiora sunt corpora tanto mouentur maiore nixu, & robore. Nam calor in materia augetur iuxta illius quantitatem: idem in luce, & reliquis. Dico ergo proportionem esse infinitam: nam si corpus esset infinitum & optimè dispositum infinita vi moueretur & agilitate, vt enim maius est eo maiores vires habet.

Propositio quadragesimaseptima.

Si duo mobilia æqualiter in eodem circulo iuxta proprios motus moueantur, productum temporis circuituum inuicem erit æquale producto differentiæ temporum circuitus ductæ in tempus coniunctionis primæ.

Sint duo mobilia a & b in eodem puncto quæ æqualiter versus eandem partem moueantur æqualibus in temporibus, inuicem tamen inæqualiter, ita quod a in f & b in g temporibus absoluant circulum, & horum differentia sit h. Dum itaque a perficit circulum b perueniat in c, igitur c d b est Cor.



differentia, quæ superanda est, & proportio circuli ad b c vt g ad f, quare reliqui ad reliquum, vt residui ad residuum, scilicet circuli ad c d b, vt g ad h, & b c ad c d b vt f ad h, coniungantur igitur in k tempore, eruntque k f g h omiologa, vt productum ex circulo in b c diuiso per certam quantitatem & cum circulo & b c & c d b differentia, & sit s productum ex f in g, dico quod diuisa s per h exibit k tempus coniunctionis primæ, sit itaque d locus coniunctionis, dico igitur quod differentia spatij pertransiti a b, a & a, b in reditu ex coniunctione prima ad d est vnus circulus completus, non enim possunt esse plures, nam sequeretur, quòd a aliquando pertransisset b, et sic non esset prima coniunctio, nec potest esse minus, nam sic cum a & b sint in d vltra perfectas circulationes vterque eorum pertransiuit arcum b c, igitur nullo modo differentia potest esse minor circulo, neque maior, vt declaratum est, igitur est vnus circulus ad vnguem. Hoc declarato ponatur m spatium compositum ex circulis pertransitis a b a cum spatio b d, etenim spatium, quod pertransit b a coniunctione in a, ad coniunctionem primam in d, & erit ex demonstratis horum differentia circulus qui vocetur o, & sit p spatium, quod pertransit b in tempore eodem, in quo a pertransit o, & sit q differentia o, & p quæ in circulo est c d l b, quia igitur in eodem tempore a pertransit m & b, n, erit m ad n, vt a ad b, & eadem ratione a ad b, vt o ad p, igitur ex vndecima quinti Euclidis m ad n, vt o ad

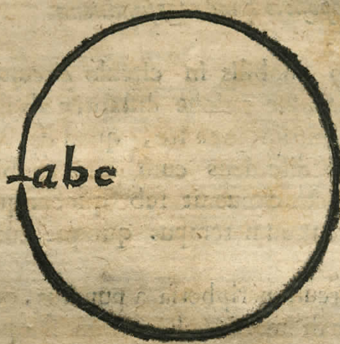
ad p, quare cum o sit differentia m & n, & q, differentia o & p erit ex decimanona quinti Euclidis, m ad o, vt o ad q, & ita circulus est analogus inter spatium pertransitum à motore velociori, & inter differentiam spatij quæ accidit, dum velocior motor pertransit circulum, id est quòd circulus a c d est analogus inter c d l b, & circulos pertransitos a b a cum portione b d. Reuertor igitur ad propositum, cum sit m ad o, vt o ad q, & m ad o, vt n ad p, ex sextadecima quinti Euclidis, erit ex vndecima eiusdem n ad p, vt o ad q, quare ex sextadecima sexti Elementorum ducto o, id est circulo, seu maiore numero in p spatium pertransitum a b, seu ducto f in g, & diuiso per q differentiam spatiorum, seu per h exibit n, seu spatium quod pertransit b ab vna coniunctione ad aliam quod erat demonstrandum.

Cor. Ex hoc patet, quod proportio temporis coniunctionis ad tempus tardioris motus circuitionis est veluti temporis circuitus velocioris motoris ad differentiam temporis motus tardioris, & velocioris motoris in vno circuitu.

Propositio quadragesimaoctaua.

Si tria mobilia ex eodem puncto discedant, fuerintque duorum, ac duorum coniunctiones in temporibus commensis illa tria mobilia denuò coniungentur in tempore producto ex denominatore diuisionis temporis maioris per minus in minus, aut numeratore in maius.

Cor. Sint tria mobilia a, quod circuat in duobus annis b in quinque, c in septem. Dico quod primum redibunt in numero producto ex septem quinque & duobus, qui sunt numeri primi, & erit ille numerus septuaginta annorum. Nam in septuaginta annis a perficiet triginta quinque reuolutiones b quatuordecim, c decem, ergo redibunt per perfectos circuitus ad idem punctum. Ostendo modo quod non ante: nam si sic: sit, vt in triginta quinque annis igitur b & c perficient perfectos circuitus, ergo redibunt ad idem punctum, a autem non redibit, quoniam eius circuitus non numerat triginta quinque aliter non fuisset septuaginta minimus numeratus ab a b c, cum ergo iam supponatur numerari a b & c non numerabitur a b a, ergo a non perficiet circuitus, ergo non redibit ad primum locum, ergo non erit iunctus cum b & c. Quod si dicas a b c coniungi in decem septem annis numero non numerato ab aliquo illorum temporum, auferantur perfectæ circulationes, & remanebunt dimidium ex a, duæ quintæ ex b, tres septimæ ex c, igitur oportebit vt hæ portiones sint æquales, vt post perfectas circulationes in idem punctum, conuenniant, ergo $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{7}$ æquiualebnnt, quare proportio & 7. ad 3. & 5. ad 2. & 2. ad 1. est vna, quare permutando 3. ad 2.



vt 7. ad 5. sed 7. & 5. sunt contra se primi, ergo in sua proportione minimi per dicta in septimo Elementorum: ergo tria, & duo non sunt in eadem proportione. *Propos. 23.* Rursus dicantur conuenire in annis quatuordecim cum dimidio, ergo in viginti nouem couenient iterum: ergo per secundam partem erit septem ad vnum, vt duo ad vnum, igitur permutando vnius ad vnum, vt septem ad duo, sed vnum est æquale vni, ergo duo erunt æqualia septem. Rursus dicamus, quod in tempore annorum ℞. quadrata decem similiter auferam integras reuolutiones, quas potero, & erunt ℞. 2 $\frac{1}{2}$ m̃. 1. & ℞ $\frac{2}{5}$ & ℞ $\frac{10}{49}$ æqualia. Hic vides infinita sequi inconuenientia, quæ longum esset numerare, nam septem esset æquale quinque & proportio recisi ad potentia rethe, vt numeri ad numerum. Igitur non conueniunt ante septuaginta annos.

Cor. 1. Ex hoc sequitur, quòd nullibi conueniẽt præterquàm in eodem puncto, scilicet in quo ab initio coniuncti fuerunt.

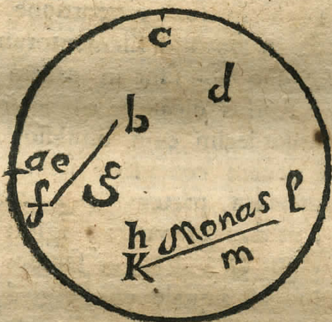
Cor. 2. Sequitur denuo ex propositione ipsa repetita, & primo corolario, quod nullibi alibi conuenient quàm in dato primo puncto, in quo coniuncti fuerant ab initio etiam vsque in æternum.

Sit rursus vt a circuat in annis duobus cum dimidio, b in tribus cum tertia parte, c in quatuor cum quarta parte ducam per suos denominatores, & erit vt a in quinque annis. b in decem, c in decem septem circuant, & redeant ad idem punctum, & quia quinque numerat decem, & decem, & decemseptem sunt numeri inuicem primi ducam decem in decem in decemseptem fiunt centum septuaginta. Constat igitur c quadragies, b quinquagies semel, a sexagies octies circumuerti, & redire ad idem punctum, ergo rursus coibunt post tot annos in eo, dico modo, non ante: nam si non sit, vt in triginta tribus annis, gratia exempli, aufero decem septem, decem, & quinque, & relinquentur sexdecim tria & tria, & rursus ex sexdecim tres circuitus c, & relinquentur 3 $\frac{3}{4}$ sequetur igitur, vt sit proportio 17. ad 13. & 2 $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$ & 3 $\frac{1}{3}$ ad 3. eadem, & ita $\frac{17}{13}$, $\frac{5}{1}$ & $\frac{10}{9}$ eandem si iam supponimus 17. & 17 & 10. esse primos inuicem, vt in secunda demonstratione. Igitur sequuntur eadem corrolaria, quæ dicta sunt.

Propositio quadragesimanona.

Proposito mobilis in circulo circuitus tempore, dataque ratione distantiæ ab illo mobilis circuitum inue ire, quod ex eodem puncto discedens cum alio mobili in dato puncto conuenit sub quocunque numero circuituum tempus quoque coniunctionis.

Sit in circuli peripheria a punctus, qui circuat æquali motu (hoc enim semper intelligitur) in b tempore : & sit datus punctus c in quo discedens e mobile ex con-



iunctione cum a post certos circuitus proprios, aut etiam sine vlla circuitione perfecta debeat conuenire. Volo scire tempus circuitionis e : & etiam tempus coniunctionis. Sit ergo primum vt absque circuitione vlla e, a debeat comprehendere e in c post numerum circuitionum ipsius a, qui sit f. nam si a occurrit e in prima circuitione ipsius e, igitur a mouetur velocius quàm e, cum ergo debeat attingere ipsum e, necesse est vt a pertranseat prius per punctum ex quo discessit antequam redeat ad coniunctionem e : ergo perficiet saltem vnam circuitionem. Ducemus ergo f in b, & fiet g tempus circuitus aut circuituum a, & quia spatium a c datum est, sit b temporis circuitus a ad h, velut circuli totius ad a c, & iungatur g cum
Per. 10. Pet. h & fiat K. Fiat quoque, vt monadis ad h, ita l ad monadem, & ducatur l in k, & fiat m. dico m. esse tempus circuitus e. Constat enim ex supposito, quod k est tempus totum in quo a peruenit post b circuitiones in c, si ergo e moueretur per m. tempus totum ex supposito perficeret circuitum, at quia circuitus ad a c, vt monadis ad h, igitur etiam vt l ad monadem, ergo proportio circuitus ad a c, vt m. ad monadem : ergo si in m. transit totum circuitum in monade transit a c : sed monas ducta in K facit K, igitur e in tempore k perueniet in c, quod erat demon-
Per 11. Pet. strandum. Proponatur modo tempus reuolutionum e ipsum d: eodem modo agemus ducendo f in b fit g, addatur h & fiat k, diuidatur k per aggregatum d & a e, & exeat, m (idem enim est diuidere per aggregatum d & h, & multiplicare per l) dico ergo vt in demonstratione priore, quod m. est tempus circuitus e. Nam cum k sit tempus, in quo a post circuitus f peruenit ad c, ergo diuiso ipso tanto tempore pernumerum reuolutionum d, & partem reuolutionis exibit tempus vnius reuolutionis.

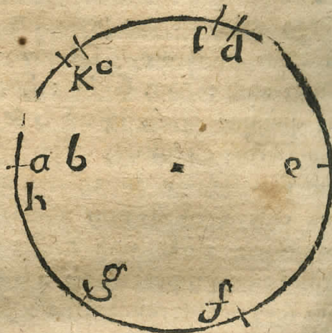
Exemplum primi in re paulò obscuriore : sit f 4. & b $2\frac{1}{2}$ & a c $\frac{4}{5}$ ducemus 4. in $2\frac{1}{2}$ fit 10. adde $\frac{4}{5}$ 6 quod est 2. fit 12. diuide per $\frac{4}{5}$ seu multiplica per $\frac{5}{4}$ quod idem est, fit 15. circuitus e, in quatuor ergo circuitibus, & $\frac{4}{5}$ qui sunt duodecim anni perueniet a ad c, & in duodecim annis e perueniet ad c, nam 12. sunt $\frac{4}{5}$ ipsius 15. Similiter in secundo casu sit f 4. vt prius b $2\frac{1}{3}$ a c $\frac{1}{7}$, ducemus 4. in $2\frac{1}{3}$ fit $9\frac{1}{13}$, addemusque h portionem b qualis a c est totius circuitus, id est $\frac{1}{7}$, est autem $\frac{1}{7}$ $2\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ fient $9\frac{1}{3}$, similiter ponatur d 5. & quia a c est $\frac{1}{7}$ erunt $\frac{36}{7}$, diuide ergo $9\frac{2}{3}$ id est $\frac{29}{3}$ per $\frac{36}{7}$ exeunt $\frac{203}{08}$ tempus reuolutionis e. Quinque ergo reuolutiones e erunt $\frac{1025}{108}$ addita septima parte, quæ est $\frac{29}{108}$ fient $\frac{1044}{1108}$ seu $\frac{261}{27}$ & sunt anni $9\frac{18}{7}$ seu $9\frac{2}{3}$, ergo in tanto tempore a faciet quatuor circuitus, & septimam partem, e quinque circuitus, & septimam.

Ex hoc patet, quod non coniungentur in alio loco, neque alio tempore ante prædictum tempus. Cor.

Propositio quinquagesima.

Omnes circuituum proportiones in eiusdem temporipus repetuntur.

Sint in circulo a b c d e f g : a & b iuncta, & in primo congressu iungantur in c, in secundo in d, in tertio in e, in quarto in f, in quinto in g, in sexto in h, in septimo in k, in octauo in l. Et sic deinceps cumque tempora sint æqualia, erunt & circuitus totidem numero, & excessus æquales etiam a c, c d, d e, e f, f g, g h, h K, K l. Et si aggregatum a scilicet circulorum, & portionis fuerit commensum Per Cor. præcedentis. circulo, & ita de b erunt omnia com-



mensa ad circulum, & etiam inter se. Et si inter se aggregata, vel portiones erunt, & eodem modo reliqua. Et quoniam circuli circulis commensi sunt : si portiones erunt inuicem commensæ erunt, & toti circuitus cum partibus commensi, & si non commensi, neque erunt inter se, neque ad circulum. Et si totum spatium cum circuitibus erit vnius generis, erunt duplicata, & triplicata, & quadruplicata eiusdem generis : quare cum spatia ipsa detractis

detractis circuitibus velut rhete habeant naturam recisi, & spatia ipsa tota sint eiusdem generis, erunt spatia, quæ relinquuntur eiusdem generis. Erunt tamen incommensa necessariò, si partes fuerint incommensæ toti. Ponatur a c in commensa toti circulo dico, quod a k etiam est incommensa toti circulo: & etiam a k, & k c. Quia enim a c est incommensa circulo, & k a cum toto circulo semel est commensa a c, quia multiplex ei. Igitur cum circulus, & a k diuidantur in circulum et a k, & circulus sit incommensus circulo, cum a k erit aggregatum ex circulo, & a k incommensum ipsi a k & a k pariter incommensa circulo. Rursus quia a k est incommensa circulo cum a k, & circulus cum a k sit multiplex ad a c; erit a k incommensa a c, quare erit c k incommensa a k & a c, & circulo addita a k. Si ergo a c sit commensa circulo, erunt omnes portiones e genere numeri, & si potentia rhete erunt omnes, vel potentia rhete, vel circulis detractis, vt a k & a l recisa: & a c sit potentia secunda rhete, id est radix cubica erunt omnes c d, d e, e f, potentia secunda rhete, & radices cubicæ numeri, seu latera corporum rhete, a k vero & a l, & huiusmodi in infinitum recisa potentia rhete.

Per 14. decimi Element.

Per 17. eiusdem.

Per 14. rursus.

Per 17. rursus.

Cor.

Per penultimam vigesimi Element.

Ex hoc patet, quod cum circulus possit diuidi in infinita genera quantitatum, quæ non sunt inuicem commensæ cumque coniunctiones hæ semper in eodem genere maneant, quod infinita puncta, & infinitis, in speciebus quantitatum remanebunt in quibus a & b in perpetuum nunquam conuenient. Velut si coniunctio prima fiat in ℞. cu. $\frac{1}{2}$ alicuius circuli, nunquam conuenient, neque in medietate, neque in quarta parte, nec octaua, nec tertia, nec sexta, nec nona, nec quinta, nec decima, & sic de singulis in genere commensarum toti circulo: Neque in ℞. quadrata $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{5}$ neque ℞ $\frac{1}{6}$ vel $\frac{2}{20}$, neque in ℞. 3. m̃. 1. nec 2. in m̃. ℞. 3. nec in ℞. ℞. 2. aut 3. aut 7. nec in ℞. relata alicuius numeri, nec in 2. m̃. ℞. ℞. cub. 3. nec 2. m̃. ℞. cub. 4. & sic de aliis.

Propositio quinquagesimaprima.

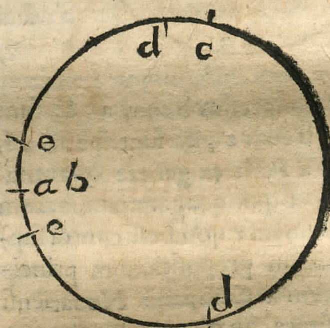
Operationes dictas exemplo declarare.

Cor.

Supponamus in circulo prædicto a c ℞. 7. constat, quod esse non potest quia ℞. 7. est maior monade, ideo toto circulo, quare non poterit esse pars circuli, sed referetur ad quantitatem certam, velut quod circulus sit 10. semper ergo diuidemus ℞. seu eam proportionem per 10. quantitatem circuli & exibit ℞ $\frac{7}{100}$, & hæc erit portio circuli, & ita si portio sit ℞. cub. 16. diuidemus ℞. cub. 16. per 10. exibit ℞. cu. $\frac{2}{125}$, & ita de aliis.

Sed cum ex repetitione crescat portio illa donec exuperet monadem, aut aliquem quemuis numerum detracta monade aut numero circuituum habebit rationem recisi. Velut ℞. $\frac{7}{100}$ quater sumpta efficit ℞ $\frac{112}{100}$. Et hoc est potentia rhete, sed si quis auferat monadem fiet ℞ $\frac{112}{100}$ m̃. 1. & hoc est recisum 1. scilicet 1. p̃. ℞. v. $\frac{23}{25}$ m̃. ℞. $\frac{28}{25}$, sed tamen verè est linea media.

Quod verò non contingat coniungi in alio loco neque tempore sit, vt a b iungantur in c, & sit reuolutio a triplex integra, & b sexcuplex, & tempus totum decem annorum: ita vt a c sit tertia pars circuitus & a circuitus tres anni, & quia circuitus b sunt sex cum tertia, diuidemus decem per 6 $\frac{1}{3}$ exit 1 $\frac{11}{19}$ dico quod non prius, neque in alio puncto. Si enim primùm in eodem puncto, & gratia exempli, in quatuor annis congruit enim, & b dicamus quod peregerit duas reuolutiones cum tertia, hoc enim est necessarium, si debet peruenire



Decem Quatuor.

3	3 $\frac{1}{3}$	1 $\frac{11}{10}$ 2 \ $\frac{2}{15}$
1 $\frac{11}{19}$	6 $\frac{1}{3}$	

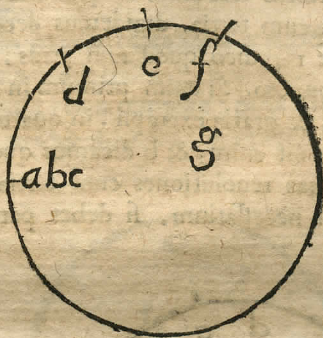
ad c, & erunt anni tres, & $\frac{13}{19}$, non ergo anni quatuor. Cum enim tempora, diuersa diuiduntur per numeros habentes proportionem erunt, qui prodeunt numeri in eadem ratione. Diuiso ergo 10. per 1 $\frac{11}{19}$ exit 6 $\frac{1}{3}$, & diuiso 4. per 1 $\frac{11}{9}$ exit 2 $\frac{8}{15}$, igitur 6 $\frac{1}{3}$ ad 2 $\frac{8}{15}$, vt 10. ad 4. igitur $\frac{8}{15}$ non potest esse æquale $\frac{1}{3}$. Si enim per præcedentem repetuntur, ergo non possunt redire, donec iterum coniungantur in ipso a. Si enim aliter sit vt ex e, igitur e c est æqualis a c pars toti, quod contingere non potest. Sin verò coniunctio fiat in d, igitur per præcedentem d e est pars a c sub multiplex quomodolibet, quare non fuerunt assumpti primi numeri. Veluti in exemplo constituimus, quod a, & b conueniunt in c in decem annis, & a c est tertia pars circuitus: ergo in triginta annis conueniunt in a, & in quadraginta rursus in c. Si ergo quis assumpsisset quadraginta annos ab initio pro congressu, & diuisisset per 1 $\frac{11}{19}$ exiret 25. $\frac{1}{3}$, & si per 3. exiret 13. $\frac{1}{3}$, & manifestum est, quod vterque numerus potest diuidi per eundem numerum, vt pote 4, & exit numerus cum eadem parte scilicet 6 $\frac{1}{3}$ & 3 $\frac{1}{3}$ ergo conuenient ante, non ergo assumpsisti minimos in ea proportione. Illi autem nequaquam amplius diuidi non possunt eodem modo.

Propositio quinquagesimasecunda.

Tria mobila coniucta in eodem puncto, quorum duo, & duo conueniat in partibus in

incommensis inter se, in perpetuum in nullo vnquam puncto conuenient.

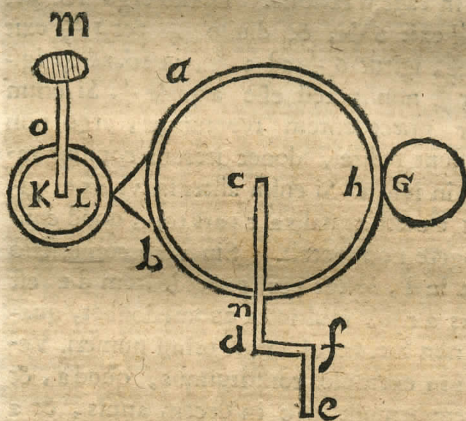
Cor. Sint a b c iuncta, & primo iungantur a & b, iterum in d & b, & c in e, & sint a d, a e incommensæ, dico quòd a b c nunquam conuenient in aliquo puncto, seu primo, seu alio à primo: si non conueniant in f, erunt ergo in g tempore reuolutiones integræ, & portio a f insuper. Et quia hæ con-



stituuntur per congressus b cum a, & sunt spatia a d, & b cum c, & sunt spatia e f, igitur spatium a f erit ex genere quantitatis a d, & a e per quinquagesimam, harum ergo erunt commensæ: quod est contra suppositum. Et harum propositionum principium est traditum à Campano Nouariensi Euclidis expositore, in quodam libello non edito qui diligentia patris mei Facij ad me peruenit.

Propositio quinquagesimatertia.

Circulorum se in aduersum mouentium proportionem declarare.



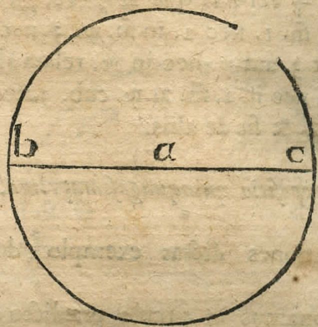
Cor. Sit orbis a b cuius centrum c, manubrium c d f e, seu vero tangat circulum g, seu more gemmas sculpentium aligetur alteri orbi funiculo a l b, & sit in vertice axis k m orbiculus solidus aut semicirculari forma m, dico quod proportio motus a b, ad motum m est producta ex duabus proportionibus c n semidimetientis, & semidimetientis m ad k o, quare vt rectanguli c n in dimidium dimetientis m ad quadratum o, ut enim a b ad o l orbem, id est peripheriarum ita c n ad o k, quoniam o l mouetur toties in vna circuitione a b, quoties peripheriam o l continetur in peripheria a b, ergo quoties o k continetur in c n toties in vna circuitione a b o l circumuertitur, sed quoties circumuertitur o l, toties etiam m, quia vterque mouetur eodem circuitu k m axis, ergo quoties m circumducitur in circuitu a b toties o k continetur in c n, ergo si fiat comparatio semidiametri m ad c n, erit producta proportio circuitus a b ad circuitum m ex proportione c n ad o k, et semidimetientis m ad idem o k, ergo per 26 proportio numeri circuitus vnius per alterum est, vt rectanguli sub c n, & semidimetientem m ad quadratum k o, quod erat demonstrandum.

Manifestum est autem ex ipse sola constitutione, quod si a b mouetur sursum à dextro in sinistrum in inferiore parte, mouebitur à sinistro in dextrum, & vterque circulorũ g & k in superiore parte, & in inferiore mouebitur contrario motu, scilicet in superiore à sinistro in dextrum, & inferiore à dextro in sinistrum, illi verò duo orbes simili motu mouebuntur tam in parte superiore, quàm inferiore, & proportio motuum eorum inter se erit velut dimetientium eorundem. Cor. 1.

Rursus cum a b circumuertatur cum manubrio c d f e, tanto velocius circumuertetur, & in ea proportione, qua d f continetur in c n, & in eodem tempore, in quo manubriũ circumuertitur in eodem axis circumuertitur, & orbis, vt dictum est, ergo in eodem tempore, in quo axis circumuertitur in eodem orbis: ergo tanto tardius videbitur moueri axis ipso orbe, quanta est proportio minoris inæqualitatis ipsius axis, seu ambitus seu semidimetientis ad ambitum, seu semidimetientem orbis Cor. 2.

Propositio quinquagesimaquarta.

Porportio circuli ad suum diametrum per similitudinem est quarta pars peripheriæ. Rursusque eiusdem circuli ad peripheriam diametri quarta pars.



Quiam enim superficies circuli, vt ab Archimede demonstratum est, fit ex dimidio diametri in dimidium peripheriæ erit, vt eadem fiat ex tota peripheria in quartam partem diametri, & ex tota diametro in quartam parttem peripheriæ, ergo proportio areæ circuli ad diametrum per similitudinem est quarta pars peripheriæ, & proportio areæ ad periperiam est quarta pars dimetientis, quod erat probandum. Cor. Per. 16. sexti Element. Per. 2. dif.

Propositio quinquagesimaquinta

Proportionem medicamentorum per ordin s suppofita æquali proportione in ordinibus per quantitates, & proportiones demonstrare.

Cor. Cap. vlt. Galenus in libro quinto de Simplicibus medicamentis, quem sequuti sunt alij medici, ponit quatuor ordines medicamentorum iuxta qualitates calidi, frigidi, sicci, & humidi, & primus est cum medicamnentum non sentitur quale sit licet operetur, velut camæmelon, absynthium, & oriza: secundus est, cum sentitur, sed non lædit, vt nux myristica, saluia, ozimum: tertius est cum sentitur, & lædit, sed non destruit, neque corrumpit corpus, velut assarum, apium straphisagria, cappares, myrrha, ruta: quartus est, cum destruit velut pyretrum, piper, euphorbium cæpe aggreste, & sinapis, cinamomum autem, & gingiber numerantur inter medicinas calidas tertij gradus, & hoc opus comparatur ad corpus sicut dicit Galenus, & Serapio non ad linguam, vt medici nostri temporis interpretantur. Ex quo patet, quod aliqua medicina poterit esse quarti ordinis, & non lædere linguam in gustu, & alia tertij ordinis, quæ non solum lædet linguam, sed sensum eius corrumpet, et destruet, quod contingit propter substantiam tenuem crassæ mistam cum siccitate pari ipsi calori. Sed non oportet hæc nunc tractare, non solùm quia non sit locus, sed etiam quòd confusa sit per seipsa materia absque eo, quod difficultatem difficultati addamus, solum ergo eas dubitationes ad iungemus, quas volentes declarare propositionem præsentem, neque superfugere, neque declinare possumus. Nam de sicco, & humido, cum sint longè minoris actionis, quàm calidum & frigidum, & præcipuè humidum, non video quomodo possit Galenus statuere medicinam humidã tertij gradus, nedum quarti cum non possit inueniri medicina, quæ destruat corpus nostrum propter humidam qualitatem. Et licet Serapio posuerit gingiber & enulam & zelim in tertio ordine calidorum & humidorum: & inter frigidas, & humidas in tertio portulacam, aizoum, & virgam pastoris, & fungos. Primum non ausus est ponere medicinas vllas callidas, aut frigidas in quarto ordine, quæ sint humidæ. secundùm, quando dicit medicinas calidas, aut frigidas, atque humidas in tertio ordine, intelligit solum de qualitate actiua scilicet caliditate, vel frigiditate, & non de humida qualitate, quod ostendit de gingibere, & enula, dicens, quod sunt calidę in tertio ordine, & humidæ humido crudo, non ausus addere ordinem, quia non vidit rationem, qua possent dici humidę in tertio. Et clarius in capite de zeilen, quem statuerat inter medicinas calidas, & humidas in tertio, dicit quod est calida in tertio, & humida in primo ergo non intelligit per medicinas calidas & humidas in tertio ordine, quod sint humidæ in tertio ordine. Clarius etiam de frigidis, & humidis, nam portulacam dicit esse frigidam in tertio humidam in secundo, & quod maius, est cum collocasset aizoum inter medicinas frigidas, & humidas in tertio ordine, dicit, quod est frigidum in tertio ordine, adiicit, quod est siccum parum, & de virga pastoris nihil dicit de humido, sed dicit, quod astringit, ex quo concludo, quod secundum mentem Serapionis nulla est medicina humidior portulaca, etiam videtur innuere de fungis, satis est quod non excedunt secundum ordinem in humido neque calida neque frigida, sed frigida sunt humidiora, vt fungi, & portulaca, quia frigiditas in generatione humidum magis admittit, quàm caliditas, & calida magis humectant, quia magis penetrat vis medicamenti, & hæc regula de humido, & sicco est generalis apud Serapionem, quod non intelligitur ordo in passiuis, nisi specialiter exprimatur, nam de siccitate non nego, qui inueniatur medicinæ siccæ in tertio, & forsan in quarto ordine, sed de hac Galeni oscitantia, quæ in illo peculiaris est dum vult sequi suas methodos sine alio discrimine, medicis considerandum relinquo.

(Marginal note beside "Et licet Serapio": Cap. 336. 337. & 338.)

Secunda difficultas est maior, & magis pertinet ad nos, & est, quòd non declarauit an isti ordines inter se aliquam proportionem seruarent, an omnino nullam, si enim nulla proportio seruatur, fieri nullo modo potest, vt per cognitionem temperaturæ simplicium medicamentorum cognoscamus temperaturam compositorum ex illis ratione vlla, sed opportebit solum experiri. Sed si ordines seruant proportionem, adhuc relinquitur dubium, an illa proportio sit Arithmetica, vel Geometrica, vel Musica, & nihil mirum esset, quòd esset Musica, vt aliàs docuimus, vbi tractauimus de differentia inter sensum auditus, et visus. Sed quia de hac nullus medicus videtur intellexisse, omittam hanc tractationem. Et quanquàm Galenus possit videri non existimasse, quòd hi ordines non seruent proportionem vllam quia, non ausus est tractare de temperamento medicamentorum compositorum per rationem temperamanti simplicium, nihilominus supposito quod ita esset, quod seruetur altera proportionum, volo ostendere rationem componendi in vtraque proportione & Arithmetica, & Geometrica. Ex quo sequitur, quod Aueroes quàm oscitanter tractauerit in quinto suorum collectaneorum de hoc, & non distinguit, neque docet primum an sit aliqua proportio, deinde si qua sit, cuius generis sit, & cum in re tam clara pugnet prorsus, vt cæcus ictus maximos edendo sed in cassum plerosque, quàm malè agant qui ei in arduis tantum tribuunt fidei, & authoritatis, sed hæc est infelicitas nostra, & ira Deorum. Supposito ergo quod primò ordines distinguantur per proportionem Arithmeticam, sit superficies a b pro quantitate, & a sit calida in primo gradu, & b in tertio, erit ergo perinde ac si duo corpora essent vnum altitudinis vnius cum basi quadrilatera rectangu-

la, a, aliud altitudinis trium, basi autem quadrilatera superficie rectangula b, hoc



igitur erit totum mistum, & quia quantitas medicamenti non mutatur quæ est a, b, ergo talia corpora æquantur vni corpori, cuius basis est a b, cum ergo talia corpora producantur ex a in vnum, & b in tria, ergo diuiso aggregato per a b prodibit altitudo, seu ordo qualitatis totius medicamenti, iuxta quod constituitur regula prima libri artis medendi paruæ huiusmodi, & reliquæ, traduxi autem illas ad hunc locum, quia pendent ex demonstratione hac: duc numerum ordinis singulorum medicamentorum in numerum quantitatis, similia iunge, dissimilia detrahe, quod fit diuide per aggregatum, quantitatum, exibit numerus ordinis compositi. Sic miscendo calidum in secundo ordine cum duplo pondere temperati conflabit calidum in besse. Secunda si ex pluribus diuersarum, qualitatum, & ordinum temperatum efficere velis, duc quæ sunt eiusdem qualitatis in suas quantitates, & iunge, quod fit, diuide per numerum ordinis medicamenti contrarij, exibit quantitas illius, sub qua si iungatur, fiet medicamentum temperatum. Tertia cum nolueris ex temperato, & alio cuiuscumque ordinis medicamen conficere ordinis remissioris, detrahe numerum ordinis eius, quod conficere vis ex numero ordinis eius, quod habes, & cum residuo diuide numerum medicaminis quod conficere vis, quod exit est numerus quantitatis medicamenti non temperati in comparatione ad temperatum. Ex his potes propositis quibuscunque medicamentis conficere antidotum sub quocunque ordine remissiore potentissimo ex illis. Quarta in compositione, quæ non fermentescit calida, calidis iuncta semper opus augent, vt mel cum pipere. Quæ autem sub minore quantitate exhibentur non sub remissiore ordine agant, sed vel facilius impediuntur, vel minorem corporis partem, vel leuius immutant.

Quod si statuamus proportionem esse Geometricam, modus erit idem in omnibus, & quo ad numerum etiam in primo, & secundo ordine, quia in proportione dupla Geometrica secundus ordo tantumdem distat à primo, quantum primus ab æqualitate, quia vnum & duo seruant proportionem, & æqualem distantiam, sed in cæteris ordinibus non ita erit, quia qui esset trium in Arithmetica, scilicet totius ordo est, quatuor in Geometrica, & quartus ordo, qui esset quatuor in Arithmetica, esset octo in Geometrica, ideo scribemus ordines hoc modo, & operabimur cum numeris loco ordinum, exemplum ergo primum sit medicina calida in tertio ordine quatuor vnciarum, & medicina frigida in secundo ordine duarum vnciarum, duco quatuor in tria, si proportio sit Arithmetica, fit duodecim, duco duo in duo fit quatuor, detraho quatuor in duodecim, quia omnis medicina tantum retendit de contrario, seu minuit relinquuntur octo scilicet caliditatis, diuido per sex aggregatum vnciarum exit vnum, & tertia, ergo erit calida in principio secundi ordinis. Secundum exemplum sint eædem medicinæ, & sit proportio Geometrica, ducemus ergo quatuor in quatuor, & fiunt sexdecim, & duo in duo fiunt quatuor, detrahe quatuor ex sexdecim, & remanent duodecim, diuide per sex, vt prius, exeunt duo, ergo erit calida in fine secundi gradus vides ergo discrimen. rursus sint ambæ medicinæ calidæ, & ducemus, vt prius in tertio exemplo, vbi proportio sit Aritmetica iungendo duodecim cum quatuor, & fient sexdecim, diuide per sex, exeunt duo, & duæ tertiæ, ergo erit calida in medio tertij gradus, rursus in quarto exemplo iungemus sexdecim cum quatuor, & fient viginti, diuide per sex exibunt tria & tertia, & ita erit in medio tertij gradus, vt prius, sed si ille quatuor vnciæ essent calidæ in quarto gradu, & illæ duæ vnciæ in secundo gradu, vt prius ducendo quatuor in quatuor fiunt sexdecim, & duo in duo fiunt quatuor, iunge, & fient viginti, diuide per sex exeunt tria cum tertia, ergo erit calida in principio quarti gradus secundum proportionem Arithmeticam, sed secundum Geometricam duc quatuor in octo, fiunt triginta duo, adde quatuor vt prius, scilicet productum duorum in duo fiunt triginta sex, diuide per sex, exeunt sex, & quia sex ad quatuor maiorem habent proportionem quàm octo ad sex ideo hæc medicina erit calida vltra medium quarti gradus, iam ergo vides rationem, & differentiam horum.

1	1
2	2
3	4
4	8

Quod si quis dicat, an debeat attendi Geometrica propoitio in medicamentis, an Arithmetica, respodeo, quòd verisimilius est de Arithmetica, quia illa proportio etiam quod sit minor quatuor ad trium, quàm trium ad duo, & multò minor quàm duo ad vnum nihilominus longè plus operatur, quia tertius ordo iam incipit esse præter naturam, & videmus, quod læsio facta in vulnerato, etiam quòd sit quadruplo minor, plus nocet longè, quàm in sano quadruplo maior: quia termini præter naturam sunt valdè angusti in comparatione ad latitudinem naturalem, sicut etiam videmus intendendis chordis scorpionum, quod vltima pars est breuis, & tamen homini tantam difficultatem adijcit, Notandum est etiam quòd ob hoc diuiserunt ordines in tres partes, velut gingiber est calidum in fine tertij ordinis, origanum in medio, cinamomum in principio, & ita euphorbium est calidum in principio quarti gradus, sed in fine principij piper, in principio principij aqua

separa

separationis in medio quarti ordinis, sed oleum calchanti factum ea arte, vt exurat paleas, sicut ignis est calidum in fine quarti ordinis, ita sufficiet diuidere propter eandem causam primum, & secundum ordinem in duas tantum partes non ratione latitudinis, quæ est æqualis, vel etiam forsan maior, sed ratione varietatis operationis quæ minus sentitur, & maximè in primo ordine.

Propositio quinquagesimasexta.

Proportio cuiusuis binomij ad suum recisum, vel ei commensum est duplicata ei. quę ad numeri latus.

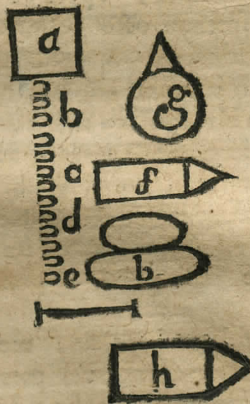
Cor. Cum enim proportionis medium sit latus numeri eo quod ex binomio in recisum suum fit numerus ex his, quæ demonstrata sunt generaliter in tertio Arithmeticæ de omnibus binomiis cum suis recisis, vel in quadratis, lateribus erit ℞. numeri media proportione inter binomium, & suum recisum, igitur cum proportio productorum ex binomio incommensa reciso sit, vt commensorum ad recisa erunt omnia producta ex binomio incommensa reciso suo ℞. numeri, igitur proportio binomij ad recisum suum, & omnia commensa illi, est duplicata ei quæ ad ℞. numeri.

Per 6. Propos. lib. de Aliza. Per 17. sexti Element. Per 17. septimi eiusdem. Per 6. decimi Element.

Propositio quinquagesimaseptima.

Motus rationem ad pondus inuenire.

Cor. Ostensum est antea, quod motus naturalis velocior sit in fine, ac magis augetur ob aëris motum, vbi verò hæret est ac si quiescat. Eadem autem est ratio in motis violenter, & naturaliter dum æquali impetu feruntur. Sed subitò post etiam, quod motus æqualiter augerentur minus tamen crescit proportio violenti scilicet ob impedimentum naturale. Sed si vis mouens fuerit adeò valida vt proportio incrementi ex aëre sit maior, quàm impedimentum, & incrementum alterius mobilis naturaliter moti, motus ille velocior fiet natura-

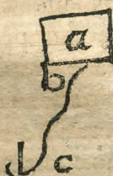


li, vt in sphæris ferreis ex machina igne excussis, quod ergo attinet ad præsentem motum ratio est eadem. Quicunque ergo motus minoris grauis cogit descendere lancem ex aduerso proportionem habet eandem ad suum mobile quam habet graue æquiponderans, Sit ergo vt a ex b, c, d, e, eleuet eodem ordine pondera e, f, g, h, erit ergo ponderum h, g, f, e, ad se inuicem, & ad a qualis motuum ob distantiam intentorum. Experimentum ergo docet, quòd dimidium ponderis æquilibrium facit ex palmo minoris dimidio motum manifestum, & ex palmo quarta pars ponderis, ergo se habent prope portionem.

Propositio quinquagesimaoctaua.

Quæ ex alto descendunt cur non eandem pro distantia motus rationem in libero aëre seruent considerare.

Aër in sublimiore eius regione semper naturali motu fertur ex Oriente in Occidentem, sed & infra verum minus manifestè. At casu plerumque contingit, vt moueatur longè vehementius, seu ad eandem partem, seu aliam. Qui verò naturalis est debilis est, quoniam in tenui valde substantia est: nec continuus sed instar motus aquæ maris fluit ac refluit: aliter necesse esset, vt singulis horis per mille milliaria procederet, vt sic neque latere posset, quandoquidem fortuiti motus, qui sunt multo tardiores non latent nos. Nam tardiores illos esse constat, cum in hora sint pulsus arteriarum, quatuor millia ictuum in homine prope temperamentum: si igitur motus naturalis aëris esset continuus, in hora aër procederet ob ambitum terræ millies millæ passus, igitur in ictu pulsus superaret passus 250. At experimur nullum ventum aut procellam superare quinquaginta passus cum etiam continuus esse nunquam soleat imò ne possit quidem, itaque cum hic multo tardior etiam in sublimi, dum est, nos latere non queat multo minus posset naturalis latere, si adeò velox & in eadem parte aëris esset atque continuus. Præterea tantus impetus nunquam à minore motu, aut causa superaretur, adeò vt semper flatum aëris orientalem sentiremus. Quotidie etiam aduenire ad nos aërem ex Illirico, Macedonia, Mysia, Ponto, Bythinia, Capadocia, Syria, Babylonia, Hyrcanomari, Bactrianis, Sacis, Scythis, ac Seris, toto præterea Oceano orientali tam vasto, & Gallica noua, terráque florida non solum res est admirabilis, & incredibilis, sed etiam alinea à sensu, & ab his, quæ eueniunt, A sensu quidem, quoniam nebulæ, quę in aëre mouentur, primùm non in eandem partem semper mouentur: nunquam autem adeò celeriter: at si aër sic circumuolueretur, mouerentur, & illa, quæ in eo continentur, quotidiéque aërem experiremur & nubilosum, & madidum propter mare. Nec his, quæ eueniunt hoc satis respondet, nec nobis id contingeret, vt si pestis aliqua in regione nostra directa sæuiret, vt aër singulis diebus labe ea infectus ad nos deferretur. Moueri verò aërem semper manifestissimum est tum experimento, tum ratione: ratione siquidem, quòd aqua



&

& cælum nataraliter perpetuò mouentur, quare etiam aër. Experimento, quòd vbi hiant ostia, & ianuæ, ibi perpetuus sentitur flatus. Ergo si a pondus descendat in c, ex alto fertur rectà, sed si ex sublimi transferetur in b, & in directa, & ad latus, vnde ex hoc sequitur.

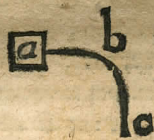
Propositio quinquagesimanona.

Cor. Omne mobile motum duobus motibus non ad idem tendentibus, vtroque seorsum tradirus moueretur simili motu.

Cor. Per 20. huius. Sit a mobile, quod moueatur per a b c impulsu venti aut violento cum naturali coniuncto: & sit terminus naturalis e, & violenti d: vterque in directo c, dico, quod tardius perueniet ad c quam d, vel e. De e manifestum est, quoniam motus aëris, qui intendit motum a, diuiditur in partem, quæ iuuat motum ad d, & partem, quæ mouetur ad e, igitur fit minor adiectio. Et etiam quia a c est longior a e ex diffinitione rectæ: quare tardius perueniet ad c quàm ad e duplici ratione. Dico etiam, quod tardius ad c quàm d. Quia enim vis, quæ fert ad d repugnat ei, quæ fert ad e, & vis quæ fert ad e, repugnat ei quæ fert ad d, igitur tardius perueniet ad c, quàm d. Nec potes dicere, quòd vis, quæ fert ad c adiuuet ad motum è regione d, nam cum vnus motus non possit perfici sine altero, igitur quantum motus ad e retardabit motum ad d, tanto motus a c erit tardior absolutè motu ad d. Verum et, quod etiam in c e breuior erit a d, quia motus ad e semper contrahit motum ad naturalis violentum ob causam dictam. Vtrùm verò motus ad c absolutè sit tardior, quàm ad d, non supposito, quod c e sit æqualis a d, sed mior, nunc non est locus detarminandi.

Cor. Ex hoc patet, quod motus æquidistantis mobilis, finis, est minimus omnium: quoniam mobile quasi quiescit in illo. Velut si a moueatur ad b, inde deflectat ad c minimus motus erit in b, vbi incipit naturalis: nam cum incipiat, erit debilissimus,

Per 57. huius. quia non est mutus actu: violentus autem æqual est naturali, dum minimus est ergo cum ex distantia medij palmi duplicetur, naturalis erit motus in b minimus, nisi b c



esset, minor dimidio palmi. Et etiam quòd esset minor, quia vt dictum est, vterque simul iunctus est æqualis vni eorum non impedito vel minor.

Propositio sexagesima.

Omne mobile motu naturali descendens parte descendit grauiore secundum grauitatis centrum.

Sit a mobile, grauitatis centrum b, cuius pars ei proximor, sit c a, dico quod descendat motu naturali c a, parte tangendo terram, quia enim totum a non potest descendere ad centrum descendit b, quia eadem est natura partis, & totius: autem terræ natura est vt centrum, totius sit centrum grauitatis, quare b breuiore via fertur ad centrum, ergo per c d proximorem partem ipsi b. Sed pars proximior necessariò est grauior, quia centrum est in medio grauitatis, ergo omne mobile descendit motu naturali per sui grauiorem partem. Cor.



Per 23. huius.

Ex hoc sequitur, quòd graue habens partes inæquales, seu substantia, seu forma, si ita excutiatur, vt pars grauior non sit infrà oportet, vt circumuoluatur. Cor.

Propositio sexagesimaprima.

Proportionem ictus ad pondus rei, & distantiam generaliter considerare.

Dictum est superius de proportione descensus ad grauitatem: & quòd si graue descendat ex alto impeditur à motu aëris: & quòd res, quæ mouetur duobus motibus non ad idem tendentibus tardius mouetur, quam motus vnusquisque. Demùm quòd graue descendens circumuoluitur, si pars grauior non sit, deorsum: & antea vbi egimus de proportione motus ad grauitatem, quod hæc intelligenda sunt provt possunt intelligi de motu etiam violento. Cum ergo videamus duo hæc, quod res acuta frangit caput, si ex alto incidat, sed non concutit, lata concutit, sed non diuidit, premit tamen carnem subiectam: nec hoc accidit merito ponderis: nam vt visum est semilibra lapidis, vel ferri cadens ex alto contundit caput, & vulnerat, & non eleuat in æquilibrio, vt potè ex alto cadens loco per spatium octo palmorum pondus sexdecim librarum, & a pondere sexdecim librarum homo non læditur, nec vulneratur, ergo id accidit ex alia causa, & est, quod aër interceptus inter graue, & corpus nostrum non potest dilabi tam citò, ergo ne corpus penetret, cogitur ingredi locum, cui est obuius, atque ita concutere, & diuidere Ex quibus sequuntur omnia hæc. Cor. Propos. 57. Propos. 51. Propos. 59. Propos. 60.

Primùm si quod incidit, molle fuerit, non vulneratur caput, vel pars subiecta, quia resilit in corpus molle: nec à molli, quia retunditur, potest vulnerari: ergo nullo modo. Sed neque adeò concurrit, quia aër rediens, & receptus in molli corpore pro parte, non verberat locum. Cor.

Secundum in omni collisione seu dori seu mollis, sed magis duri, dilabuntur partes aëris ad latera, ideo quod partes mediæ præmuntur. Et quanto motus est tardior. Cor.

Tertium

Cor. Tertium in motu veloci fit maior ictus & læsio, & maiora omnia quam proportionem motus: quoniam ob velocitatem minus diffugit aëris. Et ideò fiunt grauia vulnera ex modico incremento velocitatis motus.

Cor. Quartum res latæ, duræ concutiunt, & non vulnerant nisi sint cum magno impetu, aut valde graues: acutæ autem vulnerant, sed non concutiunt, nisi parti acutæ lata succedat.

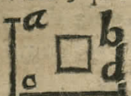
Cor. Quintum, corpora dura magis læduntur à latis, quia scinduntur, mollia autem à tenuibus, quia diuiduntur: nam mollitie excipiunt aërem, & ita à latis non adeò patiuntur, & etiam quoniam nec franguntur, nec sponte scinduntur.

Cor. Sextum, etiam in duris penetrat aliquid aëris, aliter tota frangerentur. Constat etiam omnem lapidem marmoreum, aut siliceum esse porosum, vt dicunt. Et etiam quia recipitur in mollioribus: ergo etiam in durioribus & in durissimis: quod si non recipiant vt vitrum, & gemmæ tota franguntur. Hoc etiam videtur sensisse Philosophus, qui vult, quòd res franguntur ob poros.

Propositio sexagesimasecunda.

Proportionem motoris in plano ad motorem, qui eleuat pondus iuxta id, quod mouet inuenire.

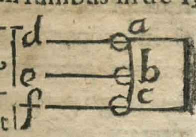
Cor. Constitutum est inuenire proportionem virium, quæ eleuant pondus ad vires, quæ ipsum in plano leui trahere possunt. Vires enim, quæ eleuant pondus a sunt eædem puta b, quæ vero trahunt c, sed hæ possunt variari, nam quanto vinculum altius, aut decliuis locus magis, aut aspera superficies seu ponderis seu plani, tanto difficilius trahitur, & maiores exposcit vires: hoc enim experimento deprehenditur. Duæ verò postremæ causæ etiam per se perspicuæ sunt, nec demonstratione indigent: nisi quod si planum sit durissimum, ac leuissimum, quod est asperum facilius trahitur, quia minore sui parte planum tangit. Nos præterea supponimus planum æquale vndique leue durum, & corpus vndique sibi simile, id est cubi formam referens, & vinculum in imo: Demonstrare igitur expedit primum, quòd in hoc casu b est duplum ad c. Quia enim cum à eleuatur b vires superant motum obscurum seu occultum, seu pondus a, & si primitteretur sine eo quod sustineret, descenderet iuxta pondus suum, quod sit d: nititur ergo per pondus d, at quia trahendo ducitur circa medium, nam plana superficies parum differt à rotunda terræ ob terræ magnitudinem, media erit repugnantia: in eo enim quod mouetur, grauitatem habet d in eo, quod non remouetur nullam habet grauitatem, mediam ergo retinet grauitatem, quare vt b ad d, ita c ad dimidium, grauitatis a, at b est primum, quod potest mouere d, igitur c est primum, quod potest mouere dimidium a vt ergo dimidium a ad d, ita c ad b, est igitur c dimidium b.



Propositio sexagesimatertia.

Omne graue quanto proximius alligatum plano, tanto facilius trahitur.

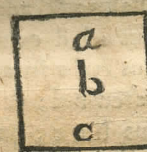
Sit graue a b c alligatum funibus in d e f, dico, quòd facilius trahetur per f e quàm c b, & e b, quàm d a, quia si debet trahi ex a vel b, aut cadet, aut vis ex a & b communicabitur c, igitur erit minor quàm in c, & hoc naturaliter. Mathematica autẽ ratione quoniam ex a trahetur c, quasi per lineam d c: at attractio recta est validior obliqua: igitur attractio c per d est debilior, quàm per f. Rursus si e trahitur per d cùm a peruenerit in d, erit perinde de ac, si attractum esset per lineam c d, sed linea c d mouet duobus motibus, vno ad superiora, altero ad latus, ergo lentius ad f per d c quàm m f c, quod erat demonstratum. Cor. Per 59. huius.



Propositio sexagesimaquarta.

Omne mobile quanto latius tanto tardius mouetur in plano.

Demonstratum est superius quòd si mobile sit sphericum, & tangat planum in puncto, quòd mouetur per quancunque vim aptam diuidere medium. Quia ergo si tangat in puncto facillime mouetur, si in linea paulò difficilius, si per superficiem adhuc difficilius, igitur cum fiat attritio in motu quanto latius est mobile eo difficilius mouetur. Sit ergo mobile a b, quod moueatur uersus c, & quia pars b seu dimidium mouetur iuxta rationem medietatis, & pars a eodem modo ergo conduplicata difficultate, quia medietas b impedit medietatem, a quanto latius est longius a b, & tanto difficilius mouetur. Et hoc intelligitur de corporibus valde latis propter dicta superius. Cor. Propos. 40. Propos. 62.



Propositio sexagesimaquinta.

Proportionem duorum mobilium inter se cum auxilio medij inuenire.

Cor. Graue descendit nasuraliter quatuor causis: prima est ponderis magnitudo, vnde quod grauius est celerius descendit. Secundò ob paruam medij repugnantiam, ideo quanto medium est rarius & mobile tenuius, tanto celerius descendit: contrà verò tardius. Propos. 30. Tertiò ob impetum aëris subsequentis: & ideo mobile quòd ex eadem materia constat, semper descendit parte acutiore suprapositam, ne aër cogatur celerius ferri: & quanto diutius descendit, tanto magis intenditur motus, atque augetur, vt suprà declaratum est. Quarta causa est, quod non impediatur ab aëre transuersim moto, & à latere: ideo leuia mobilia & magna non solum lentius descendunt, quoniam paruam vim habeant, & magnam repugnantiam, sed quia transuersim impulsa minus mouentur motu recto, vt supra visum est. Porrò proportio ratione descensus aucta, declarata est paulo antè, Propos. 59. Propos. 62.

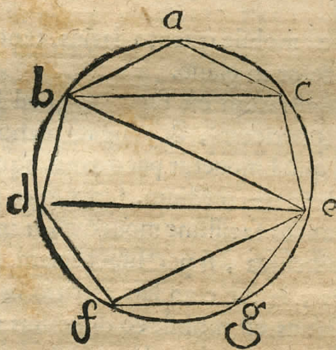
ante, quare cum medium ſupponatur eiuſdem generis, & figura non eiuſmodi, nec leuitas, vt prorſus non impellat, nedum vt moueat latus: figura quoque eadem ambobus relinquetur proportio motus ad motum producta ex proportionibus incrementi in proportionem ponderum, & iam habuimus proportionem incrementi ex motu aeris ergo proportio vnius motus producti ad alteram nota erit.

Per 42. harum.
In 61. harum.

Propoſitio ſexageſimaſexta.

Proportionem laterum eptagoni, & ſubtenſarum conſiderare, & quæ à reflexa proportione pendent.

Cor. Sit eptagonus a b d f g e c, & ſubſtenſæ b c, & f e duobus lateribus, tribus autem d c d e, & erunt (quia intelligitur eptagono æquilatero, & æquiangulo) b c & e f inuicem æquales: & item d c, & d e æquales: & ſi ducerentur b e & c f inuicem

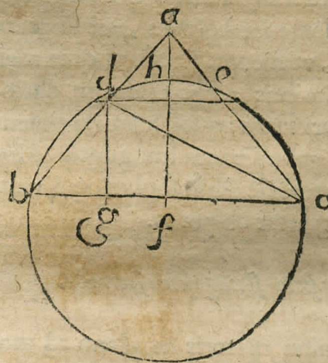


æquales: & ad a c & d g: quare cum angulus c b d conſtat in arcu c e g f d, & angulus b d c in arcu b a c, & angulus b c d in arcu b d, & ſit arcus c e g f d duplus arcus b a c, quia c e g f d ſubtendit quatuor latera eptagoni, & arcus b a c duo, & ita arcus etiam b a c duplus arcui b d erit angulus d b e duplus angulo c d b, & angulus c d b duplus angulo b c d, quare per demonſtrata à nobis proportio laterum b d, b c, c d, eſt reflexa, igitur proportio d b & b c, ad d c, vt d e ad b c, & rurſus proportio b d & d e ad b e, vt b e ad b d. Quare ſuppoſita d b 1. b c 1. poſitione, erit d c latus 1. quad. p. 1. poſitione. Proportio verò, vt dictum eſt b d & d c ad b c, id eſt p: ℞. 1. quad. p: 1. pos, ad 1. pos eſt, vt b c ad b d, id eſt 1. pos ad 1. igitur 1. p. ℞. v. 1 quad. p. 1. pos æquatur quadrato b c, quod eſt 1. quad. igitur 1. quad. m. 1. æquatur ℞. v. 1. quad p. 1. pos quare 1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1. æquatur 1. quad. p. 1. pos. Additis igitur communiter quatuor quadratis fient 1. quad. quad. p. 2. quad. p. 1. æqualia 5. quad. p. 1. pos. Et reducitur ad 1. cu. equalem 1 $\frac{3}{4}$ pos p: $\frac{7}{8}$.

Per 28. & 29. tertij Elem.
Per vlt. ſexti Elem.
De Sub. lib. 16.
Per 20. diff.

Aliter ſtante ſuppoſitione vt Ludouicus, Ferrarius ex demonſtratis à Ptolemeo quadratum b c, & eſt 1 quad. eſt æquale producto ex b d in c e, quod eſt 1. & a b in d c. igitur detracto 1. producto b d in c e ex 1. quad. quadrato c b, relinquitur productum ex a b in c d 1. quad. m. 1. ergo diuiſo eo per a b, quæ eſt 1. relinquitur c d 1. quad. m. 1. huius verò quadratum per eadem demonſtrata à Ptolemæo, equale eſt rectangulis ex b c inde, & b d in c e, igitur 1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1. eſt æquale 1. producto b d in c e, & producto b c in d e detracto 1. communi, relinquetur productum ex b c in d e 1. quad. quad. m. 2. quad. igitur diuiſo 1. quad. quad. m. 2. quad. per 1. pos, exit 1. cu. m. 2. pos æqualia d e, & d e eſt æqualis d c, vt ab initio demonſtrauimus, & d c fuit 1. quad. m. 1. igitur 1. cu. m. 2. æquantur 1. quad. m. 1. igitur 1. cu. p. 1. æquantur 1. quad. p. 2. pos.

Aliter vt Pacciolus, concurrant latera eptagoni b d, c e in a, & ducantur perpendiculares a f, d g & e d, & ſit c e i c a 1. pos, & quia vt a e ad a c, ita d e ad b c,



erit ergo b c $\frac{1\ pos\ p.\ 1.}{1\ pos}$ quare b f $\frac{\frac{1}{2}\ pos\ \frac{1}{2}}{1\ pos}$, & quia d h eſt dimidium d e, erit d h, & g f $\frac{1}{2}$, cum ergo b f ſit $\frac{\frac{1}{2}\ pos\ p: \frac{1}{2}}{1\ pos}$ erit ergo diuiſa $\frac{1}{2}$ pos per 1. pos, & exit $\frac{1}{2}$, b f $\frac{1}{2}$ p: $\frac{\frac{1}{2}}{1\ pos}$ igitur detracta g f relinquetur g b $\frac{\frac{1}{2}}{1\ pos}$ & eius quadratum $\frac{\frac{1}{4}}{1\ quad.}$ igitur cum quadratum b d ſit 1. erit quadratum g d 1. m. $\frac{\frac{1}{4}}{1\ quad.}$ g e autem eſt compoſita ex e f, quæ eſt $\frac{1}{2}$ p: $\frac{\frac{1}{2}}{1\ pos}$ & f g quæ eſt $\frac{1}{2}$, erit igitur e g 1. p: $\frac{\frac{1}{2}}{1\ pos}$ & quadratum eius 1. p. $\frac{1}{pos}$ eſt $\frac{\frac{1}{4}}{1\ quad.}$ quare quadratum e d quando eſt compoſitum ex quadratis e g & g d erit 2. p: $\frac{1}{pos}$ c a verò eſt æqualis c d, quia, vt demonſtratum eſt angulus d c e eſt ſeptima pars duorum rectorum, & angulus b c e ei duplus, quare cum c f a ſit rectus erit ex trigeſimaſecunda primi Elementorum f a c tres ſeptimæ vnius recti, ergo d a c $\frac{6}{7}$ vnius recti, d c a verò $\frac{2}{7}$ vnius recti, quia eſt ſeptima pars duorum rectorum, igitur a d c eſt $\frac{6}{7}$ vnius recti: igitur c d eſt æqualis c a, ergo quadratum quadrato: igitur 1. quad. p. 2. pos p. 1. æquatur 2, p. $\frac{1}{pos}$ igi-

Per 41. primi Element.
Per 32. primi Element.
Per ſextam eiuſdem.



tur 1. quad. d, pos. 2. æquantur 1. p $\frac{1}{1\ pos}$ Quare 1. cub. p. 2. quad. æquatur 1. pos p: 1.

Sit

Sit etiam angulus a duplus b, & b c dupla b a: & erit per eadem proportio a c, & a b ad c b, vt c b ad c a. Ponamus ergo a b 1. erit b c 2. & a c 1. pos & a c, a b: 1. pos p. 1. & ducta in a c fit 1. quad. p. 1. pos, & hoc eſt æquale 4. quadrato b c per reflexæ proportionis diffinitionem. Igitur a c eſt R. 4 $\frac{1}{2}$ m: $\frac{1}{2}$, & ita de aliis.

Propoſitio ſexageſimaſeptima.

Si fuerint aliquot quantitates ab vna quantitate, aliæque totidem ab eadem analogæ, erit proportio tertiæ vnius ordinis ad tertiam alterius, vt ſecundæ ad ſecundam duplicata, & quartæ ad quartam triplicata, quintæ ad quintam duplicata, atque ſic de aliis.

Cor.

Sint quantitates b c d e f, ab a in continua proportione, & aliæ totidem g h k l m, dico quod proportio, h c eſt duplicata ei, quæ eſt g ad b, & k ad d triplicata, & l ad e quadruplicata, & ſic deinceps, ſumatur enim vnum, & ab eo o p q r s in proportione b ad a, & t v x y z in proportione g ad a, erit igitur quadratum o, & v quadratum t, & q cubus o, & x cubus t, & ita de aliis: ergo proportio n ad p duplicata ei, quæ t ad o, & x ad q triplicata ei, quæ t ad o, & poteſt etiam demonſtrari generaliter vltra quadratum, & cubum: nam ſi ducatur t in o fiatque α erit, proportio enim ad α eadem quæ t ad o, & proportio a ad p, vt t ad o, igitur per diffinitionem proportionis duplicatæ poſitam in quinto libro ab Euclide v ad p duplicata ei, quæ t ad o, & ſimiliter ex t in p ſit β ex o in u, γ eruntque q β γ x in continua proportione per eandem. Quia ergo proportio q ad β eſt vt o ad t, patet, quod x ad q eſt triplicata ei, quæ eſt t ad o, & ita de reliquis, cum ergo proportio p ad o ſit, vt e ad b, & o ad n, vt b ad a, & n ad t, vt a ad g, & t ad v, vt g ad h, ſequitur, vt ſit t ad a, vt g ad b, & v ad p, vt h ad c, igitur cum ſit vt v ad p duplicata ei quæ eſt t ad o erit h ad e, duplicata ei quæ eſt g ad b, & ita de reliquis, & non refert, ſeu dicas v ad p duplicatam ei, quæ eſt t ad o, ſeu dicas p ad v duplicatam ei, quæ eſt o ad t. Aliter & euidentius in duabus ſoleo demonſtrare: cum eim ſit e & h duplicata ei quæ eſt b & g ad a, vt ſupra, & quadrati b ad quadratum a, & quadrati g ad quadratum a duplicata his quæ b & g ad a erunt b & g quadratorum ad quadratum a velut c & h ad a. Et conuertendo quadrati a ad quadratum g, vt a ad h, conſtituatur ergo hic & erit quadrati b ad quadratur g, ita c ad h: ſed quadrati b ad quadratum g, vt b ad g proportio duplicata igitur e ad h, vt b ad g duplicata.

	a		
b			g
c			h
d			k
e			l
f			m
	n		
o			t
p	α		u
q	β	γ	x
z			y
s			z

quad.	b	e
quad.	a	a
quad.	g	h

Per 8. noni Ele. & 22. & 23. octaui.
Vide per 23.
Petit Per 23. ſexti Elem. & 33. vndecimi.
Per 17. ſeptimi Elem.
Diff. 10.
Per 24. quinti Elem.
Per 10. diff. quinti Elem.
Per 20. ſexti Element.

Propoſitio ſexageſimaoctaua, collectorum ab Euclide Archimede.

Omnis cylindrus cono habenti baſim, 1
& altitudinem eandem triplus eſt. Om- 2
nis cylindrus ſphæræ habenti eundem
magnum circulum, & altitudinem ſex-
quialter eſt. Omnis ſphæra dupla eſt 3
cono cuius baſis eſt eius circulus magnus
& altitudo eadem, quæ ſphæræ ipſius.
Omnis ſuperficies ſphæræ quadrupla eſt ma- 4
iori ſuo circulo. Superficies portionis ſphæræ 5
eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt li-
nea ducta à vertice portionis ad finem illius.

Quilibet ſector ſphæræ æqualis eſt cono, cuius baſis eſt circulus æqualis ſuperficiei eiuſdem portionis, altitudo verò ſphæræ ſemidiameter. Proportio ſphæræ ad ſectorem datum, eſt duplicata ei, quæ eſt dimitientis ad linem, quæ à vertice portionis ad limbum. Cum enim ſphæra ſit æqualis cono, cuius baſis eſt maior circulus, altitudo verò dupla dimetienti per tertiam harum, quæ hic proponuntur: erit ſphæra æqualis cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter ſit æqualis diametro ſphæræ, altitudo verò ſemidiameter ſphæræ. At per ſextam harum ſector ſphæræ eſt æqualis cono habenti altitudiuem ſemidiametrum ſphæræ, baſim autem ipſam portionis ſuperficiem: igitur proportio ſphæræ ad ſectorem, velut circuli cuius diameter eſt dupla dimetienti ſphæræ ad circulum æqualem ſuperficiei portionis: at ſuperficies portionis per quintam harum eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt linea à vertice portionis ad limbum eiuſdem: ergo proportio ſphæræ ad ſuum ſectorem eſt velut circuli, cuius dimetiens eſt duplus dimetienti ſphæræ, aut ſemidimetiens eſt æqualis dimetienti ſphæræ ad circulum, cuius ſemidimetiens eſt linea à vertice portionis ad limbum. Sed proportio talium circulorum eſt duplicata proportioni ſemidimetientium, igitur proportio ſphæræ ad ſuum ſectorem eſt veluti dimetientis ſphæ-
ræ ad lineam, quæ á vertice portio- 8
nis ad limbum duplicata. Cuicunque portioni ſphæræ conus ille habetur æqualis, qui baſim habeat eandem cum portione, altitudinem, verò lineam rectam quæ ad altitudinem portionis eandem habeat proportionem, quam ſemidiametros ſphæræ vnà cum altitudine reliquæ portionis habet ad eandem reliquæ portio-
nis altitudinem. Earum ſphæræ portio- 9
num, quæ æqualibus ſuperficiebus continentur medietas ſphæræ maxima exi-
ſtit. Proportio ſuperficiei ſphæræ plano di- 10
uiſæ ad reliquæ portionis ſuperficiem, & reſidui ſectoris ad ſectorem eſt velut quadratorum duarum linearum quæ à verticulis ſectionum ad communem ſuperficiem plani portiones ſecantis deſcendunt: nam ſectorem ſphæræ, dico corpus compoſitum ex portione, & cono illo. Illo idem etiam deſinit Ellipſim coni acuti anguli ſectionem, quam dicit etiam fieri ſecto cylindro per planum non ad angulos rectos ſtante ſuper cylin-

Per 14. & 15. duodecimi Ele. Eucl.
Per 11. duodecimi Ele.
Per 2. duodecimi, & 20. ſexti Elem.
Per 22. quinti Elem.
Per 20. ſexti Elem.

dri axem. Ab hac igitur coni acuti anguli sectione seu ellipsi circumacta figura sphæroides corpus quod basim rotundam habet, vocat: idque duplex ob longum, quod fit diametro longiore quiescente, & prolatum quod fit quiescente breuiore: sicut reliquam scilicet parabolen aut hyperbolen, quia inferius non est terminata, in cono rectangulo vocat rectanguli coni sectionem: ex qua circumacta fit conoidale, quia planam habet basim.

Per 11. quinti Elem

11 Si ergo in eadem rectanguli coni persectione à plano portiones æquales habentes diametros abscindantur, illæ portiones erunt æquales. Et trianguli in eisdem portionibus inscripti æquales erunt. Diametrum vocat in quacunque portione lineam, quæ omnes lineas

12 basi æquidistantes per equalia diuidit. Omnis circuli cuius diameter est maior diameter ellipsis proportio ad ellipsim est velut directè diametri ellipsis ad diametrum

13 transuersam. Ex quo patet quod proportio cuiuslibet circuli ad ellipsim est velut quadrati suæ diametri ad rectangulum recta, transuersa diametro ellipsis compre-

14 hensum. Ex hoc rursus sequitur quod ellipsis ad ellipsim, vt rectanguli ex diametris vnius ad rectangulum ex diametris alterius.

15 Si conoides & spæroides secet plano æquidistanti axi fiet sectio conoidalis similis ei à qua conoides seu sphæroides descriptum est. Sin autem supra axem plano ad pendiculum erecte sectio circulus erit. Et si secentur obliquè fiet ellipsis, modo

16 omnia latera comprehendat. Omnis portio conoidalis rectanguli, quam planum secat, sexquialtera est, cono qui basim & axem

17 eandem habet. Ex quo patet, quod si portio conoidalis rectanguli & sphæræ medietas eandem basim habeant & axem eundem, medietas sphæræ sexquitertia erit co-

18 noidali portione. Et si eiusdem rectanguli conoidalis portiones abscindantur erit portionum proportio velut quadratorum axium.

19 Cuiuslibet sphæroidis pars plano per centrum abscissa dupla est cono basim & axem

20 eadem habenti. Si autem non super centrum erit proportio earum ad conum basim, & axem eandem habentem velut coniunctæ ex axe alterius partis & dimido axis sphæroidis ad axem alterius partis.

21 Demum proportio partis conoidis obtusi anguli plano abscisæ ad conum, basim & axem eadem habentem est veluti lineæ, compositæ ex axe portionis & triplo adiectæ ad compositum ex axe portionis & duplo eiusdem adiectæ. Adiectam vocat hyper-

22 bolis transuersam. Omnis cylindrus cono triplus est habenti eandem basim & alt tu-

23 dinem. Omnes cylindri coni sphæræ sunt in proportione corporum similium planis superficiebus contentarum.

Propositio sexagesimanona, collectorum ex quatuor libris Apollo. ij Pergei & Q. Sereni.

1 Si fuerit linea bifariam diuisa, eique in longum alia addita, & rursus alia detracta, feritque totius cum addita ad eam, quæ addita est veluti residui ad detractam erit linea

a c e b

compositæ ex addita, & dimidia ad dimidiam ipsam velut dimidiæ ad differentiam eius, & detractæ. Rursusque lineæ compositæ ex dimidio & residuo dimidiæ ac detractæ ad lineam compositam ex addita & detracta vt residui dimidiæ, & detractæ ad partem detractam. Et rursus totius compositæ ad composiotam ex dimidia & addita, velut compositæ ex addita, & differentia ad ipsam additam. Velut sit proposita a b per æqualia diuisa in c, addita b d, & detracta b e, sit proportio a d ad d b, vt a e ad e b, dico esse, vt c d ad c b, ita c b ad c e. Et vt a e ad e d vt c e ad e b. Et iterum vt a d ad 2

c d velut e d ad d b. In parabole proportio partium diametri ad verticem terminantium duplicata est proportioni linearum ab eisdem punctis ordinatim ductarum ad ip- 3

sam sectionem. In hyperbole autem & ellipsi & circuli circumferentia erit quadratorum linearum ordinatim ductarum inter se velut rectangulorum partium diametri ad 4

eadem puncta erminantium. Et in eisdem si à puncto peripheriæ contingens ad diametrum ducatur, & ab eodem ordinata erit vt partis diametri interceptæ inter extremum, & ordinatam ad partem inter ordinatam & peripheriam, velut interceptæ inter extremum & contingentem ad interceptam exterius inter finem contingentis & 5

peripheriam. Et in eisdem quadratum semidiametri æquale esse rectangulo ex intercepta inter centrum & casum contingentis in interceptam inter centrum & ca- 6

sum ordinatæ à loco contractus productæ. Si parabolen recta linea contingens ad diametrum perueniat, sumptoque puncto alio in sectione æquidistans ab eo ducatur contingenti: & ab vtroque etiam ad diametrum ordinatæ, demum à vertice æquidistans illis, & à priore puncto diametro æquististans donec concurrant, erit triangulus ex ordinata, & æquidistante à secundo, puncto, & diametri parte contentus rectangulo ex prima ordinata & parte diametri inter verticem & secundam ordinatam contento æqualis. 7

Si in parabole contingente ad diametrum ducta ex alio puncto ei æquidistans ducatur ex ipsa sectione, vbi iterum secat sectionem intercepta per æqualia diuidetur linea à puncto contingentis dia- 8

metro æquidistanti ducta. Idem verò fermè continget ducta linea à centro in locum contactus, secabit enim omnes contingenti æquidistantes in hyperbole, 9

ellipsi atque circulo. Est autem omnis centrum in medio diametri: diameter autem in circulo & ellipsi illas per æqualia diuidit intus enim est: in contrapositis inter verticem, & verticem posita est exterius vtrinsq;

contin

contingenti ad perpendiculum insistens. In
hyperbole autem exterius etiam adiacet, vt
in contrapositis eadem & transuersa voca-
tur: cuius terminus est punctus concursus
cum latere trianguli, qui conum per axem
diuidit: linea verò tangens verticem hy-
perbolis ad quam ordinatæ possunt, Recta
10 appellabitur. Data recta linea positione,
aliaque magnitudine data & angulo para-
bolen, & hyperbolen, & ellipsim, & con-
trapositas circa datam positione tanquàm
diametrum describere tanquàm cano ere-
cto, vt angulus ad verticem sectionis com-
prehensus sit, & per rectam rectangu-
lum æquale comprehendatur quadrato da-
11 tæ lineæ magnitudine. Si linea in duas
partes diuidatur, eique vtrinque æquales
lineæ adiungantur erit rectangulum ex

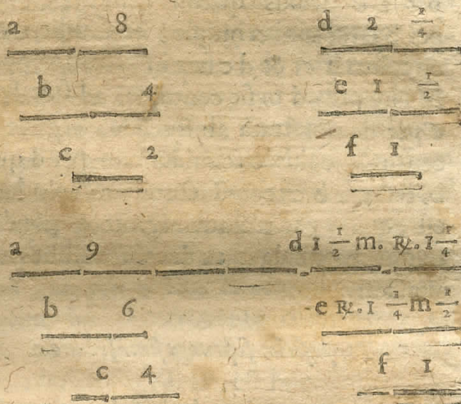


partibus totius æquale rectangulis partium
prioris lineæ, & ex priore linea cum vna
12 adiecta in eam, quæ adiecta est. Si hy-
perbolen recta linea in vertice contingat,
& vtrinque abscindatur, quantum est,
quod potest in quartam partem rectangu-
li ex diametro transuersa hyperbolis, quæ
exterius adiacet in eam, quæ recta dicitur,
ad quam, quæ ordinatim ducuntur, sunt
æquidistantes lineæ, quæ à sectionis cen-
tro ad terminos contingentis ducuntur sem-
per ipsi sectioni magis appropinquabunt,
nec vnquam conuenient: & ob id asym-
13 ptoton appellantur. Nec vllæ aliæ intra
angulum illum inueniri poterunt. Vnde
etiam intra datum angulum describere do-
cemur hyperbolen cuius anguli latera sint
14 asymptota. Asymptotis duabus propo-
sitis vni hyperboli, infinitas alias eidem
asymptotas inuenire. Duabus rectis asym-
ptotis infinitas subijci posse hyperbo-
les illis rectis, & inter se asymptotas.
15 Cum in duabus superficiebus æquidistan-
tibus duo circuli æquales, quorum li-
nea per centra non est ad perpendiculum
earum infinitis planis secantur, fiunt in
ipsis lineæ à peripheria in peripheriam re-
ctæ quę corpus cylindricum claudunt
quod scalenus cylindrus appellatur: lon-
gè alius ab eo, qui fit recto cylindro
per duo plana æquidistantia, sed non
ad perpendiculum posita dissecto. nam
eius extremæ superficies non circuli, sed
16 ellipses sunt. Si scalenus cylindrus pla-
no non æquidistanti basi, sed ita vt an-
gulos interiores æquales faciat angulis
basis sectio circulus erit: vocaturque hæc
sectio subcontraria; nec vlla præter hanc
& basi æquidistantem sectio circulus es-
17 se potest: sed sunt ellipses. Super eun-
dem circulum, & sub eadem altitudine
ellipses similes in cono & cylindro esse
possunt, quæ ab eodem plano fiant, do-
cetque vel basi vel cono vel cylindro,
aut cono proposito reliqua facere, quod
est valde admirabile: cum ellipsis cylin-
drica semper æqualis sit in vtraque parte
à diametro transuersa vtrinque æqualiter
distante, conica verò minor necessariò
sit in superiore parte versus coni verticem
latior in inferiore, vbi partes a diametro
transuersa æqualiter distiterint: ipsæ au-
tem non solum similes, sed vnam persæpe
in vtriusque esse vult. Sed & hoc Ar- 18
chimedes dicere videtur: lineæ ductæ à ver-
tice coni scaleni ad perpendiculum super
bases singulas omnium triangulorum per
anaxem coni transeuntium in peripheriam
vnius circuli cadunt.

Propositio septuagesima.

Si fuerint tres quantitates in continua proportione, aliæque totidem in continua proportione, poterunt constituere tres quantitates in æquali differentia peruersim copulatæ.

Velut sint a b c primi ordinis, & d e Co.
f secundi, & sit a 8. b 4. c 2. & d 2 $\frac{1}{4}$,
e 1 $\frac{1}{2}$, f 1. tunc iunctis a & e sit 9 $\frac{1}{2}$, & 19
b & d 6 $\frac{1}{4}$, & e cum f 3. at 3. & 6 $\frac{1}{4}$ &
9 $\frac{1}{2}$ æqualiter distant, nam differentia est
3 $\frac{1}{4}$. At si iungatur cum e, & b cum f,



& c cum d idem poterit contingere: vt
in figura vides, nam a e est 8 $\frac{1}{2}$, p: ℞. 1.
$\frac{1}{4}$, & b f 7. & c d 5 $\frac{1}{2}$, m: ℞. 1 $\frac{1}{4}$, &
differentia b f ab vtroque composito, est
1 $\frac{1}{2}$ p. ℞. 1 $\frac{1}{4}$, qua excedit & exceditur.
Dico modo, quasi ex ordine coniungantur
qualescunque proportiones fuerint, modo
non sint ambæ æqualitatis 1, vt b iunga-
tur cum c, & reliquæ vt libet, velut a
cum d, & c cum f, vel a cum f, & e cum
d, nunquam fient ęquales excessus, nam
de primo est clarum: nam si a cum d iun- 20
gatur, & ambæ fuerint maximæ, maior
est differentia a ad b, quàm b ad e, & ma-
ior etiam d ad e quàm e ad f, ideo ma-
ior erit differentia a & d ad b e quàm b e
ad c f, quod erat probandum. Eodem mo-
do sed laboriosius demonstratur reliquus
modus scilicet, quod coniunctio a f ad b e
est maior aut minor quàm b e ad c d, ex hoc
sequuntur corrollaria.

Primum, tres ęquales quantitates non possunt diuidi in tres, & tres quantitates in continua proportione ordinatè, vt dixi, nisi vtriusque ordinis tres, ac tres inuicem sint æquales.

Secundum, tres quantitates in æquali excessu ordinatè, vt dixi, non possunt diuidi in tres, & tres quantitates, quæ sint in eadem proportione quantumcunque proportio

proportiones illæ duorum ordinum sint diuersæ.

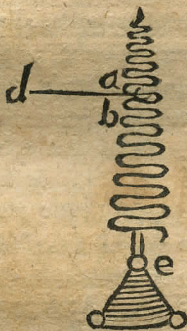
Tertium, tres quantitatates, quæ sint in eadem proportione non possunt diuidi ordinate in tres ac tres, quæ sint in continua proportione nisi sint ambæ proportiones eædem cum proportione ipsarum quantitatum.

Propositio septuagesimaprima

Proportionem leuitatis poderis per virgam torcularem attracti ad rectam suspensionem inuenire.

Cor. Sit torcularis virga, cuius spiræ a b per circuitum sint centuplæ ad altitudinem a b, & axis d c semidiametro b c centupla, & quoniam per superius assumpta, qualis est proportio spatij ad spatium, talis leuitatis ad leuitatem, igitur e pondus ascendens per a b leuius quam per b c rectam centuplo, et similiter cum circuitus b c, & d c sint in eodem tempore, & circuitus d c, sit centuplus ad spiralem b c per demonstrata ab Euclide, ergo e erit centuplo leuius circumductum per d quàm b, sed per b circumductum centuplo leuius est, quàm per rectam, igitur e ponderat solum particulam ex decem millibus recti ponderis.

Propos. 45.

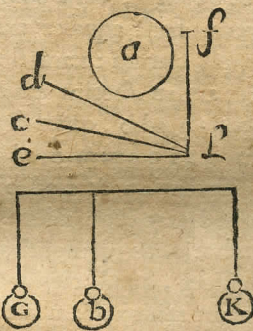


Propositio septuagesimasecunda.

Proportionem ponderis sphæræ pendentis ad ascendentem per accliue planum inuenire.

Cor. Sit sphæra æqualis ponderi g in puncto b, quæ debeat trahi super b c accliue planum b e ad perpendiculum plani b f. Quia ergo in b e mouetur a, quauis modica vi per

Propos. 40. 7. dicta superius, erit per communem animi sententiam, vis quæ mouebit a per e b nulla:



per dicta verò a mouebitur ad f semper, a constanti vi æquali g, & per b c a constanti vi æquali K, sicut per b d a constanti æquali h, ergo per vltimam petitionem, cum termini seruent, quo ad partes eandem rationem singuli per se, & motus per b e sit a nulla vi, erit proportio g ad K, velut proportio vis, quæ mouet per b f ad vim, quæ mouet per b c, & velut anguli per e b fracti ad angulum e b c, & ita vis, quæ mouet a per b f, & est, vt dictum est, g ad vim, quæ mouet per b d, & est h ex supposito, vt c b f ad e b d, igitur proportio difficultatis motus a per b d ad idem a per b c, est velut h ad k, quod erat demonstrandum.

Propositio septuagesimatertia.

Proportionem ponderum attractorum penes figuram in plano inuenire.

Sint duo pondera æqualia in plano a & b, & sit a superficies qua planum tangit dupla b superficiei, qua planum tangit: dico quod si trahantur ab imo, quod erunt æqualia: suspendantur, & erunt æqualia ex supposito, sed a quiescens in plano est dimidium a suspensi, & b quiescens in plano est dimidium b suspensi ex demonstratis superius, igitur per communem animi sententiam a & b in plano sunt æqualia. Cor.



Ex hoc manifestum est, quod proportio virium trahentium pondera in plano eadem est, quæ ipsorum ponderum dum suspenduntur. Vbi planum æquale sit, & solidum. Cor. Propos. 61.

Propositio septuagesimaquarta.

Proportionem concutientis ad concussum stabili inuenire.

Intelligo concutiens esse solidum, quod non frangitur, idque grauitate, & impetu concutere, nam de duritia supponitur, & grauitas, vt demonstrabitur in corrolario est iuxta superficiem inferiorem ponderi comparatam. Cum ergo motus concussionis magnitudo constet ex grauitate, impetu & figura, concussi autem ex pondere & connexione: multiplicati inuicem partibus productorum proportio, erit proportio concussionis: vt sit grauitas decem, impetus quadraginta: pondus icti centum connexio vt duo, ducemus quadraginta in decem, & fient quadringinta, & duo in centum, fient ducenta, igitur concussio erit dupla. Cor.

Cum fuerit figura rotunda, concussio erit integra in puncto: quia sphæra iacens in plano totum pondus in punctum cogit. Cor. 1.

Si autem planum est, quod ijcitur, proportio totius ad totum est minor, quàm partis ad partem pro ratione quantitatis latitudinis. sed maior ratione aëris comprehensi de quo infrà. Cor. 2.

Cum proportio minor fuerit stabile, non poterit in solido plano moueri: aliter fieret motus à debiliore, & per præcedentem etiam posset pari ratione eleuari. Propos. 14.

Cumque stabile non mouetur, & omne agens agat aliquid necesse est, vt stabilis partes cedant, aut dissoluantur. Quanto, ergo magis cedit, tanto minus dissoluitur. Cor. 3.

Causę igitur quæ alleuiant ictum, ne dissoluatur, sunt septem leuitas ictus, ponderis Cor. 4.

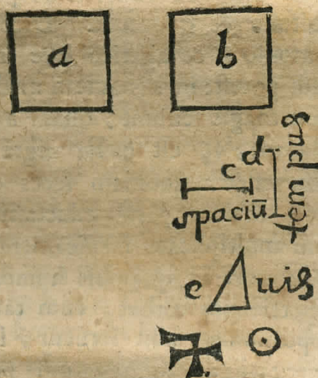
fractura

fractura, mollities eius, quod icitur, mollities eius, quod excipit ictum motus eiusdem & figura lata, & inæqualis. Durities ergo, quatenus fracturæ opponitur, aliud est, quam vt mollitiei: & vtraque est causa, quæ auget ictum, vt reliquæ oppositæ minuunt, dicemus autem de his inferius.

Propositio septuagesimaquinta.

Proportionem immoti in aqua ad immotum in terra in excipiendo ictum inuenire.

Cor. Sit pondus a in terra æquale b eiusdem naturæ, magnitudinis figuræ, & eodem in situ, quod sit in aqua porrò a, si esset affixum terræ oportet, vt conuellatur, aut dissoluatur, aut frangatur. Et clarum est, quod totum ictum excipit. Si verò affixum non sit, euertitur, & tanto minorem partem excipit ictus, quanto facilior est ad euersionem. Vnde nata fabula de quercu quæ cum immobilis esset,



& staret vento euersa est, arundo flectendo se, cecidit quidem, sed non est eradicata. Sermo igitur est de b insidenti aquæ in comparatione ad a, quando excipit plenum ictum. Cum ergo b tangitur, excipit plenum ictum illo instanti, sed quia non excipitur ictus cedente materia, & antequam materia cedat b mouetur loco, quia incidet aquæ, ergo non excipit ictum. Proponatur ergo, quod moueatur b per c spatium in d tempore, & sit, vt idem b ab e vi trahatur per idem spatium in eodem tempore ex loco directo ad eandem partem: qualis ergo proportio e ad b, & aërem, qui cum eo resistit, talis proportio ictus f grauis puta in a ad ictum ♃ in b. Quia per demonstrata superius proportio f ad a producitur ex proportionibus e ad b, & a ad e, ergo diuisa proportione f ad a per proportionem c ad b exibit proportio ictus ♃ in a ad ictum ♃ in b quod erat demonstrandum.

Propos. 2. Per 42.& 43.Propos.

Cor. Ex quo patet, quod b quanto mollius, leuius, & strictius in imo, & in tenuiore aqua, eo minus lædetur. Et quanto ictus lentior fuerit etiam quod sit grauius ♃.

Propositio septuagesimasexta.

Proportionem duorum mobilium sibi inuicem concurrentium per rectam inuenire.

Cor. Iam cognito, quod mobilia, quæ loco mouentur per præcedentes, sed omnino quiescunt integros excipiunt ictus: alia quidem, quæ concurrunt non omnino resiliunt, alia verò resiliunt, & quæ resiliunt minores excipiunt ictus, sequitur vt diuersa sit comparatio: nam erunt quæ stando excipient ictus, & hæc integros vt muri, & quæ concurrendo, nec resiliendo, vt equi cursu incitati, & quæ stando, sed resiliendo, vt naues stantes: & quæ concurrendo, resiliendoque vt naues ventis, & triremes ab impulsu: bifariam ergo contingit intelligi, quod proponitur. Sed in vtroque etiam sensu varietas est: nam vt concurrit pars altera celerius, ita etiam magis concutitur. Et ideo fit, vt proportio ictus sit in comparatione ad grauitatem dupla, & concurrant æqualiter, & sint æquè grauia, & neutrum resiliat, erunt in proportione quadrupla, & eodem modo si vtrunque resiliat. At si diuerso impetu ferantur, vt dixi, tria erunt præcipuè consideranda grauitas seu pondus, impetus, & an resiliat. Quanto enim grauiora fuerint, & maiore impetu agentur, & non resilierint eo maiorem ictum recipient: quanto leuiora, & minore impetu, & magis resilierint, minus lædentur. Sed & in debilitando ictum considerare oportet tria, quod resiliat, quod diffugiat quod circumuertatur: resiliunt naues, si rostris concurrant pleno in ictu: si verò non pleno ictu concurrant, sed diffugiant hoc experimento compertum est minimum esse ictum: si rostro transuersum nauis feriatur medium, est hoc.

Sit ergo vt a b nauis tangat rostro b c sic vt diffugiat, erit hypomechlium c, & si tangat e f hypomochlium est in d dupla, ergo est c b ipsi d e, igitur ictus duplo minor excipitur à



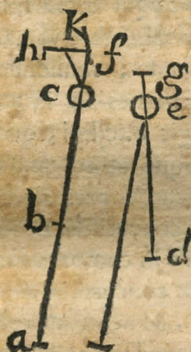
c b quàm e f. Est etiam tempus longè maius quo excipit ictum e f, quàm b c: statim enim discedit b c occurritque aliis partibus, in c f autem impingit, & angulus a d c est longè maior recto, quàm a b f: ob hęc igitur longè maior est ictus c f quàm b c: vocant autem hoc declinationem.

Propositio septuagesimaseptima.

Proportionem motus obliqui ad motum rectum in nauibus inuenire. Cor.

Cùm ventus fertur ad puppim rectà, nauisque gubernaculum dirigitur, tenduntur que vela ac expanduntur summa in parte mali, tunc motus est velocissimus: fingamus autem, quod omnia ad idem tendant præter ventum, qui non directus sit

sit ad puppim, sed à latere, vt vides, & temo sit in contrarium tantundem directus, & supponamus pro nunc, quod velum sit solum in anteriore parte nauis, nam secus esset nimis magna differentia, quod nauis vna ageretur tribus malis alia vna: Quæritur igitur proportio motus b c ad motum d e: fiat ergo c f æqualis e g, ita vt f angulus rectus sit, & manifestum est, quod h c maior est c f, cum ergo angulus f rectus



sit, quanto maior erit angulus h c f, tanto maior erit proportio h c ad c f, quod est primum a, inde noto angulo h c f per ea, quæ tradita sunt ab Astrologis de sinu & arcu erit nota proportio c h ad c f, ideo ad e g fiat ergo c k æqualis c h, igitur c k erit maior e g, si ergo perambulabit æqualiter c, vt c h erit temporis motus e g ad motum e f, vt c k ad c f, igitur cum nota, sit c k, est enim æqualis c h, erit temporis ad tempus proportio nota. Quod autem in æquali tempore mouebitur nauis per c k & h c patet ex assumpto inferius declarando. *Propos. 99.*

Propositio septuagesimaoctaua.

Cor. Propositionem nauis ad triremes quotuis concurrentes demonstrare.

Sit nauis deferens pondus decuplo maius triremi, & constat, quod impulsu æquabitur decem triremibus, vbi flante vento e puppi æqualiter feratur in aduersum, quantum triremes vi hominum. Sed quoniam triremes impediuntur à vento licet sine velis, sint habent enim & ipsæ malum, & velum, sed exigua comparatione nauium, ideo ictus ille multo validior est ex demonstratis. Cum verò vis illa simul sit, liquet, quòd hoc in casu nisi machinæ obstarent vna nauis mille posset obruere triremes disiunctas per tantum spatium inter se, quantum est id, in quo nauis potest venti impulsum recipere. At impedimentorum maximum sunt machinæ, quæ in nauim collimant à lateribus, cum triremes quaquà versum se agant, & ob id proram solam exponunt ictibus, in quam difficile est collimare, & si tangatur pars ea robustior est, nec periculum euersionis adeò incurrit, vt à lateribus: nec enim adeò angusta est a prora ad puppim nauis, quam à latere ad latus: his tot causis minus est obnoxia machinis triremis, quàm nauis. Sed & alia causa est, quoniam necesse est vt ob angulum laterum ad proram ictus dilabatur sæpius solum traiecta superficie. Secundum impedimentum est à vento, si valde obliquus sit, nam ad rectum impulsum, multum debilitatur: aut si inconstans sit, viribusque remittatur. Tertium verò si triremes inuicem connexæ sint, ac se tangant, in quas nauis dirigitur. Sed & hoc infrà demonstrabitur nauim, vt leuior fuerit facilius elabi, sed vt pondere magis onerata grauiores ictus inferre: ob hoc triremem inuenerunt mediam maximi vsus ἀμφίφρην. Galeonum vulgò vocant. *Propos. 103.* (Propos. 74. at "lum, & velum" in margin)

Propos. 74.

Propositio septuagesimanona.

Proportionem medicamentorum purgantium inuicem declarare.

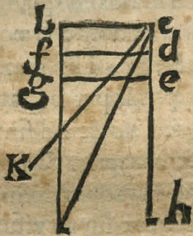
Scio, quàm multa concurrant: etiam per se ad purgationem multitudo humorum præparatio locus propinquus, sed nobis sermo est pari sub conditione, vt sit dimidia vncia Cassiæ nigræ in tribus vicibus expurget libram humorum, & velim scire ab vna vncia, quoties expurgabitur, & quantum. Dico, quod in scamonio, & agarico hæc ratio deprehendi potest: in his autem medicamentis, quæ magis leniunt, quàm à proprietate educant, vt est cassia nigra, ratio hæc non valet, quoniam feces quandoque pro maiore parte educuntur, ita vt etiam multiplicato medicamento desit, quod educatur. Et quamuis humores iuxta proportionem trahat, cum tamen feces proportionem non seruent, sequitur: vt aggregati ad aggregatum proportio non seruetur. At non est facile postmodum internoscere feces ab humoribus, quocirca videtur proportio illa confundi. Quod si medicamentum leniens, fiat ob quantitatem purgans humores, vt de multa cassia nigra, tunc non potest assignari illa comparatio nisi vt est medicamentum purgans. Et sit gratia exempli, primum vt grana sex scamonij purgent aliquem ter, & vncias decem bilis, dico iuxta rationem suprapositam, quod grana duodecim purgabunt iuxta proportionem duplam sesquialteram, si duo grana nil purgant, sed commouent. æqualia enim sunt: vt quatuor sint dupla, & sex tripla, & mouent ter, quia sesquialteram habent proportionem ad excessum, igitur duodecim duplam, & sesquialteram ad quatuor, nam decem ad quatuor est dupla sesquialtera, & purgabit septies cum nixu libras duas ferme bilis. Vt comparatio fiat excessus ad vim quæ resistit eodem modo. In cassia ergo nigra si vncia vna non purgat sed lenit tantum, & duæ vnciæ purgant ter, & libram vnam bilis, tres vnciæ duplam habent proportionem iuxta excessum ad vnam, excessus igitur duplum purgabunt, & duplo magis, id est præter feces libras duas bilis in sex vicibus. *Cor.* *Ex conuersa 18. quint.* *Propos. 37.* *Propos. 42.*

Propositio

Propositio octuagesima.

Proportionem motus secundum obliquum ad rectum in spatio declarare.

Cor. Hæc videtur similis superiori cuidam propositioni, sed tamen in hoc differt, quoniam in c a supponimus nauim moueri, vt concutiat, hic autem iuxta motum solum: vt proponamus b nauim ferri versus a vento recto ex b in a: sit autem ventus ex c in a mouens nauim ex b in a: non enim mouebit vt quidam putant in ratione c a ad b a: vt si c a sit sexquiquarta ad b a, vt æquali impetu ex b & c flante vento moueretur tardius per c a, quam per b a, quia æqualiter ex supposito: ergo tanto tardius c fertur in a, quam b in idem quanto longior est c a, b a igitur si b perueniet in a in quatuor diebus c perueniet in idem a in quinque diebus. Hoc enim est per se manifestum: sed non quærimus id, sed vt vento c a æquali per c a ei, qui est b a per b a, vbi b moueatur vento c a per b a, quanto tardius mouebitur. Mouebitur enim tardius ad a per b a, quam per c a, at per c a tardius, quam ex b in a per æqualem vim, ergo multo tardius ex b in a per c a ventum, quam per ventum ex b in a. Quærimus ergo compositionem horum, vt sit c nauis, quæ debeat transferri ad a per ventum ex b, & sequitur, quod tradius, quam ex c per ventum ex c in a, & tardius ex b per ventum ex c in a. Ergo malus, qui in prora est conuoluto eo, qui est in puppi, vt etiam Aristoteles docet tantundem nititur ad rectum ex c in æquidistantem locum ab a quantum c distat a b contra temo, qui in puppi est dirigitur ad h, & si validius sit ventus etiam adiuuante temonem, seu contra nitente, quantum licet mobili pondere nauis ad id latus, premitur enim nauis, quasi submergi debeat, vento in aduersum premente, ut si ventus repente huic contrarius exoriatur, periculum subeat, ne obruatur. Cum ergo ventus ex b feratur, æquidistans c h, & c feratur, per temonem in k, & ab oppositis æqualis actio sequatur, imò tota impeditur, ex c in h feretur iuxta proportionem anguli, quem constituit h c cum a c ad toum rectum. Si igitur ex c in a debuit ferri in duodecim horis ob vim venti, & viæ longitudinem, angulus verò h c a sit sexta recti pars, feretur ex c versus a ad quantitatem b a in quatuordecim horis: igitur rursus quanta est proportio c a ad b a tantum est temporis, in quo fertur ex c a ad quatuor decim horas per ventum b a.



Quæst. 7. Mechanica.

Propositio octuagesimaprima.

Qualis sit angulus, per quem potest mouer nauis ad rectum explorare.

Cor. Cum in præcedenti propositione ostensum sit angulum k c a oportere esse æqualem angulo h c a, vt feratur, c in a vento c h, nec tamen prorsus, sed temo magis inflectit versus k quam ventus cogit versus h: sicut contra maiori vi ventus dirigit ad h, quàm temo ad k, vt necesse sit nauim flecti ad k pondere, ideo si ventus esset transuersus periclitaretur, necesse est, vt per omnes ventos, qui ferunt ab ea, quæ ad perpendiculum super c a, & sunt quatuordecim: sed quoniam, vt dixi, pondere adiuuante vis venti minor fit, necesse est, vt per ventos debiliores feratur magis ab extremis, qui prope perpendiculum sunt: ita vt numerus omnium sit, cum leuissimi fuerint, quatuordecim, cum violentissimi, tres tentum proprius, & qui distant trigesima secunda parte totius circuli, id est partibus vndecimi, cum quarta reliqui vndecim, medij sunt: vt tanto plures assumi possint à Nauclero, quanto molliores sunt venti, tanto pauciores, quo violentiores. Tutius autem fuerit in validis ventis dirigere nauim per ventum proximiorem, quam per ipsummet, qui rectè tendit ad locum. Veluti tendat nauis ex a in b, ventus tendat in c validior, cumque magnus fuerit angulus c a b, vt potè dorans totius recti, vt esset temo dirigendus ad sextum ventum altrinsecus dirigemus solum ad quintum, vt feratur in d, & hoc erit tanto celerius, & celerius feratur per a d & d b, quàm si nauis recta lata esset ex a in b insuper tutius. *Propos. 82.*

Propositio octuagesimasecunda.

Proportionem velorum indagare. Cor.

Vela tribus in locis disponi solent dolo b, quod in prora constituitur, & in malo, qui ponitur in medio ratione, quæ inferius ostendetur, sed non ab vnguem, quia cum malus in anteriorem partem à vento impellatur, si esset in medio, semper præmeretur nauis in anteriorem partem, ex quo duo magna incommoda sequerentur: primùm vt periculum subiret, ne inuersa in anteriorem partem submergeretur. Secundum ne pressa in parte anteriore difficicilius aquas dissecaret, & ob id longe tardius moueretur. Propter hæc duo incommoda igitur malus etiam, si vnicus esset (quod vulgatissimum maioribus nostris fuit) in parte magis proræ proxima locabatur à gubernatoribus, vt esset quasi in triente à rostro in besse à puppi: Rarum fuit, & memorabile, quod nunc passim habet olim Antigoni τριάρμενος i, velorum trium quorum postremum Epidromus vt ipsa voce intelligamus non fuisse velum in malo ipso medio. sed in puppi constitutum. Causa Dolonis inferius exponetur: quod autem esset paruum, & omnium minimum, vt nauis facile ab eo inuerteretur. Vnde etiam nunc minus minime habent tam quantitate, quam etiam altitudine, quod vocant Trinchetum, solum enim sustinet nauim, quæ à ventis, vel vndis mergi solet, ab vndis vbi homilior est, à ventis à lateribus, et anteriore parte. Vnde

 humile,

humile, & exiguum velum efficit, vt nauis anteriore parte leuis, nec mergatur prona à ventis, nec aquas ea excipiat, nec tamen impelli potest nauis in scopulos, nec euerti ob causas dictas: ob quæ in magnis tempestatibus hoc ipso duntaxat vti solent. Quod etsi nimium sæuierint, etiam illud demittunt, & si fieri potest, etiam malum ipsum quamuis sine velo sit. Sed plerunque circumuolutam, & implicatam solet antennam annexam, atque suspensam habere. Sed & ne nauis prorsum obruatur, quoniam ea pars omnem ventorum vim excipere solet, & vt leuissima sit ijdem Gubernatores puppim multa arena, lapillisque onerant. Ergo velocitas nauis à ventorum impetu, eorúmque rectitudine à velorum magnitudine, & loco humiliore, aut sublimiore habetur: tum nauis leuitate & forma. Quæ enim non merguntur vt δρομάδες (sic enim vocat Aristophanes) eas, quas nunc vulgus fregatas appellat) quasi aquas innatantes cursu sunt velocissimæ. Et longiores latis. Post has sunt, quæ carinam habent tenuem, vt facile aquas diuidant. Vltimo loco, quæ quasi mediæ, ante quidem tenues, pòst latiores ad velocem cursum, & ferendum onera aptæ, & humiles altis: & leui ex ligno. Sed nos de velorum varietate loquimur, non ea, quæ ad malos pertinet. Constat enim medio loco plus mouere, quam in extremis vt infrà docebimus. Antiquo enim tempore opus non fuit malorum multitudine, quoniam syderibus vias dirigebant ob id non ad amussim, quoniam linea dirigi non poterat maximè ob motus obliquitatem in circulo visus: ideò mali multi confusionem in cursu, & impedimentum: in naui, maiúsque periculum attulissent. At nunc inuenta pyxide, & lapidis Herculei auxilio pluribus locis vela disposita melius dirigunt iter, vt quasi crassa minerua depictum, & potestate deformatum, ad amussim contrahant. Motus ergo magnitudo non simpliciter constat, sed comparatione superficiei veli ad velum longitudine quidem, ac latitudine conflata per multiplicationem. Altitudinis quoque vt infrà exponetur. Ex quorum omnium ductu, quasi cubica, vel triplicata ratione, vt superius ostensum est, ratio velocitatis motus nauium conflatur.

Propos. 86. *Propos. 42.*

Propositio octuagesimatertia.

Proportionem recessus à recta via ad obliquitatem inuestigare.

Cor. Sit nauis in a itura in b (ventus rectus ad c medius ad e) per obliquum, cum ergo tardius moueatur per a e quàm a c & per a b, quam per a d, & sint ad perpendiculum b e, b d quas constat esse breuissimas earum, quæ ab a c & ad a d. Quæritur igitur quando velocius ferretur ad b, an cum per a c, c b, an cum per a d, d b, an cum per a b simpliciter. Et constat quod a d & d b longiores sunt a b, istud enim demonstratum est ab Euclide in primo Elementorum, dico modo a c, & c b esse longinores a d & d b, nam quadrata a d & d b & a c & c b sunt *Propos. 20.* æqualia quadrato a b per dicta ibidem, & *Propos. 47.* ideo quadrata a c & c b æqualia quadratis a d & d b, sed a d est longior a c, quia ducta c d angulus d c a est obtusus, igitur ad maiorem a c per decimam nonam primi Elementorum: quare per communem animi sententiam quadratum a d maius est quadrato a c, quare rursus per communem animi sententiam quadratum c b maius est quadrato d b. Cum ergo quadrata a d & d b æqualia sint quadratis a c & c b, & a d sit maior a c & c b maior d b, sequitur per nonam secundi Elementorum, quod a c & c d sint maiores a d & d b pariter acceptis. Si ergo maior fuerit excessus quàm proportio motus per temonem cohibiti, vt supra visum est, tardius mouebitur per a d, d b quàm a b per a c, c b quàm per a d, d b, sed si contrà maior sit proportio motus cohibiti à temone ad motum liberum quàm excessus ad excessum velocius *Propos. 80.* mouebitur per a d d b, quàm per a b, & per a c quàm per a b. Accedit huc e incommodo longioris viæ, quod vento a c non poterit ferri nauis ex c d in b, quoniam antea ægre ferebatur: & nunc ægrius per c b quàm a b, plus enim distat ventus a c ab itinere c a quàm à vento a b, vt visum est superius, igitur multo melius est (ni quid obstet) ire *Per. 81. Propos.* per a b, quàm per vllam aliam viam: nisi stationes sint in c d, vel periculum immineat in a b. Vbi tamen venti secundarent, tantum est virium in recto cursu, & æquali velocitate ferretur citius ex a in b per a d d b, & etiam citius per a c, c b in b quam per ipsam a b, quod fuit propositum declarare.

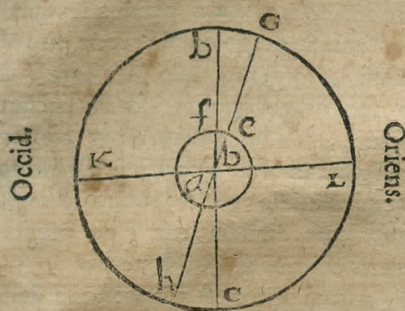


Propositio octuagesimaquarta.

Distantiam centri terræ à centro mundi per motum lapidis Herculei declarare.

Non me latet Aristotelem existimare *Cor.* centrum mundi esse centrum terræ illúdque probasse, quod tamen ex demonstratione nostra mathematica apparet nunc subijciam, & quid ad illius rationes dicendum sit, aliàs etiam dicendum erit: nam liber hic, vt mathematica decet, esse debet ab omnibus contentionibus absolutus. Constat sanè non esse propriam vim lapidis illius, vt qui non sit circumscriptus sed frustulum quoduis id potest, neque per se, sed in ferro & pendulo, nec fieri potest, vt sit illius tamquam speciei vnius lapidum, sed quasi perfectæ portionis cuiusdam generis terræ, quæ absoluta sit, cuius indicium est illius copia, neque enim vllibi non inuenitur, & vbi ferrum effoditur, vt in Ilua Insula Tyrrheno mari, est ergo ferri vis terræ maritæ, quæ perfecta in suo genere, vbi vim fœcundam acceperit à masculo scilice Herculeo lapide, quærit primum vt descendat, vbi hoc non possit saltem quærit, vt quiescere possit. Vt ergo quiescat à motu cœli qui est ab Oriente in

in Occidentem iuxta axis cœli situm se dirigit, quod ille solus quiescat in suo motu, vel



saltem tardissimè moueatur: indicio est quod si extra situm acus ferrea imbuta eo lapide ponatur, statim tremit vehementer, adeò vt nec momento vllo consistat, sed miserè & grauiter torqueri videatur, non ergo quod sentiat polorum locum qui tantum ab est ab illa, vt nec ab homine perito mathematicarum, sed quod vix illa cœli sentiatur circa centrum mundi. Cuius indicio est Oceani maris, aquarum fluxus & refluxus. Duos ergo habet motus terra perfecta, seu ferrum lapide Herculeo imbutum sub ordinatos imperfectum perfecto: perfectus est, vt descendat ad centrum terræ, vt ibi quiescat: imperfectum, cum à perfecto prohibetur, vt quiescat saltem extra centrum cum inclinatione ad centrum, et hoc fiet si secundum longitudinem acus dirigatur per axem mundi, cum situ tamen descensui ad terræ centrum proximore, vt sæpius superius declarauimus, dum de motu grauium & præcipue libræ, & centro grauitatis loqueremur. Quibus demonstratis tum experimento tum ratione à Fortunio Affaytato Cremonensi Medico, cum per hæc postmodum cogeretur fateri acum ad polum tendere, cum tamen tendat à dextro latere scilicet ab Oriente nouem partibus, seu decima parte vnius recti in centro terræ, quæ est quadragesima totius ambitus cœli. Statuatur centrum mundi a, & b a c axis, secundum quam mouetur motu diurno, ita l a dextra exit oriens, k a sinistra occidens, & statuatur d centrum terræ, seu suprà seu infrà, non tamen in linea b c, sed vel suprà in dextra parte, vel infrà in sinistra, ita vt ducta linea per illud punctum arcus b g sit nouem partium. Constituta ergo acu in e puncto, vbi linea h ad g secat peripheriam terræ dico, quod acus dirigetur per h g, & non per b c, nam acus mouetur ad centrum per eam, & in eo situ tota dirigitur, quia omnes partes grauis consentiunt in motu principi grauitatis ad centrum, hoc enim demostratum: nixus ergo est vt moueatur per c d, & in eo nixu qui est quies custodit lineam axis, quæ est a b, vt quiescat, ergo non quiescet, nisi in linea d g, quod erat demonstrandum. Quæ autem sequuntur ex his corrolaria omnia concordant cum experimentis. Ergo hic sermo est demonstratiuus, vt enim bene dixit Auerroes: Sermo demonstratiuus satisfacit omnibus problematibus quæ contingunt circa principale quæsitum. Ex hoc ergo patet, quod angulus distantia d ab a in latitudine est decima pars recti, et quod quanto magis distat in longitudine centrum terræ à centro mundi, tanto etiam minus distat in latitudine. Hæc enim sunt demonstrata clarè in mathematicis. Vnde fieri posset quod hæc quantitas distantiæ esset, res, per quam exigua etiam si non esset maior quatuor digitis sufficeret, modo etiam per valde paruum spatium distaret ab eodem in longitudine. De causa autem huius differentiæ aliàs dicendum erit, hic locus non est, sed sufficit scire quod ita sit, quod si mobilis sit punctus d, clarum est aliquando futurum vt minus distet g à b, aliquando vt sit idem. Er qualiscunque motus sit, necesse est eam distantiam variari.

Propositio octuagesimaquinta.

Proportio ponderis vnius grauis ad aliud sub eadem mensura est, veluti eiusdem ad differentiam ponderis vasis repleti ex altero graui, & ex ambobus detracto priore. Cor.

Sit aurum a, & liquor b, quæ repleant vas c, & pondus amborũ sit librarum quadraginta, & vas repletum liquore solo sit librarum xxix, aurum autem sit ponderis librarum xij, igitur reliquum erit ponderis xxviij, differentia ergo vasis pleni, & non pleni liquore est libra vna, pondus auri est librarum duodecim: dico quod auri poncus est duodecuplum ponderi liquoris, & si fuisset pondus amborum libræ xxxix, manentibus reliquis, sequeretur quod pondus liquoris esset xxvij, & quia plenum vas supponitur esse librarum xxix, esset differentia libræ ij, at auri pondus est libræ xij, igitur proportio ponderis auri ad liquorem esset sexcupla. Nam si vas plenum liquore ex supposito est librarum xxix, & cum auro xl, gratia exempli, & auri pondus est xij, igitur liquoris pondus est xxviij librarum: sed cum liquor sit corpus similium partium, igitur loci ad locum, vt ponderis ad pondus ergo dum adest aurum, liquor occupat xxviij partes cxxxix, totius vasis igitur aurum continet vnam partem tantum, & & cum aurum pondus habeat librarum xij, & liquor vnius: quia totum vas cxxxix librarum dum est plenum, & est diuisum in xxix partes, igitur pondus vnius partis liquoris est vna libra, igitur pondus auri est duodecuplum ad pondus liquoris quod fuit propositum.



Ex quo sequitur quòd si ducatur pondus illud partis per pondus repleti vasis ex alio graui, & productum diuidatur per differentiam illam, prodibit pondus vasis repleti liquore graui. Cor.

Exemplum, si pondus auris fuerit librarum xij, pondus vasis repleti liquore xxix librarum, pondus auri & liquoris replentium Cor.

vas

vas xxxix librarum, ducemus xij in xxix fit cccxlviij, diuido per ij differentiam xxvij ponderis vasis, repleti ex ambobus detracto auri pondere, & xxix ponderis vasis repleti liquore exit clxxiv, & tantum auri vas illud continebit, nam cum duæ partes quas occupabat aurum essent ponderis librarum xij. totum quod erat partium xxix, continebit decies & quater cum dimidio illud aurum xij, aut ductum in xiv cum dimidio, efficit cclxxiv vt prius.

EXEMPLVM.

Quia ergo in superiore propositione docui, quod ferrum est vera terra; volui scire qualis esset proportio ferri ad aquam. Accepi vrceum cuius aqua dum plenus esset ponderis, fuit vnciarum sex, & septuncis vnciæ, & septuncis duodecimæ partis vnciæ & pondus ferri vnciæ septé, & triens vnciæ & triens duodecimæ partis vnciæ: & vasis aquę & ferro eodé repleti vnciæ tredecim, & duodecima & septunx duodecimæ partis vnciæ. Detrahemus ergo vij & trientem & duodecimæ .i. 7 & $\frac{64}{144}$ pondus ferri ex 13 $\frac{19}{144}$, & relinquentur 5 $\frac{99}{144}$, detrahe ex 6 $\frac{81}{144}$, pondere aquæ totius vasis relinquuntur $\frac{17}{18}$, diuide 7 $\frac{64}{144}$ per $\frac{17}{18}$ exit proportio ponderis ferri ad pondus aquæ 7 $\frac{15}{17}$ Et hoc est proximum ei quod dixit Philosophus de proportione ponderis terræ & aquæ.

Cor. 2. Ex hoc patet solutio problematis cuiusdam propositi aliásque minus bene soluti cùm causam habeat manifestissimam, scilicet quod vase aqua pleno impositis sensim centum aureis coronatis nihil affunditur, non quod quicquã absumatur in metallo, sed causa est quod cum aurum sit duplum pondere ferro, erit ex demonstratis sexdecuplum ad pondus aquæ. Igitur cum sit proportio ponderis auri ad differentiam spatij eadem, si sit vas aquæ ponderis libræ vnius & mediæ, erit pondus totum xxiij vnciarum, igitur aqua deficiet solum ex decima octaua parte seu crescet ex impositione auri, sed illa pars in tumore aquæ absumitur, non solum, quia dum aureos imponimus plana solum sit, sed quia non ex quauis rotunditate defluit, aliter in vrceo tam exiguo non posset apparere rotunda: quod enim rotunditas totius terræ, quæ etiam planam ostendit totam vnam regionem ad rotunditatem quæ apparet in exiguo vrceo aquæ. Est igitur rotunditas illa potius ob lentorem aquæ qui augetur à lentore argenti, & etiam magis auri, cum sensu digitorum percipiatur.



Cor 3. Ex hoc apparet ratio quomodo Archimedes potuerit deprehendere coronam à Hierone propositam quantum auri & argenti contineret. Sit ergo vas a b aqua plenum ponderis vnciarum triginta, & cum libra auri sit ponderis vnciarum quadraginta vnius, & cum libra argenti ponderis vnciarum quadraginta cum dimidio, igitur erit auri pondus ad aquæ pondus duodecuplum, argenti autem ad idem octuplum, quare auri ad argentum pondus sesquialterum. Ponamus ergo quod corona imposita ex auro & argento solo fabricata (hoc enim supponere oportet) fuerit vnciarum sexaginta, pondus autem aquæ contentæ cum corona in vase vnciarum vigintiquatuor cum dimidio, scilicet totum octuaginta quatuor cum dimidia, erit ergo proportio ponderis coronæ ad pondus aquæ, vt cxx ad xi, aurum igitur est proportione duodecuplum, argentum autem octuplum, corona vt cxx ad xi. Constituantur sub eisdem rationibus ducendo lxxxviij. cxx. cxxxij: hoc est ac si dicamus, accipe partes ex cxxxi & lxxxviij, tot vt faciant integrum & componant cxx. Et ideò reduces ad minores numeros, scilicet xxxiij. xxij. & xxx. & operaberis per regulam de consolatione monetarum, quas ponemus infra, Propos. 178. & fient auri partes octo & argenti partes iij, nam cum duxeris iij. in octo pondus argenti fiet xxiv, & cum duxeris viij in xij, pondus auri fiet xcvi, igitur totum pondus erit cxx, diuidendum per xi, aggregatum partium auri & argenti, ita verò vncia ad vnciam, vt tota corona mista ad coronam puram auri & argenti.

xxxiij.	xxij.	xxx
iij	viij	
xi		

Ex hoc etiam patet modus cognoscendi proportionem grauium inuicem per solam aquam, velut auri ad plumbum, ad lapides vel æs, aut æris ad lapidem & similia, vt in præcedenti operatione deprehendisti: nam cum sit nota proportio auri ad aquam & æris vel lapidis ad eandem, erit auri ad æs vel lapidem nota. Cor. 4.

Et similiter sciemus per hoc accipere partes diuersorum, quæ iunctæ faciant constitutum pondus. Cor. 5. Velut volo facere massam ex melle & aqua, quæ impleat vas, quod mellis continet quindecim, aquæ duodecim, volo vt contentum sit ponderis quatuordecim, operabor, vt in consolationibus, ponam duas partes mellis & vnam aquæ, vt vides in operatione à latere.

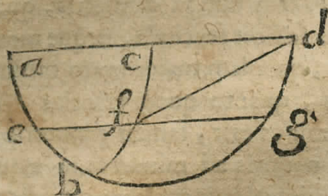
12	15	14
2	1	
3		

Propositio octuagesimasexta.

Si circuli inæquales, seu in sphæra, seu in plano se secuerint nunquam opositos angulos æquales habent.

Capiantur tres quartæ circulorum magnorum a b, a c, b c & alia b d ad rectos angulos erúntque vicissim poli, & ducatur per medium parallelus, erit ergo e f æqualis e g, & f e æqualis f g, sed basis c g est quarta circuli, & basis c b dimidiumquartæ circuli eo quod tota b a est quarta Cor.

quarta circuli, igitur per modum 25 primi Elemen orum quæ tenet, erit angulus c f g maior opposito c f b. Hoc autem tenet in



eiusdem rationis superficiebus, quales sunt hæ, quæ sunt superficies eiusdem sphæræ, posset etiam demonstrari per modum quartæ primi Elementorum. Et etiam constituta sphæra e f g, cuius hic circulus esset maior circulus, & non tangeret nisi in illa linea sphæra maiorem & vtrinque secaret eodem circulo. Et etiam per cordas & trigonos rectilineos, auxilio tamen regulæ dialecticæ. Ex hoc sequitur auxilio regulæ dialecticæ, quod in omnibus parallelis a c d & e f g cum b c circulo maiore, & per aliam regulam dialecticam in omnibus circulis inæqualibus inter se ad æquales angulos secantibus & ex tertia demum regula dialectica, sequitur in omnibus circulis inæqualibus se secentibus ad quemuis angulum in sphæræ superficie. Sunt autem hæ regulæ mediæ inter axiomata & demonstrata. Et ex logica propria illi arti. In plano autem spatium d b c minus est a b c, sed spatium c b d est vnum, ergo per communem animi sententiam spatium a b d, maius est spatio a b c, quod fuit probandum.

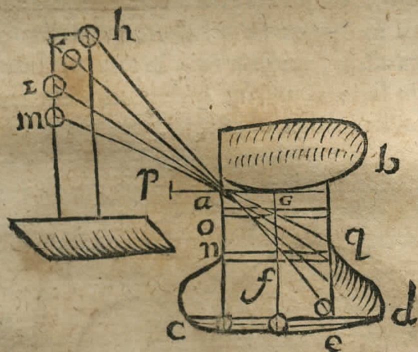


Per 13. tertij Element.

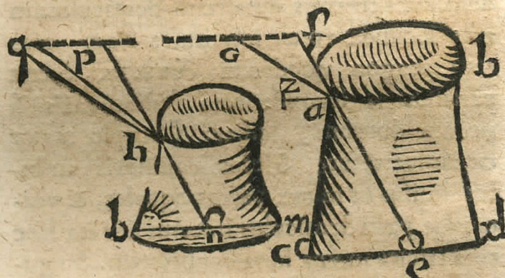
Propositio octuagesimaseptima.

Proportionem crassitiei ad aërem in comparatione ad radios demonstrare.

Cor. Sit in aheno a b c d in imo e denarius argenteus cera affixus vel clauo, quem videat ex h imposita atqua clara vsque ad f,



videat ex k, igitur per aquam deflectitur à perpendiculo per angulum k f n, & in l, per angum l g o crescente aqua demum in labor m a p, & sit e annexus, & tabula h k l m sit affixa solo vel pondere firma foraminibus obliquis infrà spectantibus, & per a aspicientibus extremitatem e. Possumus ergo imaginai primum, quod omnes inclinationes fint à perpendiculari, dum exit aqua, & ita denarius videretur, vel in superficie aquæ in directo e, in vel recta ex oculo in imo, quorum neutrum verum est. Secundus modus est, vt radius delatus e a flectatur ad k vel l, & hoc non quia in a non est mutatio medij. Tertius est, vt linea ex oculo ducta perueniat per punctum a ad superficiem aquæ, & ex ea per directum ad denarium, & tunc quia oculus iudicat se videre per rectam, ideò iudicabit se videre per l a g in q, eo quod super indirecto loci in quo est e. At quoniam non ex quacunque distantia videtur e, sed ex longinquiore loco, vbi vas fuerit humilius quod lineæ ad a ex oculo, quanto a fuerit humilius, tanto propius ipsi e procedunt. Et versa vice lineæ ex e ad a, quanto e est humilius ad quencunque locum inflectuntur, tanto inferius cadunt. Ergo cum fuerint ad æquilibrium h, magis distabunt ab e, & ita e magis procul videbitur. Causa ergo triplex est humilitas, vel altitudo vasis: humilitas vel altitudo aquæ: & labri vasis altitudo. Sed hanc relinquere possumus. Difficultas ergo experimenti etiam rectè facti est, quoniam posito vase n c d solum, ut altitudo sit tantum n e, procul magis videbitur e, quàm si vas sit a b c d, & totum plenum. Vbi autem vas fit a b c d, magis procul videbitur, e cum fuerit totum plenum, quam cum fuerit plena sola pars n c d. Sic difficile est considerare an altitudo aquæ faciat ad visionem procul, cum in humiliore, sed dissipari vase longius videatur in pauca, quia labrum non obstat: in eodem autem longius in pluri aqua, quia labrum etiam non obstat, sed alia ratione. Vt ergo videamus hoc experimentum, capiemus duo vasa a b c d duplum h k l m sub eadem proportione altitudinis & latitudinis, & collocabimus ita vt p n radius æquidistet f e, & collocabimus tabulas cum foraminibus, vt prius, & g f p q in æquilibrio, inde videbimus,



an q p sit æqualis aut breuior, nam lniorgo esse non potest, quoniam inflectitur a minore aqua, ideo angulus p h q non potest esse maior f a g, supposita p h æquali a f: quod si non esset, sufficeret, vt q & p essent in æquilibrio vno, & f g alio. Sed veritas est quod à maiore aqua maior fit reflexio: tum quia in his, quæ sunt secundum naturam corpoream, & substantiam densam, aut tenuem varietas quantitatis variat vires: tum quia videmus, quod in altiore aqua denarius videtur magis cum fundo elatus. Igitur his cognitis experimentum fiat cum vase pleno. Et (vt dixit) considerabimus propor

proportionem anguli f a g ad f a r, seu f e c quæ sanè est notabilis : adeò vt sit maior proportio aquæ ad aërem comparatione grauium quàm lucis.

Cor. 1. Ex his cognscemus comparatione eiusdem aquæ tenuitatem aëris vnius regionis in comparatione ad aërem alterius : nam vbi remotius videbitur denarius, ibi aër erit tenuior.

Cor. 2. Et per idem in eadem regione comparationem aquarum. Nam cum sit idem aër, & vas, ac reliqua paria, vbi magis procul videbitur denarius, aqua erit crassior ideò deterior.

Cor. 3. Sequitur etiam quòd omnes res propiores in aqua videntur, quam sint, & ideò maiores : & ob id etiam omnis aqua profundior est, quam videatur. Vt ingredi persæpè sit periculosum.

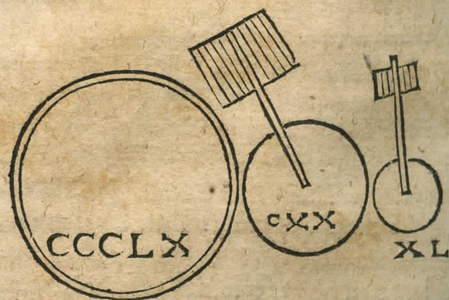
Propositio octuagesimaoctaua. De instrumento momentorum.

Instrumentum Acolingen, quo momenta temporum deprehendatur fabricare.

Cor. Et quoniam motus naturales fiunt in tempore : & dicuntur velociores, vel ob spatium loci magnum, quod superatur, vel ob temporis breuitatem in velocissimis motibus, quod ad spatia attinet, facilius dignoscuntur velociores, quoniam spatium maius & manet, vt mensurari commodè possit : sed quòd ad tempus, quanto tardiores, quoniam in velocibus quantitas temporis est exigua : & etiam tempus ipsum perpetuò diffluit : ideò difficillimé deprehendi potest. Huius causa excogitauimus instrumentum, quod vocauimus Acolingen : quod constat tribus rotis : prima est pedum duodecim diametri, in ambitu autem habet denticulos ccclx æquales, & æqualiter inter se distantes, huius peripheriæ funis cum ponderibus inseritur, ita vt cum aliis duabus rotis renitentibus in vna hora circumagatur æqualiter. Duodecim ex his denticulis currulis duodecim denticulorum axis secundæ rotæ inseritur : sicut cum rota magna duodecim conuersa fuerit partibus, secunda rota cuius taxis si pedum duorum, scilicet sexcuplo maior circumuertatur. Huius minoris ambitus diuisus sit in cxx partes æquales, & vnicuique parti denticulus insertus sit : ita hæc rota tricies in vna hora conuertetur. Singulis vero denticulis currulis axis rotæ habentis denticulos quatuor inseratur, ita vt dum secunda rota vertitur semel minima cirmuertatur tricies : nam pro singulis quatuor denticulis, quibus media rota circumagetur, minima tota circumuertetur, ideóque nongenties in vna hora. Hæc minima rotula bessem pedis in dimetiente habebit, vt sit sexta pars illius, in ambitu autem diuisa erit in xl partes, vt cum circumuersa fuerit nongenties in vna hora pertransierit partes xxxvi. Et cum pulsus hominis communis sint in hora IIII, vel circa nouem partes ex his rotæ minoris perficient circiter vnam pulsationem ex diastole & sistole seu ex distentione & contractione perfectam : vt partis vnius conuersio fiat in nona parte, vel circa vnius pulsationis pulsus humani : & hoc est minimum fermè, quod ab humano sensu percipi possit. Erit etiam proportio rotarum eadem tam in diametris, quàm circuitibus scilicet sexcupla, neque motus difformis, quoniam maior tanto tardius mouebitur, quanto quod velocius mouetur etiam minus erit, tamen proportio velocitatis maioris ad minorem in æqualibus spatiis vigintiquincupla vt maioris ad mediam quintupla, nam cum sit sexcupla in ambitu, & tricies moueatur velocius comparatione totius, sequitur, vt proportio spatij, quod superabit media ad spatium, quod superabit maior in eisdem temporibus, erit quintupla, semper ad vnguem. Et ita mediæ ad minorem quintupla, & ideò maioris ad minorem velocitas viginti quincupla, vt non sit difformis, neque periculosa, vt in rotis moletrinis, & sit diuisa per medium iuxta proportionem, cum sit tanto velocior minor media, quanto media maiore. Rursus proportio partium maioris ad mediæ partes tripla est scilicet ccclx ad cxx, & mediæ ad minorrem tripla cxx ad xl, & propotio est sexeupla, iterum igitur partes maioris ad mediæ ad minorem erunt in dupla proportione, vtrobique, & est pulchrum. Ideò partes etiam minimæ rotæ erunt satis magnæ : nam cum diameter sit bes pedis, ambitus peripheriæ erit duorum pedum. I. vnciarum vigintiquatuor : igitur diuisa peripheria in xl partes, vnaquæque pars erit maior dimidia vncia.

SCHOLIVM.

Et cum defuerit instrumentum vtemur mensura expulsu hominis desumpta, sed non est adeò exacta. Accedit aliud commodum, quòd cum in vna hora circumuertantur partes xxxvi, id est triginta sex mille : & octauus orbis circumuertatur in totidem annis tot erunt momenta ex his in vna hora, quot anni in vno circuitu stellarum fixarum. Vt intelligamus, quam breui transit vna hora apud nos, ita apud Deum, vt ita dicam (nam nulla in infinito proportio) vnus annus magnus, & reditus rerum omnium. Comparata etiam rota minima ad rotam moletrint sic se habet, quòd cùm modica adest, versatur rota in vna pulsatione: cum satis abundans quinquies, aut sexies cum immodica duodecies.



Ex hoc sequitur, quod homo si moueretur velocitate motus rotæ moletrinæ in sex ebdomadibus perueniret ad sydus Lunæ, nam

nam [rotarum] earum, quibus ferrum acuitur semidimetiens communiter est bes vnius passus, ideò dimetiens passus cum triente: ambitus ergo quatuor passus, & xxi pars, colligamus nunc integra, in vno ictu pulsus circumagitur decies, id est passus xl, in hora sunt IIII pulsationes: in hora igitur spatium pertransitum est cxl passuum in M. horis, ergo erunt clx M. passuum addita parte xxi, erunt clxviij M. passuum, & tantum distat luna à terra: & M. horæ sunt dies penè xlij, hebdomadæ scilicet sex.

Propositio octuagesimanona.

Proportionem densitatis aquæ ad aërem per pondera inuenire.

Com. Contingit hoc multis modis: primum acceptis duabus sphærulis æqualibus ex crystalli substantia vnaque demissa ab altissima turri, & mensurato ictu per instrumentum præcedens, & sub totidem momentis alia demissa in aquam, inde sub eodem tempore dimensa altitudine, erit proportio spatij ad spatium vt densitatis aquæ, ad densitatem aëris. Item emissa sphærula per instrumentum in aerem, inde in aquam: & sumpta proportione. Et vidimus scorpionem, qui sphærulam creteam emittebat pedibus lxx, & in aqua per vnum & dimidium, adeò vt proportio fuerit, vt quinquaginta ad vnum: ideò est fallax experimentum in violento matu: nam cum emittebatur in aquam erat prope, & ob id in summo robore: cùm in aërem, emittitur sensim vis. De hoc ergo loquar.

Com. Et erumpentia ob id magis quàm è terra, & minus quam ex aëre: diuiditur enim aqua cum graue petit fundum, & aqua feruet: & est mirabilius, quàm vtile.

Propositio nonagesima.

Rationem impetus violenti extra missi ponderis ad æqualitatem reducere.

Com. Sit violentum a quod moueatur per b c d e, e spacium, & quia violentum contrà nititur naturali, cadat ergo in planum in e: sunt ergo tria consideranda primum quod, vt dixi aliâs, motus violentus pro certa distantia augetur, & causam ibi reddidi, vt potè vsque ad c, sed hoc esset difficile cognitu. Secundum, quod vbi incipit decrescere, semper magis ac magis decrescit propter naturalem nixum contra operantem. Tertium quod vbi descendere incipit, ibi est æqualis vis violentum motum agens cum naturali. Certum est etiam quod motus æqualis intelligitur erecta ad perpenditum e f, donec occurrat a d: & diuisa tota b f per tempus, locus ergo, in quo mouetur per tantum spatium, dicitur locus motus æqualis: qui sit gratia exempli g h, cuius medium proportione sit K, dico K consistere propiorem f, quàm b, etiamsi æqualiter moueretur. Primum quòd in tota g f declinat, & totus motus est lentior, quàm in tota b g, & tamen tardatur tantundem, ergo per communem animi sententiam, k est proprior f, quàm b. Secundò, quia per secundum suppositum motus a versus f, continuè fit lentior, igitur per communem animi sententiam multò longius est tempus motus a K, quam f, & tanto maius spatium. Tertiò, quia motus ex b versus c augetur, & si esset æqualis adhuc multò esset breuior K f quam a K, igitur multò magis hoc modo, & triplicata ratione. Si ergo



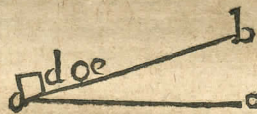
b K, esset sexquiquarta solum ipsi K f, erit b K dupla: fermè ex triplicata ratione ipsi K f, & iuxta eundem modum ponemus mediam vim xlvi passibus à scorpione a quam & hoc modo erit propè id quod est.

SCHOLIVM.

Dubitat autem Philosophus in mechanicis quænam vis sit, quæ moueat lapidem iam excussum? & dubium non est quin ex parte sit aër motus tum ratione, quia mouetur ergo mouet, tum exprimento, vt in fulminibus, & his quæ vento impelluntur, vt hypophysis, sed in scorpionibus & arcubus & pilis id non sufficere videtur. Itaque velut & caliditas & frigiditas in corporibus natura contrariis aliquandiu manent, & agunt ita & violentos motus, idque Alexander & Simplicius volunt. Inditio sunt quòd mota & emissa ex longioribus machinis quanquam non aërem continentibus, nec inanibus tamen, longius eiiciunt sagittas & missilia, quoniam vis illa firmius imprimitur, velut etiam de lapidibus & ferro, quod diutius in igne moram traxit, aut continuè follibus ignitum est, nam etiam tanto tardius refrigeratur vnumquodque horum, & alia vrit & accendit calore illo externo, quanquam natura frigidum sit: dicemus autem & de hoc suo loco.

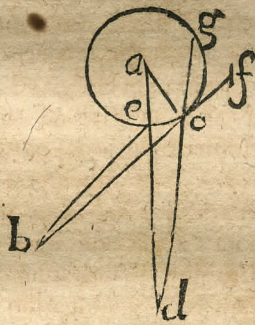
Propositio nonagesima prima.

Proportionem grauis cubi, & sphærici æqualium in accliui, & descensus eorum demonstrare.

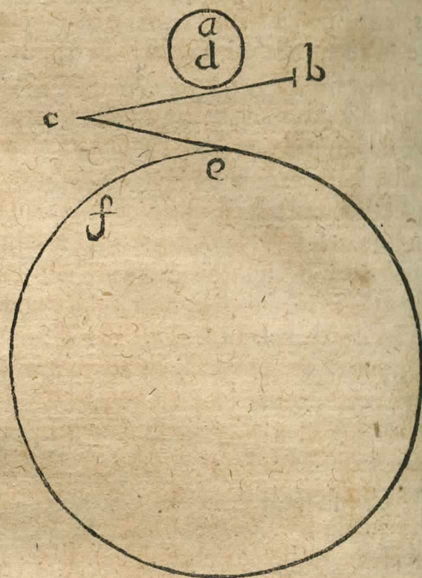


Hic non pauca sunt consideranda: Primum quòd hoc intelligi potest, vel de motibus attractionis, vel impulsionis, vel inuersionis. Secundum quod omne, quod impellitur superiùs, tantundem grauat attractum, quantum ad descensum, si sit rotundum, nam quadrata, etiam alia non descendunt sponte in decliui, & si sit locus valdè decliuis, tanto minus

minus descendunt, quanto sunt latiora. Quia tamen omnia difficiliùs descendunt sphæricis, & facilius quàm in plano, vbi ponderant nisi per dimidium grauitatis, ideò proportio hæc constat ex proportione anguli descensus ad totum rectum, & magnitudine superficiei, qua incumbit ad pōdus comparata. Omne enim graue, quanto grauius tam ad quietem, quàm ad motum naturalem potentius est: hoc enim perspicuū est, quia quieti naturali motus violentus, & motui naturali quies violenta opponitur: quia ergo maiore vi opus est ad motū præter naturam, ergo secundum naturam etiam maiore vi quiescit. Assumpsimus ergo cubum, vt magis notum. Sphæra igitur in omni decliui descendit, quia vt dictum est, nil habet quod resistat ad motum: & ipsa



grauior est in decliui, quàm in plano, quia c punctus cadit vltra e, ergo punctus contactus, & centrum grauitatis, & centrum mundi, non sunt in vna linea. Si enim b c contangeretur, esset b c plana. Si verò tangit, angulus est maior angulo contactus, ergo cum necessarium sit, æquidistare aliter non esset sphæricum, oportet, vt eleuetur ex parte c, & descendat versus b, & ideò vt continuetur motus. Si verò sit in linea contactus b c f, & æquidistet, non erit, vt dixi punctus contactus in linea centrorum, sed in a c, cum suppositum sit lineam a d esse lineam centrorum: maior est ergo portio g c e, quàm residuum, ergo descendet in b. Cubus verò non descendet, nisi cum dimidium d addito, quod intercipitur inter lineam mediam, & quæ à centro mundi ad punctum medium contactus vsque quò perueniat ad oppositam partem, eam habuerit proportionem ad idem medium eadem portione detracta, quem iuncta proportioni anguli declinationis ad residuum recti dimidiam proportionem efficiat. Eademque ratio aliorum planorum. Dico præterea quòd motus sphæræ, & etiam corporum rectarum superficierum in descensu alius est æqualis, & alius inæqualis, & quasi à latere, velut si angulus vnus prolabatur, ac fiat circumuolutio: cum ergo facilius fiat hoc, & maximè si non retineatur æqualiter, & difficile sit in medio retinere, propterea prolapsus hi melius retinentur duobus vinculis, quàm in medio, non solum ob hanc æqualitatem, & complexum meliorem, sed etiam, quod omnes motus, omnes ponderum nixus faciliùs cohibentur, & deducuntur diuisi in partes, quam si toti contineantur, aut vi trahantur. Et ideò vincula in ramicibus duplicia dextra, & sinistra scilicet in eadem parte tamen longe sunt meliora etiam ferreis, quæ solum in medio nectantur.

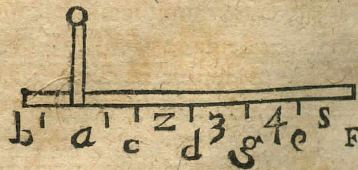


Cor. 1. Ex hoc etiam sequitur, quod cùm omne graue sponte semper appropinquet centro mundi, & a si moueretur per planum e, magis remoueretur à centro mundi, vt per e c per ea quæ diximus, & quoniam linea ex centro mundi ad c longior est, quàm ad e, multò potest enim esse, vt in proportione diametri quadrati ad latus eius, & etiam maior, ergo poterit esse adeo parum decliuis linea c d, vt c punctus magis distet à centro mundi, quàm d & tamen feretur ex d in c motu naturali, vt demonstratum est, ergo per purum motum naturalem poterit a remoueri à centro mundi. Hoc volui proponere, vt intelligeres in plano vero c e non moueri à sponte, quia c necessario altior est d: si ergo mouebitur, non erit c e recta, sed pars proportionis circuli superficiei terræ, quæ sensu à recta distingui non poterit. Hoc ergo est primum, ex quo sequitur.

Cor. 2. Quod aliquid poterit videri decliue, in quo non descendet imo erit, vt potè si aliqua linea obliqua esset inter c e, & f e, illa esset decliuis specie, & re, & tamen graue in illa non descenderet, quia à centro mundi magis remoueretur: hoc tamen est perdifficile factu, & maximè in parua distantia, vel etiam vnius miliaris. Atque hæc in leuigatis.

Propositio nonagesima secunda.

Proportionem ponderis æqualis iuxta longitudinis comparationem demonstrare.



Com. Hoc est, quod Archimedes reliquit intactum, cum esset maximè necessarium, & ostendit magis abstrusa, sed pace illius dixerim minus vtilia. Cum ergo sumpsissem virgam

virgam b f ponderis vnciarum xxiij, fuisset b a vigesimaquarta pars, b f pondus æquilibrij in b appensum librarum vigintisex cum dimidia: fuit igitur proportio ponderis e f ad pondus f b, vt tredecim ferme ad vnum. Et rursus feci ab quintam partem a f, & fuit a b vnciarum quatuor, & pondus quod æquauit librarum quatuor, ideò duplum ad pondus b f, sicut c f ad c b: constat enim quòd pondus appensum est æquale ponderi c f. Et rursus posui b a quartam partem b f, & fuit pondus, quod æquauit in b duæ libræ: ex quo manifestũ est, quod proportio c f ad c b est semper velut ponderis c f ad totam b f. Et hoc est, ac si dicamus quòd proportio ponderis c f ad totam est confusa ex proportione e f ad c b, & c f, quod est i p. Id etiam declaratum est in primo de Subtilitate. Proponatur ergo lemma, iam sic proportio põderis c f ad pondus b c, est primum vt longitudinis c f, si esset suspensa in medio ad longitudinem b c, quia supponuntur proportione similes suis longitudinibus magnitudines, & pondera. At c f suspensa in c, tantò est grauior pondere proprio, quantò proportionis longitudinis c f ad c b quadratum, quia in se ducitur proportio: igitur proportio ponderis c f in loco suo ad b c pondus est confusa ex proportione longitudinis c f ad c b, & quadratis eiusdem proportionis longitudinis c f ad c b. Sed quadratum proportionis longitudinis c f ad c b est æquale producto proportionis longitudinis c f in ipsam c f, propterea quòd ex proportione longitudinis c f ad c b in ipsam c b fit c f, igitur proportio ponderis c f ad pondus c b est confusa ex proportione ponderis c f ad pondus c b, & proportione ponderis c f alicuius se habentis ad pondus c f, vt c f longitudo ad longitudinem c b, igitur proportio ponderis c f ad pondus b f, vt c f ad c b in longitudine, quod erat probandum.

Ex 18. diff.

Propositio nonagesima tertia

Proeter quid in concussione etiam leui nauis loco moueatur ostendere. Vnde manifestum est, duas naues sibi inuicem occursantes retrocedere, & quantũ retrocedat ambæ.

Com.

Proponatur, quod proportio motus grauis in a d graue in aqua sit, velut proportio ponderis attracti in terra ad densitatem aquæ cum profunditate, nam vbi pondus supernataret aquæ, quia aqua est rotunda, est ac si tangeret in puncto. Quare per demonstrata superiùs mouebitur à quacunque vi, ergo nixus contrarius aduenit ob profunditatem, & aquæ densitatem, sed quanto aqua densior est, tanto minus nauis descendit, & quanto minus densa tanto magis: ergo pari modo fermè redduntur mobiles, & in aqua dulci & salsa, vbi naues sint similes forma, pondere, magnitudine. Quia ergo necesse est tabulam nauis esse duriorem, quam aqua ad resistendum, ergo pars maior ictus mouebit primo nauim, quam tabulam penetret: cum ergo quod facilius est, præcedat, difficilius ergo naues vtrinque mouebuntur, & quia inter duos quoscunque motus contrarios non esse os, vt vtar vocabulo Auerrois quinto Physicorum, necesse est, vt intercedat quies media, & in quiete ab ictu, vt visum est superius, oportet, vt quod excipit ictum vel loco moueatur, vel cedat, & ictus penetret, vel aër non condensetur ob tarditatem vltra metam, nec retrocedere potest ex supposito, & ictus est magnus, clarum est, quod oportet, vt cedat, & si durum sit confringatur. Proportio ergo recessus ad ictum est vt temporis & magnitudis partis, quæ cedit, & retrocessus posito ictu tanquam monade.

Propos. 40.

Propos. 74.

Propositio nonagesima quarta.

Si quantitas aliqua nota atque proportio erit producta quantitas nota similiter. Et si duæ proportiones notæ fuerint, erit producta ex his atque diuisa, coniunctaque atque detracta nota. Et si fuerit totius ad partem proportio nota erit, & ad aliam partem nota, & alterius partis ad alteram vno minor. Et si fuerit partis ad partem, erit ad totum monade minor atque nota. Et si fuerit vnius quantitatis ad duas quantitates proportio nota, erit & confusa ex eis nota. Et si fuerint trium quantitatum omiologarum, aut quatuor analogarum, omnes præter vnam cognitæ erunt, & illa alia cognita.

Com.

Sit quantitas a b & ducta in d proportionem, producat b c dico quod duobus quibuslibet ex his cognitis, erit cognitum tertium: nam cognitum quodlibet dicitur in comparatione ad simpliciter cognitũ, quod est vnum per se omnibus cognitum. Ob id Arithmetica est prima omnium disciplinarum, quia habet principium cognitum, & id, quod est, ad principium comparatum cognitum in illius comparatione: neque aliter cognitum dici potest. Quia ergo d cognita est, erunt monades, & partes cognitæ in ea: aliter non esset cognita b a, igitur cum cognita sit erit cognita per singulas monades, quanta sit. Et si diceres quòd b a non est cognita per partem monadis: dico quod pars monadis non est incognita, quia cum monades sunt cognitæ, esset d incognita. Omnes enim, quod componitur ex cognito & incognito, est incognitum, quia cognitum solum ratione partis cognitæ. Si ergo pars monadis est cognita, erit pars a b quælibet prout ex monade componitur simpliciter cognita. Superest, vt solum pars partis: & dico quod illa etiam est cognita: quia si pars abesset, monas esset cognita: esset enim pars ipsa.

d e f g
c b a

Ex secunda animi communi sententia.

Sed si sit pars, erit sumpta secundum partem monadis ipsius, ideò erit cognita iuxta nomen, velut dimidium est dimidium monadis, dimidium tertiæ partis monadis est cognitum, quia tertia pars est cognita, & scimus, quanta pars assumatur illius. Ergo si a b, & d cognitæ sunt erit & b c, quod est primum. Per hæc eadem probantur quatuor sequentes partes eodem modo. Sexta sic: sit proportio a c ad c b, nota igitur in comparatione ad monadem, sed proportio a c ad

ad c b b a est monas, igitur proportio a c ad a b nota est, quoniam aliter non posset dici proportio a c ad b c nota. Aliter, sit proportio a c ad c b e nota, ex supposito igitur conuersa nota quæ sit f ex f, igitur in a c fit b c ex g in a c, fiat a b ergo ex a c in f g fit a, c igitur f g est monas, f autem nota est, igitur in comparatione ad monadem, ergo residuum g notum. Cum verò proportio a b ad c b componatur ex proportione a b b c ad b c, & proportio b c ad b c sit monas, & proportio a c a d b c nota erit proportio a b ad b c cognita, & monade minor proportione a c ad b c. Per idem octaua pars demonstrabitur. Inde sit proportio a ad b, & ad c nota, erit ergo b, & c ad a nota, quare b c ad a nota, sed hæc est conuersa ad b c confusa, igitur proportio a ad b confusa nota est. Vltimum sit, sint a b c omiologæ, & sint a & b notæ duo, quod c nota est, nam a b, si notæ sunt, nota est proportio earum. Ergo & proportio b ad c ergo per primam partem huius cum sit b nota, exit &c. Et si ponantur a c notæ, dico, quod, b nota erit: nam proportio a c ad c nota est, quæ sit d, igitur d ad monadem vt a ad c, ergo latus notum erit, quod ductum in c producit b, b igitur nota. Et similiter in analogis sint a b c notæ: & ideò erit proportio a ad b nota ergo c ad d. cumque c nota sit, ergo per primam partem huius erit d nota, quod fuit demonstrandum.

Per demonstrat. 12. Propos.

Per 11. Pet.

Ex demonst. 12. Propos.

Per 14. Propos.

Per 3. Petit.

Ex 2. Animi sententia.

a
|——|
b c
|——| |——|

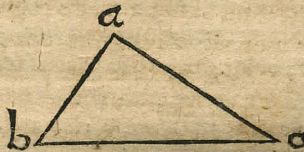
Propositio nonagesima quinta.

Cuiusuis trigoni rectanguli, aut cuius duo anguli sint in dupla proportione, aut qui circulo inscriptus sit cognita quantitate vnius lateris in comparatione ad demetientem, si proportio duorum laterum cognita fuerit, erunt omnia eius latera cognita.

Com.

Non cognitione propinqua astronomorũ, de qua abundè ab Heber tractatum est, sed de exacta, de qua superius egi nunc sermo est: sit igitur primum a b c trigonus orthogonius: & sit a rectus, & proportio duorum laterum cognita, dico, quod omnia latera cognita erunt: nam sit proportio, gratia exempli, a b ad b c, erit ergo quadrati a b ad quadratum b c cognita, quia duplicata: at quadrata a b, & a c perficiunt quadratum b c, igitur proportio quadrati a b ad a c & est i p: cognita erit, quare & a b ad a c, & eodem modo a c ad b c: quod est primum. Exemplum, ponatur b c dupla a b, erit a b quadratum sub quadruplum quadrato a b, quare subtriplum quadrato a c igitur si a b ponatur 1. b c erit 2, & a c ℞. 3. Rursus ponatur angulus b duplus angulo c qualiscũque sit, erit per demonstrata superius proportio a b b c ad a c, vt a c ad a b, si igitur nota sit proportio a c ad a b, erit nota proportio a b b c ad a b per præcedentem. Ergo per eandem omnia nota scilicet b c ad b a, & b c ad c a. Et si esset nota proportio a b ad b c, dico, quod essent nota omnia, nam nota esset a b, & b c, & quod fit ex a b in ipsum aggregatum. Sed hoc est æquale quadrato a c igitur notum est quadratum a c ergo a c: igitur proportio a b b c ad a c, & a c a d a b. Vt si a b esset 4 b c 5, esset a b b c 9 ducta in a b quæ est, fit 36, cuius latus est b a c scilicet. Et si esset trigonus aliquis in circulo, cuius proportio duorum laterum sit cognita ad dimetientem relata, sequitur per demonstrata superius, quod etiam tertium latus erit cognitum in comparatione ad eadem, & ideo etiam proportio illorum laterum ad vnguem cognita erit.

Propos. 97.



Per. 47. primi element.

Per 17. sexti Elem. Propos. 17.

Multa præterea cognita essent in hoc genere, quæ nunc prætermitto, quia non sunt ad finem necessaria. Alia præterea per diligentem inquisitionem maioris artis quàm alias edimus, tum verò etiam per nouas demonstrationes.

Com.

Propositio nonagesima sexta.

Cum in perspicuum densum radij luminosi inciderint, quatuor fiunt luminis genera.

Com.

Sit sol a, & perspicuum densum, exempli gratia, vt ampula magna aqua plena b c d, & si sit rotunda accendit ignem ex aduerso vt in e. Dico ergo in b c d esse quatuor genera luminis. Primum quod est validius, & recta transit, validius enim est, quod transit quàm quod transire non potest, & etiam quia, vt dixi, ignem accendit. Secundum est quod colligitur in ampula, & deinde spargitur circum circà, nam id validius est, quia penetrat, & resilit quàm quod non penetrat, aut si penetrat, non spargitur, & hoc diffunditur circa vas, nec reflectitur rectè, sed quasi intro colligitur, & diuersa ratione diffunditur, est tamen imbecillius primo, vt dictum est. Tertium genus est, quod illuminat intus ingrediendo, sed non spargitur, & hoc est debilius secundo, quia non potest spargi. Quartum est, quod non ingreditur omnino, sed reflectitur, istud est absque dubio imbecillimum quoniam penetrare non potest. Et licet in speculis concauis radius reflexus videatur esse validior, statim enim accendit ignem, hoc non contingit, nisi quia in speculo cauo radij omnes colliguntur ob opacum, quod à tergo est neque sparguntur, neque transeunt, neque combibuntur, vt ita dicam sed omnes reflectuntur. Ex quod colligitur quincuplex ordo radiorum iuxta rationem virium, primus est reflexorum à speculo cõcauo, & his sunt potentissimi ob rationem dictam, post quos sunt radij, qui transeunt per perspicuum maximè rotundum, qui & ipsi generant ignẽ & debiliorem primo, deinde reliqui tres sequentes supradicti. Sextus est radiorum, qui reflectuntur à rebus non nitidis, vt à muris.

a b d c e

&

& tabulis, nam omnia dura reflectunt & etiam mollium pleráque, & hæc reflexio est ferme infinita, & ob id cubicula etiam in angulis illuminantur.

Cor 1. Ex hoc sequitur, quòd Luna remittit lumen, non reflectit, nam secus non illuminaret totum orbem, sed solum portionem oppositam Soli, & hoc etiam rarò, ergo combibitur, & illustrat circumcirca vbique.

Cor 2. In stellis lumen Solis pertransit, aliter si reflecteretur, non illuminaret nos, aut apparerét, velut cometæ, quia pars vna esset clarior reliqua, & si combiberent lumen, non viderétur æquè claræ, cum Sol esset propinquus, aut remotus.

Cor. 3. Luna tota intus illuminatur à Sole, quoniam si ante coniunctionem illuminatur à sinistra parte, & combibit lumen per corrolarium primum, & post coniunctionem illuminatur à dextra, & combibit pariter lumen, ergo est tota naturæ perspicuæ, sed videtur obscura ex aduerso, propterea quòd radij validiores reflexi illustrant illam ex parte Solis, diffugiunt à contraria, quod manifeste apparet in ampula exposita Soli. Pars enim clarior versus Solem videtur, quàm ex aduerso, hoc autem longè magis in Luna ob distantiam.

Cor. 4. In omni Solis eclipsi fit collectio radiorum ad aspectum, & ideò in regione illa, in qua centrum Solis integitur à centro Lunæ, & vbicunque fit, fit incendium per tertium corrolarium. Hoc autem fit semper in quauis coniunctione, & dum Luna silet in regione aëris, sed terris non secundùm centrum, verùm ad latitudinem, & ad Orientem ante coniunctionem cum Sole, & ad Occidentem post: sed centra non sunt in linea visus.

Cor. 5. Ex hoc sequitur, quod oportet substãtiam Lunæ esse valde claram, cum videamus ab ampula tam paruum lumen diffundi, & rarum, à Luna verò in vniuersum orbem, & tam copiosum, vt necessarium sit substantiam Lunæ esse densam, & lucidam valde.

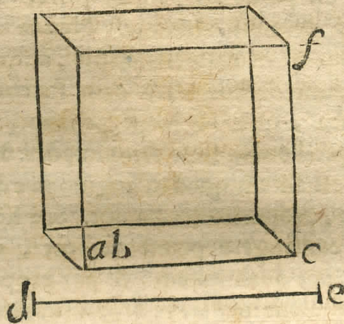
SCHOLIVM.

Et si quis dicat, quòd si incendiũ illud fieri posset in hora eclipsis, sequeretur, quòd vt in ampula in medio Lunæ videretur magnus splendor, referens corpus Solis. Propterea dico, quòd vel accidit, quia homo non potest ea hora intueri Solem, & etiã est impeditus à radiis curcumstantibus, cuius indicio est, quod in speculo posito in aqua, simile videtur stellulæ in centro Lunæ: & hic est splendor Solis collectus in centro Lunæ, posset etiam dici, quòd Luna circa medium propter maculam non admitteret lumen, & ita esset inæqualium partium.

Propositio nonagesimaseptima.

Motum inuersionis in figuris in comparatione ad motum sphæræ in plano inuestigare.

Com. Voco motum inuersionis, qui similis est motui sphæræ, scilicet circumuertendo graue à vertice, & manifestum est, quòd in quacunque figura, qua graue insidet plano per punctum velut ouata, ipsum mouetur à quauis vi, sed si insideat per superficiem, quanto maior est, & humilior, tãto difficilius mouetur, ideóque in corpore viginti basium, quòd inter regularia vocatã, plures habet superficies, pro ratione æqualis ponderis, motus erit longè facilior. Alia causa est inæqualitas partium, vnde quæ rotunda sunt, quia prominent, facile mouentur, & cum partes mediæ insistant plano, quanto minores erunt tantò facilius mouebuntur ratione ponderis. Vnde patet, quòd corpora ouata facilius mouentur, etiam quàm sphærica, habent enim partem mediam minorem, & paria sunt ratione incessus plani, sed aëris multitudine tardius, quoniam enim sphæra sub æquali ambitu plus continet corporis: ergo ouatũ æquale sphæræ habet maiorem ambitum ipsa sphæra. Hæc autem à Theone partim demonstrata sunt, partim ab Archimede, & partim à nobis, ergo motus ouati est fermè æqualis motui sphæræ, & tardior est con- Per 40.

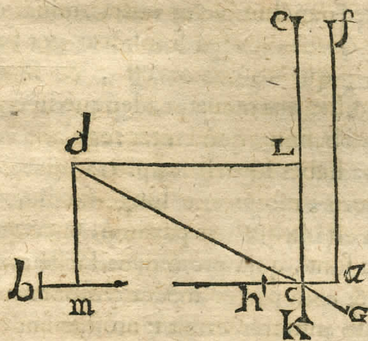


ciatus, quàm sphæræ, quia à maiore exclpitur aëre & partes exteriores non ita incumbunt in medium secundum longitudinem. Cubus verò tardior est propter æqualitatem, & latitudinem superficiei inferioris, omnium autem minime propter has causas conus ambligonius, & quanto magis fuerit, ratio verò eleuationis est, vt sit cubus b c, cuius medium grauitatis sit b super plano d e, & eleuetur ex a, & manifestum est, quod insidebit per totam lineam c f ipsi plano & proportio grauitatis totius suspensi in comparatione ad grauitatem eius, qui inuertit, est, velut proportio partis terminatæ ad lineam c f versus eum, qui eleuat ad partem, quæ vltra est, cum verò hæ partes notæ sint iuxta perpendiculum ex centro grauitatis, manifestum est, quod sciemus pondus corporis a b c f, dum inuertitur in quocunque situ ad pondus eius, dum suspenditur, & clarum est, quòd cùm centrum & medium grauitatis fuerint in vna linea per c f, tunc nulla erit grauitas.

Propositio nonagesima octaua.

Proportionem ponderum æqualium per differentiam angulorum inuenire.

Com. Sit a b, quæ ſi appenſa eſſet ad æquidiſtantem terræ ſuperficiei, nulla vi poſſet



eleuari, inflectatur ergo ad c punctum, omiſſa c g, & manifeſtum eſt, quod ſi b c inſiſteret ad perpendiculum, ponderaret a c ſi eſſet in æquilibrio, ponatur ergo accliuis in c d per notum angulum. Quia igitur b c ad c a nota eſt, erit dicta ſuperiùs notum pondus b h, poſita h c æquali c a, quare totius a b, & iam fuit e k notum, & punctus d notus: hoc enim infrà demonſtrabitur, qualis igitur proportio lineæ tranſuerſæ d l ad lineam deſcendentem d m, talis differentiæ ponderum c m, & c e, id eſt partis ad partem, hæc autem inferiùs demonſtrabuntur. Neque enim abſurdum eſt in materiis miſtis, aliquando vti nondum demonſtratis cum fuerint mathematica, quia obtinent principij rationem, quod etiam facit Archimedes. Manifeſtum eſt autem, quod in angulo m c d recti dimidio, proportio media erit. Sed hoc bifariam contingere poteſt ſcilicet, vt ſit media, per quantitatem, & per proportionem, eſt autem media, vt demonſtrabitur infrà ſecundum proportionem l d ad l e, proponatur ergo c e b, erit latus quadrati ℞ 72. igitur latus octogoni eſt ℞ v:72. m:℞ 2592, & latus reſidui ℞ v:72 p: ℞ 2592. quadrata ergo partium baſis differunt in ℞ 10368. Quare partes baſis ſunt 6 p:℞ 18, & 6 m: ℞ 18. ſcilicet l e, l d autem eſt ℞ 18; igitur differentia, & proportio eſt, qualis ℞ 18. ad 6 m: ℞. 18. ferme, vt 17. ad 7, & talis eſt proportio ponderis c d ad pondus c e ratione incrementi, ſeu differentiæ. Vt ſi pondus in c e eſſet decem librarum in c in quadraginta erit in c d triginta vnius cum quarta, ſed proportionis ratione eſſet viginti octo cum tertia.

Per Cor. 2. 45. Propoſ.
Per 86. Propoſ.
Propoſ. 99.
Propoſ. 97.
Propoſ. 98.

Propoſitio nonageſimanona.

Proportionem grauitatum per multitudinem ſuppoſitorum orbium oſtendere.

Com. Omne, quod mouetur, mouetur ſecundum naturam ponderis, quæ in attractione, vt demonſtratum eſt, æqualis eſt dimidio ſuſpenſi, cum ergo diuidatur in multiplices partes motus vniuſcuiuſque, eſt ſecundum dimidium illius partis, vt, ſi ſint ſex rotæ in curru det, quod vehitur, ſit pondus ſexaginta librarum, vnaquæque rota habet pondus quinque librarum, ſcilicet diuiſo triginta per ſex, & quia quodcunque mouetur ſphæricè non habet pondus niſi quantum premitur axis, ideò pondus ſexaginta librarum in vehendo redditur læſus quanto proportio producta minor eſt additione. Exemplum, ſit deductum pondus ſexaginta librarum per ſex rotas ad vigintiquatuor, quia ſi rotæ poſſent circumduci, vt in inuerſione dictum eſt, & eſſent æquales, & in ſolido æquali, ac duro, nulla vi mouerentur, ſed quaſi per ſe, ergo ſuppoſito pondere viginti quatuor librarum aſſumemus vnamquamque partem, & ducemus eam in ſeipſam, ſcilicet detraham quintam partem ex toto 30. fit 24. duc 30. in ſe, fit 900. duc 24. in ſe, fit 576, proportio vt 25. ad 16, at diuiſo 30. in ſex partes, fit 5. detrahe quintam partem, fit 4. duc in ſe, fit 16. duc in ſex, fit 96. igitur proportio 900. ad 96. eſt vt 25. ad $2\frac{2}{3}$, quod ergo erat 16. factum eſt $\frac{2}{3}$ proportio ergo decreſcentis maior eſt diuiſo per plura. Sed plerunque additis rotis creſcit pondus, nihilo ſecius, redditur etiam leuius. Sed & de hoc in ſequenti.

Per. 40.

Propoſitio centeſima.

Proportionem grauitatis ponderum attractorum per trochlearum numerum inueſtigare.

Ariſtoteles in Mechanicis cenſet cauſam leuitatis trochlearũ eſſe in pondere eleuando, quòd pondera auxilio vectium facilius mouentur, quàm manibus. Rotulæ verò in trochleis vectes ſunt, & axis miſta hypomochlij, ergo facilius pondus trahitur per vnam rotulã, quàm ſi manu traheretur, at verò per duas tres, vnde tris paſſus longe facilius, & etiam facilius per quinque, vnde pentas paſſus, nam quinque orbiculis, quaſi totidem vectibus diuiſũ pondus manifeſtè fit leuius, & vt dictum eſt, tanquam totidem vectibus pondus eleuatur, eſtque proportio producta, ſemperque prior hypomochilij locum habet, verũtamen minus aſſumit laboris, poſterior verò vectis maiorem partem ſibi ponderis ſeruat, velut in ſuccula etiam iugum traiectum per plures colopes facilius, vertitur. Et ſi quis dicat nõne totum pondus inſidet primæ trochleæ per trochleam, intelligo nunc ſolùm rotulam cum ipſo axe, ſeu axiculo (vt dicunt) non autem in proprio ſignificato, in quo etiam funis traiectus, & inſidens rotulæ, ſeu rotulis, nam vna trochlea plures cõtinere poteſt orbiculos, & axes. Licet ergo pondus inſideat primæ trochleæ, ſeu rotulæ, in eo tamen, quod trahitur, diuiditur, licet non æqualiter dico, præter id funis motum intendi, nam motus actionem auget, & ideò quanto longior, eò facilius mouet ob concuſſionem, demũ quia leuis eſt rotula circa axem, vt plus vecte poſſit.

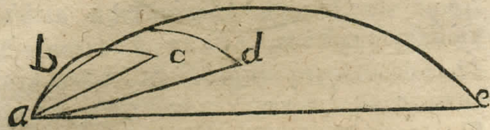
Com. In Mechan. Quæſt 18.

Propoſitio centeſima prima.

Proportionem precij gemmarum ex tribus in eodem genere cognitis inuenire.

Solent gemmarij vendere adamantem ponderis vnius grani vno coronato, duorum autem granorum tribus coronatis, quatuor autem, gratia exempli, quadraginta coronatis, quæritur quantum valebit adamas octo granorum,

granorum, quoniam ergo proportio non seruatur. Est enim in pondere vtraque dupla, in pretio autem ex prima habetur tripla, ex secunda habetur proportio maior, quàm tredecim ad vnum, propterea vtendum est proportione propinquiori, si satis faceret, gratia exempli, in prima additione fuit vnũ granum, & acquisiuit proportionẽ triplam, in secunda fuerunt duo grana, si ergo acquisisset solùm sexcuplam proportionem habe-remus intentum. Propterea in isto casu oportet demonstrare forma Geometrica, supposito, quòd sit figura recta ex vno latere a b, ita vt angulus, vel minimus capiat b c æqualem a b, & ex æquali b a c addito fiat b d tripla b c, & ex angulo b a e duplo b a d, fiat b c d e quadragintupla a b, & iuxta rationem erit in infinitum. Siue sit parabole, siue hyperbole, seu sit alia coincidentium.



SCHOLIVM.

Et nota, quod si res hæc esset naturalis, ostenderet infinitum in rebus ex regula dialectica, sed quia ex voluntaria, nullas habet vires.

Propositio centesima secunda.

Proportionem motuum inuersionis, & attractionis in plano inuenire.

Et sit, vt aliquid inuertatur, declaratum autem est suprà, quid sit inuersio, & quàm diuersa sit rursus, & quòd attractio est dimidium ponderis eleuati. Cum ergo constet in inuersione, quanta sit proportio ponderis suspensi ad pondus inuersum, & pondus suspensi sit duplum ponderi attracti, sequitur, vt diuisa proportione ponderis suspensi ad pondus inuersum per medium cognoscatur proportio attractionis ad inuersionem. Com. Propos. 89. Propos. 61.

Ex hoc sequitur, quod aliquod pondus trahi potest, quod non potest inuerti, hoc autem indiget longa declaratione, quam docebimus inferiùs: & tamen attigit hoc raò. Com.

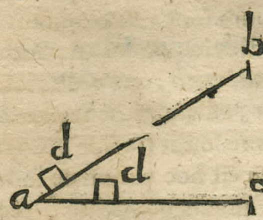
Propositio centesima tertia.

Proportionem eorundem in accliui demonstrare.

Dupliciter potest intelligi, vel descendendo, vel ascendendo. Sed ego nunc loquor de ascensu, contraria ratione intelliges de descensu, & circa inuersionem demonstrata est proportio eius iuxta angulum ascensus, & similiter declarabitur de proportione attractionis iuxta eundem angulum ascensus, & nuper declarata est proportio inuersionis in plano ad attractionem, ex quibus sequitur per ea, quæ dicam inferius, quòd proportio cuiusuis mobilis inuersi ad attractum sub quibuscunque angulis nota erit. Com. Propos. 71. In sequenti.

Propositio centesima quarta.

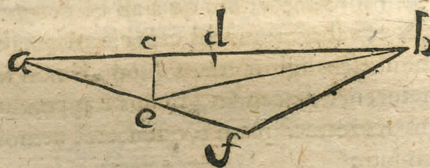
Proportionem motus attractionis in decliui ad motum in plano determinare.



Si ab accliue, seu decliue in quo d ad attrahendum, cuius nota est ex superioribus difficultas in plano ratione figuræ constante, ergo ea quęritur proportio ascensus, & quoniã terminus ad perpendiculum est dupla proportio, & iam grauitas in plano est dimidium, ideò quicquid acquiritur in eleuatione est in comparatione ad illud dimidium, cum ergo attractio secundum eãdem proportionem augeatur, ergo semper maior difficultas augebitur, ergo ab initio minimum erit discrimen ab attractione in plano. Exempli gratia sit, vt graue d in plano sit, vt quinque & suspensum decem, ergo in medio angulo erit penè septem, sed septẽ minus longe distant à quinque, quàm decem ad septem, ergo in secunda parte plus longè augebitur difficultas attractionis supra difficultatem in medio angulo accliui, quàm in prima parte à plano ad medium accliue, & quoniam planum in plano descendit, tanto vehementius, quanto difficilius attrahitur, ergo planum in decliui sublimi lõge maiore impetu feretur infrà quã sit proportio anguli ad angulum. Exempli gratia, planum in medio angulo, si incipiat descendere in dodrante multo lentius, quàm pro dimidio virium descensus totius anguli, imò initium descensus est à medio recti ad vnguem, vbi omnia plana sint, & durissima, & causa huius est quia omne graue tendit ad centrum, quòd maior pars ipsius grauis est vltra medium grauitatis in decliui humiliore. Com. Ex 61. & 64 propos.

Propositio centesima quinta.

Proportionem ferentium pondus in pertica inuenire. Com.



Hæc proponitur etiam à Philosopho, & ponatur a b, & si pondus sit in medio d grauat æqualiter vtrunque, nam in hoc consentit experimentum cum ratione, at verò si ponatur in c ita, vt b c sit tripla b a viderentur a & b, tanquam hæpomochia, & pondus ipsum b, vt grauior esset c b, quam c a. Aristoteles, seu author ille hoc videns bifariam respondet, primum quòd hoc est inuersum instrumentum, cum in cæteris motor sit ex aduerso hypomochlij, hic in ipso, gestans enim mouet & hypomochlij instar est humerus. At hoc verum nõ est: quod mouet enim est pondus, & est in c: nam a, & contingit moueri: quia si starent, idem sequeretur. Secunda responsio est, quòd vtrunque Quæst. 59. Mechanic. Propos. 45. Propos. 103.

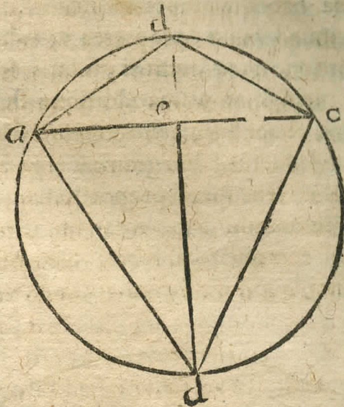
premit ſcilicet ferentes & pondus, & quod qui longior eſt ab hypomochlio facilius mouet, & redit ad idem fermè: nam in c conſtituitur, quod moueri debet, capita vectium ſunt a, & b: motus autem eſt ipſum ſuſtinere pondus. At hoc non videtur, quoniam ratio, qua vectis longior facilius mouet, eſt ambitus magnitudo, ob quam motus redditur tradior, & ideo leuior: igitur non eſt hoc verum de motu occulto, ſicut eſt grauis prementis, ſed circumducente, cum in occulto velut in ſtatera contrarium accidere docuerimus aliàs. Quidam dixere b premere c verſus a, a contra verſus b, & ideò grauari magis a à b, quàm b ab a, quia maiorē vim habet b e, quàm a c. Iſtud falſum eſt bifariam. Primum, quia & ſi a, & b ſint in æquilibrio, vt nec vnus in alterum incombat, nec impellat, ſed tantum ſuſtineat nihilo ſecius res vera eſt. Et etiam quia non eſt verum, quòd qui longius incumbit, maiorem vim inferat. Propterea dicendum eſt, quòd qui ex communibus propria nituntur demonſtrare, omnes corrumpunt diſciplinas. Nihil deterius eſt his monſtris. Nam etſi hæc ratio vera eſſet: non tamen reddit cauſam, quia non eſt ex propriis principiis. Dico ergo, quod ſi c deſcendat in e, per perpendiculum deſcendet, igitur d b eſt longior d a, quare angulus e a b maior e b a: igitur pondus c plus deſcendit comparatione a, quàm b, ergo plus grauat c ipſum a quàm b, ſeu ex cauſa, quod magis premat, ſeu ex effectu, quòd magis deſceſſerit. Cauſa ergo erroris eſt, quod ſi ponatur angulus f b a æqualis angulo f a b, & ponatur b f æqualis b c, tunc in eodem tempore, in quo tranſit dimidium c in e, tranſibit aliud dimidium c in f, quia ſeparatæ partes grauiores ſunt in c b, quàm c a, propter diſtantiam ab hypomochlio, ſed tunc velocius mouentur, & angulus fit æqualis. Sed quando pondus eſt vnum, & c deſcendit ad e, cum deſcendat inæquali tempore, & peragat maiorem angulum comparatione a, quàm b, ſequitur, vt velocius moueatur comparatione a quàm b. Ergo ſi non mouetur, cum omnis potentia ſit ſimilis actui, tum quia ab eo producitur, & effectus eſt ſimilis cauſæ: tum quia eſt initium actus, igitur etiam quod a b non inclinetur, nec deſcendat, grauius erit pondus, comparatione a quàm b, quod erat demonſtrandum.

Ex hoc ſequitur, quòd aliqua iuncta erunt grauiora reſpectu vnius, quæ erunt mutato ordine diuiſa leuiora. Quoniam diuiſa quæ longius diſtant, æqualem, aut maiorem angulum faciunt, iuncta minorem.

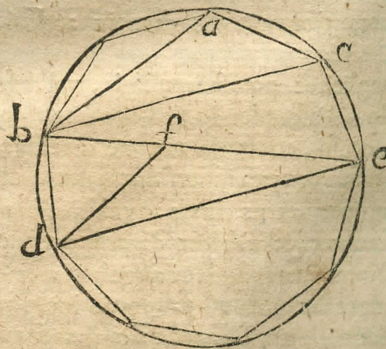
Propoſitio centeſima ſexta.

Quales proportiones angulorum doceant laterum proportiones. Atque viciſſim determinare.

Sit circulus a b c, cuius dimetiens, nota b d ſit b, erit ergo latus exagoni a b dimidium b d, id eſt 3. igitur cum angulus a ſit rectus, erit a d ℞ 27. latus trianguli. Et latus quadrati per eandem ℞ 18. Vt latus exagoni ſit ℞ 9. Quadrati ℞ 18. Trianguli ℞ 27. & ita poteſtate ſe habent hæc vt 1. 2. 3. Et ſunt nota. Et quia latus d e c agoni eſt ℞ $11\frac{1}{2}$.



m, $1\frac{1}{2}$. & ipſum erit notum. Quare latus pentagoni eſt ℞ v $22\frac{1}{2}$. m: ℞ $101\frac{1}{4}$. notum. Et iam notum fuit latus eptagoni. Habebimus igitur latera Trianguli quadrati pentagoni, & eptagoni æquilaterorum nota: & etiam ſubtenſorum duobus ex his. Sit gratia exēpli, a b 3. & b c ℞ $11\frac{1}{4}$. m: $1\frac{1}{2}$. vt prius, & ponatur b d diameter, erit a d ℞ 27. & c d ℞ v $22\frac{1}{2}$. m: ℞ $101\frac{1}{4}$. quam ducemus in a b, & fiet ℞ v. $202\frac{1}{2}$. m: ℞ $821\frac{1}{4}$. Ducemus itidem ℞ 27. a d in b c ℞ $11\frac{1}{4}$. m: $1\frac{1}{2}$, fiet ℞ $303\frac{3}{4}$. m: ℞ $60\frac{3}{4}$. hoc totum diuide per 66. quæ eſt b: fiet a c ℞ $8\frac{7}{16}$ m: ℞ $1\frac{1}{16}$. p: ℞ v: $5\frac{45}{72}$. m: ℞ $6\frac{1501}{5184}$. Nec credas te errare, quoniam latus pentagoni eſſet, ac ſi angulus b rectus eſſet: ſed quia eſt obtuſus, ideo a c eſt alia linea, & maior latere pentagoni. Et ſimiliter ſi a b, & a c notæ eſſent, vtpote a b 3. vt prius a c 5 dico, quod b c nota eſt: nam a d erit ℞ 27. & quia ex b d in a c fit 30. fiet ex b c in a d pos ℞ 27. & ex a b in c d ℞ 324. m: 9. quad. igitur 30. m: pos ℞ 27 æquantur ℞ 324. m: 9 quad. quare 900. p. 27. quad. m: pos ℞ 97200. æquantur 324. m: 9. quad. igitur 576. p: 16. quad. æquantur pos ℞ 97200. Quadratum igitur p: 36. æquantur pos ℞ $379\frac{11}{16}$ erit ergo b c ℞ v: ℞ 94. $\frac{59}{64}$. p: ℞ 58 $\frac{591}{64}$. & ſimiliter ſi a c ſit nota, puta 4. erit a b ſubtenſa dimidio arcus a c nota. Erit enim a e 2. ergo d e 3. p: ℞ 5. & b e 3 m ℞ 5. igitur a b ℞ v: 18. m. ℞ 180. Igitur hoc modo diuidendo, iungendo, & detrahendo habebimus ex quatuor illis ſimplicibus trianguli quadrati. Pentagoni, & eptagoni innumeras linearum magnitudines in circulo. Et ſimiliter quouis modo, vt dictum eſt, in quauis figura æquilatera, vt- Per 52. Element.



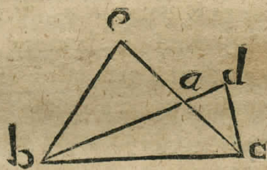
pote ſuppoſito, quod deſcriptum ſit nonangulum in circulo æquilaterum, quod etiā erit

æquian

æquiangulum, & sit arcus a b duplus arcui a c, erit angulus a c b duplus angulo a b c, & angulus b a c in portione b d e c sexcuplus a b c, & triplus a c b. Erit ergo per demonstrata proportio b a ad a c, velut a c, & c b, ad a b: proportio autem a b arcus ad a c, ex suppositio maior est proportione rectæ a b ad a c, igitur etiam proportione a c & c b ad a b, ergo duo latera trianguli ad tertium minorem habent proportionem, quam arcus ad arcum, quanto rectæ ad rectam minor est. Sit rursus in triangulo b e d quomodolibet modo sit angulus b d e quadruplus angulo b e d, & diuidatur d per æqualia ducta d f, erit igitur proportio f d, d e ad f e, vt e f ad f d, sed e f ad f b vt d e ad d b. igitur proportio b d, d e ad f b composita ex proportionibus e f ad f d, & e d ad d b. Proportio igitur b d, d e ad f b, vt producti ex e f in e d ad productū ex d f in d b. Rursus ponamus, quod in quadrangulo a b c d primæ figuræ sit a b 4 b c 3 e d 5 ad 6 dico, quod spacium contentum erit notum. Ductis rectis a c & b d quomodolibet, vt se secent in e, erunt anguli d c a, & d b a æquales, quia in eadem portione circuli a d, & anguli a d e æquales, quia contra se positi, igitur trianguli a b e, & c d e similes, & proportio d c ad a b, vt c e ad b e, c d autem fuit 5 a b 4, igitur si b e ponatur 4 pos c e erit 5 pos. Per easdem, & eodem modo a d ad b c vt d e ad e c. igitur posita c e 5 pos erit ad 10 post tota igitur d b 14 pos. Et quoniā eadē proportio a e ad e b per eadē, & e b fuit 4 pos: igitur a e est 8 pos, quare a e 13. post productum igitur ex a c in d b, est 182 quad. & hoc æquatur productis a b in c d, quod est 20, & b c in a d quod est 18, totum igitur est 38, igitur res est ℞ $\frac{19}{91}$. Quare notæ erunt lineæ b e d, a e, & e c, sed sufficit, vt cognita sit a c, vel b d. Per regulam enim triangulorum erunt notæ areæ a b c, & a d e, quare tota superficies a b c d. Et est inuentum Scipionis Ferri Bononiensis de quo aliâs. Potest etiam inuenta a c vel b d haberi superficies facilius per catheros.

In 16. de Subtil. — Per 3. sexti Elem. — Per 23. sexti Elem. — Per 21. tertij Elem. — Per 15 primi Elem. — Per 32. primi Elem.

Sit modo obtusi angulus a b c & nota la-



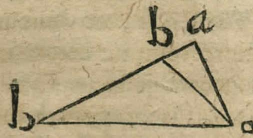
Per 32. primi Elem.

tera singula, & angulus a b c, & producantur latera ad perpendiculum, vt sint d & e recti, & quia anguli ad a sunt æquales, erunt anguli e b a, & d e a semper æquales. Et hoc idem contingit in acutis angulis trianguli intus, & est vtile mechanicum: & quia a b c notus est, & d notus, erunt anguli trigoni d b c noti: & si fuerit angulus a notus, erunt anguli d a c & e a b noti, & ideo anguli e b a, & d c a: & semper notum, quod fit ex b a in a d, vel c a in a e, sunt enim æqualia inter se: etiam notæ a d & a e, quoniam duplum horum est excessus quadrati b c super quadrata a b, & a c.

Quod verò proponitur à Monteregio de cognitione angulorum in triangulis non est intelligendum, vt verba significant, sed solum de cognitione quoad vsum tabularum.

Per 12. secundi Elem.

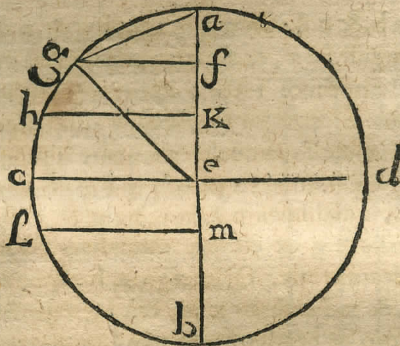
Et iterum ponamus, quòd proportio a c c b ad a b sit qualis a b ad a c, dico quòd angolus duplus est angulo b. Si non ducatur



c d faciens angulum d c b duplum b, erit igitur proportio d c c b ad d b, vt d b ad d c. Maior est autem d c, quàm a c, aut æqualis, aut minor: si æqualis, igitur maior proportio d c c b ad b d quàm b a, igitur maior proportio b d ad d c quam b a ad a c b d c & æquales sunt igitur maior d a pars toto, quod esse non potest. Si verò d c ponatur maior a c, magis ex hoc sequitur b d maiorem esse b a. Quod si minor sit d c quàm a c. Ex demonstratione ipsius reflexæ proportionis patet hoc contingere non posse. Et similiter patet conuersas in reliquis etiam veras esse, non solum in proportionibus notissimis angulorum sed etiam in coniunctione & detractione. Et est ex subtilissimis operationibus, quæ homini in hoc genere eueniant.

Propositio centesimaseptima.

Si in circulo duo diametri ad rectum angulum secauerint: aliæ verò ad perpendiculum ex diamerro exierint ad circumferentiam, singulæ supra diametrum erunt maiores portionibus reliquis diametri superioribus, infra autem minores. Dimidium autem portionis superioris residuum ad centrum maius sagitta habebit. In aliqua præterea portionis superioris parte, quæ versus diametrum transuersum posita est, maior est differentia partis diametri ei correspondentis, quam lineæ transuersæ.



Sint duæ diametri a b, c d ad perpendendi culum secantes se in centro, & dicuntur super f g K h, & infra m l ad perpendiculum supra a b: dico f g esse maiorem f a, & K h K a, & contrà minorem m l, quàm m a. Per octauam enim sexti, quod fit ex b f in f a æquale est quadrato f g,

Per 31. tertij Elem.

f g, sed b f est maior f g, quia b f est maior c b, & ideo e c g f, ergo f g maior est f a, m l autem minor est per eadem e c, quare e a, multo igitur minor m a, quod est primum. Supposito etiam, quòd a g arcus sit dimidium a c, dico a f minorem esse f e, nam quadratum e g æquale est quadratis f e, & f g, & quadratum a g quadratis f g & f a & e g est æqualis lateri exagoni, & a g latus octogoni, igitur e g maior g a, & duo quadrata e f & f g maiora duobus quadratis f g & f a, detracto igitur communi f g quadrato, patet propositum.

Per 7. tertij Elem. Cor 1. eiusdem. Per 47. primi Elem. Per Cor. 15. quarti Elem. Per 18. tertij Elem.

Cum rursus ex prima parte huius lineæ f g & k h sint maiores f a, & k a & ea sit æqualis e c, necesse est vt iuxta punctum c augeatur magis linea in ea, quam sit differentia lineæ transuersæ ad lineam transuersam per communem animi sententiam, quod est tertium.

Propositio centesima octaua.

Punctum æqualitatis differentiæ descensus, & remotionis à centro inuenire.

Com. Per præcedentem moto puncto a versus c semper vsque ad e, c magis distat punctum à linea a e, quàm à puncto a versus, quia linea n h maior est n a, & per eandem dum appropinquat ad c cum e c fiat æqualis e a, maius fit incrementum in a e, quam respectu lineæ transuersalis. Volo ergo inuenire punctum hoc in quo fit mutatio: & diuido arcũ a c per æqualia in f, & dico illum esse punctum quæsitum: accepto quouis puncto in e f, puta k, duco g o h p æquidistantes a b, & c d: eruntque anguli q & n recti & anguli f e a, & f e c æquales, igitur vterque dimidium recti: igitur per dicta in primo Elementorum Euclidis e n æqualis n k, igitur c q æqualis e n, quare h p æqualis g o, sed quod fit ex o k in k g est æquale ei, quod fit ex p k in k h, igitur k h est æqualis k g ex eisdem ostenditur f l m k quadratum esse. Quia ergo k h est æqualis k g, & k l æqualis k m, erit l g æqualis m h. Ergo descendendo ex g in f, quantum f l superat l g, tantum descendendo ex f in h. f m superat m h per communem animi sententiam. At f m est descensus f in linea a e, & m h distantia, quæ acquiritur in linea f r, n m enim est æqualis f r, igitur n h excedit f r in h m, & ita a n excedit a r in n r æquali f m. Quantum ergo in g f, l f excedit l g, tantum in descensu ex in f h, f, m, quæ refert g l, excedit h m, quæ refert f l. Arcus autem f g est æqualis arcui f h, quod cum possem ostendere pluribus modis satis constat, quia chor darum illorum quadrata sunt inuicem æqualia, quia lineæ f m, & f l itemque m h & l g sunt æquales, & anguli m, & l recti. Igitur cum ad quodvis punctum in linea e f semper linea descensus in parte inferiore est maior linea distantiæ tanto, quanto per æqualem arcum in superiore linea distantia est maior linea, descensus sequitur per regulam Dialecticam quod punctus f, est punctus æqualitatis. Per idem diceremus in quarta parte inferiore.

Per 29. primi Elem. Per 13. tertij Elem. Propos 32. & 6. Per 34. primi Elem. Per 7. tertij Element. Per 47 primi Element. Per 47. tertij Elem.

Propositio centesima nona.

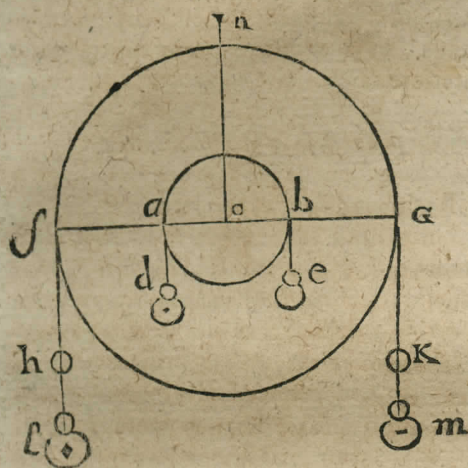
Rationem libræ expendere.

Cum libra moueatur, velut rota circa axem, quia trutina manet, ideò si pondus ponatur, dum iugum fuerit in linea a b nihil mouebitur, quia appetitus descensus ex puncto a maximus est, & nihil iuuat motum extra naturam, idem dico de graui posito in vertice b a. Nam duo sunt motus in rota, & in libra vnus, per quem dum fertur per arcum a f, gratia exempli descendit, quantum est a r, quæ est minor dimidio e r, & ideò minor e r, quæ est maior dimidio, vt demonstratum est, & etiam minor r f, quæ æqualis est r e per demonstrata rursus: & hic est naturalis vt palam est: alter præter naturam, & est ferri ad latus, quoniam hoc est proprium immortalibus: cumque hic sit ad latus est etiam contra naturam, quia magis distat à centro, nam e f est longior c r, si ergo r ferretur in f, moueretur à centro, & contra naturam. Dum ergo fertur ex a in f, multo lentius fertur, quàm ex f in c: velocius autem ex c usque ad medium: nam plurimum descendit. Ex h ad b autem celerrimè, quoniam descendit, & appropinquat lineæ a b, vt vterque motus sit naturalis. Non ergo mouetur præter naturam nisi quatenus longius recedit à linea a b, vnde in inferiore parte mouetur ad eandem, ideò de parte c b tota perspicua est ratio, cur facillimè descendat, similiter & tota, hoc enim est demonstratum. Similiter & quare difficillimè feratur ex b vsque ad p, & vltra p vsque ad directum r f: at de motu ex a in f, quod debeat ferri, quia plus remouetur, quam descendat, nulla est ratio: vt nec cur ex opposito f ad a difficilem se præstet: & hoc est, quia tertiam rationem etiam ipse Aristoteles, & qui eum sequuti sunt, prætermisit. Ea autem est, quod dum fertur ad g, vel f etiam licet non descendat magis, quàm remoueatur, ex a ad centrum terræ tamen magis appropinquat. Quia enim e a est æqualis e c, quoniam prodeunt à centro circuli eiusdem, & b e, & e c sunt maiores b c, ideò b a erit maior b c, est autem b centrum mundi, ergo a motum ad c, appropinquauit ipsi b.

Propos. 98. In præcedenti. Per 17 primi Elem.

Dico etiam quod libra ex chalybe tenuissimo,

simo, & quanto leuiorum concharum, & longioris iugi 10. exactior, quoniam lances illæ minori excessu mouentur, quia plus distant ab hypomochlio. Sit ergo libra, cuius iugum a b trutina c: lances d & e, alia libra, cuius lances h, & K, & l m longiores, iugum f g. Constat, quod qualis proportio f g ad a b, talis ambitus, ad ambitum: motus ergo si sit æqualis vtrarumque, igitur à tanto minore proportione



mouebitur in h, quam in d, velut sit proportio f g ad a b dupla, vt ergo æqualiter moueantur, si sit dupla sexquiquarta in d cum lance ad e vacuam, erit in h sexquialtera, & mouebit æquali tempore. Ergo iuxta hoc fient libræ, quæ examinabunt decimam, & vigesimam partem grani, quod est necessarium in preciosis rebus, & medicamentis potentibus, & longè magis in mechanicis experimentis, & maximè quæ ad demonstrationem pertinent magnitudinis superficierum, & constat res in tribus, in longitudine, f g iungi, in leuitatem materiæ illius, & lancium, nam tanto maior redditur proportio ponderis exigui, & in firmitate iugi ac rectitudine, ideo debet fieri ex chalybe purgato, durato ac tenuissimo, naturaque leui, & vt c sit in medio & mobilis f g.

Considerandum est demum an f l & g m sint grauiores f h, & g K. Vt enim grauiores exciterint minus facilè mouentur. Videntur autem mihi, qui de his conscripserunt perperam contempsisse hoc, constat enim, quod dum l descendit, remouetur a b n c trutina, & m, quæ ascendit contra appropinquat. Videtur autem hoc bifariam contra naturam: nam vt diximus pondus applicat se ad rectam n c, quia versus centrum, & etiam quia facit angulum obtusum, cum deberet, vt ab initio saltem constituere cum iugo rectum. Et de m nihil mirum est, cum acutum, vt se ad lineam, quæ ad centrum retrahat. Huiusmodi præteriisse Aristotelem, demiror, quæ nimis fuerunt in conspicuo, vt dubitem ne non suus sit ille liber, qui eius penè nihil sapiat præter obscuritatem. Tentandum est igitur horum causas assignare: nam quæ huiusmodi potest esse doctrina nisi perfecta fuerit, in omnibus etenim necesse est aut omnia scire aut ignorare. In hoc igitur dico, quod h f, seu l f, semper æqui distant n c trutinæ, ergo cum angulus f c n inclinato iugo fiat obtusus descendente pondere, & n c g ascendente pondere fiat acutus ergo angulus l f c tantundem fiet obtusior, & m g c acutior, quanto anguli ad c tales sunt. Et causa est quia n c ratione ponderis est directa ad centrum, ergo oportet, vt pondera l, vel h, & m, vel K, si debent tendere ad centrum, vt f l, & g m æquidistent n c, nisi quantum est pro distantia f, à puncto c, & g a b eodem, quæ comparata ad centrum terræ, seu mundi, est insensibilis omnino. Circa hæc notandum istud mirabile scilicet, quod ratio motus, quantumuis exigua sufficit ad motus modum, licet velocitas pendeat ex grauitate, & aliis. Et quod graue, quod expers est sensus, debeat sequi rationem Geometricam vix sapientibus cognitam, causa tamen vna est, & perspicua: nam omne graue est in linea à centro mundi: si autem medium grauis sit extra lineam, vertitur ad illam, quæ est in eo, nam centrum semper est in eadem. Ergo sola inclinatio ad hoc vt medium grauis sit in linea centrorum grauitatis & terræ, sufficit. Est ergo principium in seipso. In appensis similiter. Trutina enim, & finis iugi, & grauis centrum mundi centrum sunt in eadem linea, vt esse possunt, cum exigua illa & sola distantia intercedat, & hoc est primum. Quia ergo iugum est ex materia solida mouetur ratione, quæ dicta est, lances autem oportet cum filis appensi sint, vt puncta f & h, vel l, & g K, vel g m sint in vna linea cum centro terræ. Et quia l magis distat a b f quam h, & m a g magis quam K, & oportet faciant eandem inclinationem, quia anguli trutinæ cum iugo sunt iidem, & linea c l est maior c h, & c m, quàm c K in quouis situ, ergo spatium, quod ambitur, est maius ergo per d e monstrata superius l est grauius h etiam præter vinculorum additionem, & m grauius K. Quanto igitur longiores sunt funiculi à libræ extremitate seu iugi, tanto grauius redditur pondus, quod tamen multi putant esse falsum: nec aliquid referre, quòd sit longum, aut breue sustentaculum.

Propositio centesima decima.

Si duæ sphæræ ex eadem materia descendant in aëre eodem temporis momento ad planum veniunt.



Com.

Supponitur quod ex eodem loco. Sermo enim absurda sub interpretatione nunquam nisi ab inuidioso, vel imperito intelligi debet. Sit ergo a tripla ad b, sphærula ad sphærulam ex plumbo ambæ ferro vel lapide eiusdem generis, dico, quod inæquali tempore peruenient ad planum c d. Nam a proportionem habet ad b, vt vigintiseptem ad vnum, proportio autem spatij a ad spatium b nonupla est, &

pro

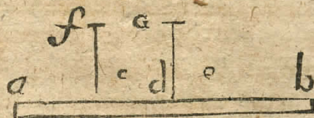
proportio densitatis aëris ad aërem est tripla, propterea quod densitas illa multiplicatur propter impetus magnitudinem: nam si robur, vt decem percutiat baculo lato, vt quatuor ictus erit maior duplo, quàm sit robur, vt quinque percutiat baculo, vt duo: propter densitatem ergo maiorem aëris in a, quam in b: & quoniam si sub maiore impetu mouetur aër sub a, quam sub b, igitur proportio erit comparanda longitudini à centro a ad longitudinem a centro b. quæ est tripla. Si ergo subtripla est ratio motus b ad a, quod ad medium attinet, tripla autem propter velocitatem discessus aëris á medio grauitatis, quod est in superficie e regione centri grauitatis in linea ad centrum mundi. vt dictum est in præcedenti: manifestum est, quod a, & b inæquali tempore peruenient ad subiectum planum, & æquidistans centris eorum. Similiter & in aqua: cum vero videatur in illa tanto celerius a descendere. quàm b, quanto est semidiameter a longior semidiametro b, liquet ex hoc, quod æquali velocitate descendunt, sed ob velocitatem motus in aëre latet discrimen anticipationis contactus soli a ante b, qui dignoscitur in aqua, ex quo patet exactam esse æqualitatem. Sed resiliunt semel in aqua ambæ, cum pluries in aëre à solo, quare etiam in aqua perturbatur cognitio in parum accuratis, atque sesu prædictis, sicut etiam in casu, ne altera alteram perueniat, vtraque comprehensa duobus digitis, altera alteram tangente, & vsque ad centrum in aquam demissis simul digitis dilatatis dimittendæ sunt.

Com.

Propositio centisima vndecima.

Cur ex medio tela validiorem ictum, & naues in scalmo à remo, ac malo recipiant inde ex puppi explorare.

Aristoteles videtur in Mechanicis, & qui eum sequuti sunt, videntur rem nauticam quòd ad remos attinet, referre in longitudinem partis, quæ scalmum tanquam hypomochlium interiacet & manum: ea enim circa medium nauis cum illa ibi sit latior maior est. Sed & qui lembos ducunt, & in, puppe magis distant à scalmo & in proras quàm in medio nauis, nec tamen velocius illam agunt: non quod ratio illa falsa sit, sed quia velocius feruntur etiam ob aliam causam, quam sit hæc, & magis vniuersalem. Primum igitur sumamus, quod superius demonstratum est scilicet, quod vbi pondus aliquod æquale vndique tanquam in libra suspensum fuerit, proportio ponderis partiũ inæqaliũ ad duas partes æquales, est cõfusa ex proportione lõgitudinis earundẽ, & quadrato eiusdẽ proportionis. Sit ergo diuisa a b in c & fiat c e æqualis c a: proportio



igitur ponderis b e ad pondus e a est composita ex proportione b e ad e a, & quadrato eius secundum longitudinem, at posita agina d g in medio a b, proportio ponderis b e ad pondus ea est, veluti longitudinis b e ad e a, igitur propoitio ponderis b e ad e a, cum agina est extra medium in c, est tanto maior proportione b c ad e a, quantum est quadratum illius proportionis, ergo b e pondus maius est, cum agina est in c, quàm in d. igitur per communem animi sententiam addito communi pondere a e, erit pondus a b minus semper cum agina est in d. quam in vllo alio loco a b. Ergo pondus a b apprehensum in d mouebitur ab æquali ui maiore proportione, quam vllo alio loco. Hastile ergo in medio appprehensum maiore vi mouebitur, quàm in vlla alia parte. Et si gracilius sit in anteriore parte propinquius comprehensum calci, & si crassius, vel grauius propius cuspidi. Semper igitur, ob hanc causam mota ex medio grauitatis seu velo, seu ramo, seu manu velocius mouentur, quàm ex aliis partibus. In remo etiam potest accedere illud commodum, cuius meminit Aristoteles. Propter hoc igitur, qui malum in naui collocauerunt tantùm vnum, in medio fermè eum collocarunt, vt antiqui: & qui duos aut tres, maiorem crassiorem scilicet, & altiorem in medio constituerunt. Propos. 81.

Propositio centesima duodecima.

Cur ex imo leuia longius ferantur declarare. Com.

Iam vero consideremus, quòd propositum est, non solum in comparatione ad medium, sed extremorum inuicem, missa enim ab imo velocius feruntur, quàm à medio non solum manu, sed scorpionibus, & arcubus. Videmus & hoc obseruare pueros virgam longius iacentes non ex medio, sed imo apprehensam, quoniam pars ipsa anterior, & quæ manu apprehensa est, vehementi impetu emittitur: & vt recipit impetum magis æqualem, longius fertur, nam quod emittitur proportionem habet ad spatium. Cum ergo aprehensa in medio virga solum medietate anteriore impetum recipiat per se, ob id minus fertur: at impetus sequitur proportionem, vt visum est, quæ est circa medium ob leuitatem ponderis. In leuibus ergo maius spatium superabunt emissa ex imo quoniam proportio spatij eadem est ad duplum, & ad dimidium. Igitur ex imo ferme duplum etiam spatij, superabit: non tamen omnino quia maiorem, vt dixi proportionem habet ad id, quod ex medio comprehensum est. At in leuibus non est necessarium, vt ex medio apprehendantur, quoniam, etim cum incremento illo ponderis iam leuia sunt: plus ergo facit longitudo eius, quod eiaculatur, quàm impetus, cuius demonstratio est hęc. Sit vriga a b apprehensa in medio ponderis vnciæ mediæ, & in a d, vt sit d a palmus & vigesima pars totius a b, erit ergo residuum ad duplum, a d nonuplum, & a b tota vnciarum

b c d a

ciarum quinque cum dimidia, si igitur grauetur, quia in situ recto est mediæ vnciæ, in æquidistanti terræ, quinque vnciarum cum dimidio, erit in situ dimidij recti vnciarum trium. Est igitur proportio sexcupla, si apprehendatur in medio, & ad æquidistantem, ad apprehensam in imo, & ad angulum medium: at emissa ex a d habet totum aërem a b circumdantem impulsum ex c b solum dimidium reliqua pars vi trahitur, ergo proportio spatij a b, erit sexdecupla fermè spatio b c, quoniam est triplicata corporis ad corpus eius, quæ est longitudinis ad longitudinem, & quadruplicata respectu aëris a c, qui resistit apprehensa a b in c. Et iam minus ferebatur quinta parte, ideo longius eiaculabitur triplo ex a, quàm ex c. Nec tamen maiore impetu, quia obliquè fertur, & quæ obliquè feriunt, minore cum impetu feriunt: atquè eo magis si leuia fuerint: ab aëre enim circumambiente perturbantur, & in incertum truduntur. Quæ ergo grauia sunt ex medio emissa, & ad æquidistantem longius feruntur, & maiore cum impetu, quia magis directè: leuia autem longius ex imo, sed minore cum impetu, si aliqua causa à recto, & æquistante declinauerint. At si à suprema parte, & iuxta cuspidem, neque procul feruntur, neque cum impetu ob causas dictas. Eadem quoque ratio est omnium machinarum: ideò oblongæ longius eiaculantur, quoniam proportionem seruant ad canalem. Sed de hoc inferius agetur.

Per 89. (margin note)

Propositio centesima tertia decima. Prop. 107.

Cur virga longius mittatur à puero, quàm à viro inuestigare.

Com. Diligentia, & vsus puerilis efficit, vt virga feratur secundum medium rectianguli: vir autem non constanter iacit, & secundum rectum, at rectus incessus in leuibus, quia ab aëre in obliquum deflectitur virga ob longitudinem efficit, vt inflectatur infrà celerius, & desinat citius motus, ac finiatur. Tertia causa est, quòd leuissima non adeò recipiunt impetum vt grauia, nam leuissimam & exiguam ligni portionem maximo nixu vix excutiemus è manu. Causa ergo est: quoniam vim, oportet, vt habeat, quod contra naturam mouetur, vt naturaliter moueri possit, quæcunque igitur naturaliter exiguum habent motum, vt pluma, palea festucæ nulla ratione vehementer contra naturam agi possunt. Quædam ergo à pueris longius iaciuntur ob solam peritiam, & exercitationem, quædam quoniam ad angulum latiorem magis feruntur, quàm sit rectus, quædam quoniam leuissima sunt. Sed si leuiora non feruntur valido motu violento, cur tamen à pueris iacta longius feruntur? Ratio est, quoniam maior vis deficiẽte obiecto magis fatigatur, atque ideò minus mouet. Propter hæc igitur omnia non solùm in pueris, sed in machinis, quæ accommodata sunt, melius impelluntur, ac longius feruntur, quàm leuissima, nam nec palea scorpione iacta tam procul, quàm sagitta fertur, cum proportio maior sit, tamen ad paleam, quàm sagittam. Inde fit, vt quemadmodum Turca ille literas sui Principis, cum timeret ad nostros propius accedere, lapidi alligatas longius emisit. Causam autem huius docet Aristoteles in Mechanicis dum quærit cur, & grauia & leuia valde longe proiici nequeunt: nam grauia nimis, moueri non facilè possunt: leuia etiam valde ad rem mouere non valent. Ob hæc vtraque ex his paruo cum impetu emittuntur, tametsi vehementer nitaris. Sed & leuia feruntur hac illac, vt non possint retinere impetum prioris violentiæ: innatum enim est, vt duorum motuum simul in eadem re vigentium, cum illa proprio impetu feratur, vnus alterum impediat: nam si rota vehatur circulariter acta, non tamen cessabit, aut imminuetur impetus circulationis. Multa ergo in huiusmodi anomalis motibus consideranda sunt, vt illorum impetum robur, ac locum definiamus.

Cor. Ex hoc liquet, cur plumbeæ sphærulæ longius ferantur à tormento emissæ, quàm ligneæ, etiam si non frangantur.

Propositio centesima quarta decima.

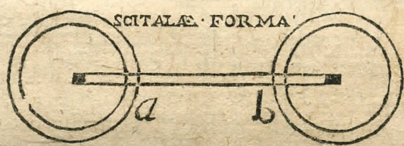
Circularis motus differentias quatuor esse, earumque rationem contemplari.

Com. In motu circulari aut axis progreditur, aut suo loco manet. Vtroque autem modo vel mouetur ab axe, vel circumferentia, igitur constat quatuor esse motuum differentias: quas cum tres proponat author libri Mechanicarum, aut Aristotelem illum esse, credendum non est, aut illum stupidum dicere necesse est, nam modum diuidendi eum latuisse quis putet, cum rota igitur aut spæra in plano circumagitur, motus est ex circumferentia prægrediente axe, vt palam est: motis enim loco nobis mouentur omnia, quæ sunt in nobis. Cum verò rotæ sub curru sunt, progreditur axis earum, & rota ob id cum quiescere nequeat, quia facilius circumuertitur, quàm trahatur, procedit, & hic est secundus modus, quo rota ex circumferentia mouetur, & ex axe initium est motus. At verò in rota molari, & quibus gladij exacuuntur, cũ loco non moueantur, motus est ex axe: axis enim rotam circumagit, non rota axem, quiescit tamen in eodem loco rota, & axis scilicet, quia non progreditur, sed in loco mouetur: atque hic est tertius modus. Demum succula putei, & ipsa mouetur circulari motu, & trochleæ etiam, neque enim progrediuntur: sed non ex axe mouentur, verùm succula per coloppes circumducitur, & trochlea per funes, axisque in succula mouetur, in trochleis autem quiescit prorsus: dico mouetur, id est circumducitur, non quod progrediatur: vt non solum sint quatuor modi, sed potius quinque, nam & demonstratione ostenduntur, & experimento docente deprehenduntur. Horum omnium liberrimus est, primus ex circumferentia progrediente toto, seu attracto seu impulso & velocissimus, cuius causam suprà ostendimus. Prop os. 40

Proximus huic est motus rotarum per axem, quoniam axis premit rotam interius solam, & labitur: ideoque quod & axis, & rota intus sint sint leuissima, prodest plurimum: & aurigæ axungia inungunt, & nomen ab eo traxit axungia. Et quæ rota magna sit: quoniam cum non rota, sed axis trahatur in æquali tempore & magna, & parua trahitur: vtraque verò vna conuersione tantam lineam rectam superat, quanta est rotæ peripheria. Quod si plures sint rotæ celerius feruntur, quia axis minus tanto rotã premit. Et si rectus sit axis, & bene rotundus, & foramen rotundum, & latius, & è durissimo ligno, vt non possit inclinari: & rota ipsa in ambitu æqualis, omnia hæc faciunt ad motus velocitatem, vnde Homerus.

Iliad. 23. Ἴχνια τύπτε πόδεσσι πάρος κόνιν ἀμφιχυθῆναι.

Id est, vestigia percussit pedibus, antequã illa puluis pedibus excussus (vestigia scilicet relinquentibus) ingredererur. Principalis autem causa velocitatis est agens, velut equi. Sed inter hunc motum & priorẽ medius est Scitalæ vocatæ, nam vt in primo axis procidit & rotundũ à superficie circumagitur, licet axis etiam circumducatur, vt axis, & rota, aut sphæra duplici motu moueantur, scilicet antrorsum, & circumcirca, in rota currus duo iidem motus sint, axis quoque antrorsum moueatur, sed non circumagatur: vnde impeditior est hic motus: ita in Scytala vtrumque vtroque motu mouetur, & circumcirca, & antrorsum, atque id commune est, cum primo ita axis mouet rotas, non rotæ axem, quòd secundo motui rotarum in curru proprium est, vt tantum degenerent à primo motu, quanto leuius vertuntur, quàm in secundo motu. Trahitur ergo iugum in



scitala, velut in rotis currus, sed est annexũ rotis non in curribus. Propterea in primo motu trahitur, vel impellitur à superficie: in secũdo ab axe, sed non affixo rotis, vnde ægrè trahuntur in scytala ab axe affixo rotæ. Quare leuius quàm in curru, difficilius quam in rota vel sphæra à superficie extima circũacta. Quartus modus est, vt dixi, circumacta rota ab axe, quum non progreditur, vt in moletrinis, & rotis, quibus ferrum exacuitur. Est enim hic similior primo, quia contrarius, in primo enim procedit rota, & vertitur à circumferentia, hic quiescit rota, & mouetur ab axe. Proximus huic est, qui fit in succulis ob firmitatem axis: nam axis est coniunctus rotæ. Vltimus est trochlearum, qui & difficillimus: fit enim à circunferẽtia, & axis disiunctus est à trochlea: quod addit difficultatem. Sed & trochlea caret collopibus. Ergo verum est, quod omnia rotunda facilius circumaguntur, sed varia ratione: nam plus mota super aliquo plano vt in plaustris & scytalis: minus in succulis, & rotis acuentibus ferrum, & molis: nam & si rotunditatem iuuet ob æqualitatem ad conuersionem, non tamen in his est adeò vtilis. Vtilitas ergo prima est, cum circumuertitur in plano, velut in rotis scytalis, & sphæris. Secunda quæ minor est, cum à superficie circumuertitur, vt in trochleis. Tertia cum à colloppis, quæ minima est omnium, vt in succulis. Motus autem cœli non est ex triplici primo genere, cum sit in loco, & non ad locum, neque vt rotæ molaris: nam ille est ex axe: nec vt in trochlea: nam in ea axis quiescit, ipsum autem cœlum circa axem non vertitur, sed cum axe, si tamen insecabilis linea circumagi potest dici. Relinquitur ergo, vt Cœli motus propior sit motui sucellæ, quàm alij motui. Differt ab eo in hoc, quod in succula mouetur axis ab orbe: at in cœlo vt non mouetur ab axe, ita nec axis ab orbe: cũque sit motus simplicissimus, in alio genere collocandus est: quandoquidem in illo nulla pars possit dici primo, quod necessarium est in vnoquoque horum.

Propositio centesimaquinta decima.

Proportionem motuum impulsionis, & attractionis inter se ab eadem vi declarare.

Constat, quòd attractio cum fune longiore validior est, quam cum manibus, quoniam est cum motu quodam: motus autem auget actionem, ideo attractio validior est hac de causa, sed & impulsio cum baculo validior est, quam cum manibus, quoniam licet colligere omnes vires in illo baculo, & ipsum applicare loco, vnde facilius impelli potest. Velut sphæra ex medio latere: nam ibi magis colliguntur vires, & ad impellendum facilius est, quodcunque leuius est. Pars autem magis remota à centro grauitatis est leuior, his duabus causis, sphæra ex medio latere facilius ac magis impellitur. Sed nos supponimus nunc applicationem æqualem esse, nam secus ad impellendum facilius est applicare totum corpus, quàm attractionem. Pectore enim magna vi impellimus, nihil est compar, quo trahere possimus. Sed, vt dixi, sit baculus applicatus alicui lapidi ea parte, qua facilius potest impelli & trahi, & quæritur, quæ maior sit vis, an attrahendi? & dico quòd homo, vel conatur trahere toto corpore, & impellere, atque hoc modo magis trahit, quàm impellet, quoniam corporis pondus melius adhibetur in tractione quàm impulsu: vel citra corporis pondus, sed sola vi membrorum: & tunc magis impellit, quoniam impulsus fit corpore prono in anteriorem partem, quæ inclinatio, & motus est naturalis magis, quàm in attractione in partem posteriorem. Sed vbi nulla sit diuersitas neque horum, neque figurarum æqualis vis æqualem efficit motum: quia impulsus impellentis comparatione est attractio respectu alterius. Verùm non est eadem vis nec propè par impellendi, atque attrahendi hominibus, cum attractio fiat per

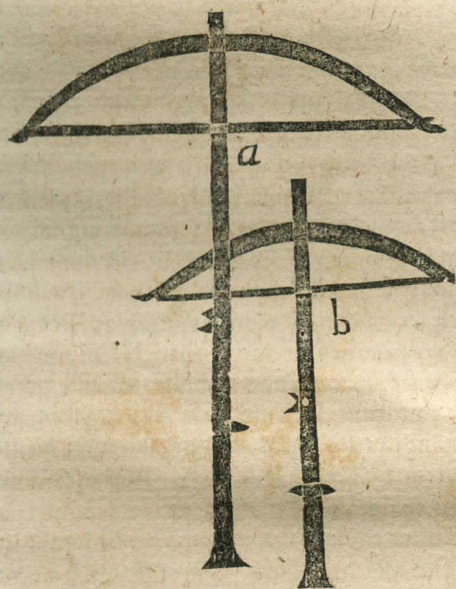
Com.

per musculos ad originem suam naturaliter se retrahentibus impulsui nullum instrumentum à natura delegatum inuenio, nam ad extensionem musculi sanè ex aduerso sunt fabricati: cum ergo duo sint tantum motus musculorum tensio, duo retrahuntur ad principium suum, & remissio, dum membrum quiescit in naturali nullus erit locus impulsioni, nisi ex consequentia non per se, quamobrem multo infirmiorem illum attractione in brachiis esse, necesse est.
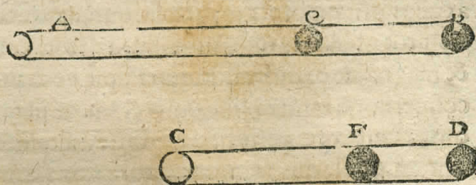
Propositio centesima sexta decima.

Cur machinæ ablongæ igneæ longius emittant sphæram explorare.

Com. Prop. 103. Quoniam ratio superius adducta, neque in his, neque in hypophysis (vocant cerbatanas) non potest satisfacere, cum tamen idem sequatur in his, vt in illis videtur, quasi vis esse in sphærula sic emissa, & non in aëre, quemadmodum dicebamus, coniuncto esse. Ex quo necesse esset, vt quod longius fertur, etiam validiores ictus inferret, hoc au-



tem non ita se habet, sed ictus magnitudo ex robore machinarum tam ignearum, quam scorpionum pendet, nam fit a scorpio magnus, sed tenuis, ex hoc palam est longius mittere sagittam, quòd à parua, & breui, quantumuis crassa non longe mittitur: at verò quod b crassus & paruus maiore cum impetu mittat ostenditur nam ea pondera sagittæ mouet, quæ non potest mouere a, igitur b validiore robore mouet, quam a. Præterea illud ostendit iugum funis arcus crassiora duriora, quæ maioribus indigent, quam a, qui à puero tendi poterit. Non est ergo eadem ratio mittendi longius, & validiore cum robore. Eadem ergo cum ratio sit in machinis igneis, crassiores enim, & latiores ac breuiores magis concutiunt, quam longiores tenuiores minoris sphæræ capaces: non solum ob magnitudinem sphæræ magis illæ concutiunt, sed, vt dixi, ob maiorem impetus vim: causa ergo est manifesta in his, sed non causa, qua longius ferantur in longiore canali. Sed videtur vna, eademque esse ratio in vtrisque. Constituatur canalis a b longior, & c d breuior, vt sit sexqui alter a b ad c d, & sit rursus sphæ-



rulæ locus e in longiore, sexqui alter in distantia a b, qualis est in f a d, & erit per dicta ab Euclide in quinto, ac sexqui altera c f. Possemus igitur dicere, quod velut ab hypomocplio longiore spatio circumagitur pondus: ita & a b c, & f. Sed rursus incidimus in id, vt maiore impetu feratur e quàm f. Ideo si concedatur maiore ferri ex e, quam e f non sequitur, vt celerius, aut maiore impetu. Percutit puer pugno quanta vi potest ac celerrimè, vir robustus lentè, minore impetu, sed tamen ictus longè maior est. Est enim ictus robur non à velocitate sed maiore ex ponderis grauitate, quæ sola premit, vrget, & frangit etiam sine motu. Solum ergo id restat dubium, cur si grauius est, moueatur eodem fermè impetu: nam quo maiore impetu fertur, eo longius fertur, non tamen magis ferit, concutit, aut quassat, sed grauitas ad hoc plus facit impetu. Palea maximo impetu demissa non ferit, non lędit, & celerius descendit, ferrum sola grauitate actum, imò etiam temperato ictu lædit grauiter, quassat, & frangit: itaque f maiore indiget quantitate pyrij pulueris, quàm e: siquidem tertia parte ponderis suæ sphæræ: at maius est pondus f quam e, ergo maius pondus pulueris f quàm e, ergo maior vehementia ictus, siquidem ea sequitur, robur causæ mouentis simpliciter: vt concludamus longitudinem ictus sequi proportionem motoris ad motum, sed vehementia robur motoris: nam si ex portione mouet æquale pondus maiore cum impetu mouet, quoniam maior est proportio: si minore igitur pondus maius est, &, vt dixi plus facit magnitudo ponderis cum leui ictu, quàm magnitudo ictus cum leui pondere. Quæ ergo feruntur per longiores canales maiore impetu feruntur, & societatem habent aëris moti per longius spatium, vt tardius remittatur, quia longiore tẽpore vis motus confirmata est, & proportio eius, quòd mouet, maior est ad id, quod mouetur, quia minus extenditur, at verò f motũ minore proportione ictum facit maiorem, quia, vt dixi tanto grauius est quod ferit. Quod autem minus extendatur machina a b quàm c d, nunc ostendere oportet.

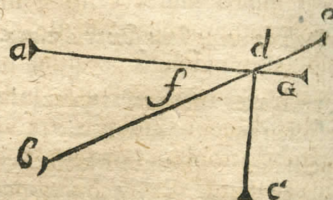
Propositio centesima decima septima.

In cuniculis maior est vis pulueris copiosioris ampliore in spatio, quàm paucioris in minore iuxta proportionem eandem.

Sit ſpatium f d ſexquitertium b e, puluis quoque in f d ſpatio ſimiliter ſexquitertius pulueri b e pondere, & manifeſtum eſt, quod dum conuertitur in ignem qualiſcunque ſit proportio (modo eadem ignis ad puluerem) erit ignis in f d pariter ſexquitertius igni in b e, dico quòd ſi craſſities f d ſit etiam ſexqui tertia craſſitiei b e, quod poterit frangi, & moueri f d quieſcente b e. Vnde idem in cuniculis vt magnus cuniculus cum multo puluere poſſit mouere montem, paruus cum puluere proportione reſpondente priori non poſſit. Nã cùm æqualia ſint omnia iuxtaque rationem eandem, neceſſe eſt vt pro ratione extendãtur, at in paruo ſpatio minor ſit denſitas, cætera paria ſũt, ergo à paruo ſpatio non tantus ſit impetus, quantus à magno. Impetus etiam proportionem habet ad pondus, & ad coniunctionẽ, à maiore igitur impetu plura, & maiora mouentur, & conuelluntur, quam à minore, ob hæc igitur minores cuniculi ſuccutiunt, maiores euertunt, maximi exturbant, & proiiciunt. Nam qui ſuccutiunnt, vbi pondus, aut coniunctiò maior ſit, quàm vt diſtrahere poſſint, condenſant partes proximiores, & rimas faciunt, per quas exhalat ignis aut omnino extinguitur, aut condenſatur. At ergo in bellicis machinis, minus dilatat puluis, cum fuerit in longo canali, ob id ergo maiore impetu feruntur per illas, quàm per breuiores, etiam quòd minor ſit puluis, minor ſit ignis. Experimentum facies in canali, vbi ſambuci medulla pro globulo flatu impellẽte expellitur abſq; periculo: nam quanto minor fuerit canalis ambitu ac longior eo maiore impetu pellitur. Forſan quiſpiam nos meritò poterit videri reprehendiſſe, quòd inanis gloriæ ſtudio perniti oſa humano generi doceam. Quibus reſpondeo, me nihil docuiſſe, quod in humani generis detrimentum cedat, huiuſmodique præcepta iam obſcuraſſe, vt ne quid mali accidere poſſet hominibus ex his: nam quod ad ea, quæ declarata ſũt, cauſa ſolùm retuli, effectus ipſi modi artis nimiũ feruntur, ac nimio pluſquam vellẽ intelliguntur. Vt cum ad copiam, ad magnitudinẽ, ad coacta imperia miſerorũ reſpicio, nihil plus poſſit addi. Omnia enim hucuſque ſpectant ad potentiorum incremẽta. An ergo ſuccurrere afflictis, obſeſſis, cinctis, æquare conditionẽ, liberare à ſeruitute etiã rebelles non licebit? Ab initio fuimus omnes liberi: excogitata fuit regni ratio ad commodum hominum, ea verſa eſt per vim in Tyrannidem. Subtili ergo ratione occurrendum eſt imbecillioribus: nam reliqua omnia nimis, vt dixi, quæ ad cuniculos ad magnitudinem machinarũ ad rectos ictus ad liberamenta, ad longitudinem ſpacij, per quos globus ille defertur, nota ſunt improbis illis artificibus, nec noſtrum eſt ſpectare, cur id licuerit, poſtquam Deu hanc violentiam eſſe voluit. Multa damnamus, quæ Deus eſſe vult: boni viri eſt non niſi opitulari hominibus, etiam malis modo bonis futuri non ſint impedimento: quamobrem ea tradenda ſunt, quæ oppreſſis ſint auxilio: ea ſunt, quæ ſubtilibus conſtant rationibus & multiplicata amittunt vim vt quaſi præſtent pauca multis, & exigua magnis. In cætaris obſcurare ita decet cuncta, quæ obeſſe poſſunt, aut quouis modo peruerti ad malos vſus queant, vt dicta non dicta eſſe putent: hoc eſt officium non ſolum probi, ſed etiam prudentis viri.

Propoſitio centeſima decima octaua.

Quanta proportione decedat ictus in obliquum parietem ab eo qui eſt ad perpendiculum declarare.



Sit paries b d e, ex a feratur in d ictus, qui ſi eſſet in c d parietem eſſe ad perpendiculum, & validiſſimus, ſin vero in f g abraderet, & non conquaſſaret. Quæritur ergo ex b d e muro qualis excipietur, erit ergo proportio anguli c d a ad angulum b d a, veluti ictus a d in d c ad ictum in b d, manifeſtum eſt autem ſequi proportionem, quoniam maxima varietate conſtat dum ex angulo b d a acuto ſit acutior, quoniam ſi b d c ſit quadruplus b d a erit reſiduus ad dimidium b d a nonuplus ipſi dimidio, & ad quartam partem habebit propor. tionem decemnouem ad vnum. Si ergo etiam inidem tenderent, non efficerent mille ictus quod tres, cuius demonſtratio hæc eſt. Supponamus proportionem b d c da quartã partem a d b addito reſiduo ad b d c eſſe ſolum decuplam: tunc ex duobus ictibus centupla erit in d c ad eam, quæ in b e, etiam tribus millecupla: nam conquaſſata turri in primo ictu, id d decuplo magis ad perpendiculum quam in b d e ſumatur decima pars in ambitu d, & illa erit ergo tam diſſoluta, & infirma ex ſuppoſito, quam eſt tota b e: ſed ex ſecundo ictu decuplo magis conquaſſabitur illa pars, quam b e ergo tota d c centuplo magis quaſſabitur ex duobus ictibus c d turris, quã b e, & ita in tribus: ex decem millibus ergo ictibus etiã ad amuſſim directis, cũ tamen id vix fieri poſſit in tanta multitudine non plus comminuetur b d e, quam ex decẽ c d præter quam exiguum quippam in ſuperficie. Immò vt declaratum eſt multo minus repetita ratione multiplicis. Ob id in arce Mediolanenſi exterius lapidibus viuis in rotundum diducta ſuperficie interualloque quadrato hunc in modum munitæ ſunt altiores turres. Fiat ergo murus cuius proportio a d c ad b d a ſit ſexquitertia, eritque angulus b d c dodrans recti, & parum inclinantis, ſiquidem b d c erit quarta pars recti, & ſit tantæ magnitudinis, atque duritiei, ac adeò benè coniunctus ferreis, catenis ac aſtolonibus, vt poſſit reſiſtere machinarum Com.



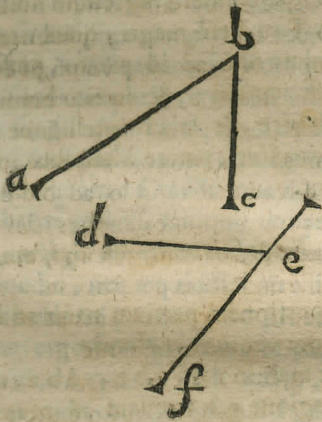
machinarum ferentium ſphæram librarum ducentarum (quæ ſanè maximæ ſunt) quinquaginta: tunc cum proportio ſexquitertia nouies repetita, vt in numeris vides, efficiat quinquies replicatis nouem ictibus, fiet proportio decupla quinquies producta, quæ eſt centum millium ad vnum in quadraginta quinque ictibus. Antequam ergo peruenit ad quinquaginta ictus rectos neceſſe erit, vt multo plures centum millibus ictus excipiat anteque euertatur, quæ recta ſi eſſet quinquaginta ſolùm potuiſſet ſuſtinere. Quæ ergo humana potentia ſufficeret. In arce Mediolanenſi vidimus vix attactas in illis extuberationibus lapideis. Sed quoniam hic occurritur per inclinationem machinarum, ideò de hoc ſermonem ſum habiturus.

729
972
12 6
17 8
2304
3072
4096
$5461\frac{1}{3}$
$7281\frac{7}{9}$

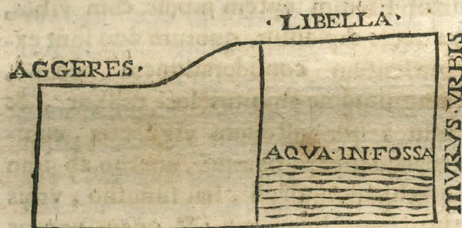
Propoſitio centeſima decima nona.

Quantum ictus machinæ procliuis ad angulum minuatur, explorare.

Huiuſce cauſa excogitarunt, vt ictus ad perpendiculum dirigeretur & quanquã angulus d e f ſit æqualis angulo a b c, longè tamen maior eſt vis a b quam d e duplici cauſa, & quoniam a b eſt ſecundum naturam im-



petus ignis, & etiam eorum, quæ emittuntur in altum: & quod pars ſuperior in b retineat ictum, in e non retineat. Sed cauitas fiat maior in inferiore parte: cuius experimentum quilibet facere poteſt cum haſta. Huic ergo ſolertiæ, quam tormenta iubet altius collocare obſtat primum, quod ictus ex decliui ſitu periculoſior eſt pro machina, & maximè quod retro impellit, quæ ex retrocella, poſtquam exonerata eſt, dignoſcitur, & ad collimandum decedit parte virium ſuarum, quod etſi paruum ſit, in ductu tamen, & ictuum multiplicatione magnum affert diſcrimen. Habet & commodum ſitus muri accliuis terram ſuppoſitam ad perpendiculum quam ictum ſubſtinet: adeò vt omnibus inuicem collectis, perinde ſit ac ſi ex perpendiculo, & æquidiſtanti ad ſolum feriatur. Venetus. S. aliter Pataui cauit, videturque quod ſapientiſſimus ſit, & eandem ſequatur vbique normam, poſtquã in rotundam figuram totum vrbis ambitum formauit, & foſſa lata, ac profundiſſima, aquaque perenni muniuit, & ſummam muri partem rotundam in hunc modum effecit cauamque interius vndique, ne cuniculis poſſet euerti, à lateribus verò humiles, ac craſſiſſimas turres, vt nulla vi poſſent dirui, eaſque tormentis bellicis, vndique latera luſtrantibus repleſſet illud diligentiſſimè cauit, ne murus humilior eſſet aduerſa ripa, ſed ad libellam tamen depreſſus, vt etiam machinis in terram extenſis ſphærulæ non tangerent murum: nam cùm foſſa ſit quadraginta paſſuum, excedat autem murus exteriorem aggerem vno paſſu, vt quicquid in ambitu eſt vno ictu oculi cognoſci poſſit, & aggeris angulus maior ſit vno paſſu, tum magis adiecta craſſitie machinæ fieri non poteſt, vt ictus in murum dirigatur. Eam ob cauſam etiam cauit, ne ædificium



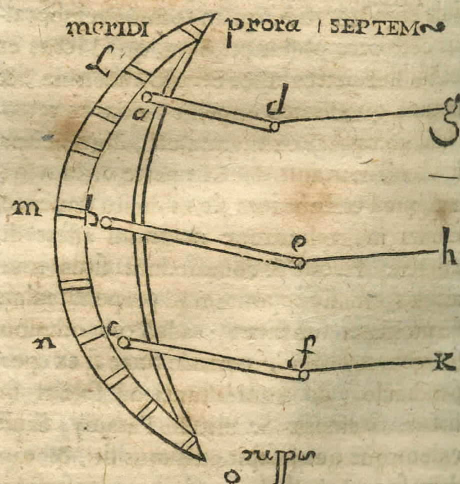
vllum, aut planta, vel colliculus eſſet circum circa vrbem ad tria M. P. laborat hoc periculo hæc vrbs, ne tota ædificiis euerſis concidat. Turcarum enim Princeps didicit, vt in Nouo caſtro in Melitæ Inſulæ arce S. Elmi appellata pluſquã mille ictibus in ſingulos dies imo M D obtundere munitiones, eumque impetum producere ad quindecim dies, & viginti, tum etiam longius, vt facilè domos omnes euertat, homines occidat: ſi qui ſuperſunt tot incommodis obruuntur vigiliis, fame, ſiti, puluere, vt inutiles reddantur. Ideò huic incommodo occurrunt aggeribus intra mœnia erectis, in quos vis tormentorum igneorum emoritur. Sed dices, cur ergo non pro muris erigere eos præſtat, & minore ſumptu ſatis? quoniã ſubruuntur à foſſoribus facillimè, ſi ad illos peruenire poſſit hoſtis. Ideò intra mœnia vtiliſſimi ſunt, promœniis parum proſunt. Quod verò ad teſtudines attinet, ſub quibus latent foſſores machinæ laterales, & à fronte & ignes, & aqua altior prohibent omnino iniuriam, quæ ab his imminet. Cæterũ huiuſmodi cum in longũ differuntur morbis, illuuie, incommodis, pluuiis, frigoribus omnino diſſoluuntur, vt nulla multitudo huic operi ſufficere poſſit. Rhodus, Alba regia, Melita, Caſtrum nouum, Byzantium, ſi differri potuiſſent tempora, non ceſſiſſent victori quantumuis ſuperbo. Vicit pertinacia, audaciaque ſumma Corcyram; Viennam capere non potuit, quoniam in longum trahebatur oppugnatio. Multæ machinæ, & pauci homines prædæ obſeſſorum expoſitæ ſunt paucæ, & pauci homines obſidebuntur potius, quam obſidebunt. Exercitus magnus diſſoluitur, & ſemetipſum conſumit, ſi nulla fiat acceſſio aut exigua quomodo ſtabit: ſi magna auxilia omnia corrumpuntur. Contrà obſeſſis auxilia ſi veniant luſtrata, & munita, & omnibus neceſſariis ornata viri integri contra fatigatos, & feſſos cor-

pore, armati contra inermes alacres contra torpidos superueniunt. Ob id præcipum est auxilium præter hæc his, qui oppugnantur copia militum, qui per initia nunquã quiescant diu noctuque, verum noctu duo tubicines persæpe exercitũ insomnem in armis ta nocte continebunt. Serio autem die pugnare,& noctu cum minimè id sperant, & fatigati sunt: mira euenire solent in his insperatis, ac audacibus eruptionibus persæpe etiam omnino supra fidem. Ita non conquiescere oportet,donec vel omnino à cepto desinat hostis, aut locum occupet sibi relictum potius quàm quem elegerit,nam experimentum frequens docuit, vbi illæ magnæ vires suo arbitrio locum,quem elegerunt obtinere potuerint, tandem potiri locis quantumuis munitis in hoc quod diximus contra opponatur. Etenim septem modis cum vrbes, atque arces capiantur, quorum duo sunt extra præsentem considerationem obsidio, qua magnitudine ambitus loci tollitur, & perditio, qua custodum vigilantia, cuniculi euersio superioris muri, euersio ab imo per machinas,cuniculi, seu suffossio, vrbis euersio, seu ædificiorum: & quam vocant aggressio,seu oppugnatio per scalas, & crates cum sagittariis: his omnibus satisfactum puto,præterquã oppugnationi propter humilitatẽ murorum:nam lignis opplentur, atque fasciculis, terraque fossæ:nihil. n. resistit immensæ illi potestati,& crudelitati sæuissimorum tyrannorum. Verum,vt dixi,terra noctu effoditur, ligna artificiosis ignibus eruuntur.Et longum est opus siue per paucos,siue per multos quis efficere conetur:vt non minus exigat temporis, quàm obsidio: nam multitudine vnus alterum impedit,& mortui viuos,vt omnino res sit non speranda nisi aduersus inertissimos. Pontes euertunt machinæ,ignesque. Sed vbi etiam muros obtinuerint, ob rotunditatem in illis consistere non possunt. Inde à defensoribus propulsantur sarissis,telis,ignibus,transuersis trabibus,machinis:illudque accedit commodi, vt quanto plures eo facilius excutiantur. Dixi non debere vereri maxima etiam præter id, quoniam & istæ ipsæ tanto sanguine acquisitæ tanto deorum & hominum iniuria modica scintilla ignis sine munitionibus,exercitibus, siue machinis,absque terræ concussione, aut inundatione, vel peste euertuntur. In illam miseram lachrymam patris scintilla ignis inferni,cùm Deo placuerit, mittitur, ex qua quod coalitum est, multis seculis imperium luxu,crudelitate, stultitia vnius filij, vix vno lustro toto dissoluitur. Hanc scintillam cum felici etiam genio secum ex vtero detulit Alexander Magnus. In aliis alij genium sortiti sunt, alij scintillam detulere ab Orco. Ex imperio Assyriorum per luxum Sardanapalus: ex Medorum per scintillam Astyages:ex Persarum per stultitiam Darius:ex Romanorum Honorius. Dices,hæc quid ad proportionem?Imò velut machina ad perpendiculum librata pauculo illo puluere Pyrio vrbem euertit, ita scintilla illa inferni ignis femini magni tyranni indita euertit atque dissoluit totum regnum sine machinis,vt dixi, vel exercitibus vllis, & quod maius est remedio nullo. Sed puerulo indito luxus, ignauiæ, crudelitatis atque stultitiæ fontibus, mirabile dictu sane, & ad proportionem diuinorum instrumentorum pertinens Sed redeamus ad institutum: Video enim, quid possit obiici, scilicet muros crassos, & altiores tueri vrbem & ædificia illius posse absque aggeres erectione, etsi diruantur,manere etiam, nihilominus imo magis, quod est terram vsque, quoniam eadem ratione manet, quia concuti non possit à machinis: nec hostes id curaturos, sperantes hoc solum sufficere,quod mœnia solo æquentur, atque id factum est Mediolani, & in arce eius, tum Papiæ & in Cremonensi arce. Verum ni fallor, vt paruis arcibus à tanta vi tormentorum nullum est præsidium, aut saluti spes, ita neque conuenit, vt muris humilibus aggeri confidant, nam & pauci homines tanto labori non sufficerent, & agger cum fossa effossa scilicet terra defensores nimis in angustum cogeret. At in vrbibus contra eueniet: muris enim erectis altius machinæ lapidum frustis hominem occidẽt:an percussa superiore parte ob coniunctionem inferior concutitur, & inde totum simul cadit,vt vidimus Papiæ, quo cadente, & fossa impletur, & τηκλετοις facilior aditus ad subruendũ reliquas partes præbetur:imò perculsi defẽsores sępe muneris sui obliuiscuntur,desertaque ea parte liberũ ingressum hostibus exhibent. Tum verò magis, quod non confidunt animo non ad id parato, posse aggerem sufficientem, & in tam breui tempore exstruere, & etiam intelligunt, antequam erigatur, patere à lateribus introitum hostibus.

Propositio centesima vigesima.

Proportionem partium nauis ad eundem obliquum ventum explorare.

Sint mali in naui a b c, ad b e, c f, ventus è regione g h K etiam ad perpendiculum feratur, vt anguli g d a, h e b, K f c sint æquales, dico tamen diuerso modo affici: nam cum premitur a versus l, c premitur versus f: at si prematur c versus n a, premitur versus d, at si prematur b versus Com



m, & a versus l, sed non quantum ex g d, & c versus n, sed non quantum ex k f, ab

eodem

eodem ergo vento contrarij motus efficiuntur ex velorum diuersitate, etenim per ventum d feretur ad meridiem nauis, & per velum f ad Septentrionem etiam diducto auxilio e l a vi, quanto magis cum illo: & si ventus excipiatur in f velo, non iuuabit clauus, & si in d dirigetur, & temperabitur motus, & si in e medio modo. Ergo si ventus feratur recte iuuabit, vt dici solet omnibus, & plenis velis excipere, si ex obliquo demittere antennam puppis, sin autem valde obliquus sit, solo proræ velo vtemur. Si validior quàm oportet humiliore. Atque hæc postmodum sunt diligenter numeranda, ac metienda: nunc sufficiat causam reddidisse,& admonuisse diuersitatis motuum, quæ ex velis contingit: nam eo fertur nauis, quo prora dirigitur. Ergo cum puppis tanto feratur versus meridiem a b, quanto prora versus meridiem a d,& quãto puppis fertur versus meridiem, tanto prora fertur versus boreã, igitur quãto prora fertur versus meridiem a d, tanto versus boream a b f, sed situs claui potest multo plus in comparatione veli d, quam f scilicet, quia distantia a b a est o a,& distantia e c est o c, tanto plus ergo potest claui situs in cõparatione ad velum d,quam f,quanta est proportio o a,ad o c,igitur clauus est longè potentior in comparatione veli d, quam f, ergo velum d minus agit nauim, quam f. Sed vt extrema se habent, ita medium eorum comparatione, igitur malus b e validior est, multo d a, & infirmior c f. Verùm, vt dixi, ob situm simpliciter validius est, velum e quam f, & etiam quia, vt dixi, altior & crassior solet esse, ideo multo validior tribus his causis, quàm e f: adde quartam quòd velum habet maius, antiquo tempore vocatum acatius. At vt etiam docui e b non est in medio, nec æquidistat ab a d & c f, sed inclinatur ad proram ideoque imbecillior: cum ergo sit æqualium, & paulo maiorum virium, quàm c f, & tutior, & melius agatur per clauum quàm c f, & sit a d nimis iusto imbecillis, propterea b e mali & veli maximus est vsus: adeò mali nomen per antonomasiam de ipso simpliciter intelligatur.

Propositio centesima vigesima prima.

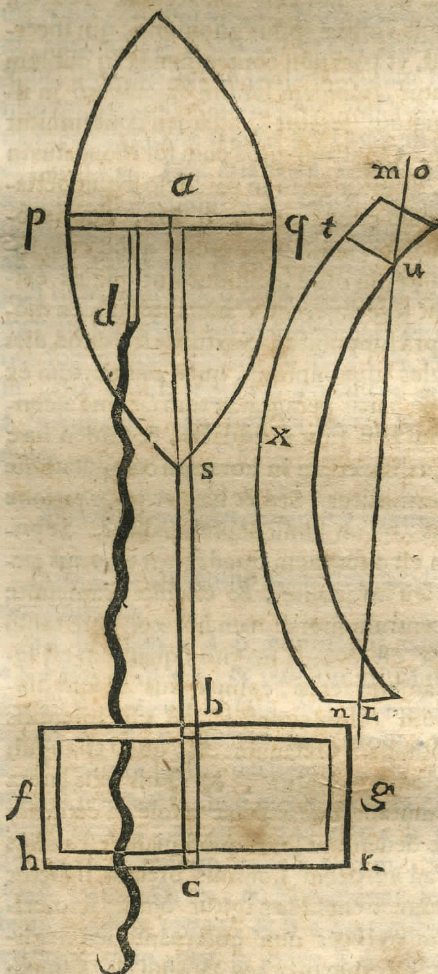
Flabelli vires, atque naturam declarare.

Com. Sit flabellum a b c appensum, vt solet, in a, & moueatur motu quasi circa axem p a q in parte inferiore,& aër comprehensus sub b h k, & spatium sit l m figuræ nauicularis,quæ constat esse partem cylindri inanis ex formatione ab Euclide scripta: nam si proponeretur p a q ad perpendiculum superstans plano, fieret circumducta a b c superficie,quæ esset lata superius,sicut etiam inferius cylindrus: at superius a b tenuis est,

Lib. 11. diff. 21. & angusta, ergo fiet pars cylindri inanis: quia non circumuoluitur,donec redeat. Ergo

Propos. 69. per dicta superius sectio illius p r q s per axem est pars cuiusdam ellypsis. Et sectio quæuis planæ superficiei æquidistans a b c velut tu, itemque æquidistans axi p a q est superficies rectangula, quarum vna est similis, & æqualis b h k, est in vna superficie cum axe p a q alia verò est æquidistans eidem axi maior aut minor æquidistantium & ipsa laterum, atque rectangula ac si cylindrus stans axi plano æquidistanti secaretur iuxta lõgitudinem seu altitudinem suam: & manifestum est quod ista duo plana, & eorum superficies secant se mutuò ad rectos angulos.

Quibus constitutis, qui stabunt iuxta l, & m longitudines aëris moti, & loci, per quem transit flabellum, sentient magnum ventum, quoniam cum corpus m x l ab extremis partibus sit elatius a b ex tremis, stantes, & alti tangentur à vento agitato. Si vero sedeant aer, primum non attinget illos, vt etiam quia sursum pellitur non perueniet ad illos, imò diffugiet, ergo non refrigerabuntur. Qui verò à lateribus l x m stabunt hiccinde, velut in f g, si steterint, non refrigerabuntur, quia quando flabellum erit in l, vel m aer descendet, ergo fugiet ab illis, cum autem fuerit in x, erit in loco humiliori, & mouebitur diuersa ratione, quippe ab f in h, & non ad latera, ergo neque contactu, neque motu, qui fiet per æquidistantem f, & g non poterunt refrigerari. Sed si humili loco sedeant, quoniam aër descendit, ex l & m versus x, & etiam, quia erunt proximi h k, quando fuerit in x, refrigerabuntur valde. Qui autem erunt iuxta



h & k minus refrigerabuntur, vtrisque sed paululum in redditibus propinquis, & neque stantes, neque sedentes, sed si altius attollatur

tollatur h κ. Rursus si b h κ fuerit grauior eodem, vt descendat tanto impetu, quanto ascendit attractum, vt pote ex ligno tenui nucis, tunc multo magis refrigerabit, & procul, non ob vim validiorem, sed quoniam celerius occursantes sibi contrariis motibus, ac vehementibus fiet collisio partium aëris, & ideo inambitū impelletur, & vndique cubiculum refrigerabit, quod non faciet maius longè flabellū lento motu agitatum, aut ex materia leui. Idem multo magis contingeret, vbi duo essent flabella laquearibus appensa, quæ ad perpendiculum aërem mouerent, seu quod superficies eo modo se haberent: & si flabella rotunda essent, tunc maiorem ambitum aëris occuparent, & velocius deficientibus angulis mouebuntur.

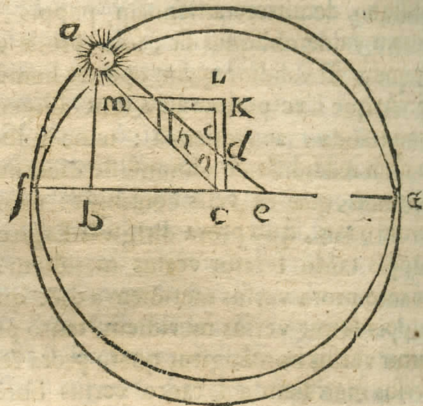
Propositio centesima vigesima secunda.

Contemptus circa solis rationem in vmbris declarare.

Constat primùm solem, & excentro, & toto eius ambitu illuminare hanc primùm diuersitatem, quæ aliquando tota diametro computata dimidium vnius partis totius cœli excedit: scioterici negligunt, vt exiguam. Secundò etiam diuersitatis illius, qua modò à terra versus absidem defertur, modò ad terram descendere totidem variata altitudine, non parum nullam habent rationem, seu quòd tanta ne sit, vt euidentem in gnomonibus faciat varietatem, seu quod incertum adhuc sit, an id verè soli accidat. Tertium est finis vmbræ ipsius gnomonis, qui incertus est, vt pars non contemnenda in dubium vertatur, quoniam sensim ex obscuro in illuminatum feratur, attamen contemnitur etiam. Quartum quòd cum sol moueatur in spira, fingitur quasi in parallelo æquinoctiali circulo circumagatur ab his, qui horologia describunt. Quintum quòd cum inæqualiter in orbe suo moueatur quāuis exigua sit hæc differentia, æqualiter tamen moueri præsupponitur. Sextum est, quòd dies æquales supponuntur, quia tamen tum ex ratione partis peragratæ, tum ratione ascensus eiusdem sunt inæquales, & tamen hæc inæqualitas etiam in horarum computatione prætermittitur. Sed & hæc vt prior ratione magis, quam sensu deprehenditur. Septimum est discrimen, quod oritur ex visus circulo seu horizonte, & circulo transeunte per centrum mundi, nam horizon verè tanto minor est circulo magno, quantum est semidiameter terræ, comparatus ad semidiametrum orbis cœlestis, sed est insensilis quantitatis. Octauum est, quod trianguli ex gnomone vmbra, & radiis solis latera non mutant lineas, quæ à sole ad centrum terræ deueniunt, nec quòd maius est, radius solis ad verticem hominis breuior habetur semidimetiente. Hæc igitur omnia scioterícorum opifices non obseruant, sed negligunt. Verum quatuor tantùm altitudinem poli regionis locum solis in eclyptica locum solis in circulo æquinoctialis, vel æquinoctiali parallelo, ex quibus tribus fit altitudo solis, vna in circulo scilicet verticali ab horizonte, & differentia linneæ meridianæ à linea versus polum, quam ostendit lapis Herculeus, de qua dictum est superius. Propos. 84.

Propositio centesima vigesima tertia,

Cognita ratione vmbræ ad gnomonem



sinum, & arcum altitudinis ab horizonte quouis tempore dignoscere.

Sit circulus magnus, in quo sol a f g superstans ad perpendiculū circulo visus f e g quos mannifestum est transire per idem centrum mundi c, quia magni sunt, & sit c d erecta ad perpendiculum super f g, nam perinde est per septimum contemptum, ac si superficies horizontis transeat per terræ centrum, & pedes per octauum, ideo proportio e c ad c d vmbræ ad gnomonem, vt b e ad b a, ergo per demonstrata b a cognita in comparatione a d e a, e a autem per octauum contemptum est dimetiens circuli, ergo a b sinus notus, & arcus f a, quod est primum cognitum. Et hic quidem circulus verticalis dicitur, quia per illum transit, aliter non esset ad perpendiculum horizonti. Com. Præced. Propos. Propos. 113.

Ex hoc sequitur, quod altitudines solis æquales omnes in vno sunt circulo horizonti parallelo. Et si sol fuerit in vno circulo horizonti parallelo, altitudines solis, & vmbræ magnitudines æquales erunt. Cor. 1.

Sol nisi bis in vna die potest esse in circulo horizonti parallelo, semel ante meridiem, & semel post, tantundem ab eodem distans. Cor. 2.

Cum ergo ita sit, necesse est vmbras æquales, & circulum horizonti parallelum fieri sub inæqualibus horis in diuersis semper diebus, præterquam cum in punctis fuerit æqualis ab æquinoctiali, & in eandem partem declinationis, & hoc bis contingit solum in anno pro quolibet circulo parallelo, sicut in eodem die etiam bis tantum, vt dictum est. Cor. 3.

Nam exempli gratia, cum sol est in initio Capricorni, & in Cœli medio, minima est vmbra eius diei, & totius anni. Cum ergo fuerit ante meridiem, vel post, erit vmbra maior ex supposito secundo vmbra meridiei: at ei æqualis poterit esse vmbra meridiei alterius diei ex primo supposito, ergo vmbræ æquales diuersorū dierum fiunt Com.

sub

ſub diuerſo ſitu ſolis, quo ad circulum meridiei, quod erat demonſtrandum.

Cor. 4. Ex hoc ſequitur, quod horarum determinatio fit ſecundum lineam in æqualem obliquam, quæ toti anno ſeruiat, vt æqualium vmbrarum determinatio horarum & partium eius numerum.

Cor. 5. Ex quo colligitur modus faciendi gnomonem, ſeu per vmbras rectas, ſeu per verſas, qui docebit toto anno non ſolum horas, ſed momenta pulſuum, de quibus dictum eſt quod MMMDC horam perficiunt.

Propoſitio centeſima vigeſima quarta.

Proportionem vmbræ verſæ eſſe ad gnomonem, velut gnomonis ad vmbram verſam.

Com. Vmbra verſa dicitur, quoties gnomo in pariete ad perpendiculum figitur, ſic vt gnomo æquidiſtet circulo horizontis. Sit ergo paries c k ad perpendiculum f g, & h k a d gnomo ad perpẽdiculum parietis & ſol, vt prius in a, & ſit primo k h tantæ lõgitudinis vt vmbræ locus ſit punctus d, vt ſit radius a h d e, eritque angulus d vtrinque æqualis, & propterea triangulus k h d ſimilis d c e. Sit modo gnomo maior m l ipſo h k & c l maior c k ſeu qualis, & quam anguli K & l recti ſunt, & anguli l m n, & K h d æqualis, quia a n, & a c ſunt æquidiſtantes per octauum contemptum, erunt per dicta trianguli ſimiles, igitur proportio l m gnomonis ad l n vmbram vt K h gnomonis ad K d vmbram, ſed K h, ad K d, vt c e vmbræ ad c d gnomonem: igitur proportio l m gnomonis ad l n vmbram, vt vmbræ c e ad c d gnomonem, quod fuit demonſtrandum.

(Per 15 primi Elem. Per 4. ſexti Elem.)

Cor. 1 Ex hoc primùm patet & præcedenti, quod cognita proportione vmbræ verſæ ad gnomonem cognoſcitur ſinus ſolis, & arcus altitudinis in circulo magno, & eſt altitudo ab horizontis parte, quæ proximior eſt loco ſolis, vt demonſtratum eſt à nobis in Geometricis.

Cor. 2. Sequitur etiam, quod cùm vmbra fuerit æqualis gnomoni, ſeu recta, ſeu verſa ſolis, vel Lunæ, vel ſtellæ, altitudo erit partium quadraginta quinque: nam anguli d & e, vel d & h erunt æquales: igitur arcus f a medietas quartæ ideò partium xlv. Et ſi gnomo fuerit maior vmbra verſa, vel minor recta, erit arcus f a minor xlv partibus, ſi contrà maior. Et hoc vbique terrarum. Et vbi non poſſit tantundem eleuari, vt quando ſol eſt ſub circulo capricorni, nunquam nobis gnomo æquabitur vmbræ rectæ ſed ſemper erit minor, & ſemper maior vmbta verſa pari ratione.

(Per 5. primi. Elementi Per vlt. ſexti Elem.)

Propoſitio centeſima vigeſima quinta.

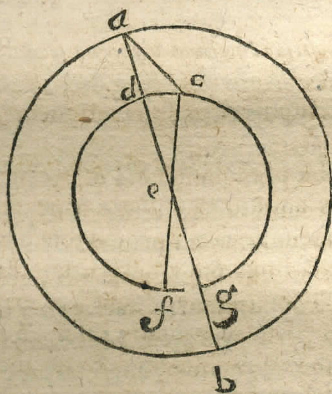
Proportionem dimetientis, & peripheriæ cuiuslibet circuli paralleli æquinoctiali per cognitam partem magni circuli demonſtrare.

Com. Hæc erat tam clara, vt hic locum non mereretur: tam neceſſaria huic propoſito, vt non potuerit omitti. Sit ergo Aequinoctij circulus a b portio circuli magni nota, a c parallelus circulus, æquinotij circulo c d, erit igitur ſinus c d notus. Et ideò quadratum c d notum, ergo & pars vtraque b d d a nota. Quare detracta a d ex d b relinquitur d g æqualis f c diametro paralleli aſſignari Quare proportio a b ad e f nota ex obiter ſuprà demonſtratis, & pariter ambitus circuli a b ad ambitum circuli c d, eſt enim vt dimetientis ad dimetientem.

(Per 3 tertij. & 8. & 17. ſexti Elem. Per 5. ſecundi Elem. Per 113. Propoſ.)

Propoſitio centeſima vigeſima ſexta.

Circuli horarij naturam declarare. Com.



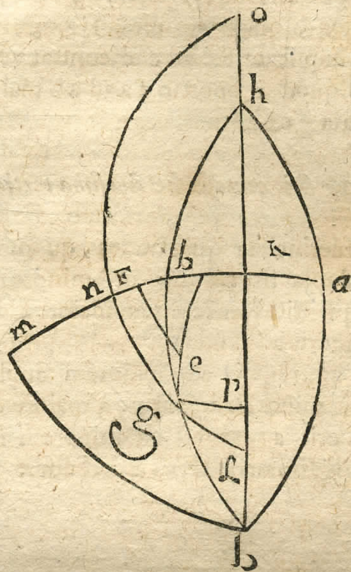
Circulus horarius eſt circulus magnus tranſiens per ſolem, aut lunam, aut quoduis ſydus, de quo agitur, & per polos mundi, ideò differt à circulo priore altitudinis Solis, quia ille ſtat ad perpendiculum ſuper horizontem, niſi cum tangitur vice meridiani, vterque tamen tranſit per centrum mundi, ac ſolis. Hic etiam ad ſimiles partes æquinoctij circulum, & omnes parallelos ſecat. Et principalis eſt meridianus, ideò ab illo Aſtrologi horas vtrinque ante, & poſt numerant. Ideò clarũ eſt, quòd horæ à meridie cõputatæ ſũt communes, habitantibus ſub quauis altitudine poli, & vbiuis ſit, ſol modò regiones æqualiter diſtent à fortunatis, ſeu ſint in eadem longitudine.

Propoſitio centeſima vigeſima ſeptima.

Data Poli altitudine ortus amplitudinem demonſtrare.

Com. Sit horizon a d b æquinoctij circulus a K f eclyptica e g, & punctus ortus in ea g, & c initium arietis, & g b amplitudo ortiua & c e, c f quartæ circulorum, vt ſit e f maxima ſolis declinatio, & polus mundi borealis l, quia igitur l d nota eſt ex ſuppoſito, & l K quadrans erit K h reſiduum ad dlmidium circuli notum. Quia verò æquinoctium, & Meridianus ſecant ſe ad angulos rectos, & b a æquidiſtat ab vtroque polo, erit b polus h d, quare b K, quarta circuli, & angulus K rectus. Igitur ſumus in diſpoſitione tabularum primi mobilis, ergo etiam oppoſitus triangulus, qui ei eſt æqualis, & æquiangulus in eadem diſpoſitione b m d, quare cum data

ſit



sit g n declinatio puncti g dati, datus erit, & arcus g b quæsitus,

Propositio centesima vigesima octaua.

Nota amplitudine ortus cuiusque puncti arcum semidiurnum inuenire.

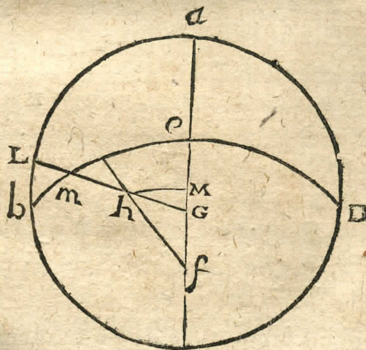
Com. Sit in eadem figura nota g b, volo illius arcum semidiurnum. Cum ergo g n sit declinatio, erit pars arcus Meridiani horarij per polos transeuntis, compleatur ergo l g n o, & quia g n nota est, quia declinatio puncti dati, & g b nota ex supposito, & f angulus rectus, quia e f est portio meridiani, erit b n nota differentia ascensionis a quarta circuli k b, igitur tota K n arcus semidiurnus. Quoniam g p parallelus similis est K n, & in eo reuoluitur Sol: ergo quando enim perueniet ad p. Possumus etiam sine inuentione arcus ortus amplitudinis per triangulum K m d ex notitia g n cognoscere eandem n b.

Com. Ex his duabus sequitur conuersa scilicet, quæ data magnitudine diei cuiuscunque in quauis regione nota erit poli altitudo eiusdem regionis.

Propositio centesima vigesima nona.

Data altitudine solis in quacunque regione quacunque die distantiam solis à Meridiano cognoscere.

Com. Sit Horizon a b c æquinoctij circulus b e d. Meridianus a e c Polus mundi Borealis f vertex, g, punctus in eclyptica h ducatur ex polo mundi circulus horarius f h K ad æquinoctij circulum, & verticalis circulus p h l vsque ad Horizontem, & circulus parallelus æquinoctij circulo h m, sit ergo h l



Per 123. Propos. altitudo solis nota, igitur h g nota erit residuum quartæ circuli, & similiter h k nota, quia declinatio puncti dati in eclyptica est n nota dies, & locus solis ex supposito ergo nota f h residuum quartæ circuli nota est etiam g e, quæ est æqualis altitudini poli ex supposito, ergo residuum quadrantis f g, ergo triangulus f g h notorum laterum ergo notus angulus f, ergo arcus K e distantia sumpta in æquinoctij circulo puncti h, cui similis est arcus h m ex parallelo h m, nam quando K perueniet in e h perueniet in m, & in æquali tempore, qua diuisa per quindecim gradus, habebimus horas distantiæ solis à Meridie ante, vel post, & minuta horarum dando quibuslibet gradibus quatuor minuta horæ, & quibuslibet minutis graduum quatuor secunda horæ, & ita habebimus tempus exactissimum à Meridie in quacunque regione, & in quacunque hora diei. Propos. 34. lib. 4. De Triang. Monteregij.

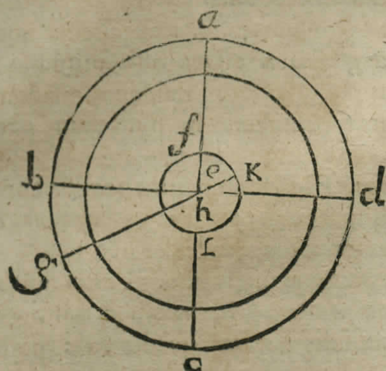
Propositio centesima trigesima.

Data regionis altitudine, & loco solis proportionē gnomonis tam ad vmbram rectam, quam versam, vel etiam in cylindro determinare.

Hæc est propositio illa pulcherrima, quam tot ambagibus tradidere antiqui cum suis analematibus, & scioteris, nec tamen demonstrationem, nec rationem exactam instrumentorum constructionem, qua possemus per vmbras rectas versas, & cylindricas scire ad vnguem, qualis hora, & minutum, & secundum diei esset quocunque anni tempore. Plerunque autem tam laboriosè id conati sunt demonstrare, vt studiosos deterruerint ab opere: res autem ipsa facillimè est. Proposita ergo poli exacta altitudine solis in Meridie declinatione addita vel detracta, habebis residuum eius ad quadratam f g, & similiter habebis ex declinatione nota loci solis detracta à quadrante f h, & iuxta horam tuam, & minutum multiplicatum per quindecim arcum K e quare angulum f, ex quo arcum g h, quare residuum h l, igitur punctum vmbræ rectæ, vel versæ ipsius gnominis ad vnguem, & ita constitues horologium exactissimum secundum ea, quæ dixi Corrolariis supradictis, & quia horizon a b c d secat æquinoctialem in centro terræ ducta g h K, erunt anguli b h g, & K h l æquales. Igitur posito g ortu puncti eclypticæ, erit g b ortus amplitudo nota, & ideò angulus b h g, & k h l notus, & ita extendemus per totum annum. Cum verò fuerit g eleuatus erit, vt demonstratum est, in circulo magno verticali, ergo angulus fiet in eodem circulo, quia gnomo est etiam in illius superficie. Ergo angulus erit æqualis angulo, quem faceret sol, si oriretur in puncto horizontis, quem secat circulus verticalis sub ea altitudine: sed his est notus nam in priore figura g h f est notus eadem ratione, qua f, & ideò ei oppositus K h n, & K rectus, est enim f polus b d, & h K declinatio nota ergo K n, & h notæ. At e K, & g h fuere notæ. Ergo e n, & g n, quare residuæ n l & n b notæ. Est autem angulus

Com. Per 28 & 4. Ioan. de Monteregij de Triang. Per 113. vel 114. Propos. Prop. 114. Corol. 1. Per 117. Propos. Per. 15. primi Elem.

angulus l rectus, ergo ortus amplitudo



puncti l nota scilicet arcus l b, ergo in praesenti figura angulus m h b, ergo K h l, igitur poterimus statuere angulos vmbrarum, & iam possumus determinare magnitudinem: ergo punctum ad vnguem vmbrae qualibet hora, & parte horae singulis diebus in quacunque regione datae altitudinis poli versa, & rectus. In cylindrica autem eodem modo sicut inuersa est enim species vmbrae versae, nisi quod analema ob obliquitatem cylindri melius aptatur, rotundum scilicet cum rotundo.

Propositio centesima trigesima prima

Si lineae alicui dupla alterius adiungatur, erit proportio duarum ad primam maior, quam dupli, cum prima ad primam cum vna adiecta.

Com. Sit a b linea, cui adiecta sit b c, & rursus ad b c c d aequalis b c dico, quod proportio a c ad a b est maior, quàm a d ad a c. Proportio enim c d ad c a minor est, quàm ad a b per octauam quinti Elementorum. Ergo minor d c ad c a quàm c b ad a b, quia b c & c d sunt aequales, ideò aequalem habent proportionem ad a b: igitur coniungẽdo per. 28. Quinti proportio d a ad a c minor, quam c a ad a b, quod erat demonstrandum.

a b c d

Propositio centesima trigesima secunda.

Com. Per 7. quinti Elem.

Si ad duas lineas, quarum vna alteri dupla sit eadem linea addatur, erit aggregati ex minore, & a d adiecta ad ipsam minorem minor proportio quam aggregati ex maiore, & adiecta ad ipsam maiorem duplicata.

Sint duae lineae a b, & c d, & sit c d dupla ad a b, addatur communis b e, & vocetur iuncta c d, d f dico, quod proportio e a ad a b, est minor duplicata f c ad c d, adiiciatur d f aequalis g f, quia ergo g d est dupla ad f d, ideo ad e b c d autem est dupla ad a b, tota igitur g c dupla toti e a, quare vt g c ad g d vt e a ad e b permutando*, & per euersam vt e a ad a b, ita g c ad c d, vt g c ad c d componitur ex g e ad f e, & f c ad c d, igitur e a ad c b componitur ex eisdem. Proportio autẽ g c ad f e est minor, quam f c ad c d, igitur minor quàm duplicata f c ad c d, constat verò ex eisdem, quod proportio c a ad a b maior est duplicata g c ad f c.

e b a
g f d c

Propositio centesima trigesima tertia.

Si fuerint duae quantitates, quarum vna alteri dupla sit: minuatur à minore quaedam quantitas eademque maiori addatur, erit minoris ad residuum maior proportio, quam aggregati ad maiorem duplicata. Si verò minori addatur & à maiore detrahatur, erit aggregati ad minorem minor proportio quàm maioris ad residuum duplicata.

Sit a b dupla c d, & addatur g quaedam ad b a, quae sit a g, eadem detrahatur ex c d & sit c h, dico, quod proportio e d ad d h maior est, quam duplicata g b ad a b, & rursus si quaedam ad c & minuatur ex a b vtpotè c f addatur c d, & a e minuatur ex ab, erit proportio f d ad c d minor duplicata a b ad g e. Primum sic resecentur a n & k l aequales singulae c h, igitur a l dupla est e h & a b fuit dupla a d, c d igitur vt in priore constitutione praecedentis a b ad l b, vt c d ad h d & a b ad b l maior, quam duplicata a b ad b K vt minor quàm K b ad b l, hoc enim demonstratum est in fine, igitur c d ad h d maior, quàm duplicata a k ad k b, sed a k ad k b maior est per vigesimam tertiam, huius scilicet per demonstrationem illius, quàm g b ad b a, igitur multo maior c d ad d h, quàm duplicata g b ad b a, quod est primum.

c h d
a K l b

Secundum sic per eadem, addito enim duplo f c ipsi a b vt in secunda figura, & sint a m, & m n erit f d ad c d, vt n a ad a b quare cum n a ad a b sit minor duplicata per precedentem in b ad a b, & a b ad e b sit maior, vt demõstratum est in vigesima tertia huius quàm m b ad a b, erit f d ad d c multo minor duplicata a b ad b e, quod est secundum.

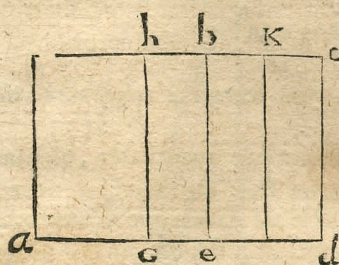
Propositio centesima trigesima quarta.

Si rectangula superficies sit cuius pars tertia quadrata sit, corpus quod ex latere quadratae in residuum superficiei constat maius est quouis corpore ex eadem superficies aliter diuisa constituto.

Sit rectangulum a c cuius tertia pars c e sit quadrata, dico quod corpus, quod constat ex e d in a b est maius omni corpore, quod fuerit ex latere partis superficiei a b in reliquam partem. Si non diuidatur vel supra vel infra, & primo in f: erit autẽ proportio e d ad d f, vt e c ad c K, & f a ad a e, vt superficierum ipsarum per primam sexti Elementorum: at per praecedentem maior est proportio e d ad d f, quàm a f ad a e, duplicata igitur maior est proportio e d

ad

ad eam, quæ potest super f c superficiem, quam f a ad a e, igitur maior, quàm a K



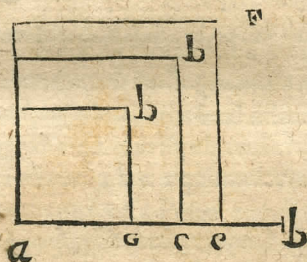
ad a b ex prima sexti Elementorum: igitur per trigesimam quartam vndecimi. Parallelipedum ex e d in a b maius est parallelipedo ex ea, quæ potest in f c superficiem in ipsam superficiem a K. Si verò diuisio facta fuerit in g, constat ex præcedenti, quod minor est proportio g e ad e d, quàm sit duplicata e a ad a d a g, eam igitur minor proportio eius lineæ, quæ potest in g e superficiem ad e d quam a b ad a h igitur parallelipedum ex e d in a b est maius parallelipedo ex ea, quæ potest g c in a h cum sit a b ad a h, vt dictum est, velut a e ad a g.

Com. Manifestum est autem, quòd tale corpus est æquale duplo cubi lateris partis tertiæ quadratæ.

Propositio centesima trigesima quinta.

Si linea in duas partes, quarum vna sit alteri dupla, diuidatur erit, quod fit ex tertia parte in quadratum residui parallelipedum maius omni parallelipedo, quod ex diuisione eiusdem lineæ creari possit.

Com. Sit a c dupla b c, & sit quadratum ad ipsius a c, dico parallelipedum ex b c in a d maius esse quouis alio ex diuisione lineæ a



b similiter creato. Secetur primo in e, & fiat quadratum a f, eritque per vigesimam quintam. Huius proportiò c b ad b c maior duplicata a e ad a c, quare maior, quam a f ad a d per vigesimam sexti Elementorum, igitur per trigesimam quartam vndecimi, Parallelipedum ex b c in a d maius est parallelipedo e b in a f, quod est demonstrandum. Si verò diuisio cadat in g, fiat quadratum a h, & erit per vigesimam tertiam huius proportio g c ad c b minor, quàm duplicata c a ad a g: igitur minor, quàm a d ad a h, igitur per eandem parallelipedum ex c b in a d maius est parallelipedo ex g b in a h.

Com. Ex hoc liquet quòd parallelipedum illud erit quadruplum cubo minoris partis, & dimidium cubi maioris.

Propositio centesima trigesima sexta.

Denominationes in infinitum extendere.

Com. Lib. 9. Prop. pos. 8. Inquit Euclides, si fuerint quotlibet quantitates ab vno in continua proportione, erit tertius numerus quadratus, & omnes alij sequentes vno intermisso. Tertia igitur in comparatione ad secundam etiam, quod non sit numerus, est quadratum: est enim tertia ab vno quadratum secundæ, quæ est proportio. Detracto igitur vno omnes quãtitates loco pari sunt quadratæ: vt scias ergo cuius sunt quadratæ diuide per medium, & erit quadratum illius - ergo quadragesima erit quadratum vigesimæ, & vigesima decimæ, & decima quintæ, & vigesima sexta tertiæ decimæ, & ita de aliis. Iuxta hoc dicemus, quod secunda erit quadratum, & quarta quadratum quadrati, & octaua quadratum quadrati quadrati. Et sexta decima quadquadquadquad. & ita trigesima secunda quadquadquadquadquad. Quod autem quad. est quarta in ordine, ideò & octaua & duodecima & decima sexta, & sic de aliis sunt quadrata quadrati, & sicut quarta est quadratum quadrati primæ, ita octaua secundæ, & duodecima tertiæ, & sextadecima quartæ, & vigesima quintæ, & ita semper diuidendo per quatuor.

Lib. 9. Prop. pos. 8. Secunda regula dicebat ibidem Euclides, si fuerint quotlibet quantitates ab vno in continua proportione quartus, ab vno erit cubus supple secundæ, & ita duobus semper intermissis, vno igitur ipso relicto quolibet loco ternario, vt tertia, sexta, nona, duodecima sunt cubi, & cubi eius quantitatis, quæ exit diuiso numero per tria, velut tertia primæ, sexta secundæ, nona tertiæ duodecima quartæ: & ita tertia erit cubus nona cubus cubi, & vigesima septima cubus cubi cubi scilicet primæ. Et trigesima nona est cubus tertiæ decimæ.

Tertia regula quarta quantitas, vt visum est, est quadquad. Et quinta est relatum primum, quia 5 est numerus primus, & 7 est relatum secundum, quia est secundus numerus primus: & vndecima tertium & tertiadecima quartum: & decima septima quintum: & decima nona sextum: & vigesima tertia septimum & vigesima quinta, quia est primus numerus præterquam ad quintam, ideò est relatum quintæ, quæ est relatum primum primæ, omnes ergo numeri primi sunt relata, alij omnes sunt ex natura cubi vel quadrati. Sed relata sunt inter se omnia diuersorum generũ nisi vigesimum quintum, quod est relatum primum primi relati, & quadragesimum nonum est relatum secundum relati secundi. Et ita centesimum vigesimum primum est relatum tertium tertij relati. reliqua, vt dixi, media inter hæc sunt sui generis.

Quarta regula proposita quantitate ab vno in continua proportione, si vis scire cuius

cuius naturæ sit detracto vno considera, an possit diuidi, per duo, est quadratum medietatis, & ita procedes diuidendo vsque ad numerum primum, qui vel est 2, & erit ex genere quad quad. vel 3, & erit ex genere quadratorum cuborum, & similiter si sit 9, erit ex genere quadratorum cubi cubi. Et si proueniat alius numerus primus, vt 5, 7. 11. 13. erit quadratum relati illius ordinis. Et si non potest diuidi numerus quantitatum per 2 vide, si possit diuidi per 3, tunc erit cubus illius quantitatis, & si illa quantitas, quæ prouenit ex diuisione: fuerit 3, vel potuerit diuidi per 3, erit cubus, vel cubus cubi, & ita deinceps. Si verò sit alius numerus primus, vt 5. 7. 11. erit cubus relati. Et ita si non possit diuidi per 2, nec per 3. erit ex genere relati. Et tunc si possit diuidi per alium numerum ? vt 35. erit relatum ex eo genere. Vtpotè trigesimaquinta quantitas est relatum secundum relati primi, seu relatum primum relati secundi. Nam quoties quantitas potest diuidi per duos numeros, dicetur sub vtroque vicissim, vt duodecima potest diuidi per 4. & 3. id eò dicetur cubus quadquad. vel quadquad. cub. & per 2. & 6. & dicetur quadratum cubi quadrati, & quadratum cubicum quadrati ipsius proportionis, ad quam omnia referri debent.

Quinta regula ex præcedenti pendet, & est, quod denominationes, & proportiones vicissim commutantur: velut 256. est quad quadquad, & inter quadquadquad, & quadquad sunt quatuor termini ipso computato, & inter quadquad, & quod visi duo, ergo quadquadquad continet plures proportiones, & proportiones duplicatæ non constituunt quad: nam 64. continet duas duplas ad 16. non tamen est quadratum 16. ideo oportet diligenter animaduertere.

Sexta regula similiter ex dictis pendet, & est, quòd gratiaexempli relatum primum cōparatũ ad primũ terminũ est sexta quantitas, cum auté cōparatur ad rem, iam præsupponit proportionem. Exemplum relatum primum proportionis $\frac{21}{20}$. est $\frac{4084101}{3200000}$. & est aliquanto maior sexquiquarta, & si colligas terminos 100. 105. $110\frac{1}{4}$. $115\frac{61}{80}$. $121\frac{861}{1600}$. $127\frac{19681}{32000}$. Tu vides quòd sunt sex termini in vtraque computando primum, sed in $\frac{21}{20}$. sunt duo termini, & in quadrato tres, & in quadrato quadrati per præcedentem, adduntur, duo & vltimus scilicet sextus fit ex relato ipso. Ergo vltra proportionem sunt tantum quatuor termini.

Septima regula ad effugiendum omnes errores tu scis, quòd 4096. quadratum 64. est sextus a 64. ad quem habet proportionem quadrati, & 64. est similiter sextus ab vno illo scilicet non computato, & ita 64. habet rationem vnius, & licet comparetur ad 2. rem & sit sextus ab eo, eo computato, 4096 autem à 64. fit septimus tamen non est eadem ratio, quia 64. non est quadratum 2.

Propositio centesima trigesima septima.

Rationem numerorum ex progressione declarare, Com. Primæ suæ Arith.

Michaël Stifelius rationem pulcherrimam tradidit ad inuentionem numerorum, qui vocantur multiplicandi, & componitur hoc modo. Ex prima componitur 1. & 2. faciunt 3. 1. 2. 3. faciunt 6. 1. 2, 3. 4. faciunt 10. & ita prima tabula constituit secundam recta serie numerorum iunctis

1	2	3	4	5	6	7	8
1							
2							
3	3						
4	6						
5	10	10					
6	15	20					
7	21	35	35				
8	28	56	70				
9	36	84	126	126			
10	45	120	210	252			
11	55	165	330	462	462		
12	66	220	495	792	924		
13	78	286	715	1297	1716	1716	
14	91	264	1001	2002	3003	3432	
15	105	455	1365	3003	1005	6435	6435
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870
17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310

omnibus ab vno. Tertia fit ex secunda & tertia, primò assumitur 10. in tertio, vt in secunda, & ex 10. secundæ, & 10. tertiæ fit 20. & 15. secundæ, & 20. tertiæ fit 35. & ex 21. secundæ, & 35. tertiæ fit 56. & ex 28. & 56. fit 84. Et quanta fit ex tertia, & ex seipsa, primum assumendo 35. ex tertia, & ponitur proprimo numero quartæ, & ex 35. tertiæ, & 35. quartæ fit 70. numerus secundæ quartæ: & ita ex 56. & 70. fit 126. & ex 84. & 126. 210. & ita quinta ex quarta & seipsa, & sic in infinitum.

Regula ergo est, quòd binarius seruit ℞ quadratæ, & quia nihil est in eius directo, solus ipse seruiet ℞ quadratæ. Ternarius autem cubicæ, & quia in eius directo est alter ternarius, ille etiam seruiet ℞ cubicæ. Quaternarius autem seruiet quadrato quadrati, & senarius, qui est in illius directo. Ergo quinarius seruiet ℞ relatæ primæ, & duo sequentes numeri scilicet 10. & 10, & eodem modo senarius numeri duo sequentes 15. & 20. seruient cubo quadrati, & ita etiam septenarius cum tribus sequentibus numeris 21. 35. & 35. seruient rel. secundi radici, & ita deinceps in infinitum.

Propositio centesima trigesima octaua.

Modos vsus horum numerorum declarare.

In quouis numero denominationis oportet tot addere o, quotus est ordo, & facere tot numeros sequentes, quotus est ordo, & semper minuere vnam o, velut quia quadrata ℞ est prima ad 2. addemus o, & fiet 20. nec alium quæremus numerum. Com.

Sed quia cubica est secundo loco, habebit prima nota 00. & fiet 300. & secundum 3. vnam 0. & fiet 30. & in quadrato quadrati addemus 000. primo, & 00. secundo, & 0. tertio, & ita habebimus 4000. 600. 40. sed quia in tabula non est 4. vltimum addemus similem primo semper. In relato primo, ergo habebimus 50000. 10000, 1000. 50. & in cubo quadrati 600000. 150000. 20000. 1500. 60. Manifestum est, quòd his vice versa assumpsimus 15. & 6. similes prioribus addẽdo semper vt dixi 0. minus, donec ad vnam peruenerit. Et ita in relato secundo 7000000. 2100000. 350000. 35000. 2100. 70. & ita deinceps.

Propositio centesima trigesima nona.

Com. Radices omnes à propositis numeris extrahere.

Propositis quibusuis numeris vtpotè 916132832. volo detrahere ℞. relatam primam, primum habebo in tabula descripta relata prima numerorum simplicium vsque ad 10. velut in exemplo. Deinde

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1.	32.	243.	1024.	3125.	7776.	16807.	32768.	59049.

916132832
7776
.6.
138532832
64800000
.2.

6 —	50	16	4800
36 —	1000	8	288000
216 —	10000	4	8640000
1296 —	50000	2	129600000
			32

138532832

subscribam punctum sub prima nota à dextra, & quia est quarta in ordine hoc, seu quinta denominatio secundum nostrum, omittam quatuor notas intermedias, & subscribam punctum aliud, & ita facerem si essent plures quã decem notæ: relinquitur ergo ad punctum primum à sinistra 9161, cuius quæro ℞. relatam primam in tabula, quam inuenio esse 6. nam 7776. eius relatum primum est proximius ex minoribus ad 9161. detraho igitur 7776. ex numero propositio relinquitur. Deinde pono 6. & quadratum eius, & cub. & quadratum quadrati, quia, vt dixi, est quarta denominatio apud illum, & è regione numeros præcedentes inuentos relati primi ex præcedenti propositione: & duco singulos cum suis collateralibus, vt vides etiam in figura, & cum vltimo producto, scilicet 64800000. diuido 138532832. exit 2. huius accipio omnes numeros ad relatum primum vsque vt vides, & pono minores è regione maiorum, vtpote 2. è regione 1296 & 50000. & 4. è regione 216. & 10000. & 8. è regione 36. & 10000. & 16 è regione 6. & 50. & duco 6. in 50. fit 300. duco in 16 fit 4800. duco 36. in 1000. fit 36000. duco 36. in 8. fit 288000. duco etiam 216. in 10000. & fit 2160000. & duco hos per 4. fit 8640000. duco rursus 1296. in 50000. fit 64800000. duco in 2. fit 129600000. Demum addo 32. relatum primum 2. & fit summa omnium 138532832. & ita habemus radicem relatam primam dicti numeri esse 62. Et si numerus productus fuisset maior oportuisset accipere proximo minorem. Inde per regulam sequentem addere minutias.

Propositio centesima quadragesima

Radices per numeros fractos determinare.

Duplex est modus, vt etiam docui in arithmeticis, scilicet vt pro radice quadrata addatur duo 0. & pro cuba tria, & pro quadrata quadrata quatuor, & pro relata prima quinque, & ita deinceps, & præ decimis semel, pro centesimis bis, pro millesimis ter, pro milliaribus seu partibus earum quater, pro centesimis millesimis quinquies pro millesimis millesimarum sexies, & ita deinceps deinde per præcedentem detrahere radicem, & erit valde exacta. Exemplo non vtar, nisi quòd si velles radicem relatam 16. ad millesimas, accipies radicem relatam numeri à latere propositi, & ita de aliis 1600000. 00000. 00000. & si velles ℞ cub. $5\frac{1}{}$. per millesimas, primo addes ter 000. & fiet 3000000000. inde sume $\frac{1}{5}$. 1000000000. qui est 200000000. & adde ad 5000000000. fit 250000000. & hoc quia vnum refert numerum 1000000000. ex supposito & —. est $\frac{1}{5}$. vnius.

Secundus modus est vt accipias proximé maiorem, & multiplica in se, & detrahe numerum propositum, & residuum diuide per duplum radicis primo inuentæ, si fuerit quadrata, & per triplum quadrati eiusdem si fuerit cubica, & per quadruplum cubi, si fuerit quadrata quadrata, & per quincuplum quadrati quadrati, & quod exit detrahes ex priore radice, & rursus quod relinquitur, multiplica in se, & eodem modo agendo quod superest à numero proposito, diuide per duplum radicis prioris, si sit radix quadrata, vel per triplum quadrati si sit cubica, & quod exit rursus detrahe, & ita agendo, peruenies ad exactissimam radicem. Exemplum volo radicem quadratam 5. proxima maior est 3. quadratum 9. differentia 4. diuide per 6 duplum 3. exit $\frac{2}{3}$. detrahe ex 3. fit $2\frac{1}{3}$. quadratum est $\frac{49}{9}$. quod est $5\frac{4}{9}$. rursus diuido $\frac{4}{9}$. differentiam $5\frac{4}{9}$. & 5. per $4\frac{2}{3}$. duplum radicis primæ exit $\frac{2}{21}$. detrahe ex $2\frac{1}{3}$. relinquitur $2\frac{5}{21}$. radix satis propinqua, nam eius quadratum est $5\frac{4}{441}$. in cubica similiter volo ℞ cu. 5. proxima maior est 2. cubus 8. differentia 3. diuide per triplum quadrati 2. quod est 12. exit $\frac{1}{4}$. detrahe ex 2. fit $1\frac{3}{4}$. cuius cubus est $5\frac{89}{64}$. differentia est $\frac{23}{64}$. diuide per triplum quadrati $1\frac{3}{4}$. quòd est $9\frac{3}{16}$. exit $\frac{23}{588}$. detrahe ex $1\frac{3}{4}$. relinquuntur $1\frac{107}{147}$. cuius cubus est $5\frac{504449}{3176523}$. Ita diuides hunc excessum si placet per triplum quadrati $1\frac{107}{147}$. & est fermè 9. exit $\frac{56050}{3176523}$. quasi detrahe ex $\frac{107}{147}$. relinquuntur $\frac{323159}{453789}$.

Tertius

Tertius modus eſt ſubtilior, tu ſcis quod duodecima denominatio eſt quadrata ſextæ, & quadrata quad. tertiæ, & cuba quarti, quarta autem eſt inter tertiam & ſextam ſecunda quantitas in continua proportione: ergo inuenta ℞ numeri propoſiti & ℞ radicis inuentæ reducam ad vnam denominationem, & inter numeratores collocabo duas quantitates, quod facile erit ſenſim procedendo,& habebo ℞ cu. quæſitam, ſcilicet minorem ex duabus intermediis. Et ſimiliter pro relata prima, capiam ſexaginta denominationes, & ſcis, quòd quintadecima eſt ℞ ſexageſimæ,& decima eſt ℞ cu. ℞ ſexageſimæ,& duodecima ℞ relata prima ſexageſimæ per eandem inuenta, ergo ℞ numeri propoſiti tanquam ille ſit ſexageſima denominatio, inueniam illius radicis inuentæ ℞ quadratam, & cubicam, quia duodecima quantitas quæ eſt ℞ relata prima numeri eſt ſecunda, quatuor intermediarum interponam inter ℞ quadratum, & cubicam quadratam quatuor numeros in continua proportione, & ſecundus ex minoribus erit ℞ relata prima numeri propoſiti Exemplum cubicæ volo ℞ cum 5 habui ℞ quadratam eius $2\frac{4}{21}$. ſed volo proximiorem diuidendo $\frac{5}{441}$. per 4. quod eſt fermè duplum $2\frac{5}{21}$. exit $\frac{1}{441}$. detraho ex $2\frac{5}{21}$. relinquitur valde proxima ℞ 5. $2\frac{104}{441}$. huius igitur radix quadrata, primo inuenta eſt $1\frac{1}{2}$. ſecunda proximior eſt $1\frac{41}{84}$. reduco ad eandem denominationem fient $\frac{784}{2261}$. $2\frac{416}{4764}$. & $1\frac{861}{1764}$. inter 3944, & 2625, inueniemus duos numeros in continua proportione, vt vides, & erit ſecunda quantitas $\frac{6003}{7641}$, quod eſt $\frac{167}{908}$. proximum ad $1\frac{5}{7}$, ℞ cubica. 5. nam eius cubus eſt $5.\frac{13}{343}$. at exactiſſima eſt ergo $1\frac{69}{98}$. vt liquet.

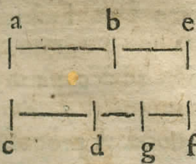
2625 $\frac{3000}{1764}$. 3944

Pro relata prima ergo ponamus, vt velim ℞ relatã primã 25. accipio 5 ℞ 25. cuius ℞ eſt: vt viſum eſt, $2\frac{104}{441}$. ſimiliter ℞ cu. 5. fuit $1\frac{69}{98}$. igitur reducam ad vnam denominationem, & inueniam quatuor numeros in continua proportione inter illos, & ſecundus poſt minimũ ex illis erit ℞ relata prima propinquiſſima 25. Quomodo verò inveniantur facillimè illi termini, docui in ſexto libro operis perfecti.

Quarta regula eſt vtilior, licet minus videatur nobilis,& eſt fũdata in hoc, quod ſi a b ſit maior c & eis addãtur b e,& d f æquales dico, quod erit minor proportio a c ad c f, quàm a b ad c d,& ex conſequenti per viã fracti maior pars vnius erit c f ipſius a e, quàm c d ipſius a f ex Euclide. Dico ergo quod maior eſt proportio a b ad c d, quàm a e ad e f, fiat d g ad quam ſit b c vt a b ad c d, eritque a e ad c g vt a b ad c d, minor autẽ eſt a e ad c f, quam ad c g, igitur minor a e ad c f quàm a b ad c d quod fuit propoſitum. Similiter ſi fuerint duæ quantitates, ab & c d, quarum ab ſit maior e, c d autem eadẽ e minor, dico, quòd dimidium aggregati a b & c d maiorem habebit proportionem ad e, quàm c d & minor, nam iuncta b f æquali d e ad a b, ita vt f g ſit dimidium totius a f, quia ergo f g eſt dimidium f a & f b eſt minor dimidio f a cum ſit minor b a & ſimiliter f g eſt minor ab, quia a b eſt maior dimidio a f, quia eſt maior b f, ergo proportio g f ad c eſt maior quam b f ad e, ita quam c d ad e,& minor quàm a b ad e, quod fuit propoſitũ.

8. Propoſ. quinti Elem

Per 18. quinti Elem



Per 11. quinti Elem amplificatã.

f b g a
d c
e

Per 8. quinti Elem.

Quo viſo volo ℞ 1000. quadratam, & quod de quadrata dico, dico etiam de aliis radicibus & erit ex ſecunda regula harum $31\frac{39}{62}$.& quadratum erit 1000 $\frac{1521}{3844}$. Iuxta ergo primã partem regulæ $31\frac{38}{61}$. erit minus, & in veritate in eo, quod fit ducendo, vt vides, & hoc eſt proximum ad $\frac{1}{110}$, multiplico igitur duplum $31\frac{36}{62}$, quod eſt fermè $63\frac{1}{4}$. in $\frac{1}{160}$. fient $\frac{63\frac{1}{4}}{160}$ detrahe ex $\frac{1521}{3844}$.

$\frac{38}{61}$ $\frac{39}{62}$
2379 2356
$\frac{23}{372}$.

hoc modo, diuide 3844. per 160. exit $24\frac{1}{40}$. diuide 1521. per 24. exit $63\frac{3}{8}$. habes igitur quod $\frac{1521}{3844}$. ſunt $\frac{63}{160}$. igitur detracto $\frac{63}{160}$. ex $\frac{63}{160}$. nihil relinquitur, & erit ℞ exacta valde 1000. hoc $31\frac{38}{61}$. cuius quadratum $1000\frac{41}{3721}$. vides breuitatem, & propinquitatem in producto differentia eſt $\frac{1}{100}$. aut parum maius quod ad radicem comparatum cum debeat diuidi per duplũ eius erit paulo maius $\frac{1}{6300}$. Vnde facilior eſt, & breuior hæc via quàm per oo. additus. Rurſus volo aliquid adimere & cum propinquitate ita facio. Conſidero quòd $31\frac{38}{61}$. eſt maius $\frac{1}{6300}$. radice diuido 6300. per 62. exit 103. fermè, neque enim curo in hoc fractiones: multiplico ergo 103. in $\frac{98}{61}$. & habeo $\frac{3914}{6283}$. hic denominator eſt proximus 6300. aufero ergo 1 ex 3914. habebo valde proximam ℞ 1000. $31\frac{3913}{6283}$. cuius quadratum eſt 1000. minus $\frac{1}{1048}$. hoc vt dixi diuiſum per duplum ℞ quod eſt 63. eſt omnino inſenſile in radice

Quinta regula eſt omnium pulcherrima, & eſt communis omnibus & fractis & integris & omnibus generibus radicum, & ſit exemplum. volo ℞ radicis ſupraſcriptæ ſcilicet $31\frac{3913}{6283}$. multiplico 31. in 6283. & fit 194793. cui addo 3913. fit 198686. manifeſtum eſt igitur, quod $\frac{198686}{6283}$. æquiualet $31\frac{3913}{6283}$. hoc facto, quod eſt commune omnibus radicibus extrahendis pro radice quadrata, multiplicabo numeratorem, qui eſt 194686. per denominatorem, qui eſt 6283. & ſi voluero radicem cubicam, multiplicabo eundem numeratorem per quadratum denominatoris, & ſi voluero radicem radicis, multiplicabo per cubum, multiplicabo per quadratum quadratum 6283. & ita de aliis vna diminutione minore, & eius qui prouenit numeri ℞ ſuprapoſita denominatori erit ℞ eiuſmodi, quam ſuſcepiſti, velut in exemplo fuit numerus $\frac{198686}{6283}$. quia ergo volo ℞ quad. multiplico 198686. in 6283, & fit 1248344138. huius accipio ℞ quad. quæ eſt 35332. hæc autem eſt diuidenda per 6283.& exeunt $5\frac{3917}{12566}$. ecce vides radicem

exactam admodum, & facilem. Volo rursus ℞. quadrat. $5\frac{3917}{12566}$. multiplico 12566. per 5. & fit 62830. cui addo 3917. & fit 66747. cui suppono 12566. denominatorem, fient ergo $\frac{66747}{12566}$. manifestum est igitur quòd hoc æquiualet $5\frac{3917}{12566}$. si igitur multiplicarem denominatorem per denominatorem & numeratorem, quod proueniret, esset æquale eidem numero, ergo ℞. eius esset eadem cum ℞. prioris, sed ℞. denominatoris esset prior numerus, ergo sufficiet extrahere ℞. producti ex denominatore numeratorem, & ita productum erit ex denominatore in numeratorẽ 838742802, cuius ℞. est 28961. hæc igitur diuisa per 12566. ostendit ℞. $2\frac{3832}{12566}$. In hac autem quadrata est alius modus sine multiplicatione, sed non est communis aliis, vbi statueris denominatorem pro denominatore ℞. vtpote 2566. & numeratorem 66747, constitues medium sensim augendo.

Rursus volo ℞. relatam $2\frac{3829}{12566}$. reduco ad denominatorem, & fit vt prius $\frac{28961}{12566}$. duco igitur 12566. ad quad. quad. sed sufficiet in hoc casu deducere ad minores denominationes, vtpote diuide 28961. per 12566. exit $2\frac{3829}{12566}$. multiplico per 566. fit $1104\frac{5862}{12566}$. hoc detrahe ex 28961. habebis $\frac{27856}{12000}$. diuidi igitur per 1000 habebis 12. & 27. $\frac{107}{125}$. at $\frac{108}{126}$. sunt $\frac{6}{7}$. igitur habes 12. pro denominatore, & 27. $\frac{6}{7}$. pro numeratore, quare erunt numeri $\frac{195}{84}$. erit ergo per hanc regulam, vt ducas 84. ad quad. quadrati, & fit 49787136, duc in 195. fit 9708491520. cuius ℞. relata prima est 99. igitur ℞. relata prima $2\frac{3829}{12566}$. est $1\frac{15}{84}$. paulo maior, id est $1\frac{13}{70}$. Et nota quod si denominator haberet ℞. illius generis, quam quæris, sufficeret inuenire radicem eiusdem generis absque alia numerorum multiplicatione.

Propositio centesima quadragesima prima.

Com. Numeros fractos ad minores in eadem proportione valde propinqua deducere.

Cum plerumque numeri fracti habeantur per radices, vt aliquando maiores sint, aut minores eo fit, vt possint reduci ad minores numeros, vt melius intelligi possint & facilius tractari, & cum hoc sit exactior illa pars, exemplum ergo habeo $2\frac{3829}{12566}$, quem volo certa ratione ad minores diuisiones deducere. Deduco primo totum ad fractiones ducendo 2 in 12566, & addendo 3829, & fit $\frac{26961}{12566}$, multiplico 12566 per 9. quia proportio vnius ad alterum est fermè, vt 9 ad 4, & fit 113094, multiplico 4 in 28961 fit 115844, hoc igitur est maius, igitur proportio 18961 ad 12566 est maior quàm 9 ad 4, detraho igitur 12566 ex 28961, relinquitur 16395, detraho 113094 ex 115844, relinquitur 2750, diuido 2750 per 16395 exit $\frac{55}{328}$ addo 2. denominatori fit $\frac{55}{330}$ quod est $\frac{1}{6}$, nam istæ additiones paruæ præter quod parum variant quantitatem etiam dum ad examen reducuntur, nihil impediunt, detrahe igitur $\frac{1}{6}$, à $\frac{9}{4}$. & ducendo per 6. & detrahendo $\frac{53}{23}$. duco igitur primos numeros scilicet $\frac{28961}{12566}$. mutuo in $\frac{53}{23}$. fiunt 665998. & 666107. ita vides, quod proportio 53. ad 23. est paulo minor, quàm 28961. ad 12566. & æquiualent $\frac{27}{23}$. & $2\frac{3829}{12566}$.

Propositio centesima quadragesima secunda.

Denominationum incrementa ex extrema cognita inuenire, & conuerso modo.

Quidã per vsurã rediuiuam fecit 40000. coronatos ex 40. un 40. annis. Quæro quãta fuerit vsura, & quando habuit 1000. coronatos, quidã vellent soluere per regulam trium quantitatum, in qua committerentur maximi errores. Et in ea multi sunt modi, & omnes falsi præter hanc viam nulla est vera, adde quod vellent multi per sortem inuentam soluere augendo per singulos annos, quod adeò difficile esset, & pene foret impossibile. Ideo diuides 40000. per 40. numerum sortis exit 1000. igitur in 40. annis vnum fit mille, sunt ergo 40. denominationes ab vno, quarum quadragesima est 1000. igitur vigesima est ℞. 1000. scilicet $31\frac{3913}{6283}$. igitur decima est ℞. eius $5\frac{3917}{12566}$. huius radix, erit quinta quantitas $2\frac{7}{23}$. cuius ℞. relata prima, erit proportio $1\frac{13}{70}$ cuius quadratum est $1\frac{1889}{4900}$. seu $1\frac{67}{165}$. pro secunda quantitate, , duces ergo primam, quæ est $\frac{83}{80}$. in quintam, quæ est reducta ad minores fractiones facilitatis causa $\frac{5}{23}$. & habebis sextã quantitatẽ $2\frac{118}{161}$. duco etiam quintam quãtitatem scilicet $\frac{53}{23}$. in secundam quæ est $\frac{232}{165}$. & fit septimi anni quantitas, duco igitur septem annorum numerum, qui est $3\frac{14}{61}$. in $31\frac{38}{61}$. fit $102\frac{992}{6283}$. Per 116. Propos.

Anni	Aurei
1	$1\frac{13}{70}$.
2	$1\frac{67}{165}$.
5	$2\frac{7}{23}$.
6	$2\frac{118}{161}$.
7	$3\frac{14}{61}$.
10	$5\frac{3917}{12566}$.
20	$31\frac{38}{61}$.
40	1000

At in sex annis additis ad viginti, fit tanto minus, quanto $31\frac{38}{61}$. ductum in differentiam septem, & sex annorum quæ est $\frac{60}{121}$. fit ergo $15\frac{35}{492}$. Quia ergo annuatim solum vsura adiicitur sorti, sufficiet diuidere $2\frac{992}{6223}$. per $15\frac{36}{492}$. scilicet multiplicando per 12. numerum mensium $2\frac{602}{6283}$. fit $25\frac{5621}{6283}$. diuide $25\frac{5621}{6283}$. per $15\frac{35}{492}$. exit mensis vnus, & dies 21. detrahe ex 27. annis, remanent anni 26. menses 10. dies 9. in quo tempore habuit 4000. aureos coronatos. Vsura autem fuit vt visum $\frac{13}{70}$. igitur per regulam trium duc 13. in 100. fit 1300. diuide 1300. per 70. exit $18\frac{4}{7}$. & tanta fuit pro centum. Et cum computaueris in tribus annis, acquirit modico plus besse eius, quod habet. Et ita in 13. annis, & parua illa parte perueniet ad decuplum eius, quod habet, scilicet 4000. aureorum, & habebit aureos 40000. vt propositum est.

SCHOLIVM.

In proposita proportione numeróque terminorum rediuiuam vsuram inuenire.

Sit

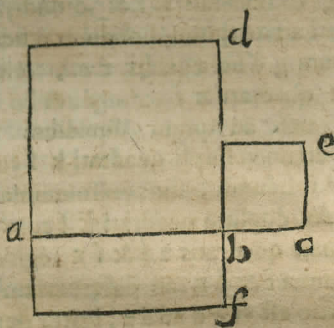
Sit gratia exempli, in ſex annis vſura rediuiua vigeſimæ, eritque proportio $\frac{21}{20}$. cuius numeratorem ſexies ducam in ſe primum bis fit 441: ergo ducto 441. in ſe fitque 194481 ductũ in 441. fit 85766121. ſexies ductum 21. quinquies autem ducam 20. denominatorem in ſe fit bis 400. ter 8000. quinquies ergo 3200000, diuide numeratorẽ per denominatorem abiectis quinque notis erit $26\frac{2566121}{3200000}$. Quæ proportio eſt proxima $26\frac{4}{5}$. ad 20. & ita vt 134. ad 100. Et ſi pigeret tædij aut laboris poſſes pro xij annis ducere 134 in ſe, & fit 17956. diuide per 100. eadem ratione, exit $179\frac{14}{25}$. & ita 100. in xii, annis, fit tantundem. Et ita pro xviij & xx. annis.

21 21 21 21 21 21 | 441 | 194481 | 441 | 85766121.

20 20 | 400 | 20 | 8000 | 20 20 400 | 3200000

Propoſitio centeſima quadrageſima tertia.

Si linea in duas partes diuidatur, corpora, quæ fiunt ex vna parte in alterius quadratum mutuò æqualia ſunt corpori, quod fit ex tota linea in ſuperficiem vnius partis in alteram.



Com. Sit a c diuiſa in a b, b c quadratum a b ſit a d, quadratum b c, ſit b c parallelo grammũ ex a b in b e, a f dico quòd corpora ex a b in b e, & b c in a d æqualia ſunt corpori ex a c in a f. Quia enim corpus ex a c in a f conſtat ex a b in a f, & b c in a f, per primam ſecundi Elementorum, corpus autem ex a b in a f eſt æquale corpori ex b c in a d, & corpus ex b c in a f eſt æquale corpori ex a b in b e igitur conſtat propoſitum.

Id eſt per eius demonſtrationem. Per 29. vndecimi Elem.

Propoſitio centeſima quadrageſima quarta.

Duplum cubi medietatis maius eſt aggregato corporum mutuorum cuiuſlibet diuiſionis, quantum eſt, quod fit ex toto in quadratum differentiæ.

Sit a b diuiſa per æqualia in c, & per inæqualia in d, dico, quod duplum cubi a c eſt maius aggregato corporum ex a d in quadratum b d, & b d in quadratum a c in eo quod fit ex a b in quadratum c d, nam per præcedentem duplum cubi a c eſt æquale corpori ex a b in quadratum a c: aggregatum quoque corporum ex a d in quadratum b d, & b d in quadratum a d eſt æquale ei, quod fit ex a b in rectangulum ex a d in d b, quadratum autem a c eſt maius rectangulo a d in d b quadrato c d differentiæ, igitur duplum cubi a c excedit aggregatum corporum mutuorum in corpore ex a b in quadratum c d differẽtiæ quod eſt propoſitum.

a c d b

Propoſitio centeſima quadrageſima quinta.

Per 5 ſecundi Elem.

Si linea in duas partes diuidatur quadrata ambarum partium detracto eo quod fit ex vna parte in alteram, æqualia ſunt producto vnius in alteram cum quadrato differentiæ.

Sit linea a c diuiſa in b, & ſit differentia a b, b c, b d, dico quod quadrata a b & b c detracto eo quod fit ex a b in b c, æqualia ſunt producto a b in b c cum quadrato b d. Quoniam enim quadrata a b, b c æqualia quadratis a d d b b c & productis ex a d in d b bis & quod fit ex a b in b c æquale eſt ei quod fit ex a d in ſe cum eo quod fit ex a d in d b, quia a d eſt æqualis b c ideo quadrata a b & b c detracto eo quod fit ex a b in b c ſunt æqualia quadratis a d d b, & producto a d in d b ſemel ∴ a c quadratum a d cum producto a d in d b eſt æquale producto a b in a d, & ex conſequenti in b c, igitur reſiduum quadratorum a b & b c detracto producti a b in b c eſt æquale a b in b c cum quadrato b d quod fuit propoſitũ.

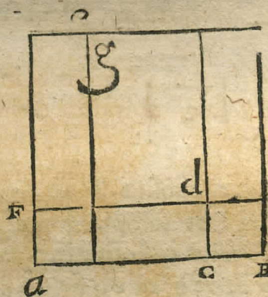
a d b c

Com. Per 4 ſecundi Elem. Per 1 ſecundi Elem. Com.

Propoſitio centeſima quadrageſima ſexta.

Corpus quod fit ex linea diuiſa in ſuperficiẽ æqualem quadratis ambarum partium detracta ſuperficie vnius partis in alteram, eſt æquale aggregato cuborum ambarum partium.

Sic a b diuiſa in c quadrata partium e f



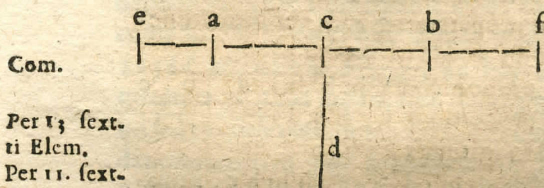
& b d detrahatur ex e f, f g æqualis a d, dico corpus ex a b in ſuperficies b d, d g æquale eſſe cubis a c & c b pariter acceptis, quia enim ex a b in b d fiunt duo corpora cubus b d & corpus ex a d in quadratum d b hoc autem eſt æquale corpori ex b c in a d quia fiunt ex æqualibus lineis: at corpus quod fit ex a b in d g æquale eſt corporibus quæ fiũt ex a c, c b in ſuperficiem d g at cubus a c continet duo corpora quæ fiunt & a c in d g & g f, igitur cubus a c ſuperat productum ex a b in d g in producto ex a c in f g & ſuperatur ab eo in producto ex b c in d g, ſuperatur etiam, vt viſum eſt, cubus b c à producto b a in d b in producto b c in c f, igitur cubi a c c b ſuperantur à producto

a b in a d in producto b c in c f & in d g, quare in producto b c in f e: siquidem f e & f g sunt æqualia ex supposito superāt autem in producto ex c b in e f, igitur tantum est id in quo superantur quantum est id in quo superant: ergo sunt æqualia.

Propositio centesima quadragesima septima.

Proposita linea diuisas duas ei lineas adiicere, vt proportio additarum singularum & partium simul iunctarum ad additas sit mutua.

Com.



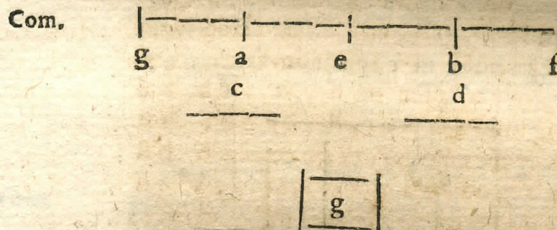
Per 13. sexti Elem. Per 11. sexti Elem. Per 11. quinti Elem. Per 18. quinti Elem.

Sit linea a b diuisa in c volo eius partibus addere lineas, vt propositum est, statuo mediam c d inter a e & c b quæ sit c d, & facio vt c d ad c a ita c a ad a e & vt d c ad c b ita c b ad b f, quia ergo d e media est inter a c & c b, & vt ea ad a c ita d c a c b ad c f erunt omnes in continua proportione, quare proportio e c ad c a vt c f ad b f & e c ad ea vt c f ad c b quod est propositum.

Propositio centesima quadragesima octaua.

Propositis tribus lineis primam sic diuidere, vt adiectis duabus aliis lineis secundum rationem mutuam singularum singulis aggregatum ex vna adiectarum & parte ad aggregatum ex alia parte & adiecta se habeat, vt secunda ad tertiam.

Com.



Sit a,b,c,d, propositæ lineæ, volo diuidere a b ita in e vt sumpta secundum proportionem alicuius quantitatis, puta g ad a e sic b f ad e b & vt g ad e b sic g a ad a e vt sit proportio g e ad e f vt c ad d. Sint ergo omnia constituta & sit g rectangulum ex a e in e b, cum ergo g a contineat a e vt g continet e b, g autem continet e b secundum a e, igitur g a continet a e secundum a c; ergo ex diffinitione quadrati a g est quadratum a e. Pari ratione b f est quadratum b e, proportio igitur g e ad e f cū sit vt c ad e ex supposito erit vt ipsi proportioni addamus, & detrahamus ex duplo a b & dimidium residui ducamus in se, & addamus aggregato quadrati a b cum ipsa a b, & latus eius detracto dimio residui erit b c linea, quare diuisio nota, & est vt dicamus u: olo diuidere datam lineam, vt quantitates abiectæ sub mutua proportione ad vnam tertiam cum partibus obtineant inter se proportionem datam.

Per 1. secundi Elem.

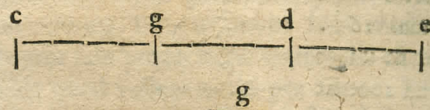
Propositio centesima quadragesima nona.

Datam lineam sic diuidere, vt proportio quadratorum ad duplum vnius partis in alteram sit, vt lineæ datæ ad lineam datam.

Sit data a b quam volo diuidere, vt proponitur sub proportione c d ad e, diuido a b bi-



fariam in f, & abscindo g d æqualem d e, & inter c g residuū & c e interpono proportione, & vt h ad c g ita a f medietatis a b ad f k.

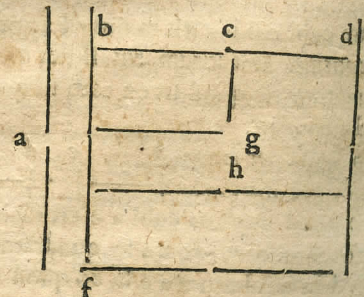


Omnia ista sunt notissima ex primo & sexto Elementorum Euclidis. Si ergo abscindantur f k ex f a, dico quod proportio quadratorum l κ & κ a ad duplum rectanguli a κ in κ b est vt c d ad d e. Quia enim c e ad c g duplicata est ei quæ est h ad c g, duplicata est etiam ei quæ est f a ad f κ, quare vt quadrati a f ad f k, ita c e ad c g, igitur disiungendo c g ad g e vt residui quadrati k f ad residuum quadrati a f, quare c g ad g d vt quadrati k f ad dimidium residui quadrati a f, igitur coniunctim c d ad d g vt quadrati k f & dimidij residui quadrati a f ad ipsum dimidium residui. At verò cum g d sit æqualis d e, erit c d ad d e vt quadrati κ f cum dimidio residui sæpius dicti ad ipsum dimidium residui. Igitur etiam vt dupli quadrati k f cum residuo ad residuum, sunt enim omnia duplicata. At duplum quadrati k f cum residuo est æquale quadratis a f & f κ, igitur quadratorum a f & f κ ad differentiam eorum proportio est vt c d ad d e, igitur dupli quadratorum a f & f κ ad duplum differentiæ quadratorum a f & f κ vt c d ad d e. Verum duplum quadratorum a f & f κ æquatur quadratis b κ & κ a. Et duplum differentiæ quadratorum a f & f κ est æquale duplo producti b k in κ a, igitur proportio quadratorum κ b & κ a ad duplum producti κ b in κ a est veluti c d ad d e, quod est propositum.

Com. Per 9. secundi Elem. Per 5. secundi Elem.

Propositio centesima quinquagesima.

Propositis dubus lineis lineam commu-



nem vtrique adiungere, vt sit maioris ad additam proportio, velut quadratorum

mino

minoris & adiectæ ad duplum vnius in alteram.

Com. Hæc est quasi conuersa præcedentis. Sit a maior, & b c minor, & b d dupla b c super quam erigatur b f æqualis a, & sit rectangulum d f & describatur quadratum b c quod sit b g residuæ superficiei ad d f latus sit h, dico h esse lineam quæsitam. Superficies enim d f cum fiat ex a in duplum b c, dupla erit superficiei a in b c, superficies f d, tota æquatur quadratis h & b c, igitur quadrata h & b c dupla sunt superficiei a in b c, quod verò fit ex a duplum b c se habet ad id quod fit ex h in duplum b c, vt a ad h, cum per eandem lineam ducantur, igitur quod fit ex a in duplum b c, & sunt quadrata h & b c, se habent ad duplum h in b c, vt a ad h, quod fuit demonstrandum.

Propositio centesima quinquagesima prima.

Proportio differentiæ quadratorum partium, cuiusuis lineæ ad quadratum differentiæ illarum est velut totius lineæ ad differentiam.

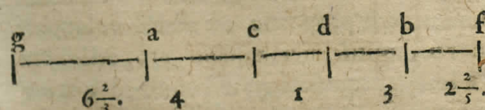


Com. Sit a b diuisa in puncto c, & fiat c d æqualis c b, manifestum est quod differentia partium est a d, dico proportionem differentiæ quadrata ad. Quoniam differentia quadratorum a c & c b est, quod fit ex a d in d c bis cum quadrato a d, & ideò quod fit ex a d in d b cum quadrato a d, & ideò quod fit ex tota a b in a d. Igitur differentia quadrato a c & c b est quod fit ex a b in a d, quare cum quadratum a d fiat ex a d, erit prpportio a b ad a d, velut differentiæ quadratorum a c & b c ad quadratum a d differentiæ partium. Quod fuit propositum.

Per 4. secundi Elem. Per 3. secun. di Elem. Per 1. sexti Elem.

Propositio centesima quinqu agesima secunda.

Si linea in duas partes æquales duasque inæquales diuidatur, fueritque proportio aggregati ex maiore & dimidio ad ipsam maiorem velut ex minore, & aliqua linea ad ipsam minorem, & rursus aggregati ex minore dimidio ad ipsam minorem, velut aggregati ex maiore & alia addita ad ipsam maiorem, erit proportio dimidij ad partem vnam inequalem, velut alterius partis inæqualis ad suam additam mutuò, & etiam proportio additarum inuicem, velut proportio partium inæqualium duplicata, & rursus ipsum dimidium lineæ assumptæ medium erit proportione inter additas. Demum proportio dimidij cum addita maiore ad dimidium cum addita minore, velut maioris partis ad minorem.



Com. Sit proposita a b diuisa per æqualia in c per inæqualia in d, & si vt addantur a g & b f, ita vt proportio c a, & a d ad a d sit veluti f d ad d b, & c b & b d ad b d, velut g d ad d a, & hæc est quarta secundi Archimedis de spæra, & Cylindro: quia ergo a c & a d ad a d, vt f d ad d b erit a c ad a d, f b ad b d. Et similiter quia est c b & b d ad b d, velut g d ad d a erit c b ad b d, velut g a ad a d, & hoc est primum. Quia ergo c a est æqualis c b, erit c a ad b d, velut g a ad a d, & iam fuit a d ad c a, vt b d ad f b, per conuersam igitur a d a d b d, vt g a ad a d, & vt b d ad f b, interpositis ergo a d & d b inter a g & b f cum composita sit proportio a g ad b f ex proportione a g ad a d, & ad d b, & d b ad b f & proportio a d ad d b, sit æqualis proportioni a g ad a d, & d b ad b f, igitur proportio a g ad b f. Per demonstrata ab Alchindo est duplicata proportioni a d ad d b quod est secundum.

a	g
a	d
d	b
b	f

Rursus quia ex primo demonstrato, vel eius conuerso proportio a d ad a c est velut b d ad b f, & d b ad a c, vt a d ad a g, proportiones ergo a d & d b ad a c componunt proportionem prodeducti a d in d b, quod sit h ad quadratum a c quod sit κ, &

a d	d b	h
a c	a c	k
b d	a d	l
b f	a g	m

similiter proportio b d ad b f & a d ad a g componunt proportionem producti ex b d in a d, quod sit l ad productum b f in a g, quod sit m, per demonstrata ab Euclide in sexto Elementorum, igitur proprotio h ad κ vt l ad m, sed h & l sunt æquales, quia producuntur ex eisdem, igitur per demonstrata in quinto Elementorum Euclidis, k est æquale m, ergo a c est media proportione inter b f & g a, quod est tertium. Quia verò ex primo demonstrato est f b ad b d, vt a c ad a d, & c b ad idem b d, vt g a ad idem a d erit coniungendo f b & b c ad d, vt coniungendo g a & a c ad a d, sed f b & b c componunt f c & g a, & a c componunt g c, igitur vt f c ad b d, ita g c ad a d, ergo permutando g c ad f c, vt a d ad b d, quod est quartum.

In Prop. 23. Propos. 9.

f b	b d
a c	a d
c b	b d
g a	a d
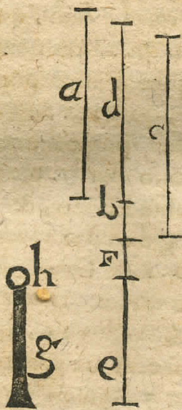
Cum ergo punctum d fuerit datum, licet inuenire a g & b f. facilè, vt Archimedes præsupponit proportionem g d ad d f datam & quærit eam, quæ est a d ad d b, & peruenitur ad res numero triplo quadrati dimidij lineæ assumptæ æquales cubo & numero, qui sit ex duplo cubi dimidij in 1. m. ipsa proportione, & quod producitur diuiso per 1. p: ipsa proportione. Veluti posita a b 10, & proportione, quam volo g d ad d f sexcupla, duco 5. dimidium 10, in se fit 25, & triplico, fit 75. numerus rerum. Inde duco 5 idem dimidium ad cubum fit 125, duplico fit 250, duco in 5, qui est 1 m: proportione fit 1250, diuido per 7, qui est 1 p: proportione exit 178 4/7 numerus, qui cum cubo æquatur 75. rebus. Cum ergo constituta fuerit diuisio in c non recipit proportionem g d ad f d quam volueris, sed sequitur vna sola ad illam, & est mirabile

mirabile, , quoniam lineæ videntur sumi libere. Sed non est ita. Et etiam quia Archimedes videtur assumere aliam lineam sed non inuestigat eam, imò ostendit eam ex assumptis. At Eutocius ostendit ambas, vnam ex propria inuentione, aliam ex Diocle, sed vna est superflua, quia vt dixi, vna sequitur ad aliam. Ex hoc patet cur Diocles assumpserit lineam vnam, quæ est a c, quæ se habet ad a d, & d b, vt vicissima a d, & d b ad additas, quod est primum demonstratum. Sic enim omittit primum quod proponit Archimedes, & assumit quod proximum est: & ideò Archimedes non probat, nec præsupponit, quod à Diocle probatur, scilicet datum esse punctum d in linea a b, sed solum in linea g f, ideò cogitur probare secundum quod demonstratur ab Eutocio, & à nobis demonstratum est suprà. Archimedes autem assumit lineam extra circulum, quam vocat b f, quæ est æqualis b c medietati: aliam assumit quam vocat b h, cuius proportio ad b d est sicut quadrati ad a d quadratum a b. Constat ergo quod proportio g d ad d f est data. Et similiter f g ad g d, & est 1. præ proportione data. Vnde notandum quod datum dicitur, simpliciter cognitum alio modo, dicitur datum positione, quod est certum & tale, velut si quis dicat, diuide 10. in duos numeros quadratos: hoc non est datum, potest enim diuidi pluribus modis. At si dicas vt vna pars sit alterius quadratum, istud antequàm sciuntur partes, dicitur datum positione. Ergo datum positione est duplex, vel vt ratio nota sit, non autem quantitas, vt si dicam a b est dupla ad b c vtraque dicitur nota positione, quoniam nescio quanta sit a b a b c Vel si quantitas est nota proportio |—|—| ignota sit, vt si a c sit 10, & sit, vt b c sit ℞ relata, a b erit punctus b, & proportio a b ad b c data positione, non tamen nota. Et si dicas igitur omnia, quæ habent determinationem erunt data positione? Dico quod non, quia oportet, vt illa determinatio comprehendatur sub vna ratione, eaque saltem generaliter cognita.

Propositio centesima quinquagesima tertia.

Vim quamcunque manus multiplicare.

Com. er. 37. P Cum enim radimus aut trahimus manifestum est, quod ambabus manibus vis conduplicatur, & maior redditur, quanta est proportio totius ad excessum: velut sit a quod mouetur a b vna manu viribus vt b, quæ sunt excessus b d supra a, cum ergo proportio c b d ad a sit composita ex proportionibus c & b d ad a manifestum est, quod erit producta ex proportione c b d ad b d, & b d ad a, sed e b d est dupla ad b d, quia e



Per 1. est æqualis, c igitur proportio c b d ad a est maior multo quàm duorum excessuum, qui mouerent in proportione dupla: velut si adderemus f ad d b æqualem b, multo maior est ex communi animi sententia e f b d quam f b d, quia e continet f, & quantum est d insuper: cum ergo b cum d moueat a in proportione b d ad a & f cum d moueb t a in proportione eadem qua b d, ergo per viam additionis duplo velocius, quàm dupla proportione, verùm dupla comparatione ad proportionem b d ad a, non autem duplicata sed dupla, vt dixi, quæ erit maior quàm dupla per additionem excessus. Ergo si addatur alter homo, erit dupla ad illam duplam, veluti addendo æqualem d b f e, adeò vt si proportio d b f e esset quintupla, mouerent illi duo in proportione decupla. Sed annexo baculo aut lima au serra annulo h, ita vt circumuolui possit h æquabit vires non solum d b f e sed multorum hominum, igitur multò plus aget homo ambabus manibus radendo aut secando cum g, quàm quadrupla proportione vnius manus, & hoc incrementum est non solum magnæ vtilitatis, sed valde acommodatum in actionibus artificum operum grauiorum. Et huiusmodi conduplicatio est ratio limæ quam surdam vocamus.



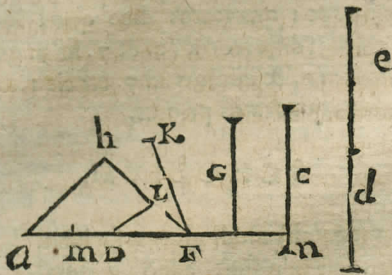
Propositio centesima quinquagesima quarta.

Si lineæ datæ alia linea adiungatur, ab extremitatibus autem prioris lineæ duæ rectæ in vnum punctum concurrant proportionem habentes quam media inter totam & adiectam, ad adiectam erit punctus concursus à puncto extremo lineæ adiectæ distans per lineam mediam. Quòd si ab extremo alicuius lineæ æqualis mediæ seu peripheria circuli cuius semidiameter sit media linea duæ lineæ ad prædicta puncta producantur, ipsæ erunt in proportione mediæ ad adiectam. Com.

Hæc propositio est admirabis: & etiam descripsi, vt multa secreta Dialecticæ potius aperirentur quam quod huic proposito multum congrueret. Ideò potius scholij causa posita est quam ipsius tractationis: vt modum demonstrandi magis quam id, quod demonstratur, respicere oporteat. Constituatur ergo (per viam problematis) linea a b & proportio c ad d, & fiat d e ad c, vt c ad d, & a b ad e vt b f ad d, & vt g ad c, eritque g media inter a f & f b, quod licet solum supponatur ab Appollonio, tamen facilè demonstratur & à Commandino adiecta est demonstratio. Concurrant ergo ex a & b duæ lineæ in aliquod punctum, putat h vt sit a h ad h b velut c ad d, dico quod si ducat h f quod ipsa erit æqualis g, ducatur b l æquidistans a h, & quia ex supposito a h ad h b, vt g ad b f, erit b h ad h a, vt b f ad g, & quia trianguli a h f & b l f sunt similes, erit proportio a h ad b l veluti a f ad f b, igitur per æquam proportionem b e h ad b l vt a f ad g, sed vt a f ad g ita g ad b f ex supposito: & vt a f ad g, ita h a ad h b, ex supposito igitur vt a h ad h b ita h b ad ergo

Per 19. primi, & 4. sexti Elem. Per 11. quinti Elem. Per 11. quinti Elem. Per 6. sexti Elem.

b l, sed angulus a h b est æqualis angulo h b l, ergo triangulus a h b est similis triangulo h b l quare angulus b h l est æqualis angulo



Per 32. primi, & sexti Elem. h a f, igitur duorum triangulorum f a h, & f b h duo anguli vnius a & f sunt æquales duobus angulis, alterius igitur proportio
Per 11. quinti Elem. a f ad f h respicientium angulos æquales vt
Per 7. quinti Elem. a h ad h b respicientium angulum f, sed a h ad h b vt c ad d, ex supposito igitur a f ad f h, vt c ad d, sed vt c ad d ita a f ad g, ex supposito ergo h f est æqualis g.

Cor. 1. Cum ergo hæc demonstratio sit ex sensu in vno puncto h, ideò ad quælibet puncta traduci potest, quæ potero imaginari, & ita prima vocabitur sensus, secunda imaginandi: Et quoniam in demonstrando non assumimus aliquid, quod sit proprium alicui puncto, nisi proportionem h a ad h b similem esse c ad d, ideo hoc pertinet ad intellectum, & est tertium. Et idem dico si k esset vltra h quod potest contingere, modò k a ad k b sit vt c ad d & k f sit æqualis g idem sequetur, & comprehenditur sub tertio & pertinet ad intellectum, & quoniam demonstratur quod punctum k vbicunque sumatur, est in æquali distantia à puncto f scilicet per g lineam, erit semper in peripheria circuli, & hoc potest esse in infinitis locis simpliciter & extra infinitum nihil est, igitur sub hoc continetur conuersum scilicet, quod a quolibet puncto circuli ductis lineis ad a & b ipsæ erunt in proportione c ad d. Et ita absque principiis Geometricis concluditur propositio Geometrica & hoc est περιλαμπουσιν & fermè summum intellectus humani. Et potest demonstrari Geometricè duobus verbis. Quia.n.f supponitur æqualis g eo quòd h est in peripheria circuli erit media inter a f & f b, quare cum angulus f sit communis, erit proportio a h b, laterum respicientium angulum f in vtroque triangalo, velut h f lateris in maiori ad f b latus in minori, quare cum ex supposito h f ad f b sit vt c ad d, erit a ad b, vt
Per 6. sexti Elem. c ad d. Et vides Apollonium, & Pappium
Per 4. eiusdē. quanta superflua adiiciant in hac secunda parte demonstratonis, quæ est prima apud
Per 11. sexti Elem. illos, & ducunt vnam lineam non necessariam ex puncto b ad latus f h. Vt antiquo-
In primo Conicor. Apol. in Præfat. rum plerique non tantum potuerin Geometria & ingenio, quæ ferunt excellentissima in illis, quantum nos ex Dialectica περιλαμπουσιν inducentes, est enim singulare hoc exemplum.

Cor. 2. Ex hoc etiam patet quod si circulus duceretur secundum f k transiretque per m & n esset a m ad m b & a n ad b n, vt a h ad h b.

SCHOLIVM.

Ex hoc patet qualiter ex vera demonstratione sensu ostensa peruenimus ad quotquot imaginando, inde intellectu abiectis conditionibus non necessariis facimus infinitum & vniuersale, Demum sine artis specialis auxilio ostendimus Theorema vniuersale (quod etiam poterat ostendi Geometricè, sed longè pulchrius est, ac sublimius per περιλαμπουσιν quia hoc ipso infinita alia docemus generaliter per simplicem comprehensionem ostendere) scilicet quod à quouis puncto peripheriæ circuli, cuius semidiameter est media proportione inter totam extensam à centro vsque exterius, & partem quæ est à centro ad punctum descriptum sub proportione continua datarum linearum lineæ ductæ ex eo ad punctum exterius, & punctum descriptum, sunt in proportione datarum linearum.

Propositio centesima quinquagesima quinta.

Quadratorum numerorum proportionem & inuentionem considerare.

Primùm oportet scire esse tres naturales numerorum series, primam Euclidis iuxta quamuis proportionem, in qua vnum & tertius & quintus, & ita vno semper intermisso sunt quadrati. Primus quoque. 1. vnum & quartus & septimus & ita duobus intermissis sunt cubi. In secundo ordine est naturalis series numerorum, ex qua colligitur alia, & ex illa bini quilibet se sequentes constituunt numerum quadratum. In tertia numeri impares, qui semper collati efficiunt quadratum.

1.	2	4.	8.	16.	32.	64.	Com.
1.	3.	9.	27.	81.	243.	329.	Exemplū 1.
1.	$1\frac{1}{2}$.	$2\frac{1}{4}$.	$3\frac{3}{8}$.	$5\frac{13}{16}$.			
1.	$1\frac{1}{3}$.	$1\frac{7}{9}$.	$2\frac{10}{27}$.	$3\frac{13}{81}$.			

Sit ergo propositus numerus cui velim addere quadratū numerum, vt fiat quadratus totus, accipe numerum quadratum minorem illo quem vis, & detrahe à proposito numero seu quadrato seu non residuum, diuide per duplum ℞ quadrati quod detraxisti, quod exit duc in se, fiet quadratus numerus, idemque additus numero proposito, faciet quadratum. Velut capio 16. qui est quadratus, aufero 9. quadratum minorem relinquitur 7. diuido per 6. duplum ℞ 9: exit $1\frac{1}{6}$ quadratum eius est $1\frac{13}{36}$ qui additus ad 16 facit $17\frac{13}{36}$ quadratum cuius ℞ est $4\frac{1}{6}$.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	Exemplū 2.
1.	3,	6.	10.	15.	21.	28.	36.	45.	
4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.		
1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.		Eemplū 3.
4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.			

Cor. 1. Ex hoc patet proposito quouis numero quadrato modus inueniendi infinitos numeros quadratos qui cum illo iuncti facient quadratum.

SCHO

SCHOLIVM.

Possem adducere demonstrationes omnium horum, sed redderetur res longa cum sint manifestæ ex septimo octauo & nono Euclidis. Exemplum secundum capio modò 14. qui non est quadratus, aufero 9, remanet 5, diuido per 6 duplum ℞ 9 exit $\frac{5}{6}$ quadratum eius est $\frac{25}{36}$ hic additus ad 14. constituit $14\frac{25}{36}$. quadratum $3\frac{5}{6}$. Et ita 14. est differentia duorum quadratorum, scilicet $\frac{25}{36}$. & $14\frac{25}{36}$.

Cor. 2. Ex hoc habebis duo quadrata in datis terminis quæ different dato numero, & est pulchrum. Velut volo duo quadrata quæ differant in 2, & ℞ minoris sit inter 1 & 2, tunc capies per regulam ipsam 2, & auferes numerum quadratum ita quòd residuum diuisũ per duplũ radicis efficiat numerum inter 1 & 2. Veluti capio $\frac{4}{9}$ quadratum, aufero ex 2, relinquitur $1\frac{5}{9}$ diuido per duplum $\frac{2}{13}$. radicis $\frac{4}{9}$. & est $1\frac{1}{3}$. & exit $1\frac{1}{6}$, & hic est minor numerus cuius quadratum est $1\frac{13}{36}$ cui si addantur 2, fient $3\frac{13}{36}$ numerus quadratus $1\frac{5}{6}$.

Cor. 3. Dum autem volueris duo quadrata quæ differant in 100, tunc per regulam datam si auferes 1, peruenires ad numeros magnos & fractos, & ideo melius est quia numerus est par, vt detrahas numerum parem quadratum, ita quod residuum possit diuidi per duplum radicis, vt in hoc non detraho neque quia remanet impar, nec 16. quia 84. residuum non potest diuidi per 8 ita vt exeat integer numerus, ergo detraham 4. & relinquetur 96. diuido per duplum radicis quod est 4. exit 24. cuius quadratum quod est 576. addito 100. facit 676. quadratum 26. Et ita ex 433. non auferam sed 9. quia relinquetur 24. qui potest diuidi per se, duplum ℞ 9. & exit 4. cuius quadratum est 16. addito 33. fit 49.

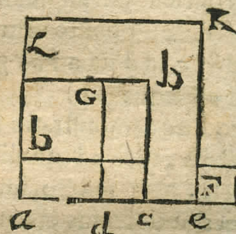
Secunda regula, cum volueris proposito vno numero quadrato illum diuidere infinitis modis in duos numeros quadratos, cape quemuis numerum quadratum per primum exemplum regulæ primæ, & cum eo diuide numerum propositum, & qui prouenict erit quadratus, hunc ergo duces in partes numeri quadrati quæ sunt numeri quadrati, & fient duo quadrati numeri, & illi componẽt numerum quadratum priorem quem diuisisti, quia multiplicatio fit per eosdem numeros qui sunt partes diuisoris. Velut volo, facere de 4. duas partes quæ sint quadrati numeri, capio numerum quadratum qui componatur ex duobus quadratis, velut 25. diuido 4. per 25. exit $\frac{4}{25}$. hunc duco per 9. & 16. quadratos numeros componentes 25. fiunt $1\frac{11}{25}$ & $2\frac{14}{25}$ quadrati $1\frac{1}{5}$. & $1\frac{3}{5}$. Et hi quadrati componunt 4. Et ita posses diuidere infinitis modis, puta per $17\frac{13}{35}$. & per 169. Tertia regula cum vnus numerus additus primo & detractis à secundo facit ambo quadrata, idem numerus coniunctus cum differentia illorum numerorum & detractus à primo & additus secundo facit eosdem numeros quadratos, veluti capio 10. primum 3. secundum 6. additus ad 10. & detractus à 7. efficit 6. & 1 quadratos dico quod iunctus 16. cum 3: differentia 10. & 7. fit 9. qui detractus à 10. & additus ad 7. efficit 1. & 16. numeros quadratos priores.

10		7
	3	
6		6
16		1
10		7
	9	
1		16

SCHOLIVM.

Sunt & alij modi plures faciendi huiusmodi, sed non sunt adeò generales, & nihilominus sunt magis confusi, & non aliquid plus.

Quarta regula, cum volueris numerum aliquem non quad. qui bifariam componatur



ex duobus quad. velut 10. ex 25. & 25. & 49. & 1. & sumatura b numerus quad. diuisus in supplementa, ita quod c d sit portio minor eiusmodi, vt adiecta illi æquali c d gnomo circumscriptus c K l cum f quadrato, sit æqualis a b quadrato, detractis igitur c e & e d, æqualibus erunt duo suppleméta c k l cum f quadrato æqualia duobus supplemẽtis a b cum quadrato h g. Maiora autẽ supplementa excedunt minora in duplo quad. c d igitur detractis minoribus supplementis communibus, erit duplum quad. c d cum f quadrato æqualia h g quadrato. Ergo proposito numero, puta 5 ducam in se fit 9. ducam 2. minorem in se fit 4. duplicabo fit 8. detraho ex 9. relinquitur 1. numerus quadratus, igitur dicam quod 3. cum duplo 2. & erit totum 7. est vnus numerus, alter ℞ 1.1.1. & horum quad. componunt 50. duplum quad. 5. Et similiter capio 6. quad. 36. duplum quad. 4. 32. differentia 4. numerus quad. 2. ideò 6 cum duplo 4. & est 14. est vnus numerus, alter 2. quorum quad. sunt 200. dimidium est 100 quad. 10. compositi ex 6. & 4. Et ita capio 9. quad. eius 81. duplum quad, 6. 72. differentia 9. numerus quad. igitur cum duplo 6. & est 21. est vnus illorum, alter 3. quad. 450. duplum 225, quad. 15. qui constat ex 9 & 6. Et ita capio 11. quad. cuius est 121. duplum quad. 6. est 72. differentia, 72. & 21. est 49. numerus quad. 7. igitur 23. qui constat ex 11. & duplo 6. numeri minoris est vnus numerus, alter est 7. quad. quorum sunt 578. duplum 289. quad. 17. qui constat ex 11. & 6. Quinta regula, per hoc inueniemus inifinitos numeros quad. componentes 32. nam cum 32. sit duplus quad. diuidam per vnum aggregatum ex inuentis puta 578. & quia ambo ex supposito sunt dupli ad quad. qui peruenict

niet erit quad. ſcilicet $\frac{16}{289}$. duc in numeros quadratos qui componunt 578. & ſunt 529. & 49. & fient $2\frac{106}{289}$. & $29\frac{83}{289}$. & hi iuncti fiunt 32. quia ſunt multiplicatæ partes numeri, per quem eſt diuiſus numerus. Et ita poteris diuidere 32. infinitos alios quad.

Sexta regula, ponamus modo quod velim diuidere 10. compoſitum ex duobus. quad. 9. & 1. & non duplum numero quad. ita quod ſit diuiſus in alios duos. ducā 10. in 25. compoſitum ex duobus quad. fit $\frac{250}{25}$. at 250 componitur aliter ex duobus quad. quam $5\frac{226}{25}$. & $\frac{25}{25}$. ſcilicet $\frac{169}{25}$. & $\frac{81}{25}$. id eſt $6\frac{19}{25}$. & $\frac{6}{25}$ qui ſunt quad $2\frac{3}{5}$. & $1\frac{4}{5}$. & ita volo diuidere 13. in duo alia quadrata quā 9. & 4. duco 13. in 25. & fit $\frac{325}{25}$. qui neceſſario componitur ex $\frac{225}{25}$. & $\frac{100}{25}$. ſed ego volo quod componatur aliter, velut ex $\frac{289}{25}$. & $\frac{63}{25}$. & ita ex $11\frac{14}{25}$. & $1\frac{11}{25}$. qui ſunt numeri quad. componentes 13. & ℞. ſunt $3\frac{2}{5}$ & $1\frac{1}{5}$. & in his opus eſt induſtria, ſcilicet vt multiplicetur per numeros quad. vt proueniant numeri illi bifariam compoſiti ex quadratis. Vt verò videamus reſiduum, proponamus quod velim diuidere 6. in duos numeros quad. primū ſcire debes quod non poſsūt eſſe integri ex ratione dicta, quia oporteret vt eſſent ambo impares aut pares, & ſic differrent numero pari, ergo oporteret vt eſſet vnus medius numerus quad. ſunt & aliæ rationes, ſed neque vnus poſſet eſſe integer, & alius fractus, non eſſet enim 6. numerus integer: relinquitur ergo vt ſint duo fracti: ſed in numeris fractis quad. deductis ad minimas denominationes operum, vt tam denominator quam numerator habeat radices, ergo oportet quod hoc ſit in illis, & quia iuncti debent facere integros 6. neceſſe eſt vt denominator ſit vnus, & idem in vtroque, & quod numeratores ſimul iuncti ſint ſexcuplum denominatoris, ſi fracti debent æquipollere 6. ergo ille denominator cum ſit quad. & numeratores ambo ſint quad. & ſint ſexcuplum denominatoris, oportebit inuenire numerum quad. qui ductus in 6. faciat numerū qui cōponitur ex duob. quad. aut componitur æqualiter ergo: proportio medietatis ad medietatem 6. eſt veluti totius ad 6. ſed totum continet 6. in quad. quia ex 6. in quad. fit totum, ergo ex medietate in quad. idem fit medietas, ſed medietas eſt numerus quad. ergo 3. eſſet numerus quad. quod eſt falſum: oportet igitur vt numeri illi ſint inæquales, & vt 6. diuidatur in duas partes inæquales, hoc autem fit diuidendo quemlibet numerum parem, qui componitur ex duobus numeris quad. nam ſi eſſet impar, non poſſet prodire numerus integer, & cum prouenerit numerus quad. ille erit quem quærimus, nam diuiſo 6. per totum illum numerum, inde quod prouenit multiplicato per numeros quad. componentes illum numerum productum, producuntur partes 6. quæ erunt numeri quad quia denominator vtriuſque partis ex ſuppoſito eſt numerus quadratus, qui multiplicatus eſt per 6. & numeratores ſunt numeri quadrati, qui componebāt numerum productum, & tales partes æquantur 6. quia numerus productus componitur ex numeratoribus, & producitur tale compoſitum ex 6. in denominatorem, & hic eſt diuiſus per denominatorem, ergo prouenit 6. ſi enim multiplicato 3. in 4. fit 12. diuiſo 12. per 4. exit neceſſario idem 3. Pro colligendo ergo numeros omnes, qui componuntur ex quadratis, propones tibi ſeriem quad. omnium, & inde iunges, & diuides per 6. & cum prodierit quadratus, inuenitur denominator, & numeri componentes ipſum erunt numeratores, & ſuppoſiti denominatoribus conſtituent partes. Vt verò cognoſcas, ex quibus poſſit componi primum ex imparibus, non oportet aſſumere niſi 135. quia 7. diuiſum per 6. relinquit 1. & 9. diuiſum per 6. relinquit 3. & 35. diuiſum per 6. relinquit 5, ergo non poteſt componi numerus impar, qui diuidatur per 6. vt ſuperſit impar alius quàm 1. 3. 5. ſed 1. & 3. & 5. componunt 4. & 1. & 1. & 3. & 5. componunt 2. ſcilicet abiecto 6. ergo tales numeri quadrati ſi ſint impares, vel ambo terminantur in 3. vt 9. & 81. qui faciunt 90. vel in 1. & 5. ſed nullus numerus quadratus diuiſus per 6. terminatur in 5. quia 1. ductum in ſe producit 1. & 3. producit 3. & 5. producit 1. vt 5. in 5. facit 25. & 11. in 11. producit 121. quibus diuiſus per 6. ſupereſt 1. Quod etiam ſic demonſtratur de 5. & compoſitis à 5. nam diuiſo 5. in 3. & 2. quadratum eius componitur ex duplo 3. in 2. in quo nihil ſupereſt ſi diuidatur per 6. & ex quadrato 3. quòd eſt 9. in quo ſupereſt 3. & ex quadrato 2. quod eſt 4. ſed iunctis 4. & 3. & abiecto 6. ſupereſt 1. ergo 5. in 5. ductum, & diuiſo producto relinquitur 1. Et ſimiliter capio 17. & componitur ex 12. & 5. quadratū, ergo 17. componitur ex quadrato 12. in quo nihil ſupereſt, & duplo 5. in 12. in quo etiam nihil ſupereſt, ſi diuidatur per 6. & ex quadrato 5. in quo ſupereſt 1. ergo in nullo numero compoſito ex 5. & 6. vel compoſitis ex 6. poterit produci numerus, qui diuiſus per 6. relinquat 5. igitur neque talis numerus poterit componi ex duobus quadratis, in quibus ſuperſit 5. & 1. quia nullus eſt, in quo ſuperſit 5. facta diuiſione per 6. Ex quo colligitur vna regula: quod ſi quis dicat multiplicaui 27. in ſe, & diuiſi per 13. vellem ſcire quid ſupereſt, dico quod ſine multiplicatione & diuiſione poteris hoc ſcire ex demonſtratione dicta, diuide ergo 27. per 13. & relinquitur 1. duc in ſe fit 1. dices ergo quod ſupererit 1. & ita ſi ducerem 28. in ſe, & diuiderem per 11. dico quod ſupererit 3. nam diuiſo 28. per 11. relinquitur 6. duc in 6. fit 36. diuide per 11. relinquitur 3. vt dictum eſt, & tantū relinquitur ducto 28. in ſe & fit 784. & diuiſo per 11. Reuertendo ergo ad propoſitū, patet quod ex duobus tantum numeris imparibus quadratis poteſt conflari ille numerus, quorū radices diuiſæ per 6. relinquunt 3. Sed de paribus vel ſupereſt 2. vel 4. vel nihil, ſed quadratum 2. eſt 4. & quadratum 4. diuiſum per 6. etiam relinquit 4. ergo neque ex duobus numeris, in quibus ſuperſint 2. neque in quibus ſuperſint 4. neque in quibus ſuperſint in vno 2. in altero 4. poterunt quadrata, in quibus ſēper ſupererit 4. & iuncta faciunt 8. in quo ſupereſt 2. conflare numerum dictum ſeu quæſitū, qui poſſit diuidi per 6. neque ex quad. duorum numerorum, in quorum altero nihil ſuperſit

Per 4 ſecundi Elem.

in

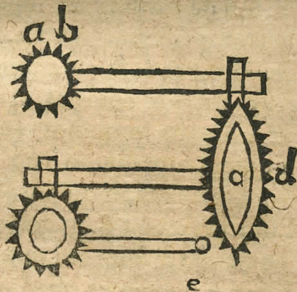
in reliquo superſit 2. vel 4. quia in aggregato quadratorum ſemper ſuper erit 4. Ergo relinquitur quod ille numerus componetur ex duobus quadratis, vel imparibus, quorum latera diuiſa per 6. relinquunt 3. vel ex duobus paribus quorum latera diuiſa per 6. nihil relinquant. Oportet igitur inuenire duos tales numeros quadratos numerorum imparium, in quibus ſuperſit 3. ſi diuidantur per 6. aut parium in quibus nihil ſuperſit, quorum aggregato diuiſo per 6. prodeat numerus quadratus.

His viſis dico, quod conſtat radices talium numerorum oportere eſſe in imparibus per additionem 6. incipiendo à 3. vt ſint 3. 9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. & ſic deinceps: in paribus autem per additionem eiuſdem 6. incipiendo à 6. velut 6. 12. 18. 24. 30. 36. 42. 48. 54. 60. Dico ergo quod diuiſo numero illo compoſito per 6. in imparibus exibit numerus, qui diuiſus per 6. ſupererit 3. & in paribus qui poterit diuidi per 6. Quia componuntur ex huiuſmodi: velut 3. in ſe facit 9. & 25. in ſe facit 225. qui iuncti faciunt 234. diuiſo 235. per 6. exit 39. qui iterum diuiſus per 6. ſupereſt 3. & ſimiliter capio 6. & 12. quorum quadrata ſunt 36. & 144. & aggregatum 180. qui diuiſus per 6. exit 30. qui iterum poteſt diuidi per 6. Et hoc quia quilibet illorum poteſt diuidi per quadratum 6. in paribus, ergo aggregato diuiſo per 6. quod prodit, iterum poterit diuidi per 6. Et in imparibus quodlibet quadratorum exuperat ſupra ſenarios in 3. igitur aggregatum diuiſum in 2. pariet numerum qui diuiſus per 3. exibit numerus impar cõpoſitus ex ſenariis & 3. Illud ergo quadratum, quod prodibit, vel erit compoſitum ex ſenariis, vel ſupererit 3. Sed cum 3. numeret 6. ergo tres quadrati numeri ſcilicet duo, qui componunt numerum, & qui prodit per diuiſionem 6. erunt compoſiti inter ſe, ergo & radices illorum. Igitur radix numeri quadrati, qui peruenit diuiſo aggregato quadratorum per 6. eſt ex eodem ordine imparium, ſi impares numeri quadrati fuerunt, aut parium ſi pares. At hoc eſſe non poteſt, nam fracti illi numeri, qui erunt radices, non erunt minimi, ſed diuiſi per 3. oſtendent minores, quod eſt contra ſuppoſitum, quare nullo modo 6. poteſt diuidi in duos numeros quadratos, neque integros, neque fractos, quod erat demonſtrandum. Habes igitur ex hoc demonſtrationem quando non poſſit diuidi, & quando poſſit, quod poſſit, & quomodo ſimul.

Per 29. ſeptimi Elem.

Propoſitio centeſima quinquageſima ſexta.

Horologiorum tempus multiplicare.



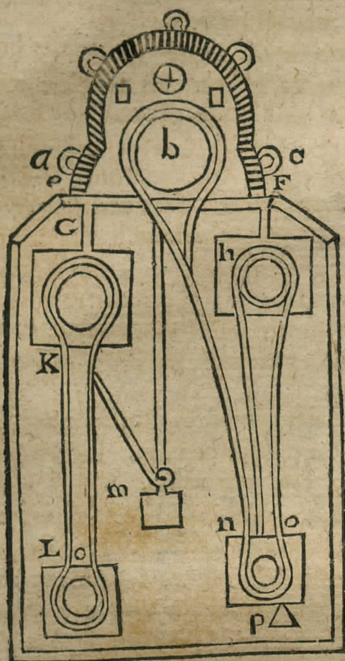
Com.

Contingit quandoque quod horologiorum tempus breue eſt, volumus autẽ maius efficere: id duobus modis poſſumus, quorum vnus difficilior eſt ſed perpetuus, & longè nobilior, nam grauitas ponderis verſatilis efficit quidem tardiorem, ſed difficilius mobilem, & ob id grauiore pondere indigentem. Sit ergo rota a b verſatilis, quæ certam menſuram exigit pro quacunque funis parte correſpondentis vni denti ex centum, in quos diſtincta ſit, curriculum autem c d quinque dentium, per quod rota ſexaginta dentes habens circumuoluatur in conuerſione: igitur primæ rotæ vicies circumferetur, ſecunda denteſque MCC. rurſus ad hanc ſecundam tertia nectatur cum curriculo ſex dentium, atque in ea dentes ſeptuaginta duo, vt in vna conuerſione ſint xiiijcccc. dentes; igitur tot dentes in vna conuerſione primæ rotæ circumuoluentur. Iam verò tempus illud poterit duplicari ac triplicari iuxta tarditatem temporis verſatilis: quãto igitur ponderoſius fuerit illud tempus, tãto tardius mouebitur, paucioreſque circumuolutiones neceſſariæ erunt ad explendam vnã diem, id eſt horas 24. ſed hoc incommodi accedet, quòd reuolutio indicis tanto tardior erit, vt non iuſtè oſtendat horas: propoſitum igitur eſt, vt pondera tardius ferantur, index autem, & quæ ad indicem ſequuntur horarum demonſtrationes celerius aut eodẽ modo ferantur. Ponamus ergo poſtquam eadem ratio celerioris & æquè velocis ponderis autem tardius deſcendentis aut contrà tardioris, aut æqualiter circumducti indicis, celerioris autem deſcenſus ponderis, quod ad nullam vtilitatem profuturũ video. Sit ergo vt pôdus velim tardius deſcendere, rotam autem æqualiter circumferri, dico quod ex tempore mobili ſeu verſatili (& eſt ferrum, quod in ſummo horologij citra vtraque fertur tam in horologiis ponderum quam molæ (id fieri non poteſt: nam quantum tardabitur rota tertia ſecunda & prima, atque ob id deſcenſus ponderum, tantum remorabitur rota prima quæ indicem oſtendit, ergo tantum index tardabitur quantum pondera, & vt vno verbo dicam, cùm eadem rota index circumferatur, & pondus deſcendat, quantum vnum tardatur tantum & aliud.

Secundus modus eſt, vt rota vna totum tempus cum indice in viginti quatuor horis circumuoluatur, & currulis in quo funis minor fiat: neceſſe eſt igitur, vt circumuoluta rota aut ſemel aut bis, ter, quater decies, & circumuoluatur pleno circuitu index, & ſine errore. quoniam tempus & dentes mẽſuræ reſpondent: igitur ſub eiſdem circuitibus numero eodemque tempore minus ex fune deſcendent in curruli paruo quàm magno: quare mutatione indiget currulis, aut vt funis circumuoluens rotam curriculum habeat annexum rotæ oſtendenti horas, in qua pauciores ſint dentes: nam in eodem tempore, & circuitu paucioribus vicibus circumuoluitur rota funis, quæ grauitate tẽporis, & multitudine denttum certã ſeruabit menſuram. Sed in hoc neceſſe eſt grauius efficere pondus, aut leuius tempus quoniam funis debilius circumuertit rotam: minus

tamen

men tardè quam sit pro paruitatis circuitus ratione.

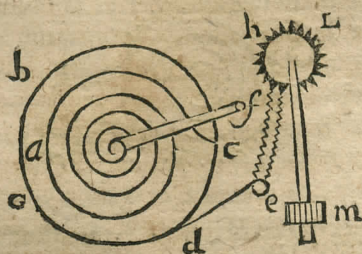


Tertius modus facilior est,& magis compendiosus: Sit horologium a b c, in quo rota d quæ funem continet basis horologij e f, cui firmiter sint appensæ duæ trochleæ g & h & funis vna parte trochleæ appensus in K, ducatur ad inferiorem aliam trochleam l inseraturque ibi orbiculo suo, & redeat à dextra superius inseraturque orbiculo superioris trochleæ, deducaturque versus sinistrã:atque ibi descendens habeat pódus tractorium in m, deducaturque supra ad rotam horologij d, & circumuolutus exeat ipsum, & descendat ad trochleam n, subque ea circumuolutus iterum ascendat à dextra parte,& circumuoluatur h cochleæ rediens ad sinistram ibique descendens connectatur trochleæ in inferiori in o, cuius imæ parti annectatur pondus remorans in imo annexum parte trochleæ p. Cum ergo trahitur n trochlea, trahitur funis adeò vt pondus m tandem ascendat cum trochlea l prope K:quia ergo in duodecim horis pondus m descenderet per k l funem reuolutionibus circa d rotã dicamus viginti,ergo si debet descẽdere à K ad l,per funẽ duplicatã K l cum ipsam necesse sit obequitantem d reuolutionibus quadraginta circumuolui d, nam tota o h n d m g l K longè maior est duplo K l, necesse est m descendere tardius quàm in duplo temporis, quo descenderet per rectũ funem k l,quod erat demonstrandum.Et hanc appendicẽ vidi apud Cæsarem Odonum Apulum medicum,virum elegantẽ lepidique ingenij. Memento verò quod vbi orbiculi non cederent funi,vel quia duriores in circumuolutione, vel quia latius exciperent illum reduplicato fune circa illos omnino circumducuntur, sed difficilius, ideò egent grauiori pondere.

Propositio centesima quinquagesima septima.

Horologiorum molarium rationem ostendere.

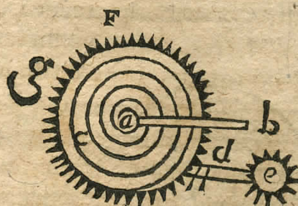
Sunt horum duo genera primum,& antiquius licet multo posterius eo quod ponde- Com.



ribus ducitur, quod funiculo ex intestinis ouium seu fidibus liræ agitur. Sit igitur axis f K erectus super plano,cui per longum coniuncta mola multiplicis spiræ in fine cuius c annectatur ferreo circulo,qui habeatur loco capsulæ b c,quæ circumuolui possit:huic circundictus funis d e multipliciter in puncto g,sit autem e h in modum pyramidis sensim in acutum,sed non valde per spiram exculptã desinentis,cui rota in vertice inserta denticulo,& vertatur h e,colligens funiculum tractum in spira versus apicem: vnde funiculus circumuoluet b g d,capsulã versus c,trahet ergo molã,& constringet violenter quantum fert longitudo funis quæ circumuolui potest a b e ad h: & cum trahitur in d e remittitur,nõ potest mola statim retrahere reluctantibus denticulis h l rotæ & aliis quę implicantur curriculo m, a igitur mola constructa violenter mouet b g d,capsulam motu contrario à c in d & in g & in b,quare funis d e trahitur,& trahit e h vllũ circumuoluẽdo contrario motu priori,is mouet dẽticulo rotam h l,illa per curriculum in aliam rotã,& sic deinceps donec tẽpus moueatur, & rota indicis. Hic adest capsula, & quod circumuertitur à claue non est axis molæ sed extra molam, scilicet e h. Et quoniam hac ratione quanto mola à magis explicabitur, tanto lentius trahet,& vertet h,ideò hoc ex structura auxilium præstatur,vt funis in inferiore parte complexus latiores orbes,& è regione tanto vehementius vertat e h:& ita vis quæ remittitur ob molæ laxitatẽ,augetur tantundem ob situm & magnitudinem spirarum vt distantiorum sua extremitate ab hypomochlio, quod est axis coni e h, seu instar axis.

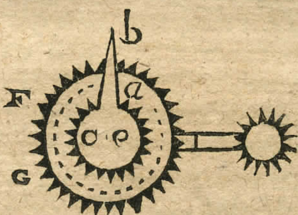
Alterum genus horologiorum cum mola sine fune loco capsulæ habet rotã plano substratam,plenam denticulis axis,quo circumagitur violenter,non est extra molam sed ei annexa est mola intus, exterius autem rotæ: ergo circumducto axe molę vim patitur circulus exterior, sed non mouetur, quoniam clauo impeditur. Vbi mola quantum decet constricta est sublato clauo statim secũ trahit rotam, & illa curriculum rotasque alias, & tempus agitur, & index vertitur. Sed in hoc idem est incommodum sine remedio quod fuit in priore. Vbi enim cœperit laxari mola tanto tardius progrediuntur rotæ atque index. Veluti axis a b cui secundum longitudinem molæ caput interius annexum est altero circulo rotæ in c d curriculum rotæ e, implexũ rotæ f clauus rotam retinens,

donec circumducto a b mola constringatur, & latus eius trahat rotam ex c. Inde subla-



to clauo circulus, seu rota trahitur ex c in g, & in f a mola, quæ etiam secundum eandem partem circumuoluta est: igitur d circumagetur à rota & reliqua. Sed vt dixi constructio hæc non satisfacit,

Aliam ergo oportuit excogitare quæ huiusmodi est. Sub axe a b, qui circumuertitur ad molam contrahendam rotam, collocant paruam quæ est, vt ita dicam, pars axis ima cui inseruntur dentes in ambitu ea ratione, vt dum mola tenditur, premant denticulos interiores, atque ita elabitur, totiesque cicumducitur manente g f donec colligatur mola, quæ non vt priore reliquo extremo vlli rotæ affixa est, sed columnæ in



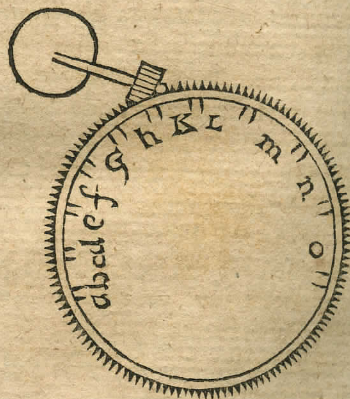
coutinenti opercula horologij Cum ergo mola tenta retrahat axem a b contrario motu, & ille rotam mobilem, quæ cum non possit regredi propter auersos dentes, mouet rotam f g contrario motu, quæ circumacta per denticulos suos curriculum agit, & & reliqua omnia necessaria. Cur autem cum laxatur mola, & vertit lentius c e rotam coniunctam, ideòque g f, & reliqua omnia non tardetur tempus, & circumuolutio indicis causa est alia longè quàm in priore, nam mala longior fit crassior, & durior adeoque robusta, & rotæ leues, ac tempus dum laxata fuerit munus suum iusto in tempore obeant: quare necesse est, vt ab initio vehementius agat, & celerius rotam cum axe qui trahitur à mola. Ergo excogitarunt aliud genus retinaculi forma cochleæ quod ab initio moratur vehementer axem ne circumagatur, & quanto magis mola explicatur eo minus retinet impetū illius, adeo vt vehementer retineat vehementem concitationem mediocriter moderatam, segniter lentam, nullo modo iustam: ita fit, vt semper fermè æqualiter moueatur. Difficile est tamen ad vnguem seruare moderationem, & æqualitatem, & magis etiam in his horologiis, quæ vno circuitu molæ tempus longius exigunt: at difficilius etiam efficere molam, quæ longo tempore duret, cum intenta valde celerius moueat rotas, & ob id breui absoluat circuitum, mollior autem citò remittatur. Et ob id longior & non adeò dura melior est. Ratio autem cochleæ ita se habet. Circa axem molæ d deducitur cochlea a b c, quæ dum laxatur mola, cochlea mouetur ex b in c, atque ita pariter laxatur vis cochleæ retinentis axem.



Propositio centesima quinquagesima octaua.

Rationem indicis mobilis cum rota horarum numerus per ictus indicatur explicare.

Hoc fieri potest in singulo genere horologij trium descriptorum. Propterea sufficiat de vno ostendisse. Sed & in singulo genere sunt multi modi, vnius tamen reddidisse rationem sufficiat. Hoc autem quatuor habet difficultates: prima vt horarum ictus conueniant cum indice: secunda vt conuerso indice cōuertatur, & rota ictuum: tertia vt ictuum numerus cum numero indicis conueniat. Vnde multa sunt horologia, in quibus ictus vnus solum auditur singulis horis, atque hic modus facilis est: quarta cur in horum plerisque si non pulsata statim hora transferatur index, non cessat pulsatio: imò nec retineri potest, donec pondus illud descenderit. Ergo primi & tertij ratio hæc habeatur, cum rota quæ indicis rotam circumagit, peruenerit ad horæ finem, denticulo soluit aliam, eleuans obicem, illa mouetur à pondere proprio alio, scilicet ab illo quod tempus agit: aut si fit horologium molæ à mola alia propria, quæ malleos circumacta perpetuò, mouet, atque motura esset semper, donec pondus ad terram descenderet: verum dum mouetur descendit ferrum pro quouis ictu quod in rotæ limbum incidit, & donec inciderit in eam partem quæ lenis est dilabitur, nec retinetur, & ita eleuatur rursus, at verò cum in concauam partem incidit retineri necesse est: atque ita pondus non amplius descendit, rota sistitur, mal-



leus manet immobilis: spatia ergo quæ sunt inter cauitates sunt

secundum

secundum magnitudinem proportionis numerorum horarum, vel ad sex, vel ad duodecim, vel ad vigintiquatuor terminantium. Ita quod, gratia exempli, sit iam in cauitate a duodecimæ horæ vncus, diuidam circulum totum in duas partes æquales, quia in singulis medietatibus propositum est, duodecim facere cauitates pro vnco retinendo. Et quia in vnaquaque medietate oportet, vt pulsent horæ lxxviij. & præterea sint ibi sex spatia cauitatum, quarum singulæ contineant, gratia exempli, duo spatia vnius ictus, vt certius retineatur vncus, erunt igitur spatia omnia nonaginta: diuidemus ergo medietatem circuli vtranque in nonaginta partes æquales incipiendo ab a, & dabimus b primæ horæ quod spatium est vnius tantum partis ex nonaginta, post describemus c cauitatem duarum partiũ ita vbi ictum vnum dederit vncus, retinebitur in c, pòst accipiemus duo spatia, & sint significata d litera, post quæ faciemus cauitatem e: & ita vncus bis cadet in d, & pulsabunt duo ictus, & pòst retinebitur vncus in e. Et post accipiam spatium trium partium, quod sit f, & post describam cauitatem g duarum partium, atque ita procedam vsque ad duodecim.

Ex quo manifestum est pondus quod agit rotam volæ non descendere, nisi dum horæ pulsant, secus quiescere.

Secundum, quòd descendit illud pondus plus & minus, iuxta proportionem numeri horarum, ita quod quando pulsabit vna hora parum valde descendet, cum sex horæ sexcuplo magis, cum duodecim adhuc longè magis, id est duplo plus quàm cum pulsant sex horæ.

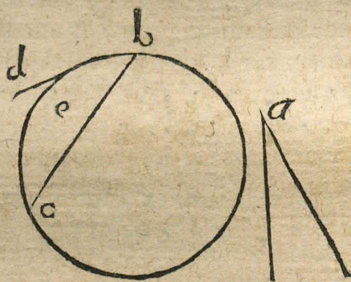
Secunda constructio hanc habet rationẽ: Cum n rota indicis coniuncta fuerit rotæ, quæ transfert malleum, necesse est vt vnà ferantur: quinimò illud magis mirum de quo illi non mirantur quia frequens est, scilicet cur aut quomodo si diuisæ sunt vt circumducto indice non transferatur rota mallei pondere tamen versata rota indicis in idem incidat, vt horæ quæ pulsu declarantur ad vnguem & in eisdem sectionibus conueniant cum horis quas index ostendit.

Verùm quia multis modis contingit ordinem horologiorum peruerti: in similibus quidem si hora indicis simul & pulsus vnà circumferuntur, sed tardius ambo index traducitur ad locum debitum, inde ponderi aliquid additur. Si verò antè processerit quàm Sol indicet ablato pondere, sines tempus fluere vsque ad indicis locum sine motu horologij, pondus quoque ipsum minues. At si pondus pulsus in terram deuenerit vel prope, expecta donec super linea index fuerit, inde trahe, neque enim excurret, nam si dum index est in medio horæ aut prope, traxeris pondus pulsus, non desinet descendere, pulsabuntque horæ donec ad terram pondus deuenerit, quòd si iam in errorem incideris pulsentque horæ & descendat, pondus, sensim deducito indicem, cum enim ad finem horæ peruenerit initiumque sequentis, quoniam ferrum in interuallum deuenerit rota & pondus firmabitur. Inde sublato pondere donec Sol ad horam quam index monstrat peruenerit, reddes pondus horologio. Si ergo horam pulsu eandem declarat quam index, bene est, si non, paululum virgulam eleua quæ est iuxta fores horologij pulsabitque sequens hora, id verò toties repetes immoto in dies & sublato, si vereris ne extra interuallum ferrum feratur, & ob id excurrat rota pulsus horarum, donec hora pulset quæ cum indice conuenit, statimque pondus quo horæ pulsant sursum retrahes. His quinque regulis vsum disces similium horologiorum, vnumquodque autem proprias habet: sed duæ primæ omni horologio satisfaciunt. Quòd si hæ non satisfaciunt iam horologium laborat: tum verò illud dissoluere oportet & detergere & inungere, iuuat autem vel capsula vel linteo perpetuo puluerem ab illo arcere. Quòd si nec sic restituitur necesse est dissoluere & antea considerare impedimentum, post denticulum qui laborat, plerunque enim aliquem inuenies huiusmodi, quem lima aut alia ratione restitues, semper autem hi fermè restituuntur: at qui mola aguntur præter rotarum & axium & indicum labores, molæ etiam inæqualitati & defectibus subiiciuntur, qui si nimis velociter agunt rotas cum difficultate restituuntur moderationi, si lentius raro vel nunquam emendantur, vix etiam noua inducta mala.

Propositio centesima quinquagesima nona.

Nullus angulus rectilineus æqualis esse potest alicui angulo contento recta & circuli portione.

Sit angulus a & circulus b c, dico non posse aliquem angulum contentum recta



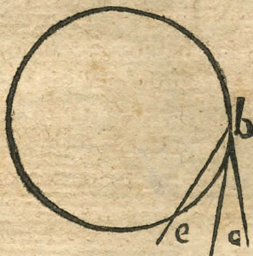
& circuli portione esse illi æqualem, si enim esse possit, sit c b e, ducatur recta b d faciens rectilineum d b c æqualem a, erit igitur d b c æqualis e b c per communem animi sententiam, seu ergo b d cadat intra circulum seu extra, erit pars æqualis toti quod esse non potest. Sed neque potest cadere recta super b e, nam id est contra demonstrata ab Euclide. At si sit angulus c b e exterior similiter producta b d, seu intus, seu extra cadat, pars erit æqualis toti quod esse non potest.

Com. | Per 23. primi Elem. | 23. Elem.

Ex hoc patet quod nullus angulus peripheria circuli & recta contentus potest esse æqualis

Cor. 1.

Cor. 2. æqualis recto, quia rectus etiam rectilineus est.

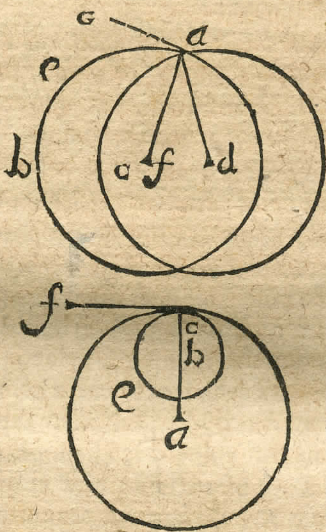


Et rursus nullus angulus peripheria & recta contentus à recta linea per æqualia diuidi potest, patet quia vna pars esset angulus rectilineus, alia contentus recta & peripheria : isti autem non possunt esse æquales, quare nec prior potuit per æqualia diuidi.

Cor. 3. Ex hoc etiam patet quod spatium contentum à peripheria circuli nulli angulo rectilineo æquale esse potest. nam dimidium esset æquale dimidio, quod est contra demonstrata.

LEMMA PRIMVM.

Inter duos circulos qui se diuidant infinitæ lineæ duci possunt Inter circulos autem qui se tangant, recta linea duci non potest.



Com. Per 11. Primi Elem.

Per 15. tertij Elem. Per 11. tertij Elem.

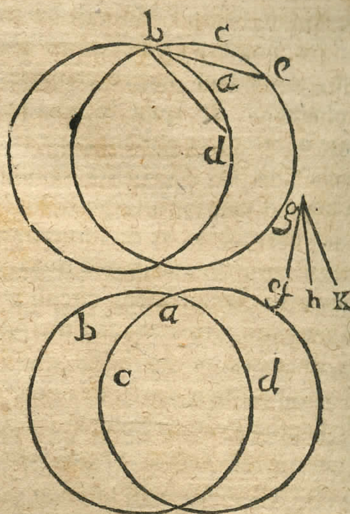
Sint duo circuli a b & a c, qui se diuidant in a, & ducatur ex cētro inferioris d a & a d, & ad d a cathetus a e. dico quòd a e diuidet angulnm b a c ducatur ex centro superioris a c b quod sit f, f a cui cathetus a g, quia ergo e a cadit infra a g, & inter a g & a b non potest duci recta, igitur e a cadit intra a c b circulum. Rursus tangant se circuli c d & c e, & ducatur a b per centra eorum quæ applicabit ad c, ex c ducatur cathetus c f & quoniam c f contangit circulum c e, igitur, ducta quauis linea infra c f, cadet intra circulum c e. Non ergo poterit cadere inter c d & c e.

LEMMA SECVNDVM.

Dato angulo contento duabus peripheriis æqualium circulorum se secantium æqualem rectilineum illi fabricare.

Com. Per modum 5. primi El.

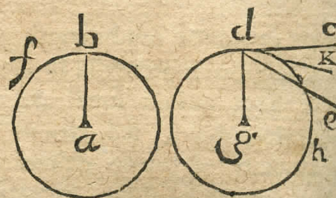
Si angulus a b c duabus peripheriis æqualium circulorum contentus, volo ei æqualem rectilineum fabricare, ducantur b d & b e æquales, vt pote facto b centro eritque angulus d b a æqualis angulo e b c: addito vtrique communi d b e ex peripheria & recta, fiet angulus d b e rectis æqualis a b c ex peripheriis, quod erat demonstrandum.



Ex hoc patet quod reliqua duo spatia non possunt esse æqualia rectilineo. Nam spatium b a c demonstratum est æquale esse rectilineo & b a d nō est æquale rectilineo, igitur spatiū c a d nō potest esse æquale angulo rectilineo, nam si sic sit b a c æquale f g h & c a d h g k, igitur totū, b a d erit æquale toti f g k quod est contra suppositum ideò neque b a e quia b a c & d a e sunt æqualia rectilineis per se, & etiam pariter accepta. Totum autem spatium a est æquale quatuor, rectis ergo residuum, scilicet spatia c a d & b a c pariter accepta sunt æqualia rectilineis spatiis, sed spatium e a d non est æquale rectilineo, ergo per demonstrata hic, nec b a e, nam si sit, sit ergo b a e æquale h g k & quia ambo spatia b a e & c a d sūt æqualia rectilineo ex demonstratis sit ergo æqualia f g k, erit ergo ex communi animi sententia spatium f g h æquale spatio c a d, quod est contra primam partem corollarij. Cor 4. Per 5. Com. præsentis.

LEMMA TERTIVM.

Intes duas rectas lineas se tangentes circuli dati peripheriam ducere. Sit circulus datus Per 11. primi Elem. Per 3. eiusd.



a b rectilineus angulus c d e, volo illum diuidere circuli periferia data b f, duco perpendicularē d g ex, d super d c, & facio g d æqualem a b & duco circulum per d qui sit d h qui cadet infra d c & ob id etiam supra d e, igitur diuidet angulum c d e, quare cum circulus d h sit æqualis circulo b f patet propositum. Per 15. tertij Elem.

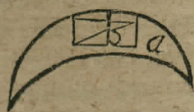
Cor. 6. Ex hoc patet quod infinitis modis potest diuidi angulus c d e peripheria b f, nam diuiso per rectam c d e linea d k per æqualia & diuiso k d e per præsentē peripheriā b f, patet propositum quoniam angulus c d e potest in Per 1. dif. tertij eiusdem. Per 9. primi Elem.

in infinitum recta diuidi, & ita semper per peripheriam, vnde patet propositum.

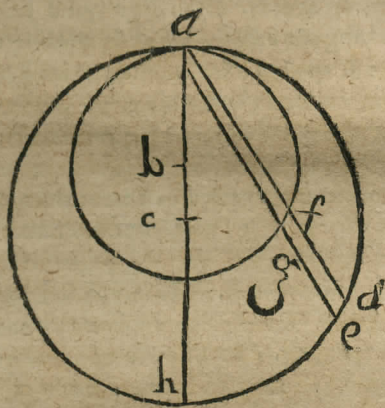
SCHOLIVM.

Atque hæc omnia sequuntur de mente Euclidis, quæ tamen videntur difficillima creditu, quoniam anguli rectilinei, & ex peripheria & recta sunt ex genere quātitatis continuæ, & quòd detur maius & minus & nunquam detur æquale, videtur absurdū nedum admirabile. Et maximè quod etiā anguli ex peripheria & recta sunt diuersorum generum inter se & infinitorū. Præterea istud repugnare videtur ipsemet Euclidi, dicenti duabus magnitudinibus propositis inæqualibus, si de maiore earum plus dimidio detrahatur, atque iterū de residuo maius dimidio, & rursus de eo quod relinquitur plus dimidio necesse erit vt tandem minor minore quantitas relinquatur. Neque illud a gumētum videtur concludere angulus contactus, ex recta, & circuli circumferentia non potest recta diuidi, & rectilineus potest diuidi, ergo rectilineus semper est maior angulo cōtactus, quia hoc contingit in angulo contactus propter modum anguli, non paruitatem: sicut etiam non valet de figura a lunari, & quadrangulo b. nam potest b diuidi ab angulo ad angulum recta & a non potest, & tamen a maius est quam b, cum contineat ipsam.

1. Propos. 10 Elem.



Proponantur ergo duo circuli a d e & a f g qui se contingant in a, & eorum centra sint b & c & ducantur rectæ a f d & a g



e & constat quod portiones a d & a f similes sunt, itemque a e & a g ducta enim a b c per centra circulorum ex contactu transibit per illa: quare anguli h a g & h a e sunt iidem & similiter h a f & h a d iidem, portiones ergo a f & a d itemque a g & a e similes sunt: angulus igitur g a e ex peripheriis & e a d ex rectis sunt iidem in puncto a: sed quod ad basim maior est basis g e quam e d: hoc enim suppono quod per se est manifestum toties diuidendo arcum d e vt fiat minor recta g e. Quia ergo sunt duæ magnitudines, quarum termini sunt iidem ex vna parte, scilicet punctum a, ex alia autē vnus est maior altero, scilicet g e quam e f & a d e peripheria est maior recta a g e. Ergo per regulam dialecticam si sub eadem proportione procederent, maius esset spatium semper inter peripherias quàm rectas, igitur angulus peripheriarum est maior angulo à rectis contento. Cum angulus non sit nisi quidam habitus propinquitatis linearum, sed angulus contactus ex recta & peripheria maior est contento ex peripheriis cum habeat rationem totius ad partem, igitur angulus contactus est maior dato angulo rectilineo.

Per 11. tertij Element.

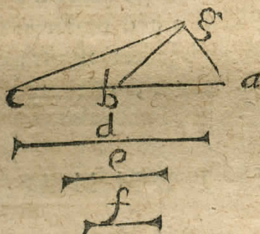
Ex 10. diff. tertij Elem.

Per 1. decimi Elem.

Propositio centesima sexagesima.

Proposita linea tribusque in ea signis punctum inuenire, ex quo ductæ tres lineæ ad signa sint in proportionibus datis.

Sit data linea a b c in qua puncta dicta & datæ tres lineæ d e f, volo inuenire pun- Com.



ctum, puta g ex quo ductæ tres lineæ ad a b c puncta sint in proportione a g ad g b, vt ad e & g b ad g c, vt e ad f. Per præcedentia inuenio circulum ex cuius peripheria omnibus ex punctis ductæ lineæ ad a b sint in proportione d ad e, & per idem circulum ex cuius peripheria quælibet lineæ ductæ ad b c puncta sint in proportione c ad f, si igitur isti duo circuli se secabūt in aliquo puncto puta g: liquet quod lineæ ductæ ex g ad a b c, erunt in proportione d e f. Per 154.

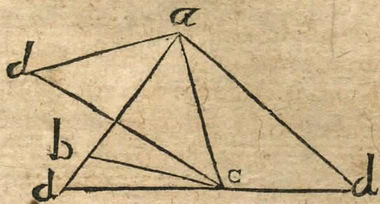
Ex quo liquet quod si voluero ducere ad tria puncta data, tres lineas in continua proportione data d ad e, subiiciam tertiā vel interponam, si voluero mediam. Et si vellem, vt esset a g ad g b duplicata ei quæ est g b ad b c, & vellem quòd proportio d ad a d f data esset, oporteret inuenire duas medias proportione inter d & f, inde operari cum vna earum per modum propositum. Differt corollarium hoc à propositione in hoc, quod in propositione non quærimus nisi proportionem g a ad g b & g b ad b c, non g a ad g c, neque comparationem proportionum: a in corollario quærimus tres proportiones g a g b & g c, & comparationem proportionum inter se, scilicet æqualitatem. Com.

Propositio centesima sexagesima prima.

Si fuerint duo trianguli quorum bases in eadem linea sint constituti & æquales & ad vnum punctum terminati, & latus vnum commune inter reliqua quantitate medium, necesse est angulum à maioribus lineis contentum minorem esse.

Sint duo trianguli a b c, a c d, quales proponuntur, & sit a d maior a b dico angulum d a c esse minorem. Si non fiat angulus d a c æqualis ex alia parte, & oportet si non sit minor vt vel cadat a d su- Com. Per 23. primi Elem.

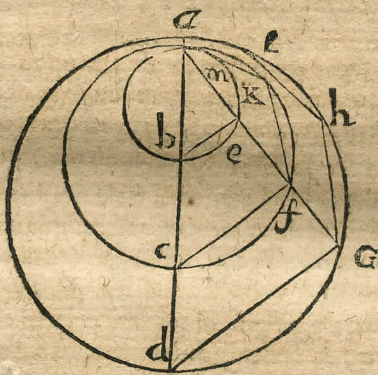
per a b & ducta a d ad æqualitatem cadet infra b, ducta ergo d c erit trigonus a d c



Per 18 primi Elem. maior a b c, quod esse non potest cum sint æquales. Si autem a d cadat extra a b ducatur d e: quæ si cadat supra b c vel infra, cum Per 18. primi Elem. totum sit maius parte erit a d e, vt prius Per 13. eiusdem. maior a b c quod est contra Euclidem. Reliquum est vt d c cadat supra b c: hoc au- Per 13. eiusdem. tem esse non potest, nam cum supposuerimus a b esse minorem a c erit angulus a c b Per 4. eiusdem. minor angulo a b c, quare a c b est minor recto, & ideò a c d maior recto, at a c d æqualis est a c b, alteri igitur a c d est maior recto a c b minor, erit ergo pars maior toto.

LEMMA.

Lemmate 3. Prop. 159. His demonstratis quis dicere posset ex superius expositis quod angulus rectilineus semper esset maior angulo contactus? quia angulus contactus non potest diuidi nisi obliqua linea, rectilineus autem tam obliqua quam recta. Propter hoc exponantur



Per 11. tertij Elem. circuli tres se tangentes a b, a c, a d hac ratione vt a b, b c, c d sint æquales, erunt Per 31. tertij Elem. enim centra omnia in lignea contactus, & Per 32 primi Elem. ducatur a e f g recta quomodolibet: & erunt ductis lineis b c, c f, d g anguli e f g Per 4. sexti Elem. recti, quare omnes trigoni a b e, a c f, a d g similes & ideò a e, e f, f g æquales, atque portiones a g, a f, a e, iuxta proportionem circulorum, quare a g, erit sesquialtera a f & a f dupla a e, igitur per præcedentem maior erit angulus e a f, quam f a g, & a d Per 10 diffi. tertij Elem. a ex recta & peripheria quam e a f, igitur Per præcedentem. augendo eadem ratione cum perueniamus ad angulũ b a g qui fermè est recto æqualis cum deficiat solo angulo contactus, liquet angulum e a g esse longè maiorem multis rectilineis. Istud posset etiam demonstrari via Archimedis diuidendo arcus g a in h & f a in k bifariam ducendóque lineas rectas g h & f k & ita diuidendo h a in l, & k a in m bifariam, & ducendo rectas atque ita semper appropinquando puncto a.

Concludo ergo quod angulus contactus ex recta & peripheria est maior multis recti lineis. Causa autem erroris est quod multi existimarunt corrolarium illud esse Euclidis cum non sit. Nam Euclidi sufficit hoc quod angulus contactus non possit recta diuidi, nam eo vtitur post modum in demonstrationibus. Eo verò quod sit minor omnibus rectilineis angulis non vtitur, ideò etiam si verum fuisset non fuisset: quanto minus: cum verum non sit, ideò fuit adiectum ab aliquo qui idem fore credidit non posse diuidi rectalinea & esse minus quocunque quod rectalinea diuidi posset, quod aperte vt dixi falsum est.

SCHOLIVM.

Ratio autem quod omnis angulus contactus indiuduus sit, seu duorum circulorum, seu circuli cum recta est, quoniam cum fuerint duæ rationes contrariæ, & vna perpetuò minuitur, alia manet, necesse est, vt tandem, quæ minuitur, superetur ab ea quæ manet: cum ergo circuli curuitas maneat, & angulus tendat in punctum perpetua diminutione necesse est, vt curuitas circuli impediat diuisionem rectè: sed hoc habet duplicem obicem. Primum, quia nullus angulus ex circumferentia & recta posset diuidi: hoc autem falsum est manifestè, cum solus ille qui fit ex contactu lineæ, quæ non diuidit circulum, diuidi non possit. Secundò, quod angulus contactus duorum circulorum se exterius tangentium multo minus posset diuidi angulo contactus interioris duorum circulorum, quod tamen falsum est: & hoc animaduertit Campanus noster, vir acutus. Dico ergo quòd in his qui se tangunt exterius, non fit diuisio nisi semel: & quamuis inclinentur mutuò, tamen in concursu non aptantur, vt cum obuiat rectæ aut cauæ parti circuli quia necesse est, vt accedat, in alio autem discedat: indicio est quod circulos se exterius tangentes, in puncto facile describes, interius vix fieri potest, sed videntur coniuncti per longum interuallum. Ad aliud dico, quod ille angulus ex recta & peripheria conuexa circuli propter discessum seruat maiorem inclinationem in quocunque puncto, quàm sit accessus conuexæ partis exterioris circuli.

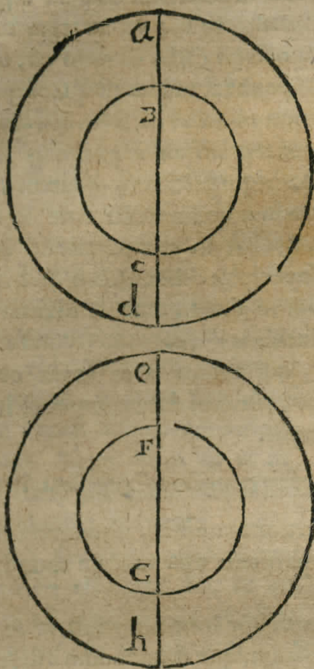
Propositio centesima sexagesima secunda.

Proportionem duorum orbium quorum diametrorum conuexæ partes, & concauæ proportiones dantæ sint, inuestigare.

Sint duo orbes a b c d & e f g h, & sit proportio a d ad b c, data & e h ad f g, data & rursus a d ad e h. dico orbis proportionem a b c d ad orbem e f g h esse datam. Com. Quia enim proportio a d sphæræ ad b c est veluti ad dimetientis ad b c dimetientem triplicata, ideò cum nota sit a d ad b c dimetientium, erit nota etiam a d sphæræ ad b c sphæram, quare orbis a d ad sphæram b c, nota est etiam proportio b c dimetientis ad a d & ad a d e h & e h ad f g, igi- Per 18. duodecimi Elem.

tur

Per 11 quinti Elem & Alizam. tur b c proportio dimetientis ad f g dimetientem nota. Quare sphæræ b c ad f g



sphæram, at nota est proportio f g ad e h dimetientium igitur & sphærarum: igitur nota est f g sphæræ ad orbem e h, igitur cum nota sit proportio orbis a d ad sphæram b c, & b c sphæræ ad f g sphæram, & f g sphæræ ad orbem e h, erit proportio orbis a d ad orbem e h nota, quod est propositum.

Propositio centesima sexagesima tertia.

Com. Proportionem virium stellarum per motus suos indagare.

Mouentur stellæ omnes ab Oriente in Occidentem die vna, qui motus fit à prima mente, quæ mouet: ideò quod ad hoc attinet non est diuersitas: verùm in motibus ab Occidēte in Orientem cum sint proprij, oportet considerare tempus, in quo circumuertuntur, & magnitudinem ambitus, & inde magnitudinem orbis, qui circumagitur, & horum trium facta comparatione dignoscitur robur virium stellarū & vitarum quæ mouent eas. Ponatur ergo, vt velim proportionem vitæ Saturni ad vitam Lunæ: erit ergo (vt docet Alphraganus (Luna, cum est in longitudine propiore, altitudine habens 109000. M. P. & cum est in longitudine longiore 208500. tota igitur dimetiens 417000. M. P. mane 218000. M. P. Igitur proportio solidarum sphærarum est velut 7251171 3. ad 10. 360232. remanebit ergo proportio orbis ad sphæram elementorum, vt 6151481. ad 10360232. & est sexcuplum fermè. Rursus proportio dimetientis altitudinis Saturni ad contentum est velut 2011. ad 1440. & est propè 201. ad 114. quare 67. ad 38. quare sphærarū vt 300000. ad 55000. fermè. Igitur ferè vt 60. ad 11. Rursus proportio dimetientis sphæræ Saturni ad dimetientem sphæræ Lunæ est propè 313. & sphærarum solidarum 306. 317. 10. Perinde est. Quia ergo propositio sphæræ Saturni ad spæram Lunæ est 306. 317. 10. & orbis Lunæ est $\frac{5}{6}$. solum sphæræ suæ diuidemus 306. 317. 10. per $\frac{5}{6}$. & exibit proportio sphæræ Saturni ad orbē Lunæ 3678052. at quia proportio solidæ sphæræ Saturni ad contentum est vt 60. ad 11. erit sphæræ ad orbem, vt 60. ad 49. residuum, diuidam ergo 3675805 2. per 60. exeunt 612634. & ducam per 49. id est per 100. fit 61263400. & diuidendo per 2. exit 30631700. detraho 612634, relinquitur proportio orbis Saturni ad orbem Lunæ 300. 19066.

Diff. 1. 3.

Iam verò circuitus Saturni ad circulum Lunæ, proportio est 313. vt visum est, Lunæ autem tempus per sex ductum est 164. dies, Saturni 177. anni propemodum, qui sunt dies 64649. diuide, duc ergo 313. in 164. fiunt 51332. Idem ergo peragrat Luna in 51332. diebus, quod Saturnus 64649. & est quoad hoc agilior, vt ita dicam, quarta parte: at Saturnus, vt dictum est, mouet orbem 30019066. sed lentiùs quinta parte, detrahe illam fiet robur Saturni in comparatione ad Lunam 24015252. 46.

Est tamen Luna multo agilior ob propinquitatem, & ob varietatem luminis, & magnitudinem superficiei. Et etiam quod maius est ob id quod defert ad nos vires omnium syderum, nihilominus quo ad vires vix est comparatio.

SCHOLIVM.

Multum autem differt hæc propositio à superiore, nam in illa quæsiuimus vim vitarum ex proportione ad sua corpora, quæ quodammodo est quodammodo non, hic autem exponimus vim vitarum ex earum operatione. Propterea subiiciemus breuiter altitudinum proportiones in minore longitudine & maiori. Lib. 5. c. 14. 15. & 16.

Lunæ	in minore altitudine	51	in maiore	64
Mercurij	in minore	64	in maiore	167
Veneris	in minore	167	in maiore	1110
Solis	in minore	1120	in maiore	1210
Martis	in minore	1220	in maiore	8876
Iouis	in minore	8876	in maiore	14405
Saturni	in minore	14405	in maiore	20110

Stellarum fixarum propior 20110. longior non habetur. Et hæ mensuræ sunt in comparatione ad semidiametrum terræ. Et iuxta id quod potuit secundum rationem haberi: nam demonstratio sola est de altitudinibus Solis & Lunæ, & eorum magnitudinibus à Ptolemæo in magna compositione.

Propositio centesima sexagesima quarta.

Syderum proportionem in magnitudine ostendere.

Luna ad terram comparata	$\frac{1}{39}$,
Mercurij corpus	$\frac{1}{22000}$.
Veneris	$\frac{1}{28}$.
Solis corpus	166
Martis	$\frac{15}{8}$.
Iouis	95
Saturni	91

Diff 21. Stellarum autem fixarum insignium vnaquæque etiam minima, si credendum est Alphragano, est centies maior tota terra, vnde canem necesse est centies mille maiorem esse, est enim in eadem altitudine, & dimetiens decuplus dimetienti stellarum secundæ magnitudinis, quas ille insignes vocat: alter Saturnus non tantus esse posset, cum sit minimus aspectu.

Propositio centesima sexagesima quinta.

Propositionem motuum omnium stellarum ad solem considerare.

Com. Videtur Sol quasi Rex in Cœlo, nam omnes orbes cum illius motu conueniunt, & videtur res admiratione digna his, qui non nouerunt, quanta sit concordia omnium rerum, de qua infrà dicemus. Ergo Luna primum hoc habet, vt linea æqualis motu Solis semper media sit inter lineam æqualis motus Lunæ & loci maximè inæqualitatis motus eius, vbi scilicet tardissimè mouetur, Veneris autem & Mercurij vt motus æquales idem semper sint cum motu æquali, & locus, cum loco ipsius Solis ad vnguem præter id quod infrà dicemus. Trium verò superiorum ratio sic constat ad Solem vt à Ptolemæo obseruatum est ex Hipparco. In omni restitutione cuiuslibet planetæ superioris numerus reuolutionũ Solis æqualis, est numero restitutionum planetæ secundum motum æqualitatis & inæqualitatis pariter accepti. Velut Saturnus in annis quinquaginta nouem die vna & horis decem octo quinquagesies septies per motum inæqualem ad vnguem, per æqualem autem duabus reuolutionibus parte insuper vna & quadraginta quinque minutis, quæ respondent diei vni, & horis decem octo ex motu Solis, & ita bis Saturnus reuoluitur secundum motum æqualitatis & quinquagesies septies per motum inæqualem & similiter. Iupiter in annis 70. diebus trecentis sexaginta, horis quatuor, sexaginta quinque reuolutiones inæquales perficiet & sex æquales, deficientibus ex æqualibus quatuor partibus & dextante quod est quantum peragraret Sol in quatuor diebus, & dextante diei ad perfectionem scilicet annorum, septuaginta atque vnius. Martis quoque stella in annis septuaginta nouem, & diebus tribus & horis fermè quatuor triginta nouẽ facit inæqualitatis reuolutiones: æqualitatis autem quadraginta duas, & insuper partes tres cum sextante, quas manifestũ est peragrari à Sole in diebus tribus atque horis quatuor. Veneris quoque sydus in octo annis deficientibus diebus duobus & quadrante, inæqualitatis quinque perficit reuolutiones, æqualitatis autem tantundem ad vnguem quantum Sol deficiente eadem parte seu diebus duobus & quadrante. Mercurij quoque stella in quadraginta sex annis & vna die & hora vna fermè, quadraginta sex fermè perficit reuolutiones æqualis motus & insuper gradum vnum cum portione respondenti portioni temporis, id est, horæ fermè vni: inæqualitatis autem censum quadraginta quinque. Atque hæc sunt manifestissima & vt dixi admiranda sunt, præterea alia minus generalia, aut minus manifesta aut non tanti momẽti quæ consultò prætermitto, non est enim locus hic docendi artes singulas sed solum ea tractandi quæ ad argumentum pertinent. Igitur vt ad rem redeam. Solis cum octauo Orbe ea ratio est, vt linea quam ille permeat eadem sit quam quæ fixæ stellæ, non enim ad eandem distantiam & mente conceptam ab æquinoxiis descendentem ac æquidistantem mouetur, sed ad eam secundum quam stellæ fixæ in octauo Orbe mouentur in comparatione ad eclipticam superioris orbis. Porrò de his atque huiusmodi in Paralipomenis diximus, vbi etiam docuimus quomodo secundum duos circulos, qui solum circa suum centrum mouentur, punctus datus perpetuò in recta linea feratur. Lib. 14, c. 7.

Propositio centesima sexagesima sexta.

Proportiones musicas superpartientes in eas quæ particula vna tantum abundant reducere.

Ptolemæi hoc inuentum fuit, vt & multa alia præclara: itaque statuendum est, primum voces æquales non concentum efficere, quia diuersæ non sunt, quæ autem diuersæ sunt, nihilominus proportione constant simplicissima & multiplici, tales optimam efficiunt harmoniam. Eiusmodi sunt quę in dupla sunt proportione, vocatur autem diapason. i. quasi omnia comprehendens non à numero vocum velut diapente & diatessaron à quatuor & quinque vocibus. In diapaso enim omnia comprehendi videntur. i. omnes vocum differentiæ quanquam ex octo tantum vocibus constet. Pòst sunt quæ in quadrupla, vnde bis diapason, post quæ in tripla, nam proprior est monadi seu æqualitati, sed non adeo simplex vt bis diapason. Vocant autem hanc diapason diapente: inde subsequitur octupla quæ vix in vocibus humanis habetur: frequens in instrumentis, vocaturque tris diapason inde sexcupla, seu bis diapason diapente. Quintupla autem minus concors est: sed de hac inferius dicemus, atque de multiplicibus dicta sunto. Sed de concentu ex particula superaddita sesquialtera sesquitertia atque aliis nunc agendum. Clarum est enim has esse simplicissimas. Cum ergo dupla proportio non magis possit diuidi æqualibus interuallis atque simplicibus proportionibus quàm in sesquialteram & sesquitertiam, velut inter 4 & 2 interposito 3. nam proportio 3 ad 2 est sesquialtera, & 4 ad 3 sesquitertia: nec melius potest diuidi, at sesquialteram & sesquitertiam quantumuis magnis numeris diuidere non licebat melius aut commodius quam per sesqui octauas: veluti sumpto numero 64. cui duplus est 128. inter medius 96 qui cum 64. sesquialteram facit proportionem, quæ suauissima est omnium deductis multiplicibus, vocaturque diapente. At quæ est 128 ad 96 sesquitertia est minusque benè sonat per se, sed in acutioribus vocibus solum cum aliis benè sonat, velut cum diapente, perficiens diapason, interuallum, ergo inter 96 & 64

diuisum

diuisum per sexquioctauas producit 72 & 81, nam 72. ad 64. est sexquioctauum, sicut 81. ad 72. verùm id accidebat incommodi quam 81. ad 64. nullam habet proportionem commodam, & multominus 96. ad 81. quare visum est Ptolemeo vt subtracta mona defierent termini 64. 72. 80. & 96. proportio autem 80. ad 64. constituit sexqui quartam atque ditonum, proportio quoque 96. ad 72. sexquitertiam semiditonumque. Rursus proportio 128. ad 64. componitur ex proportionibus 80. ad 64. quem habetur pro ditono vt dictum est, & est sexquiquarta proportio At 128.cum80. est in proportione superpatiente tres quintas, quæ iterum est consona. Regula enim est quia vbi consonatia vocum diuidatur in duas partes, quarum vna sit consonans, reliquam etiam esse consonantem, at non conuertitur. Sæpe enim fit vt ex duabus consonantibus dissonans compositio oriatur, velut ex duplici diapente, aut diapente cum ditono, sed vt ad propositum reuertar, alia diapason est inter 80. & 40. at inter 48. & 40. est semiditonus vt ostensum est, velut inter 96. & 80. nã inter 45 & 40.est proportio sexquioctaua, inter 48. autẽ & 45. sexquiquinta decima, igitur ex regula data proportio 80. ad 48.quem est superbipartiens tertias seu solida cum besse seu sexta maior erit consonans. Iam ergo videmus detractione aut additione sexquioctauagesimæ,concinnas reddi vulgatiores harmonias: tertiam vtranque maiorem scilicet & minorẽ ac rursus sextam maiorem atque minorem quem in minoribus numeris scilicet à monade ad octo positæ sunt. Vides præterea semiditonum in sexquiquinta constare:adeò

Diapason	2	1
Bis diapason	4	1
Diapason diapente	3	1
Tris diapason	4	1
Bis diapason diapente	6	1
Hæmiolia	3	2
Hæmitritæa	4	3
Ditonus	5	4
Semiditonus	6	5
Sexta minor	8	5
Sexta maior	5	3
Bis diapason ditonus	5	1

vt à senario infra nihil inutile reddatur. Diatessaron autem cum primum diuidi potest, si secus diuidatur quam in ditonum & semitoniũ aut semiditonũ & tonũ scilicet in duo tantum interualla, non cõmodius quã inter octo & septẽ & sex diuidi potest. Cum ergo octo ad septem dissona sit, quippe nimis remota est hæc proportio à sensu humano: quamobrẽ ex regula data, neque proportio septem ad sex. Sed dubitabis meritò, quia cum diatessaron diuidatur bifariam, in ditonum & semitonium, ac rursus in semiditonum & tonum, quarum altera consonans est, reliqua non Videtur ergo infirmari regula illa quia consonantia diuisa si vna pars consonet, alia non possit esse dissonans, nam constat tonium & semitonium tam per se quàm in compositione dissonare: & non parum sed acerbè. Verum respondeo diatessaron, vt dixi, numerati inter ambiguas coniugationes, quatenus enim per se est, dissonans est: atque sic in consonantem & dissonantem diuidi potest: quatenus autem pars est diapasons consonans in acutis:quanquam etiam adiecta ditono aut semiditono suprà efficiat sextam maiorem aut minorem parum benè sonantes. At quintupla proportio vt ab initio propositum est, constat bis diapason, sexquiquarta, vt planè manifestum est: sexquiquarta autem ditonus: bis diapason autem quindecim vocibus. Omnes igitur decem, & septem voces, quæ sexdecim interuallis distinguuntur, consonantes sunt: & ex genere ditoni, & sexquiquartæ, sed paulo minus benè sonant quam ditonus. ipse. Igitur quintuplam multiplicem ad sexquiquartam reduximus. Verum vt ostensum est & decima septima, quam bis diapason constat, & semiditono benè sonat, hæc autem inter nonaginta sex & viginti: quadrupla igitur est & super quadripartiens quintas. Diapason quoquè cum sexta maiore & minore eandem habent rationem quam 16. ad 5. & 10. ad 3. triplam vtranque, sed altera sexquiquinta, altera sexquitertia: bis diapason verò cum eisdem vt viginti ad tria, & 32. ad quinquè sexcupla vtraque: sed altera superbipartiens tertias, alteraquintas. Manifestũ est igitur hanc diuisionem non solum concinnam magis esse & suauem sed omnem tonorum & semitoniorum necessitatem effugere. Quòd verò in causa fuit vt toni & semitonia in vsu essent, id est, quoniam in discendo necesse est eandem seruari rationem incrementorum, neque arithmeticam sed geometricam. Ideò ascensus per tonos & semitonia commodus fuit, nam duplicem solum differentiam pueri vsu assequi coguntur At verò poterat & per sexquisextam diuidi diatessaron, vt inter triginta sex & quadraginta nouem interpositis 42. verùm triplex sequebatur inconueniens: primum vt diatessaron ad amussim non seruaretur, sed incidebat in cacophoniam, addita quadragesima octaua parte deficiente autem in duabus sexquiseptimis numeris seu proportione sexquitertia: vt inter 49. & 64. loco 48. & 64. velut etiam inter 48. ad 36. addita igitur monade in termino medio vtrinque fit dissonantia. Secundum inconueniens, est quia sic diuidente non seruabatur ratio sexquiquartæ & sexquiquintæ seu ditoni & semiditoni, quæ voces benè sonant. Tertium inconueniens erat, quòd hæc ratio diuidendi diapentes minimè satisfaciebat, velut inter 324. & 216. Interponere enim necesse erat 252. & 294. vnde incongrua rursus erat diuisio. His tot causis cum proportione maiores non satisfacerent vt sexquiquinta quæ diatessarõ nullo modo æqualiter diuidere potest, & in diapente deficit sexquiuigesima quarta, vt inter 25. & 36. coacti sunt cum nec sexquisexta nec sexquiseptima idoneæ essent ad sexquioctauam confugere.

Est & alia diuisio toni in semitoniam, quæ est varia ponendo tonum inter 18. & 16 media vox est 17. semitonum maius inter 17. & 16. sed minus inter 18. & 17. quorum differentia est $\frac{1}{288}$. Hic subit admiratio quomodo semitonium minus aptetur tam gratè in symphoniis maius autem nequaquam. Ptolemæus hoc negaret, quia

sexquiquinta

sexquiquinta seu semiditonus constat tono integro, qui est inter 90 & 80. & semitonio plusquam maiore quod est inter 96. & 90. & est sexquiquinta decima, quam maior est tono maiore $\frac{1}{255}$. Propterea dicemus causam esse quæ posito semiditono inter 81. & 96. id est, 27. & 32. sublato tono, id est, 234 & 216 remanebit 13. differentia 256. ad 243, seu qualis est 96 ad 91. & $\frac{1}{8}$. quæ est vt 768. ad 729. & redit ad idem, scilicet, vt 256. ad 243. 13. autem est paulo plus decimanona, ergo multo minus semitonio minore, secundum mentem ergo Ptolemæi, posito tono inter 135. & 120. & semitonio maiore inter 128. & 120 remanebit semitonium minus fermè inter 19. & 18. id est, 133. & 126. quæ proportio differt à 135. & 138. Si quis autem bene animaduertat sexquioctuagesima illa adimitur ex tono & additur semitonio minori, & hæc est causa quòd semitonium maius Ptolemæi sit concinnum, quia additur tonis imperfectis. Dimidium autem semitonij minoris est inter 36. & 55. & vocatur comma: & est minus & maius. maius est inter 35. & 34. rursus comma minus diuiditur in duas dieses, minorem, quæ est inter 72 & 71. & maiorem, quæ est inter 71 & 70. & ideò manet difficultas quomodo intenta voce per diesim fiat melior consonantia? nam de remissione possemus dicere quod accipitur loco sexquioctuagesimæ: sed in sexquioctuagesima remittitur de tono secundum mentem Ptolemæi, in diesi intenditur semitonium minus, sicut ostendit experimentum, sed forsan conueniunt quia intentio semitonij minoris deducit semiditonum ad sexquiquintam: est enim differentia semitoni minoris intenti hoc modo ad semitonium minus, vt 136. ad 135. sed hoc est longè minus sexquioctuagesima, vnum sat est, hanc esse vltimam diuisionem toni in octo partes, & vt in diatonico toni dominantur, ita in chromatico semitonia in enarmonico diesse, sed dieses fugitando (vt ita dicam) ac aures vellicando, mirum in modum oblectans audientes: velut toni stando, vnde etiam nomen, semitonia medium modum obtinent.

Tertium genus proportionis (omitto modò diuisionem temporum binarij, ternarij, quinarij, qui vltimus est eorum quos sensus recipiat, nam septenarius propinquior est binarij diuisioni ob octonarium, & modos illos satis notos Doricum, Lydium & Phrygium, ac eiusmodi) est Ptolemæi: rursus qui cum videret despectam futuram musicæ contemplationem, conatus est illius aliquod singulare emolumentum ostendere, quemadmodum fecit & in libro de Prædictionibus, existimans ni illos composuisset veluti præmium ostendentes tanti laboris quantus necessarius videretur ad intellectum librorum Magnæ compositionis futurum esse, vt hi negligerentur, ergo & hoc in musicæ libris ostendere molitus est, scilicet, præclarum esse aliquem huius contemplationis finem, quod vtinam non fecisset, ne illud verè de eo dici posset.

———Non omnia possumus omnes.

Virum enim hunc supra omnem humani ingenij metam fuisse non negamus: sed hanc partem quam hic agit, adeò infeliciter tractat, vt malim credere totum illum tertium librum fuisse ab aliquo alio adiectum. Etenim quid turpius sapienti homini quam imitari vulgares illos? septem planetę, septem mundi miracula, septem artes liberales: quid enim similitudo numeri iuuare potest, aut quam afferre vtilitatem? nimis certè indignum est vti argumento à similitudine sumpto: tum maximè adeò leui. Sed quoniam constat omnia quæ in mundo sunt coniuncta esse, & necessitate vinciri, ideò cùm finis ipse verus sit, non tam debemus Ptolemæum damnare, quæ non probauerit, quàm laudare, quod veritatē sine ratione sit assecutus. Sæpe. n. ccidit huiusmodi viris adeò præstantibus vt veritas detegatur, quam cùm illi, vt mos est hominū rationibus adornare nitūtur, transgredientes metam muneris, in absurda & ineptias incidunt. Ergo id modò declarare aggrediar, supponens quod verum est, scilicet hanc musicam concinnitatem cum diuinis connexam esse, & ab illis originem ducere. Verùm dubium est, an soni propter numeros iucundi sint, an propter aliud; & si propter aliud, cur ergo numeri ad hoc sunt necessarij? & cur obseruare eos oportet ne ab illorum ordine disiungi possint? Hoc autem perfacilè intelligitur, & à nobis aliàs declaratum est, scilicet delectare nos, quæ percipiuntur quæque ratione facta videntur, quoniam in his naturæ vis relucet, & imago vniuersi, ergo delectant nos, quoniam naturæ ordine nos constamus. Illud difficilius longè quod tamen diligenti obseruatione dignum videtur, scilicet, quoniam pacta harmonia cum rebus cœlestibus aut humanis coniuncta sit. Forsan & illud ab re non esset intelligere, cur nullum animal præter hominem capax sit harmoniæ? an forsan quoniam solus homo ratione participet, & ob id solus gaudet ratione? ordinata autem ratione constant aut sola aut maximè, numerus autem quid aliud est quàm ordinis separatorū imago. Porrò hęc accipienda sunt ex quæhis sensibus deprehenduntur, qualia sunt quod animus mouetur & varios affectus induit iuxta harmoniæ diuersitatē lætitiæ, tristitiæ, impetus, remissionis, timoris, spei, iracundiæ, & commiserationis. Nos enim maximè octo affectus mouent musicæ modulationes. Secundum quid autem mouent? vel quia consonæ aut dissonæ, vel quia concitatæ aut tardæ, vel quod maius est quæ tendant in acutum ad alacritatem, vel in grauem desinant & remissum sonum commiserationem, & lachrymas, aut etiam ex modo tetrachordorum. Illud sanè non obscurum est, animam cum sono maximè esse coniunctam, nam neque odoribus vt odores sunt, neque saporibus, aut his quæ tanguntur licet plurimum delectent, aut etiam lædant, anima mouetur ad affectus, licet, vt dixi, magis homo delectetur, aut tristitia afficiatur quemadmodum ex sonorum

rum varia natura, quod etiam in morsis à Tarantula (araneæ genus est) deprehenditur. Quinimò nec à luce nec a coloribus aut pictura, nisi vt hæc ad memoriam reuocant ea, propter quæ ad hilaritatem aut tristitiam vel iram, vel commiserationem mouemur. Vnde quosdam reges ferunt iniurias acceptas iussisse depingi in aula ne possent obliuisci, at longè plures curarunt, vt potius eorũ facta egregia pingerentur continuata per memoriam voluptate, quam dum illa agerent, conceperant: nihilominus, neque color ipse, nec lux aut spectaculum vel imagines possunt adeò mouere animi affectus, vel sonus. Nam duo in vniuersum ex visu ad animi affectus mouendos habentur, tenebræ ad tristitiam & metum, pictura regionum amœnarum ad iucunditatem, sed iram quæ moueant picturæ alacritatemúe aut commiserationem, non habemus. Videtur ergo ob hæc sonus ipse magis animæ intimus quam vllum aliud sensile. Quod si odoratus est in appendicibus cerebri, visus in pupilla oculi, gustus in linguæ neruis, verisimile est magis intimum esse auditum, scilicet in cerebro ipso, atque ob id magis ab illo moueri animam. Neque enim in aëre concepto à concauitatibus auris, qui nostri pars non est: neque à tympano, cùm superflua fuisset cauitas interior omnis: neque enim inter pupillam & cerebrum pars vlla cernitur ad visum adiuuandum idonea: sed solus sufficit consensus pupillæ cũ cerebro; nam ad nos per spiritus defertur imago, non enim visus esset vnus, nec in vno tempore fieret, sed veluti è secundo speculo & decimo simul, & eodem tempore reflectitur imago, vt à primo ita sensus visus ex pupilla in cerebro & in corde & anima simul relucet. At ergo nõ potuit in tympano vel neruo densiore fieri auditus, sed in cerebro ipso, ob quod magis moueret affectus. Sed magis incorporeus est sonus, vt qui instrumentũ proprium non efficiat, nisi cum immoderatus fuerit, at omnis color, omnis lux oculum afficit, ac, vt ita dicam, tingit, neque successiones illas ob id adeò minutas oculus percipere potest vt auris, sed coinquinatur, vt ita dicam, priorum obiectorum reliquiis atque imaginibus. Vt in vniuersum constet puriorem esse auditus sensum etiam animæ nostræ propiorem quàm visum.

Quibus constitutis videndum est, quomodo sonus permutet affectus: hoc autem non quia animam, quæ immortalis est & immateriaria, sed quoniam aut corporis eam partem, quæ est animæ instrumentum: id est, spiritum, aut animæ principalem coniunctionem qua corpori annexa est. Vt enim corpus deserit aut impeditur à corporis commercio corpus immoritur: hoc præsentiens animus, fiunt illa duo præuia ad mortem timor & tristitia. Vt contra, lætitia non est nisi communicatio animæ corpori, & quatenus communicatur solum de vita cogitat, atque ob id quasi immortalis, qui lætatur obliuiscitur mortis. Ergo animæ retio illa erit, quæ vt cognoscit perfectè exhilaratur dulcedine vocum, & hoc fit in diapason. Vt verò imperfectè diapente, vt imperfectius diatessaron, at cum ex diatessaro & diapente perficitur diapason, accidit ei idem, quod quærenti gemmas in matrice dum inuenit: & ei qui ex tabulis arcam conficit, & puero cum adolescit, & generaliter ei qui ex imperfectis perfecta colligit: ex quintæ enim & quartæ sensu imperfectarum consonantiarum percipit perfectam diapason. Videamus ergo an aliquid sit simile in animæ facultatibus, nec dubium est quin ex sensibus exterioribus atque interioribus fiat intelligentia. Et sensus quidem exteriores sexquitertia constant: est enim illorum imperfecta cognitio: maior longè memoriæ vnius & rationis reliquarumque facultatum, ex quibus intelligentia oritur. Iam verò habemus exactam similitudinem facultatum animæ humanæ, quam cognoscit. Nunc vlterius procedamus & videamus, an sit aliqua etiam coniunctio inter illas, nam similitudo etsi sit vna originis causa, non tamen sola digna est vt à Philosopho numeretur inter causas ordinis & naturalis vinculi. Non est vt tetrachordorum genera ad partes animæ comparentur, cum sint voluntaria diuisione, non natura constituta. Sed si quis hoc velit, magis ad rationem proprietatis respiciat, suauitas in chromatico, subtilitas in Enarmonico, stabilitas in diatonico: Vt Enarmonicum ad mentem verè referri possit, chromaticum ad sensus: diatonicum ad vitam, naturalemque facultatem. Sed, vt dixi, iam propius accedamus, concitatior sonus, vt Doricus ad alacritatem pertinet, ad pugnam, ad vim animæ irascibilis: Phrygius ad voluptatem, Lydius ad intelligentiam remissione corporeorum affectuũ. Sed non quærere decet aut laborare, vt malè inuenta aut distributa aptemus ordini naturæ, sed vt res rebus. Diximus quatuor esse differentias nobiliorum affectuum animi, scilicet, timoris, spei, iracundiæ seu sæuitiæ commiserationis, lætitiæ, tristitiæ, impetus ac remissionis. Et videtur musica nec hoc æqualiter monere, sed primum videamus an hi soli affectus sint maximi, quippe deesse videntur amor atque odium. Et mihi dubium non est quin hi potentissimi sint omnium præter metum. Sed metus cum causa, affectus propriè non est, sed potius scientia quædam. Proprium enim perturbationum est excedere rationem: at metus mortis propriæ aut de filio, non est à ratione alienus, nec excedit metas, modò inanis non sit aut falsus, ob hoc metum excludemus ab hoc negotio: tum maximè ob id quod nulla musica est quæ metum excitet cùm ea, non opus sit in eo, qui sit cum ratione coniunctus. Indicio est quod potius illum excudit abrupta musica, sicut & omnia alia quæ perturbant rationem, veluti solanum & madrangora atque cicuta. Amorem igitur & odium non excitat musica, quia amor & odium alicuius sunt amor & odium, musica autem generales solum mouet animi affectus. Et commiseratio, licet sit Didonis aut Phillidis, tamen est generaliter miserentis, Quæramus ergo rursus qui sint affectus generales

neralès

nerales animi Et sanè videntur esse lætitia atque tristitia : impetus & remissio : sæuitia ac misericordia & audacia. Sunt tria fermè coniuncta simul impetus & sæuitia atque audacia , quoniam cum motu perturbato animi sunt eiecta ratione. Ob id vnumquodque horum ab iracundia deriuantur. Quapropter & ita rationem expellit aut suppeditat, at ratio perturbatur, aut ab immodicis sonis , aut incomptis & magnas mutationes habentibus atque asperis. Hæc autem , vt ita dicam , nulla est musica. Sed neque musica vlla tristitiam gignit cum vt dixi, tristitia nil aliud sit quā mortis imago , musica autem vitam fouet. Vnde non immeritò fertur Xenophilus musicus centum quinque annis sine aliquo incommodo vixisse , quod singulare esse exemplum in humana vita refert Plinius. Relinquitur igitur tandem , vt musica maximè moueat tres affectus lætitiam , remissionem & misericordiam. Et quod ex his postmodum ad labores insurgamus intentius, hoc non est ex musicæ vi aut facultate, sed consequentibus ad illa alia causis. Neque ergo horum causas ex diuisionibus atque distributionibus voluntariis musicæ considerare oportet, sed ex ipsa rerum natura atque essentia. Veluti intentionis & remissionis , asperitatis atque suauitatis celeritatis ac tarditatis , consonantium aut dissonantium vocum atque mutationis: hæ enim differentiæ præcipuæ sunt vocum , vel etiam

In lib de Audibilibus. teste Aristotele. Verum non obscurum est: quemadmodum remissiones fiant animi affectuum , cum remittuntur voces aut intendantur ad earum intentionem. Sed non est æqualis ratio , qoniam natura nostra ad remissionem naturaliter inclinata est, ad intentionem non ita , sed per vim quandam aut medio voluptatis, aut cum anima purior est à corporis impedimentis. Et ob id ad studia nil aptius est pura sobrietate : nihil ineptius crapula atque temulantia. At lætitiæ causæ sunt . & concordia vocum , & mutatio ex aspera in suauem non secus ac eius qui euadit è paupertate vel è molestia aliqua aut dolore aut alio incommodo, tum intensio vocum ac liber sonus. Vnde in lætitia solent homines exclamare. At ad commiserationem mouendam omnia remitti oportet ex magna in parua , adeoque deficientem ex aspera in leuem , ex veloci in tardam , ex dissona in consonantem. Antiqui ergo (vt author est Cælius Rhodigi-

Lib.9.cap.3. nius) Dorico ad temperantiam & moderationem vtebantur , scilicet quòd non haberet præcipites lapsus, neque arduas intentiones : Phrygio ad impetum & bellicum ardorem , scilicet per asperas intentiones: Lydio ad fletus & lamentationes per casus & remissiones longas ac suaues : ideo funeribus peculiaris : Mixolydio ad commiserationem , vt defectiones interponantur & breues abruptæque remissiones , iuuantque in hoc plurimum & sensus verborum , familiaris hic tragædiis: Æolicus qui & Ionicus tranquillitatis animi author est somnumque conciliat: Dorico non absimili sed suauior & mollior : ideò chromatici generis.

Quæ verò ad cœli motus referuntur , diapason quidem refertur ad motum diurnum, nam maximo constat , & exactissimo interteruallo , vnusque est in omnibus & iucundissimus & omnia continet, velut & diuturnus motus. Propriis autem tam erraticis quàm fixis, qui etiā æqualitati propinquior est , & ad maiorem distantiam scilicet declinationis signiferi ab æquinoctij circulo ad diapente refertur. Rursus diatesseron quòd minimo constat interuallo ac maximè inæquali, & per se quidem quasi non necessario ad motum in latitudinem refertur , is enim exiguus est & inæqualis. Ex horum itaque duorum compositione quemadmodum & ex diatessaro & diapente conformatur diapason, pulchra construitur exortus & occasus syderum ratio, quæ primo motu constat.

Porrò de participatione diapente, quam non solum vsurpamus in instrumentis fistularum organis dictis : sed etiam in fidibus monachordorū seu clauichordorū (ita enim nunc vocantur instrumēta quibus caruerunt antiqui) non alia est ratio, quàm quæ dicta est constituendarū consonantiarū in ditonis & semiditonis sextaque vtraque. Vt enim quatuor consonantiæ suauiores efficerentur, necesse fuit vnam, scilicet diapentem variari. Exempli gratia , sint fides expositæ octo, & vt constituatur proportio h ad c , vt 128. ad 80. id est vt 8 ad 5. c facta est remissior octogesima, quare cum 81. diapēte habeat ad 121. cum dimidio , erit ad 80. maior $1\frac{1}{2}$. id est octuagesima parte 120. quare intentior diapente. At in diapaso omnia ad idem redeunt : horum etiam causa semitonia nigra illa addita sunt. Sed hæc tractatio proprium locum exigeret, secus esset nimis curiosi illa huc traducere, quemadmodum, & vt vellemus Philosophiam naturalem, moralem, & mathematicam ad musicam traducere proportionem. Melius sanè fuisset subtilioribus rationibus hanc mensuris motuum astrorum prout conueniunt (quantum fieri potuit) aptasse.

a	vt
b	re
c	mi
d	fa
e	sol
f	re
g	mi
h	fa

Propositio centesima sexagesima septima.

Proportionem musicam ad sapores & odores coaptare.

Melius fecisset Ptolemæus , si hanc proportionem ad sapores & odores & picturas, quemadmodum inuenimus nos, applicasset, vel vt Vitruuius ad machinas, poterat enim hoc scire, cum Vitruuius plusquam centum quinquaginta annis Ptolemeum antecesserit Et quanquā Latine scripserit, non tam turpè erat latina legisse, aut conuersa ab alio quopiā intellexisse, quā nesciuisse necessaria pulchraque inuenta aliorum clarorū virorū, & quod deterius erat, rerum memorabiliū loco fabulas subtexuisse. Ergo vt ad rem veniam: musica proportio bifariam inuenitur in saporibus: simpliciter, & ex comparatione, & simpliciter quidē summa suauitatis ad diapason refertur: est enim suauissimus concensus in

in saporibus, ergo dulce ei respondet, vt simplex, quid enim suauius esse potest in vtroque genere. At pinguis, qualis in carnibus & ouis benè præparatis, ad diapente refertur, est enim & ipse suauissimus post dulce, atque in suo genere perfectus, diatessaron verò optimè salso conuenit. Hic enim per se improbus est & insuauis, sicut etiam sapor salsus est, diatessaron autem cum diapente perficit diapason, & cum diapaso inutile est, & discordat, ita sapor salsus cum pingui, summam delectationem affert: cum dulci adeò parum congruit, vt melius societur cum amaro, velut in oliuis benè salsis. Ergo salsus sapor cum diatessaro ad vnguem congruit rursus semiditonus cum insipido, & astringens cum ditono conueniūt ad vnguem, nam vterque non illepidus, & cum dulci conuenit, ita semiditonus & ditonus cū diapaso conso conueniunt, vterque etiā horū saporum parum mouet sensum, & inter se sunt quasi similes quod ditono accidit & semiditono, sed & neuter horum cum pingui conuenit, neque ditonus aut semiditonus cum diapente congruit, discordat enim hæc compositio non parum. Rursus & in hoc similes sunt quod diatessaron cum ditono & semiditono plurimum conuenit, ita & insipidum, & astringens cum salso bellè cōueniunt. Diatessaron enim cum ditono sextā efficit maiorē, & cū semiditono minorē quę vtrique consonant, non tamen plus suaues per se sunt, quòd dulci & pingui careant, vt nec sexta maior aut minor, quod neque diapason perficiāt neque diapente: Acris autem sapor sexta maiori similis est, acidus minori: mutuo conueniunt cum insipido acris, & cum astringente acidus, quemadmodum & sexta maior cum semiditono, & minor cum ditono copulatur perficientes diapason: sed minus suauē, quia abest diapente ibi, quia abest pingue: austerū verò cum acri moderato conuenit, propterea bene vterque cum insipido iungitur, vnde illud Epigrammatici:

Vt sapiant fatuæ fabrorum pandia betæ.
O quam sæpe petet vina piperque coquus.

Piper enim acre est, & vinum austerum est. Et iusta querela Ciceronis in Epistolis familiaribus, qui à maluis fatetur se victum, vt deciderit in lienteriam: conueniunt ambo hi sapores cum dulci & pingui, velut & vtraque sexta maior & maior cum diapason & diapente, at neuter cum salso nam neque diatessaron cum sexta maiore vel minore iungi potest. Amarus autem sapor tono persimilis est dissonus enim per se est semper, & amarus per se odiosus tonus origo est omnium consonantiarum, ita omnes fructus, seu dulces seu astringentes, seu acidi, seu acres prius amari sunt: tonus præterea nulla cum consonātia peius coit quàm cum diapaso, ita neque amarus sapor infelicius iungitur quàm cum dulci, amarus quoque sapor cum nullo magis conuenit quam cum salso, ita tonus additus diatessaro, perficit diapente dulcissimam consonantiam, vt multi oliuas benè salsas prætulerint fasianis: tantum conuenit salso cum amaro, amarus, quoque sapor leuis non abhorret à pingui, deteriorem tamen aliquanto efficit, vt intortis ex absynthio ouis & caseo, atque in viribus in quibus coma absynthij incocta fuit parum, degenerat tamen sapor ille à pingui: ita tono addito ad diapente fit sexta maior, non adeò suauis vt diapente, attamē non prorsus insuauis. Similiter si tonus addatur ad semiditonum aut ad ditonum ex altero fit diatessaron, qui non concordat ex reliquo tritonus omnium asperrimus. Ergo cum idem fiat coniuncto amaro cum insipido, ac deterius cum astringente, velut in acerbis glandibus, quibus nihil tristius gustari potest. Manifestum est igitur optimè conuenire hanc saporum diuisionem cum musica proportione.

Cumque sapores ex septem planetis pendent manifestè, Saturnus enim habet astringens, quoniam frigidus est & siccus. Iupiter pingue cōtraria ratione, & quoniam hic suauis est, ille tristis, acre & austerū conueniunt soli, apparetque in eis vis maxima ad spiritum vitalem confirmandū, viresque omnes adauget, velut & Sol. Venus habet dulce: demonstratione hoc non indiget. Mars salsum & cum peruersè dispositus est, amarum. Luna insipidum. Mercurius acidum, etenim frigida est & humida Luna, & Mercurius tenuitatē quandam habet cum temperamento moderato, cuiusmodi fermè est acidus sapor, quanquam ad frigiditatem declinet, parum enim habet virium Mercurius quod minima sit stellarum, vt suprà docuimus. Huiusmodi ergo ratione considerata Luna ad semiditonum pertinebit Mercurius ad sextam minorem, Sol ad sextam maiorem, Mars ad retrachordum. Saturnus ad ditonum, Iupiter ad diapente, Venus ad diapason, vnde plena illius dona vulgaris felicitatis opum honoris amoris & voluptatis, post quem est Iupiter, vt sine his duobus omnino nulla possit esse felicitas.

Sed & in circulo signiferi aliquam musica proportio habebit rationem: diapason enim erit & totius ad dimidium, & bessis ad trientem, & dimidij ad quadrantem, & trientis ad sextantem, diapente autem totius circuli ad bessem, & dodrantis ad dimidium, & dimidij ad trientem, & quadrantis ad sextantem, diatessaron autem totius circuli ad dodrantem, & bessis ad dimidū, & trientis ad quadrantem: itaque in hoc solo cum Ptolemæo concordamus, in reliquis duobus nescio qua ratione Ptolemæus omiserit vnam coniugationem, nam cum essent quatuor in diapason & diapente, tres tantum numerauit. Reliquas autem quatuor per integra signa numerare licebit, ad rationem, tamen aspectuum deducere non possumus, propterea efficaciam quandam habent etiam signorum mutationes, sed harmoniam non perficiunt, nam & si sumamus sexquiquartā & sexquiquintam, vt in his sexquialteram, seu diapente constituamus, aut tria aut sex signa accipere oportebit: vtrunque fuerit, reliqua pars ad diatessaron pertinere minimè potest: quamobrem conuenientius esset meo iudicio, vt totus circulus non ad diapason, velut Ptolemæus, referretur sed potius ad diapason diapente: ita enim constitutis quatuor, quinque, sex, duodecimque numeris, constaret tota

tota ratio harmonica, diuiso etiam diapente ditonum & semiditonum, sed de hoc satis.

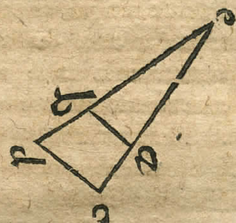
Reuertamur ad sapores, in quibus diximus aliam esse rationem musicam iuxta compositionem: cum enim inter sapores qui quouismodo conueniunt, dupla fuerit optimi saporis proportio ad deteriorem, medius verò ad deteriorem sexquitertia, optimus ad medium sexquialtero, sapor ille optimus erit. Et primum quidem id in pingui tanquàm medio dulcique & salso experiamur, similiter in salso, acri, atque insipido. Manifestum est enim quod horum optimus est insipidus, quia per se ferri potest, salsus autem medius, acris deterrimus, superabit ergo insipidus salsum sexquialtera, aerem dupla proportione, salsus acrem sexquitertia. Rursus dulcem copulemus cum acri, & cum insipido aut cum acido, & insipido præstabit, vt dulcis dupla, aut quadrupla, aut octupla proportione insipidum superet, id est, per diapason, vel bis diapason, aut ter diapason: acidum verò insipidum sexquitertia superabit. Alia rursus ratio in coniunctionibus saporum ad sensum vniuscuiusque referenda est, in quo enim est summa voluptas comparatione ad illum, hic statuemus diapason, optimumque constituemus saporem, dimidium illius quod ad vires attinet ex minus iucundo sexquitertium, ad illum minus iucundũ ex medio. Exempli gratia, proponamus vt alicui austera maximè iucunda sint (nam salsa nemini, quòd nullum animal præter hominem, imò ne plantæ quidem nisi admodum paucæ, & sui generis salso alantur, iucunda esse possunt: cum salsum amari pars sit, eoque deterius quod acutum sit salsum, vnde in sale nullum animal nascitur: in absynthio, quanquàm valde amaro, exiguum muscarum genus, nigrum tota æstate oritur, & in ruta vermiculi) is ergo austeri, quantum satis erit sumet, dulcis tanquàm medij, gratia exempli (nam optima ad extremum oppositum vix transire queunt (bessem accipito huius, gratia exempli, tanquàm deterrimi astringentis dodrantem, vt sit dulcis ad astringentem dupla proportio. Sic ergo constituetur iuxta naturam propriam musica proportione sapor iucundissimus.

Idem quoque in odoribus & eadem ratione, sed ex saporibus hoc eum intellectum sit, frustra fuerit consumere tempus, eadem enim in omnibus ad sciendum proportionem intelligenda erunt.

Propositio centesima sexagesima octaua.

Picturarum proportiones explicare.

Est pictura imago rei corporeæ quanquàm, & per illam, & actiones, & cogitationes, sed non nisi vt per corpora significantur: vt ergo corpora ipsa referamus, coloribus opus est, nam corpora, colorata sunt, secundò ipsa rerum natura scientiaque illarum, vnde pictorem multiscium esse necesse est, tertium est, vt minimas earum differentias explicare norit, quartum, vt affectiones, velut in iracu ruborem, ciliorum contractionem, tumorem faciei ambulante inclinationem quandam, flexionem cruris atque similia, quintum est lux coloribus exhibenda, sed de horũ nullo propositum est hic loqui, quandoquidem hæc vsu magis & consideratione, quàm ratione constent proportioneue, nec sint adeò admiranda vt neque simplex magnitudo quam sexto loco reponere possumus. Tria ergo videntur esse præcipua quorum nunc ratio habenda esset, vt sint in totum nouem, sed vnum ex his relinquemus, tum quia alienum ab hac consideratione, tum quia alibi pertractatum atque etiam ab aliis, neque adeò admiratione dignum scilicet magnitudo picturarum respondens magnitudini corporum iuxta situs differentiam, nam quæ altiores sunt paulo latiores atque in superiori magis parte quam in inferiore, multò autẽ longiores esse oportet, sic & quæ à latere erunt eadẽ ratione iuxta aspectus ingredientium rationem. Verum hoc vt dixi omittamus, & de duplici miraculo in pictura loquamur, scilicet distantia magna quam in parua tabella referimus, & corporeitate quã in plano repræsentamus. Horum autem duorum aliqua communia sunt aliqua propria. Dicemus ergo primum de corpore ita pingendo, vt palàm extra tabulam prominere videatur. Hoc autem primum ex forma sumitur, nam si corpus in plano sit necesse est, vt partes illius quædam prorsus abscondantur, partes aliæ non prorsus, aliæ prorsus sint in conspicuo Ergo picturam talem fingere oportebit, quæ partes singulas pro ratione ostendat aut occultet. Secunda ratio est quod ima corporis obscura sunt, summæ partes lucidæ & claræ ac lumine quasi dealbatæ: media, media, quadam ratione vt in columnis, tantumque potest hæc ratio, vt vel sola picturas fallere nos faciat corpora eas esse putantes. Oportet autem imum esse ad vnguem simile in colore colori anguli loci & summũ parti quæ se oculis maximè subiectam præbet & claram: media verò qualia ex vmbris obscurari solent. Tertia ratio est pro modo partiũ iuxta obliquitatem aspectus: nam inspicienti a b



in c d ex e oculo: depingemus in c d iuxta obliquitatem suam, quia cum c d videatur per lineas e a c & e b d, & eleuatum in situ a b, necesse est vt videatur in situ a b, ergo eleuatum à c d. Est alia consideratio proportionis ad proxima remotaque, gratia exempli, si homo esset post columnam a b, lateret eius pars, quæ est propinquior parieti c d, ergo si depinxerimus hominis partem tantum dextram, reliquum sub vmbra,

bra cogitur oculus iudicare columnam eleuatam a pariete. Demum omnia hæc ita sunt subiicienda oculis,& per minimas differentias & animaduersiones ita diiudicanda, atque experimento subiicienda, tum proprio, tum aliorum non artis inexpertium, vt res prorsus absoluta videatur, atque in hoc multum refert multiplices partes secundum longitudinem c oloribus distinguere ad hoc aptis, qui sunt obscurus, subobscurus, cinereus, qualis silicis candidus sine luce, demum etiam aliquid nigri adiiciendum, nam diuisio secundum longitudinem multum impedit, hanc repræsentationem iuuant, & extrema benè coaptata, velut scapi imi, & capitula & supremi, tum trabeationes ex materia coronæ, zofoni, tœnia, epistylia, plinthi, echini, hypotrachelia, astagali, apophyges. Quæ etiam in parte inferiore cum spira seu basi & limbo & toro & plintho inferiore, & stylobata, & alia tœnia summa diligentia, & cum eleuatione ac magnitudine vltra columnæ limites extendantur. Sic in stylobata ratio diapente constat, cui solet addi vtrinque sexta pars pro coronice, manifestum est autem, quod in ea constat musica ratio diapason ex diapente & diatessaro, compositi nam duæ sextæ partes, altera vtrinque adiecta tertiam conficiunt vt sit diatessaron suprà diapente. In regionibus autem & spatiis depingendis eadem fermè seruanda sunt duobus tamen adiectis, quorum vnum est vt longinquissima pars, non per nigrum aut obscurum, sed cæruleum colorem, qualis in cœlo determinanda est (nisi nox fingatur) nam cœlum longissimè à nobis distat, ita nubes coloribus propriis, & montes cum niuibus, & spatia velut fluminis alueus, mare, locus, atque hæc omnia per colores distantiæ finguntur, velut fluminis pars propior clara & lympida, & colore aqueo cernitur remota obscura, quæ maximè procul abest nigra Sed maxima est confirmatio in comparationibus: vt si arbores propè magnæ sint, & homines & animalia, in remotiore autem parte minimi, ac quasi puncti magnitudinem referentes, atque vt in his musica non geometrica aut arithmetica proportio seruetur. Equidem si quis iudicio hæc consequatur, ac diligentia quæ scribi non possunt, sed contemplatione habentur, sensu quoque quem experimentum docet, nec ipsum mandare literis, licet ex rationibus tamen, quas hic docemus intelliget parum differre repræsentationem à re ipsa corporea. Sed de his hactenus, quæ si diligentius quis persequi velit sine artis experientia, plus adimet perfectioni rei, quam adiiciet. Hoc enim aliàs declarauimus.

Propositio centesima sexagesima nona.

Propottionem musicam in instrumentis declarare iuxta compositionis rationem.

Com. Tria sunt instrumentorum genera, in quibus maximè relucet ratio compositionis musicæ quæ à nobis nunc sunt demonstranda, scilicet machinæ bellicæ, vt catapultæ & balistæ & scorpiones, & hydraulica instrumenta ad modulationes parata, quæ antiquo tempore maximè in vsu fuerunt nunc desita, de quibus Vitruuius agit in decimo libro. Tertium est æneorum instrumentorum, quorum etiam vsus desiit in scœnicis theatris, ad intendendam vocem cum modulatione, vt etiam clamor audientium & vulgi cum voluptate excipiatur, de quo idem in quinto libro egit. Sed nil melius quàm verba ipsius explicare de hoc tractantis, sunt autem hæc. Musicen autem sciat oportet, vti canonicam rationem & mathematicam notam habeat: præterea balistarum, catapultarum, scorpionum, temperaturas possit rectè facere. In capitulis enim dextra ac sinistra sunt foramina homotonorum, per quæ tenduntur ergatis aut suculis & vectibus è neruo torti funes, qui non præcluduntur, nec præligantur nisi sonitus ad artificis aures certos & æquales fecerint. Brachia enim quæ in eas tentiones includuntur cum extenduntur æqualiter & parte vtraque plagam emittere debent. Quod si non homotona fuerint, impedient directam telorum missionem. Item theatris vasa ærea, quæ in cellis sub gradibus mathematica ratione collocantur, & sonitum discrimina, quæ Græci χεῖα vocant, ad symphonias musicas siue concentus componuntur, diuisa in circinatione diatessaron & diapente & diapason, vti vox scœnici sonitus conueniens in dispositionibus: tactu cum ostenderit aucta cum incremento clarior & suauior ad spectatorum perueniant aures. Hydraulicas quoque machinas & cætera quæ sunt similia his organis sine musicis rationibus efficere nemo poterit. Capiamus ergo primum illud quod est manifestius, scilicet de hydraulicis organis quorum meminit Suetonius in Nerone: Reliquam diei partem per organa hydraulica noui & ignoti generis circunduxit, ostendensque singula de ratione ac difficultate cuiusque disserens iam se prolaturum, vt constet illa fuisse magni opificij quæ nostra ætate desiere. Restat vnicum & valde leue exemplum auiculæ æneæ vel ligneæ resonantis. Certum est aere effici sonum, sed ita misceri aquæ, vt dulcior & mollior non solum euadat, sed etiam acutior ac modulatior. Eadem autem ratio maris: sed cum aquæ corpus moueatur, videtur difficile seruare proportionem, ea prima difficultas, secunda est, quòd cùm aqua moueatur, vix fieri posse videtur vt totum seruet vocis integrum tenorem, tertia ob illius consumptionem. Propterea mihi mirum est si Nexo de his subtiliter disputauit, mirum fuit quod in tanta animi perturbatione nisi ad amentiam, vt illi putant, referatur. Sed quid iam amplius vagor, extat compendiosa ratio constructionis illius apud eundem Vitruuium vbi Philander ex Atheneo sonus hydradis suauis admodum atque iucundus auditu est: ita vt omnes concinnitate capti conuerterent, fuitque Alexandrinæ vrbis inuentum authore Ctesibio tonsore, est autem magnæ Clepsydræ instru

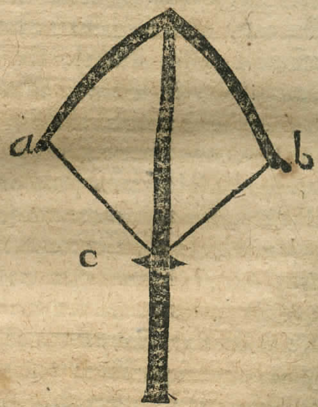
Cap. 15. ad 18. & in cap 13. cap. 5.

Lib. 10 c. 18. Lib. 4. c. 24.

instrumentum non absimile, sunt enim fistulæ in aquam contortæ, quæ, cum aqua à iuuene quopiam percutitur, axinis per organum transeuntibus inflantur, periucundumque sonum emittunt. Est autem aræ rotundæ hoc instrumentum persimile inuentumque Ptolemæi secundi Euergitæ temporibus, de quo eundem Ctesibium scripsisse ferunt. Fiebant autem ex ære & basis eligno cum regulis dextra ac sinistra scalari regula compactis, aqua autem in ærea arca continebatur. Facilè autem est per hæc reliqua inuenire: nam epistomiis includebatur aer atque reserabatur, & modus erat per vectes: non tamen octo fistularum & exinde vocum numerum instrumentum id superabat organa nostra vt locupletiora ita asperiora. Liquet ergo si fabrilis omnis ars ad Architectum pertinet, illum etiam hac ratione oportere esse peritum musicæ.

Lib. 5. ca 5. De Vasis verò æneis theatri quod melius est quàm vt eundem authorem consulamus, dicentem vasa ærea pro ratione magnitudinis thatri ita fabricentur, vt cum tanguntur, sonitum facere possint inter se diatessaron diapent. ex ordine addit diapason, postea inter sedes theatri constitutis cellis ratione musica ibi collocentur, ita vti nullum parietem tangant circaque habeant locum vacuum & à summo capite spatium, ponantque inuersa & habeant in parte quæ spectat ad scenam suppositos cuneos ne minus alios semipede, contraque eas cellas relinquantur aperturæ inferiorum graduum cubilibus longæ pedes duos altæ semipedem. Et si non erit ampla magnitudine theatrum, media altitudinis transuersa regio designetur, & in ea tredecim cellæ duodecim æqualibus interuallis distantes cõfornicitéur vti ea echea quæ supra scripta sunt, ad neten hyperboleon sonantia in cellis quæ sunt in cornibus extremis vtraque parte prima collocentur, secunda ab extremis diatessaron ad netem diezeugmenon, diatessaron ad neten parameson, quarta ad neten synemmenõ, quinta diatessarõ ad mesen, sexta diatessaron ad hypaten mesen in medio vnum diatessaron ad hypaten hypaton. Quæ sequuntur & ad intelligentiam prædictorum melius ex Guillelmo Philandro emendatas sic transcribemus: Eas regiones in tredecim cellas diuidit æqualibus interuallis: id est, cellas partibus vicissim intersticiis dispositas distribuit sex hinc atque hinc & vnam mediam, quæ tamen non vsus, sed partitionis & responsus causa fit in media præcinctione. In ima præcinctione ponuntur vasa quæ habent harmoniæ rationem, hoc modo. In cornuum cellis collocantur quæ sonitum habent netes hyperboleon. Subsequuntur vtrique quæ sunt ad neten diezeugmenon interuallo consonantia diatessaron In tertiis cellis sunt quæ ad neten paramesen, interuallo item diatessaron, quæ sunt in quartis tono solummodo distant & sunt netes synemenon. In quintis cellis sunt ad mensen interuallo diatessaron. In sextis cellis ad hypaten meson, itẽ diatessaron spatio. In media cella sunt ad hypaten hypaton interuallo diatessaron. In media præcinctione sunt vasa chromatos, collocantur autem in cornibus vasa quæ sunt ad paraneten hyperbolem. In secundis cellis ad paraneten diezeugmenon spatio diatessaron, in tertiis ad paranten hynemenon spatio diapente. In quartis ad lichanon meson interuallo diatessaron. In quintis ad lychanon hypaton, item diatessaron. In sextis ad paramesen quod spatium ad paraneten hyperboleon est diapente ad paraneten hynemenon diatessaron. In chromatis media cella nulla sunt vasa, quod à lichano hypaton ad proslambanomenon, aut ad aliam omnino decem & octo vocum nulla sit consonantia, sunt enim hæmitonia tantum duo & tonus. In tertia præcinctione collocantur vasa diatoni. Et in cornibus quidem ea quæ sunt ad paraneten hyperboleon. In secundis cellis ad paraneten diezeugmenon spatio diatessarõ. In tertiis ad paraneten hynemenon diapente. In quartis ad lichanon meson diatessaron. In quintis ad lichanon hypaton diatessaron. In sextis quæ ad proslambanomenon diatessaron spatio. In media quæ sunt ad mesen, quod ea ad proslambanomenon habet consonantiam diapason, & ad lychanon hypaton diapente. Hæc autem ex figura patent in opere de Subtilitate descripta.

Porrò quod ad machinas attinet. Sit catapulta, cuius rudens a b quam oportet tra- Lib. 1 c.



here, si emittere debeat lapidem, aut scorpio sagittam ad aliquod signum puta c, cum ergo sonus c a & c b hemetonus fuerit, non solum æqualiter pertractæ erunt c a & a c b, sed etiam æquales: nam si æquales essent, & inæqualiter tractæ aut inæquales & inæqualiter tractæ. sonum diuersum reddent euidenter. At si inæquales & æqualem sonum reddant, erit tamen vt fidis notæ quæ strepitum edit duplicem, & effigiem oculis multiplicem, vnde sagitta in partem aduersam dirigitur rudentis intentioris, , atque hæc ex Vitruuio eodem dum de his agit.

Propositio centesima septuagesima.

Coniugationes cuiusuis numeri breuiter inuenire.

Sint

Sint gratia exempli decem homines, & patet quod possent esse singuli, & hoc decem modis, quia sunt decem, vt Petrus & Ioannes: item, possunt esse omnes simul, & hoc vno modo tantum, & possunt esse duo, & hoc potest variari quadraginta quinque modis: & possunt esse octo, & manifestum est, quod totidem modis variantur, scilicet quadraginta quinque, nam cum erunt octo, duo qui relinquuntur, variari possunt 45. modis, ergo & illi octo ad vnguem totidem modis. Et similiter tres quot modis variantur tot modis septem, & quot modis quatuor tot sex: quinque autem quia sunt dimidium decem, pluribus modis variantur. Et ideò pro ordine huius detrahes vnum, vt sint vndecem viri dones decem, si decem pones nouem, & colliges naturalem seriem numerorum, vt infrà vides vno semper termino deficientes: & ex priore ordine, vbi videbis semper etiam duplicari numeros vt 3. 6. inde sub 6. 10. & 20. à latere, & sub 20. 35. & à latere 70.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
3	6	10	15	21	28	36	45	55		
4	10	20	35	56	84	120	165			
5	15	35	70	126	210	330				
6	21	56	126	252	462					
7	28	84	210	462						
8	36	120	330							
9	45	165								
10	55									
11										

duplum 35. & sub 70. 126. & à latere 252. & hoc pro cognitione quod rectè sic operatus. Secundò animaduertes sequentes ordines fieri ex recta linea priorum, velut sextus ordo est 7. 28. 84. 210. 462. ita incipiendo in primo ordine à 7. & tendendo ad dextram, inuenies illos eosdem numeros ad vnguem, & ita in septimo ordine 8. 36. 120. 330. à sinistra inuento 8. in primo ordine, & procedendo ad dextram, inuenies 36. 120. & 330. Tertium est quod numeri vltimi à medio sunt iidem, vt 462. & 462. 330. & 330. 165. & 165. 55. & 55. 11. & 11. Et seorsum, vt dixi, remanet 1. Oportet igitur colligere numeros angulares, vt à latere vides, & fit 2047. numerus coniugationum, tot enim modis possunt variari. Et si essent decem tantum, vt ab initio proposui, primus ordo finitur ad 10. secundus ad 45. tertius ad 120. quartus ad 210. quintus ad 252. sextus redit ad 210. septimus ad 120. octauus ad 45. nonus ad 10. decimus ad 1. Et ita colligeretur summa ex extremis numeris angularibus 1023. Et tot erunt coniugationes. Hic vides quia numerus 10. est par, & quod adempta monade, relinquitur 9. qui est impar quòd medius qui pertinet ad quintum ordinem est maximus, & est 252. & est coniugatio quinarij: hoc volui dixisse, vt intelligeres rationes colligendi singulos ordines seorsum. Quod ergo attinet ad collectionem maximi numeri, primus ordo seruit semper vltimo relinquendo monadem, & secundus penultimo, & tertius antepenultimo, & ita de aliis, nam si secundus variatur 55. modis, & penultimus variabitur 55. modis. Et si tertius variatur 165. modis, antepenultimus variatur 165. modis. Et ita de aliis.

11
55
165
330
462
462
330
165
55
11
1
2047

10
45
120
210
252
210
120
45
10
1
1023

Hæc autem ratio satisfacit multum, & est necessaria temperiebus corporis humani. Vt in secundo, De dentibus. Et etiam vt quælibet disciplina quàm breuissimè tradi possit, vt gratia exempli, medicina tota in vna pagina, dico medicina non solum Græcorum, sed etiam Arabum & Latinorum, & etiam longè plus: nam si tradatur vigintiquatuor regulis simplicibus, & ex illis fiant coniugationes 16777215. manifestum est quod erunt regulæ omnes hæ multo plures, quàm contineantur in omnibus libris Græcorum, & Arabum, & Latinorum, qui extant. Et tamen perspicuum est, vigintiquatuor regulas vna pagina commodissimè cōtineri Et hoc aliâs docui, quanquàm credam me errasse in supputatione, nam locum inuenire non potui. Vnum est id certum, quòd hæc ratio quàm nunc explicabo, est vera & demonstratiua, & facillima. Cor. 1.

Cum enim superior sit vera & demonstratiua, non est tamen facilis, & præcipuè in magnis numeris. Et ideò inueni hanc, quæ (vt dixi) facillima est: adde numero proposito monadem, inde conflari inuenias numerum à monade in eodem ordine, & ab eo detracta monade habes numerum coniugationum. Exemplum, si sint 10. adde 1 fit 11. Vndecimus ergo numerus in proportione dupla est 1024. detrahe 1. & relinquantur 1023. numerus coniugationum vt in priore supputatione. Item si sint 11. numeri adde 1. 12. duodecimus ergo numerus in proportione dupla est 2048. detrahe 1. relinquuntur 2047. coniugationes 11. vt prius in suprascripto exemplo. Et ita pro vigintiquatuor regulis adde 1. fit 25. vigesimus quintus igitur numerus in ordine duplæ proportionis à monade est 16777216. ergo detracta monade relinquitur numerus (vt dixi) regularum & coniugationum vigintiquatuor regularum, quæ tamen non sint contrariæ inuicem: nam tunc essent pauciores. Et quia in istis numeris duplicandis posses facile incidere in errorem, diuide vltimum per 16. & si nihil superest, rectè processit opus: sin autem aliquid supersit, aberrasti. Vt autē habeas numeros singulorum ordinum, in quauis multitudine, deducito numerū ordinis à primo, & diuide per numerum ordinis ipsius reliquū, & illud quod prouenit, ducito in numerum maximum præcedentis ordinis, & habebis numerum quæsitum. Velut si sint vndecim, volo scire breuiter numeros, qui fiunt ex variatione

1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
7	64
8	128
9	256
10	512
11	1024
12	2048
13	4096
14	8192

ratione trium. Primum deduco pro secundo ordine 1. ex 11. fit 10. diuido per 2. numerum ordinis, exit 5. duco in 11. fit 55. numerus secũdi ordinis. Inde detraho 2. qui est numerus differentiæ ordinis tertij à primo ex

15	16384.
16	32768.
17	65536.
18	131072.
19	262144.
20	524288.
21	1048576.
22	2097152.
23	4194304.
24	8388608.
25	16777216.

11. relinquitur 9. diuido 9, per 3. numerum ordinis exit 3. duco 3. in 55. numerum secundi fit 165. numerus tertij ordinis. Similiter volo numerum variationum quatuor, deduco 3. differentiam 4, à primo ordine ab 11. relinquitur 8. diuido 8. per 4. numerum ordinis, exit 2. duc 2. in 195. fit 330. numerus qarti ordinis. Similiter pro quinto detraho 4. differentiam à primo ordine, relinquitur 7. diuido per 5. numerum ordinis exit $\frac{2}{5}$. duco in 330. numerum præcedentis ordinis, fit 462. numerus quinti ordinis.

Cor. 2. Ex hoc colligitur manifestè modus conuertendi proportionem arithimeticam in proportionem mistam: dico mistam, quia oportet addere monadem in priore numero: deinde quia numerorum terminorum oportet sumere iuxta numerum assignatum, scilicet addita: monade demum, quia oportet detrahere monadem ipsam. Est tamen sumpta à proportione Geometrica vt liquet, scilicet continua dupla.

Propositio centesima septuagesima prima.

Propositis duobus quibus libet numeris, quotuis alios, seu in continuum, seu medios in continua proportione arithmetica, geometrica & musica inuenire.

Com. Hæc tota propositio pendet ex intellectu diffinitionis earum. Sint ergo propositi duo numeri 2. & 3. & velim tertium

Diff. 10. in continua proportione arithmetica, duplico quemuis, vt pote 3. fit 6. detraho 2. reliquum remanet 4. tertius numerus. Item volo quartum, duplico 4. fit 8. detraho 3. remanet 5. quartus numerus: item volo minorem 3. & 2. duplico 2. fit 4. detraho 3. remanet 1. si autem vellem minorem vno, non posset, quia esset nihil, sed crescendo potest extendi in infinum, ita capio 2. & ℞. 10. duplico ℞. 10. fit ℞ 40. detraho 2. remanet ℞ 40 m: 2. & ita si volo quartum numerum, duplico ℞ 40. m: 2. fit ℞ 160 m: 4. detrahe ℞. 10. ex ℞ 160. m: 4. remanet ℞ 90. m: 4. & ita 2. ℞ 10. ℞ 40. m: 2. & ℞. 90. m: 4. sunt in continua proportione arithmetica, & ita potest extendi in infinitum. Sed si vellem vnum, aut duos, aut tres terminos, vel quouis medio 5. arithmeticæ, diuido differentiam per 1. p: numero terminorum, & partes addo minori numero. Exemplum, volo tres numeros medios inter 2. & 7: in continua proportione arithmetica, detraho 2. à. 7, remanet 5. diuido 5. per 1. p: quam 3. id est per 4. exit $1\frac{1}{4}$. adde ergo $1\frac{1}{4}$. ad 2. fit $3.\frac{1}{4}$. primus terminus, cui adde iterum $2\frac{1}{4}$. fit $4\frac{1}{2}$. secundus terminus, cui adde iterum $1\frac{1}{4}$. fit $5\frac{3}{4}$. tertius numerus: fient ergo quinque termini, hoc modo in continua proportione arithmetica $2\,3\frac{1}{4}.4\frac{1}{2}.5\frac{3}{4}$ & 7. Rursus volo totidé, volo inter 2. & ℞ 32. detraho 2. ex ℞ 32. remanet m: 2. diuido per 4. qui est 1. p: numero ℞ 32. terminorum, exit ℞ 2. m: $\frac{1}{2}$. addo ergo ℞ 2. m: $\frac{1}{2}$. ad 2. fit $2\frac{1}{2}$. p: ℞ 2. primus terminus, cui iterum addo ℞ 2: m: $\frac{1}{2}$. fit ℞ 8. p: 1, secundus terminus, cui etiam addo ℞ 2. m: $\frac{1}{2}$. fit ℞ 18. m: $\frac{1}{2}$. & ita habes tres terminos medios in continua proportione arithmetica inter 2. & ℞ 32. & ita si velles quatuor terminos, diuideres differentiam per 5. & si velles quinque, diuideres per sex, & ita de aliis quibuscunque.

Pro Geometrica proponantur, gratia exempli, 2. & 4. si velim in continua proportione tertium, duco 4. in semet fit 16. diuido per 2. exit 8. & si velles quartum duc 8. in se fit 64. diuide per 4. exit 16. quartus terminus, & ita in infinitum, & si velles minorem 2. duc 2. in se fit 4. diuide 4. per 4. exit 1. tertius terminus, & ita si velles minorem, duc 1. in se fit 1. diuide per 2. exit $\frac{1}{2}$. quartus terminus, & ita habes quosuis terminos, & est similis arithmeticæ hæc operatio, sed in arithmetica duplicamus vnum terminum, & detrahimus alium: in geometrica multiplicamus vnum terminum ad productum, & diuidimus per alium. Et si velim terminum in continua proportione 2. & 10. duco eodem modo ℞. 10. in se fit 10, diuido per 2. fit 5. tertius terminus, velim quartum, duco 5. in se fit 25. diuido per ℞ 10. exit ℞ $62\frac{1}{2}$. quartus terminus.

Et si velles plures terminos medios in proportione geometrica, deducito maius extremum in se secundum denominationem inferiorem, id est, si volo duos terminos semel, & deinde in minorem, & ℞ cubica producti est secundus terminus, idem facio de minore in se inde in maiorem, & accipio ℞. cu. Exemplum, volo duos terminos inter 2. & 3. duco 3. in se fit 9. duco 2. in 9. fit 18. capio ℞. cu. 18. hic est vnus terminus, & ita duco 2. in se fit 4. duco in 3. fit 12. capio ℞ cu. 12. pro secundo termino. Et si volo tres terminos, duco 3. in 3. fit 9. duco 3. in 9. fit 27. duco 2. in 27. fit 54. & ℞. 54. est primus terminus Item duco 2. in 2. fit 4. duco 3. in 3. fit 9. duco 4. in 9. fit 36. & ℞ 36. id est, ℞. 36. est secundus terminus, similiter duco 2. ad suum cubum fit 8. duco 3. in 8. fit 24. & ℞ 24. est tertius terminus. Similiter volo quatuor terminos medios, duco 3. in 3. fit 9. duco 9. in 9. fit 81. duco 2. in 81. fit 162. & ℞. relata prima 162. est primus terminus, item duco 2. in 2. fit. 4. & 4. & 4. in 4. fit 16. & 3. in 16. fit 48. & ℞ relata prima 48. erit quartus terminus, item ducendo 3. ad cubum fit 27. & 2 ad quadratum,

dratum, & fit 4. & 4. in 27. fit 108. & ℞ relata prima 108. erit secundus terminus, & similiter ducendo 2. ad cubum fit 8. & 3. ad quadratum fit 9. & 9. in 8. fit 72. & ℞ relata prima 72. est tertius terminus. Habebis ergo terminos in continua proportione 2. id est, ℞ relata prima 32. ℞ relata prima 48. ℞ relata prima 72. ℞ relata prima 108. ℞ relata prima 172. & ℞ relata prima 243. quod est 3. & ita de aliis in infinitum.

At pro musica, si sint exhibiti duo numeri minores vtpotè 2. & 3. velim tertium terminum, diuido 2. per 1. differentiam exit 2. detraho 1. pro regula remanet 1. diuido 3. maiorem terminum per 1. exit 3. adde 3. ad 3. fit 6. maior terminus. Similiter capio 3. & 4. diuide 3. minorem terminum per 1. differentiã exit 3. detrahe 1. pro regula, relinquitur 2. diuide 4. terminum medium per 2 exit 2. adde ad 4. fit. 6. maior terminus. Stiphelius auté erat in sua regula, nam sic 12. 4. & 3. esset in cõtinua proportione musica ex sua regula. Dico ergo, quod si proponãtur 5 & 7. & velim musicam proportionem continuare, detraho 5 de 7. relinquitur 2. diuido 5. per 2. exit $2\frac{1}{2}$, detrahe 1. pro regula remanet $1\frac{1}{2}$. diuide 7. per $1\frac{1}{2}$. exit 4. & $\frac{2}{3}$. adde ad 7. fit $11\frac{2}{3}$. reduc ad integra multiplicando omnia per 3. habebis 35. 21. & 15. in continua proportione musica, nam 35. ad 15 est vt 7. ad 3. & 14. ad 6. est vt 7. ad 3. est autem 14. differentia 21. & 35. & 6. differentia 21. & 15. & ita posses continuare inueniendo quartum, quintum, sextum, in infinitum. Rursus sint propositi duo termini maiores, velut 6. & 4. detrahe 4. à 6. exit 2. diuide 6 per 2. exit 3. adde 1. pro regula fit 4. diuide 4. minorem terminum per 4. exit 1. detrahe 1. ex 4. relinquitur 3. minor terminus, & ita propositis 6. & 3. differentia est 3. diuide 6. per 3. differentiam exit 2. adde 1. pro regula fit 3. diuide 3. per 3. exit 1. detrahe ex 3. relinquitur 2. minor terminus, & ita potes inuenire quotuis. Gratia exempli habeo 3. & 2. maiores, capio 1. differentiam, per quam diuido 3. exit 3. addo 1. fit 4. diuido 4. minorem terminum per 4. exit $\frac{1}{2}$. detrahe $\frac{1}{2}$. ex 2. relinquuntur $1\frac{1}{2}$. erunt ergo 3 2. & $1\frac{1}{2}$. 1. 6. 4. 3. duplicando 2. vt prius in continua proportione musica quia ergo 6 3 2. sunt in continua proportione musica, & 3 2. & $1\frac{1}{2}$. sunt in continua proportione musica, erunt duplicando 3. 4. 6. 12. in continua proportione musica. Rursus sint propositi maior, & minor terminus, vt 6. & 2. diuides maiores per minorem exit 3. cui addes 1. fit 4. diuide 4 differentiam 6. a 2. per 4. iam inuentum exit 1. adde ad 2. fit 3. medius terminus, similiter inter 6. & 3. volo medium terminũ in proportione musica, detraho 3. à 6. relinquitur 3. similiter diuido 6. maiorem terminum per 3. minorem terminum, exit 2. addo 1. pro regula fit 3. diuido 3. differentiam iam seruatam per hoc 3. iam inuentũ exit 1. addo ad 3. minorem terminum fit 4. medius terminus, sic volo inter 4. & 6. medium terminum in continua proportione musica, diuido 6. per 4. exit $1\frac{1}{2}$. addo ei pro regula fit $2\frac{1}{2}$. diuide 2. differentiam 4. & 6. per $2\frac{1}{2}$. exit $\frac{4}{5}$. adde ad 4. fit $4\frac{4}{5}$. terminus medius, duc omnes in 5. habebis integros numeros 30. 24. & 20. & sunt pulcherrimæ regulæ, quia posses diuidere 24. & 20. interponendo medium id est capiendo 6. & 5. diuide 6. per 5. exit $1\frac{1}{5}$. adde 1. pro regula fit $2\frac{1}{5}$. diuide 1. differentiam per $2\frac{1}{5}$. exit $\frac{5}{11}$. adde ad 5. fient termini $5\frac{5}{11}$. & 6. reduc ad integra fient 55. 60. 66. & quia 30. 24. & 20. etiam erant in continua proportione, & 30. ad 20. erat sexquialter, ideò capiam sexquialterum ad 55. & est $82\frac{1}{2}$. erunt ergo $82\frac{1}{2}$. 66. 60. & 55. in continua proportione musica, ergo duplicando 165. 132. 120. & 110. erunt in continua proportione.

Adnotat Stiphelius, quod cum fuerint tres termini in continua proportione geometrica, & inter primum & tertium interpositus fuerit terminus in continua proportione arithmetica, quod ibi erit proportio musica, & dat exemplum de 12. 9. 8. & 6. sed ita est intelligendum, vt assumpta proportione arithmetica, vt potè 12. 9. & 6. inde vt est 9. ad 6. ita fiat 12. ad 8. tunc isti tres termini 12 8. & 6. erunt in continua proportione musica. Et hoc est pulchrum, si ita intelligatur, scilicet ex proportione Geometrica & Arithmetica constituere proportionem. musicam.

Ex hoc patet quod in proportione Arithmetica & musica semper, si duo termini fuerint numeri, tertius erit numerus, & in Geometrica idem erit, si medius & extremus fuerint numeri, erit alter extremus numerus, sed tamen si vnus euariet, omnes poterunt esse diuersi. Com.

Propositio centesima septuagesima secunda.

Proportiones Stiphelij describere.

Considerauit Michael Stiphelius quod sumpsit à Boëtio, quasdam inueniri proportiones tribus numeris constitutis, quæ in nullo trium primorum generum continerẽtur, sed quædam tamen geometricis aliæ musicis assimilarentur, prima ergo Geometricarum est, quoties proportio secundæ ad primam fuerit, velut differentiæ secundæ & primæ ad differentiam secundæ & tertiæ. Velut capio 2. 4. 5. proportio 4. ad 2. est dupla talis est 2. differentiæ 4. & 2. ad 1. differentiam 5. & 4. nam in vera proportione Geometrica fit conuerso modo, quia proportio secũdæ ad primã est, velut differẽtiæ tertiæ & secundæ ad differentiam secundæ à prima vt in 4. 6. & 9. proportio 6. ad 4. est velut 3. differentiæ 9. ad 6. ad 2. differentiam 6. & 4. Com. 2 1 / 1 4 5

Secunda proportio quam ille appellat posteriorem, est in qua proportio tertij ad secundum est velut differentiæ primi & secundi ad differentiam secundi & tertij: Velut capio 1. 4. 6. proportio 6. ad 4. tertij scilicet, & secundum est velut 3. differentiæ 4. & 1. ad 2. differentiam 6. & 4. & hæc similiter differt à Geometrica vera in eo quo in Geometrica vera oportet, vt proportio 3 2 / 1 4 6

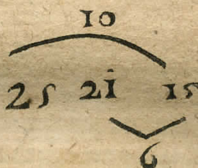
tertij ad secundum esset vt differentia tertij & secundi ad differentiam secundi & primi Differt à priore, quoniam in illa differentiæ seruant eundem ordinem, quamuis transferantur in hac verò fit conuersus modus.

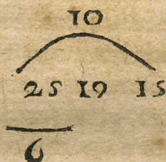
Tertia est vt sit proportio differentiæ primæ & tertiæ ad differentiam primæ & secundæ, velut secundæ ad primam, in Geometrica autem esset sicut aggregati secundæ & primæ ad ipsam primum, tales ergo quãtitates erunt velut 4. 6.7. nam proportio 6. ad 4. est velut 3. differentiæ 4.& 7, ad 2.
3
4 6 7 differentiam 4.& 6.
2

Quarta proportio similis Geometricæ est cum fuerit proportio differentiæ primæ & tertiæ ad differentiam tertiæ & secundæ, velut secundæ ad primam, velut in 2.3.5.pro-
3
2 3 5 portio differentiæ 5. & 2.quæ est 3.ad dif-
2
ferentiam secundæ & tertiæ, quæ est 2. est velut 3. quantitatis secundæ ad 2. quantitatem primam.

Prima autem harmonicarum quæ nota est nec legitima, hoc modo sumitur: Vt sit proportio primæ ad tertiam velut differentiæ secundæ & tertiæ ad differentiam secundæ & primæ, veluti capio 6. primam 5.
1 2
6 5 3 secundam 3. tertiam, proportio 6. ad 3. est dupla sicut 2. differentiæ secundæ à tertia ad 1. differentiam secundæ à prima. Manifestum est autem quod in vera harmonica proportio differentiarum est primæ & secundæ ad illam quæ secundæ & tertiæ.

Secunda nota harmonica est, vt sit pro-



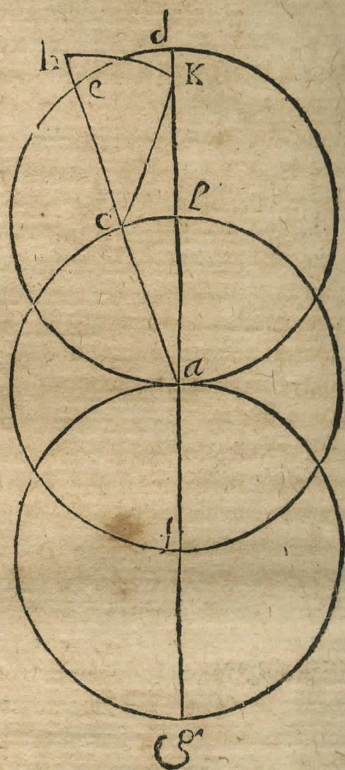


portio primæ ad tertiam, velut differentiæ primæ à tertia ad differentiam secundæ à tertia, ponatur 25. prima 21. secunda 15. tertia proportio 25, ad 15. est velut 10. differentiæ primæ à tertia ad b differentiam secundæ à tertia.

Tertia est similis priori, nisi quod sumitur differentia primæ à secunda pro vltimo termino. Exemplum 25. primus terminus, 19. secundus, 15. tertius, proportio 25. ad 15 est velut 10. differentiæ primæ à tertia ad b, differentiam primæ à secunda. Has proportiones quanquàm exiguæ vtilitatis, proponere volui, vt excogitatis aliquibus demonstrationibus velut superius diximus, pulcra theoremata & problemata tradi possent.

Propositio centesima septuagesima tertia.

Circulum super cẽtro suo mouere æqualiter, ita quòd omnia illius puncta per rectam lineam moueantur vltro citroque.

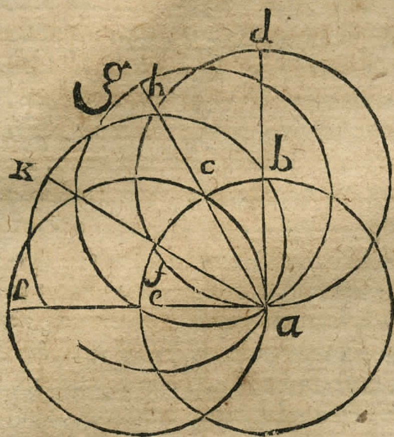


Sit à centrum circuli b c, æqualis ei circulus d e, centrum eius b in circumferentia circuli b c, fixum ita vt ibi moueatur ad motum circuli b c: & moueatur b versus c æqualiter, & è contrario motu etiam regulariter, & duplo velocius ex e versus d, dico omnia puncta d e moueri in linea recta, & primum capio punctum d, quod sit in linea recta centrorum: & moueatur b ad c, & si circulus d e esset immobilis, palam est quòd punctum d cum sit in vna linea a b, cum b perueniret in c, d esset in linea a c, putà in h secundum quantitatem, ergo b d ex centro c, describo circuli portionem h K, duco etiam c K, erit ergo angulus h c K duplus a quare, arcus h K duplus b c, nam consistunt in centris circulorum æqualium: igitur cum ex h motu conuerso, & duplo veloci in eodem tempore feratur d perueniet in K, & ita secundum rectam lineam erit motum eadem ratione ex d in K quod erat demonstrandum. Com. Per 10. tertij Elem.

Ex hoc patet quòd quando b erit in c peracta quarta circuli, vt in secunda figura erit per motum l e in a: nam cum d a sit dupla c b, igitur in eodem tempore l perueniet ad a, in quo b perueniet ad c. Cor. 1.

Dico etiam, quod quando b perueniet ad f in prima figura, d perueniet ad g, quia permeabit totum circulum, & a b d sunt in vna recta linea. Et cum b perueniet ad m in secunda Cor. 2.

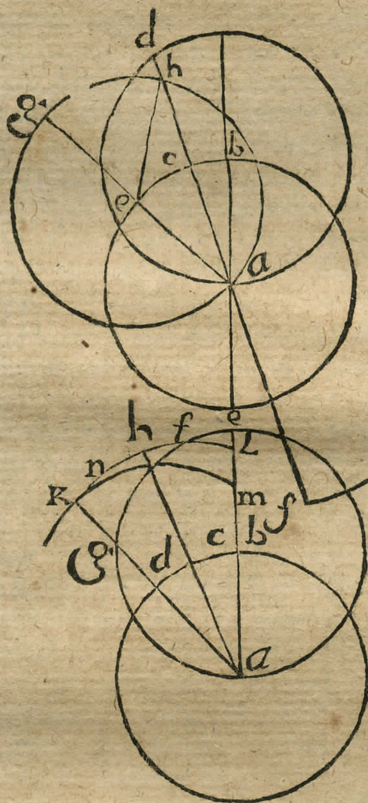
cunda figura, d rursus perueniet ad a centrum.



Cor. 3. Ex hoc patet, quòd punctum d permeabit lineam rectam æqualem duplo diametri vnius circuli, id est, quantum est linea a g in prima figura.

Cor. 4. Sequitur etiam, quòd d punctum meabit & remeabit per rectam lineam a g, peragēdo bis eam in vno circuitu circuli b c, seu duobus circuitibus d e.

Ostendamus modo, quod punctum d ex-



tra lineam centrorum, scilicet in linea d c a f transibit per rectam eandem, vt in tertia figura producatur c d vsque ad k, ita vt c k sit æqualis c a, erit ergo punctus d primæ figuræ m è regione k tertiæ, & dum c mouetur ad e, d perueniat ad g, erit ergo e g æqualis e a, & secet circulus g h rectam a d in h, & ducatur c h. Et erit vt prius angulus h e g duplus h a g, ergo arcus g h duplus e c, ergo g remeauit in h in tempore quo c feretur in e, quare d descendit per rectam in h.

Dico rursus, quòd quanto magis d erit propinquum lineæ d g, tanto minus descendet in recta, quanto magis propinquum longitudinibus mediis, tanto celerius mouebitur, adeò vt in secunda figura apparet motum ex d in g, non descendit nisi per d n, & motum ex g in l descendit ex n in a centrum fixum. Descendat ergo ex e in h & h in k per arcus æquales, & ducantur arcus h l & k m. Quia n m & n l sunt minores quarta circuli, & maiores sunt f e & f l, & angulus angulo non minor, patet propositum. Ita ergo motus, vt appropinquant punctis mediis sunt velociores & in æqualì distantia æquales.

Et hoc inuentum fuit Ludouici Ferrarij, cuius meminimus in Arte magna, & nos ei subtexuimus ex nostra intentione cuius ille demonstrationem inuenire nequiuit.

Propositio centesima septuagesima quarta.

Progressus & regressus tam sine latitudine, quàm cum latitudine in planetis per solos concentricos circulos æqualiter motos demonstrare.

Sit eclyptica a b c d, & arcus regressus b c in partes quatuor æquales diuisus, & describantur circuli duo b h & e k super e & f & suponantur orbis superior sub eclyptica tamen, cuius polus in f, qui circumagatur in duplo temporis retrocessus planetæ, & in distantia circuli e k sub puncto e eclypticæ, polus alterius orbis concentrici inferioris, qui circumagatur in tempore retrocessus planetæ, & planeta sit in puncto b liquet ergo quòd planeta ille in vno circuitu e, k circuli permeabit b c & remeabit, & semper erit sub ipsa eclyptica. Sed enim eclyptica habet rationem rectæ lineæ, vt quiuis circulus maximus. Et si quis reluctetur fingamus rectam subtensam arcui b c, & aliam postmodum æquidistantem in eadem superficie, & in orbe inferiore, & tunc patebit liquido propositum. Sed si velim latitudinem describam, maximam latitudinem à puncto b, & ducam circulum magnum per punctum illud: reliqua vt prius, ad vnguem: nihil enim refert quod ad demonstrationem præcedentis attinet, seu a d ponatur eclyptica, seu alius circulus magnus. Com.



Ex hoc patet causa cur retrocessus in initio, & in fine sint exigui, in medio sint magni imò maximi, & quomodo perpetuò varietur latitudo in tēpore retrocessus, & ratio omnium, & similiter de incrementis & velocitate motus. Cor. 1.

Ex hoc sequitur, quod cum erratica fuerit in centro seu polo f, & tunc mouetur Cor. 2.

velocissimè,

velocissimè, quod tamẽ erit in opposito solis, & tunc etiam ibi erit ipse polus, quare alter erit cum ipso sole.

Cor. 3. Et quia dum motus est velocissimi secundum ordinem signorum, tunc erratica superior est soli iuncta, estque in polo, oportet vt polus f moueatur secundum ordinem signorum, adeò vt cum sol peruenerit ad illius oppositum, orbis superior dimidium perfecerit circuitus, inferior autem integrum. Ergo orbis superior tanto tardiùs mouetur sole, quantum est id quod peragit polus sine æquali motu in orbe signorum, per motum circunducentis orbis superioris in tempore dimidij circuitus. Inferior ergo cum moueatur duplo velociùs superiore, vt dictum est, igitur duplo velocius sole, nisi quantum est duplum motus poli superioris per motum orbis circunducentis

SCHOLIVM I.

Intelligo autem per arcum retrocessus non solum illum quo planeta retrocedit, nam hic est longè minor arcu processus, sed in quo motus inæqualis est minor æquali, palam autem est hunc fore æqualem arcui velocioris motus quàm sit motus æqualis.

SCHOLIVM II.

Cum ergo, dum erratica est in polo orbis superioris, ibi quiescat motu eius, motu autem inferioris orbis velocissimè moueatur seu progrediendo seu regrediendo motuque circulari, & tamen per rectam lineam, igitur videretur quòd motus circularis partes posset transire in rectum. Respondeo quòd sufficit sola inclinatio ob magnitudinem anguli: nam dum sydus transferatur extra centrum motu orbis inferioris, mouetur velociter quo ad angulum motu orbis superioris.

Propositio centesima septuagesima quinta.

Causam varietatis diametrorum ex suppositis concentricis demonstrare.

In tribus superioribus planetis & quibuscunque stellis octaui orbis manifestum est, quòd pars quæ respicit nos quantò remotior fuerit à Sole, tanto magis illuminatur. Manifestum est etiam & experimento & ratione, quòd illud quod magis lucet, & est illuminatum à Sole in nocte, maius videtur, sicut etiam de facibus nocturnis. Et rursus, quod substantia orbium circa loca quæ habentur pro polis est densior, & quod res in medio denso apparent maiores, sicut de piscibus in aqua, denariis & baculis. Demonstratum autem est in præcedenti, quod quando stella fuerit in polo orbis superioris, quòd tunc maximè retrocedit, & ideò cum in tempore maximi retrocessus sit in opposito Solis dum tres superiores sunt in opposito Solis, multo maiores duabus ex causis esse videntur, & iuxta proportionem propinquitatis ad Solem commutant quantitatem & tanto minores apparent, quia non possunt commutare formam, velut Luna propter æqualitatem substantiæ & luminis propriis copiam, quæ non sinit discerni varietatem figuræ. In Luna autem secus est nam in ipsa discernitur ob paucitatem luminis proprij figuræ varietas, & ob id non apparet maior, imò minor aut mediæ quantitatis in opposito Solis, sed maxima in longitudinibus mediis, quoniam ibi sunt poli motus varietatis vt dictum est, quæ habet locum retrocessus, sed ob motus paruitatem Luna non potest retrocedere, verùm solùm motus tardatur. Nam licet densitas sit in cœlo superiore & motus velox nihilominus efficit imaginem maiorem, sicut apparet de pisce in magna aqua in medio, & in parua in imo, nam in parua videtur longè maior quàm in magna, licet sit in æquali distantia. In Venere autem & Mercurio eadem est ratio distantiæ à Sole vt dictum est in præcedenti. Cum ergo sub Sole multum moueantur motu differentiæ vel secundum successionem, vel contra successionem in mediis longitudinibus, parum tunc videntur esse minores quia sunt remotiores à polo orbis superioris. Quod autem propinqui coniunctioni Solis, & veloces videantur minores, istud contigit ob primam causam, quia minus illuminantur, ea parte quæ ad nos vergit. Restat ergo solum ostendere cur propinqui Soli & in retrocessu videantur maiores, cum vtraque ratio obstet, sunt enim remoti à polo orbis superioris & propinqui Soli, causa est quoniam apparent solùm in crepusculis quando sunt sic dispositi, & tunc aër est crassior. Quæ causa facit, vt neque dum velocissimi sunt semper parui videantur, ideò non potest constitui certa ratio, imò ista deducta sunt potius ex fundamento falso illius figmenti, quam ex sensu (ita enim argumentantur) retrocedunt, ergo sunt propinquiores terræ, ergo videntur maiores, & ita fingunt sensu se habere quod falsa ratione ostendere videntur, quoque istud sit verum, patet quia nullum instrumentum etiam in aëre clarissimo Ægypti potest ostendere differentiam minorem sex minutis, & hic est fermè diameter Mercurij, nec tanta est differentia in Venere. Reliquum est vt satisfaciamus obiectioni quam faciunt de diuersitate magnitudinis Lunæ propter eclypsim, nam videtur esse aliquando maior, & aliquando minor in æquali distantia à sectione capitis & caudæ draconis, adeò vt non videatur posse assignari, dico ergo huius causam esse vmbram ipsius Lunæ dubiam, sicut etiam in crepusculi, quoniam Sol in diuerso situ facit diuersam vmbram comparatione oculi nostri maior est enim in hieme quàm in æstate, & quæ est prior nobis quàm quæ procul, & quæ est in meridie quàm iuxta Ortum vel Occasum, & ideò tam parua differentia & incerta, & quæ aliquando variat, nullo modo vitiare potest rationem motuum æternorum.

Propositio

Propositio centesima septuagesima sexta.

Rationem centri grauitatis declarare.

Com. Duplicem rationem centri grauitatis inuenit Archimedes, vnam suspensorum ponderum: alteram supernatantium aquæ, in quarum vtraque subtilitatis certè est quantum dignum est authore illo ingeniosissimo, sicut etiam in elica linea, fructus autem non pro ratione laboris, neque enim ab ætate illa vsque nunc inuentus est quisquam, qui potuerit docere, nec ille idem quænam vtilitas ex huiusmodi contemplatione haberetur, propterea totum hoc vna propositione conclusimus.

Dico igitur quòd centrum grauitatis in appensis æqualibus quadratis aut quadrilateris parallelis est, vbi se intersecant duæ diametri. Et quod in trianguli est punctus in quo concurrant tres lineæ, ductæ ab angulis ad latera illa per æqualia secando. In quadrilatero autem trepezio centrum grauitatis est in puncto lineæ, quæ secat ambo latera opposita per æqualia, ita vt proportio partis eius lineæ, quæ intercipitur à minore æquidistantium, ad partem quæ intercipitur à maiore æquidistantium, sit veluti dupli maioris æquidistantium cum minore ad duplum minoris æquidistantium cum maiore. Cuiuscunque portionis à recta linea, & rectanguli coni sectione comprehensæ, centrum grauitatis diuidit diametrum portionis, ita vt pars eius ad verticem terminata, sit ad partem eam sexquialtera, quæ ad basim portionis terminatur. Cuiuslibet frusti à sectione rectanguli coni ablati, centrum grauitatis est in linea recta, quæ frusti existit diametros: qua in quinque partes æquas diuisa centrum in quinta eius media existit, atque in eo eius puncto quo ipsa quinta sic diuiditur, vt portio eius propinquior minori basi frusti ad reliquam eius portionem eam habeat proportionem, quam habet solidum, cuius basis sit quadratum lineæ illius quæ frusti basis maior extiterit. Altitudo verò istis vtrisque simul æqualis lineæ quæ dupla sit minoris basis frusti, & basi maiori eiusdem, ad solidum quod bassim habeat quadratum basis minoris frusti, altitudinem verò istis vtrisque simul æqualem lineæ quæ dupla sit maioris basis, & basi minori. Et hæc de prima, multaque alia pulchra declarat Federicus Comandinus, in suo libro de Centro grauitatis, vt pote. Quod cuiuslibet portionis conoidis rectanguli axis à centro grauitatis ita diuiditur vt pars, quæ determinatur ad verticem reliquæ, quæ ad basim terminatur dupla sit, & longè subtiliora quæ quilibet videre poterit apud illum.

SCHOLIVM.

Partes omnes consentiunt in grauitatem medij, quoniam vna aliam non vult centro mundi fieri propiorem.

De secunda præcipua sunt, quod si manitudo aliqua humido leuior ea in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demersa ad totam magnitudinem, & hoc intelligitur quando magnitudo illa fuerit è genere solirum rectorum & rectangulorum. Secunda est, quòd quæ similia sunt superficiebus, ita vt axem habeant in medio, secundum situm axis merguntur & prominet, & si aliter mergantur, redeunt. Tertia, quòd quæ angustiora sunt, ab opposita parte verò latiora, inclinantur ad partem acutiorem, quia sic facilius descendunt. Quarta est, de corporibus non æqualibus, ipsa enim necesse est, vt ab hac se inflectant, & ratio horum diuersa est iuxta rationem proportionis partium quæ merguntur ad inuicem. Quinta est, quòd mersa in humido, quanto minus mersa fuerint, tanto facilius & eo frequentius commutantur.

Propositio centesima septuagesima septima.

Si proportio aliqua ex duabus proportionibus eiusdem quantitatis ad alias duas componatur: erit proportio illarum duarum eadem proportioni producti ex proportione in primam duarum quantitatum detracta priore illa quantitate, quæ ad duas comparatur, ad eadem priorem quantitatem.

Sit proportio a ad composita ex proportionibus c ad d & c ad e, dico quòd proportio d ad e est, vt producti ex proportione in d detracto c ad ipsum c. Et nos superius exposuimus cõuersam huius. Erit enim per secunda in demonstrationem illius proportio a ad b, velut producti ex c in d, & e ad productum d in e: at productum d in e & in proportionem, est idem quod productum proportionis in d ipsum e: igitur cum in vno sit productum e in c, & d in c, in alio productum a b in d inde in e, quæ sunt æqualia, detracto producto e in c ex producto proportionis in d & inde in e, relinquetur, productum c in d æquale producto a b .i. proportionis in productum d in e, detracto numero c in e igitur ducto c in d, & diuiso per productum a b in d numero c, exibit e, igitur cum illud productum fiat ex d, scilicet in c, & ex e in productum proportionis in d dempto numero c, erit proportio p ad e, velut producti ex d in proportionem, detracto e ad ipsum c, velut c fit 12, d 4 e 6. a b erit 5. proportio d ad e, velut d in a b, id est 20, detracto c, & est 8. ad c 12.

Ex demonstratione sequitur, quod qualis est proportio c ad a b, talis est producti d in e, ad aggregatum eorum. Si quis ergo dicat, habeo 10. & volo inuenire duas quantitates, quarum differentia sit 1. & proportio 10. ad eas componat quintuplum, dices quintupla est dimidium 10. igitur inuenias duas quantitates, quarum differentia sit 1. & proportio producti vnius in alteram ad aggregatum sit dupla Et hoc est manifestum. Com.

Propositio

Propositio centesima septuagesima octaua.

Proportionem mistionis metallorum, maximè auri & argenti declarare.

Com. Dubium non est, quod mistio non cognoscatur ducto pondere totius in partem auri vel argenti, & productis collectis diuiso aggregato per aggregatum ponderis, idque est per se manifestum, nam qualis est proportio partis ad partem, talis est totius ad totum.

Sed est genus mistionis, quod vocant consolationem. Veluti, volo ex argento perfectionis decem & septem, & quinque, conflare argenti massam centum librarum perfectionis nouem, ita agendum est. Detrahe 9. à 10. & omni maiori 10. relinquitur 1. hoc suppone 7 & 5. item detrahe 7 & 5. & omne minus 9. à 9. relinquitur 2. & 4. iunge omnia residua fient 8. nam 4. 2.

10. 7. 5 | 9
11
14
—
8

11. Dicemus ergo quod 8. vnciæ perfectionis nouem componentur ex 6. vnciis perfectionis decē & vna septem alia quinque. Post dices, si vnciæ octo fiant 100. sex & vna, & vna, quot fient, eruntque vnciæ aut libræ, vt vocāt marchæ perfectionis decem, & duodecim cum dimidia, ac duodecim cum dimidia perfectionis, vt septem & vt quinque: licebit etiam propositis terminis pluribus ex repetita operatione idem facere, veluti sint massæ perfectionis 10. 7. 5. & 2. volo massam perfectionis vt 8. Tu scis quod ex 10. 7. & 5. fit massa perfectionis nouem data lege sub 6. 1. & 1. nunc habeo iam perfectam vt 9. aliam vt 2. detraho 2. ex 8. relinquitur 6. & 8. ex 9. relinquitur 1. iunge fient 7. erunt ergo septem vnciæ, in quibus sex erunt perfectionis, vt 9. & 1. perfectionis vt 2. & totum erit perfectionis vt octo. Duc ergo, vt explores veritatem, 6. in 9. fit 54. duc 2. in 1. fit 2. iunge fit 56. diuide per 7. exit 8. perfectio quæsita.

e
9 2 | 8
1 6
7

Per idem intelliges detractionem ex massa argenti perfectionis 7. detraxi quartam partem perfectionis 10. volo scire dodrantem qualis relinquatur perfectionis, duc quadrantem in 10. fit 30. duc 12. in 7. fit 84. detrahe 30. ex 84. relinquitur 54. diuide 54. per 9. residuum 12. & 3. exit 6. perfectio residui.

Si quis dicat propositis argenti pondo 50. & dodrante perfectionis $\frac{11}{18}$. volo partem assumere, & igne perficere, ita vt purum argentum, quod reliquitur additum residuo, efficiat ipsum perfectionis dextantis & bessis vnciæ pro libra, seu $\frac{8}{9}$. diuide $\frac{11}{18}$. per $\frac{8}{9}$. exit $\frac{11}{16}$. duc in pondo 150. cum dodrante, fiunt pondo 34. vnciæ $7\frac{1}{8}$. hoc igitur erit aggregatum conflatum ex argēto puro & residuo. Detrahe igitur $\frac{11}{18}$. ex integro relinquitur $\frac{7}{18}$. detrahe pondo 34. vncia $7\frac{1}{8}$. ex pondo 50. cum dodrante, relinquuntur pondo 15. vnciæ $6\frac{7}{8}$. (pondo enim vncias continet sub hoc sensu, quia vsui seruimus octo) diuide per $\frac{7}{8}$. exeunt pondo 40. vnciæ $6\frac{1}{4}$. & tanta pars debuit igne purgari. In ea enim erunt puri argenti pondo 24. vnciæ $7\frac{7}{8}$. quæ addita residuo, scilicet pondo 9. vnciis $7\frac{3}{4}$. conficiunt pondo 34. vncias $7\frac{1}{8}$. perfectionis dictæ.

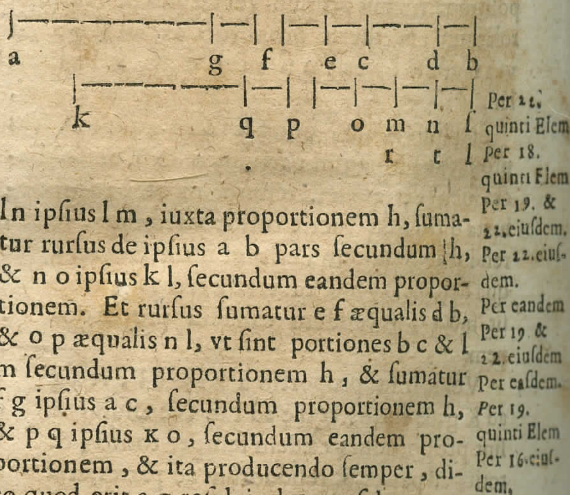
Quidam miscuit vncias decem auri perfectionis dextantis, & partem perfectionis dextantis cum dimidio, & aliud perfectionis bessis concreuit massa perfectionis dodrantis vnciarum octuaginta, quæruntur pondera reliquarum partium, subtrahe 10. pondus ex 80. pondere, relinquuntur 70. perfectionis $17\frac{5}{7}$. inde detrahe per modum superiorem, & relinquuntur $3\frac{2}{7}$. & $1\frac{5}{7}$. iunge simul fiunt 5. dico ergo, si 6. producit 70. quid producet $3\frac{2}{7}$. & $1\frac{5}{7}$. & inuenies quod $1\frac{5}{7}$. producet 24. & $3\frac{5}{7}$. producent 46. qui iuncti faciunt 70. Igitur aurum perfectionis dextantis cum dimidio fuit vnciarum 46. aurum perfectionis, bessis vnciarum 24. Reliqua interrogata dissolues per regulas Algebræ, horum modo.

| 16 21 | $17\frac{5}{7}$.
| $1\frac{5}{7}$. $3\frac{2}{7}$. |
5

Propositio centesima septuagesima nona.

Si duabus totis duæ portiones similes abscindantur, ab eisdem denuo, & abscissis portionibus partes eædem auferantur, denuoque ac denuo, quoties libuerit à portionibus, & à residuis ipsarum quantitatem partes eædem auferantur, erit residui ad residuum, veluti totius ad totum.

Sint duæ quantitates a b & k l, & abscissæ duæ partes similes ex vtraque b c & l m, & sit proposita aliqua proportio, quæ sit h, & sumatur ipsius b d ipsius b c, secundum proportionem h, & similiter



In ipsius l m, iuxta proportionem h, sumatur rursus de ipsius a b pars secundum h, & n o ipsius k l, secundum eandem proportionem. Et rursus sumatur e f æqualis d b, & o p æqualis n l, vt sint portiones b c & l m secundum proportionem h, & sumatur f g ipsius a c, secundum proportionem h, & p q ipsius K o, secundum eandem proportionem, & ita producendo semper, dico quod erit a g residui ad K q residuum. vt a b ad K l. Quia enim a b ad b c, vt K l ad l m ex supposito, erit a b ad b d vt K l ad l n: est etiam a b ad d e, vt K l ad n o ex

Per 21. quinti Elem
Per 18. quinti Elem
Per 19. & 22. eiusdem.
Per 22. eiusdem.
Per eandem
Per 19 & 22. eiusdem
Per easdem.
Per 19. quinti Elem
Per 16. eiusdem.

ex suppositο, igitur a b ad b c, vt k l ad l o. Igitur a b ad a c, vt k l ad k o. Rursus quia b c ad e f, vt l m ad o p, erit a b ad e f, vt k l ad o p, at fuit a b ad a e, vt k l ad k o & a e ad g f, vt K o ad p q, igitur a b ad g f, vt K l ad q p. Quare a b ad g e, vt K l ad q o. Iterum ergo a b ad b g, vt K l ad l q, Ergo a b ad a g, vt K l ad K q. Igitur a b ad K l, vt a g ad K q, quod erat demonstrandum.

Cor. 1. Ex hoc patet, quod etsi proportio non maneat eadem in partibus totius, & partis modo sit eadem in totis ad partes assumptas, & in partibus ad partes assumptas, nihilominus sequitur idem.

Cor. 2. Sequitur rursus, quod etsi proportio eadem non maneat quantitatum assumptarum ad partes quæ sumuntur, nec etiam partium modo semper pars, quæ assumitur sit totius pars, & alia partis idem videatur.

Com. Velut si prima vice capiam b d partem b c, vt l n partem l m secundum h proportionem, & deinde capiam d e partem a b & n o partem K l secundum proportionem r, quæ sit alia ab h, & secunda vice capiam e f partem b c, & o p partem l m secundum proportionem h, quæ sit alia ab h & r. Et capiam f g partem a e & p q partem K o, secundum eandem proportionem, sed tamen quæ non sit aliqua prædictarum, scilicet h r s, sed diuersa ab eis, & vocetur t, dico quod nihilominus erit proportio a g ad K q, vt a b ad K l, quæ patent ex vi demonstrationum, in quibus nil plus assumitur ad demonstrandum, quàm id quod proponitur in corollariis.

Cor. 3. Ex hoc etiam sequitur, quod secundum quem numerum prima quantitas absumetur, secundum eundem absumetur & secunda.

Com. Velut si prima quantitas absumptura d vnguem in quinta detractione, etiam secunda K l in quinta detractione ad vnguem absumetur, quod patet per demonstrata, nam residua semper sunt eædem partes ipsarum quantitatum.

Cor. 4. Quartò sequitur, quod si detractio fuerit facta eodem modo, & fuerit proportio totius ad totum, vt residui ad residuum, erunt partes assumptæ similes.

Com. Velut si fuerit facta detractio iuxta propositionem, aut primum vel secundum corrolarium, & fuerit proportio a g ad K g, vt a b ad K l, erit a b ad b c, vt K l ad l m.

Cor. 5. Sequitur etiam, quod si fuerit assumpta proportio primarum partium eadem, & facta fuerit detractio in omnibus præter vnam iuxta dicta, & fuerit totius ad totum, vt residui ad residuum, erit vt illa etiam reliqua detractio, seu ad tota, seu ad partes sit facta, secundum eandem proportionem.

Com. Velut si sit proportio a b ad K l, vt a g ad K g, & rursus vt b c ad l m, & assumptæ sint proportiones eædem semper totius, & totius ad partes, & residuorum ad partes, etiã & b c & l m ad partes, etiam excepta vna seu quantitatum a b & K l, seu residuorum vt a c & K o, seu partium vt b c & l m ad partes, dico quod hæ partes etiam erunt assumptæ secundum eandem proportionem ad ad ipsas magnitudines, vel partes primas vel residua.

Cor. 6. Sed & id sequitur ex his, quod cuiuscunque seu totius seu partis seu vtriusque pars maior absumetur, erit maior proportio totius ad totum quàm residui ad residuum.

Com. Hæc demonstrantur à Campano, nam si sit maior proportio a b ad a g, quam K l ad K g, erit maior a b ad K l quàm a g ad K g. Rup. 16. quinti Elem.

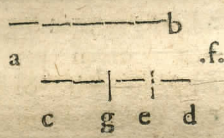
Cor. 7. Sequitur rursus, quod in eadem constitutione cuiuscunque maior pars, absumetur, ea quantitas minori numero, vel numeri parte absumetur.

Com. Nam si minor erit continuo proportio a b ad a e, quàm K l ad K o, & a e ad e g, quã K o ad o g, erit longe minor a b ad b g quam K l ad l g, igitur longe maior a b ad a g quam K l a d K g. Igitur a g citius absumetur quam K g.

Propositio centesima octuagesima.

Si aliqua quantitas in duas partes diuidatur, fueritque alicuius, quantitatis ad partes illas composita proportio eiusdem quantitatis ad partes alias quantitatis diuisa aliter proportio eadem componi.

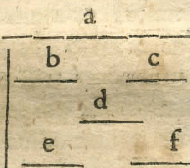
Com. Sit a b proportio ad partes c d quæ sint c e, & c d componens f, dico quod non poterit c d aliàs diuidi, vt proportio a b ad illas componat eandem proportionem f. Aliter sit diuisa in g, & erit minor c g, minor aut maior c d minore, capiam ergo c d minorẽ, erit igitur proportio a b ad c d maioris excessus ad proportionem a b ad c g, quàm sit proportio a b ad g d, maior proportione a b ad c e, propterea quod g e communis differentia maiorem habet proportionem ad e d quam g c, igitur maius est aggregatum proportionum a b ad c e, d quam eiusdem a b ad c g & g d, quod erat demonstrandum.



Propositio centesima octuagesima prima.

Cum fuerit aliqua proportio composita ex proportionibus primæ ad secundam & tertiam, & rursus quartæ ad quintam & sextam, ita se habebit proportio secundæ ad tertiam proportionem quintæ ad sextam, velut producti ex proportione in secundam detracta prima ad primam ad productum ex proportione in quintam, detracta quarta ad quartam.

Sit proportio g composita ex proportionibus a ad b & c, & proportionibus d ad e & f, dico quod quemadmodum b ad c, ad proportionem e ad f, ita producti ex g in b, detracto a ad productum ex g in e, detracto d ad d. Est enim, vt demonstratũ est b ad c, vt productũ ex g in b, detracto a ab a & e ad f, vt producti ex g in e, detracto d ad d, igitur cũ æqualium sint eædem comparationes, erit vt proportio



proportionis b ad c ad proportionem e ad f, ita producti ex g in b, detracto a ad a, ad productum est g in e, detracto d ab d.

Quare erit proportio b ad c ad proportionem e ad f, velut residui b detracto quod prouenit, diuiso a per proportionem a ad proportionem residui e detracto quod prouenit diuiso d per proportionem ad ipsum d.

Propositio centesima octuagesima secunda.

Proposita differentia proportionum partium similium ad partes assumptas propositaque proportione totius ad residua eandem differentiam proportionum tutius ad reliquum residui inuenire.

Sint datæ partes b c & e f, similes in comparatione ad a b & d e, & data residua a g & d h in comparatione a b & d e, similia in differētia proportionis f e ad c l, ad proportionem c b ad b k, dico quod data est differentia proportionis a b ad g K ad proportionem d e & f h. Nam quia proportio f e ad c l, ad proportionem b e ad c k data est, & c f ad e d, vt b c ad b a, erit vt a c ad l e contineat a b ad b K, vt f e ad e l, c b ad b K, sed a b ad a d, vt d c ad d h, igitur a b ad b d, vt d e ad c h. Sunt ergo duæ quantitates a b & d c, quæ eandem habent compositam proportionem ad g K & K b, & h l & l e, quare per præcedentem proportionis h l ad l e, ad proportionem g K ad K b, vt h l detracto prouentu d c, diuisi per proportionem ad d e ad proportionem g K, detracto prouentu a b, diuisi per eandem proportionem ad ipsum a b. Si igitur nota est l e & h l, erit nota proportio residui h l detracto prouentu d e diuisi per proportionem, quare nota detractio g K detracto prouentu a b diuisi per eandem proportionem ad a b. Est autem a b nota, & proportio nota, & ideo prouentus, & cum sit proportio nota, erit ergo residuum notum, cui addito prouentu fit tota g K nota, quod fuit demonstrandum.

Propositio centesima octuagesima tertia.

Spatium vitæ naturalis per spatium vitæ fortuitum declarare.

Cum constet homines casu viuere ægrotantes primum sæpe: deinde viuentes in aëre malo, & ipsum intempestiuis horis subeuntes tristitiis, curis, vigilia, venere, laboribus perperam se excruciantes, tum verò immodico cibo & potu, & prauo, & sæpius, quàm oporteat, & intempestiuè, & malè præparato, & vario se replentes. atque sic alij ad sexagesimum, alij ad septuagesimum, rari octuagesimo, rariores nonagesimo vel centesimo anno ita moriuntur, vt non casu, neque vi aut morbo, sed potius quasi naturali quadam morte absumpti intereant: de quibus tantum est sermo. Atque vt exemplo commodiore vtamur, capiamus annum octogesimum, qui est terminus communis vitæ humanæ, non solum nostra ætate, sed antiquo tempore etiam fuit, vt Dauid testatur in Psalmis, in Cantico Moysis: antea autem si quis moriatur, non naturali morte, sed vi morbi absumptus existimatur. Certum est, quod si homo recta ratione viueret, quod aliquanto diutius vitam extenderet, neque enim negare possumus, cum in magnis excessibus maximè sectionis venæ & curarum, quin homo euidenter vitam breuiorem efficiat: quod ergo euidentissimum est in magnis excessibus, in paruis eandem habet vim licet occultiorem. Errorem autem in vita hunc adesse perpetuum, quisque intelligit qui nostras actiones pensitare velit, cum saltem malam sequamur consuetudinem: iam ergo proponantur iuxta dicta duæ lineæ a b vitæ naturalis exquisitæ recte longior & c d vitæ quam is victurus est, id est, annorum octuaginta, quam constat esse breuiorem aliquanto. Et proponatur error quadragesimæ partis in ipsa vita, quamuis sit longe maior: quotusquisque enim est qui non saltem edat bibatque quadragesima parte, plusquàm oporteat in comparatione ad naturam, id est, vt natura fatigatur quadragesima illa parte amplius quàm debeat: idem dico de laboribus, curis, vigiliis, venere. Sed hoc non est generale: habetque multas exceptiones inuicem pugnantes, vt tandem concludam non concoqui plenè posse, & ob id impurum manere, vnde citò dissoluitur, & calorem etiam naturalem extinguit: atque etiam ob id, tum quia debitos labores, & multo minus ad perfectam ætatem perferre non possunt, densari nequit & pinguescere, vt duplici causa multo celerius resoluatur, vna etiam calorem extinguat. Sit ergo a e talis pars a b, qualis c f, c d. Cum ergo a b consumitur in octuaginta annis, semper seruat proportionem cum vita contracta, quæ æqualiter absumitur; quia proportiones illæ æquales sunt in minore inuicem sicut in maiore, & inæquales seruant eandem proportionem, sumatur ergo a b annorum cclvij. mensium v. & absumatur semper quantitas æqualis octuagesima a e, & quadragesima a b & residuorum.

Prop. 179. Et in cor. 1 & 2.

An	An.	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.
	257	20	14	168	32	28	106	25	41	65	27	54	36	6	68	13	23
1	250	0	15	163	24	29	103	0	42	63	2	55	34	10	69	12	10
2	242	30	16	158	21	30	99	17	43	60	19	56	32	16	70	10	38
3	235	28	17	153	23	31	95	38	44	58	0	57	30	24	71	9	28
4	228	33	18	148	30	32	92	23	45	55	22	58	28	34	72	8	19
5	222	5	19	144	2	33	89	11	46	53	7	59	27	6	73	7	11
6	215	23	20	139	18	34	86	2	47	50	34	60	25	19	74	6	4
7	209	8	21	135	0	35	82	36	48	48	24	61	23	34	75	4	38
8	203	0	22	130	25	36	79	34	49	46	16	62	22	11	76	3	34
9	196	37	23	126	15	37	76	35	50	44	10	63	20	29	77	2	31
10	191	1	24	122	6	38	74	0	51	42	6	64	19	9	78	1	29
11	185	10	25	118	7	39	71	9	52	40	4	65	17	30	79	0	28
12	179	25	26	114	9	40	68	15	53	38	4	66	16	13	80	0	0
13	174	6	27	110	15							67	14	37			

Vt corrrigas tabulam, ſcito quod numerus quadrageſimæ cum ſuperiore annorum numero à lęua componit numerum quadrageſimæ ſuperioris ſimpliciter, aut abiectis quadragenariis. Velut è regione trigeſimi anni, ſunt annni nonagintanouem, quad. 17 è directo anni 29. ſunt anni 103. quad. 0. adde 17. quad. ad 103. fit 120. abiice 40. ter nil ſupereſt, & ita nulla eſt q quadragenaria è regione 29. & 103.

Rurſus cum deuenimus ad annos 79. ſuperſunt ſolum 28. quadragenariæ, & eſt minus anno, ſed hoc fieri ob fractiones & numerorum partes, & etiam ſi eſſet aliquis error, eſſet magis ad augendum numerum annorum 257. menſium ſex quàm ad diminutionem, ideo non curaui de exacta veritate.

Præterea ex hac tabella dignoſcis, quod in vltimis annis parum poteſt produci vita in comparatione ad primos, veluti in 60. anno ſuperſunt annis 20. ex vita ordinaria, ex exacta paulo plures quàm 25. ſcilicet 25 cum dimidio. Ergo à 60. anno non poterit per quamuis cuſtodiam homo producere vitam plus annis quinque cum dimidio, Et ſi dicas tunc cuſtodia maximè opus eſt, & magis quàm vnquam, reſpondeo quod verum eſt, ſed non ad producendum vitam, ſed ne in morbum incidas: nam ex quocunque morbo homo ab ea ætate perit, cum habeat adeò imbecilles vires Ex hoc patet, quod alexius Cornarius, patritius Venetus, cum incœpiſſet cuſtodiam anno 36. cum poſſet viuere 44. annis, iuxta rationem vitæ communis, potuit producere eam annis 79. igitur annis 25. pluſquàm vixiſſet vita cõmuni etiam quòd fuiſſet ſanus.

Si ergo aliquis ſit victurus centum annis vita communi addemus eodem modo trigeſimam nonam partem, id eſt quadrageſimam partem, & quadrageſimam quadrageſimæ huic numero, & vnum amplius, & habebimus numerum vt infrà.

An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.	An.	An.	Quad.
	257	20	87	314	33	94	383	11
81	265	3	88	323	34	95	394	3
82	272	34	89	333	5	96	405	6
83	280	32	90	342	26	97	416	27
84	289	0	91	352	16	98	428	13
85	297	16	92	362	16	99	440	11
86	306	0	93	372	27	100	452	22

Et ex hac tabula dignoſcemus quantum quiſque poſſit viuere, quouis tempore ætatis ſuæ, illud intelligendo quod non eſt eadem menſura omnibus, vt neque vitæ ordinariæ, nec magnitudinis corporum, nec ingeniorum, nec eiuſmodi in aliquibus vita decreſcit per vigeſimam partem, hic ſcilicet qui ordinatè viuunt, aliis vix ſexageſima, quanquam pauciſſimis. Hic ergo numerus maximè cõcordat cum experimentis duobus, quæ apparuerunt parum ante tempora noſtra, ſcilicet Ioannis de temporibus: qui vixit annis 361. & Richardus de temporibus, annis 400. Et ambo fuerunt milites Caroli Magni, nam non potuerunt omnino proſpicere vitæ rationi exquiſitiſſimæ. Referunt etiam in India noſtris temporibus viuere ad centum quinquaginta annos, cuius cauſam transferunt in aërem: ego potius in vitæ genus, abſtinent enim carnibus, ouis, caſeo & vino, vtunturque fructibus tantum, & viuebant ſine ſolicitu dine vlla & curis Vnde rectè inſinuatum eſt etiam vltra hiſtoriam, quod Adam eſſet perpetuò victurus, ſi non deguſtaſſet fructum arboris boni & mali, id eſt, quod mors nobis obrepit ob ſolicitudines & curas. Auenzoar autem cum vixerit cum multis curis, & fuerit in carcere Hali, & ab eo per iniuriam vexatus, & natus in malo aëre, ſola ratione victus produxit vitam ad annos 135. vt teſtatur Auerroës, quid euenturum erat, ſi in bono aëre educatus nihil graue, & adeò diuturnum expertus fuiſſet?

Pro vſu autem huius & ſuperioris tabulæ, ſi quis proponat iuuenem ex ſtirpe eorum, qui viuunt ſexaginta annis, iam natum decem & ſeptem annos, velimuſque ſcire quantum viuere poſſit, vide è regione 20. annorum in primo ordine, & habes annos 139. Quad. 18. & ab hoc numera 17. annos, & habebis annos 37. è regione, quorum ſunt anni 76. Quad. 35. id eſt, menſes 10. dies 15. vel iunge 17. numerum annorum exactorum, & 20. numerum annorum deficientium ab 80. ſiunt anni 33. vt prius, è quorum regione habet annos 76. quad. 35.

At scio multos qui parum considerate hæc legunt, obiecturos, primum quod neque mihi, neque vlli alij potui, vel ad centum vel ad nonaginta annos vitam producere. Secundum, quod si vita humana esset eiusmodi, naturaliter esset vt in pluribus: at vix inuenire licet aliquem qui excesserit centesimum vigesimum annum. Et maximè cum scriptum sit. Non spiritum meum in carne vltra centum viginti annos & loquitur Deus. Videtur etiam necesse hoc volenti, cupere totam vitam sub incerto fine, & non vacare, nec negotiis nec voluptati, quæ sunt duo illa præcipua, quibus vita nostra constat, & maximè amittere bona, adeò secura ob tam leuem & inanem spem. Absurdum etiam esse hoc quod latuerit tot præclaros medicos atque philosophos, quorum nullus de hoc sermonem fecit. Hæc & huiusmodi sunt quæ mihi obiici posse sentio. At rogo quid admirabilius est, an solem esse plus centies & sexagies terra ac mari, an homines tamdiu posse producere vitam? Et plures imperito hoc quam illud credituri sunt: & tamen res illa ita se habet, nec apud sapientes dubia est: nedum incredibilis. Similiter quòd corpus adeò tenue, debeat adeò celeriter circumferri, vt in vno ictu pulsus debeat peragere spatium bis mille quingentorum millium passuum, & tamen & illud demonstrari potest euidentissimè. Ergo vt ad obiecta respondeam serò mihi hoc inuenire contigit, infeliciter natus, peius educatus & imbecilli corpore ac natura, quod aliâs dixi, nec forsan in quibusdam sufficiat educatio ab initio, sed requiritur successio, qualis fuit olim per multas ætates, sic progenerantur gigantes & homines ad miraculum vsque, docui etiam exacta media ætate, hoc vix fieri posse. Contingunt præterea multa impedimenta. Sufficit nobis scire quid sit in natura hominis, non quæro modò quomodo faciendum: nec est præsentis instituti, quin etiam verisimile est ad hoc esse viam quandam compendiosiorem, quæ minimè latuerit antiquos, maximè Hebræos. Et forsan etiam hoc nostro tempore haberi posset quamuis lateat. Vnum est certum, oportere ab initio vitæ (qui viam hanc exquisitam, quam hic trado, sequi voluerit) constituere formam victus, & tum maximè contractam, quoniam (vt visum est in tabula) ex minimo errore, & breui tempore plurimum temporis vitæ perit. Oportet autem multa adesse, corpus moderatè sanum & mediocriter saltem constitutum, institutorem sapientem, obedientiam pueri, & per omnes ætates cum patientia summa commoda diuitiarum, & bonum aërem & fortunam blandientem nostro proposito, ne quis casus in tanto tempore aduersus nos impediat, ob tot & tanta quæ necessaria sunt, & assiduè, ideò res hæc fabulosa visa est ad hanc vsque diem, tum maximè quod nemo eam docuerat. De dicto Moy-
Gen c. 25. sis non laboro, cum simus medici ac phi-
Cap. 35. losophi non theologi. Quin etiam post hæc
Cap. 47. vixit Abrahamus annis clxxv, Isaacus autem clxxx. Iacobus cxlvij. sed non laboro de his, verùm relinquo illa sapientibus: melius est ergo vt demonstrationem adducam huius, cum experimento etiam coniunctam. Constat enim quod humidum pingue euanescit per ætates, seu à calore innato, seu ab aëre consumatur, & quod humidum pingue purum, ac densum tardè absumitur, sicut apparet experimento de oleo & sepo salitis, quæ durant longiori tempore, quam si nil tale admistum habeant hæc pinguia, similiter aqua quadruplo celerius, imo longe velocius absumitur oleo in vase feruente. Et ita de pinguedinibus variorum animalium de ligno iunipero, quod referunt durare in annum, cur alia non possint ad sex dies. Certum etiam est, quod coctio condenset, & est Philosophi in quarto Metheororum. Si ergo coctio perfecta fiat, & purissimum humidum restauretur, dubium non est, quin homo possit viuere sexcuplo plus aut etiam octuplo: quia cùm res peruenit ad quemdam terminum, tunc acquiritur perfectio quædam vltra omnem fidem, sicut videmus de auro, quod prorsus etiam longo tempore ab ignibus non absumitur: adeò vt liceat dicere, forsan non esse contra rationem, quod detur humidum, quod nunquam à calore naturali absumitur, quia non est par ratio de auro & humido humano, nam in auro non est calor nisi ab exteriore igne, sed in humido nostro est calor intus, & secundum substantiam, vt saltem habeamus experimentum longissimæ vitæ & humidi quod vix à calore, & non nisi multis in sæculis absumatur. Atque hæc (ne incurramus irrisionem Galeni) de Philosopho qui pollicebatur perpetuitatem vitæ, quanquam non ob id refugiam hoc, vt negem posse hominis vitam esse perpetuam, quod Galenus Philosophum hoc dicentem irriserit, sed quòd videamus omnia sublunaria interire, quòd sciamus omne compositū debere dissolui, quoniam compositio sit accidens, & accidens est medium inter ea quæ sunt & non sunt: loquor de huiusmodi accidentibus quæ adueniunt. Demum, quoniam calor ille sit in ipso humido, ideò cum hæc non animaduerterit Galenus, potius fuit vates in irridendo, quàm sapiens, vt authoritate eius moueri debeamus. Hanc coctionem non animaduerterunt medici, sed solam illam bonam quæ est causa sanitatis, quæ stat cum vigilia, labore & ciborum multitudine, cùm illa exacta non stet nisi cum optimis & paucis valde cibis, quiete ac somno. Et ideo sunt sex genera coctionum, dico quod ad perfectionem attinet corrupta, imperfecta, imperfecta morbosa, imperfecta quæ emendari potest, has omnes vitare docent medici: bona quæ est cum longa sanitate, cui medici student: valde bona quam per vmbram quasi cognouerunt, & exacta quam nec per somnium quidem viderunt, quæ sola est causa tantæ longitudinis vitæ, cum tamen nunquam fuerit vel admodum parum interrupta. Hoc autem inter cætera ostendit experimentum de elephantis, quos

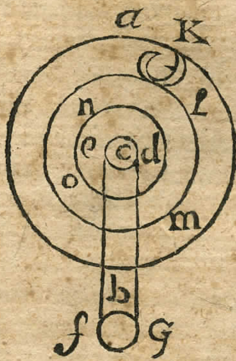
Aristoteles ducentis annis viuere constanter affirmat, alius dixit esse trecentis. Vt constet iam in natura animalium & in genere caloris habentis magnum motum, & substantiam tenuem hoc inueniri posse, vt excludamus plantas de quarum vita longissimas satis constat, sed quia caret motu euidenti calor in illis, & substantia est crassa animalium comparatione non laboro. At de elephanto omnes confitentur quòd sit omnium ingeniosissimum, adeò vt multi homines illos industria & cognitione inferiores esse videantur. Neque etiam verisimile est quod natura hominem fecerit hac in parte illo inferiorem, præsertim cum de nullo alio animali apud Aristotelem dubium sit, & vbi modo aliquod dubium esset propter querelam Theophrasti, & illud quod solet prædicari de ceruis, tanto magis verisimile est indignum fuisse hominem cõcedere tot animalibus in diuturnitate vitæ. Quam obrem cum hæc tractatio ad libros de tuenda Sanitate spectaret, homines ad eos relego, nam ob id illos conscripsi quòd viderem Galenum nec hoc vidisse nec multa alia, sed eorum loco longas & inutiles disputationes inseruisse. Verùm etiam, quoniam eam tractationem diuulsit, vt alia cogamus quærere in libris de Alimentis, alia, de cibis boni & mali succi: tum verò & tractatio ipsa eduliorum est imperfecta, & multa etiam deficiunt circa genera: in quo est excusandus ob varietatem regionis & ætatis. Deest præterea maxima pars, quæ nec ibi nec alibi habetur, scilicet, de ciborum præparatione. Quod etiam hæc latuerint tot præclaros viros, quid mirum? cum Hippocrates vixerit seculo illo agresti, in quod non est mirandum, quod aliquid, pauca quædam & abstrusa omiserit, sed quod tam multa tam bene inuenerit, vt fuerit, sicut de Pindaro dicitur, imò longè verius quam de Pindaro inimitabilis. De Galeno quid mirum, qui non nisi veterum scripta collegit, atque vtinam saltem bene. De Aristotele is multa inuenit suo Marte, & Theophrastus longè plura. De aliis, dico tam medicis quàm philosophis, hoc est, quod queror, quod in spatio pene duorum millium annorum, non hoc quod valde reconditum erat, sed nec leue vllum experimentum, vel naturæ arcanum, vel vitæ salutare auxilium inuenerit. Sed litigant de nugis & rebus inutilibus, & etiam quæ sciri non possunt, ad plerunque non sine magna impietate. Quod verò necesse sit amittere voluptatem, & negotia prætermittere volenti hanc vitam longam adipisci, quæ postmodum etiam valde incerta est: dico quod quantum ad voluptates & negotia, non esse necesse, sed solum superfluas res, & damnosas & irritas, quas etiam philosophi & ciuitatum institutores, & morum censores docent debere vitari, etiam nullo proposito emolumento, at reliqua consuetudo efficit non solum grata & tolerabilia, sed etiam iucunda. De incerto fine, quid est certum apud homines, nisi hoc nihil certum esse? Verum tamen si quis respiciat ad præmium tam singulare est, & nobile atque vtile, vt non luserit operam immeritò, quicunque cum spe tam illustris commodi, & tam exigua iactura rerum, ac minore periculo se huic aleæ experiundæ commiserit. Cum, si quis hoc ipsum adipiscatur, verè dici possit summum bonum adeptum esse: Non solum compos factus diuturnitatis vitæ, sed cum illa tot voluptatum, quæ in longo tempore percipiuntur scientiæ tot rerum, quas non nisi temporis longitudo ostendere potest, tot denique casus videre tum opum incrementum, quod quasi certissimum est in longa ætate & vsu sapienti & authoritate plena, adeò vt ferme necesse sit ad principatus speciem deuenire qui tamdiu vixerit, tum gloria ipsa incomparabili. Hæc autem maxime accidere necesse est, quod vt visum est, quanto longior fuerit ætas eo firmiores etiam sunt illius partes quæ ad mortis tempus appropinquant pari ratione, vt ex tabella prima deprehendere licet, quòd si cum hoc sobolis felicitas accedat, non obscurum est huiusmodi posse dici vltimam hominis felicitatem apud eos, qui humanas res aliquid esse putant. Accidunt autem hæc sponte in sæculorum renouationibus, cum humanum genus consumitur, seu qui supersunt ob robur, seu ex terra geniti, vt dubitat Aristoteles, Hasen credit, tum ob aëris puritatem, & maximè quòd alterutro modo ex calidis regionibus & sublimibus locis homines reparari necesse sit, tamen etiam ob victus simplicitatem, cum in altera supersint soli pisces in altera ne hi quidem, vt in Arcanis demonstratum est. Atque etiam ob curarum absentiam: siquidem homine illi gaudent, reges ex agricolis haud dubiè terrarum facti, ac quasi securi molestiarum ad hanc ætatem perueniunt longa spatia temporis, & propagandæ sobolis habentes, vt felicissimè viuant, restituti ex optimis quibuscunque aureæ illi ætati, non solum ob vitæ sinceritatem atque splendorem, sed etiam longitudinem sic appellatæ. Quæ finem habuit dum satis (vti cœperunt) è Saturno in vsum traditis: vnde etiam falcis insigne accepit. Eadem tamen ætate paucissimi ex infinitis diutius quam nostra viuere cœperunt, cæteri omnes minus quàm nunc, quòd neque vestitus corporum ab inundatione parta, neque aëris puritas à squaloribus maneret, & edulia multo pauciora essent hominibus & incondita.

Propositio centesima octuagesima quarta.

Quæcunque grauia in vorticibus aquarum merguntur, in medio vorticis primum versa mergantur.

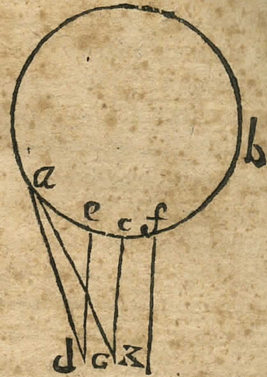
Hanc proponit Aristoteles, sed non quantũ necessarium est explicauit, vnius enim quæsiti,

siti, id est, primi multiplicem rationem reddit. Sed neque illam perfectè, quod amborum causa vna sit, ac coniuncta, sic ergo



vortex, cuius extremus circulus a b centrum in aquæ superficie c capacitas vorticis d e, vt aqua feratur per spatium d e f g, h k in maiore circulo nauis, aut aliud graue, quod natura sua non esset descensurum (vt falso exponitur de lapide, nam lapis, nec reuoluitur, nec fertur ad d e circulum intimum, sed præoccupat ex grauitate sua fertur in imum) dico quod h k prius circumuoluetur, inde trahetur ad d e, & vbi fuerit ibi descendet, sed si leuius sit necessario perueniet ad c antequam descendat. Cum ergo aqua grauis sit tota, fertur ad circulum d e, vt descendat. Sed & quia descendit per d e f g, & magis ex centro e, ideo omnes partes circumuicinæ trahuntur ad d e, & ad e centrum superficiei vorticis, tanquam ad ad centrum, vt descendant, atque id primum. Cunque lignum descendat partim propria grauitate, partim attractum, si fuerit leue corpus, vt pluma, quod natura sua non descendat, necesse est, vt descendat sola vi attractionis, quæ non est tanta in toto d e quanta in e, igitur oportet vt prius perueniat ad e quam descendat, quia contra naturam propriam discendit vi attractum. Cum verò pars quæ in directo c est, velocissime descendat, conantur omnes partes aquæ, quæ circa sunt descendere, & cum non possint simul peruenire, mouentur ad illud linea, dico quia habent initium in e, circulus autem nullum habet initium, igitur videntur moueri circulariter. Sed cum in circulo partes à centro moueantur, velocius mouebuntur, velocius in elica a b quàm l m, & l m quàm n o. Et ob has duas causas mouebuntur velocius partes quæ sunt circa c, quàm distantes ab eodem, tum quia in medio, tum quia tardius mouentur motu elice. Declaratum est enim superius quod vnus motus in eodem mobili alium impedit & retardat. Cum ergo h K sit in spatio a b l m & aqua rapiatur motu, dico ad d e mouebit ad d e, & motu dico qui videtur circularis, nam mouetur motu eius à quo sustinetur. Mouetur etiam ad d e, quoniam pars illa est humilior, nam semper descendit, omne autem quod mouetur partim est in termino, à quo, partim ad ad quem, ideo partim iam aqua illa cum descendat humilior est locus, igitur nauis

ad illum locum feretur. Tertio, quia latus K impellitur, in maiore circulo: ideo ma-

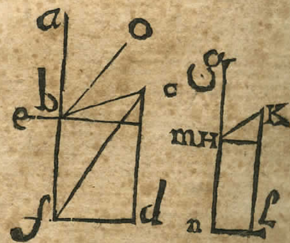


iore impetu quàm h, quare descendet & circulo mouebitur, nam si h quiesceret palam est, quod nauis circulariter moueretur, sed h fungitur vice quiescentis, quia tardius mouetur quàm K, igitur K mouebitur ad d e & motu circulari aut participe eius. Quarta causa est, quoniam h cupit descendere, vt graue: ergo ferri vbi minus impediatur à motu violento, at minus impeditur in circulo, de qua a b, quia a b cum maioris sit ambitus aqua in eo vlterius fertur quam in d e, ob hæc omnia & in mari & fluminibus ac lacubus cum naues fuerint in ambitu vorticis iam rapiuntur ad illum, & circulari motu, isque motus est indicium submersionis, quoniam indicat aquam, ibi propè descendere recta versus centrum, & ob id prudentes nauæ magna vi ventorum & remorum sæpe seruant se, præoccupantes motum elicum recto motu. Cur autem aqua quæ est in a, non potius feratur per obliquam lineam ad d vel g, quam ad e vel c inde ex illis ad d vel g, præsertim cum adsit breuior a e & e d & a g breuior a e & c (vt docet Euclides) causa est quia aqua quæ descendit per e d & c g maiore impetu descendit quàm per a d vel a g vt demonstratum est, ergo non poterit quæ est in e d vel e g loco dimoueri, nec cedere aquæ per obliquam lineam descendenti.

Propositio centesima octaua quinta.

Cur homo sedens quanto altius sedet, & quanto magis crura ad femora & femora ad pectus reclinata habet, facilius consurgat, cum tamen hæc opposito modo inuicem se habeant, declarare.

Huius secundam partem Aristoteles in Com.



Mechanicis proposuit; sed neque sub adiecta dubitatione, sedens n altius a b pectus b c femur

b c femur, c d crus eiusdem vel æqualis, pectus g h, femur h k, crus k l longior b f quam h n facit, vt facilius surgat a b c d quàm g h k l, & tamen anguli a b c & b c d sunt maiores g h k & h k l, quini no cum volumus surgere contrahimus c d & k l prope & e regione a b, igitur patet ratio secundi, propior n est c d ipsi a b quanto angulus a b c minor est, qui æqualis est b c d. Cum ergo quanto propior est c d ipsi a b eo facilius surgat, quoniam particeps magis dispositionis per quam surgit, propior autem quo anguli sunt acutiores ideo facilius exurgit homo, quo contractiora sunt crura, & anguli femorum ad crura & pectus minora. Hucusque Aristoteles & bene.

Sed cur rursus contractiora dũ sunt crura, homo facilius exurgit. Proponantur c f contracta ad perpendiculum, & inclinetur b a ru o vt fiant b o & f c e qui distantes, ita enim commodius surgimus: nec aliter qui sunt imbecilliores: quia ergo b est in directo f, ideo musculi femoris inferiores ob crus, & superiores ob pectus sunt magis tensi & anteriores cruris itidem, ideo maiore vi trahunt particulam. Vnde manente fixo f & capite etiam & pectore grauitate sua adiuuantibus, facilius homo exurgit quam ad latos angulos cum contractio, vt dixi, musculorum & inclinatio partium superiorum fiat maior.

Rursus pro prima parte problematis, dico quòd quanto altior est b f tanto facilius exurgit, nam supponatur angulus reflexionis a h e æqualis a h e æqualis a h c, & b c k æqualis h k f, igitur cum b f sit breuior b f, erit h k breuior b c & f k, f c quare b c femur, & f c crus erunt violentius extensa quàm in situ h k, k f ergo, musculi facilius erigent sedentem altiore loco quàm humiliore, quod erat demonstrandum.



Propositio centesima octuagesima sexta.

Si fuerit proportio primæ & secundæ quantitatis ad tertiam, vt primæ & quartæ ad quintam, fueritque quarta secunda maior, erit proportio quartæ ad quintam maior quàm secundæ ad tertiam.

Quod si fuerit maior quartæ ad quintam quàm secundæ ad tertiam, necesse est quartam secunda esse maiorem.

Com. Sit proportio a & b ad c, vt a & d ad e sitque d maior b, dico maiorem esse proportionem d ad e quàm b ad e, quod si maior sit proportio d ad c quàm b ad e, quod si maior sit proportio d ad e quàm b ad c, dico d esse maiorem b. Quoniam enim est d est maior b ad d est maior a b per communem animi sententiam, igitur cum sit proportio a d ad e vt a b ad c erit e maior c igitur minor, proportio a ad e quam a ad c, at proportio totius a d ad e est æqualis proportioni a b ad e, igitur ex communi animi sententia maior proportio d ad e, quam b ad c. Rursus, si maior est proportio d ad e quam b ad c, igitur per communem animi sententiam maior est a ad e quàm a ad c, igitur e maior quàm c, sed d maiorem habet proportionem ad c quàm b ad c, igitur d maiorem quàm b.

	a	
b		d
c		e

Per 14. quinti Elem. Per 8. eiusdem.

Per 10. quinti Elem Per eadem sæpius repetitam.

Propositio centesima octuagesima septima.

Si eisdem viribus & eadem proportione cum auxilio ponderis tertij, quartum pondus moueatur quibus secundum auxilio primi, necesse est quartum pondus tardiùs & maiore cum difficultate moueri quàm secundum.

Com. Maneat prior figura, & sint vire aquæ cum pondere b moueant c pondus, & cum d pondere eædem vires sub eadem proportione moueant e, si autem pondus d maius quàm b, dico e tardius & difficilius moueri quàm c. Nam ex præcedente e erit maius quàm c, & proportio d ad e maior quàm b ad c, & proportio a ad e minor quàm ad c, tum ergo propter vectem magis pressum, tum quia d non mouet e, nisi motum ab a, necesse est vt tardius & maiore cum difficultate admoueat e quo a b mouet c. Et ideo eo perueniri poterit absque dubio, vt a b moueat velociter e & a d, nullo mouente. Quia hoc accidit cùm d non mouet c nisi quia motum ab a.

Propositio centesima octuagesima octaua.

Si vires aliquæ moueant cum ponderibus aliqua pondera, vt composita proportio sit eadem proportioni virium & duorum ponderum mouentium aggregatum æquale duorum ponderum, vbi maior fuerit partium inæqualitas, ibi erit maior difficultas.

Com. Sint vires a, & aggregatum ponderum b c & d e æqualia, & a cum f & g moueat b & c sub proportionibus componentibus eandem proportionem, quam componunt proportiones a & h mouendo d & a, & k mouendo e, & sit maior differentia ponderis ad d quã c ad b, dico quod maiore cum difficultate mouebuntur d & e quàm b & e. Nam cum differentia e & d sit maior quàm c & b, & d e & b c sint æqualia, erit e maius c, igitur e difficilius mouebitur ab a & k quàm c ab a & g, Itidem quia e tanto maius est c, quanto b maius est d, & propor

	a	
f		g
b		c
h		k
d		e

Per præcedentem.

proportio a k ad e & a h ad d, conficiunt proportionem a g ad c & a f ad b, erit vt motus d e sint tardiores & difficiliores motibus b c, per regulam dialecticam, nam difficultas motus e supra difficultatem motus c, est maior quam difficultas motus b supra difficultatem motus d, igitur difficultas motus d & e, maior est difficultate motus b & e, quod erat demonstrandum.

Propositio centesima octuagesima nona.

Si pondus minus ad longitudinem maiorem sub æquali proportione coaptetur, facilius deorsum trahetur quàm quod maius est & propius.

Sit situla aquæ f annexa tigno in e & ad



Per 45. Propos. Prop. 109.

minuendũ põdus addatur ex aduerso e longius seu vincatur pondus a, dico quod commodius erit quã si æquale ad grauitatẽ addatur b proprius in e, nã quia b æquipõderat in d vt a in e, & homo trahens ex e plus potest quã ex d, igitur facilius trahet ex e quã d. Et quoniã graue minus ponderat quanto magis distat à medio, licet moueat magis, ergo inclinatum ad medium, cum ergo moueatur velocius ex e quam d, & semper velocius descendendo in comparatione a g h, igitur semper magis & magis velociter ex e quàm d vt sit duplex incrementum & comparatione c e ad c d & descensus ad descensũ in vtroque & similiter in reditu, quia facilius impelletur sursum e quàm d per primam rationem.

Propositio centesima nonagesima.

Si fuerit primum graue minus secundo, & secundum minus tertio, proportio autem primi ad secundum multo maior quàm secundi ad tertium, possibile erit propositis viribus eisdem addere pondus secundo, vt ipsum & tertium moueantur facilius ab eisdem viribus, & primo vel secundo quam antea.

Sit a pondus minus, c maius, proportio a ad b multo maior quàm b ad c, vires d, & d cum a moueat b & cum b moueat c, dico quòd poterit addi pondus ad b vt d cum a moueat b, & d cum b moueat e maiore facilitate componendo proportiones quam antea: Cum enim fuerit proportio d b ad c minima, quantumcunque moueatur b facilè ab a d plus refert difficultas c moti a b d: igitur cum addito pondere dimidio quod a superat b omnino vinciat ad ipsum b, cum eo quod additum est, & tanto minor sit difficultas motus c a b d cum pondere addito, sequitur vt minor sit difficultas motus b cum pondere addito a b a d, & motus c a b cum pondere addito & d quàm b & c a b a & b cum viribus d. Per 188. Per 187.

d
a b c

Ex hoc patet quòd qui interpretati sunt Aristotelem, cum non possit nec intelligi nec demonstrari, fucum fecerunt legentibus: nihilominus hoc illis debemus, quod si Phrynis non fuisset, Timotheus non fuisset, nam nisi illi quod sciuerũt protulissent in medium, ego forsan aut illa non intellexissem aut neglexissem. Itaque & reliquas habes à nobis expositas licet non adeò diligenter, & modum huiusmodi exponendi. Subiiciemus autem & hanc, vt obiectæ quæstioni, quantum nerui sit (si penitus quis res sequi velit non addictus nimis authoritati veterum vt pedem figere velit, vbi illi res vix tactas reliquerunt) intelligamus. Quæst. 18.

SCHOLIVM.
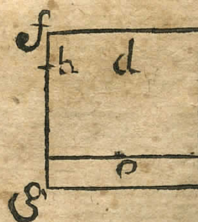
Vocatur autem hæc proportio auxiliaris. Cumque fuerit æqualis d & a ad b vt d & b ad e, dicetur auxiliaris æqualis.

Propositio centesima nonagesima prima.

Cum fuerint duo pondera vires duxerisque aggregatum ex viribus & minore pondere in maius, addiderisque insuper quantum est productum dimidij virium in se latus aggregati detracto dimidio virium, dicetur pondus auxiliare æqualis proportionis.

Sint pondera b minus, c maius, & ducatur aggregatum- ex a viribus & b minore pondere in e, & ei addatur quadratum dimidij à Com.

a
b K c



dico

dico quod radix seu latus huius detracto dimidio a est pondus auxiliare æquale, sit productũ a b in e superficies & quadratum dimidij a sit e, ita quod tota d e sit superficies quadrata, cuius latus sit f g: f h autem dimidium a dico h g esse pondus auxiliare æquale. Quia enim f g quadratum est æquale quadratis g h, h f & duplo g h in h f & quadratum f h est æquale e superficiei, erit quadratum h g minus superficiei d in duplo g h in h f, quare productum a b in c erit æquale quadrato g h in se & a, nam duplo g h in g f & iam duplum g h in h f est æquale producto g h in a, quia a est duplum h f, igitur qualis est proportio a b ad g h, talis g h & a ad c igitur per definitionem datam g h & quantitas grauitatis auxiliaris, æquale.

Per 4 primi Elem.

Per 16. sexti Elem.

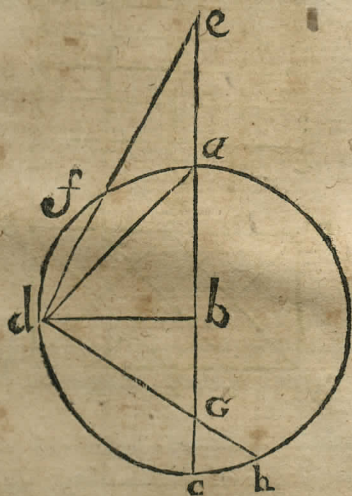
Cor. 1. Ex hoc manifestum est, quod si fuerit datum pondus tertium auxiliare, quod sciemus quantum addendum vel detrahẽdum vt fiat pondus auxiliare æquale, nam inuenta g h si fuerit k maior addemus quod deficit, & si minor quàm k detrahemus ex k quod est superfluum.

Cor 2. Prop. 187. Et rursus inuenta g h vt perficiamus pondus æquale, augebimus aliquantisper, vt fiat æqualis ad vnguem difficultas in motu: iuxta doctrinam superiùs datam.

Propositio centesima nonagesima secunda.

Si ex medio diametri linea ad perpendiculum erigatur ad circuli peripheriã: ex eo puncto autem quotlibet lineæ ducantur seu intus ad circumferentiam vsque, seu extra ad diametrum, erit proportio totius lineæ ad totam, velut mutuo partis ad partem.

Com. Ex media diametro a c. 1. centro b, ducatur ad perpendiculum b d, & ex d lineæ d a d e d h, dico d e ad d a, vt d a ad d f, & d h ad d a vt d a ad d g, & d e ad d h vt d h ad d f. Quia n quod fit ex d e in e f, æquale est ei quod ex e c in a, quod verò



Per 36. terrij Elem. Per 6. secundi Elem. ex e c in e a cum quadrato b d seu b a æquale est quadrato b e, igitur ex e d in e f cum quadrato d b æquale quadrato b e, ex d e igitur in e f cum quadratis d b & b a æquale quadrato d e. Quadratis autem a b & b d æquale quadratum d e: igitur ex d e in e f cum quadrato d a æquale quadrato d e. At quadratum d e æquale est his quæ ex d e in e f, & f d, igitur detracto communi ex d e in e f, erit quadratum d e æquale ei quod ex d e in d f, igitur d e ad d a, vt d a ad d f. Similiter quod fit ex h d in d g, æquale est ei quod fit ex h g in g d cum quadrato d g, at quod fit ex h g in g d est æquale ei quod fit ex c g in g a, erit quod fit ex c g in g a cum quadrato d g æquale ei quod fit ex d h in d g. Quadratum autem d g est æquale quadratis d b, b g igitur d h in d g æquale est ei quod fit ex g a in c g cum quadratis b d b g, at quod fit ex a g in g c cum quadrato b g est æquale quadrato b a igitur quod fit ex d h in d g est æquale quadratis d b, b a quæ sunt æqualia quadrato a d igitur quadratum a d est æquale ei quod fit ex h d in d g, quare proportio h d ad d a vt d a ad a g. Quia ergo proportio d e ad d a vt d a ad d f, & d h ad d a vt d a ad d g, erit d e ad d h vt d g ad d f.

Per 47. primi Elem. Per eandem. Per 2 secundi Elem. Per 17. sexti Elem. Per 2 secun. di Elem. Per 35. terrij Elem. Per 47. primi Elem. Per 5. secun. di Elem. Per 17. sexti Elem. Per 16. & 17 sexti Element.

Com. Vnde manifestum est omnes has lineas in suam interiorem partem ductas rectangulum constituere æquale quadrato quod circulo eidem inscribitur.

Propositio centesima nonagesima tertia.

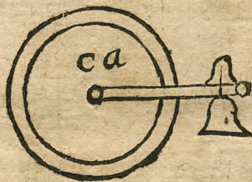
Rationem ponderis triplicem explicare.

Com. Propos. 18. & 38. Quæst 19. Mechan. Superius declaratum est quod id quòd quiescit, habet motũm occultum. Quærit autem Aristoteles cur securis pondere pressa non diuidit lignum, minore verò sed moto sed modo diuidit? Diximus motum inesse qui perpetuo augetur, indicium est, quod si ex a descendat, maiorem facit ictum, quoniam plurimus aër coadiuuat, ex d autem occultum solum, & eum qui fit ratione grauitatis, medium ex mediis locis. Omitto modo de motu aucto per vim humanam, de quo videtur quærere Aristoteles, quilibet enim aër addit super motum iam acquisitum & fit hoc argumentum centies ac millies maius, quoniam m est qui diuidit, pondus autem non penetrat. Sicut ergo cuneus magis diuidit lignum quam clauua, ita quod mouetur sine proportione (vt ita dicam) non solum ob impetu necesse est vt vehementer diuidat lignum aut lapidem subiectum, & non in proportione distantiæ. Sicut si pondus in forma securis, & ipsa securis diuidit longè magis ligna quam clauis maioris ponderis & maiore vi descendens: ita pondus motum quam immotum. Hoc adeò perspicuam habet causam, vt quanto plura verba adderentur, eo redderetur res difficilior.



difficilior. Habet ergo propriam solum grauitatem & motum occultum. Cæterum est tertium, genus medium, cum idem pondus appensum est, velut f quod dico esse maius & minus occultum quam si iaceret in plano, quoniam sicut tuber & cauitas in qua iacet simul tempore sunt, natura tamen tuber est priùs cauitate, ita pondus appensum prius est, contrà nixum vinculi nutura & quoadmmodo tempore, semper enim grauat, & illud semper resistit supra illius grauitatem: Sed pondus quod est in plano occultam omnino habet actionem bifariamque distinguitur a pondere suspenso: Primum quòd pondus quod quiescit & contra intendi principium simul non solum sunt tempore sed etiam natura. Sed in appenso, vt dixi, pondus prius grauat quam vinculum contranitatur. Secundò, quia pondus in plano non inchoat motum sed pendens inchoat, ideo quòd est in plano habet prorsus occultum, quod pendet non: & si sit lignum eiusdem molis & duritiei cui appensum sit f & cui insideat, magis atteretur id cui appenditur, & priusquā cui insidet. Cæte-



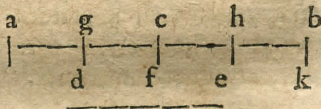


rùm quod ad grauitatem attinet æqualia sunt, nam aër in vtroque pellit deorsum, ac magis quod quiescit in plano: solum enim planum resistit, in pendulo onere etiam aer suppositus, quo fit vt quod pendet, minus graue sit. Sed æqualia videntur.

Propositio centesima nonagesima quarta.

Proportionem ponderis longioris in medio suspensi ad breuius illi æquale & in medio supensum, declarare.

Quæst, 27. Hanc generaliter proposuit Aristoteles in Mechanicis, ostenditur enim quod si a b in e, & d e in f æqualia pondera in medio suspēdantur, quod grauius erit a b quam d e. Et hoc est certum quia a & b extrema plus distant ab hypomochlio. Sit igitur g h resecta æqualis hiccinde d e, pondus est æquale a b, erit g h minus pondere d e in K, igitur per communem animi sententiam K est æquale vero ponderi a g & h b, igitur cum a g & h b plus ponderent in situ suo quam in situ d e, patet propositum quoad Aristo-



telem attinet, scilicet quod a b est grauior d e.
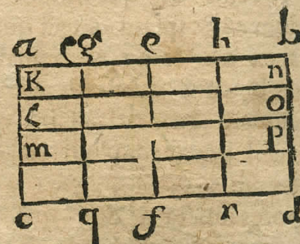
Vt modò ostendam proportionem, erit proportio h b ad g h vt ponderis h b ad totum pondus g b, eadem ratione a g ad g h vt ponderis a g ad totum a h, a h autem est æqualis g b & a g æqualis h b ex communi animi sententia, & pondus a h æquale ponderi b g. quia sunt æquales & in eodem situ: igitur a g, h b ad g h, vt ponderum a g h b ad pondus g b. Et ita patet quod quanto longior est a b in comparatione ad d e, tanto a g & h b in comparatione ad g h, igitur tanto maior proportio ponderum a g h b ad pondus a h, rursus est tanto maius quanto a b est longior per demonstrata in prima parte igitur multo maius est pondus a g h b, quanto longior a b in comparatione ad d e. Per. 91. huius.

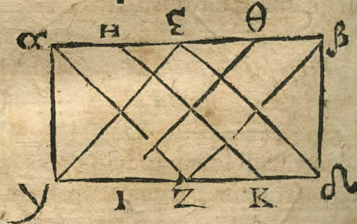
Exemplum sit ponderis a b 12. ponderis longitudinis pedum quatuor, d e pondus 12. longitudinis duorum pedum, erunt igitur a g, g e, c h, h b vnius pedis singulæ. Et quia a g & bh sunt dimidium g h erunt ambæ pariter æquales g h & ideo pōdus a g h b æqualia g b ponderi, sed pondus g b est librarum nouem, quia g b est dodratus a b, igitur tota a b est ponderis quindecim, nam g h est ponderis sex, est ergo pondus a b quadrante maius d e.

Propositio centesima nonagesima quinta.

Si lectus fiat dupla longitudine ad latitudinem melius suffulcietur restibus ex medio ad angulos, & eis æquidistantibus quam secundum longitudinem & latitudinem.

Com. Quæst. 25. Hæc proponitur à Philosopho in mechanicis, & dico quod si a b sit dupla a c, & $\alpha\beta\delta\gamma$ dupla, & diuidantur a b a c $\alpha\beta\delta\gamma$ in quot vis partes æquales iuuicem, nam supponitur a b æqualis $\alpha\beta$ & a c æqualis $\alpha\gamma$, & ducantur rectæ lineæ decussatim & ad rectos angulos,





& secundum id stantuantur restes, quod decussatim positæ vtiliores erunt, omitto quod decentius ob spatiorum minorem differentiam. Adducam solùm tres Philosophi rationes: prima, quoniam ligna non adeò facilè finduntur nec incuruantur transuersim tracta,

tracta, vt recta & secundum longitudinem; Et ideò longè plus durabit α β γ δ quam a b c d, & cum spondis rectoribus, & ideò etiam cum restibus magis intentis: & erit firmior & pulchrior. Secunda ratio est, quod cum restes in secunda constitutione æquales inuicem sint, in prima quæ secundum latitudinem duplæ, quæ longiores erunt magis laxabuntur transuersalibus, & ita turpiores & incommodæ breui reddentur, & in secunda constitutione æqualiter sustinebunt pondus & reuolutionem cubantis, tum ob æqualitatem longitudinis inter se, tum ob situm similem inter se, tum ad humanum decubitum dissimilem, nam (vt ostensum est) id præcedenti magis grauat pondus in extremis quam in medio, & magis laxantur ob id quod sunt secundum eundem situm. Et hanc caussam expositores non intellexerunt multi, multo minus tertiam, in qua faciunt demonstrationem Geometricam & computant rem numeris. Deinde non animaduertunt quod in secunda figura assument quinque lineas, cum in prima tantum assumpsissent quatuor. Peius omnibus est quod demonstratio hæc cum de trāsuersis ad magis trāuersas lineas sit, non est ad propositum Aristotelis: qui in duabus primis rationibus transuersas comparauit his, quæ à latere ad latus & à capite ad caput deducuntur, ita vbi trifariam decepti sunt, ibi maximè gloriantur. Miserum nunc philosophandi genus: voluntque supercilium esse loco doctrinæ. Sint igitur lineæ ductæ vt vides, dico omnes pariter acceptas in prima figura, esse longiores omnibus pariter acceptis in secunda figura, quod intendit demonstrare Aristoteles. Ostenso ergo de duabus, idem supposito numero æquali de omnibus constat. Demonstandum est ergo a b & g q maiores esse αζ & ζβ, nam αγ & γζ sunt æquales & ζδ & ζβ ex supposito, quare αζ & ζβ æquales sunt potestate quadrato, αβ igitur ambæ iunctæ lineæ mediæ inter duplum αβ & ipsam αβ, quadratum enim αζ & ζβ coniunctarum est duplum quadratis vniuscuiusque earum pariter acceptis, velut & quadratum mediæ inter duplum αβ & ipsam αβ, ad quadratum coniunctæ ex a b & a c est æquale duplo quadrati a b cum quadrato a c, igitur superat duplum quadrati αβ in quadrato a c, sed quod potest duplum quadrati αβ est aggregatum αζ & ζβ, igitur a b & a d sunt longiores iunctæ αζ & ζδ quia possunt eo plus quantum est quadratum a c.

Per 34. primi Elem.

Per 47. primi & 4. secundi Elem.

Per 17. sexti Elem.

Per 4. secundi Elem.

Per eandem.

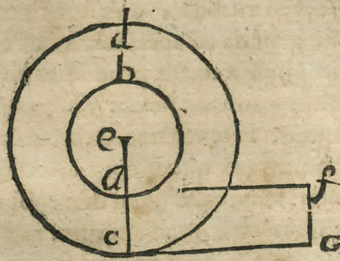
Per eandem.

Propositio centesima nonagesima sexta.

Si duo circuli super eodem centro eodem motu tranferuntur, æquale spatium superant.

Com

Sint duo circuli a b, c d super eodem centro e qui tranferantur super axe per spatium c g dum resoluitur c d, tum ergo a erit in f, quia c d contingit planum c g, igitur e c est ad perpendiculum c g, ergo punctum a est in a f æqualis c g, igitur a b circulus solum reuolutus est semel, & tantum perambulauit spatij quantum e d & æquali velocitate, cùm tamen seorsum sit proportio spatij

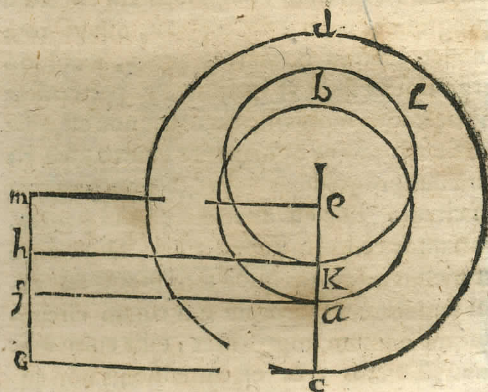


Per 18. tertij Elem.

Per 34. primi Elem.

ad spatium vt circuli ad circulum. Hæc est subtilissima quæstionum propositarum a b Aristotele in mechanicis, quam sic quidam soluunt. Supponunt duo: primum si quid ad aliquo mouetur nihil conferens ad illum motum, ex se ipso per tantum mouebitur spatium, per quantum ab illo motore mouebitur: Secundum eadem potentia in eodem tempore diuerso modò duo mobilia mouebit æqualia, cum vnum

Quæst. 25.



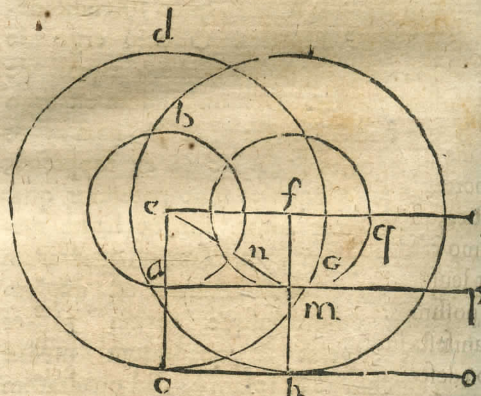
motui assentietur aliud non, quod si hæc mobilia seiuncta fuissent, quod aptitudinem haberet seiunctum velocius moueretur, quàm dum coniunctum est. Cum ergo inquiunt circulus c d moueatur ab a b circulo, nec conferat quicque ad motum, ideo tantum transibit spatium c d quantum a b per primum suppositum. Sed quoniam proposito circulo alia non circa idem centrum, vtpote k l reuolnetur & perueniet ad h ex domonstratis. Respondetur ad hoc, quod idem est, quia vnus circulus tantum per se mouetur circa centrum, reliqui omnes non per se circa centrum, sed ab alio circulo primo mouentur, ideò nihil refert seu sint circa idem centrum seu circa aliud, hoc enim fortuitum est. Ideo ad argumentum respondent cauillosam esse hanc disputationem, cum supponat idem ambobus circulis per se centrum esse. Sed non est per se, verùm per accidens. Attamen demiror de huiusmodi solutione. Primum quod ipsemet. Aristoteles de hoc nos docuit in primo Posteriorum dicens. Non est igitur ex vno in aliud genus transcendentem demonstrare, vt Geometricum Arithmetica. Et Auerroës in Commento magno inquit, ea verba exponens Fieri non potest, vt demonstratio

transferatur

transferatur de arte in artem. Et ibidem docet, quod neque vt ambæ præmissæ sint communes, neque etiam maior tantum, sicut exponebat Alpharabices. Verùm dicit solum licet in artibus, quæ sunt in comparatione generis ad speciem, vt fit conclusio veluti physica maior propositio, in subiecta scientia veluti medicina. Vnde concludit Philosophus. Propter hoc Geometriæ non licet demonstrare quod contrariorum vna est scientia: sed neque quod duo cubi cubus, neque alij scientiæ quod alterius: nisi in his quæ ita inter se habent vt altera sub altera sit, veluti perspectiua ad Geometricã, & harmonica ad Arithmeticam. Et post docet quod etiam non licet demonstrare ex communibus: hæc igitur ratio est ex alienis genere atque communibus. Quid, quòd non soluit difficultatem quæ mathematica tota est & innititur manifestis principiis. Debuit enim ostendere quomodo tardius moueatur circulus maior ipso minore hoc ènim est necesse si eodem tempore debent æqualia spatia pertransire. Accipiamus ergo quod manifestum est, scilicet vectionem esse hanc in qua e centrum perpetuò per æquidistantem lineam fertur in m, nullum autem circulum progressus centri esse causam, nisi vt rota mouet currum & currus axem, reuolutio ergo notæ efficit vt spatium c g pertranseat nota, & ideo motus ille circularis non est, quia circularis motus fit manente centro, sed est circulus progrediens vel vt & punctum erat in circulo, hoc est discrimen quòd puncta, variantur centrum autem non. Dico ergo vt melius intelligas quòd talis motus est velut famulorum fabrorum qui rotam circunducant domum impellentes, talis enim motus, est rectus, & est impulsionis non autem circularis. Et ideò omnia puncta æqualiter mouentur, & per æquale spatium, accidit autem vt hic motus fiat circunuertendo, sicut etiam si traheretur fune. Et si quis obiiciat quod hæc responsio est eadem cum illa quæ tribuitur Aristoteli, dico quod non, quia in illa supponuntur duo falsa, vnum quod principium motus aliquando sit in c d, aliquando in a b, quod pro secunda parte falsum est: nam nunquam principium potest esse in a b, nam si intelligamus de modo motus, non mouetur nec a b nec c d motu circulari, quoniam (vt dixi) motus est vectio, seu tractio, non circularis. Sin autem de causa motus rotæ illa est in circulo semper maximo, scilicet c d & non a b. Et causa erroris horum fuit duplex: cum enim scirent hanc rationem, dubitarunt an circulus c d motus esset potius causa motus circuli a b, an contrà, ideò protulerunt ambos, sicut illi quibus sublata est res aliqua, vt non errent, dicunt hic, vel hic subripuit rem meam. Secunda fuit, quia nesciuerunt distinguere inter motum per circulum & motum circularem, cum sit magnum discrimen: motus enim rotæ est per circulum, quia per circumferentiam eius, quæ est circulus, non autem circularis. Etsi superius appellauerim circularem, cum distinxi in triplicem motum sphæræ circumuolutionem, tunc non curaui de verbis, quia verba tum non erant causa erroris.

Ex hoc patet vnum, quod est difficilius, scilicet quia certum est, quòd tam c d quàm a b mouentur super rectas, & ita vt singula puncta c d tangant singula puncta c g, & a b singula puncta a f, & tamen c d circumferentia, aut non est æqualis rectæ c g, aut circumferentia a c non est æqualis rectæ a f, aliter si ambæ circumferentiæ ambabus rectis essent æquales, cum rectæ sint æquales, vt demonstratum est essent circumferentiæ etiam a b & c d, æquales maior minori, quod est impossibile. Non ergo valet argumentum, iste circulus circumfertur super rectam aliquã, ita vt cum redit ad idem punctum rectam perambulauit ad vnguem, ergo illius peripheria est æqualis illi rectæ. Com.

Melius ergo fuisset huius reddere rationem, in quo est tota difficultas, nam illa (vt dixi) de motu circulari nulla est, si quis tam penitus introspiciat. Sit igitur vt rotæ axis c, transeat in f, & quia e a & f g æquales sunt a centro ad circumferentiam, & a g æquidistans b c, erit per demonstrata punctum g in linea f h, & ponamus quod punctum fuerit m, quod translatum, & retro reuolutum peruenerit ad h, & secet e m a b circulum in n, dico quod n est punctum g, in quo etiam est animaduertendum de stupore horum scribentium, nec aduertentium quod puncta circulorum a b & c d retrocedunt, versus a & c, & non versus o & p, & hoc, est quod decipit illos. Com.



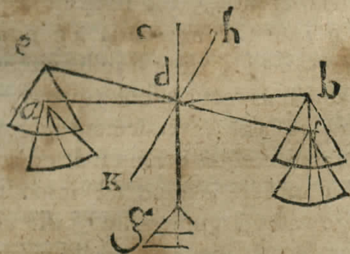
Quia ergo m est h & e f, igitur cum n sit in linea e m, erit in linea f h, sed n est etiam in circulo a b, igitur cum nullum sit punctum aliud in linea f h, & circulo g q, quam g est n communis sectio, igitur n peruenit in g. Vides ergo quod m retrocessit per angulum m g h, autem antecessit per angulum n g f, qui est æqualis angulo m g h, Ex quo liquet causa dictorum, & quod non intellexerunt quæstionis fundamentum cum ferantur singula puncta in vna reuolutione æqualiter cum centro motu recto? & motu circumuolutionis sunt immobilia, quia tantum retrocedunt in vna medietate, quantum procedunt in alia.

Propositio centesima nonagesima septima.

Cur lances ad locum suum suspensi redeant impendentes non, demonstrare.

Aliàs

Com. Quæst. 7. Mechan. Alias cum viderem apud Aristotelem & eius expositores hoc problema non sum ausus, quia ex propriis non mihi occurrebat demonstratio, rationem reddere, at confecta dialectica statim apparuit modus. Sit ergo libra a b appensa ex trutina c d, & sit per



pondus eductæ loco e f, & sublato reuertitur ad locum priorem: Et rursus eadem si immineat g d sustentaculo non mouetur: igitur palam est quod in trutina d e grauior est quam d f insistens g d, non est adeo grauis, aut omnino non grauior. Neque potest id accidere quod in primo casu angulus e d c acutus, sit in secundo obtusus, nam si ob angulum e d c acutum descendit in primo casu e, in secundo casu descendet f, quia pariter f d g acutus est, & æqualis e d c, hoc autem non contingit. Mira ne dicam stultitia an audacia eorum, qui nihil intelligentes ausi sunt, hæc pertractare, sperantes in tot sæculis nullum futurum, qui ignorantiam suam & imposturam depræhendat, dicunt enim quod in primo casu producta quadam recta ad perpendiculum, & quę sit h K maiorem reddi d e quàm d f, neque quomodo id fiat ostendunt, & si (vt dixi) maior sit quam d f in primo casu maior d f quã d e in secundo casu: ergo si in primo casu d e descendit, in secundo descendet magis d f, at hoc non accidit sed stat. Oportet igitur hoc esse principium ex Dialectica, quod ostendat e grauiorem esse f in primo casu, in secundo non esse grauiorem, aut leuiorem, vt neque ad angulum refugere possimus. Ergo supponere oportet quæ manifesta sunt, e esse grauiorem f, aliter enim non descenderet: non prohiberi autẽ in primo casu motum prohiberi in secundo aliter vel grauior fieret f, vel maneret eadem grauitas: siquidem manet grauitas, nec impediretur descendere e in secundo casu, vt in primo, at non descendit. Si grauitas mutaretur, igitur f descenderet secundo casu magis quã in primo. Quod si dicas non tanto fieri grauiorem, igitur f magis depressa descendet saltem, at nunquam descendit, igitur grauior est semper e quàm f, sed in secundo casu impeditur motus non in primo. Causa grauitatis est, quoniam d est centrum grauitatis, quia medium, igitur cum e & d conspirent contra f, necesse est e descendere per superius demonstrata, igitur e descendet in primo casu, quia grauius est vt docui nec impeditum. At in secundo casu e & d sunt grauiora, sed d est impedimentum, quia non habet motum, nisi occultum insidet enim g d, igitur tantum ponderat e quam f, ergo prorsus non mouebuntur, facit & ad hoc quòd quæuis latitudo d, sustentaculi prohibet motum, at deesse vix potest. Vides ergo illos nugas palam agere. Primum deest illis dialectica, deinde ingenium acre, deinde quod maius est, volunt confestim transire ex principiis ad remota theoremata, quod fieri non potest.

Propos. 45. · Prop. 193. (margin)

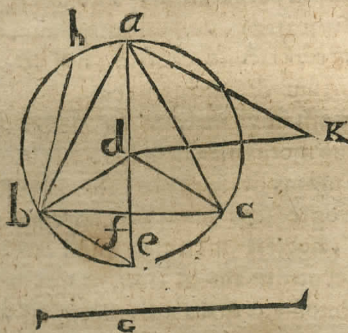
Propositio centesima nonagesima octaua.

Cur solidum quod cubus vocatur, pyramide stabilius sit, ostendere.

LEMMA PRIMVM.

Si intra circulum triangulus æquilaterus describatur, & ab vno angulorum per centrum rectà ducatur, angulum per æqualia diuidet, & trianguli latus, & ad angulos rectos ei insistet, ipsa verò quæ ex centro per æqualia vicissim à trianguli latere diuidetur.

Sit a b c æquilaterus circulo inscriptus,



cuius centrum d, ducaturque a d e f rectà per centrum, & ducantur d b & d c, eritque ex hoc triangulus a b d æquilaterus triangulo a c d, quare angulus b a d æqualis c a d, igitur arcus b e æqualis c e, igitur arcus b e est sexta pars circuli, quare b e recta latus exagoni, quare b e erit æqualis d e, igitur cum anguli a d f sint vtrinque recti, erit d f æqualis f e, itaque f d, tertia pars f a & f b dimidium a b quia b c.

Com. Per 8. primi Elem. Per 26. tertij Elem. Per 28. eiusdem. Per Cor. 15. quarti Elem. Per 4. primi Elem. Per 47. primi Elem.

LEMMA SECVNDVM.

Quadratum lateris trianguli æquilateri se habet ad illius superficiem, vt latus eius ad mediam lineam inter latus dodrãtis, & quadrantis proportione duplicata.

Quadratum a b est æquale quadratis a f, f b, & quadruplum quadrato b f, igitur quadratum a f est dodrans quadrati a b. Quod verò fit ex a f in f b est medium proportione inter quadrata a f, f b, rectangulum igitur ex a f in f b est ex lateribus dodrantis a f, & quadrantis b f quadrati a b, quare cum mediæ inter a f & f b æquale faciat quadratum rectangulo a f in f b, erit proportio quadrati a b ad quadratum mediæ inter a f, f b, vt lateris trianguli ad mediam inter latera dodrantis, & quadrantis quadrati lateris ipsius duplicata: rectangulum autem a f in f b est æquale triangulo a b c, igitur

Com. Per 47. primi Elem. Per 1. sexti Elem. Per eandem. & 11. quinti Elem. Per 17. & 20. sexti Elem. Per 41. primi Elem.

proportio quadrati a b ad triangulum a b est velut lateris a b ad mediam inter latera dodrantis & quadrantis duplicata.

LEMMA TERTIVM.

Propositio quadrati cubi sphæræ inclusi ad triangulum pyramidis eidem sphæræ inclusæ, est velut lateris pyramidis seu tranguli eius ad cathetum suum.

Com. Per Cor. 13. decimi tertij Elem. Per Cor. 15. decimi tertij Elem. Per 17 sexti Elem. Lemmate 1. Per 67.

Proponatur enim sphæræ diameter g, & latus pyramidis b a, & latus cubi b h, quæ corpora illi sphæræ includuntur: igitur g erit potestate sexquialtera ad a b, & tripla ad b h, igitur b a est potestate dupla ad b h, quod igitur fit ex b a in dimidium suum, est æquale quadrato b h, igitur b h est media inter b a & d f, b f enim est dimidium b a, vt probatum est. Quadratum igitur a b se habet ad triangulum a b c, vt a b ad mediam inter a f & f b duplicata: Quadratum quoque a b se habet ad quadratum h b, vt a b ad mediam inter a b & b f, duplicata igitur proportio quadrati b h ad triangulum a b c, est velut lateris a b ad cathetum a f.

LEMMA QVARTVM.

Proportio lateris pyramidis ad axem illius est potestate sexquialtera.

Com. Per 47. primi Elem. Lemmate 1.

Intelligatur basis pyramidis triangulus a b c, & conus pyramidis K, & quæ per centrum sphæræ transit ex cono K d, cumque K d a angulus rectus sit, erit quadratis K a æquale quadratis K d, d a, at d a est dupla d f, vt probatum est, igitur petestate sexquitertia f b, K a verò est quadrupla potestate f b, quia f b est dimidium K a, igitur K a est tripla potestate a d, igitur K a potestate sexquialtera K d, quod erat demonstrandum.

Com. Ex hoc patet quod proportio axis pyramidis ad latus cubi eadem sphæra circumscriptorum est potestate sexquitertia.

Com. Quia enim K a est potestate dupla ad b h, & sesquialtera potestate ad K d, necesse est vt K d sit sexquitertia potestate ad b h.

LEMMA QVINTVM.

Prisma altitudinem habens pyramidis & triangulum eiusdem basis, æquale est cubo eidem sphæræ inscripto.

Com Per 3. lemma Lemmate 2.

Cum enim proportio quadrati b h ad triangulum a b e sit velut a b ad a f, a b autem ad a f sit sezquitertia potestate ex demonstratis, erit quadratum b h ad triangulum a b c sexquirertium potestate: at cubi b h altitudo est ipsa b h, prismatis autem a b c altitudo est K d, K d autem potentia sexquitertia ad b h, igitur prima a b c est æquale cubo b h, quod fuit propositum.

Com. Per Com. lemmatis 4. Per 34. vndecimi Elem. Ex 7. duodecimi Elem. Com.

Ex hoc sequitur, quod cum prisma sit triplum suæ pyramidi, vt ab Euclide habetur, quod cubus est triplus pyramidi, quam eadem sphæra circumscribit.

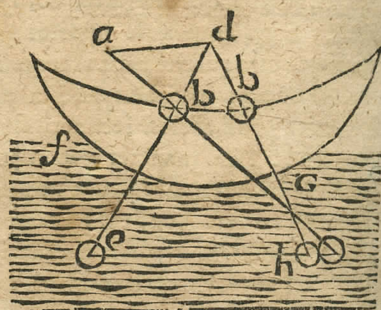
Nunc venio ad demonstrationem propositionis, & dico quod corpus difficile est ad motum, vel ob magnitudinem basis, cui insidet, vel ob pondus, vel ob formam: nam corpus quod forma est contracta, difficilè mouetur, vt pyramis, contrà, quod prominet à lateribus, facile reuoluitur, vt corpus duodecim basium pentagonarum, & viginti triangularum: ergo cubi sedes est maior quàm sua pyramis, & pondus triplo maius, & etiam non prominet cubus, ideò pro re stabili positum est corpus eiusmodi. Eo quod ob grauitatem etiam, vt dixi, sit stabilius pyramide eiusdem sphæræ. Quod si etiam assumeres pyramidem, cuius basis esset æqualis quadrato cubi, ipsa se haberet ad pyramidem sphæræ in grauitate, velut latus trianguli ad suum cathetum, & ideo proportio ponderis cubi ad pyramidem esset, velut tredecim ad quinque fermè: ergo ratione ponderis esset longè stabilior cubus ipsa pyramide. At in aliis corporibus, quæ rationalia vocantur, non est tanta proportio ponderis, & basis est minor & forma prominet.

Propositio centesima nonagesima nona.

Rationem remorum nauim impellentium inuenire.

Sit a remi extremum, quod manu apprehenditur, b scalmus cui remus insidet: c extremum aliud latius remi, quod vocant palmam, transferatur nixu manus, & motu corporis a in d, vt c perueniat in e, sunt enim æquales a b, d b, b c, b e etiam & anguli a d b contrapositi, quare trianguli a b d & c b e similes, igitur primum quanto maior propositio c b ad b a, tanto maior proportio c ad a d, & ita ex æquali motu longius tranferetur remus, seu palma. Secundum, cum motus a d fiat nixu brachiorum & corporis, quanto magis transfertur corpus eo minus opus erit brachio-

Com. Per 15. primi Elem. Per 4. sexti Elem.



rum nixu, & ita minus laborabunt. Et quo minus laborabunt brachia, plus corpus laborabit. Et ideò, vt declaratum est suprà, minor labor erit cum æqualiter ambo laborabunt. Tertium quo minor erit proportio c b ad b a, eo maius spatium pertransibit remex, qui mouet ex a in d, sed tanto facilius mouebit, quia labor motus b c minuetur, vt suprà visum est per longitudinem a b & d b, vt suprà demonstrauimus. Quartum, cùm remus transierit quoddam spatium iuxta robur, puta ex c in e, necesse est vt eleuetur supra aquam, tum quia

Prop. 188. Propos. 71

qui impediret motum progressus nauis, tum vt transferatur ante: aliter si transferretur ante sub aqua difficilius multo, quam per aërem transferretur, & retroageret tantundem nauim, quantum antea retroactam impulit. His per se notis dico, quòd translato remo ex c in e, necesse est nauim contrà trásferri ex f in g: nam quia impedimentum ex aqua transitur c in e, maius est quam nauis super aquam, & remus debet transferri ex a in d, & non potest transferri nisi vel stante naui, & translato c in e, vel stante a b c remo, & trãslata naui: & tunc necesse est, vt e progrediatur ad h, ita desecabit aquam c h, ergo difficultas manet eadem fermè, ex his fit motus compositus, vt palma non redeat vsque ad e, sed maneat remus minus inclinatus, & quasi ad perpendiculum in h. Et manifestum est, quod erit motus compositus ex retrocessu remi & processu nauis. Qui etiam remiges circa medium sunt, minus laborarent, si remus æqualiter promineret extra scalmum, sed magis laborant, quia proportio est eadé, & a b est longior, & crassior remus, vt minus flectatur ob longitudinem, aliter si esset æqualis crassitudinis, & multo longior flecteretur aut frangeretur, ideò robustiores remiges ponuntur in medio triremis. Iuuatur præterea motus nauis prorsum ex percussione remi, & impetu iam aquisito cum nixu remi in aduersum superueniente. Rursus cum nauis transferatur eodem tempore ante quò a progreditur ad d, manifestum est quod magna pars est ex motu nauis, non nixu corporis aut virium: & ita quod celerius mouetur ex c in h, ab initio dum nauis quiescit, aut tardius mouetur, tardius autem dum nauis progreditur.

Propositio ducentesima.

Cur temo cum paruus sit magnam nauim agere possit: & cur cum varietas sit in prora, ipse constituatur in puppi. Et cum transuersim ab aqua prematur, rectà nauim dirigat?

Com. Dixi quod in hipomochlio parua varietas fit in motu: igitur a leui causa magnum nauigium impellitur aut variatur. Cum enim a transfertur ad b, fit minima varietas in e, igitur a parua poterit transferri, tum vero quod debuit transferri ad e, transfertur ad d, nam motus ipse ab alia causa fit, velut vento aut remis, ita non est difficultas nisi propter motum aquæ scilicet vt tabula scindat illam. Ad hoc autem contulit illud quod intra nauim



prominet vt vectis rationem habeat, & ob id facilius verti.

Similiter varietas in puppi exigua est causa magnæ varietatis in prora, quod autem potest fieri paucioribus & faciliori modo id debet fieri, hac igitur causa in puppi temoné constituere oportet seu gubernaculum.

Cum autem impellatur à mari, necesse est, vt à latere excipiat aquam ita vt tantũ pendeat in vnam partem, quantum nauis in aduersam, nam si nauis non penderet, gubernaculum rectè dirigeretur: Vt ergo ex duobus obliquis vnum rectum constituitur, ita ex naui & gubernaculo, nam sint a b & c b & impellatur ad d, impelletur per mediam lineam b e & non per a b neque c b, igitur oportet temonem pendere ex aduerso inclinationis



nauis. Est etiam alia ratio, quoniam nauis securior redditur, nam quemadmodum quod in medio est, facilius impellitur transuersim, quàm quod pendet in contrarium, ita & in gubernaculo. Est id ob necessitaté quoniam motus aquæ plerumque est in partem, velut & ventus ad latus eius situs secundum quem moueri debet nauis. Sicut igitur & vela & malus inclinantur, vt motum directum efficiant, quia alio dirigitur nauis quàm qui mouet ventus, ita de temone cõparatione aquæ.

Propositio ducentesima prima.

Si duæ lineæ secantes circuli peripheriam in vnum punctum, ex ea coëant, exterius necesse est illas peripheria contéta esse maiores.

LEMMA PRIMVM.

Si fuerit proportio primi ad secundum maior quàm tertij ad quartum erit primi ad tertium maior quàm secundi ad quartum.

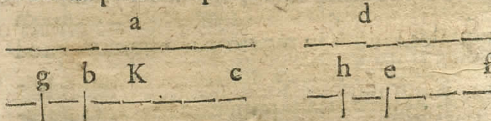
Quamuis hoc demonstretur à Campano, quia tamen facile est hic adiicietur. Sit igitur maior a ad b quam c ad d, dico maiorem esse a ad c quam b ad d, quia enim maior est a ad b quã c ad d, fiat e ad b vt c ad e eritque e minus quam a; e igitur ad c vt b ad d sed maior a ad c quam e ad e igitur maior a ad c quam b ad d.

a c
b d e

Com. Per 10. quinti Elem. Per 16. eiusdem. Per 8. eiusdem. Per 11. eiusdem.

LEMMA SECVNDVM.

Si fuerint quatuor quantitates, quarum excessus primæ supra secundam, fit minor



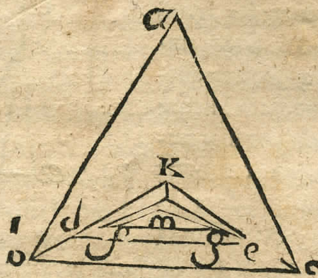
excessu tertiæ supra quartam, sitque prima non minor tertia, erit proportio primæ ad secundam minor quàm tertiæ ad quartam.

Sit excessus a supra b c, g b minor excessu d supra e f qui sit h e, dico quod proportio a ad b c est minor proportione d ad e f. quia enim a est maior d, & b g minor h e, erit maior proportio a ad b g quam d ad h e, igitur fiat a ad g K vt d ad h e, erit ergo g K maior g b, quare K e minor b c ex cõmuni animi séntentia, est autem a ad K c vt d ad e f, minor autem a ad c b quàm ad K c, igitur minor a ad b c quam d ad e f.

Per 8 quinti Elem. partes ambas. Per 10. quinti Elem. Com. Per 19. eiusdem. Per 8. eiusdem. Per 11. quinti Elem.

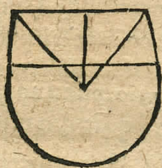
Si intra circulum æquicurium, & super eandem basim figura æquilatera æquiangula constituatur, erunt omnia illius latera pariter accepta minora duobus trianguli lateribus.

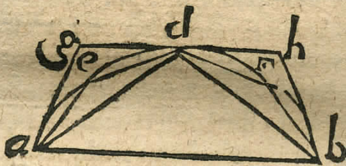
Com. Sit vt proponitur, & producantur b d &



c e quæ concurrent intra triangulum, quia anguli d b c & e c b supponuntur æquales, & ducta d e producantur d f, & e g l quæ concurrent intra triangulum K d e vt propter eandem causam, igitur a b & a c sunt maiores k b & K c, ergo maiores K d, d b, & K e, e c, quia sunt eædem. Ductæ quoque de simili modo K d & d e, sunt maiores l d & l e, igitur l f, f d & l g, g e, igitur a b & a c maiores sunt b d, d f, f l, c e, e g, g l pariter acceptis. Rursus ducta f g: f l & l g maiores sunt m f & m g, igitur a b & a c sunt maiores omnibus lateribus figuræ inscriptæ.

Cor. 1. Ex hoc patet quod latera polygoniæ figuræ

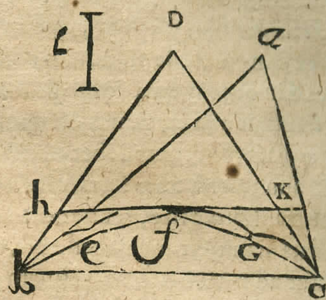




æquilateræ & æquiangulæ inscriptæ portioni circuli sunt minora lateribus trapezij circunscripti eidem peripheriæ.

Com. Sit ergo trapezium a g h b circa peripheriam a b, & in ea inscripta figura polygonia æquilatera & æquiangula a c, d f b. Et quia trapezium est figura cuius opposita duo latera sunt æqualia, & duo anguli supra basim æquales: itemque duo in summitate inuicem æquales, tangēt in medio peripheriam quod patet ductis lineis ex centro ad extrema trapezij. Et ideo etiam punctum modium polygoniæ, quare ex hoc lemmate duo latera g d & g a deducta ad æquicrurium, erunt maiora lateribus polygoniæ, & similiter duo latera h d maiora lateribus polygoniæ inclusæ, ergo latera trapezij erunt maiora omnibus lateribus polygoniæ inclusæ. *(Per 4. primi, & 26. tertij Elemt.)*

Ex hoc habetur demonstratio propositionis: sint duæ lineæ a b & a c quæ comprehendant portionem circuli b c, dico eas esse maiores b c protione, si enim a b & a c sunt æquales diuiso arcu b c per æqualia in f, ducam contingentē h f K, si non faciant triangulum æquicrurium b c d super b c, & cuius ambo latera pariter accepta sint æqualia a b & a c. Et ducam contingentē & habebo trapezium h b, c K. Quare si peripheria circuli b c est minor d b & d c pariter acceptis, habeo intentum, si non toties diuidam peri- *(Per 1. & 2. primi Elem. — Per 5. eiusdē)*



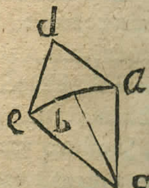
pheriam per æqualia vt fiat figura polygonia super b c æquilatera & æquiangula, cuius differentia a peripheria sit minor differentia d b & d c à trapezio b h, k c, id est, tribus eius lateribus, nam cum d h & d k sint maiores h k, constat quod d b & d e sunt maiores h b & K c & h K igitur sit differentia illa l, & differentia peripheriæ à lineis polygoniæ minor l: igitur cum peripheria sit æqualis aut maior d b & d c, & differentia a lateribus polygoniæ minor quàm d b & d c, a b, h b, h K, K c, erit minor proportio peripheriæ ad latera polygoniæ quàm d b & d c ad tria latera trapezij, quare minor proportio peripheriæ ad d b & d c quàm laterū polygoniæ ad tria latera trapezij, sed latera polygoniæ sunt minora tribus lateribus trapezij, igitur peripheria b c est minor d b & d e, quod erat demonstrandum. *(Per 10. primi Elem. — Per 2. lemma — Per 1. lemma — Per Com. 3. lemmatis.)*

SCHOLIVM.

Hanc propositionē non scripsi quòd esset magni momenti, sed propter modum probādi, si enim respicis ex vno opposito scilicet quod peripheria circuli sit maior trianguli lateribus, ostendo demonstratione non ducente ad inconueniens, sed simplici quod ipsa peripheria est minor trianguli lateribus, & hoc nunquam fuit factum a b aliquo, imò videtur plane impossibile. Et est res admirabilior quæ inuenta sit ab orbe condito, scilicet ostendere aliquid ex suo opposito, demonstratione non ducente ad impossibile & ita, vt non possit demonstrari ea demonstratione nisi per illud suppositum quod est contrarium conclusioni, velut si quis demonstraret quòd Socrates est albus quia est niger, & non posset demonstrare aliter, & ideo est longè maius Chrysippeo Syllogismo.

Ex hoc patet quod pars lineæ exterioris quætangit circulū intercepta à linea ex cētro longior est peripheria, similiter intercepta. Cor. 2.

Sit portio circuli a e, & linea a b intercepta à linea c b ex centro, dico a b esse longiorem a e, ducatur b e æqualis a b, ad circumferentiam, quæ illi obuiabit, ducanturque c a, c e eritque angulus e c b æqualis a c b, igitur arcus a d, æqualis d c, quare a d erit dimidium a e, & a b dimidium a b, b e, facta enim fuit b e æqualis a b, cum ergo per præsentem duæ lineæ a b, b e, sint maiores *(Com. — Per 8. tertij Elem. — Por 8. primi Elem. — Per 16. tertij Elem.)*



res

tes a e, igitur per communem animi sententiam a b maior a d.

Propositio ducentesima secunda.

Rationem strepitus ostendere.

Com. Fit strepitus ob multitudinem aëris percussi, velut cum tabulis percutimus: & cauitatum causa, vnde ligna & tabulæ leues magis strepunt, & illud Virgilij.

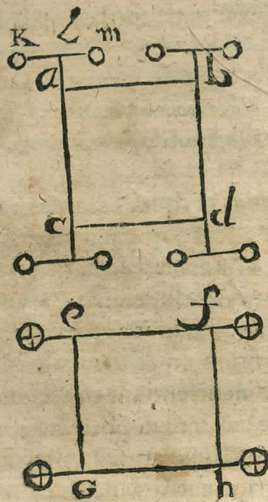
———*Sonitumque dedere cauernæ.*

Tum verò ob ictus impetũ, impetus autem partim velocitatis causa, partim angustię loci. Fulmen edit tonitru in quo & caua nebula excipit aërem, & multũ impetuque maximo delatũ, obstrepunt autem metalla magis quã ligna eo quòd magis ob continuitatem partes moueantur. Indicio est, quod intenta vt æs & tenuia maiorem & strepitum edunt: & dum sonant tremunt, aurum autem parum sonat, quoniam densissimum est, & minus intentum argentum, minus densũ, & magis intentũ, quod autem intentum est totum simul mouetur, & ob id stridet: lignum autem & tabula sonat, non quia vt metallum percutiat aërem, sed quia in eo aër percutitur. Crassum autem metallum & lignũ non adeò sonant: metallum quoniam non mouet aërem, non enim mouetur: lignum quoniã non mouetur, nec in eo qui est inclusus aër, aër autem facilè mouetur, & ob id in ligno cauo, etiamsi crassum sit, strepitus magnus editur. Ergo etsi tenue sit metallum, quod infixum est tabulæ, resonat multum: non quia moueatur, sed quoniam aerem in tabula concutit. Neque enim tabula per se sola, quæ etiam nimis tunderetur sonum edere magnũ potest quoniam cedit: Oportet autem non cedere quod resonat, neque metallum si crassum, sed hebetem sonum etiam tabulæ infixum reddit, quoniam neque moueri potest infixum & crassum, nec cauernosum est, & tamẽ excipit ictum, ne lignum resonet. Velox autem ictus non acutum sonum reddit, & si cum impetu sit: indicio est tonitru & machinæ bellicæ igneæ, contrà angusta fistula acutum sonum reddit, etiam remisse inflata. Igitur aër soni causa est secundum motum, vbi ergo multus aër & magnus motus ibi sonus magnus. Multus quidem aut in cauernoso corpore, qui grauissimum edit sonũ interclusus, vt etiam in vocibus, aut quia à magno corpore stridulus efficitur, aut inter duo corpora, qui grauitate medius est. Impetu verò efficitur intensus non magnus, nam tonitru procul audimus non istum quamuis celerrimum, acutum verò ob angustiam loci. Atque hæ causæ sunt sonorum.

Propositio ducentesima tertia.

Cur scytalis onera portentur facilius, explorare.

Com. Prop. 1. 14. Demiror non exactè causam manifestissimam Aristotelem non assecutum fuisse, aut potius ad nos corruptam scripturam peruenisse: nam qui exponunt multo minus intelligunt. Sit ergo currus humilis scytalis incumbens a b c. Diximus autẽ supra quid esset scytala & currus rotis, quæ sunt longe maiores scytalis e f g h, demonstrandũ est scytalã, quamuis minoris ambitus magis mouere quam rotam, cum ergo de vna demonstrauerimus, de omnibus erit intelligendum. Quia ergo scytala K l m habet hypomochlion in K & m, & pondus premit in l, igitur rota versatilis mouebitur tanto facilius procedendo, quanta est longitudo l m & l K, sed & rotulæ illæ versabunt hypomochlion, quod est comparatione K & m collopum, igitur facilius multo versabitur currus à scytalis quam rotis. Et hoc est quod dixit Philosophus. In vtrisque enim his reuoluitur circulus & motus impellitur, intelligit mutuam commutationem hypomochlij cum collopibus, nam vt trahãtur rotulæ quæ sunt hypomochlij loco, collopes terminãtur in medio: vt autẽ vertatur axis, qui & hypomochlion in medio collopum initiũ sint rotulæ. Et quo sequitur, quod quanto longiores erunt l K l t & l m, tanto facilius mouebuntur currus, at quanto humiliores, modò non obruantur in terra, quoniam tardius mouẽtur, quæ minorẽ habent circuitum, quæ autem tardius mouentur, facilius mouentur, vt suprà sæpius demonstratum est: Ob has ergo duas causas pondera facilius feruntur curribus cum scytalis, quàm cum rotis magnis modò terra non obruantur. Propos. 71.



Propositio ducentesima quarta.

Cur pluribus trochleis pondera facilius eleuentur ostendere.

Dictum est satis de hoc in libris de Subtilitate, at nunc quod ad demõstrationẽ attinet eorum subiiciam. Quia enim singulæ rotulæ difficulter mouentur, igitur necesse est singulas participes esse grauitatis, igitur & totam grauitatem esse diuisam: quare vt in præcedenti facilius moueri. Habent & rotulæ ipsæ centrum seu axem hypomochlij, seu fulcimenti loco, ambitum autem iuxta semidiametrum, velut collopes seu vectes, quare tanto facilius mouebuntur quanto maiores erunt, & vt plures. Vna enim alterius loco fungitur vectis. Trochlea quidem est, vt vides, instrumentum longum suprà angustius, sed non crassum, in quo plures orbiculi solent collocari, vnde sæpe numero trochleæ nomine intelligamus orbiculos Com. Propos. 71.



orbiculos ei inclusos, circa quos funis vocatur, vt in trochleis & orbiculi & funes includuntur. Succulis etiam solent capita funium trahi: vt vectis auxilio imò nonnunquam rotarum facilius pondera eleuantur.

Propositio ducentesima quinta, super verbis Platonis de fine Reipub.

5. de Repub. Est autem ei quod diuinitus generandum est circuitus, quem numerus continet perfectus. Humanæ verò, in quo primum argumentationes superantes, vt superatæ tres distantiæ: quatuor autem terminos accipientes, similium & dissimilium, abundantium & deficientium cuncta correspondentia, & rationem habentia inuicem effecerunt. Quorum sexquitertium fundamentum quinario iunctum duas efficit hormonias, ter aucta quidem; æqualem æqualiter centum toties, quandam autem æqualem quidem, longitudine autem singulum quidem numerorum à diametris rationem habentibus quinarij indigentibus vno singulis: non habentibus rationem autem duobus, centum autem cuborum ternarij. Totus autem hic numerus geometricus talem authoritatem habet ad potiorem deterioremque generationem. Quem locum Aristoteles ita declarat. Quorum sexquitertium fundamentum quinario coniunctum duas exhibet harmonias, inquiens, quando numerus diagrammatis huius efficiatur solidus.

Quin Polyt. Cap. 12. πυθμὴν fundamentum interpretatus sum quod radix pro latere in hac materia accipi posset. Par est vt in diuina generatione numerus acciperetur perfectus: vt intelligat generationem confestim sequi corruptionem: nam sermo est de corruptione, corrumpitur autem vnumquodque vt aliud generetur, malum enim est ob bonum, non contra. Liquet autem ex Euclide talem numerum esse octies mille centum viginti octo. Et hic est finis omnium vrbium diuinus, cuius quadruplum velut in cœli restitutionibus, ac continuato ordine solet obseruari, est propè annus magnus: verisimile est enim tanto tempore confundi decima, scilicet totius circuitus parte. Humane verò intelligit quatuor à monade numeros, aut in quauis ratione principium lineam superficiem corpus, vt vnum, duo, quatuor, octo pariter octo: duodecim decem octo viginti septem: inter hæc sunt tria spatia, & octo cum viginti septem sunt dissimilia & deficientia: maiora enim sunt suis partibus à quibus numerantur. Contrà decemocto & duodecim sunt similia atque abundantia, & correspondentem habent rationem inuicem. Hæc Aristoteles omittit, vt ad introductionem non rem pertinentia, velut & finem tanquàm ex præcedentibus notum. Vnde verba Aristotelis sunt ad vnguem eadem verbis Platonis, scilicet: Quorum sexquitertium fundamentum quinario iunctum duas efficit harmonias: loco autem ter aucta quidem, scibit Aristoteles: efficiatur solidus id est cubus, vt in quadratum suum ducatur; loco autem verborum æqualem æqualiter centum centies, vsque illuc à diametris rationem habentibus quinarij ponit numerum diagrammatis. Est autem diagramma, quod Plato vocat diametrum, cum numerus potest fermè duplum numeri alterius, vt 3. duplum 2. & 7. duplum 5. & 17. duplum 12. & semper numerus hic dimetiens, excedit duplum alterius vno, quod ex his patet, quæ ab Euclide demonstrata sunt in decimo libro. Quare si debet esse quadratum eius monade maius duplo, alterius quadrati, & duplum alterius quadrati est par, igitur addita monade erit impar, ergo latus eius dimetiens impar semper: latera autem ipsa quadratorum, quæ duplicantur aliquando paria sunt vt 2. & tunc quadratũ dimetiẽtis est vnũ plus duplo vt 9. est maius 8. monade, si verò latera imparia sint, erit quadratum dimetientis vno minus duplo, vt 49. quadratum 7. est minus vno 50. duplo 25. quadrati 5. Ex quo patet agnatio, vt ita dicam inter 7. & 5.

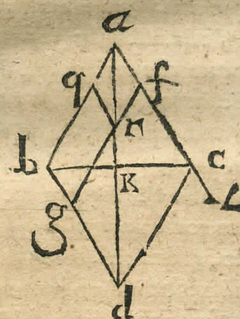
Com.	8
	12
	18
	27

Cum ergo dicit, quorum sexquitertia est, ac si diceret, ex horum numerorum serie sumemus septenarium principium epitrite, & dimetientem 5. quos simul iungemus.

Propositio ducentesima sexta.

Rhombi passiones quasdam declarare. Com.

Sit a d recta diuisa in K per æqualia, cui superstent K b & K c ad perpendiculum in- Per 4. primi Elem.



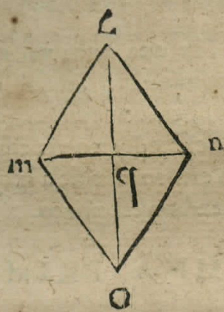
Per 15 primi Elem.

Quaest 15. Mech.

ter se æquales, & singulæ earum minores K a & K d, & perficiatur figura quadrilatera a b d c, cuius latera erunt omnia æqualia inuicem, & anguli a & d oppositi, & b & c oppositi etiam inuicem æquales. Sed b & c maiores erunt a & d, & ideo talem figuram appellauit Aristoteles rhombum à piscis similitudine in medio latioris quam in extremis, cuius tamen longitudo latitudine maior est. Dicit ergo Aristoteles, quod si rhombus ipse circumuoluatur, ita vt b transiret per b a c, & a per a c d, a maius spatium transiret ex recta, scilicet a K d quàm b, quod transiret b K c. Et ad hoc assumit, quòd cum angulus c sit maior a, igitur duæ lineæ a c d sunt minus curuæ quam duæ b a c, igitur b a c habent rationem curui, & a c d recti. Ergo si in æquali temporis spatio b, superet b a c & a, a c d magis per rectam feretur a quàm b, sed quod rectum.

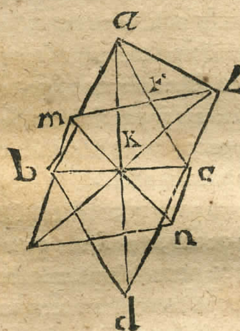
rectum est maius occupat spatium: igitur velocius fertur a in d comparatione habita ad a d quam b in c, comparatione habita ad b c.

Pro intellectu reliquorum ab eo dictorum, & quorundam mirabilium, proponatur alius rhombus illi æqualis, in tabula pictus delineatis lateribus & diametris, qui fit l m o n, & diametri l p o & m p n, & abscindatur hic ex superficie, & suponatur ita, vt puncta l m o n ordinatim cadant, & aptentur punctis a b d c, & p aptetur ipsi K. Et tunc si rhombus l o totus moueretur necesse est, vt moueatur secundum latus aliquod, vt pote l m, & æquidistans a b igitur dicetur moueri super latus aliquod, scilicet a c, atque hic est motus quem Aristoteles vocat motum a b super latus a c. Si autem fingamus quiescere latus aliquod l o, vel pars lateris, non posset omnino moueri superficie a d rhombi: & ita non perinde esset ac si a d rhombus moueretur, quod tamen supponit Aristoteles. Neque etiam si quiesceret punctum aliud quam p haberet rationem motus regularis, quod ab illo supponitur: reliquum est igitur, vt rhombus l moueatur vice rhombi a d seruãdo centrũ, id est punctum p in puncto K. Dicamus ergo primum de motu composito Aristotelis, & pòst de nostro.



Moueatur l m super a c æquidistans semper a b, vt seruet situm quem habebat ita, quod extremum lineæ l m sit semper in linea a c, & l punctum quod g erit vicem a, descendat tantum in linea l m, quantum l extremum in linea a c: dicit Philosophus, quod a seu l semper descendet in linea a d, & erit in e a. Supponatur quod latus l m sit f g, & erit l n, f t ducatur autem ex r puncto sectionis diametri, & lateris l m linea r q, æquidistans a f, igitur rhombus a q r f est similis rhombo toti a b d c, & proportio a f ad f r, vt a c ad c d, sed a c est æqualis c d, igitur a f est æqualis f r, sed l descendit in l m, quantum est a f ex supposito, igitur punctum l semper erit in linea a d. Post deficiunt quædam verba: ob quæ nemo intellexit sententiam Philosophi, & tamen ausi sunt imponere lectoribus, tanquam intellexissent, tres simul errores admittendo, scilicet Aristotelem ob propriam ignorantiam, vt stultum accusando, qui falsa dicat & demonstrare nitatur: produnt seipsos cum sua impudentia. Et lectoribus imponere conantur, debet ergo sic legi (b in ipsa b c diametro latum, vbi latus b d moueatur in latere b a æqualiter versus d in b d; æqualis enim est ipsa b e) Tunc enim constat vt dixi, m moueri per b c rectam vt l per a d: Dicit ergo cum b d moueatur in b a, transit vnico motu totam b a, & punctum tamen b, quod mouetur duobus motibus non pertransit nisi b c, quæ potest esse minor b a: nam constat quod quando m erit in a, o erit in e, & quia m descendit in o, in eodem tempore, ergo o erit in c, & transibit semper per rectam b c: igitur m est minus motum duobus motibus quàm m l vnico tantum. Et quia aliquis dicere potuisset non est mirum, quod m sit minus motum duobus motibus quàm l m latus vnico tantum: quia m mouetur motu contrario motui lateris: nam latus m o mouetur in latere b a ascendendo, & punctum m versus o in ipso m o descendendo. Dicit Philosophus, hoc est mirum, quia cum idem contingat in motu l, cuius latus mouetur per a c, & l per l m recedendo in partem contrariam, nihilominus velocius motum est l, quàm latus l m, quia a d est longior a c. Ex quo patet, quod quæstio Philosophi est vna tantum, & non duæ. Et est cum motum duobus motibus in rhombo, in vno mouetur velocius latere tantum moto vno motu, in alio tardius? Et quia aliquis dicere posset, quod b c posset esse longior a c: Dicit Philosophus, verum est, sed ego possum inuenire talem rhombum, qui etiam habeat a c longiorem, & tunc nihilominus sequitur quod dico. Aliud autem: quod docet ex hac demonstratione, est quæ ex duobus motibus rectis diuersis potest fieri vnus motus rectus diuersus: igitur idem punctum, puta formica poterit simul, & semel moueri duobus motibus rectis diuersis. Et hoc est, quia primus motus est rectus solum secundũ formam, & non secundum materiam: & alter secundus, scilicet mistus est secundum materiam & non secundum formam per rectam.

Ex hoc sequitur aliud magis mirum & est iuxta nostrũ motum rhombi l o in rhombo a d fixo, centro p in centro K, & moueatur quomodolibet l, dico quod l f semper æqualis erit a f, quia enim K l & K a sunt æquales, cum essent vna linea ante



motum ducta, l a erit angulus K l a, æqualis angulo K a l, sed angulus K a c est æqualis angulo k l m, cum angulus K l m esset idem angulo k a b, & angulus K a b est æqualis

Per 5. primi Elem. æqualis angulo k a c, igitur angulus k l m est æqualis angulo κ a c, igitur residuus Per 34. primi Elem. f l a, est æqualis residuo f a l quare f a æqualis Per 6. primi Elem. f l. Si igitur quantum procedit latus m l in a c, tantum descendat punctum in linea l m punctum perpetuo erit in linea a c, & per eam mouebitur. Vnde sequitur primo.

Cor. 1. Quod punctum l mouebitur duobus motibus vno recto in linea, scilicet l m, & altero circulari .s. circa centrum κ & tamen mouebitur verè motu recto tantum in alia linea, scilicet a c, & hoc est primum admirabile. Aliud est.

Cor. 2. Quod punctum mouebitur duobus motibus, & per ipsos mouebitur ad vnguem vno motu æquali vni eorũ, ita quod alius motus nihil addet nec minuet. Patet quia mouebitur, gratia exempli, primo motu ex l in f, & pòst motu circulari, & verè erit motum ex a in f, qui motus est æqualis motui priori proprio, & solo ex l in f,

Propositio ducentesima septima.

Proportionem agentium naturalium in transmutatione considerare,

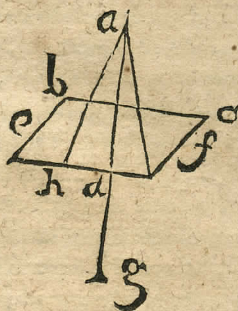
Com. Sit latitudo a b ad conuersionem terræ in aurum medium perfectionis a b sit c, & medium a c d b, cuius dimidium sit e b. Et fiat commutatio a c in f g, tẽpore dimidium f g, g h in g h deberet peruenire ad perfectionem d, quoniam ratio a c ad c d, vt f g ad g h. At verò dum transiret terra ad perfectionem c tota resistebat, iam adepta perfectione a c nõ resistit, nisi pro medietate, at proportio cuiuslibet quantitatis ad dimidium alterius producitur ex proportione eadem & dupla, dupla igitur est proportio agentis ad imperfectionẽ a c ei quæ est ad a b igitur in dimidio temporis g h acquiret perfectionem c d, & sit g κ dimidium g h, erit ergo tempus totum f κ, in quo acquiret a d. At ratio hæc cõstare nõ potest, nã si diuidatur spatiũ a b in trientes fient triẽtes duo, & quarta pars in perfectione a d: sed iam multo citius acquiret quam in f κ tempore, quod est dimidiũ & octaua pars. Sed hoc nõ cogit, quoniã partes primæ sunt semper contumaciores, & vt disponuntur fiunt magis obedientes, nõ iusta proportionem simpliciter, sed vt sunt in materia, & ideo hæc actio est similior proportioni excessus, & est Arithmetica quam capacitatis scilicet Geometricæ.

Com. Ex hoc patet, quod res quæ ad summam maturitatem perueniunt, maximè acquirunt perfectionem in exiguo tempore, vt gemmæ, aurum, infans. Ergo oportet maxime iuxta finem cauere, ne detur occasio vlla accelerandi partum.

Propositio ducentesima octaua.

Mota res à centro grauitatis per priorem motum in reditu velocius mouetur, quam si quieuerit.

Sit a b c lectus pensilis, in quo homo Com.





aut patera, in qua aqua vel vinum, & sit centrum grauitatis d, quod necessariò est in linea loci, cui annexus est lectus a g, & in patera loci medij manus continentis pateram cum centro quæ sit a g, quibus stantibus ostendendum est primo.

LEMMA PRIMVM.

Omne graue motum à centro grauitatis, restituto ad eundem situm pondere mobili aut immobili, continente vltra centrum grauitatis naturalis violenter fertur.

Seu sit pondus per se non fluctuans in pensili lecto, seu humor in patera, quum pondus moueatur solum ratione vna, scilicet lecti pensilis homo vel plumbum, humor autem aqua vel vinum bifariam & ratione pateræ si mobilis sit in a laxa manu, & etiam per humorem ipsum redeuntem ad locum suum: adeò quòd si esset & immobilis patera, humor saltem reflueret propria inundatione ad locum suum centri grauitatis, licet in patera esset immobilis locus grauitatis velocius & maiore cum impetu, adeò vt transeat versus e, cum fuerit motus primus ex e in f, & restitutio ex f in e: seu in immobili pondere mobilis continenti, vt in lecto pensili: seu in immobili continente, scilicet postquàm ad locum suum restitutum fuerit per vim retenta patera à manu iuxta situm priorem in a, mobili autem contento, id est, humore, multo autem magis contento, & continente mobilibus. Vt si patera & humor ipse simul moueantur, nam & patera transgreditur locum suum, & humor duplici motu superauctus transgredietur motum naturalem. Cum enim Propos. 30. a d est remotum a g, & est in f mouetur maiore impetu, quam sit pro ratione ponderis, vt demonstratum est, igitur transibit ad e, cum ergo redeat ad g motu naturali, necesse est vt motus violentus sit validior ea parte naturalis, qua d resistit, dum est in g, ne dimoueatur a g, si igitur tractum ad c, superauit vim qua manet in g, in eo quod mouetur ad f, igitur in reditu mouebitur tantum vltra g versus e, quantum

tum est acquisitum ex vi transitus vltra g versus f, quanto ergo maior est arcus e d, tanto maior est d f, & quanto maior est arcus d f, tanto maior d h.

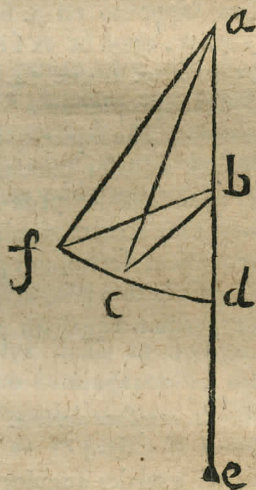
Cor. 1. Ex quo patet, quod quanto magis remouetur d a g, tanto maiore impetu fertur versus extremum aliud & vltra medium.

LEMMA SECENDVM.

Omne pondus appensum est graue comparatione medij grauitatis, ad hoc vt ab eo remoueatur, quantum est pro ratione anguli ex quo appensum est.

Com. Sit d appensum in a & in b, & sit angulus c b d, triplus angulo c a d, dico quod tripla est vis quæ transfert d in c ex b, ei quæ transfert e a, quoniam enim mixtus est in b & a, igitur ad æqualia spatia æquales vires exigentur: igitur virium proportio vt angulorum, at quanto maior est a d in proportione ab b d tanto maior est proportio anguli c b d ad angulum c a d, igitur quanto maior

Per 16. primi Elem.



est a d tanto facilius remouet æquali spatio d versus e. Et licet remoueantur ab ipso d, semper eadem proportio manebit manente eadem longitudine b d & a d, nam proportio d f ad d c, est velut f b d ad c b d, & vt d f ad d e, ita f a d ad c a d, quare f b d ad c b d, velut f a d ad c a d, quare f b d ad f a d, vt c b d ad c a d, quod fuit propositum.

Per vlt. sexti Elem. Per 11, quinti Elem. Per 16. eiusdem.

LEMMA TERTIVM.

Grauitatem ponderis appensi aut fluidi in comparatione ad remotionem à centro grauitatis inuenire.

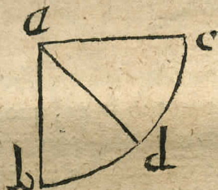
Com. Per 16. huius. Nam cum d trahetur per planum vt suspensum, & non tractum a d, erit dimidiũ ponderis appensi, igitur ex lemmate secundo, patebit proportio laboris in remouendo d à loco proprio in quancunque partem & distantiam, & in quouis loco sit appensum.

Cor. 1. Ex hoc sequitur, quod poterit annulus tam altè appendi, vt iuxta proportionem anguli & leuitatem propriã cum filo tenuissimo, & vt fuerit latus, & positus è regione oris, vt ex sermone circumagatur quaqua versus, & percutiat labra vasis aqua pleni fermè, vt videatur plane responsa dare.

LEMMA QVARTVM.

Quanto magis remotum fuerit pondus ex eodem centro à recta linea, tanto maiore impetu agetur, vt vltra locum medium feratur non æquali, sed producta proportione.

Sit a b, & vt dictum est, non est ei pondus, nisi quatenus remouetur a recta, & in c summam habeat grauitatem, & d sit medium b c, dico ergo quod multo maiore im- Com.



petu feretur ex c in b quam ex d, nam cum c sit summa grauitas, erit saltem dupla grauitati d, sed d grauitas est penè infinita, vt demonstratum est in comparatione ad b, vt iuxta situm remotionis à linea b, cum ergo proportio singularum partium c d ad singulas d b medietate b c distantes sit maior dupla augendo, erit proportio c d ad d b, ue- Lemmate 2.



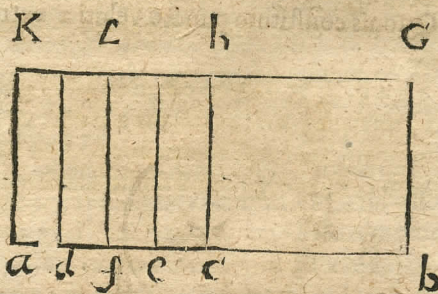
lut proposita h k dupla g f, & h e dupla e f, e k h ad e g f quadrupla, igitur & eo maior quo acquisitus est impetus ex demonstratis, quare proportio motus & impetus ex c in b, est multo maior impetu ex d in b quadrupla proportione. Per 30. huius.

Ex his omnibus concluditur propositum in prima figura, & est quod si b e inclinetur versus e, mouebitur a d, certo impetu versus e. Et quia si prius b c inclinatum fuerit in f, redit a d, dum b c reuertitur ad proprium situm vltra lineam a d g vsque ad h per primum lemma, Et cum b c inclinatur ad b f peruenit, quantum b c inclinata ad f, scilicet ad e, igitur ex motibus b c in f & in e tanto plus mouetur d vltra e, quantum est productum d e in d h, ideo multo plus quam si solum motum fuisset d ex recta a g, etiam quod non moueretur b c. Multo plus ergo moto etiam b c, vt diximus. Com.

Propositio

Propositio ducentesima nona.

Si superficies rectangula in duas partes æquales diuisa intelligatur, quæ ambæ quadratæ sint, itemque in duas inæquales, erit parallelipedum ex latere mediæ partis in totum superficiei maius aggregato parallelipedorum ex partibus inæqualibus, in latera alterius partis mutuo in eo, quod fit ex differentia lateris minoris partis a mediæ latere in differentiam maioris partis superficiei à media superficie bis, & ex differentia amborum laterum inæqualium iunctorum ad ambo latera æqualia iuncta in minorem partem superficiei.



Com. Proponatur a g diuisa in duo quadrata æqualia a h, h b, & latera erunt a c, c b, & in duo inæqualia a d d g, quarum latera sint b c, a f, dico quod parallelipeda a c in c g, &, c b in c K, & sunt æqualia parallelipedo ex a c in a g, excedunt parallelipeda ex a f in d g, & b c in d K, in duplo f c in d h, cum eo quod fit ex f e in d K semel.

1 a f in a h	f c in a h bis
2 a f in h d	f e in d k
3 a f in d k	
4 f c in d k	
5 c e in d k	

1 a f in a h	4 f c in d k
2 a f in d h	5 c e in d k
3 a f in d k	

Quia ergo parallelipedum ex a e in a g est æquale parallelipedis a f & f c in a h, h d, h K, quare parallelipedis a f in a h, h d, d K, & f c in d K, & c e in d K, & f e in d K, & e f in d h bis. Ad parallelipedum a f in d g, est æquale parallelipedis a f in a h, h d. Et parallelipedum b e in d K, parallelipedis a f, f e, c e in d K. Detractis similibus relinquetur f c in d l, l e, e h bis, quod est f c in d h bis, cum eo quod fit ex e f in d K simul, quod est propositum.

SCHOLIVM.

Dico etiam, quòd duæ lineæ b e & a f sunt minores duabus a c, c b simul iunctis, nam quia d b, e b, c b, sunt in eadem proportione, & d b est maior e b. erit maior differentia d b ad e b, quam e b ad c b, igitur maior d e quam e c quare e c est minor medietate d c, & ideo multo minor medietate a c. Et similiter, quia a c est maior a f, & a c, a f a d sunt in continua proportione, maior erit c f quam f d, & ideò constat quamuis longum esset, si quis vellet demonstrare perfectè, quod b e & a f iunctæ sunt minores tota a b seu duplo a c.

Per conuersam quasi 8. quinti Elem

Exemplum, sint h b & h a 25. & a e, c b 5. producta mutua 250. sitque g d 49. & erit b e 7. sit autẽ d K 1. & erit a f 1. quia ergo a f est 1. a e 5. erit f c 4. & quia e b est 7. & b c 5. erit e c 2. quare etiam e f 2. productum ergo ex e b in d K est 7. & ex a f in d g 49. totum aggregatum 56. differentia a 250. est 194. qui fit ex duplo f c quod est 8. in d h, quæ est 24. & fit 192. & ex f e, quæ est 2. in d K, quæ est 1. & fit: quod additum ad 192. facit 194. Similiter capio 450. cuius dimidium est 225. c g & c K 225. & c a & c b 15. singulæ. Et ponatur d g 441. eritque e b 21. & d K 9. & erit a f 3. igitur cum b e sit 21. & b c 15. erit c e 6. a f verò est 3. igitur f e est 6. Producta mutua æqualia 6750. inæqualia 1521. differentia 5228. quia ergo f c est 12, duplum eius est 24. ductum in d h, quæ est 216. nam d K ex supposito est 9. fiet ergo 5184. cui si addam, quod fit ex f e, quæ est 6. in d K, quæ est 9. fitque 54. erit totum 5238, quod erat propositum.

Ex hac demonstratione liquet, quod si linea in duas partes æquales diuidatur, & duas inæquales, quòd parallelipeda æqualium sectionum pariter accepta excedent parallelipeda inæqualium sectionum, simul iuncta in eo quod fit ex tota linea in quadratum differentiæ partium æqualium ab inæqualibus. Com.

Propositio ducentesima decima.

Si duæ lineæ ad æquales angulos ab eodem puncto peripheriæ circuli reflectantur, necesse est angulos cum dimetiente factos æquales esse. Vnde manifestum est protractam diametrum angulum suppositum per æqualia diuidere.

Resiliat radius d b c ad æquales angulos, vt fert natura rerum dum à plano resilit (licet refragante Plutarcho) ita vt anguli c b e, & d b f sint æquales, dico angulos ibidem d b a, & c b a æquales esse: & quod si trahatur latus a b vsque ad g, quod anguli d b g & c b g etiam erunt æquales. Primum patet, quia anguli a b e & a b c & a b f æquales sunt, sunt enim residui ad angulos contactus Com.



Per 16 tertij Elem. tactus eiusdem circuli & rectæ, igitur additis æqualibus ex supposito c b e, d b f erunt per communem animi sententiam a b c & a b d æquales, & duo anguli a b c, c b g æquales duobus rectis: itemque a b d, d b g

Per 13. primi Elem. duobus rectis æquales: Et omnes rectis inuicem æquales ex petitione Euclidis erunt per communem animi sententiam, æquales residui quoque c b g & d b g.

Cor. 1. Ex hoc patet, eam quæ resilit lineã semper vltra lineam à centro ad punctum, ex quo resilit ductam ferri.

Com. Constat quia linea ex centro diuidit angulum per æqualia, ergo cadit media inter illa quæ incidit, & quæ resilit.

Cor. 2. Ex hac etiam patet, quòd constituto an-

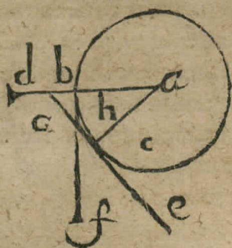


Per 13. primi Elem. gulo in centro a b c, & ducta linea a d à puncto a, sciemus quo resilit in linea b c: ducta enim c d, faciemus angulum c d e æqualem a b c, & erit angulus a d g æqualis angulo e d h, igitur d e resilit ex a b a d linea.

Propositio ducentesima vndecima.

Si duæ lineæ ex duobus punctis peripheriam contingentes in eandem partem protrahantur, semper magis distabunt inuicem ea ex parte, & nunquam concurrent.

Com. Duæ semidiametri a b, a c ex terminis



earum duæ cõtingentes b f, c e a dico quod quanto magis protrahentur in partem e f, tantò magis distabunt, nunquàm concurrent: Nam angulus a c g rectus est: angu-

Per 29. primi Elem. Per 13. primi Elem. lus verò c a d, si sit rectus e g, nunquam concurret cum a d, æquidistabit enim ei: sin aut fit maior recto aut ex altera parte

Per 6 & 4. sexti Elem. erit minor, & ita concurret, ergo in alte-

Per 5. petit. Euclid. ram partem ductæ nunquàm concurrent, sed perpetuo magis distabunt. Si ergo minor

Per. 6. tertij Elem. recto sit angulus c a b, igitur e c ex eadem parte concurret cum a d? concurrat ergo in g: & quia e g cadit extra circulum, igitur diuidet b f, quæ tangit circulum. Sit ergo vt diuidat in h, igitur h e & h f cùm angulum constituant, quanto magis protrahentur eo magis distabunt, nec vnquam concurrent.

Propositio ducentesima duodecima.

Si ab eodem puncto ad circuli peripheriam, lineæ quotuis ducantur, tres inuenire lineas, quæ non in alium punctum reflectentur.

Quouis constituto puncto veluti a extra Com.



circulum b c d, dico posse trahi tres lineas ad ipsam circuli peripheriam, velut a b, a c, a d, quæ ad alium pũctum non reflectentur. Ducantur ergo a e ad centrum, & a b & a Per 17. tertij Elem.

d ad contingentes illius peripheriam, quas Per 61. tertij Elem.

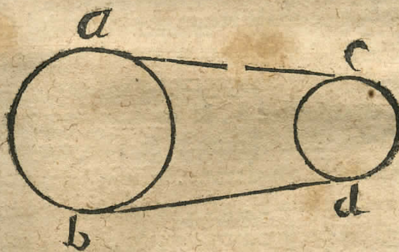
constat non reflecti sed progredi, a c autem reflectitur in seipsam per demonstrata superius, igitur constat propositum. Prop. 210.

Ex hoc patet, quod omnia puncta sub linea contingente possunt reflecti ad ipsum per arcum interceptum à contingente, & ea quæ ad centrum. Cor. 1.

Id est, quod omnia puncta infra lineam a b f ductam quantumlibet possunt reflecti per arcum b c ad punctum a æqualibus angulis. Quoniam ex a per c b reflectuntur ad quælibet puncta infra a b f, eo quòd termini sunt punctum a per ea quæ sunt hic demonstrata, & a b f, ipsa ergo si extrema in extremis. media in mediis continentur per regulam illam Dialecticam: igitur omnia puncta sub a b f etiam in infinitum producta continentur in reflexione à puncto a per arcum b c. Com.

Et rursus, si à circulo ad circulum extremæ ducantur, nec illæ reflectentur, sed transibunt: mediæ autem omnes reflecti poterunt à quouis puncto. Cor. 2.

Quia si a b sit Sol, c d Luna, Sole minor



extremum in vtroque luminari a c, b d quæ contingant vtrumque circulum, quod facile fiat, ductis a c & b d ex punctis non oppositis,

oppositis, æquidistarent enim, sed iuxta quantitatem dimetientis minoris. Erit ergo vt h e non reflectantur, aliæ omnes mediæ reflectentur per demonstrata à quolibet puncto, ergo idem de totis circulis & punctis.

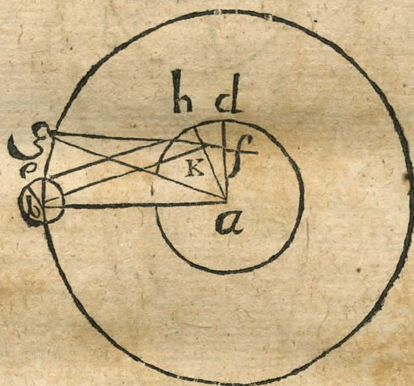
SCHOLIVM

Propositis duobus circulis lineam ambos contingentem ducere.

Com.

Propositorum circulorum a & b centra iungam recta a b, super quam vt semidiametrum describo circulum b c, & ex puncto a ad perpendiculum a d, ex quo abscindo æqualem semidiametro b e lineam d f,

Per 11. primi Element. Per 3. primi Elem.



ex f duco ad perpendiculum f g, ex g in a duco a g, & æqualem angulo g a d, b a h abscindo h k æqualem d f seu b e, duco autem b e, vt sit æquidistans h k, duco h e, quam dico contangere vtrumque circulum b K: produco b K, & quia duæ lineæ a b & a K sunt æquales duobus lineis a g & a f, duæ enim prodeunt ab eodem centro, reliquæ sunt residua æqualium d f & h K, & angulus b a K æqualis g a f, ex supposito erit angulus g f a æqualis angulo b K a, g f a autem rectus fuit, quia g f ad perpendiculum erecta fuit, itaque b K a rectus est, & ideo b K h rectus, quare cum b e & K h sint æquales, & æquidistantes, erit angulus e oppositus b h K rectus, igitur duo anguli e b K & e h K duobus rectis æquales quare cum sint æquales inuicem, quia oppositi in parallelogrammo vterque eorum rectus erit. Recti ergo sunt anguli e & h & lineæ b e & a h, ex centris circulorũ, & angulos illos constituit lineæ e h, igitur e h contangit vtrunque circulum.

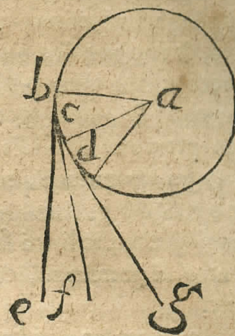
Per 23. primi Elem. Per 31. primi Elem. Per 4. primi Elem. Per 15. primi Elem. Per 33. primi Elem. Per 32. primi Elem. Per 16. tertij Elem.

Propositio ducentesima tertia decima.

Proposito circulo atque in eius peripheria puncto signato lineas contingentes vltra citraque, & etiam ab ipsomet deducere.

Sit circulus b c d, & in eius peripheria c punctum descriptum, & sumatur b d portio minor quadrante. in qua punctum c, & ducantur a b, a c, & ducantur b e, c f, d g, ad perpendiculum, & constat propositum, & quod nunquam ex eadem parte conuenient ex eadem parte ex demonstratis suprà,

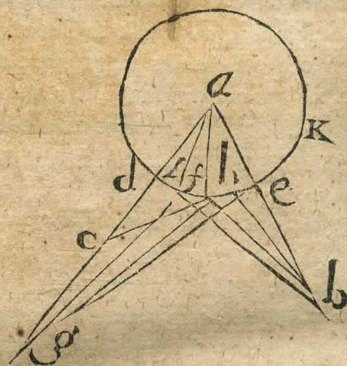
Com. Per 11 primi Elem Per 211.



Propositio ducentesima quarta decima.

Si extra circulum duo puncta æqualiter à centro distantia signentur, erit punctum reflexionis æqualis, in medio arcus intercepti inter lineas, quæ à centro ducuntur ad illa puncta. Si verò vnum centro proximius fuerit altero punctum æqualitatis in peripheria, tanto longius versus breuiorem lineam, quanto punctum aliud à centro magis distiterit.

Sint puncta b c, æqualiter distantia à cen- Com.



tro a circuli d e, & reflectantur c f, b f, dico f esse in medio arcus d e: producta enim f a, erunt anguli d a f & e a f æquales: supponitur enim primum f esse in medio: igitur cum a b & a c sint æquales, & a f communis, erit a f c æqualis a f b, igitur reflectentur æqualiter: ergo si æqualiter reflectentur, ex f reflectentur. vt ex secunda parte: quare ex medio.

Per 21. tertij Elem. Per 4. primi Elem.

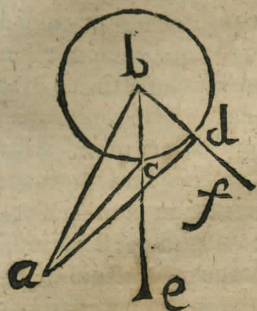
Sumatur rursus punctum g, remotius a b a quam b, dico quòd reflexio erit in arcu f e. Nam non in e, quoniam sic g e d esset æqualis b e K cui rursus est æqualis b e d, ergo g e d æqualis b e d, pars toti. Sed neque vltra e nam multo magis pars æqualis esse toti aut maior etiam. Sed neque ex f, nam eadem ratione pars esset maior toto. Neque in toto arcu f d: nam sit punctum l, & ducantur a l, g f, igitur g l a maior g f a, maior g f a autem maior e f a, igitur g l a maior c f a æqualis ex supposito b f a, b f a rursus maior b l a: multo igitur maior g l a quam b l a, non ergo reflexio æqualis esse potest. Cum ergo reflexio fiat, & non ex arcu d f, nec puncto f, nec e, nec vltra e, nec extra d, erit necessarium, vt fiat ex puncto in arcu e f.

Per 210. Propos. Per 17. primi Elem. Per 1. Cor. præcedentis

Ex hoc patet, quod linea a puncto ducta, Cor. 1.

ducta, quo longius fertur, eo etiam longius resilit.

Com. Per 21. tertij Elem. Cum enim a c b maior sit a d b, & an-



gulus e c b æqualis a c b & f d b æqualis a d b, erunt duo anguli a c b & e c b, maiores a d b & f d b, quare reliquus f d a maior a c e, igitur d f resilit latius quam c e.

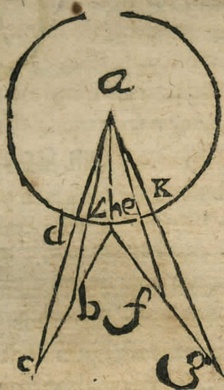
Cor. 1. Ex hoc patet, quod tales lineæ quæ resiliunt nunquam concurrent.

Com. Per conuersam 5. petit. Euclid. Scilicet c e & d f nam constat ducta c d, angulos e c d f & d e, maiores esse duobus rectis, ergo non concurrent in partem e f.

Propositio ducentesima quinta decima

Punctum reflexionis punctorum inæqualiter distantium à centro, æqualiter distat à lineis ductis à centro ad puncta, æqualiter distantia alterutrinque.

Com. Sint g h a & b h a æquales, & abscindatur h f æqualis h b, & producatur h b vsque a d c, vt fit h c æqualis h g, & pro-

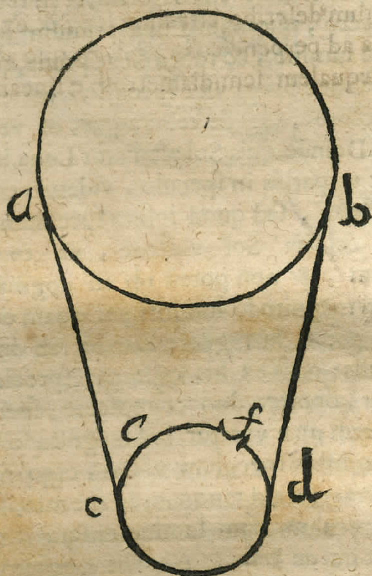


Per 110. Per 4. primi Elem. Per 16. tertij Elem. ducantur f a & c a, quæ secent peripheriam in d & e, dico quod punctum h est medium inter e & l, item inter d & K. Nam cum h f & h b sint æquales ex supposito, & anguli b h a & g h a æquales, & linea h a communis, erit angulus b a h æqualis f a h igitur arcus h l æqualis arcui h e. Similiter angulus g h a est æqualis e h a & c h æqualis h g ex supposito, & a h communis, igitur vt suprà angulus c a h æqualis g a h, igitur per eandem arcus h K æqualis arcui h d, quare h punctum in medio d & K, & in medio etiam e & l, quod est probandum.

Propositio ducentesima sexta decima

Si fuerint circuli duo inæquales, & extra vtrunque punctum ad illud ex minore reflexè per magnam partem minoris à maiore peruenire poterunt.

Sint duo circuli, maior a b, minor c d, & Com.



Cor. 1. punctum g, extra vtrunque, dico quod a d g ex c d poterunt reflexè produci a b in c d, quia enim ex a b quibusuis punctis possunt duci lineæ reflexè ex c d, & ideo cum puncta in a b varient reflexionem ex c d, aliter pars esset æqualis toti, patet intentum.

Ex hoc patet, quod oculus in quauis parte terræ constitutus, in qua Lunam videre possit, poterit eam videre per radios reflexos à Sole. Cor. 2.

Ex hoc rursus patet, quod eodem modo oculus poterit videre superficiei Lunæ illuminatæ partem per radios reflexos à Solis corpore. Com.

Hoc patet, quoniam si circuli Solis singuli, qui illuminant Lunam ostendunt per primum corollarium huius partem circuli Lunæ per radios Solis reflexos ab ipsa Luna, putà secundum portionem circuli e f igitur cum liceat in Sole accipere magnam partem superficiei eius, quæ Lunam illuminat, in qua continentur infinitæ portiones circulorum, & hæ singulæ mittunt radios reflexos ex Luna ad punctum g, igitur g, videbit portionem superficiei Lunæ secundum longitudinem e f per radios Solares à Luna reflexos: quod est propositum.

Propositio ducentensima decima septima.

Oculus videt partem superficiei Lunæ illuminatam à Sole per radios reflexos à Solis corpore: nec tamen potest videre imaginem ipsius in Luna tanquam in speculo.

Com. In præcedenti.

Quoniam per illos, vt demonstratum est, potest videre, & illi sunt robustiores, ergo per illos videt, omnis enim operatio tribuitur digniori causæ & potentiori. Item, quoniam videmus Lunam in nocte immittere radios per fenestram velut Sol: irradiare autem non est nisi habentis tantum lumen ex se, vt hoc possit facere, aut vt spargantur, aut vt reflectantur: ex se tantum non habet vt apparet hora deliquij: neque spargit, sic enim non impediret Solem hora deliquij, Solis ergo reflectis. Ergo videmus per radios reflexos. Non tamen per eam videmus Solem, vt in speculo obiecto, quoniam Luna primum lucet proprio lumine, & rubro sicut pruna, quod autem debet fungi vice speculi, oportet vt creat colore, & sit velut aqua, & vt sit purum. Deinde, quia Sol est maior Luna, ideò videtur vt paries in speculo, videtur enim non reflexa, sed quod ipsum speculum sit aries, & ita Sol videtur, vt totum quoddam, & non potest ob id cognosci. Et etiam magnitudo luminis per quam oculus non potest distinguere Lunam ab imagine Solis: nam ex his quæ per speculum videntur, oportet duo cognoscere, speculum, & rem quæ videtur, sed magnitudo luminis prohibet speculum videri, ergo non poterit videri aliud tanquam in speculo, sed solum speculum cum lumine tanquam res vna. Et ita de Luna. Accedit magnitudo distantiæ: nam in superflua distantia non cognoscitur superficies speculi, sed solum rei obiectæ imago, & illa habetur pro superficie speculi, ergo oculus non distinguit inter speculum, & rem visam, ideò non videt tanquam è speculo. Ex quo sequitur, quod Luna iudicabitur longiùs abesse quàm absit, quia quod videmus ex ea est Solis imago, quæ longius multo abest à nobis ipsa Lunæ superficie. Cum ergo sint quatuor causæ, quarum vnaquæque impedire posset, quominus Sol non videatur in Luna tanquàm in speculo, quanto magis cùm omnes adsint in Luna, & simul concurrant.

Propositio ducentesima decima octaua.

Rationem maculæ Lunæ indagare.

Com. Supponamus primum quæ sunt manifesta. inde addamus quæ sunt verisimilia valde, post verisimiliora ex dubiis, vbi ratio vtrinque pugnare videtur, demum dicemus de quæsito. Manifestum est igitur, quod Luna distat à nobis circiter CLX M P. dimetiens igitur orbis Lunæ est circiter CCCXX M P. Igitur ambitus M M P. Igitur in hora circuit circiter XLII M P. Ergo in ictu insensili penè, id est, tempore ictus pulsus infantis laborantibus acutissima febre II M P. quoniam quinque tales ictus continentur penè in ictu vno viri temperatæ naturæ, & IIII. ictus pulsus fermè viri temperati complent spatium horæ. Igitur Luna mouetur rapidissimo motu & simili motui fulguris. Ex quo patet quod est corpus expers grauitatis & perfectum, quare nec mistum, nec vitiatum.

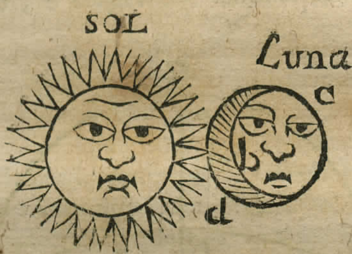
Est etiam rotunda, tametsi enim ob distantiam maximam posset videri rotunda, etiam quod non esset, verisimile tamen est, cum vmbram talem efficiat in deliquio Solis, & cum exit è tenebris terræ, tum quia perfecta est quod sit rotunda, aut prope rotunditatem, sed quod est perfectum & diuinum (quia seruat æqualitatem, hoc enim demonstratum est, quod æquale solum reperitur in diuinis quod ad motum attinet) exactè tale est, igitur Luna est exactè rotunda in circuitu secundum superficiem orbis. Ergo etiam vndequaque & secundum profunditatem: nam in commutatione non posset latere inæqualitas. Et etiam non est verisimile vllo modo, quod corpus perfectum & diuinum sit informe. Esset autem necessariò eiusmodi, si esset exactè rotunda secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatem alterius figuræ. Verisimilius est ergo, Lunam esse vt ignem quendam densum per se lucidum, sed inæqualiter luminosum, non solum ob substantiæ densitatem, sed copiam luminis & puritatem, quæ impuritas non illi accidit, quia mista, sed quoniam est inæqualium partium rararũ ac densarũ & mediarũ. Neque solũ collustratur à lumine ex his quæ diximus, tum etiam quia collustrata non lucent procul, vt neque montes, qui plurimum absunt, quamuis non tale procul vt Luna, imò nec nix quæ illis insidet, sed nix est multo candior per se quàm Luna, quam constat lumine Solis destitutam esse rubram, ergo Luna relucet radiis Solaribus elisis velut à speculo. Et si quis in orbe Lunæ esset media die serena, non videret terram luminosam, quæ multo maior est Luna, & paulo plus à Sole distat, & quandoque illi propior est quàm Luna. Macula autem Lunæ est qualis depingitur cum ore, oculis & naso, sed quod magis spectatur est os ipsum: adeò vt Plutarchus non de macula Lunæ, sed de ore Lunæ inscripserit. Non verti autem Lunam, ex hoc probat Philosophus secundo de Cœlo. Igitur ab Oriente in Occidente verti sub, & suprà necesse est.



Scilicet vt oculi infrà os supra appareat. Videtur autẽ magis in plenilunio ob differentiam luminis, & tota quoniã pars versus nos etiam tota illustratur. Et ex illo loco apparet, quod Auerroës nesciuit Geometriam, sicut semper fuit mos Philosophorum contentiosorum, vt nil sciant, sed solum garrire, audierat hoc ab aliquo malo Geometra, & respósuit in suos libros: nam nos, vt suprà vidisti, demonstrauimus oppositum. Quod verò sit macula illa ex vmbra terræ, verum non est, quoniam vna esset & non diuisa, & occuparet totam illius faciem: nec est verum quod mutaret situm, quia superficies terræ est nonnupla superficiei Lunæ. Sicut terræ superficies est minor trigesima parte superficiei Solis. Nec spargitur lumen Solis in Luna, nam sic esset ambitus vt via lactea: cum autem Luna delinquit in Oriente, est glauca & purpurea,

purpurea, cum in cœli medio rubra, cum in Occidente nigra videtur, nam ab vtraque parte tenebris operitur: Oriente ab vmbra terræ, ab Occidente ab obscuritate loci. In mediis locis mediis coloribus, Astrologi terraticis tribuunt, hoc autem quandiu tota delituerit, quod tempus horam vix implere potest. Ergo partes peruiæ non remittunt lumen, ideò obscuræ apparent, quod in vitreis speculis à quorum partibus plumbum excidit: nam nigræ illæ apparent, reliquæ splendidæ, ob id sydera aliquando per illam relucent, & aliquando non. Et Solaris eclypsis tempore, non lux tota Solis petit: atque ideo vt videmus, & variant colores eo tempore, non tamen collustrat splendidè Sol ob crassitiem Lunaris corporis hæc inferiora, tum etiam ob diuersitatem partium, & ad situm. Nam si Sol sit ad situm a b, transibunt multi

1. Aporeles Ptolem.



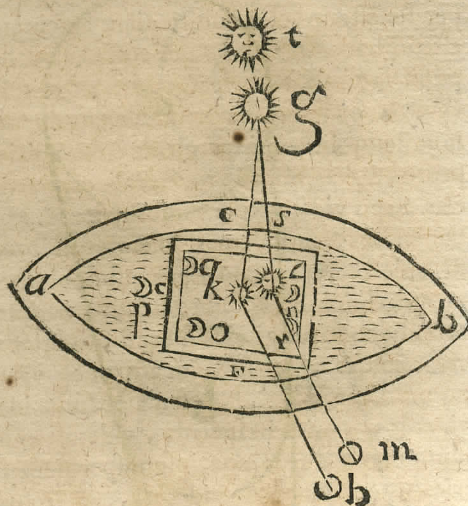
radij, si c d paucissimi aut nulli, sed vt vbi tenuior est Luna in ambitu, & Solis radij densiores transeunt, & sydera pellucent contrariis causis minus, vt iuxta medium nequaquàm. At Lunæ maculam radij efficiunt, etiam si tota subtus opaca esset, cum peruia vel tantillum fuerit in superficie, vt venis opus non sit. Et iuxta hoc macula illa, vt liquet, ad perfectionem corporis Lunæ pertinet magis quam pars splendida, quamuis prima cogitatione oppositum videatur. Est enim duplex perfectionis genus in cœlestibus corporibus, & ob densitatem cum remittit, ob perspicuitatem cum à Sole, vt vniuersali quodam principio illuminatur,

Propositio ducentesima decima nona.

Rationem eorum quæ apparent circa Solem speculo in aqua posito declarare.

Com.

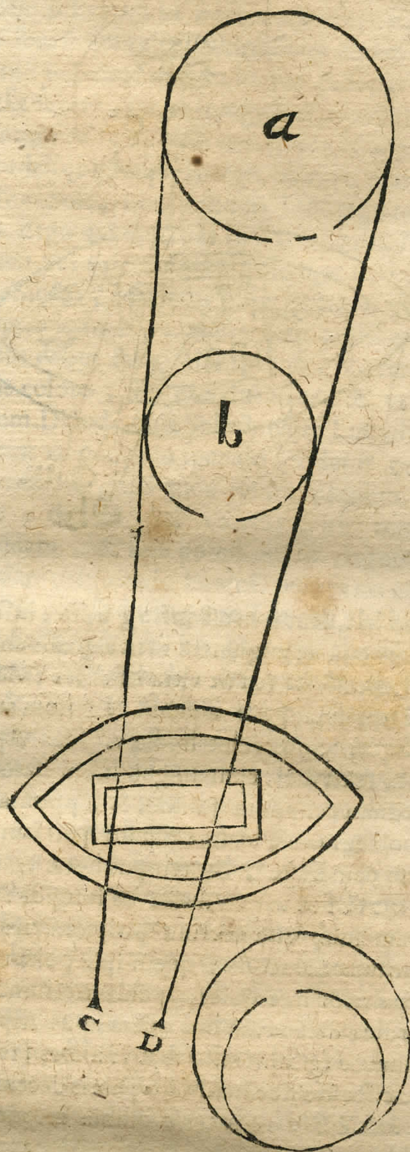
Sit peluis a b aqua plena: speculum in ea c d e f quadratum, aut perfectè aut oblongum submersum in ea: Sol primum solus in g oculus ex aduerso in h, ita vt ad æquales angulos possit videre Solem in k, dico quod depresso oculo in m, videbit alium Solem maiorem versus marginem aduersum in l, & longè splendidiorem: quia enim radij reflectunt ex k, vt robusti & à medio densiore ad rarius, qui non inflectentur, erunt pauci, & ideò Sol in k minor apparebit, & languidior, maior autem pars deflectetur à perpendiculari ad m, igitur Sol apparebit maior & validior longè splendentibus radiis, adeò vt vix ferri possit. Sed quoniam angulus ex supposito m l f maior est h k e, igitur cum oculus iudicet se videre a d æquales angulos, vt debitur g depressior & propior



abro in t, sicut n m est infra g h, ita t infra g, quare etiã vt angulus m l f sit æqualis angulo t l f, necesse est vt l sit vltra k: aliter t videretur quasi tangere aquam. In hora autem deliquij Solis velut hodie v. Idus Aprilis hora sexti diei, cum diligentissimi statuerint medium eclipsis in quinta, & supposita fuerit obscuratio à Ioanne Stadio partium nouem cum besse, & tempus horæ vnius & m: 26. fuit tamen maior & longior: quoniam luminaria fuerunt propiora vna parte caudæ Draconis, quam ipse posuerit in tabulis, & hoc quia supponit æquinoctium tardius diebus duobus quam apud Alphonsum: & forsan sufficiebat vna dies, scilicet vt esset die decima Martij horis decem octo à meridie: nam tunc omnia respondent obseruationi: in qua apparuerunt quatuor Lunæ: & quidem ab initio fuerunt duæ orientaliores è regione, scilicet o p, & vna occidentalior n, & tantum distabat n a k quantum o: Et clarum erat quòd p erat, sicut secunda iris parua & non candida, sed rubra purpureo mista, quoniam ex reflexu o oriebatur: apparebat autem a latere illo, quoniam Luna dextram partem obtegebat, ideo illa erat minus luminosa, & verus Sol erat in k, modò Lunæ, modò Solis imaginem referens vbi transisset eclipsis medium, non amplius tres illæ Lunæ apparuerunt à dextra & à sinistra, sed vna vltra nos in q, & duæ versus nos in r & n & quæ erat in r, erat similiter parua & purpurea rubraque, & mutato speculo variabatur situs q & r, id est, vt modo essent quasi in medio laterum e & f, quandoque transuersæ. Et hoc contingit ob mutationem loci k propter speculi variationem.

Causa, est quoniam Luna cum permeet Solem non è regione recta lineæ oppositæ nostro visui, & solum momento, & in longis temporum interuallis possit obtegere illum. Sit ergo vt Sol obtegatur à Luna mediis partibus, & fint radij extremi in speculo: a c & a d, igitur erunt tanquam duo Soles, sed vterque illorum geminatur, ideò fiunt tres: medius enim ob Lunæ

perspicuitatem integer, apparet, ideò modò sub forma Solis, modò Lunæ laterones am-

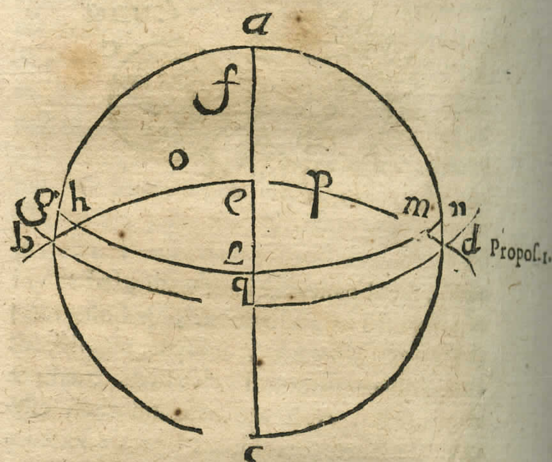


bo sub forma Lunæ: ideò erunt tres, quibus addita Luna p, quæ est reflexa a secunda, fient quatuor. At dices cur non fit reflexus secundum directum oculi, vt Lunæ appareant vltra citraque Solem? Dico quod Luna diuidente orbem reflexus fit ad latera, quia radij transuersim feruntur: cum autem non diuiditur fit prorsum & retrorsum. Sed cur dices Lunari formæ? quoniam partes Solis quæ vigent, eiusmodi forma apparent, Iconem vides à latere,

Propositio ducentesima vigesima.

Causam cur Sol æstiuis diebus exoriens vmbram ad meridiem, cum in meridie ad boream mittat, explorare.

Com. Dico quod vbicunque terrarum in nostro hemisspherio, Sol vbi fuerit in Oriente seu Occidente videbitur, cum sub circulo æquinoctij fuerit è regione, nobis etiam si homo sub arctico circulo habitet, & ita respicienti ad polum vmbra erit à dextra in sinistram, dum oritur & à sinistra in dextram dum occidit. Et quod dum erit in meridie vmbra verget ad Septentrionem: Tertiò dico, quòd in his qui habitant versus Septentrionem à tropico cancri vmbra in Meridie, quocunque tempore anni borealis erit. Quartò quod iisdem toto dimidio anni ab æquinoctio verno ad autumnale, vmbræ oriente & occidente Sole sunt meridianæ transuersæ: & muri respicientes boreã illuminantur. Sit finitor a b c d in regione boreali, cuius vertex e & f polus, eleuatio poli supra finitorem a f, æquinoctij circulus b q d, cui parallelus borealior Solis via per cancri initium, g h l m n, circulus magnus per verticem, & intersectiones æquinoctij, & finitoris b h e m d, Meridiei semicirculus superior a f e l q c. Cum ergo vertex regionis sit in e, & circulus magnus b h d transiens per verticem, transeat per centrum terræ ex diffinitione circuli magni, & linea à vertice grauium habitantium sub vertice e, tendat



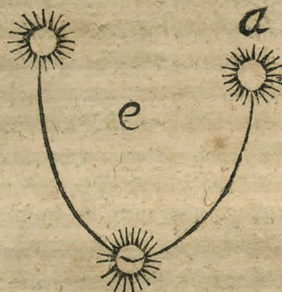
ad centrum terræ ex demonstratis ab Aristotele, & suppositis ab Astrologis, quod grauia omnia tendunt ad centrum terræ, erit quodlibet graue seu murus seu homo, seu per vltimam petitionẽ, seu per demonstrata in vndecimo ab Euclide murus, & homo quiuis incola regionis in superficie circuli verticalis b e d. Igitur dum Sol est in b vel d, vmbræ erunt à dextro in sinistrum, vel contrario modo, & ita Sol videbitur esse è regione nobis: & murus faciet vmbram orientalem vel occidentalem. Et hoc est primum. Et quoniam cum Sol erit in Meridie, tum erit in q, igitur erit vmbra ad Septentrionem, cum e sit loco gnomonis & murus. Et hoc est secundum. Tertium etiam patet, quia Sol nunquam transibit punctum l in Meridie versus boream, sed regio supponitur borealior l, igitur tempore meridiei vmbra semper hic borealis erit. Et quoniam b h e m d secat parallelos, qui sunt in Septentrione vt puta tropicum in h & m, igitur oriente Sole, & occidente rursus per totum arcum g h & m n, videbitur borealior quàm in b vel d parte arcus magni intercepti inter arcum magnum transeuntem per verticem & locum Solis, vbi secat finitorem & puncta b, & d: & ita erunt

vmbræ

vmbræ Meridionales toto hoc tempore, & hoc est quartum.

Cor. 1. Ex quo sequitur, quod in hoc toto tempore veris & æstatis, cùm Sol in Meridie videatur esse post tergum, & in Meridie, & dum oritur à parte Septentrionis. Ergo ab ortu Solis ad Meridiem videbitur ferri motu diurno, linea obliqua à Septentrione in Meridiem: & à Meridie ad Occasum, alia obliqua linea à Meridie in Septentrionem: vt in figura, vt si Sol sit in a in Oriente, b in Meridie, c in Occidente, & vertex nobis in e.

Cor. 2. Sequitur etiam, quòd si tempore æstatis possemus in media nocte videre Solem, in cœli medio videretur, tantundem versus boream declinare, quantum Meridie ad Meridiem. Et hoc quia circulus æquinoctij b q d, tanto borealior est in parte inferiore circulo per verticem, quanto in superiori est australior: quoniam circuli magni se secant per æqualia. Et si hoc est verum de Sole sub æquinoctij circulo, quanto magis erit verum de Sole sub tropico æstiuo?



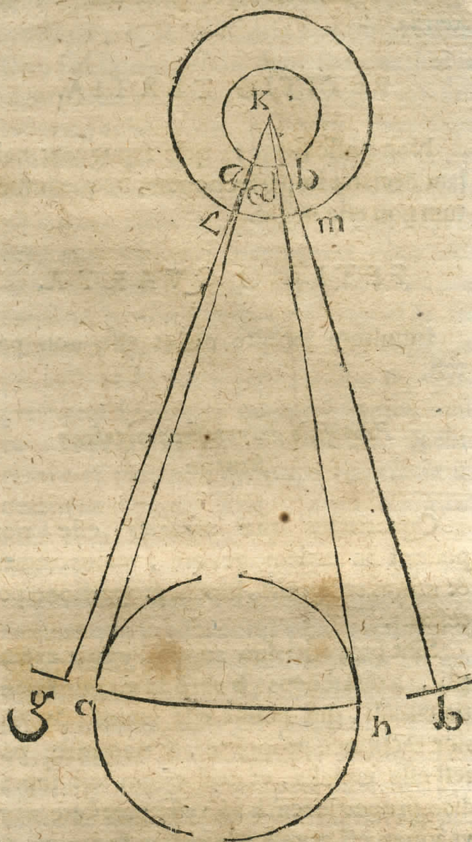
Cor. 3. Ex præcedenti patet, quod Sol in media nocte borealior videretur sub æquinoctij circulo tanto, quanto videtur australior seipso, dum est sub tropico cancri, quia circuli se secant ad angulos oppositos æquales: igitur si verticis circulus maiorem facit angulum superiorem cum æquinoctij quam tropici borealis circulo, igitur & inferiorem: homo autem & visus iudicat australe & boreale iuxta inclinationem circuli ducti per locum Soli ad circulum ductum per locum verticis:

Per similem 15. Propos. primi Elem.

Propositio CCXXI.

Magnitudo Lunæ & cæterorum astrorum dignoscitur ex proportione aliorum ad eam iuxta distantiam: ipsius verò iuxta rationem pupillæ ad Lunam distantiæ ratione.

Com. Sit pupilla a b, quæ in circulo l m, posita in eodem centro, comprehendat portionem notam l m, ideo clauso oculo altero eandem portionem videbit totius cœli, vt liquet ex demonstratis in Elementis Euclidis, igitur nota l m nota erit pupillæ, & ideò g h quanta sit portio cœli, quia k est etiam quasi centrum cœli Lunæ, sit ergo Luna c d, eritque tanta portio g h notæ, quanta e f pars pupillæ, per quam videtur ipsius a b: e f autem similiter est nota in n o, igitur, & c d in comparatione ad totum circulum. Quia verò g h est nota, & in Sole conspicitur



arcus notus æqualis, ergo erit nota diuersitas aspectu ob distantiam nostram à terræ centro, quare altitudo Lunæ nota, & eius magnitudo, eius enim ad semidiametrum oculi, vt c d ad e f. Hoc auté est crassa Minerua additum, vt quis intelligat difficiliora esse quæ crassa videntur, quàm quæ elaborata, huiusmodi autem diuina, de quibus mox dicendum erit,

SECVNDA PARS DESVPER Principia.

DIFFINITIO PRIMA.

Proportio imperfecta seu potestate est duarum quantitatum, quæ sic se habent, vt nullæ duæ aliæ in eodem genere inueniri queant,

DIFFINITIO SECVNDA.

Proportio media est comparatio rei non habentis quantitatem, quæ tamen mutari possit ad rem, quæ quantitatem habeat.

DIFFINITIO TERTIA.

Proportio sublimis seu ordo dicitur duarum substantiarum quæ quantitatem non habeant, comparatio

PETITIO PRIMA

Infinitum quod imaginem habet quantitatis, quantitatem autem non habet, neque est quantitas.

PETITIO SECVNDA.

Repugnans est super quod nulla est potentia.

PETITIO TERTIA.

Non posse super ea quæ repugnant, nullam declarat imperfectionem, neque infinitum non esse negat.

PETITIO QVARTA.

Infinitum infinito maius esse non potest.

Propositio ducentesima vigesima secunda.

Quantitates quæ æquales esse non possunt in eodem genere, maius tamen & minus recipiunt, sunt in proportione potestatis.

Com. Sint propositi duo anguli, gratia exempli, a rectilineus, b verò in circumferentia circuli, qui potest esse maior, & minor rectilineo proposito, & nunquàm potest esse æqualis, vt declaratum est suprà, dico proportioaem b ad a esse potestate, nam vt visum est, potest esse maior & minor, & est maius & minus verè, & ideò sunt in eodem genere, & vterque est continua quantitas, igitur in transitu necesse est, vt sint æquales aliquando sed non actu, hoc enim repugnat, igitur potestate.

Propositio ducentesima vigesima tertia.

Quantitates quæ actu æquales esse non possunt, in nulla proportione actu esse possunt.

Com. Sint duæ quantitates quæ æquales esse non possint, vt in priore exemplo a & b, dico quod non possunt esse in aliqua proportione in actu, aliter sint in proportione c, & ducatur c in b, fiat d, erunt ergo d & a æquales, quod est contra suppositum, nam supponitur quod nulla quantitas ex genere b sit æqualis a, sed d est ex genere b & æquale a, & ideo suppositum non manet, igitur a & b non sunt in aliqua proportione in actu. (Per 9. quinti Elem.)

Propositio ducentesima vigesima quarta.

Neque temporis vt imaginamur ipsum esse infinitum, neque æui vitarum proportio vlla est ad tempus quod potestate est, vt potè diem vel mensem.

Com. Tempus ipsum vt infinitum est, aut in actu est, aut refert quippiam in actu, pars autem temporis solùm est potestate, quia nullum tempus in actu est, neque annus, neque mensis, neque dies, neque hora aut momentum, sed si totum tempus non esset actu, nihil esset actu, neque totum neque partes. Igitur totum tempus, vel aliquid loco eius est actu, partes autem potestate, sed vt visum est proportio infiniti nulla est, & ad rem quę actu non est, igitur tempus nullam habet proportionem ad annos neque menses vel dies. Quare qui dicunt, quod mille anni sunt vnus dies, in philosophia errant, secus apud Apostolum, vbi de diuinitate agitur. Ergo anni sunt longum tempus, & dies breues, quia dicuntur in comparatione inter se, & non secundum proportionem ad infinitum. Quia sit infinitum a, & duæ quantitates b maior, & minor, vel ergo proportio a ad b c, est vna vel diuersa, si vna, ergo b c erunt æquales, si maior est ad c quam ad b ergo infinitum est maius infinito, ergo non est infinitum, quod est contra petita. (Per 9. quinti Elem. 4 petit.)

Propositio ducentesima vigesima quinta.

Proportio media non est ex ratione agentis sed patientis.

Proponatur a quantitas, quæ debeat mutari ab virtute quæ non sit in materia, & palã est quod non poterit permutari instanti, quia simul esset, & non esset, ergo repugnaret, neque etiam potest non esse, vt demonstratum est in Hyperchen, quia repugnant necessariò & essentiæ Dei, neque mouetur à certa proportione, quia b caret omni quantitate, ergo nihil ostendit vim ipsius b esse finitam, quod ergo moueatur tardè celeriter paruum magnum, istud contingit totum ex conditionibus a, id est, materiæ & quantitatis: velut, gratia exempli, si a esset in vasculo palmi, non posset implere iugerum, & hoc non ostendit vllam imperfectionem in b. Et sicut homines omnes sunt in carcere huius mundi, & tamen videntur esse sibi liberi, & appellant solum illos esse in carcere qui sunt in ergastulo, ita omnis materia, & omnis quantitas habet conditiones, per quas (vt ita dicam) constringitur, & repugnat eas mutari, & ideò vitam agunt sine vlla proportione. Quod verò dictum est, supra dictum fuit, per exemplum dictum est, non quia ita sit, finge ergo quod in aliquo pariete, non sit albitudo, nisi vnius gradus, illa non operabitur nisi per vnum gradum, etiam si calx esset infinitè alba, & similiter de luce Solis, ergo omnes mentes mouent sine proportione, & non possunt dici finitæ vel infinitæ, quia ipsæ sunt expertes omnis quantitatis, imò omnis relationis ad quantitatem, & hoc est quod latuit multos, & maximè propter dictum Philosophi, est ergo omnis operatio iuxta id quod est in materia, & non quod vna mens maiores habeat vires, alia cum non sit in eis neque maius neque minus. (Com.) (Per 3. petit.)

b

a

|———|

Propositio ducentesima vigesima sexta.

Proportio sublimis non consistit in magnitudine, sed ordine iuxta quem differentia est eius quod est ante & post.

Com. Non enim potest esse comparatio iuxta magnitudines motas quoniam vel sunt corpora cœlestia, vel elementaria, elementaria esse

esse non possunt, quia illa cum sint corruptioni obnoxia, id est, transmutationi, secundum qualitatem non possunt esse subiecta incorporearum substantiarum, neque à primis substantiis moueri, neque etiam excipere primò lumen suum, sed mouentur vim influxam à cœlestibus corporibus, neque etiam per motum corporum cœlestium, nam illa non mouentur secundum proportionem mentis ad corpus, sed iuxta rationem finis, à qua circumscribuntur, & ideo quod Saturnus moueatur velociore motu, quàm Iupiter ab Oriente in Occidentem, hoc non est, quia vita quæ mouet Saturnum fit robustior vita quæ mouet Iouem, cum sint vna & eadem: vel si dicas quod sint diuersæ vita Saturni, non tamen est validior in comparatione ad suum cœlum, vita Iouis non moueret celerius Saturnum ab Occidente in Orientem, quàm vita Iouis Iouem, quod est falsum, sed talis motus velocitas est ratione finis, quia oportet vt pariter moueatur eo motu, & quia cœlum Saturni est maius, ideo celerius moueatur quam Iouis, & hoc ratione corporis mobilis, & non ratione proportionis ad corpus. Dico etiam, quod non habent potestatem aliam, per quam subeant proportionem, nam quæritur cuius comparatione illa proportio oriatur, nam non ad corpora, quia neque ad cœlestia neque mortalia, vt dictum est, nisi fingamus alia corpora, quod est absurdum, nequa etiam ratione incorporeorum, nam non possunt destruere se inuicem, quia inferior non potest tollere superiorem, neque multo minus potest velle. Hoc est enim nefas cogitare, neque superior inferiorem, quam producit quam amat: & ideo dico, quod sunt in proportione sublimium, id est, ordine perfectionis, qui consistit in propinquitate ad primam causam exemplum, Sol est longe perfectior sua luce, quæ est ei propria, quia Sol est substantia, & lux est proprium, & lux Solis est multo perfectior lumine cum sit (vt dixi) lux proprium & in Sole, tanquam in subiecto, lumen autem extra & accidens. Nec tamen dicendum est, quod Sol sit potentior luce, aut lux lumine, idem dico de anima & facultatibus eius, & functionibus, inter quas nulla cadit proportio perfectionis, tamen differentia conspicua est, & ideo poterit impediri functio, & non facultas, & facultas tolli remanente anima. Forsan dices, quod istæ non sunt substantiæ, & ideò oporteret, vt omnia incorporea Deo solo excepto essent accidentia, dico quod in incorporeis non est sicut in anima, quæ est iuncta corpori, neque vt in Sole quod est corpus, sed tanta est perfectio producti incorporei, quod ipsum est substantia. Et ratio est quia substantia differt ab accidente vel ratione corporis, vt aqua à frigiditate, & hoc non est in incorporeis, vt manifestum est, vel quia vnum sit subiectum alterius, & ideò substantia, vt est principium comparationis, & in se ipsa dicitur substantia, & vt comparatur ad extra & ad operationem suã, cuius est principium dicitur facultas: velut vita cœlestis substantia est, vt verò cœlum pulchritudine illius delectatum mouetur ad obsequium, dicitur facultas in illa vita, & non est nisi substantia, tamen ipsius vitæ adeo vt sola ratione differant. Tertia differentia est, quia substantia non est in subiecto, sed facultas est in subiecto, verùm in incorporeis, vt dixi, non differunt nisi sola ratione, velut pater & homo, nam pater necessariò est homo, & est substantia, vt ad aliud comparatur. Quarta differentia est ratione propriæ naturæ quæ non dependet, nam substantia non pendet sicut accidens & facultas, verùm vbi genita fuit non amplius pendet: respondeo, quod in incorporeis producitur, & non repugnet productio substantiæ, quia si non repugnat generatio hominis, quod substantia, multo minus etiam incorporeorum. Relinquitur vt obiicias, quoniam substantiæ incorporeæ semper fiunt, ergo nunquam sunt veræ substantiæ: ad hoc respondendum est per interemptionem, nam de vera responsione non est hic locus, quod eadem ratione qua producuntur vitæ, producuntur etiam cæli, at cœlum nihilominus est verè substantia, & magis istis mortalibus, ergo vel talis productio non est perpetua, vel, vt verius dicam, est simpliciter productio circumscripta ab omni tempore præsenti, præterito & futuro. Quare erit magis vera productio quam substantiæ mortalis, ideo contingit hic error ex dissimilitudine eorum quæ maximè similia esse videntur, nam cùm accidentia producantur in tribus temporibus, & incorporea in nullo, substantia autem mortales solum in vno tempore, ideò productio incorporeorum videtur esse similis productioni accidentium, cum tamen productio substantiæ mortalis sit verè media inter illas, nam substantia mortalis producitur in vno tempore, accidens in omni substantia immortalis in nullo, necesse est autem extrema magis differre inter se quàm à media, igitur substantiæ incorporeæ ordine & perfectione differunt, non tamen proportionem habent. Et si quis dicat, quod vltima substantia esset æquè potens, vt Deus respondeo quod non est verum, quia vel loqueris de perfectione, & ita demonstratum est, quod Deus est ipsa perfectio, vltima substantia est imperfectissima: vel loqueris de magnitudine, & ita non sunt æquales prima & vltima substantia, quia non possunt comparari, sicut lumen non potest comparari lumini, quod sit dulcius vel amarius, grauius vel leuius maius enim & minus, & æquales sunt differentiæ quantitatum, vitæ autem non habent quantitatem operationis, quia, vt dixi, est absolutissima ratione finis, neque potentiam ad aliquid, quia sunt in æterno actu, & hoc secundum philosophos, & iuxta rationem luminis naturalis, nam secus religio & fides tenent, quia supponunt mundum esse creatum, & sic potentia differentiæ ab actu quia Deus nunc creauit, & antea non creauerat, & tamen poterat creare.

Ex hoc patet, quod nulla substantia incorporea est finita nec infinita, nec extensa nec contracta, quia omnia ista pertinent Com.

ad quantitatem, quarum illæ omnino sunt expertes.

Propositio ducentesima vigesima septima.

Com. Vitæ iuxta numerum perfectionum in cōparatione ad cogitationem nostram proportionem quandam habent.

Velut Deus est per se primo absolutū, & causa omnium bonorum, & esse, sapientia verò quæ generatur à primo bono, non est causa omnium bonorum, quia sic produceret primum bonum, & produceretur est tamen per se primo & absolutum bonum, amor autem est causa omnium bonorum posteriorum, & absolutum, & per se, sed non primò, & ita de vita quæ regit mundum, ipsa non est absoluta, neque per se primò, sed solum causa omnium bonorum, est tamen absoluta in ordine bonorum, quæ retinuit, & hoc modo dicimus esse plures personas in diuinis plures mentes, & substantias incorporeas.

Propositio ducentesima vigesima octaua.

Com. Proportionem scientiæ futurorum & cæterorum occultorum considerare.

Septem licet sint modi futura & occulta prægnoscendi, quædam tamen sunt communia omnibus, quædam multis: varia quoque est ratio horum, alia enim est proportio sciendi, atque hæc duplex, vel ex ratione intelligendi quæ ortum habet ex comparatione animi ad magnitudinem & difficultatem eorum, quæ cognoscuntur, quædam ad modum quo iudicantur. Alia rursus est ratio proportionis modi ad animam ipsam, vt quisque propior fuerit ipsi aut remotior, alia demum est differentiæ signorum aut causarum, ergo vt à propinquitate initium ducam septem videntur esse ordines, qui etiam ad perfectionem diiudicandi pertinent. Primus est eorum quæ agimus quibus prudentia dominatur, atque hic admodum certus est, vt in negotiis publicis priuatisque videmus, est autem duplex, ciuilis & militaris. Secundus est naturalium, est autem maximè euidens in tribus medicina, agricultura & nauigatione. Tertius est eorum quæ sunt secundum naturam, sed non per causas, velut astrologia & physiognomia. Eius autem autem tres sunt partes physiognomia, metoposcopia & chiromantia, namque astrologia etsi per causas sit, magis tamen per signa ostendere videtur, nam quod Iuppiter in ascente bonos præbeat mores, cur magis hoc in loco vel illo, magna est quæstio. Quartus est consensus omnium nobiscum atque fatale vinculum, in quo genere ponuntur fulgurum casus, exta, & angurium & hydromantia. In quinto modo ponuntur ea quæ cum anima nostra consensum habent, eiusmodi sunt vitæ aut genij aut errores. Sextus verò est ex origine, velut sunt Prophetæ & vates Sybillæque, quorum vis alia in seipsis, vt prophetarum, alia vaporis vt Delphici oraculi. alia aquæ velut in Colophonio oraculo. Vltimum est præstantissimum idéque remotissimum, quod à Deo per preces consequimur. In omnibus ergo his iuuat præstātia modi non auspicium, & exta paruā habent significationem, quæ verò à Deo maximam, alia enim est proportio agentis, vt Dei alia modi agēdi, velut quæ per causas fit melior quàm quæ per signa, alia impressionis lucis aut efficacis, alia cōiunctionis naturæ nobiscum. Quod verò ad nos attinet, aliud est ex peritia artis, aliud ex iudicio acri, aliud ex diligentia. Differentiæ autem cognoscendi sunt multorum aut paucorum exactæ: vel non exactæ, securæ aut dubiæ atque horum omnium causa est magnitudo proportionis, aut in origine ad significandum, aut in anima ad intelligendum. Atque originis, vt dixi, multiplex est ratio, scilicet modi vel causa vel efficaciæ, cùm verò hæc omnia in vnum conuenerint, certissima & exactissima fiet diuinatio, cum pauca & minus valida, vt pote discursus & iudicium dubia, debilis & paucorum. Quæ verò nugantur Porphyrius & Iamblicus de his, omnino fabulis similia sunt, videturque Iamblicus Prophyrio indixisse bellum, sed cum ignauo hoste, ipse longe deterior.

Propositio ducentesima vigesima nona.

Incorporea omnia vnum sunt, neque numerus est eorum.

Videbitur ab initio paradoxum, sed vbi & modum & demonstrationem ipsam deprehenderis, intelliges ita esse iuxta luminis naturalis rationem, tum verò maximè, cum id adiecero non prohibere me, quin vt partes in homine numerentur. Sed aliud est partes in homine dinumerare, quę numero ipso non distinguuntur, sed si plures homines seorsum de earum numero interroges singuli diuersa, nec exiguo interuallo differentia respondebunt, sed vnus decem puta, alius centum, alius innumerabiles pronunciabit. Quin etiam quisque qua ratione velis illas distinguere interrogabit, at non sic de numero gregis pauidum, aut de pecuniis, in quibus nemo ab altero dissentiet, nisi cum in numerando errorem admiserit. Igitur dico non esse numerum in incorporeis, nam finitus erit vel infinitus: si infinitus, numerus non erit, quoniam primum nullus Deus erit nulla prima substantia: nam quomodo Deus erit aut Dominus infinitorum, aut primus vbi non est vltimum? Sed neque numerus aliquis certus earum esse potest, cum primum non magis hic quam ille: neque enim definiuntur vllo termino, seu centum, seu mille aut millies mille: nec cum subiiciantur quantitati continuæ poterunt subiici, numero vel alteri cuipiā accidenti. Sed omnia sunt vnum ita tamē quod perfectius est atque imperfectius diffusum ab ipso infinito, cuius in extremo cohærent mentes nostræ & animæ, & cœlum, quæ communicatæ inferioribus atque corporibus illa agunt, mutant & seruant. Ipsum quàm vltimum esse, est in mundo, quod est corpus, & eius pars præcipua cœlum deinde reliqua. Omniáque mouentur & transfe Com.

transferuntur immobili primo principio, quod cum illis coniunctum est: nam reliqua incorporea ab ipso profluunt. Est & ratio Aristotelis in tertio decimo Theologorum sermonum, Deus non est vnus numeri ratione, sed ita vt non sit plura, igitur in mundo toto incorporeo non est numerus. Si enim Deus esset vnus numero, non posset esse ens commune, & vniuersim amplectens cuncta, & accidens contineret, quæ omnia sunt falsa, absurda, nefaria & impia, licet tamen (vt dixi) menti humanæ quæ omnia reducit ad similitudinem sensilium, à quibus originem traxit suæ operationis fingere numeros, sicut in partibus hominis, aut cœli, aut aëris iuxta situm, aut magnitudinem. Est etiam alius modus iuxta quē Aristoteles numerauit mētes quę mouēt corpora cœlestia, quod absurdum nō est, velut si quis numeret digitos, in pulsante chelim, erunt quatuor aut sex, non tamen est numerus ille verè plurimum, cum ad vnum hominem referuntur. Et cum sit mundus hic imago superioris, vt ille dicebat, & inferior potestate contineat infinitas partes, infinitas ordinis ratione superior continebit. Sed non infinitas numero, Exempli gratia, proponamus quod Solis vis dirigatur ad nos vsque impedita per nebulas, vt nonnunquam contingit: erit ergo perfectio vna, sed ordinata omnium radiorum: adeò quod si infinita vasa applicarentur aqua plena infinitæ rationes iridis apparerent, quæ omnes continerentur potestate in radiis illis ratione comparationis ad vasa & irides, per se autem, vt sunt perfectiones essent in actu.

Sap. 5.

Lib. 17. c. 4.

Propositio ducentesima trigesima.

Proportio incorporeorum ascendentium semper maior est.

Com. Prop. 17.

Cum proportio illa sit quasi similis decori, & ideò musicæ geometrica maior est in maioribus ac magnitudinibus, vt suprà docuimus. Sed non est neque geometrica, neque arithmetica, nec musica, nec per recensum, essent enim quantitates quæ compararentur: vnaquæque enim harum inter quantitates constituta: at illa est vt producentis ad productum. Et non comparantur quoad æternitatem, quia vt aliâs declaraui, omnis substantia est æterna: quanto magis incorporea. Quia ergo primum per præcedentem habet rationem totius, & est infinitum secundum ea parte qua recedit, quia primum non est, plus distat à primo quam à tertio, igitur descendendo vsque ad prima elementa. Sed obiicies de qualitatibus & accidentibus: dico quod habent medium esse licet, tempore infinito vincantur à substantiis, illæ tamen etiam vincuntur & absque participatione perfectionis illius cum accidentia participent essentia & tempore, & si quis dicat, cur ergo Sol & Iupiter non sunt locati in supremis orbibus, cum sint nobiliores & maiores & potentiores cæteris erraticis: dico quòd fuit ob mundum inferiorem, quoniam si fuisset altiores, mundus inferior frigore corrumperetur, quandoquidē vel sic frigore premantur, in hyeme etiam sub torrida plaga, & sub polis ac iuxta eos semper. Et orbes superiores non indigebant lumine Solis, quod apparet in nocte serena, cum etiam adeò à nobis distent. Vnde si canicula esset in cœlo Lunæ, plus luminis afferret centuplo quàm Luna, cùm distantia sit quingentupla distantiæ Lunæ à terra. Et si Sol esset factus adeo maior, vt in orbe Saturni consistens calefaceret terram æqualiter, vt non exureretur in æstate, hyeme necesse esset, vt nimium gelasceret. Sin autem æquale esset frigus in hyeme, exureretur terra per æstatem, quandoquidem nec sic illam pati possint, qui in torrida plaga habitant. Et si Sol esset vbi est Luna, & eo minor non illuminarentur orbes superiores. Ideo nobilitas non est in orbibus ob altitudinem, sed ob substantiam incorpoream quæ illi dominatur. Et est in loco congruenti toti corpus, vita autem non est in loco.

LEMMA.

Et proponantur a & b in proportione dupla altitudinum & magnitudinum, &



comparentur ad d, erit ergo angulus a d c maior b d c, quare si sunt æquales vires in a b, refrigerabitur magis d ab a quam b, & ita patet vtraque pars dicti in fine propositionis.

Propositio ducentesima trigesima prima.

Tres esse mundos atque inter ipsos nullam esse proportionem: nec numero eos definiri.

Com.

Cum pàlam sit esse corporeum mundum, vt elementa, & incorporeum vt Dei, & medium esse necesse est vitarum & hominum ac cœlestium, quòd primum sensu patet, vt cœli, hominum & animalium, atque plantarum, & ratione etiam, quoniam extrema contraria non propriè medio copulantur, vt in corporeum ac corporeum. Dico igitur nullam esse inter hos proportionem atque numerum facere: nam de numero cōstat, quoniam non sunt tres, quia sint in ordine numerorum, sed vt principium, medium, finis, & perfectum, perfectius, perfectissimum: scilicet positiuum, comparatiuum & superlatiuum. Et quoniam sunt extrema cum medio, ideò sunt in proportione sublimi etiam & non propria. Quod si essent maximè mundi vitalis ad corpora, sed corpora non mouentur nisi iuxta finem vitæ, & non vim: ipsa enim si posset habere voluntatem infinitam moueret

ueret in instanti : quia corpora non reluctantur animabus suis sed quantus est actus in animabus & vitis, tanta est potentia ad vnguem in corporibus, ergo non contingit proportio in mundo vitarum vera nisi illa sublimis. Neque enim finita est quæ nullis circumscribitur terminis, neque infinita quæ finitam præsupponit, sed neque inter mundum & incorporeum & vitarum cùm mentes non moueant, vitæ moueant : & quod mouet necessariò mouet, & quod non potest mouere, quoniam omnia æterna sunt: & in æternis idem est esse ac posse : igitur inter mundum incorporeum & vitarum nulla est proportio vera, sed solum sublimis, nec numerus: nisi vt à nobis fingitur. Velut si dicamus in tabula, & in negotio est principium medium finis, & hæc possunt dici tria quatenus distinguuntur: sed non ob hoc dicendum est tabulam, aut negotium habere tres partes, multo minus esse tria negotia aut tres tabulas.

Propositio ducentesima trigesima secunda.

Omnis motus naturalis, quanto velocior est, tanto propior est, & magis simillimus quieti.

Com. Hæc propositio primo intuitu videtur esse falsa, quoniam cùm motus sit contrarius quieti, & efficiat actiones quieti contrarias, quanto velocior erit tanto remotior à natura quietis & magis dissimilis, propterea intelligere oportet primum, in quo sensu verba sint accipienda, nam hæc propositio, & authoritate, & sensu & duplici ratione euidenti manifesta est. Oportet igitur primum scire quoad locum attinet tria esse discrimina : quietem in eodem : transitum ad alium per medium : & transitum ad alium sine medio. Duorum primorum exempla notissima sunt, tertij est hoc, si vrceus aqua plenus exponatur Soli, & efficiatur iridis imago in tabula : inde sublata tabula eadem iris appareat in muro, erit transitus sine media, quia quod sit eadem dubium non est, iidem radij & idem corpus speculare, quod verò transeat sine medio, primum sensus, docet, secundum ratio, quia fit in instanti, vt Secundo de Anima. Tex 121. Rursus Sol illustret vrceum aqua plenum : appareat ex hoc iris in muro, interponatur aliquid, & transferatur vrceus, apparebit iris alia in alio loco, & non transiuit per mediū, videtur idem de intellectu, & vi imaginandi, quibus ex Germania transeo in Indiam subitò : & eodem modo ex anima salicis, in hac planta fit transitus in proximam neque per medium, quod etiam videmus in igne & ellychnio proximo, & id sæpe accidit tum præsertim cum nuper extinctum fuerit.

Iam ergo id supponamus, quod etiam ad rem parum facit, sed ad intelligentiam satis, videamusque, quare sit quod motus opponatur quieti, & manifestum est, quod differentia loci est causa, nam in quiete res manet in eodem loco, in motu transit ad alium locum, & quantò medium est maius tantò motus est manifestior, vnde sequitur, quod in his quæ valde lentè mouentur, illa videntur quiescere, & post aliquod tempus deprehendimus mota fuisse, nunquàm tamen moueri, sicut in Sole, Luna, stellis, vnde illa opinio Philosophorum existimantium omnia semper moueri, non omnino potest tam bene reprobari, quia licet census non cognoscat moueri, cognoscit tamen mota esse, & id sufficit : multa ergo cognoscuntur mota esse quæ non cognoscuntur moueri, velut lapis grauis superstans terræ, quem videmus post annum descendisse per duos digitos, & tamen semper videtur quiescere. Igitur cum in pari tempore quæ velociter mouentur plus spatij superent, maius etiam relinquunt medium inter locum, & locum, & ob id magis remota sunt à quiete, & magis illis contraria : hæc igitur est ratio cur quæ velocius moueantur, minus quieti similia aut proxima existimentur. Dico ergo, quod illa quæ naturaliter velocissimè mouentur, sunt magis similia & magis proxima ipsis quiescentibus quàm quæ tardè: cum enim omnis motus naturalis necessariò etiam sit regularis, vt qui à virtute Dei fiat, erit vel per lineam obliquam aut rectam. Quoniam verò multarum recta est perfectissima, & obliquarum circularis, erit omnis motus naturalis circularis aut rectus: dico ergo quòd in vtroque verum est quod dicitur. Et primum in circulari ille motus est propinquior quieti, in quo partes sunt propinquiores suo loco, sed si velocissimus sit motus, nunquam ita sunt extra suum locum, qui enim in potestate sint proximæ ei : ergo partes illæ inde se habent ac si quiescerent. Secunda ratio, quia quod velocissimè mouetur absque dubio tanto tempore quiescit in suo loco quantò quod tardè: exemplum. Luna in triginta annis quiescit in principio arietis quadringenteis per sex horas, id est, centum diebus in quadringentis vicibus, Saturnus centum diebus, sed semel tantum: ergo tantum Luna quiescit, quantum Saturnus, comparatione ad idem tempus addita pari ratione in aliis partibus, sed cum velocius moueatur Luna quàm Saturnus minus quiescere videbitur Luna in aliis partibus quàm Saturnus, & tantundem in principio arietis Luna vt Saturnus, ergo cum Luna tantundem in principio arietis quiescat, quantum Saturnus in triginta annis, & in aliis partibus minus quàm Saturnus, igitur absoluté Luna plus quiescit in principio arietis, quàm Saturnus dato tempore æquali triginta annorum, Et formatur demonstratio hoc modo : Luna quando est in loco ipso, puta in principio arietis, ibidem est actu, & quiescit per tantundem temporis quantum Saturnus, & in omnibus aliis locis data paritate, est semper proprio ipsi principio arietis potestate quam Saturnus, igitur Luna plus quiescit in principio arietis quam Saturnus, quia dum ibidem sunt æqualiter quiescunt, & dum sunt extra, Luna semper est propior & potestate magis in illo loco, igitur Luna magis quiescit in principio arietis quàm Saturnus. Præterea,

terea, si Luna & Saturnus mouerentur in æquali tempore, & Luna in paruo circulo, & Saturnus in magno, dubium non esset, quin Luna non diceretur magis quiescere in suo loco, & diutius quàm Saturnus, nam Luna semper esset prope locum suum, & Saturnus persæpe videretur procul. Sed si moueantur in eodem circulo, & Luna moueatur velocissimè, Saturnus tardè: perinde erit, ac si Luna moueatur in paruo circulo, & Saturnus in magno, ergo quod velocissimè mouetur est proximius quieti quàm quod tardè. Illud etiam idem manifestius erit in extremis, nam quod minimo spatio mouetur propemodum non mouetur. Sicut, si quid circa centrum moueatur, adeò vt ipsum tangat, dicetur moueri, sed quiescere ibi, sed quod velocissimè mouetur semper versatur circa idem, quia nunquam multum abest, quia ibi non quiescit, igitur quod velocissimè mouetur motu naturali circulari est proximius quieti quam quod tardè. Demum, si aliquid moueretur infinita velocitate motu circulari, semper esset in eodem situ secundum partes & immobile, igitur quod infinita velocitate mouetur, & quiescit. Ergo quod velocissimè mouetur cum magis distet ab opposito eius quod infinita tarditate mouetur, quàm quod tardè, magis etiam appropinquabit potestate in efficaci infinitæ velocitati quàm quod tardè, igitur quod velocissimè mouetur propius est quiescente quam quod tardè. Demonstratum est enim in Dialecticis, argumentum ostendere ab eo quod est simpliciter tale ad id quod natura illi quoquo modo tale est & conuerso modo. Ostendo modò quod simillimus: quoniam illud est similius quieti in quo quod fertur non potest dignosci distantia à priore loco, sed in velocissimè motis hæc distantia non potest dignosci, igitur velocissimè mota videntur planè quiescere, quod idem patet duobus experimentis manifestis. Primum si quis videat rotas quibus acuuntur gladij moueri vsque ad certam velocitatem, augeri videtur motus ille, verùm cum adeo concitatus fuerit, vt sensus non possit discernere, neque comprehendere illam velocitatem, & rota non fuerit mota ab axe, ita vt titubet nec fuerit vlla inæqualitas, videbitur omnino quiescere, & ita oculus diiudicat, & longè magis diiudicaret, vbi ad tantam motus perueniret velocitatem, vt nullo modo initium à fine distingui posset, sicut est in motu cœli, qui comparatus ad quemuis motum velocissimum artificio factum, insensilem habet proportionem ob magnitudinem, & ideo talis motus cœlestis est simillimus quieti. Secundum experimentum est, si essent duo homines habitantes Bononiæ, quorum vnus iret Mutinam, paulatim quiecendo in quolibet loco per vnam diem, adeò vt in vnoquoque anno maneret Mutinæ, & prope per sex menses, & prope Bononiam per sex alios menses in diuersis locis, & vna die tantum Bononiæ: alius verò iret Mutinam singulo die, & per omnia loca sicut hirundo volans quater & quater rediret bononiam, nemini dubium est, quod hic secundus videretur magis quiescere Bononiæ quàm primus, & hoc quia in anno quilibet eorum quiesceret per vnam diem Bononiæ, & in hoc essent æquales, sed secundus videretur frequentius Bononiæ quàm primus, & etiam esset potestate propior illi, adeò vt liceret cuilibet illum conuenire qualibet die magis quam primum: ergo duabus de causis videretur secundus magis quiescere Bononiæ quam primus, & in tertia æqualiter.

Modò dico de recto motu quoniam quãtò celerius fertur per medium ad suum locum, tanto minus temporis insumit, ergo diutius quiescit in loco, minus est etiam tempus per quod mouetur in comparatione ad quietem & simpliciter, ergo in motu recto propius est quieti, quod velocissimè mouetur; præterea inter duas quietes motus velocissimus est imperceptibilis. Ergo motus velocissimus est similior quieti quàm minus velox. Accedit manifestissimè illud quod ab initio diximus, scilicet, quia motus velocissimus est medius inter motum tardum & subitam mutationem, hoc enim est manifestissimum, adeò vt debitemus in motibus velocissimis, an mobile transierit per medium, est enim primùm motus lentus, qui fit ex transitu in longo tempore, & velocissimus in paruo, & mutatio sine tempore. Rursus constituamus alium ordinem quietis motus, & subitæ mutationis: & ex dictis subita mutatio est propior quieti quam mo-

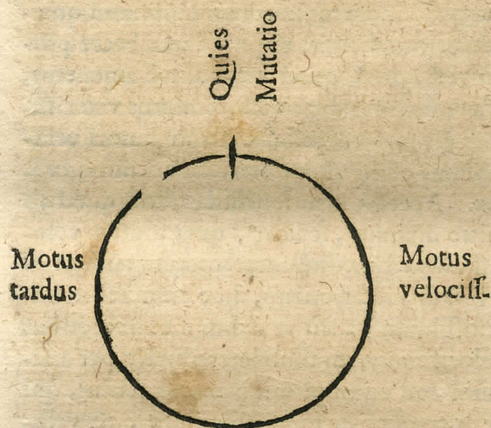
| Subit. Mut. Motus velocis. Motus Tar.
| Quies subita Mut. Motus

tus: quoniam si motus esset medius inter quietem & subitam mutationem, non esset, vt dictum est, subita mutatio quædam quies: nam in subita mutatione non pertransitur medium, in quiete non pertransitur medium, in motu pertransitur medium, igitur quies est propior subitæ mutationi quàm motui. Sed subita mutatio est propior motui velocissimo quàm tardo, igitur quies est propior motui velocissimo quam tardo.

Videtur & hoc sensus manifestè ostendere, quoniam cum lapis descendit summa cum velocitate, adeò vt non percipiatur, videtur quiescere, & non motus esse, & hæc fuit sententia multorũ nobiliorum antiquorum, & propterea oportet vt ostendamus difficultates, quæ contingunt in his.

Dico igitur, quod motus naturales sunt duorum generum, vt dictum est, scilicet rectus & circularis: & motus differt à quiete in duobus, in eo quod mutat locum, & in eo quod transit per medium motus, ergo rectus velocissimus in eo quod transit per medium magis distat à quiete in eo quod plus de medio superat quàm tardus, & est propinquior quieti in eo quod celerius quiescit. At motus circularis velocissimus est propior quieti in transitu medij, & in reditu ad locum priorem: de reditu ad locum priorem clarum est per se: de transitu medij dico quod cum in prima medietate magis remoueatur

ueatur à medio quam motus tardus, & in secunda medietate tantundem, velocius redeat, Ergo in secunda medietate est semper proximior motus velocissimus ipsi quieti, sed in prima medietate quod mouetur motu velocissimus propius est secundæ medietati semper quam quod mouetur tardo motu, igitur quod mouetur velocissimè circulariter est propius quiescenti, quam quod mouetur tardè. Et hoc est quia in æternis motus est quies, & ideo habent quandam similitudinem iuxta perfectionem suam, sicut si essent in circulo hoc modo. Mutatio ergo

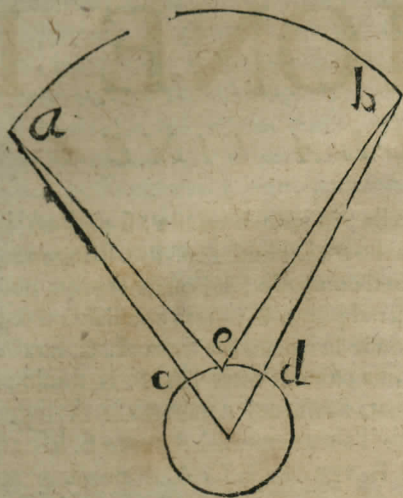


conuenit in corporeis quæ pendent à corpore, sicut lumini: quatenus enim sunt ex corporeo, occupant diuersum locum, quatenus est incorporei id, agit sine transitu per medium & in instanti, ergo incorporea simpliciter mutationem recipiunt, non in tempore neque in loco. Videtur autem velocissimum dupliciter etiam nobis iuxta sensum, idque est in quo sensus medij transitum non percipit, & natura quod est primi mobilis. At dubitarē quis potest circa hoc, nam proprium motus est tangentia concutere, quietis autem minime: concutit autem maximè quod velocissimè mouetur, ob hoc arbitrati sunt homines quod velocissimus motus multò plus distaret à natura quietis quam tardus, sed hoc est quia non eadem est ratio violenti & naturalis: violenta enim non redeunt in seipsa, nec habent rationem circularis, sed potius recti & infiniti, & ideò in his quæ mouētur motu recto naturali cadit violentia, non autem in his quæ mouentur motu circulari naturali: concussio ergo est in motu violento, & qualiscunque motus violentus, quanto magis augetur tantò magis recedit à contrario, tantò magis remouetur à natura contrarij, & habet actiones contrarias validiores.

Est etiam aliud penè simile argumentū in figuris ipsis, circulus enim vnica linea continetur, nulla tamen figura ab ea magis natura remota est triangulo: siquidem circulus capacissimus est triangulus omnium rectilinearum minimè capax: vt contrà polygoniæ, quanto plurium sunt laterum eo capaciores sunt, adeò vt octagona quadrangula, & quæ est sexdecim laterum æqualium, & æquiangulorum plus contineat octagona, & forma etiam sit similior circulo adeò vt cum excreuerit in multiplicem numerum rectangula figura huiusmodi, scilicet æquilatera, & æquiangula omnium sensum fallat, videaturque prorsus circulus. Et tamē figura plurium laterum, quanto plurium laterum fuerit remotior est à natura circuli, qui vna tantum linea continetur: plus enim distat centum ab vno quàm decem, & mille quàm centum. Causa igitur est, quia (vt dixi) etiam in naturalibus omnis natura rerum est, vt quasi clanculum redeat in seipsam: nam circularis figura per triangulum ex rectis multum à natura sua recedit & ambitu & similitudine: eadem per figuras quæ ex pluribus rectis constant ad sui similitudinem redit numquàm tamen explet eādem naturam perfectè, cùm nulla polygonia figura pro circulo exacto sit: ita videtur in naturalibus ad idem redire, quod est potestate solum quadam generali dissimile: actu verò non idem ad vnguem Sed obiicies de motu quòd si tempus fiat breuius, magnitudo autem constet, erit (vt diximus) quod mouetur simile quiescenti, at vbi tempus idē sit, sed magnitudo perpetuò augeatur, non idem vt in cœlo: verisimile est enim quicquid est quod mouetur vlterius quā id quod cernitur nihilominus in viginti quatuor horis, non autem celerius moueri: propterea cùm spatium temporis prolixum sit, non videbitur quiescere. Nec obstat quòd quisq iā proportionem obiiciat, siquidem multo minus videbuntur propiora centro quiescere, namque illa tardius ex confesso mouentur, at quod tardius mouetur, vt dictum est, moueri magis videtur, ideò proportionem illam ad aliud mobile referre oportet, cum nullum tale sit. Dicimus ergo quòd apud illas non videtur motus tardus, quia comprehendunt motum, ante tempus nobis autem hæc accidunt, quia comprehendimus tempus ante motum. Et etiam quia circa polos quiescit, & quod non potest aliquid comprehendi, simul moueri & quiescere, vt docebimus. Et etiam quia motus est ab illis, sicut in nobis cum mouemur, non enim vt mouemur nos moueri deprehendimus, sed vt moti ideò in his, non quod apparet, sed quod spectare oportet: at ita est vt quæ velociter valde mouentur, perinde sunt quasi ac si quiescerent, adeò vt motus si in instanti fieret esset quies, & quies in incorporeis est motus, non in tempore. Videntur etiam astra quiescere nobis, quoniam (vt dixi) lineæ a e & b e non possunt videri moueri in e, oculus autem iudicat moueri debere in e, non ex c in d, vbi est amplum spatium terræ comprehensum, ergo a e quiescere videtur in e, igitur & in a. Quòd autem videatur in e quiescere, patet, quia quod motum videri debet, oportet vt insensili tempore spatium sensile pertransierit: insensile autem tempus est minus motu velocissimo pulsus, hic autem maius exigit tempus centesima parte centesimæ partis horæ, igitur diei ducentesima quadragesima millesimæ partis, & in hoc oportet vt pertranseat sensile spatium, quod est quinquagesima parte vlnæ saltem maius. Ergo si fiat instrumentum quingentarum

vlnarum

vlnarum ambitus, quod in vigintiquatuor horis circumuoluatur, adeò lentè mouebitur,



vt quiescere videatur: tum verò magis ob id quod dixi, quoniam in centro quiescere videtur: tum verò magis ob id quod dixi, quoniam in centro quiescere videbitur, ergo in peripheria, vbi distantia deprehendi possit. Ergo nulla machina quæ videatur moueri, constitui potest, quæ in horis xxIIII. circumueitatur: quia non tam magna fieri potest, vt spatium à centro ad circumferentiam oculo non possit deprehendi.

Et hoc voluimus declarare vt intelligamus, quæ sunt necessaria ad mundum incorporeum.

Propositio ducentesima trigesima tertia.

Quod est in mundo incorporeo æternum est beatum, securum, immutabile secundum locum solum iuxta essentiam fit, iuxta quod velut à leui susurro aquæ & aura æstiua demulcetur.

Quod est ibi non est pars nec totum, esset enim quantum, aut numero discretum, nec mutationem loci aut temporis habet, cum in nullo eorum sit, ideò nec habere potest, nec amittere, non est ibi infinitum, cuius nullus finis sit, sed dum emanat à priore secundum ordinem est summa voluptas, qualis in his qui ad cognitionem & felicitatem deueniunt. Quæ in illis cum æterna sit & secura, recipit quandam variationem, in qua delectatur, velut mortalia ex contrariis causis naturæ contrariis affectibus: & hoc est perpetuò nouum, quia semper pendet & recipit. Et ob id est vnum & actu sempiterno, quod vero est extra, est potentia, ideò infinitum, quod imaginatur anima, quia inordinatum priore ordine, qui est ante limitem omnem, neque enim dubium est, quin infinitum non sit causa, vt non possit esse ordo ille secundus: sed nos loquimur de primo. Et ideò anima nostra ob materiæ coniunctionem appetit ordinem, & lætatur in eo vt inueniat finem in rebus, velut in multis proprietatibus numerorum est manifestum. Potentia enim est causa imaginandi infinitum, quia semper vltra aliquid esse posse putamus, est igitur potentia actus imperfectus, Anima ergo nostra conuersa est à Deo, res post se in quibus inuenit potentia imperfectionem ἀταξίαν periculum & infinitum ad desperationem tandem, quod quilibet videre poterit qui se à diuinis auerterit! quantò enim plura habet, plura desunt. Multiplicentur filij, opes, honores, nil nisi laborem & anxietatem aucta inuenies. Quomodo autem quod infinitum non est, infinitam faciat potentiam? vides in repræsentatione Solis quæ infinita esset, si cœlum esset infinitum. Dubitatione autem dignum esset, an si cœlum infinitum esset vbique Sol illuminaret: seu quia quæsitum nullum sit, visit de eo quod non est, nihil autem non esse potest, aut quod non posset, quoniam virtus corporea est. Corporea autem omni finem adesse necesse est. Hanc nouitatem ergo alij tripudium, alij musicam & sonum cœlestem interpretati sunt.

Manifestum est igitur substantiam incorporei mundi, esse in quadam mutatione perpetua ordinis, & sine motu, tempore & loco: vnde amor & voluptas mutua, & totum vnum, sicut anima cum cognoscit Deum, & cum cognoscit cœlum descendit, & fit alia ordine. Et hæc beatitudo in mundo illo est tanta, vt incomparabilis sit nostræ, quæ est vmbra eius, etiam quando est & pura etiam si esset perpetua. Igitur hic finis noster Diuinæ naturæ & libri.

Libri de Proportionibus Finis.



OPERATIONE I.

DIVISIONE DELLA LINEA.



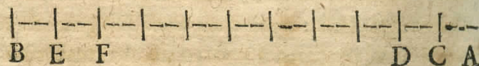
VENENDO alla dichiaratione particolare delle operationi di questa nuoua riga Geometrica & militare. Primieramẽte faremo principio da quella faccia di essa nella quale sono quatro coppie di linee notate con loro diuisione & numeri, & trà esse parlaremo prima delle piu Interiori denominate linee Aritmetiche per essere le loro diuisioni facte in proportione Arimetica, cioè con vguali eccessi che procedono sino al numero 250. delle quale trarremo diuersi vsi & Primamente.

Col mezzo di queste linee potremo diuidere vna linea retta propostaci in quante parte vguali ne piacerà operando in alcuno delli infrascritti modi.

Quando la proposta linea sia di mediocre grandezza, si che non ecceda l'apertura dello strumento, pigliaremo con vn compasso ordinario l'intiera quantità di quella, & questo spatio applicaremo trauersalmente aprendo lo strumento à qualunque numero di esse linee Aritmetiche, purche sia tale che sopra le medesime linee vene sia vn minore, & da quello contenuto tante volte, quante sono le parti, in che si hà da diuidere la linea proposta, & aggiustato in tal guisa lo strumento, & preso lo spatio trauersale trà i punti di questo minor numero, questo senza alcun dubio diuiderà la proposta linea nelle parti ordinateci, Come per essempio.

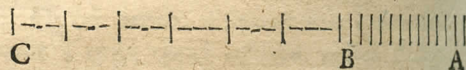
Douendo noi diuidere la linea data in cinque parti vguali, pigliamo duoi numeri de quali il maggiore sia quintuplo dell'altro come sariano 100. & 20. & aperto lo strumento aggiustiamolo in maniera che la distanza già presa col compasso si adatti trauersalmente alli punti segnati 100. 100. & non mouendo piu lo strumento, prendasi la distanza pur trauersale, trà li punti delle medesime linee segnati 20.20. perche indubitatamente questa sarà la quinta parte della linea proposta & con simil ordine trouaremo ogni altra diuisione auuertando di prendere numeri grandi, purche no passi 250. perche cosi facendo l'operatione riuscirà piu facile & essatta.

Listesso potremo conseguire operando in vn' altro modo & l'ordine sara tale, volendo diuidere per essempio la sotto posta linea A. B. V. G. in 11. parti, prenderò vn numero multiplice dell'altro 11. volte; come sarà 110. & 10. & presa col compasso tutta la linea A. B. l'accommoderò trauersalmente aprendo lo strumento alli punti 110. Doppoi non si potendo sopra le medesime linee prendere la distanza trà li 10. li quali vengano occupati dalla grandezza della nocella, in vne di questa, si pigliarà l'interuallo trà li punti 100. 100. stringendo vn poco il compasso, del quale fermata poi vn Asta nel punto B. noterà con l'altra il segno C. onde la rimanente linea A. C. sara l'vndecima parte di tutta l'A. B. & similmente fermata l'Asta del compasso in A. segnarò verso l'altra extremità il punto E. lasciando la E. B. vguale alla C. A. di poi stringendo ancora vn po il compasso, prenderò l'interuallo trauersale trà li punti 90. 90. & questo trasporterò da B. in D. & dallo A. in F. & hauerò due linee C D. E. F. vndecime parti ancor esse della intiera & con il medesimo ordine trasferendo di quà, & di là le distanze prese tra li punti 60. 60. 70. 70. trouaremo l'altre diuisioni come nella sotto posta linea distintamente si vede.



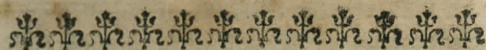
Mà quando ci fosse proposta vna piccolissima linea da diuidere in molte parti, come sarebbe per essempio la seguente linea A.B. per diuiderla 89. in 13. parti potremo secondo quest'altra regola procedere.

Prolonghisi occultamente essa linea A.B. sino in C. & misurate in essa altre linee quante ci piaceranno vguali all'A. B. & siano nel presente essempio altre sei si che A. C. sia settupla di essa A. B. è manifesto che di quelle parti delle quali l'A. B. contiene 13. tutta l'A.C. ne conterrà 91. onde presa con vn compasso tutta l'A. C. l'applicheremo alli punti 91. 91. & stringendo poi il compasso a vn punto meno cioè alli punti 90. 90. trasportaremo questa distanza dal punto C. verso A. perche notando il termine verso A. si lascierà la ottantunesima parte di tutta la C. A. che è la tredicesima della B. A. fuori pur verso il termine A, & così se ci piacerà verremo stringendo di punto in punto il compasso alli 89. 88. 87. & trasportaremo questi interualli dal termine C. verso A. & si verrano di grado in grado ritrouando, & notando le altre particelle della linea proposta A B.



Mà se finalmente la linea da diuidersi fosse longhissima, si che eccedesse di molto la maggiore apertura dello strumento potremo in ogni modo prendere di essa la parte assegnataci, la quale sia per Essempio la settima. Hora per trouarla hauendoci prima imaginati dui numeri, l'vno settuplo dell' altri, quali siano v.g. 140. & 20. constituiscasi

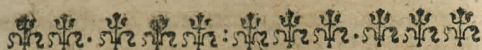
casi lo strumento in qualsiuoglia apertura & dà esso presa con vn compasso la distanza trauersale trà li punti 140. 140. veggasi quante volte questa è compresa nella gran linea proposta & quante volte viè contenuta, tante volte l'interuallo trauersale trà l'i punti 20.20. si replichi sopra la gran linea & si hauerà la sua settima parte, quando però l'interuallo che si prese trà l'i punti 140. hauesse misurata à punto precisamente la data linea, mà se non l'hauesse misurato apunto, bisognera prendere dell' auanzo la settima parte. Secondo il modo di sopra dichiarato & questa aggiungenere à quello, interuall'o che sù sopra la grã linea più volte replicato, & si hauerà la settima parte à capello secondo che si desideraua.



OPERATIONE II.

Come di vna linea proposta possiamo Prendere qualunque parti ci verrano ordinate.

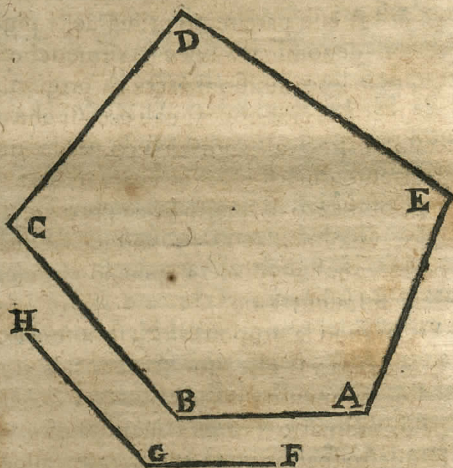
LA presente operatione è tanto più vtile, & necessaria, quanto che senza l'aiuto del nostro strumento saria difficilissimo trouar tali diuisioni, le quali però con lo strumento in vn instante si conseguiranno. Quando dunque bisognasse di vna linea proposta prendere qualunque parti ci venissero ordinate, come per essempio delle 197. parti douiamo prendere, le 113. piglisi senza altro con vn compasso la longhezza della data linea, & aperto lo strumento sinche tale longhezza si accommodi trauersalmente alli punti segnati 197. & più, non lo mouendo prendasi con listesso compasso la distanza trà li punti 113-113. che tanta senz' alcun dubio sarà la portione della linea proposta che alli 113. centonouantasette misi si agguaglia.



OPERATIONE III.

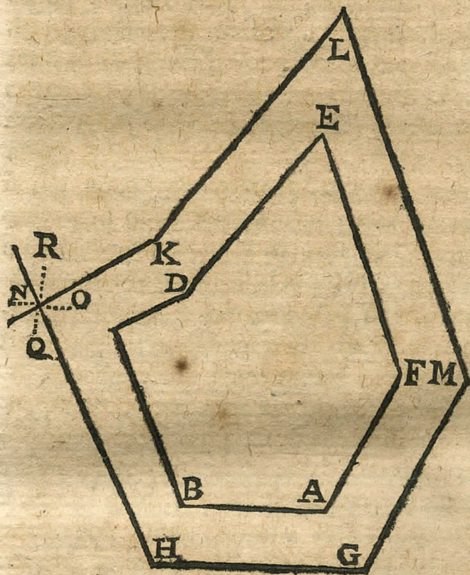
Come le medesime linee ci prestano due, anzi infinite scale per tras portar vna pianta in vn'altra maggiore, ò minore secondo il nostro arbitrio.

EManifesto che qualunque volta ci bisognasse cauare da vn dissegno vn'altro maggiore ò minore secondo qualsiuoglia proportione, fa di mestioro, che ci seruiamo di due scale esattamente decise, l'vna delle quali ci serua per misurare il dissegno già fatto, & l'altra per notare le linee del dissegno dà farsi tutte proportionate alle loro correspondenti del dissigno proposto & tali due scale hauremo sempre dalle linee delle quale hora parliamo & vna d'esse sarà la linea già sopra lo strumento, & questa che è vna scala stabile ci seruirà per misurare i lati della proposta pianta, l'altra che sarà per dissegnare la nuoua pianta deue essere mobile, cioè deue potersi crescere & diminuire ad arbitrio nostro secondo che la nuoua pianta dourà essere ò maggiore, ò minore & tale scala mutabile sarà quella, che dalle medesine linee haueremo trauersalmente stringendo, ò alargando il nostro strumento: Mà per più chiara intelligenza del modo di applicare all'vso tali linee ne metteremo vn' essempio. sia ci dunque proposta la pianta A. B. C. D. E. alla quale se ne deue dissegnare vn'altra simile mà sopra la linea F.G. la quale sia homologa. cioè risponda alla



linea A. B. qui è manifesto, che bisogna seruirsi di due scale, l'vna per misurare la linea della pianta A. B. C. D. E. & l'altra con la quale si misurino le linee della pianta da farsi & questa deue essere dell'altra maggiore, ò minore secondo la proportione della linea F.G. all' A. B. Piglia dunque con vn compasso la linea A. la quale applica rettamente sopra la scala dello strumento ponendo vn Asta del compasso nel centro dello stumento, & l'altra sopra il punto doue cascherà, che sia per essempio al. 62. di poi prendi pur col compasso la linea F. G. & posta vna delle sue aste nel punto 60. apri lo strumento sin tanto, che l'altra asta caschi giusta trauersalmente sopra l'altro correspondente punto 60. ne più si muterà tale constitutione dello strumento mà tutti gli altri lati della pianta proposta si misuraranno sopra la scala retta & immediatamente si prenderanno le distanze corrispondenti ad essi trauersalmente per li lati della nuoua pianta come vg. vogliamo ritrouare la longhezza della lieea G.H. rispondente alla linea B. C. prendi col compasso la distanza B.C. & questa applica del centro dello strumento rattamente sopra lascala, & fermata l'altra asta nel punto doue casca quale sia per essempio 66. volte, l'altra asta all'altro punto 66. trauersalmente rispõdente secondo la cui misura taglierai la linea G.H. che risponderà alla B. C. in quell' istessa proportione che la linea F. G. alla A. B. & Auuertiscasi che quando si volesse trasportare vna pianta piccola in vn altra assai maggiore, bisognerà seruirsi delle due scale con ordine

ordine opposto, cioè vsare la sca la retta per la pianta proposta, come per essempio, da farsi & la trauersale per misurare le linee della pianta proposta come per essempio. Hauiamo la pianta A. B. C. D. E. F. la quale vogliamo trasportare in vn' altra assai maggiore cioè sopra la linea G. A. che sia rispondente alla linea A. B. per aggiustar le scale, prendasi la linea G.H. & veggasi quanti punti contiene nella scala retta & veduto continerne vg. 60. prendasi la linea rispondente A. B. & adattisi trauersalmente alli punti 60. 60. ne piu si muoua lo strumento per trouar poi la linea H. I. rispondente alla B. C. piglia con il compasso essa B. C. & va inuestigando à quali punti si accommodi sopra la scala trauersale, & trouato accommodarsi per essempio alli punti 46. piglia immediamente l' interuallo de i punti 46. sopra la scala retta, & trouerai la longhezza della H. I. rispondente alla B. C. è notisi, tanto per questa, quanto per la precedente operatione, che non basta hauer trouata la longhezza H.I. se non troua ancora à qualpunto si deue drizzare, acciòche cõstituisca l' angolo H. vguale all' angolo B. però trouata, che si hauerà essa linea 2. H.I. fermata vn' asta del compasso nel H. si noterà con l' altra occultamente vna portione di arco secondo che mostra la linea puntata O.I.H. dipoi si piglierà l' interuallo trà il punto, & il punto C, & si cercarà quanti punti sia sopra la scala trauersale & trouato essere vg. 89. si prenderà rettamente la distanza 89. con il compasso, del quale fermata vn' asta in G. si noterà con l' altra l' intersecatione dell' arco R.I.Q. con l' arco primo O. I.N. fatta nel punto I. al quale si deue drizzare la linea H.I. & sarà senza dubio l' angolo H. vguale all' angolo B. & la linea H.I. proportionale alla B. C. & con tale ordine si troueranno l' altri punti K. I. M. rispondenti all' angoli D.E.F.





OPERATIONE IV.

Regola del Trè risoluta col mezzo del compasso, & delle linee medesime Arimetiche.

SERVONCI le presente linee, non tanto per la risolutione di diuersi problemi lineari, quanto per alcune regole di Aritmetica; trà lequale porremo questa che risponde à quella, nella quale Euclide ci insegna, proposti trè numeri, trouare il quarto proportional, e perche altro non è, la regola Aurea, che del Trè domandano i prattici, che trouare il quarto numero proportionale alli trè proposti; Dimostrando adunque il tutto con l' essempio per più chiara intelligenza diciamo se 80. ci dà 120. che ci darà 100. hai dunque trè numeri posti con questo ordine 80. 120. 100. & per trouare il quarto numero che cerchiamo, prendi sopra lo stromento rettamente il secondo numero de i proposti cioè 120. & applicarlo trauersalmente al primo cioè alli 80. doppoi prende trauersalmente il ter zo. numero cioè 100. & misurando rettamente sopra la scala & quello che trouerai cioè 150. sarà il quarto numero cercato, & nota che l'istesso auerria, se in vece di prendere il secondo numero pigliassi il terzo, & poi inuece del terzo pigliassi il secondo, cioè che l'istesso ci darà il secondo numero preso rettamente & applicato al primo trauersalmente, & misurandolo rettamente che ci daria il terzo rettamente preso: & trauersalmente al primo applicato pigliando poi il secondo trauersalmente, & rettamente misurandolo, che nell' vno & nell' altro modo troueremo l'istesso et cioè è bene hauer auertito perche secõdo le diuerse occasioni questo di quello, ò quello di questo modo di operare ci tornerà piu accommodato.

Possono circa l' operatione diquesta Regola del Trè occorrere alcuni casi, li quali peniamo partorire qualche difficultà si non si auuertisero, dimostrando appresso come in essi si deua procedere, & prima potria alcuna volta occorrere, che delli trè numeri proposti, ne il secondo; ne il terzo preso rettamente si potesse applicare trauersalmente al primo, come si dicesse 25. mi dà 60. che darà 75. doue tanto il 60. quanto il 75. passa il doppio del primo cioè di 25. si che nel' vno, ne ll altro di essi si può rettamente preso applicare trauersalmente ad esso 25. Onde per conseguire l'intento nostro pigliaremo ò il secondo, ò il terzo rettamente, & l'applicheremo al doppio del primo trauersalmente cioè à 50. (& quando non bastasse al doppio l'applicaremo al triplo, ò al quadruplo, &c.) & dipoi pigliando l'altro trauersalmente affermeremo che quello che ci mostrerà misurato rettamente sarà la metà, ò vero la terza, ò quarta parte, di quello che cerchiamo & così

così nel proposto essempio 60. preso rettamente applicarò al doppio di 25. cioè à 50. trauersalmente & subito preso il 75. pur trauersalmente & questo misurato rettamente troueremo che ci darà 90. il cui doppio, cioè 80. e il quarto numero che si cercaua.

Potria in oltre occorrere che il secondo ò il terzo de i numeri proposti non si potesse applicare al primo per essere esso primo troppo grande, si che eccedesse il numero signato sopra le linee cioè 250. come si dicessimo 280. mi da 130. che mi darà 195. in tal caso preso rettamente il 130. si butterà trauersalmente alla metà di 280. che è 140. dopoi si prenderà trauersalmente la metà del terzo numero cioè di 195. che è 97. $\frac{1}{2}$ e questo spatio misurato rettamente ci darà clara 90. $\frac{1}{2}$ che è quello che si cercaua.

Vn altra cautela sarà bene che ponghiamo per seruirsene quando il secondo ò il terzo delli numeri proposti fosse molto grande, essendo gli altri dui mediocri. Come quando si dicesse. se 60. mi dà 390. che mi dara 45. preso dunque 45. rettamente si applicherà trauersalmente al 60. & non potendo pigliare il 390. intiero lo pigliaremo in pezzi secondo che piu ci piacerà come v.g. piglierò 90. trauersalmente il quale misurato rettamente mi darà 67. $\frac{1}{2}$ il che noterò da parte; piglierò poi trauersalmente 100. che misurato rettamente mi darà 75. & perche nel 390. vi è vna volta 90. & tre volte 100. prenderò trè volte il 75. trouato & di più 67. $\frac{1}{2}$ che fa trouato in virtu del 90. e tutta questa somma fa 292. e mezzo per il quarto numero che si cerca.

Vltimamente non resteremo di dire come si possa operare la medesima regola in numeri piccolissimi, fin che nello stromento non si siano potuti notare i punti dal 15. in giù mediante la nocella che vnisce & collega le aste dello strumento, mà in questa occasione ci seruiremo delle decine de i punti come se fossero vnità, si che dicendo per essempio se. 10. da 7. che darà 13. non potendo pigliar 7. per buttarlo à 10. piglieremo 70. cioè 7. decine & lo butteremo à 10. decine cioè a 100. & subbito pigliando 13. decine torneremo à misurare questa distanza rettamente & la troueremo contenere punti 91. che sono 9. & vndecimo facendo come si è detto che ogni decina vaglia vno & da tuti questi auuertimenti quando si haueranno bene in pratica si potrà facilmente inuestigare la solutione di tutte le difficoltà, che potessero in ogni caso occorrere.



OPERATIONE V.

Regola del Trè inuersa risoluta col mezo delle medesime linee.



CON non dissimile operatione ci risolueranno i quesiti della Regola del Trè inuersa; Eccone vn essempio quella vettovaglia che basteria per mantenere 60. giorni 100. soldati à quanti basteria giorni 75. questi numeri disposti alla regola stariano in questo ordine 60. 100. 75. & l'operatione dello strumento richiede che pigli rettamente il primo numero cioè 60. & applichi trauersalmente al numero terzo cioè 75. & non mouendo lo strumento piglia trauersalmente il 100. che è il secondo & misurato rettamente, & trouarai 80. quale è il numero cercato, doue si deue parimente auuertire ch' il medesimo ritrouaremo applicando il secondo rettamente al terzo trauersalmente, & poi misurando rettamente il primo trauersamente preso. Deuesi oltre à ciò notare che tutti l'auuertimenti posti sopra circa la regola del Trè si deuono ancora in questa per l'appunto osseruare.



OPERATIONE VI.

Regola per trasmutare le Monete.

COL mezzo di queste medesime linee Arimetiche possiamo trasmutare ogni specie di moneta l'vna nell' altra con maniera molto facile, & spedita il che si conseguirà con l'aggiustar prima lo strumento pigliando rettamente il prezzo della moneta, che vogliamo trasmutare, & accommodandola trauersalmente al prezzo di quella in cui si ha da fare la trasmutatione come acciò piu distintamente tutto si intenda dichiararemo con vn essempio si vogliamo v.g. trasmutare scudi di oro in Ducati Venetiani, & perche il prezzo, o valuta dello scudo di oro è lire otto, & la valuta del Ducato lire 6. soldi 4. è necessario (poi che il Ducato non è misurato precisamente delle lire entrandoui soldi 4.) risoluere l'vna & l'altra moneta, & valutarla con li soldi considerando come il prezzo dello scudo è soldi 160. & quello del Ducato 124. per aggiustar dunque lo strumento alla trasmutatione di scudi d'oro in Ducati piglia rettamente la valuta dello scudo in cioè 160. & applicala apprẽdo lo strumento trauersalmente al valore del Ducato cioè à 124. ne piu mouerai lo strumento, di poi qualunque somma di scudi proposta trasmuterai in Ducati pigliando la detta sommo trauersalmente & misurandola rettamente come per essempio vogliamo sapere quanti Ducati faccino 186. scudi piglia 186. per trauerso & misurato rettamente & trouerai 240. & tanti Ducati faranno li detti scudi.



OPERATIONE VII.

Regola de gli Interessi sopra interessi, che altramente si dice de i meriti à capo di Anno.



ASSAI speditamente potremo risoluere le questioni di questa Regola con l'aiuto delle medesime linee Aritmetiche, & ciò con due diuerse manier

maniere di operare, come con due seguenti essempio faremo chiaro & manifesto cercati quanto siano per guadagnare l'anno 140. scudi in 5. anni à ragione di 6. per cento l'anno lasciando l'interessi sopra il capitale, & sopra gli altri interessi acciò che continuamente guadagnino, per trouar dunque quanto cerchiamo, piglia rettamente il primo capitale cioè 140. & questo butta trauersalmente al 100. & senza mouer lo strumento piglia subbito pur trauersalmente la distanza trà li punti 106. che è il 100. con l'interesse, & torna di nuouo aprir lo strumento, & questo interuallo che vltimamente pigliasti col compasso ributtarlo al 100. & aprendo vn poco più il compasso piglia trauersalmente la distanza trà li punti 106. & di nuouo aperto vn poco piu lo strumento butta questa distanza pur hora trouarai al 100. & aprendo il compasso piglia il 106. & in somma va replicando questa medesima operatione tante volte quante è il numero de gli anni del merito, & essendo nel presente essempio il merito per anni cinque deui reiterare l'operatione cinque volte, & vltimo misurando rettamente l'interuallo che hauerai presto trouerai comprendere punti 187.$\frac{1}{3}$ & tanti scudi saranno douentati li 140. posti da principio col guadagno de i sei per cento nello spatio di anni cinque, & nota che se ti tornasse più commodo il seruirti in Cambio del 100. & 106. del 200. & 212. come spesse volte occorrerà, il medesimo sarà ritrouato.

L'altro modo di operare non richiede altra mutatione nello strumento che vn solo primo accommodamento & procede si così, seruendoci del medesimo quesito posto sopra per aggiustare lo strumento piglia 100. col suo primo interesse cioè 106. rettamente, & aperto lo strumento applicarlo trauersalmente al 100. ne mai piu mouerai lo strumento, piglia poi trauersalmente la somma de i denari proposta che 140. & misurata rettamente & vederai già il guadagno dal primo anno essere 148. & $\frac{2}{5}$ comprendendo però anco il capitale: Per trouar il secondo anno piglia trauersalmente quarto 148. & dui quinti & senza altro misurato rettamente & treuerai 157.$\frac{1}{3}$ per il secondo anno. Piglia poi quarto medesimo numero 157.$\frac{1}{3}$ trauersalmente è torna à misurarlo rettamente & trouerai 166.$\frac{3}{4}$ per il capitale, e guadagno der terzo anno. Torna à pigliar questo 166.$\frac{3}{4}$ trauersalmente & misurato rettamente & hauerai per il quarto anno 176.$\frac{3}{4}$ Finalmente piglia questo trauersalmente & torna à misurarlo rettamente & hauerai per il quinto anno, trà capitale & guadagno 186.$\frac{1}{3}$ è così volendo per piu anni andrai replicando l'operatione; & nota che quando il primo capitale proposto fosse somma tale, che eccedesse il numero de i punti 250. segnati sopra le linee Aritmetiche, deui operare à pezzi pigliando la metà, il terzo, il quarto, il quinto, ò altra parte della somma proposta, che in fine pigliando due, trè, quatro, ò cinque, ò piu volte quello che troui, verrai in cognitione di quello che desideri.

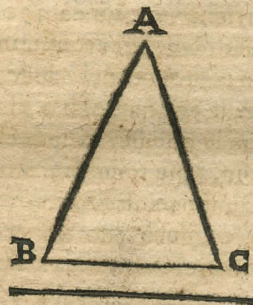


OPERATIONE VIII.

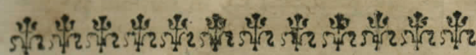
Delle linee Geometriche che seguono appresso, & loro vsi; Et prima col mezzo di esse posiamo crescere, ò diminuire in qualunque data proportione tutte le figure superficiali.



E linee, che seguono appresso le Aritmetiche di sopra dichiarate sono dette linee Geometriche per essere diuise secondo la Geometrica proportione procedente fino al 120. dalle quali trarremo diuerse vtilità, & prima ci seruiranno per trouare il lato di vna figura superficiale, che ad vn'altra proposta habbia vna data proportione come



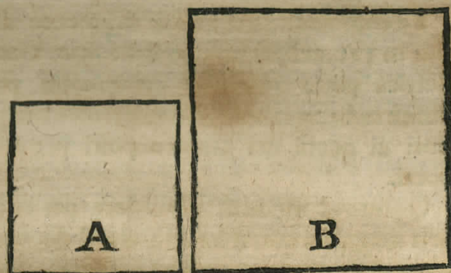
saria per essempio sen doci proposto il triangolo A. B. C. vogliamo trouar il lato di vn' altro, che ad esso habbia proportione sesquialtera, Pigliasi duoi numeri nella data proportione, & siano per essempio 12. & 8. & presa con vn compasso la linea B. C. adattati aprendo lo strumento alli punti delle linee Geometriche 88. & senza punto mouer l'apertura, prendasi l'interuallo trà li punti 12. 12. perche se faremo vna linea di tal grandeza, lato di vn triangolo rispondente alla linea B. C. sarà la sua superficie indubitatamente sesquialtera del triangolo A. B. C. & questo medesimo intendasi d'ogni altra sorte di figura, & delli cerchi ancora faremo questo medesimo seruendoci delli loro Diametri, ò semidiametri, come de lati delle figure retti linee; & notisi per le persone piu volgari, che la presente operatione è quella che ci insegna crescere, ò diminuire tutte le piante superficiali come v. g. hauendo vna pianta, la quale contiene per essempio dieci campi di terreno, ne vorremo dissegnare vna che ne contenesse 34. piglia qualunque linea della pianta di 10. campi, & applicata trauersalmente alli punti 10. delle presenti linee Geometriche, & senza più mouerlo strumento prendi l'interuallo trauersale trà li punti 34. delle medesime linee, & sopra vna tal longhezza descriui la tua pianta simile alla prima secondo la regola, che di sopra nella terza operatione ti hò insegnato, & hauerai la pianta cercata capace precisamente di 34. campi.



OPERATIONE IX.

Come con l'istesse linee possiamo trouare la proportione trà due figure superficiali trà di loro simili.


SIANCI per essempio proposti li duoi quadrati A.B. ouero qualunque due altre figure delle quali le due medesime linee A. B. siano lati homologhi volendo trouare quale proportione habbino trà di loro le dette superficie, prenderai con vn compasso la linea B. laquale aprendo lo strumento si applichi à qual si voglia punto di esse linee Geometriche, & sia per essempio al 20. dopo non mouendo lo strumento, prendasi col compasso la linea A. & questa applicata alle linee Geometriche veggasi à che numero si adatti & trouato vg. che si aggiusti al numero 10. dirai la proportione delle due figure esser quella che ha 20. 10. cioè doppia, & quando la grandezza di questa linea non si accommodasse precisamente ad alcuna delle diuisione dobbiamo rinouare l'operatione & applicando ad altri punti che alli 20. tentare.



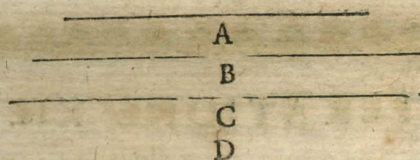
fin tanto che l'altra linea ancora essattamente si accomodi à qualche punto, il che trouato sapremo consequentemente la proportione delle due figure assegnateci per esser lei sempre la mededesima che quella de i numeri delli 2. punti alli quali le dette linee nella medesima apertura dello strumento si accommodano, & quando dell'vna, & delle due piante proposteci fosse data la capacità, si trouerà il contenuto dell'altra nel medesimo modo come per essempio. Essendo la pianta della linea B. 30. Campi, si cerca quanto saria la pianta A. accommoda la linea B. trauersalmente alli punti 30. & vedi poi à quel numero si adatti pur trauersalmente la linea A. & tanti Campi dirai continere la pianta di essa linea A.



OPERATIONE X.

Come si possa constituire vna figura superficiale simile & vguale à mole, altré simili proposteci.


SIANCI per esempio proposte le figure simili, delle quali li lati homologhi siano le linee A. B. C. alle quali se ne debbe trouare vna sola vguale, & pure ad esse simile, prendi col compasso la longhezza della linea C. & questa aperto lo strumento applicarai à quel numero più ti piace della linea Geometricha & sia vg. applicata à quelli punti 12. 12. dopoi lasciato lo strumento in tal sito, prendi la linea B. & vedi à numero delle medesime linee si accommoda.

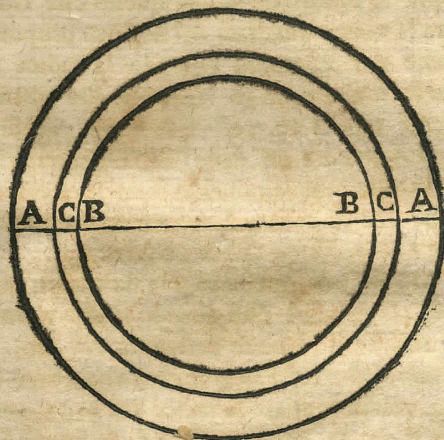


Chesia per essempio al G. & perche l'altra si era aggiustata al 12. coniungerai questi duos numeri 9. & 12. insiemi & terrai memoria 21. piglia dipoi la terza linea A. & secondo il medesimo ordine considera à qual numero delle medesime linee trauersalmente si adatti, & trouato vg. addattarsi al 6. aggiungerai 6. al 121. che saluasti & hauerai in tutto 27. piglia adunque la distanza trauersale trà l'i punti 27. & hauerai la linea D. sopra la quale facendo vna figura simile all'altre proposte sara ancora digrandezza alle medesime trè insieme vguale & col medesimo ordine ne potrai ridurre in vna sola quante ne venissero proposte purche le proposte siano tutte simili frà di loro.



OPERATIONE XI.

Proposte duè figure simili & disuguali trouar la terza simile & vguale alla differenza delle duè proposte.



LA, presente operatione è il conuerso della già dichiarata nel precedente capitolo, & la sua operatione sarà in tal guisa

guisa sianci per essempio proposti duoi cerchi disuguali, & del maggiore sia diametro l'a linea A.A.& del minore B.B.volendo trouare il semidiametro del cerchio vguale alla differenza delle due A. B. prende con vn compasso la longhezza della linea maggiore A. & applicata aprendo lo strumento à quel punto più te piacerà delle linee Geometriche & sia per essempio applicata al numero 20. & non mouendo lo strumento considera à qual punto delle medesime linee, si aggiusta la linea B. & trouato per essempio accommodarsi al numero 8. sottrato questo di 20. restarà 12. & presa distanza trà l'i punti 12.12.hauerai la linea C.il cui cerchio sara vguale alla differenza delle due A. B. & quello que si è essemplificato ne i cerchi per via de i loro semidiametri intendasi esser l'istesso nell'altre figure simili operando con vno de i loro lati homologhi.



OPERATIONE XII.

Estrattione della Radice Quadrata con l'aiuto delle medesime linee.

TRE' differenti modi dell'operare nell'estrattione della Radice Quadrata saranno nel presente capitolo dichiarati, vno per li numeri mediocri, vno per li grandi, & il terzo per li piccoli. Intendo per i numeri mediocri quelli che sono tanto nel meno quanto nel piu intorno al 5000. maggiori, quelli che sono intorno al 5000.minimi quelli che sono intorno al 100. & Prima faremo principio da i numeri mediocri. Per estrare dunque, & trouar la radice quadrata di vn numero mezzano proposto, prima deuesi aggiustar lo strumento la qual cosa sarà con l'acommodare trauersalmente al 16. delle linee Geometriche lo spatio di 40. punti preso rettamente dalle linee Aritmetiche di poi del numero proposto per leua via le due vltime figure, che denotano le vnità & le decine, & quel numero che resta prendi trauersalmente dalle linee Geometriche & misuralo rettamente sopra le Aritmetiche, & quello che troui sara la radice quadrata del numero proposto come per essempio volendo la radice di questo numero 4630. leuate le due vltime figure cioè il 30. resta 46. però piglierai trauersalmente 46. dalle linee Geometriche & lo misurerai rettamente sopra le Aritmetiche, & lo trouerai contenere punti 68. che è la prossima radice cercata.

Mà sono in questa regola da notarsi due cose, la prima è che quando le due vltime figure che si leuano passassero 50. deui al numero, che resta aggiungere vno, come se v. g. volessi pigliare la radice del 4192. perche il 92. da leuarsi passa 50. in luogo del 41.che restaua deue prendere 42. & nel resto seguire la regola di sopra.

L'altra cautela che si deue osseruare è che quando quello che resta detratte le due vltime figure passasse 120. in tal caso poiche la diuisione delle linee Geometriche non si estende oltre al 120. nella diuisione dello strumento del Galileo; si deue del numero che resta prendere la metà ò vero altra parte, & questa distanza presa si deue Geometricamente raddopiare, ò secundo il numero della detta parte multiplicare,& quello vltimo interuallo cosí multiplicato misurato rettamento sopra le linee Aritmetiche ti darà la radice che cerchi, come per essempio vogliamo la radice di 8412. aggiustato come è detto lo strumento, & detratte le due vltime figure 84. il quale numero non è sopra le linee Geometriche, però piglierai la sua metà cioè 42.preso dunque lo spatio trauersale trà l'i punti 42. bisognarà che Geometricamente sia raddoppiato il che farai con aprir più lo strumento fin tanto che il detto spatio si adatti à qualche numero, del quale sopra le medesime linee vene sia vno doppio come v.g.sariaaddattandolo al 20.pigliando pò l'interuallo trà l'i punti 40.il quale misurato finalmente sopra le linee Aritmetiche, ti mostrarà 91. ò due terzi in circa prossima radice del numero 8412. proposto & se ti fosse bisognato del numero dato pigliare la terza parte nel triplicarla poi Geometricamente l'applicherai trauersalmente ad vn numero delle linee Geometriche del quale vene sia vn'altro triplo come saria al 10. per pigliare il 30. ò il 12. per pigliare il 36.

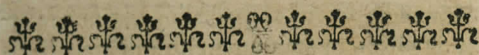
La commodita del nostro strumento diuiso in 120.nella diuisione delle linee Geometrice porta maggior commodità per estrare radice quadrata di numeri molti maggiori di quelli del Galileo posti per mediocri.

Quanto al modo di procedere per i numeri maggiori non si hauerà altra differenza del modo precedente se non nell'aggiustare lo strumento si farà pigliando 100. rettamente dalle linee Aritmetiche aggiustandolo poi trauersalmente al l'i punti 10. 10. delle Geometriche, il che fatto, volendo v. g.la radice quadrata di 32140.tolte le figure resta 32. & quanto pigliarai trauersalmente dalle linee Geometriche che misurato rettamente sopra le Aritmetiche ti mostrerà 179. prossima radice di 32140. auuertendo che l'istesse cautele notate nelle operationi precedenti si deuono per l'appunto osseruare in questa, cioè que quando le trè figure, che si detraggono passano 500. si hà da aggiongere vno à quello che resta,& se quel che resta passa 50. nella detta diuisione del Galileo, ò vero 120. nella presente nostra diuisione, se ne pigliera vna parte cioè la metà ò il terzo per duplicando ò triplicando il modo dichiarato quello che hauerai per la detta parte preso.

Per l'i numeri minori aggiusterai lo strumento secundo il primo modo cioè con buttare 40. à 16. pigliando poi trauersalmente dalle linee Geometriche il numero proposto senza leuare figura alcuna per che misurando rettamente il detto spatio sopra le linee Geometriche trouerai la radice cercata in numero intiero, & in frattione, mà nota

che

che le decine delle linee Aritmetiche ti deuono seruire per metà, & le vnità per decine di vnità: Come per essempio vogliamo la radice di 30. aggiusta lo strumento come è detto buttando 40. preso dalle linee Aritmetiche rettamente al 16. delle Geometriche trauersalmente, delle quale preso trauersalmente la distanza delli ponti 30. misurandolo rettamente sopra l'Aritmetiche trouerai ponti 55. che mi portano 5. intieri & 5. decimi, cioè 5. è mezo, quanta è la prossima Radice di 30. Auuertendo, che in questa regola ancora si deuono osseruare l'auuertimenti, & cautioni nell'altre due regole insegnate.



OPERATIONE XIII.

Regola per le ordinanze de gli esserciti di fronte, è fianco disuguali.

PER le ordinanze di fronte vguali al fianco, ci seruirà com'e manifesto l'estrarre la radice quadrata del numero de i soldati proposti: Mà quando volessimo formare vn ordinanza con vna moltitudine assegnata de soldati della quale la fronte, & il fianco non fossero vguali, mà si respondessero in vna data proportione, all'hora per risoluere il quesito ci bisogna in altra maniera procedere operando nel modo che nel seguente essempio si dichiara.

Sendoci dunque ordinato che ritrouiamo la fronte, & il fianco di 1435. soldati messi in ordinanza in maniera che per ogni cinque, che saranno nella fronte, ne siano trè nel fianco. All'hora per consequire l'intento con l'aiuto del nostro stromento prima considerando i numeri della proportione assegnataci esser 5. & 3. aggiungendo à ciascuno di loro vn, ò, fingeremo che importino 50. & 30. & per trouar la fronte prenderemo rettamente con vn compasso 50. dalle linee Aritmetiche, & questo interuallo accommodaremo trauersalmente alle linee Geometriche & à quel numero, che si produce dalla moltiplicatione trà di loro de i numeri della proportione assignata, cioè nel presente essempio al 15. & lasciato lo strumento in tal stato si prenderà trauersalmente pure nelle medesime linee Geometriche la distanza trà li punti segnati dal numero che resta detratte le decine, & vnità dal numero de soldati proposti, che nel presente essempio è 43. & misurato tale interuallo rettamente sopra le linee Aritmetiche ci darà la fronte di tale ordinanza che sarà soldati 85. & col medesimo ordine troueremo il fianco pigliando rettamente 30. dalle linee Aritmetiche, & buttandolo trauersalmente al 15. delle Geometriche & da esse immediatamente pigliando pur trauersalmente l'interuallo trà l'i punti 43. 43. il quale misurato rettamente sopra le linee Aritmetiche ci darà 51. per il fianco & il medesimo ordine si terrà in ogn'altra moltitudine de soldati, & in qualunque altra proportione assegnataui, Auuertendo che si come si disse nella radice quadrata quando le vnità & decine che si leuano del numero proposto passaserò 50. si deue alle centenaia, che restano aggiungere vno di più, &c. Ne voglio tacere, come trouata che si sarà la fronte secondo la regola già dechiarata, si potria con altra regola piu spedita, & con le sole linee Aritmetiche trouar il fianco in questa forma, operando già nell'essempio addoto fu trouato 85. per la fronte & furno i. numeri della proportione 5. & 3. che è quanto se si dicesse 50. & 30. ò vero 100. & 60. &c. Però quello 85. preso rettamente dalle linee Aritmetiche accommodisi trauersalmente al 100. delle medesime & piglisi immediatamente l'interuallo pur trasuersale, & piglisi trà li punti 60. & 60. delle medesime linee, il quale misurato rettamente ci mostrarà il medesimo numero 51. che nell'altra maniera di operare fà ritrouato, & questa operatione che sotto l'essempio delle ordinanze hauiamo dichiarato intendasi esser la regola di vno de i Capitoli del Algebra cioè de i censi vguali al numero onde tutti li quesiti che per esso si risoluono si scioglieranno anco operando col nostro strumento nella maniera già dichiarata.



OPERATIONE XIV.

Inuentione della media Proportionale per via delle medesime linee.

CON l'aiuto di queste linee & loro diuisione potremo trà due linee, ò vero duoi numeri dati trouare con gran facilità la linea, ò il numero medio proportionale in questa maniera; sianno li duoi numeri, ò vero le due linee misuratè proposteci l'vno 36. & l'altro 16. & col compasso la longhezza dell'vna v.g. della 36. applicala aprendo lo strumento alli punti 36. delle linee Geometriche, & non mouendo lo strumento prendi l'interuallo trà li punti 16. 16. delle medesime



linee, il quale misurato sopra la medesima scala trouerai esser punti 24. quanto appunto è il numero proportionale trà 36. & 16. & nota che per misurar le linee proposte potremo seruirci non solo della scala notata sopro lo strumento, mà di qualunque altra ancora quando quella dello strumento fosse troppo piccola per il nostro bisogno.

Notando in oltra che quando le linee & i numeri, che le misurano trà le quali vogliamo trouare il numero proportionale fossero assai grande, si che passasserò il 50. ch'è il maggior numero notato sopra le nostre linee Geometriche si potrà nondimeno conseguir l'intento operando con parti di pro-

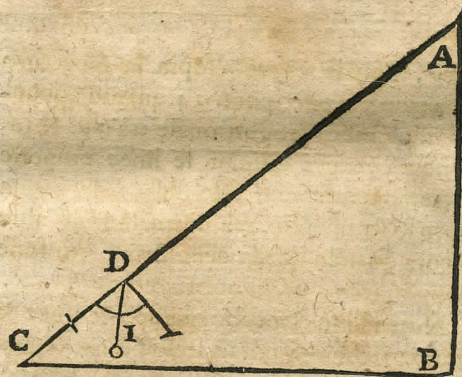
posti numeri, & con altri minori di essi, mà che habbiano la medesima proportione che hanno l'i primi, & la regola sarà in questo modo. Vogliamo v.g. pigliare il numero medio proportionale frà 144.& 81.l'i quali eccedono ambi due il 50. piglisi dalle linee Aritmetiche 144.rettamente per applicarlo trauersalmente alle linee Geometriche. Mà perche in esse non vi è numero così grande piglierò imaginariamēte vna parte d'esso numero 144.come saria v.g.il terzo cioè 48. & l'interuallo già preso applicherò trauersalmēte alli punti 48.delle linee Geometriche. Di poi immaginarà la terza parte di 81.che fu l'altro numero dato la quale è 27.piglierò tal numero pur trauersalmente dalle medesime linee Geometriche, & questo misurato rettamente sopra l'Aritmetiche mi darà il medio proportionale ricercato cioè 108.



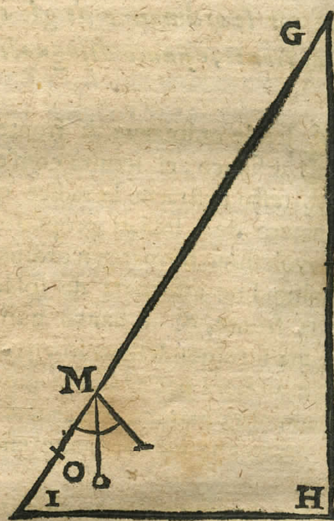
OPERATIONE XV.

Diuersi modi di misurar con la vista, & prima dell'Altezze perpendicolari alla radice delle quali si possa accostare & discostare.

L'VLTIMA circonferenza diuisa in 200. parti è vna scala Per misurar Altezze, distante, & profondità col mezzo della vista,& prima cominciando dell'Altezze, mostreremo diuerse maniere di misurarle facendo principio dall'altezze perpendicolari, alla radice delle quali ci possiamo accostare, come saria se volessimo misurare l'altezza della Torre A.B.venendo nel punto B. ci discosteremo verso C. caminando cento passi, ò 100. altre misure,& fermati ci nel luogo C. trà guardaremo con vna costa dello strumento l'altezza A. come si vede secondo la costa C. D. A. notando l'i punti tagliati dal filo D. I. i quali se saranno nel Centenaio opposto all'occhio come si vede nell'essempio proposto per l'arco I. quanto saranno detti punti, tanti passi, (ò altre mille misure che hauremo misurate in terra) diremo contenere l'altezza A B.



Mà se il filo taglierà l'altro Centenaio come si vede nella seguente figura, volendo misurare l'altezza G.H.sendo l'occhio in I. doue il filo taglia i punti M. O. all'ora preso il numero di detti punti diuideremo per esso il numero 10000. & l'auuertimento sarà il numero delle misure che nell'altezza G. H. si conterranno come v. g. se il filo hauesse tagliato il punto 50.diuidēdo 10000.per 50. hauremo 200. & tante saranno le misure dell'altezza G.H. Et perche hauiamo vedutto che alle volte il filo segherà il Centenaio opposto alla costa per la quale si trà guarde & tal volta anco taglierà il Centenaio contiguo à detta costa,& questo potrà auuenire in molte delle operatione seguenti. Però per regola vniuersale s'auuertirà sempre che quando il filo taglierà il primo Centenaio contiguo à dette coste si deue diuidere 10000. per il numero tagliato dal filo seguendo poi nel resto dell'operatione la regola che sarà scritta perche noi ne gli essempi seguenti supporremo sempre ch'il filo tagli l'altro Centenaio.

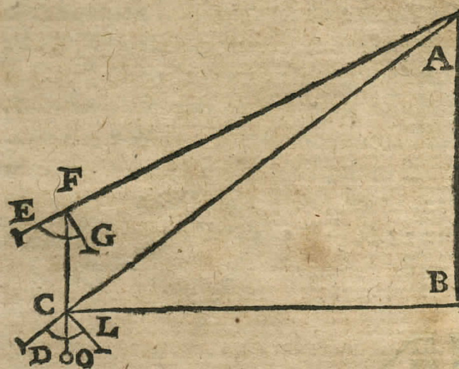


Mà acciò che tanto piu si scorga la moltitudine de gli vsi di questo nostro strumento, voglio, che i computi piu laboriosi, che nelle regole per misurar con la vista ci occorreranno siano senza fatica alcuna & con somma breuità ritrouati col mezzo della riga sopra le linee Aritmetiche,& facendo principio dalla presente operatione per quelli che non sapessero partire 10000. per quell' numero tagliato dal perpendicolo, Dico che si pigli rettamente sempre 100. dalle linee Aritmetiche, & che trauersalmente s'accommodi al numero de i punti tagliati da esso perpendicolo, pigliando poi pur trauersalmente senza mouer lo strumento la distanza trà i punti 100. la quale misurata rettamente ci darà l'altezza cercata, come v.g. se il filo hauesse tagliato à 77. pigliando dalle linee Aritmetiche 100. rettamente applicalo trauersalmente al l'interuallo trà i punti 100. & torna à misurarlo rettamente & trouerai contenere punti 130. & tante misure dirai contenersi nell'altezza, che misurar volemo.

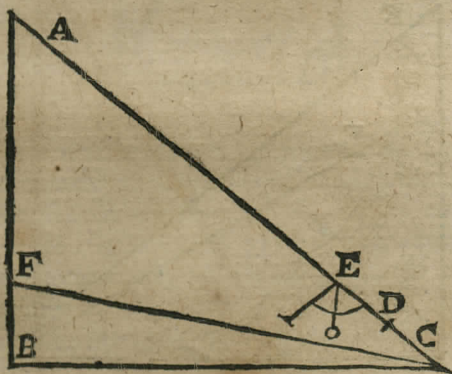
In altra maniera potremo misurar vna simil'altezza senza obligarci à misurare in terra le 100.misure nel modo,che si farà manifesto, Come si per essempio volessimo dal punto C. misurar l'altezza della Torre A B. drizzando la costa dello strumēto C.D.E.alla sōmità A.noteremo li pūti tagliati dal filo E.I.

quali

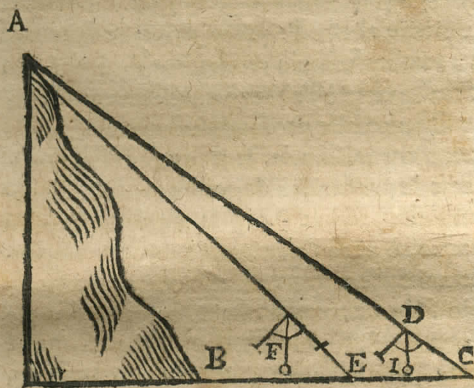
quali siano per essempio 80. di poi senza mouerci di luogo abbassando lo strumento solamente trà guardaremo qualche segno più basso, che sia posto nella medesima Torre, come saria il punto F. notando il numero d'i punti tagliati dal filo, il quale sia v. g. 5. reggasi poi quante volte questo minor numero 5. sia contenuto nell'altro 80. che è 16. volte, & 16. volte diremo la distanza F. B. essere contenuta in tuta l'altezza B. A. & perche il punto F è basso potremo tal' altezza F. B. con vn asta, ò altro facilmente misurare, & col venir in cognitione dell' altezza B. A. auuertendo, che misurar l'altezze noi vitrouiamo, & misuriamo solamente l'altezze sopra l' orizōte del nostro occhio, tal che quando detto occhio sarà piu alto della radice, ò base della cosa misurata, bisognerà aggionger' all'altezza trouata per via dello strumento quel tanto dipiù che l'occhio soprauanza detta radice.



Et volendo noi misurare vn' altezza la cui radice non si vedesse come saria l'altezza del monte A. B. sendo nel C. traguardaremo la somità. A. notando i punti I. tagliati dal perpendicolo D. I. i quali siano per essempio 20. dipoi accomodoci verso il monte 100. passi innanzi venendo n'el punto E. trà guardaremo listessa commita notando i punti F. i quali siano 22. il che fatto deuonsi moltiplicare tra loro questi duoi numeri 20. & 22. fanno 440. & questo si diuida per la differenza delli medesimi numeri cioè per 2. ne viene 220. & tanti passi diremo esser alto il monte.



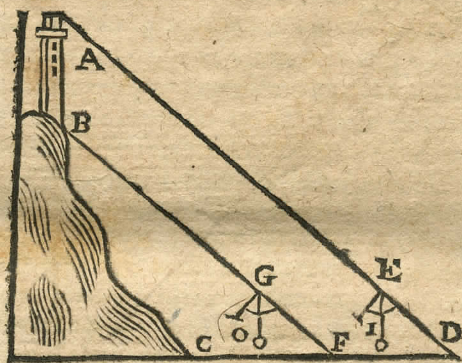
Il terzo modo di misurare vna simile altezza, sarà con l'alzarci & abassarci come volendo misurar l'altezza A. B. continendo lo stromento inqualche luogo eleuato da terra come saria del punto F. traguarderemo secundo la costa E. F. il punto A. notando i punti G. I. tagliati dal filo, quali siano per essempio 65. dipoi scendendo al Basso, & venendo perpendicolamente sotto il punto F. come saria nel punto C. traguardaremo la medesima altezza secondo la costa D. C. notando i punti L. O. quali saranno piu de gli altri, come v. g. 70. depoi prendasi la differenza tra questi duoi numeri 65. & 70. che è 5 & quante volte essa è contenuta nel maggior de detti numeri cioè in 70. che di sarà cōtenuta 14. volte, tante volte diremo l'altezza B. A. contenere la distanza C. F. la quale misuraremo potendolo noi fare commodamente & così verremo in cognitione di tutta l'altezza A. B.



Il computo si trouarà, sopra lo stromento pigliando il minor numero de i ponti tagliati rettamente sopra le linee Arimeriche, & applicandolo poi trauersalmente alla differenza delli duoi numeri de i punti pigliando in oltre trauersalmente l'altro numero de i punti il quale misurato retamente ci darà l'alteza cercata come se per essempio i punti tagliati fossero nati 42 & 58. preso 42. rettamente buttisi trauersalmente alla differenza de i detti numeri cioè al 16., ò non lo potendo al sue doppio, quadruplo &c. sia al quadruplo ch'è 64. & preso poi il 58. ò il suo quadruplo cioè 232. & misurato rettamente ci darà 152. à vn quarto, che è il proposito.

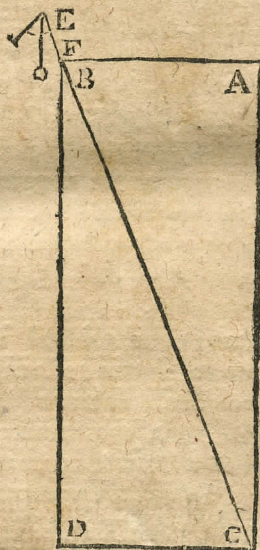
Po ssiamo in oltre col medesimo stromento misurare vn altezza posta sopra vn'altra, come se volessimo misurare l'Altezza della torre A. B. posta sopra il mōte B. C. prima sendo nel pūto D. traguardaremo lo sōmità della Torre A. notando i punti tagliati del filo E. I. li quali siano v. g. 18. poi lasciando vn'altra

vn'altra piantata nel punto D. venghiamo auanti in tanto, che traguardando la base della Torre cioè il punto B. il perpendicolo G. O. tagli il medesimo numero 18. il che sia quando saremo venuti al punto F. di poi misurinsi i passi trà le due statione D. F. quali siano per essempio 130. & questo numero si moltiplichi per 18. punti ne verrà 2340. il qual numero si diuida per 100. ne viene 23. & $\frac{2}{5}$ & tanti passi sarà alta la Torre A. B.

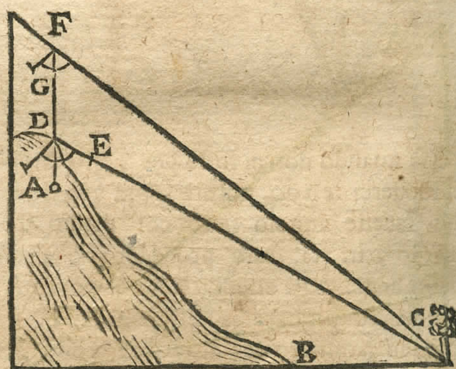


Il computo sopra lo strumento si farà col pigliare rettamente il numero de i passi è quello de i punti applicandolo poi trauersalméte al 100. prendédo poi l'altro pur trauersalmente, & misurãdolo rettamente come se v. g. i punti fossero stati 64. & i passi 146. preso 64. rettamente & applicatolo trauersalmente al 100. & preso poi trauersalmente 146. & misuratolo rettamente darà 93. $\frac{1}{2}$ in circa quanta è l'altezza che si cercaua.

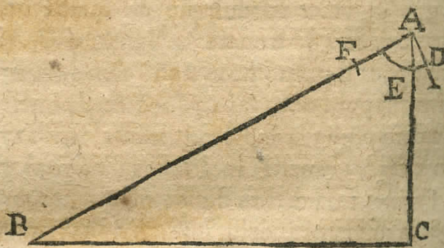
Quanto alle profondità due modi haueremo per misurarle, & il primo sara per misurar la profondità & contenuta trà le linee paralelle, come sarià la profondità d'vn pozzo, ò vero l'altezza di vna Torre quando noi fossemo sopra di essa come per essempio sia vn pozzo A. B. D. contenuto trà le linee paralelle A. C. D. B. & voltando l'Angolo dello strumento verso l'archo E. si trà guardi secondo la costa E. F. in maniera che il raggio della vista passi per l'i punti B. C. notando il numero tagliato dal filo, il quale sia v. g. 5. & poi si consideri quante volte questo nomero 5. entra in 100. & tante volte diremo la larghezza B. A. esser contenuta nella profondita B. D.



L'altro modo sarà per misurar vna profondità della quale non si credesse la radice, come se fossimo sopra il Monte B. A. & volessimo misurare la sù altezza sopra il piano della compagna, in tal caso alziamoci sopra il Monte salendo sopra qualche casa, Torre, ò albero come si vede nella presente figura & constituendo l'occhio nel punto F. trà guardaremo qualche segno posto nella campagna come si vede per il punto C. notando i punti tagliati dal filo F. G. che siano v. g. 32. di poi scendendo nel punto D. trà guarditi il medesimo segno C. con la costa D. E. notando parimente i punti A. I. che siano 30. & presa la differenza di queste duoi numeri cioè 2. veggasi quante volte entra nel minor delli due numeri, & creduto che vientra 15. volte diremo l'altezza del monte essere 15. volte più dell'altezza E. D. la quale potendola noi misurare ci farà venire in notitia di quanto cercauamo.

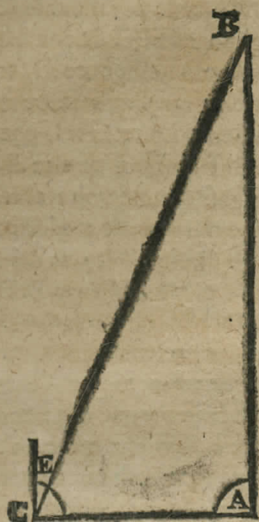


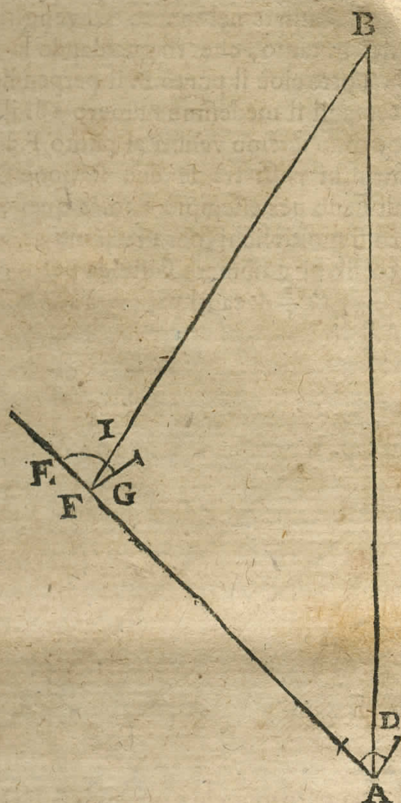
Passando al misurar le distanze come saria vna larghezza d'vn fiume venendo sopra la ripa, ò altro luogo eminente si come nell'essempio si vede, nel quale volendo noi misurar la larghezza C. B. venendo nel punto A. trà guardaremo con la costa A. F. l'estremità B. notando i punti D. E. tagliati dal perpendicolo, quali siano v. g. 5. & quante volte questo numero entra in 100 tante volte diremo l'altezza A. C. entrare nella larghezza C. B. misurando dunque quanta sia tale altezza A. C. & pigliandola 20. volte haueremo la larghezza cercata.



Possiamo in altro modo misurare vna simile distanza come per essempio sendo noi nel punto A. vogliamo trouare la distanza fino al punto B. constituiscasi lo strumento in piano & vna delle sue coste sia drizzata verso il punto B. & secondo la drittura dell'altra costa trà guarditi verso il punto C. misurando sopra la drittura A. C. 100. passi ò altre misure & buttisi piantata nel punto A. vn asta & vn altra si ponga nel punto C. di poi venendo nel punto C. si drizzi vna costa dello strumento

mento verso A. & per l'angolo C. si trà guardi il medesimo segno B. notando sopra il quadrante qual punto venga segato dal raggio della vista, che sia il punto E. & preso tal numero diuidasi per esso 10000. è quello che ne verrà sara il numero de i passi ò altre misure che saranno trà il punto A. & il segno B.



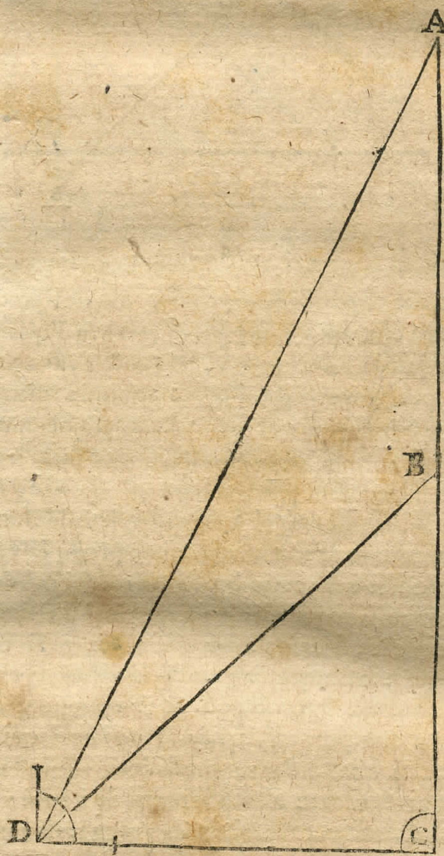


Mà quando non ci fosse per messo di poter mouerci le 100. misure sopra vna linea, che facesse angolo retto col primo traguardo, in tal caso procederemo altramente come v. g. essendo noi nel punto A. & volendo pigliare la distanza A. B. ne potendo caminare per altra strada che per la A. E. la quale con la drittura A. B. fa angulo acuto, per conseguire ad ogni modo il nostro intento aggiustaremo vna costa dello strumento prima alla strada come si vede per la linea A. F. & senza mouer lo strumento trà guardaremo per l'Angolo A. il punto B. notando i punti tagliati dal raggico A. D. quali siano per essempio 60. dopoi lasciando nel punto A. vn asta, ne faremo mettere sopra la linea A. E. vn altra lontana 100. passi quale sia nel punto F. doue constituiremo l'angolo dello strumento aggiustando la costa E. F. all'asta A. & per l'Angolo F. trà guardaremo il medesimo segno B. notando i punti G. &c. quali siano v. g. 48. volendo dunque da questi numeri 60. & 48. trouare la lontanza A. B. multiplica il primo in se stesso fà 3600. aggiungili poi 1000. fai 13600. & di quello numero piglia la radice quadrata sara 117. in circa & questa moltiplica per 100. fà 11700. & finalmente diuide questo numero per la differenza delli duoi primi numeri 60. & 48. cioè per 12. ne verrà 975. & tanti passi senz'alcun dubio sarà la distanza A. B.

Innouerai la calculatione di questa operatione sopra lo strumente como nel sotto posto essempio 5. espone. Siano v. g. i. punti tagliati da i due raggi l'vno 74. & l'altro 36. & per trouare detto conto aggiusta prima lo strumento si che linee Aritmetiche siano trà di loro ad angoli retti, il che farai col prendere 100. punti rettamente da esse, & questi applicare col compasso alle medesime trauersalmente, in maniera che proposta vna delle aste nel punto 80. l'altra caschi nel 60. & questa regola di aggiustare le dette linee à squadra si tenga à memoria per altri bisogni, facto questo prendi la distanza trauersale trà il punto 100. & il maggiore de i duoi numeri tagliati da i raggi che qui è 74. la qual distanza presa deui aggiustare trauersalmente alla differenza de i duoi numeri de i punti tagliati da i raggi, che qui è 38. & se non potessi per la piccolezza di questo numero, seruirti del suo doppio, triplo, ò quadruplo, & qui per essempio applicata al suo triplo, che è 1114. & immediatamente piglia la distanza pur trauersale trà li punti 100. la quale misurata rettamente, & presa vna, due, trè & quatro volte si darà la distanza cercata: misurale dunque nel presente essempio, & trouerai la 109. si che triplicata si darà 327. quanta prossimamente, & la distanza che misurar voleuamo.

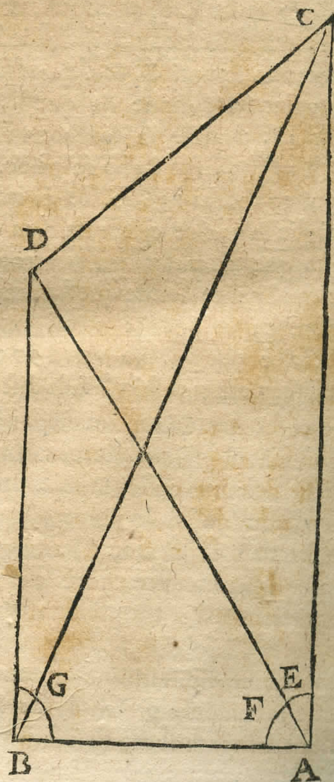
Seguitta, che veggiamo il modo di misurare l'interuallo trà due luoghi da noi lontani

tani, & prima diremo del modo quando da qualche sito potessimo veder li ambidue per la medesima linea retta come mostra il presente, essempio nelquale volendo noi misurare l'interuallo trà i punti B. A. stando nel punto C. di doue apparischano per la medesima linea C.B.A. prima aggiustata vn' Asta dello strumento à tale drittura si traguardarà per l'altra verso D. di doue apparischano piantaremo vn asta lontana dal punto C. 100 misure, hauendone vna simile piantata nel punto C. & venendo al luogo D. aggiustaremo vna costa dello strumento alla drittura D. C. traguardando per l'angolo D. li duoi luoghi B. A. & notando inumeri tagliati da raggi che siano per essempio 25. & 20. per i quali duoi numeri si deue diuidere 10000. & la differenza delle due auuenimenti sarà la distanza B. A.



Mà se volendo noi misurar la distanza trà i duoi luoghi C. D. non potessimo venire in sito tale, che l'vno & l'altro ci apparisse per la medesima drittura, in questo caso procederemo come appresso si dirà. Si'a dunque che stando noi nel luogo A. vogliamo inuestigare la lontananza trà iduoi luoghi C. D. prima aggiustata vna costa dello stromméto al punto. C. come si vede per linea A. E. C. traguardisi per l'angolo l'altro punto. D. notando iponri E. F. tagliati dal raggio A. F. D. che sianov.g. 20. senza mouer lo strommento. Si traguardi per l'altra costa verso il punto B. lasciando in A vn asta & altra facendone porre sopra la drittera verremo in B. dicostandoci dall'altra asta tanto che ricostituita vnà costa dello strumento sopra la linea B. A. l'altra costa ferisca il punto D. come apparisce per la linea B. D. & dall'angolo B. traguarderemo il punto C. notando il numero tagliato dal raggio B. G. che sia v.g. 15. finalmente si misureranno ipassi trà le due statione A. B. quali siano per essempio 160. & venendo all'operatione Aritmetica prima si multiplicherà il numero de i passi tra le due stationi cioè 160. per 100. fai 16000. il che sideue diuidere per i duo i numeri de i punti separatamente cioè per 20. & per 15. & ne verrano iduo numeri 800. & 1067. de quali senedeue pigliare la differenza che è 267. & questa si deue moltiplicare in se stessa fà 71289. & questo numero si deue aggiũgere al quadrato del numero de ipassi cioè di 160. ch'è 25600. & in tuto farà 96889. del qual numero sideue prendere la radice quadrata, che è 311. & tanti passi diremo essere tra l'i duoi luoghi C. D.

Come poi si possa ritrouare il compasso sopra lo stromento faremo col sottoposto essempio manifesto siano v.g. liduoi numeri tagliatida i raggi 60. & 34. & il numero de i passi 116. & venendo all'operatione prendi sempre 100. dalle linee Arimethice rettamente & applicato trauersalmente al maggior numero de i duoi tagliati dà iraggi chequi è 60. & subito prendi pur trauersalmente il numero de passi che qui è 116. & questo interuallo accomoderai trauersalmente all'altro numero de i raggi, che qui è 34. & se nõ puoi aplicalo al suo doppio, triplo, quadruplo, oquelle che più ti tornerà cõmodo per hora al suo quadruplo cioè al 136. il che fatto prendi trauersalmente il numero che è la differẽza trà li duoi numeri de i raggi che qui è 26. ó pure piglia il suo doppio triplo, ò quadruplo secondo che poco fa si fece l'applicatione; onde in questo Caso deui pigliare il suo quadruplo cioè 104. & questa distanza misurerai rettamente, saluando in memoria il numero che essa conterrà, che nel presente essempio sarà 148. aggiusta final mente le linee Arimeriche à squadra al modo di sopra dichiarato, il che fatto, piglia trauersalmente l'interuallo trà il numero che saluasti in memoria & il numero de i passi cioè trà il 148. da vna parte & il 116. dall'altra & questo misura rettamente & trouerai 188. quanti, appunto é a distanza cercata E D. C.



Et finalmente quando non potessimo mouerci nella maniera recerca la passata operatione: potremo pure non dimeno trouare la lontananza traduoi luoghi da noi distanti in altra maniera , & il modo sarà tale sendo noi per essempio nel punto C. & volendo ritrouar la distanza trà iduoi luoghi A. B. prima secundo alcuno dei modi dichiarati di soprà misuriamo separatamēte le distāze trà li punti C & L.A.& l'altra trà listesso C. & il punto B. & sia per essempio la prima passi 850.& l'altra 530.& venendo nel segno C. aggiustando vna costa dello stumento al punto A.come si uede per la linea C. D. A. traguardisi per l'angolo C. l'altro termine B. notando il numero de ipunti D.E.tagliati



dal raggio che siano v.g. 15. moltiplica poi questo numero in sestesso fà 225.& aquesto aggiugni 10000. fà 10225. del quale prendi la radice quadrata che è 101. multiplica poi la minor distanza cioè 530. per 100. fà 5300. il quale sidiuida per la radice pur hora trouata , ne viene 525. & questo moltiplica per maggior distanza, cioè per 850. fà 446250. il qual numero deue finalmente duplicato fà 892500. dopoideuonsi moltiplicare separatamente le due distanze ciascuna in se stessa fanno 22500. & questi numeri si deuono congiungere insiemi fanno 1003400. del quale numero si cauerà quel duplicato di soprà cioè,892500.restarà 110900. la cui radice chè è 347. sarà la distanza desiderata tra gli duoi luoghi A. B.

Con notabile diminutione di fatica potremo fare il computo presente sopra le linee Aritmeriche , & il modo si farà con vn essempto manifesto:Pongasi che la maggior distanza sia stata passi 250. & la minore 104. & il numero dei punti taglitai dal raggio 58. mette le linee Aritmeriche à squadra & posta vn,asta del compasso nel punto 100. slarga l'altra intrauerso sino al numero dei punti tagliati dal raggio che qui è 58. & considera quanto è queste spatio misurato rettamente & lo trouerai esser precisamente 116. Il che salua in mente: piglia poi rettamente il detto numero 58 che fù de i punti tagliati dal regio,& apri lostromento sinche questa distanza si aggiusti in trauerso trà il punto del 100. & quello del 116. che saluasti in mente , & non mouendo più lo stromento prendi col compasso la distanza trauersalmente tra li duoi numeri de i passi cioè 250.& 104.& questa misura rettamente ti darà in fine punti 150.quanta è veramente la distanza A. B.



OPERATIONE XVI.

Della Bussola.

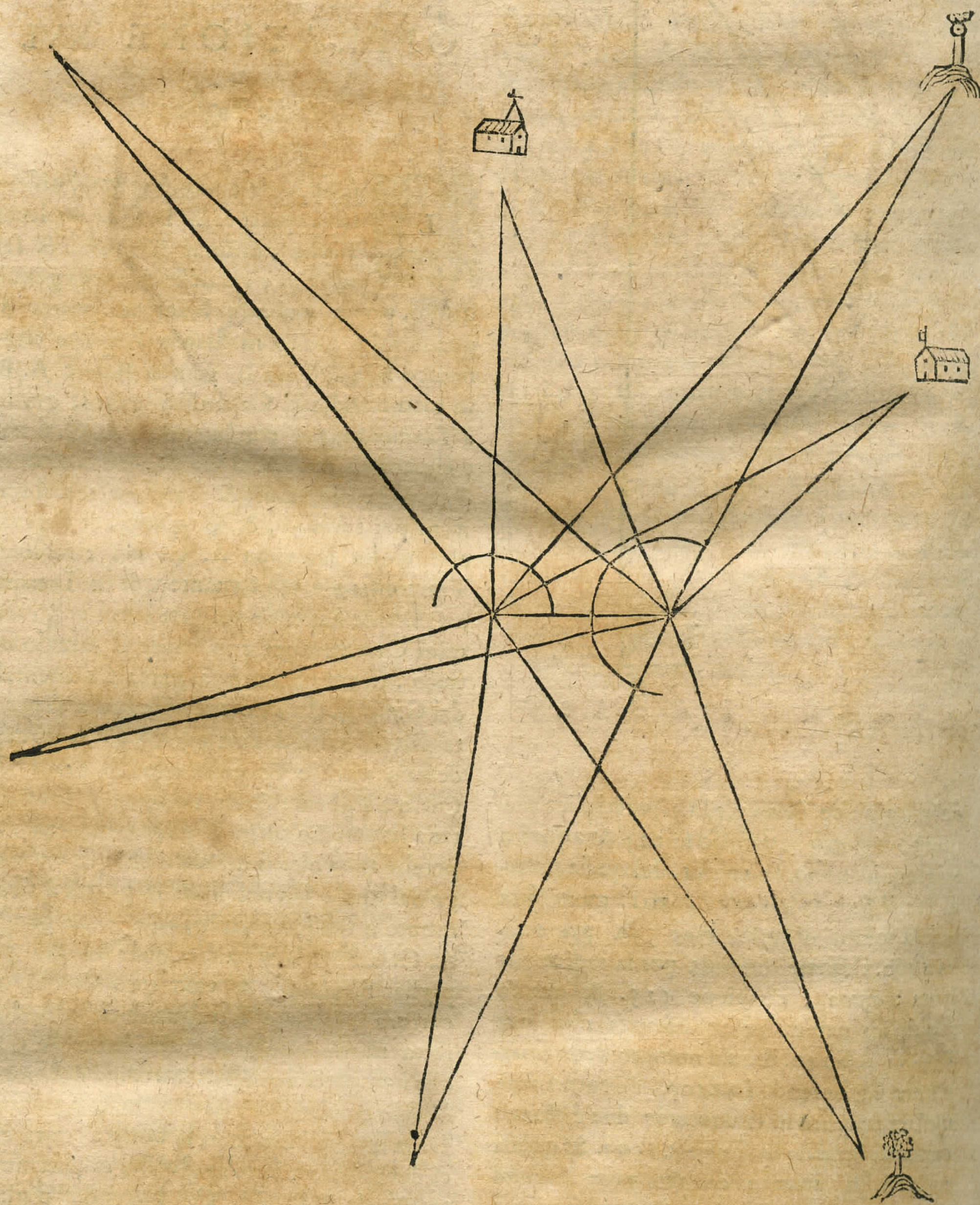


LA seconda circonferenza diuisa in 180. parti è la Bussola da leuar piante , misurar distanze , & far mine per via della calamita guardi giusto. prima volendo leuar la pianta di qualsuoglia luogo mediante il nostro strumento si addattarà la gamba stabile A. B. in maniera che la Calamitta guardi giusto à Tramontana & con la gamba A. C. si traguardarà dall' A. al C. & tuti li termini della parte orientale, & si notarà tuti il termini per termini , & il grado , & il grado che taglia lagamba A. C. nel circolo da Tramontana verso Leuante , & da Leuante à Ostro & hauendo traguardato tutti l'i termini Orientali per non hauer il circulo intiero , si traguardarà la parte Occidentale dal C.all' A. & si notérà nel circulo l'i gradi tagliati dalla medesima gamba C. A.nel medesimo circolo & contando l'i gradi da Ostro à Ponente & da Ponente à Tramontana haueremo tutto il circolo intiero : & perche alle volto si affronta esser in vn' luogo dal quale si vuol leuar la pianta d'alcun monte ò valle, hauemo posto nella gamba A. C. la Bussola retta , laquale seruirà per pigliar l'i monti , & valli secondo che occorrerà , perche li traguardi della Bussola retta rispondono giusto alla linea A. C. si che non potendo pigliar la veduta del monte ò valle con li traguardi posti nella gamba A. C. la pigliaremo con la Bussola retta che ci darà il medesimo grado che ci dariano l'i traguardi dell' A. C. hauendo pigliati tutti li termini come di sopra traguarderemo dall' A al C. il luogo à noi più commodo Per far la seconda positura, & notaremo il grado che haurà tagliato , & poneremo vn termine per quella linea doue ci verra più commodo co[illegible]do l'i passi , ò Canne che saranno dalla prima positura ; & detti

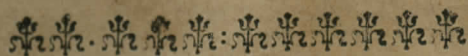
termini

termini che ci feruieranno per fcala per mifurar tutta la pianta, & cio fatto tranfportaremto lo ftrumento al termine notato, & l'aggiuftaremo come prima, cioè che la calamita tiri giufta à Tramontana, & poi operaremo come fe foffe alla prima pofitura. Auuertendo che befogna fempre guardare dalla feconda pofitura il primo termine, che fi guardò dalla prima pofitura & poi il 2. & il 3. & di mano in mano tutti gli altri, & cio fatto fi metterà in carta la pianta nel infrafcritto modo.

Prima fi ponerà il centro dello ftrumento fenza carta & defcrittione, fecondo che fi hauerà fatta la prima pofitura cioè in riua, ò in mezzo del luogo, che fi hauerà leuata la prima & fi accommodarà la gamba ftabile, che la calamita tiri à Tramontana, & poi fi accommodarà la gamba mobile à tutti li gradi della veduta tirando vna linea occulta con la medefima gamba della parte orientale, & all'occidentale fi aggiufterà fotto la gamba mobile vna riga: che ci darà il complimento & hauendo tirato tutte le linee che come di fopra. fi tirerà vna linea che paffi per il grando che haueramo notato dalla prima alla feconda pofitura quale fi diuiderà in tante parti quante faranno le parti che haueremo mifuratè dalla prima alla feconda pofitura & poi fi ponerà il centro dello ftrumento giufto in capo di détta linea & fi aggiufterà la gamba ftabile, che la calamita tiri giufto à Tramontana & fi operarà con la gamba mobile, come fe foffe alla prima pofitura, & doue la prima linea della feconda pofitura tagliarà la prima linea della prima pofitura, fara il primo termine veduto & la fecondo, & di mano in mano li altri i poi fi tirará la linea da vna interrogatione alla'ltra, & così haueremo tutto il circuito data la pianta, come nella figura qui fóto fi vede.



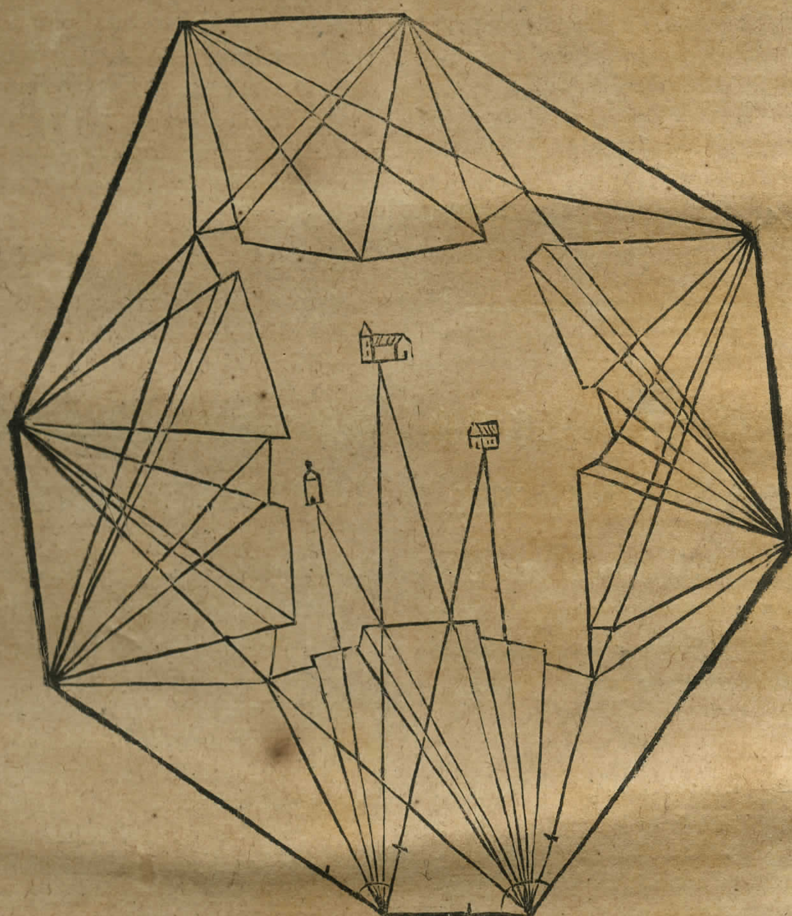
OPERATIO



OPERATIONE XVII.

Come possiamo prendere in dissegno, & misurare vna Città fuori diquella, alla quale non ci possiamo approssimare per 300. pertiche & più.

SIA la proposta Città A.B.C. D.E. F. della quale vogliamo pigliar la pianta & misurare tutte le sue parte; Primieramente situaremo lo strumento, che la calamita guardi à Tramontana posta nella gamba sensibile, & con la gamba mobile traguardaremo tutti gli Angoli & termini che potremo vedere notando tutti li gradi che detta gamba mobile taglierà nel cerchio come se fosse nella dimostratiene 29. & cio fatto si traguardarà vn luogo piu commodo per la seconda positura & si operarà come di sopra, & secondo che dimostra la figura posta quì sotto & con faciltà hauremo l'intento nostro.



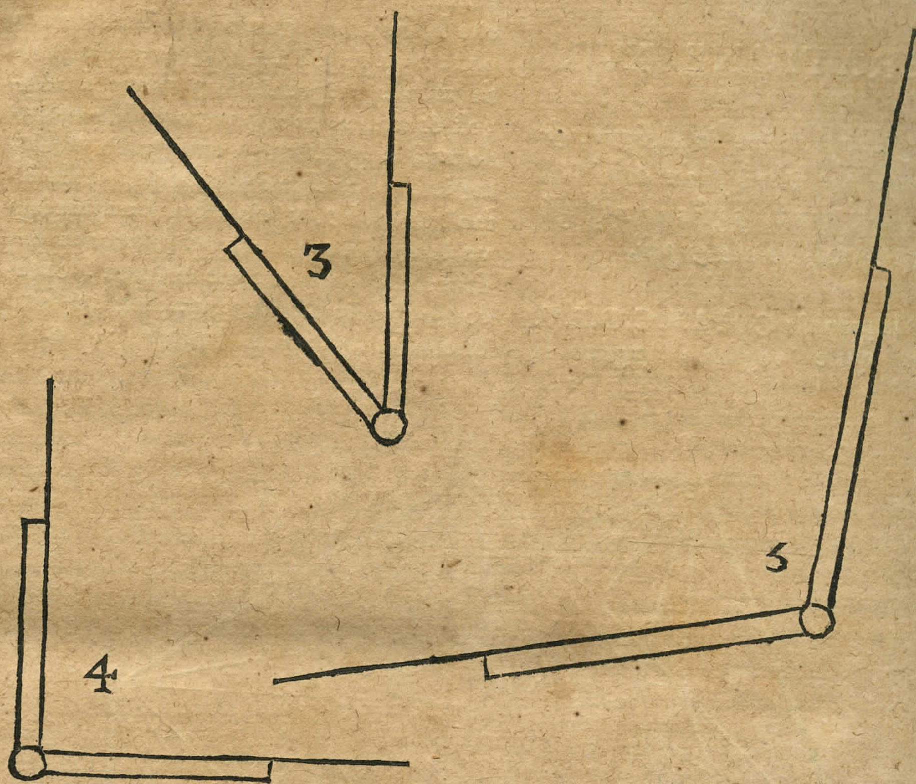


OPERATIONE XVIII.

Come possiamo formar in Cāpagna qual si voglia figura retti linea.



LA prima circonferenza doue à capo è scritto Angoli serue per descriuere in campagna le Fortezze & altre figure rettilinee. Come v.g. volendo formar vna figura triangolare si aprirà lo strumento sino al numero 3. traguardando per le pinule di ambidue le gambe doi luoghi discosti dal nostro occhio tanto quanto si vuol fare luoghi i lati del triangolo & iui si ponerà duoi termini & vn'altro giusto sotto il centro della nocella dello strumento che indubitatamente hauremo l'angolo del triangolo equilatio & per il quadrato si aprirà lo strumento fino al numero 4. & per il Pantagono fino al numero 5. che operando come de sopra le dette aperture ci daranno indubitatamente l'Angolo delle figure cercate & così si operarà in tutte l'altre figure fin al numero 17. che haueremo l'intento nostro.





OPERATIONE XIX.

Dechiaratione della parte di sotto dello strumento, é Prima come sopra vna data linea possiome descriuere figure di quanti lati & Angoli ci verranno ordinati.

LE linee diuise in parte inuguale nelle gambe della parte di sotto dello strumento sono le linee Polligrafiche, l'vso loro principale è di descriuere sopra vna linea proposta figure di quanti lati & Angoli vguali ci verranno ordinaito & questo facilmente conseguiremo pigliando con vn compasso la longhezzo della linea proposta, la quale si addattarà alli punti segnati sopra ambidoi le gambe, nella quale vorremo formar la figura, come per essempio volendo fare vna figura di sette lari prenderemo la longhezza della linea proposta & l'addatteremo alli punti segnati. 7. è 7. sopra ambidoi le gambe di poi senza mouer lo strumento piglieremo l'interuallo trà li punti segnati. 6. è 6. il quale sarà il semidiametto del cerchio che comprende l'eptagono da descriuersi, si che posta vn asta del compasso hor sopra vna estremità della linea data, & hor sopra li altri termini della detta linea faremo vn poco di intersegatione sopra di essa & quiui fatto centro, descriueremo con l'istessa apertura vn cerchio occulto il quale passando per li termini della data linea la riceuerà sette volete à punto nalla sua circonferenza onde l'eptigono ne venga descritto.



OPERATIONE XX.

Come con le medesime linee possiamo diuidere la circonferenza di vn cerchio sin in 16. parti.

ESSENDOCI proposto vn cerchio da diuidere in piu parti, si pigliarà con vn compasso il semidiametro del cerchio dato, & applicandolo al numero 6. in 6. poi senza muouere lo strumento Si pigliarà immediamente l'interuallo trà li punti nelli quali si ha da diuidere il cerchio che quell'apertura di compasso sara giusto la parte della circonferenza del cerchio dato nella quale si hé da diuidere.

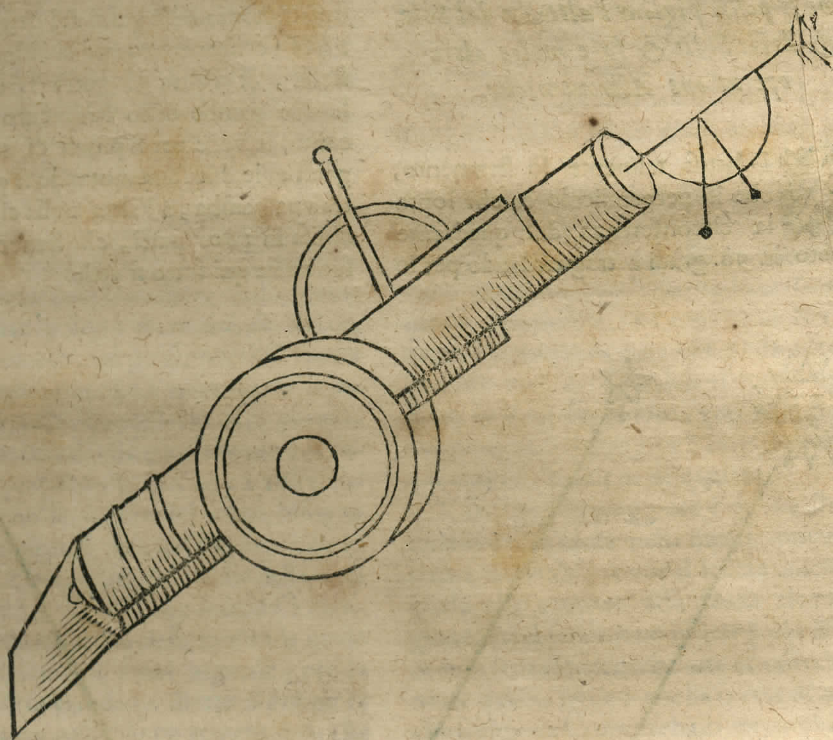


OPERATIONE XXI.

Come si assetti di giorno i pezzi d'artigliaria per tirarli la notte.

ESSENDOCI assegnato vna fortezza laquale si ha da battere con 10. ò 12. pezzi d'artigliaria, la notte stando in vn luogo scommodo nel quale non si puole aggiustare altro che vn pezzo solo per volta si aggiusteranno tutti li pezzi il giorno in questa maniera, cioè, primo si accommoderà doi tauoloni grossi nel luogo doue si hà da piantare l'artiglia-ria per fare la batteria, & poi si farà condurre li pezzi à vno à vno, & si aggiusteranno in maniera che con la mira si ueda il

luogo doue di notte si uuol battere. poi si pigliarà lo strumento, mettendo la gamba stabile nella bocca del pezzo osseruando sopra che grado caschi il piombo nella parte disotto del cerchio, nella circonferenza la quale è diuersa in 12. punti, & ogni punto in 12. minuti, che è la squadra de Bombardieri, & si noti da canto, di poi si metta la Bossoletta della calamita nella banda mobile acoostando la gamba stabile al fianco del pezzo & si manda tanto innanzi & indietro la gamba mobili che le calamita tiri à Tramentana, & si vede che grado taglia detta gamba mobile nel cerchio, & si segna nelli tauoloni sino doue arriua la rota del pezzo, poi fate portare tutti l'altri pezzi, & si aggiustano come di sopra, & volendo tirar di notte si fara portar li pezzi, & posti che saranno sù l'i tauoloni giusto al segno, si metterà la gamba stabile nella bocca del pezzo, poi si alzerà tanto il pezzo che il filo del piombino caschi sul grado notato poi si metterà la Bossoletta nella gamba mobile, & si metterà la detta gamba al grado segnato nel cerchio & si mandarà tanto il pezzo in quà & in là, che la calamita tiri à Tramontana che allora il pezzo sarà giusto alla medesima positura ch'era il giorno quando si aggiustò, & come nella figura qui sotto si vede.





OPERATIONE XXII.

Della squadra di Bombardieri.



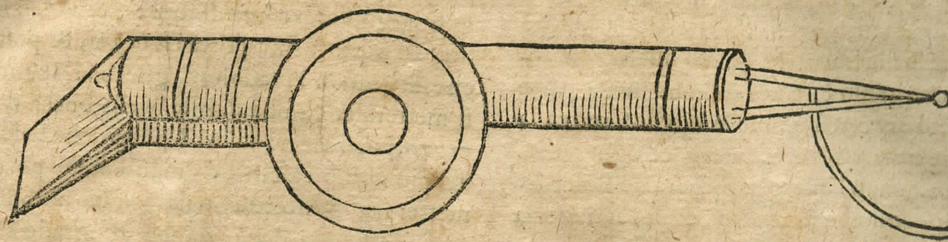
NElla parte di sotto della tiga Geometrica nel cerchio è la squadra de Bombardieri diuisa secondo il solito in punti 12. & ogni punto in 12. minuti l'uso ordinario dell' quale è che si metta la gamba stabile nel vacuo del pezzo hauendo primo sospeso il filo col perpendicolo dal centro dello strumento, il quale filo ci monstrata segando detta circonferenza quanta eleuatione habbia il pezzo, cioè se il punto ò 2. ò 3. è il medesimo si osseruarà volendo tirar di punto sico, dipoi si metterà la bussoletta alla gamba mobile, accostando la gamba stabile al fianco del pezzo & mandando inãzi & à retro la gamba mobile sino che la calamita tira giusto à Tramontana notando il grado che detta gamba mobile taglia nel cerchio, che con queste due osseruatione haueremo l'oleuatione sopra lorizonte, è la declinatione della linea meridiana, & questa operatione ci seruirà per aggiustar il pezzo digiorno per tirarlo di notte: auuertendo il pratico Bombardiere di rimettere le rose del pezzo la notte nel medesimo luogo che si messero il giorno che hauerà l'intento suoi come nella figura qui sotto si vede.



OPERATIONE XXIII.

Per trouar in vn tratto quante libre de Palla porti qualisuoglia pezzo di Artigliaria.

LE trè circonferenze segnate sotto la squadrà de Bombardieri doue à scritto pietra, ferro, è piombo, è la sagma della paua dell' arteglıaria, luso del quale si roua mettendo le due punte dello strumento nella Boccà del pezzo, come si vede nella figura qui sotto notando nella circonferenza il numero che taglia la gambà. che haueremo il peso giusto della palla, come nella figura chiramente si può comprendere.

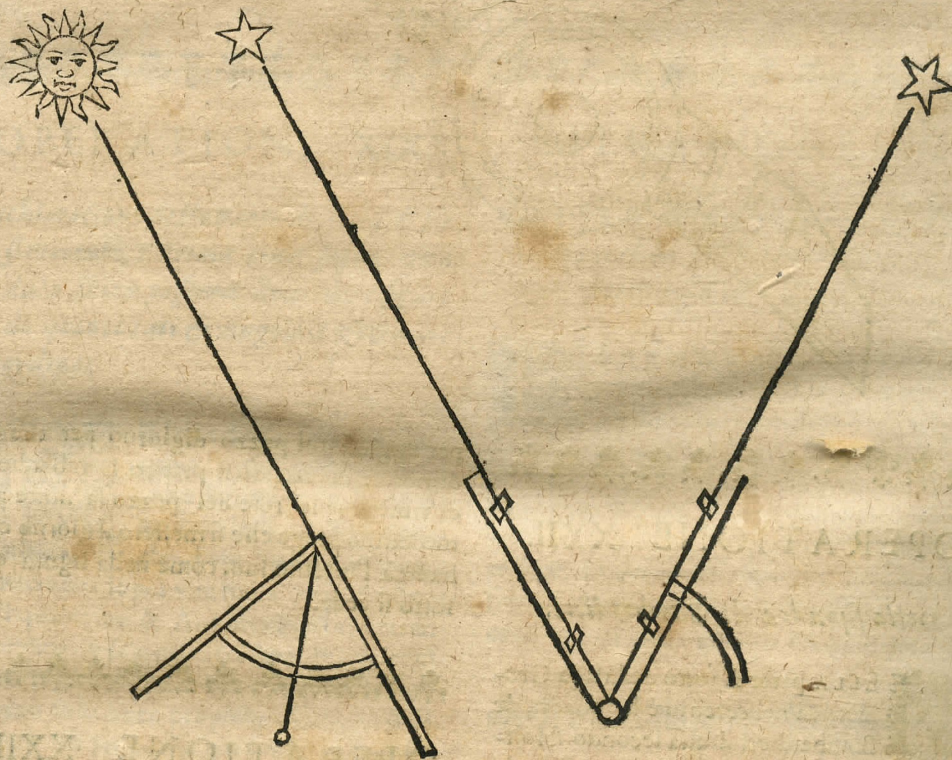


OPERATIONE XXIV.

Come si possa pigliar l'altezza del Sole, & delle stelle, & fare molte altre operatione Astronomiche.



Ddattisi talmente lo stromento, che il perpendicolo caschi sopra la circonferenza del quadrante segnato in 90. gràdi è traguardando per le pinule poste nella gamba stabile, si vedrà l'altezza di qual si voglia stella, è mediante quella l'eleuatione del polo; è volendo l'altezza del sole l'i farà passare i raggi suoi per l'e due pinule, come di sopra che il filo ci darà l'altezza nelli gradi del detto quadrāte: E chi vorrà anco trouare la distanza trà vna stella, & l'altra lo potrà fare, voltando le due gambe dello strumento che dà il centro se vede per li pinuli di ambe due le gambe, le due stelle, notando il grado che è tra vna gamba, à l'altra nella circonferenza diuisa in 180. parti, che heuerà l'intento suo come qui sotto si vede.



DELLA



DELLA NATVRA

DE PRINCIPII

ET REGOLE MVSICALI.

OLENDO cognoscere, & intendere bene la Natura & ordine della mano Musicale, bisogna la prima cosa mettersi innanti detta mano formata come stà facendosela al quanto familiare, & considerandoui dentro quel piu che si può da se stesso alcune osseruationi come verbi gratia, ch'ella procede di 7.in 7.litere tornando sempre da capo alle medesime, è che ella và salendo con le note di mano in mano; & simil cose facilissime così ancora. Saper cantare in fino à *vt, re, mi, fa, sol, la, fa*, & discernere così grossamente il tuono dal semituono, per che à voler sapere la ragione delle cose, è necessario che proceda vna certa notitia di esse grossamente, & secondo la praticha, & per che à voler cognoscer bene la natura del tutto bisogna prima cognoscer la natura delle parti che lo compono. Cominciaremo dal dir delle voci & della natura di esse, che seruono à comporre questa tal mano nella musica la quale noi reputiamo & è à noi naturale, per la qual notitia lasciando in dietro il diffinir la musica,& altre cose troppo remote,dico che bisogna in prima saper che naturalmente noi non possiamo variar più *che in 7. modi* le consonanze, dico *in generale delle concordanti & discordanti & queste sono vnisono* 2. 3. 4. 5. 6. & 7. alle quali si procede di mano in mano con la variatione d'vn tuono, ò d'vn semituono maggiore & chi volesse proceder piu oltra tornerebbe con l'ottaua da capo nella natura dell'vnisono, talmente che questo è vn'ordine circular che ritorna *di otto gradi in otto gradi*: nella medesima natura. Diremo adunque che questa sia vna scala che salga sette gradi in chiocciola ò lumaca talmente disposta, che seguitando poi l'ottauo scalino torni à punto perpendicular sopra il primo, & il nono sopra il secondo, & così di mano in mano, mà li sette scalini primi occuperanno tutto il circuito della lumaca, che non ne resterà niente vacuo & non di manco nessuno di esso risponderà sopra all'altro mà ciascuno haura diuerso & distinto sito secondo il circuito della lumaca.

Hora bisogna considerar con qual ordine & respetto dell'vno grado con l'altro salgono questi gradi pero senza cercar altrimenti la ragione di questo supponendo che sia per la natura della musica stessa rispetto all'orchie nostro. Dico che salgono con duoi tuoni & vn semituono replicando due volte il medesimo, de gradi è stato posto nome *vt, re, mi, fa, sol, la, fa*, il che è stato à piacito, è secondo la volontà di quel primo che pose loro tal nome.

E' da saper che tuono è l'altezza ò salita maggiore, che è da vn grado all'altro prossimo, è dico maggior per che vene sono di quelli che salgono solamente vn semituono come si è detto.

Il tuono si diuide per vltima diuisione in noue particole che si dimandano come & questa distintione che è frà l'vna & l'altra coma è la minor di voce che possa discerner l'orchie nostro. Diuidesi il tuono in mediate in duoi semituoni l'vno maggior & l'altro minor, il maggior è composto di cinque come, è il minor di quattro.

Il semituono maggiore è quello che naturalmente si canta nella nostra musica, & si dice naturale per che si forma anche da quelli che cantono aria sanza alcuna ragione; mà il semituono minor è piu difficile & non si proferisce senz'arte & essercitatione,& questo serue à quella specie di musica che si chiama Cromaticha,li modo che ogni volta che noi nomineremo il semituono, senza dire altro s'intenderà sempre del semituono maggiore.

In oltre è da notar che gli spatij che sono fra vn grado & l'altro prossimo di *vt, re, mi, fa, sol, la, fa*, sono tutti di vno tuono eccetto che *mi, fa*, & *la, fa*, che sono semituoni. Et nota che questa scala la puoi così cominciar dal *re*, & dal *fa*, & da ogni altro grado così come dal *vt*, seguendo pero li sette gradi continuati con il medesimo ordine, tornando poi all'ottauo nel medesimo, Saluando le medesime proportione; tal che nõ vi sia altra differenza che dal cominciar, & far il fondamento,ò nello *vt*,ò in vn'altro grado come facendo fondamento del *fa*, diremo *fa, sol, la, fa, vt, re, mi*, & il fa che segue tornarà pur perpendicolar al primo *fa*, & sarà la sua ottaua che non è altro che l'vnisuono imperfetto.

Mà per che si cominci piu dall'*vt* cioè da i dua tuoni & il semituono che altrimente, non credo ci sia altra ragione che la volõtà di quel primo che dette regole cõpose, se già non si dicessi che essendo piu naturale il tuono che il semituono gli volse pigliar quell'ordine secondo il quale i tuoni venissino proposti come piu naturali al semituono, il piu che fosse possibile, che è secondo

l'ordine detto, cioè procedendo con duoi tuoni in prima, & poi il semituono.

Intese tutte queste cose, è facil cosa veder le distanze che si mouino da vn grado all' altro cõparando ciascuno di essi cõ ciascuno. Et si vede che il minor spatio sarà vna seconda, & il maggior sarà vna settima, per che la mano nõ contiene spatio alcuno, & tutte queste distanze le chiamaremo consonanze con vocabulo largo, & commune alle concordanti & alle discordanti, delle quali appartiene à considerar poi, che si sarà intesa bene la positione della mano, & la ragione di essa positione.

Mà inanti che venghiamo à render la causa della positione di detta mano, mostreremo prima come è posta, di poi mostreremo le osseruationi & regole che si cauano da essa.

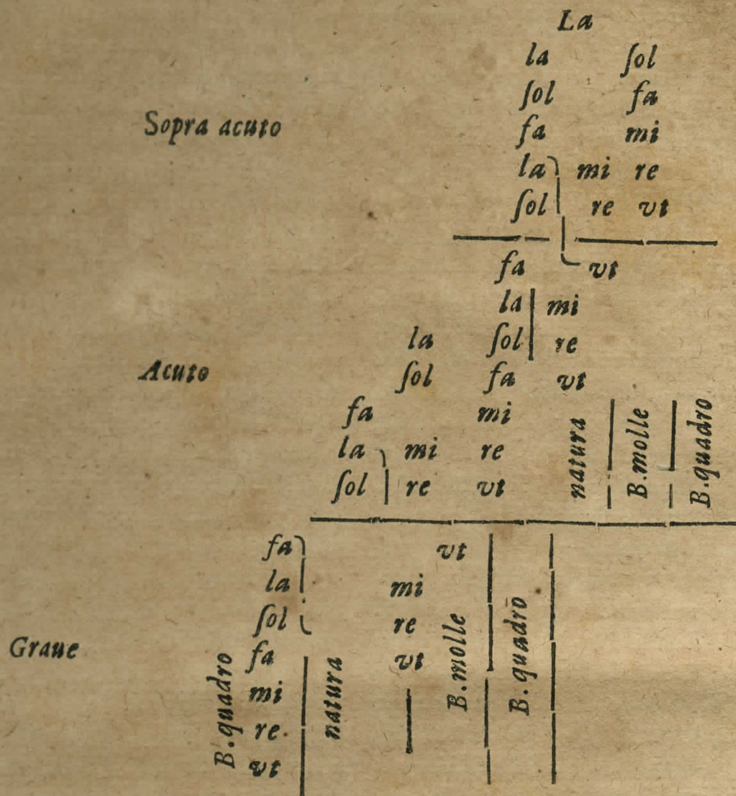
Vltimatamente si mostrerà con qual ordine, & ragione sia stata così ordinata la detta mano.

Qui douerebbe essere la forma della mano, descritta con l'infrascritte regole dal nostro Cardano.

Le Regole che si cauano da quella mano, sono in prima della differenza dall'alto al basso donde si cauano tre distintioni, cioè Graue, Acuto, & Sopra Acuto, il che nõ vol dire altro si non basso, mezzano & alto, per che il basso è contenuto dalla prima scala delli sette gradi di *vt, re, mi, fa, sol, la, fa*, i questo si chiama Graue. L'Acuto è contenuto dalla seconda scala la quale in comincia con *vt*. Salendo vna voce sopra à l'vltime fà che così seguitando il salire con vn'altro grado si torna alla ottaua del primo *vt*, che come si è detto non d'altro che vnisuono per dir così imperfetto, & da questo *vt*, più alto vna ottaua del primo si forma la seconda scala, la quale si chiama Acuta cioè alta rispetto alla prima, la quale prima si dice graue, cioè bassa, mà per che questa seconda rispetto alla terza che segue anco con il medesimo ordine si può dire bassa però si può chiamare con vocabulo piu chiato, mezzana, mà appresso alli musici si chiama Acuta, & questo nome peressere accettato così in pratica ragionevolmente se gli attribuirà da quà inanti come anco per la medesima ragione la scala bassa chiameremo graue. Sopra la mezzana, ò Acuta ne segue vn'altra con il medesimo ordine à punto, salendo di grado in grado vn'ottaua piu alta rispetto à ciascun grado, respettiuamẽte della scala mezzana cioè della Acuta, & quella vltima si potrebbe dir alta. Mà per che così si vsa di chiamarla la diremo sopra Acuta. Comincia adunque la scala graue nel *vt*, di Gamma *vt*, è finisce nel *fa*, di *f*, fa *vt*, primo il quale si dirà *f*, fa *vt*, graue. La seconda scala Acuta comincia in *g*. *sol, re, vt*, primo il quale si dirà *g, sol, re, vt*, Acuto, & finisce in *f*, fa *vt*, secondo che è *f*, fa *vt*, Acuto. La terza commincia in *g*, *sol, re, vt*, secondo che è il sopra Acuto, & finisce in e la, è questo è quanto alla distintione di Graue, Acuto, & sopra Acuto, & quanto alle distintioni che nascono della positione della mano secondo l'altezza.

Habbiamo vn'altra distintione nella mano, cioè del *b* quadro di natura & del *b* molle, la qual nasce dalla largezza di essa mano come si mostrera.

Il *b* quadro comincia da l'*vt* di Gamma *vt*, & va in fino al *fa*, di *f*, fa *vt*, graue. La natura comincia da l'*vt*, di *c*, fa *vt*, è va in fino *fa*, di *b*, fa *b*, mi Acuto. Il *b*, molle comincia nel' *vt* di *f*, fa *vt*, graue, è và in fino al *la*, di *e la mi* Acuto, & così il *b* quadro, & la natura hanno tutte le sette note, *vt, re, mi, fa, sol, la, fa*, & il *b* molle non passa il *la*, & così non hà se non sei note doue la natura, & il *b* quadro, ne hanno sette, arriuando al fa *di la fa*, del qual fa manca il *b* molle, & così l'ordine del *b* molle, ricomincia salendo in *f*, fa *vt*, Acuto, & lascia in mezzo vn grado che è *e la mi* doue secondo la regola ordinaria non si farà mai il *fa* di *la fa* di *b* molle, mà gli altri duoi ordini di *b* quadro, & di natura ricominciano salendo immediate, & così il *b* quadro ricomincia immediate, partendosi dal fa di *f*, fa *vt*, graue, nel *vt*, di *g*, *sol, re, vt*, Acuto. Et l'ordine di natura ricomincia in mediate nel *vt*, di *c*, *sol, fa, vt*, il quale era terminato nel *fa* di *b*, fa *b mi*, che gli è sotto à canto. Et così apparisce qual sia la distintione della mano per l'altezza, & quale per la largezza, & che l'altezza ne dà la distintione di Graue, Acuto, & sopra-Acuto, & che la largezza ne dà la distintione di *b* quadro natura & *b* molle, & così è manifesto, doue cominci, & termini ciascuna di queste distintione, il che per che più manifestamente apparisca se ne mette la seguente figura, con le note & segni à luoghi suoi; per dimostrare con l'essempio sensato quanto si è detto di sopra.



Segue hora di monstrar con qual ragione. & ordine siano poste tutte queste cose,& poi ricapitulando diciamo , che tutta la nostra musica consiste in queste sette noti,ò gradi che habbiamo detto , di *vt* , *re* , *mi*, *fa* ,*sol*,*la* ,*fa* , & talmente che non si può fare consonanza alcunna concordante,ne discordante ne falsa che non si troui completa in questa scala, nella quale è tutta la musica perfetta , essendo come si è detto tutte le consonanze che si trouano in natura incluse in questa scala de sette gradi & che poi passãdo quelli si ritorna nella medesima natura dell'vnisuono come si è detto con l'ottaua che segue.

Onde è manifesto che è impossibile far musica alcuna veramente piu à trè , anzi quello che comporta à tre senza perder consonanza , si dirà ottimo contra puntista ò vero osseruator delle consonanze che è parte principalissima nella musica,come piu diletteuole alle orechie.

Ma il proceder salendo con vna scala sopra l'altra,è trouato nõ per far la musica più perfettta : ma per farla piu adorna per che si vede che l'ottaue , se bone sonno spetie dell'vnisono , danno grandissima gratiã nel conserto altro che chi considerata bene da quella ottaua del conserto ne nasce altrè proportioni dell'altre voci in verso di essa ottaua diuersi da quelli che hanno cõ la voce principale di quella ottaua , il che se bene non induce nuoua spetiè di consonanti , oltra quello che si trouano nello settè voci & scala detta , non dimeno augumentano le spatiè dell'consonnanzi in quella medesima armonia ò *battuta*,come v. g. se alla quinta di *vt* , *sol* , si aggiongie l'ottaua di quello,vt come aggiungendo alla quinta di Gamaut & di d, *sol* , *re* , l'ottaua di G. *sol* , *re* , *v'*, ne seguirà non solamente quella gratia che darà quella ottaua rispetto alla sua principale , mà ancora vna quarta rispetto, *al* , *sol*, gia datto,la quale fà vn ripieno multo diletteuole , & però se bene le scale superiori non augmentano spetio di consonanze rispetto à quello che si contingono si vna sole scala non dimeno , oltre la gratia delle ottaue & quintadecime , augumentano le spetie delle consonantie rispetto à vna medesima armonia, ò *battuta* è questa è stata la causa della moltiplicatione di queste scale l'una sopra l'altra per poter anche con la varietà dello alzar & abassar le voci dar diletto d'onde anche si può vedere chiaramente che gli strumenti che hanno i loro registri, à tenor , & ottaua non mancano di qualche imperfetione formãdosi da essi nella Musica con quelle ottaue altrè spetie di con sonanzè oltrà quello che si ricercano.

Aidunque da saper che tutta la mano consiste in trè scale poste l'vna sopra l'altra,delle quali le prime due consistono di sotto gradi come si è detto, è l'altra è di sei solamente per che non arriua al *fa*, *mi*, termina nel la chè Ela.

Talmente che tutto il fondamento della mano consiste in queste trè principali scale , poste l'vna sopra l'altra cioè *vt* , *re*, *mi* , *fa* , *sol* , *la* , *fa* , *vt* , *re* , *mi* , *fa* , *sol*, *la* , *fa* , & *vt* , *re* , *mi* , *fa* , *sol* , *la* , *fa* , le quali tutte appartingono al *b*. quadro , & si distinguono come si è detto in graue acuta, & sopra acuta , mà per quello che la terza scala non arriua al *fa*, settima voce , si dirà poi al basso in fino à qui si è dito per monstrar le scale in sù le quali è fondata tutta la mano che sono le dette & la causa della moltiplicatione di dette scale , seguiremo hora di monstrar come si faccia la moltiplicatione delle scale di naturà & del *b*, molle.

Mà per dar bene ad'intendere questo bisogna ripiglia,quello che noi habbiamo tocco di sopra quanto al modo come ascendano

questi

questi gradi à vno,à vno: dico adunque che essi ascendono come si è detto per duoi tuoni, & vn semituono replicati due volte, che fanno, *vt, re, mi, fa, sol, la, fa*, donde ne segue necessariamente, che il superiore habbia appunto la medesima relatione alle note inferiori, & superiori che hà il *fa* inferiore. talmente che formando due scale l'vna sopra l'altra, viene anche formata vna terza scala laterale, *la* quale non è differente in altro da ciascuna di quelle principale che ne i nomi de gradi, è delle note, il qual nome per esser à placito non varia la substantia della cosa. Facendo adunque il *fa* superiore della scala principale più bassa, *fa* inferiore si comminciarà à cantare salendo vna quarta più bassa, che sarà dal *fa* della scala inferiore, dal quale dico salendo in fino al *mi* primo della seconda scala haurete formato vn'altra scala laterale, che non sarà differente punto dall'altre. Se nõ nei nomi dalle voci, ò de gradi, per che doue si haurebbe à dire *vt*, si dice *fa*, & douere si dice *sol*, & doue *mi*, si dice *la*, & doue *sol*, si dice *re*, & doue *la*, si dice *mi*, & solamente il *fa*, riserua il nome debito, & tutti i tuoni è semituoni verranno à luoghi loro, & però questa scala laterale si chiamo di natura, per che per natura sua vien formata dal formare le due scale l'vna sopra dell'altra, ne in questo beneplacito opera altro che accommodare i nomi secondo i nomi delle scale come si è detto, il che si è fatto per due ragioni, l'vna per potere scendere & salire cantando dalla scala superiore alla inferiore, & per il contrario con più facilità & gratia, per che goffa cosa sarebbe & difficile cantando salire dicendo *fa, sol, la, fa, vt, re*, & da questa nascono le mutationi di quarta, & di quinta. Come si dichiarerà, meglio ne luoghi loro, è così ancora è manifesto che realmente la scala di natura non è punto differente, & non aggiungne, ne leua niente alla scala di *b* quadro, si non il suo *fa* superiore che viene doue il *mi* del *b* quadro Acuto, & nel resto ella non è se non vna osseruanza che si caua dalle dette scale comparando & collegando la inferiore con la superiore. L'altra comodità che si caua dal formare questa scala, con le sue note proprie, è che dal *fa* superiore di questa scala di natura, ne cauiamo la scala del *b* molle, collocando però due scale di natura l'vna sopra l'altra. Et si deduce da queste due la scala del *b* molle appunto nel modo che si caua quella di natura, da quelle del *b* quadro. Il che per essersi dichiarato à bastanza di sopra, si lascierà per di dichiararlo altrimente come cosa superflua.

Hora per che quella si nomini del *b* quadro, & questa del *b* molle è cosa assai incerta, & non manco inutile, però ò si lascierà il dirne quel che ci si è considerato, ò si riserberà in altro tempo.

Seguitando adunque Diciamo che non si può dire che la scala del *b* molle sia la medesima con quella di *b* quadro, come habbiamo detto di quella di natura, anzi varia grandemente il sito del semituoni, & non solo, è nomi semplici de gradi, ò voci, anzi acca dèche in alcune poste, nõ possiamo mai conuenire, come è in tutti è *mi* del *b* quadro, doue mai per *b* molle si potrà dire si non *fa*, & questo viene per che questa scala del *b* molle, non hà sette scalini come l'altre due. Mà termina nel sesto che è il *la*, & non arriua altrimente al *fa* superiore, il qual caderebbe nel *mi* del *b* quadro, come si è detta, & come si potrà considerar meglio in su l'essemplo che darà ad intendere così con parole, & però se pur mai in tal posta si dirà *fa*, humiliando la voce con il *b* molle sarà fuora della regola della mano, & sarà vna musica finta, & secundo vna certa licentia, mà per che la scala del *b* molle, non habbia il *fa* superiore, non è per altro, se non per che quel tal *fa* pareua che chiamasse vn *vt* setto di se, & così che si ricercassi di formare da quello vn'altra scala laterale, dalla quale anche arriuando anche ella all'vltimo *fa* settima voce, ragioneuolmente se ne doueua formare vn' altra così si sarebbe andato in infinito: mà douendosi terminare questo numero delle scale in qualche luogo, parue conueniente di terminarli nel terzo ordine che è quello del *b* molle, & questo fu fatto non gli dando il *fa* superiore, & così gli fu tolta l'occasione di volere più moltiplicationi di scale laterale, laqual moltiplicatione erà anco tanto più superflua quanto è cosa manifesta. Che ne ancho la scala del *b* molle aggiugne nouità, ò varieta alcuna alla musica, anzi tutto il medesimo che si può far per *b* quadro, si può far *b* molle, & così per il contrario, & se bene si fa qualche varietà. Per conto delle mutationi che procedono variamente; à questo si poteua, è può molto ben suplire con la sostentatione, & humiliatione delle voci senza entrare per ciò in noue scale, mà tutto quel che se ne caua, è hauere con più comodità & con qualche regola questa variatione della humiliatione, & sostentatione delle voci dal *fa*, al *mi*, & dal *mi*, al *fa*, alla qual varietà è stata sufficientissima questa terza scala del *b* molle; & così il moltiplicare in più scale laterale, sarebbe stato al tutto inutile. Hora peruenire à terminare con ogni chiarezza delle ordine & ragiono della mano dico repetendo che il fondamento suo sono le trè scale del *b* quadro, cioè la Graue, Acuta, & sopra-Acuta, le quali cominciano, & terminano, doue si è detto di sopra & dicono così, *vt, re, mi, fa, sol, la, fa, vt, re, mi, fa, sol, la, fa, vt, re, mi, fa, sol, la, fa*, & questa terza scala cioè la sopra-Acuta non arriua al *fa* vltimo, per che la medesima ragione che habbiamo detto di sopra haurebbe chiamato vn'altra scala di natura più alta, la quale per che non facea comodità, non fù ne anco à proposito di dargli l'vltimo *fa* alla scala sopra-Acuta del *b* quadro. Verrebbe adunque formata la mano secondo il modo che io dico nella forma infrascritta.

					La	
				sol		*la*
				fa		*sol*
Sopra acuto				*mi*		*fa*
				re	*la*	*mi*
				vt	*sol*	*re*
		fa		*vt*		
		la	*mi*			
		sol	*re*		*la*	
Acuto		*fa*	*vt*		*sol*	
		mi	*fa*			
		re	*la*		*mi*	
		vt	*sol*		*re*	
	fa			*vt*		
Graue	*la*	*mi*		*B.molle*		
	sol	*re*				
	fa	*vt*				
	mi	*Natura*				
	re					
	vt					
	B.quadro					

Questo è essantialmente l'ordine della mano, & come si vede in ciascuno sito, si trouano tutte le note medesime, ne più ne meno, che ne i siti corrispondenti della mano formata, della qual noi trattiamo.

Non dimeno se bene in ciascuno sito sõno le medesime note come si è detto, non sono però col medesimo ordina, che sonno in sù la mano formata, però bisogna render la ragione di questa diuersità, & monstrar cõ qual' ordine ella sia ridotta, à quella forma precisa che si vede. Dico adunque che se bene virtualmente, ella stà & procede come hò detto, non dimeno si è caminato con vn ordine, che se bene cõduce à questo medesimo, conduce nondimeno con quella differentia di traspositione di note che si è detto. Hor per mõstrar l'ordine cõ il quale si è proceduto nella mano formata. Dico che si è formata in prima la scala graue del *b.* quadro, & senza proceder' più oltra con l'altra sua scala acuta, si è cominciato immediatè à canto à quella la scala di natura, accommondando vno *vt* à canto *al*, *fa*, piu bassò cioè di è *fa vt*, & da quello *vt*, formando poi la scala intiera di natura, la quale viene à terminare nel *fa* di *b. fa*, *b. mi*, & così supera di trè gradi: la scala del *b.* quadro, che sono *sol*, *la*, *fa*, cioè il *sol di*, g *sol*, *re*, *vt*, il *di* à *la*, *mi*, *re*, & il *fa* di *b. fa*, *b. mi*, *re*, quali tengono il primo luogo le note della scala della natura, la quale termina qui sanza ricominciar salendo nuoua scala, mà in quel cambio si da l'*vt* all'vltimo *fa*, di natura che viene in *f. fa vt* accanto al *fa*, superiore graue del *b* quadro, & da quello *vt* si forma la scala del *b.* molle è termina come si è detin *la* nel *la* di *la*, *sol*, *re*, & con questa scala viene à superare la scala di natura di due note, cioè, del *sol*, & del *la*, di *e sol*, *fa*, *vt*, & del *la*, *sol*, *re*, lequali vengono ad esser le note principali in quel posto & quelle inferiori vengono à essere seconde nelle lor poste à qualla di *b.* prima in *fa*, *fa*, *vt*, & à quelle di natura nelle due sequẽti, & così sono formate trè ordinidi scale laterali della natura, & qualità che si è detto. Finiti questi ordini di scale laterali per che la musica sarebbe stata troppo ristretta si è ricomminciato da capo la scala superiore, cioè l'acuta del *b* quadro ponẽdo l'*vt* di essa sopra il *fa* vltima della prima immediate il che viene in *g sol*, *re*, *vt*, & con questo diuentano le note della scala del *b.* quadro, l'vltime, insino à che ello nõ superano l'vna & l'altra scala già detta di natura, & de *b.* molle & allora tornano ad esser nel primo luogo, che sarà in è *la mi* acuto, & termina nel *fa*, di *f. fa*, *vt*, sequente, dal qual *fa*, si forma l'altro *vt* di natura, come si vede, & si è detto delle antecedenti scale confondere più il lettore con queste minutie, & dal *fa*, di quella si forma l'altra scala del *b.* molle pur senza il *fa*, superiore, come la prima volta exposi nel primo ternariò, come nel secondo della scala del *b*, nolle non si forma altra scala, mà si torna dà capo al *b.* quadro, come si *fa*, anche doppo à questo secondo ternario và altra volta per ampliare à bastanza la distanza & quantità dello voci secondo l'altessa. diranno adunque le scale laterali così *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *fa*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, & questo è il primo ternario; segue poi il secundo ternario lateral mente, *vt*, *re*, *mi* *fa*, *sol*, *la*, *fa*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *fa*, *vt*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, & qui finisce il secondo ternario al quale si aggiunge poi vn'altra scala pur laterale, che viene ad essere la sopra

Acuta del *b* quadro cioè, *vt, re, mi, fa, ſol, la*, & tutte queſto ſintenderanno multo meglio nella loro figura. Onde ſe vede de la differenza della poſtpoſitione delle note nelle poſte loro da queſto modo vſitate della mano, à quello poſto di ſopra, da noi, non viene ſi non, che doue prima in tanti à ogni coſa noi formauamo le Altre trè ſcale del *b* quadro, & faceuamo le due note principali in ogni poſta. In queſto modo ſi formano prima l'altre ſcale graui laterali, & di poi ſi torna al *b* quadro, & le note di qualũque ſcale prima formate, ſtanole prime da eſſer proferite nelle lor poſte. Così ancho è manifeſto della multiplicatione delle ſcale, ſecundo l'alteſſa ſi caua la differenza di graue acuto, & ſopra acuto, & dalla multiplicatione della ſcale lateralmente, ſi caua la differenza di *b* quadro, Natura, & *b* molle. vi è vn cora da notare vn altra coſa che ſecõdo la mano nõ ſi potrebbe cantare per *b* molle ſono da *ffa, vt*, in ſù comminciando qui l'*vt* primo del *b* molle come ſi è detto, mà nõ di meno ſi ſuppliſſe formando vn'altra ſcala alla in giù, il che ſi può ſempre far, & alla in giù, & alla in ſù, purche torni comodità & ornamento, & che ſi oſſeruino le debite proportioni & luoghi de tuoni, & ſemituoni.

E'da notare ancora che la ſcala di natura ſerue al *b* quadro, & al *b* molle, cioè, che cantadoſi ò per *b* quadro, ò per *b* molle, non ſi varia, ne manca più che la ſcala di natura non vi interuenga, & ſerua alle mutationi dell'vna & dell'altra come ſi è detto. Perche ella è il medeſimo con la ſcala di *b* quadro dependendo da eſſa, ecceto che al *fa* ſuperiore come ſi è detto il qual *fa* non però la repugnanza colli di *b* quadro come da quello del *b* molle, per che il *fa* di natura, & il mi di *b* quadro ſtanno in vna medeſima poſta, mà non quelli del *b* molle & *b* quadro come ſi è detto, di modo che doue è la ſcala dal *b* quadro, è anche quella di natura, il medeſimo interuiene riſpetto alla ſcala del *b* molle con laquale ella è aſſolutamente la medeſima dependendo quella in tutto da queſta di natura, come ſi è detto. Onde è manifeſto che è neceſſario, che & à l'vna & à l'altra ſcala accompagni quella di natura, è la cauſa di queſto: mà non ſegue già che ben che la natura ſia il medeſimo che il *b* quadro & il *b* molle, il medeſimo che la natura che anche il *b* molle, & il *b* quadro ſiino il medeſimo come ſi vede manifeſtamente, benche paia che queſto argomento faccia non poca confuſione, ma là ragione di queſto è manifeſtiſſima, procedendo ciò per che ſe bene il *b* molle procede dalla natura, la quale è il medeſimo del *b* quadro, procede non di meno dà quella parte, & nota ſola della natura, la quale non depende, & non è commune con il *b* quadro, che è il *fa* ſuperiore come ſi è detto: onde non è vna marauiglia al mondo che ſia repugnanza trà le ſcale de duoi *b* detti, non oſtante la ragione allegata, & tutte le ſopra dette coſe appariſconno nel ſeguente ſegno della mano.

Sopra acuto Ordine terzo — E, D, C, B, A, G — *B. mole*: fa, la, ſol, mi, re — *B. quadro*: la, ſol, fa, mi, re, vt — La, ſol, fa, mi, re, vt (B fa, A la, G ſol; E, D la, C ſol)
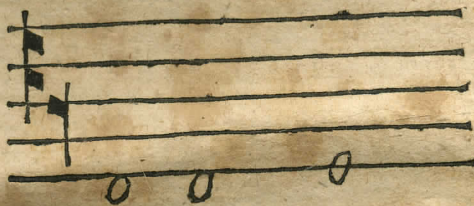
Acuto Ordine Secondo — I, E, D, C, B, A, G — *B. molle*: la, ſol, fa, mi, re — *B. quadro*: fa, la, ſol, fa, mi, re, vt — *Natura*: vt, mi, re, vt

Graue Ordine primo — I, E, D, C, B, A, G — *B. quadro*: fa, la, ſol, fa, mi, re, vt — *Natura*: mi, re, vt

D'alle coſe dette ſi può anche vedere aſſai chiaramente, con qual ordine, & fine ſianno ſtate poſte le chiaui, & perche elle ſi chiamino, & di natura, & di *b* molle & di *b* quadro, le quali non ſono ſe non per denotare, che in quella tal riga, ò ſpatio, è la tai poſta della mano, donde poi ſi può facilmente vedere quel che ſe li conuenga, & troui di ſotto, & doue cangia il ſemituono, & come biſogna far la mutatione, & ſe le quinte vengono falſe, ò buone; & ſe le terze & ſeſte maggiori, ò minori; & finalmente molte coſe che danno grandiſſima facilità, non ſolamente al comporre, mà al

cantare

cantare ancora per la qual facilità elle sonno state messe in vso. Potrà anche dalle cose sopra dette facilmente apparire, d'onde procede l'errore nel quale quasi comunemente ciascuno incorre, di porre che la musica consiste solamente di sei note, cioè, *vt, re, mi, sol, la*, & non di sette come habbiamo detto, lasciando da banda il secondo *fa*. Il qual errore procede da due occasioni; l'vna da non hauer quella settima voce, ò ver nota, vn nome da per se come ciascuna dell'altre, mà hauere il nome d'vna delle sei, cioè *fa*. Et però non si veggendo loro più che sei specie di nomi di voci, hanno giudicato che non siino ne ancho se non sei specie de voci secondo che sono i lor nomi, non considerando che chi cognoscerà che terzo & primo *fa*, quarta, cognoscerà ancora che *b vt* primo *fa* settima, & la settima è di specie diuersa da ciascuna dell'altre inferiori, così anco non hanno auertito che l'hauer vn medesimo nome con vna dell'altre voci, cioè *fa* procede dalla ragione sopra detta, cioè per hauere la medesima relatione che il primo *fa* alle noti antecedenti, & alle sequenti. L'altra occasione di questo errore comune, è che nella mano non trouano nissuno *fa* che non si possa saluare & accomodare come *fa* primo, senza porre alcuno secondo *fa*, settima voce; mà non hanno considerato che questo viene per che fondandosi da ogni secondo *fa*, il suo *vt*, come si è detto bisogna di necessità che tutti i secundi *fa* diuentino anche primi *fa*, nella scala da loro prodotta, & per questo tutti i *fa* della mano si accomodano per *fa* primi, & non per che non vi siino anche i *fa* secondi, mà che chi fece la mano hauuessi la medesima intentione che io dico è manifesto, oltre all'ordine detto che consideratamente il nostra dall'ordine anche che si pone nella mano delle litere di 7. in 7. & non di 6. in 6. il che denota pur chiaramente che è gli habbia inteso settima specie di voci, & non solamente il qual numero di litere si vede che è posto secondo il numero della varietà delle voci, & però non hà posto l'ottaua litera; mà ritorna alla ottaua nella prima, si come anche la voce ottaua ritorna nella prima, cioè nell'vnisuono come si è detto, & finalmente da sapere è hauuere per cosa certissima che non la musica hà origine dalla mano, mà si bene la mano dalla musica, per che la mano è se non vna regola alla musica è suppone che la musica sia, laqual musica essendo cosa naturale, come è probabile cosa troppo inetta à dire che fussi fondata in vna regola datta à gli huomini per che dependesi da quelli, mà si bene la regola depende della cosa naturale hauuendo raseruati circa, à quella è gli ordini suoi, & quello che è migliore è più grato, & così è da credere che dalla osseruatione di mano, i mano fatta circa al cantare sia à caso, il che non si debbe dubitar che sempre sia stato familiare al huomo visiandato osseruando la natura di questo modulatione, & apoco apoco ridotta in regola buona è messa in arte come si vede, & per il primo & principal fundamento nel fare il giudicio in circa queste cose musicali debbe cadere dalla natura della cosa, già che debbe seruire sempre proposta alle regole quando ne esse se ci trouasse ripugnãza alcuna i per che intanto son buone le dette regole, mà per che elle seguitano, & si accommodano à essa natura delle cose, laqual natura non può notare, mà si bene molto facilmente le regole. Tutto questo ordine sopra detto appartiene à quel genere della musica che si chiama Diatonicho, distinto da gli altri duoi, Cromatico, & Enarmonicho, della differẽza de quali diremo anche breuemente quattro parole. Dico adunque che la musica Diatonica è la più facile, & più naturale di tutte l'altre, & è quella che vsano nel cantare i Contadini, & i putti ancora biscantando da per loro, ogni volta però che habbino qualche poco d'orechia, è questa musica procede per tuoni, & semituoni maggiori, & non esce punto dell'ordine della mano. Mà la musica Eromatica non hà altra regola parlando delle regole apparenti, & manifeste, se non che diuide il tuono attualmente in semituono maggiore, & in semituono minore, & così proferisce tanto il maggiore quanto il minore, & proferirà il minore alcuna volta espressamente, & alcuna volta virtualmente, espressamente sarà quando procedendo da *vt* à *re*, proferirà prima l'*vt* in suo tuono, di poi proferirà l'*vt* sostentato, & così formerà il semituono minore espressamente, & di poi proferirà il *re*, & formerà il semituono maggiore, & così in tal caso non farà questo altro se non fare che quel *re* diuenti vn *fa*, trouare il suo *mi* fra la voce *re*, & la voce *vt*



& così si formerà sempre il semituono minore expresso. Lòcculto sarà poi quando si formerà non il *sol* semituono minore, ò graue vi correrà non lo spatio del semituono minore solamente, mà insieme con quello lo spatio ancora d'vno, ò più tuoni, & finalmente l'vso del semituono minore, formato come si è detto, si caua principalmente l'ordine del Cromatico, il qual come si vede è più difficile, & manco naturale del Diatonico, come ancora è più dolce & suaue procedendo per minori distantie, dal che nasce dolcezza come appare nel semitunono ordinario, che è molto più dolce chel tuono; & però è molto appropriato alle cadenze, alle quale si debbe andare con più dolcezza che si può per lasciare satisfatto l'orechio del auditore il che si cerca nelle cadenze. Mà è da considerare che la sostentatione non causa sempre il semituono minore, mà solamente quando ella è congiunta con la voce prossima più bassa & ascendendo. Et però la musica Diatonica non metterà mai la sostentatione, ne innanti, ne doppò, à vna nota più bassa di lei, & lò fa per fuggire il semituono minore, il qual in tal caso verrebe formato questo

questo dico interuiene quando si sostenta altra voce che è il *fa*, ma quando si sostenta il *fa*, non importa che egli preceda vna nota più bassa, per che all' hora non fà, semituono minore, mà solamente si fà, del semituono maggiore insieme con la sostentatione vn tuono, & il semituono si forma vn grado più sopra & però sostentando il *fa* con il salire, non si forma semituono minore, mà ben che non si formi, si accēna non dimeno, formando in cambio del semituono maggiore il tuono, che è vna sostentatione, cioè semituono minore più alto che è quello che gli da la dolcezza, la qual dolcezza delle sostentationi che venga dallo accennare il semituone minore come si è detto è manifesto da questo, per che con tutto chel medesimo spatio sia appunto tra *vt*, & *re*, & *re*, è *mi*, per che à *mi*, *fa*, sostendando il *fa*, formandosi in tutti questi modi sempre vn tuono nondimeno si sente nell'altre voci ò tuoni la dolcezza che si sente in questo del *mi*, & *fa*, il che non viene da altro ne puol venire, se nō da quel semituono minore accennato, ne questo è marauiglia per che si vede questa espettatione causare di molti belli effetti circa questi tuoni, come v. g. si scenderà vna settima che consona, & tornera benissimo all' orechio quando in vna cadenza noi à sporteremo là qual'ottaua alta come v. g. in questa cadenza *sol, fa, sol*, pigliare in cambio di quel *sol*, vltimo *la*, sua ottaua bassa che sarà la settima del *fa*, & non dimeno non scomoderà punto l'orechio; anzi darà contento, il che è molto cōtro alla regola generale, per che le settime sono durissime à pigliare, & causano malissima armonia all' orechio, mà questo particolare auuiene meramente da quella espetatione di quella ottaua più alta nella quale douerebbe cadere l'ultima voce cadenza, & sarà come cominciando dal *fa*, di *ffa, vt*, dire *fa, mi*, *vt*, pigliando l'*vt* sotto al gamma vt. Vedesi ancora che *sol, mi*, & *fa, re*, sono tutti à duoi terzo minore, & vguali. non dimeno è più grato, & dà piu dolcezza *sol, mi*, che *fa, re*, il che non viene d'altro se non che nel *sol, mi*, il se mituono viene accennato piu prossimo che nel *fa*, *re*, il qual semituono, è come si è detto assai più dolce che il tuono questo dico auienne per che quel *mi*, del *sol, mi*, chiama il semituono molto più vicino, hauendo il *fa*, sopra im mediate che non hà *re*. il di *fa, re*, il quale chiama inmediate il *mi*, che è frà esso *re*, & il *fa*, che forma il tuono & non il semituono per questo anco la sostentatione che prima il semituono maggiore cō lauere precedente, si come la si vsa nella musica Diatonica genera più dolcezza che non genera il *fa*, *mi*, che auiene da quel semituono minore accennato per che la voce si sostenta, s'intuona vn semituono minore più alta, non è adunque gratia fatto che da quel semituno minore accennato, ne nasce quella dolcezza, & multo maggiore che in vna altra voce può essere ancora che sia nel resto la medesima con quella & per questa medesima ragione non cōmporta il vtuono & la quinta falsa, non sola allo iaconero mà no anche à vna battuta appresso come si dirà più oltre & questa basti per hauerne detto succintamente quanto s'appartiene per la differenza trà l'ordine Diatonico, & il cromatico ma è ben dauertire che questa musica che procede per sustentationi non si può ne anche dire mera Diatonica, mà si dirà musica finta per che ella finge, & proferisce il *fa*, & il *mi*, cioè il semituono, & causa ancora l'altre voci indifferētemente, doue elle non sono ne per *b* quadro, ne per natura, ne per *b* molle: la quale anche in vero è più tosto che altro vna certa spetie mezzana frà la Diatonica, & lacromatica, se bone di detta spetie come diuersa non si *fa* mentione, perche la sostentatione non è altro che la variatione d'vn semi tuono minor perso in alzar la voce se bene ella talmente accomodata al horà che non si proferisci tal semituono, altramente non è pero che in qualche modo egli nō si accenni mandando all' orechie quella altessa di voce cioè, di vn semituono minor di più di quello che egli, si aspettaua d'onde è, causata la dolocezza grande della sostentatione come si è detto Mà l'ordine Enarmonico non è altro che vn sostentar per lo spatio della metà manco di vn semituono minor, & questo lo dimandono diesi. la qual maniera di sostentationi causarebbe diletto & dolcezza e strema se si potessi sentir proferità giusta, & ben vnita con le altre parti: il che è tanto difficile che non si troua che questa spetie sia andata mai troppo inanti: onde è manifesto che la diuersitadi queste tre spetie non depende dal multiplicare piu ordini laterali nella Mano, mà sola mente nella diuisione del tuono, & del semituono minore, & così si vede che la Cromaticha suppone come suo fondamento la Diatonicha se bene varia poi grandemente da i tuoni & regole di quella, & così che la Enarmonica suppone & l'vna & l'altra, & questo basti quanto alla notitia & ragione della mano, quanto alla diuersita, ò distintione superficiale di questi trè ordini di musica così famosi Ticatonico, Cromatico, & Enarmonicho.

Mà per che di sopra parlando delle consonante noi habbiamo promesso di dirne al luogo suo, non sarà fuori di proposito hora che terminato il trattato delle voci dire qualche cosa di esse, mà breuemēte per esser materia assai nota. Diciamo adunque che le consonanze sono di sette spetie secondo che sette sono le spetie delle voci come habbiamo di sopra detto, & prouato sufficientemente & con queste cioè vnisono, seconda terza, quarta, quinta, sesta, & settima lottaua poi come si è detto tornerà, nella spetie dello vnisono, trà queste consonanze alcune sono concordanti come l'vnisono, la terza la quinta & la sesta; alcune sono discordanti come la seconda & la settima, & alcune tal volta concordano, & tal volta discordano, come la quarta si nelle concordanti alcune sono perfette, alcune sono imperfette, petfette sono quelle doue si può comodamente terminare la cadenza, & sono l'vnisono & la quinta, imperfette sono la

terzza

terza & la sesta. Delle concordanti imperfette, alcune sono maggiori, alcune minori, la terza minore consiste d'vn tuono, & d'vn semituono maggiore, dico cioè che tale, è lo spatio che si troua fra l'vna & l'altra voce, che formano tal concordanza, la maggiore contiene lo spatio di duoi tuoni, la minore è come *re, fa, mi, sol, sul, fa,* cioè *fa*, secondo, così dice salendo come scendendo; & in somma ogni volta che la terza include il semituono cioè il *mi, fa*, sarà terza minore la maggiore è come *vt, mi*, & *fa, la*, & in somma ogni volta chi tale spatio non si includi il *mi, fa, la*, sesta minore contiene trè tuoni & duoi semituoni, & sarà quando ella commincierà dal *mi* salendo & dal *fa* scendendo ò dal *mi* salendo per quarta & dal *sol* scendẽdo nel medesimo modo. la maggiore contiene quatro tuoni & vn semituono, & di questo la terza maggiore, & la sesta minore fanno meglior consonanza che l'altre due, il che procede dalla proportione più perfetta come si dirà, conconrdanti perfette non patiscono questa distintione di maggiore & minore, mà alcuna di loro è variabile, & alcuna è inuariabile; la inuariabile è l'vnisono, il quale ogni poco che varij dalla sua giusta proportione non sarà più vtile alla musica, ma auertisci che tal varietà si può intendere in più modi, ò per vn piccolo spatio come d'vn croma, ò per vn maggiore come vn Diesi. Nel primo modo si dirà vnisuono scordato, & pur si andrà tollerãdo nel cantare, ò sonare il meglio che si puo, benche mal volontieri nel secondo modo si dira vnisono falso, & cade in vn'altra spetie terza, oltra allo due dette di concordanti, & discordanti cioè falsa la quale spetie, è molto più cattiua di nissuna dell'altre due; per che le discordanti seruono frequentissimamente nella musica, mà le falsè son fuggitè, & aborritè come scogli: l'altra perfetta che è la quinta è variabile la qual varieta consiste in vn croma. la quinta adunque consiste di tre tuoni, & vn semituono maggiore, & questa è la perfetta ma l'imperfetta sarà vn croma mancho, la quale non dimeno rispetto alla terza, & alla sesta, si dice consonanza perfetta se bene rispetto all'altra quinta si dioe imperfetta & si vsa questa quinta perfetta poco rispetto alle torze di mezzo con le quali ella non può accordare, è però si vsi la quinta per sesta nel sonare, dico negli strumenti oue sonno tutte le parti scompartite le voci ricerca, accio che ella corrispondà bene di sotto, & di sopra, dargli qnella poca scarsità, la qualle nello strumento bisogna che sempre poi si proferisca doue la voce quando non sia sforzata, da questa ragione detta potrà pur formare, & formerà la quinta perfetta, & per questo la musica delle voci oltra all'altre perfettioni quando sarà cantata con discretione & orechio sarà la più dolce, di tutte l'altre, per che quella perfettione di quella quinta, se ben par poca cosa, rileua pure assai nello vdir la musica, la quarta contiene lo spatio di duoi tuoni, & vn semituono, & questa in alcuno modo si deue accordare & in alcuno discordare per perche qu'elle contro alla parte bassa cioè alla più bassa di tutte, ò due sole, ò più che siino si dirà che discordi, mà quando fusse cõtro à vna dell'altra si dirà che accordi, come se in fra l'ottaua fussi vna quinta in verso il basso la quale causarebbe vna quarta in verso la parte alta & tutto accorderebbe ottimamente: mà chi considerarà bene trouerà àncora vn'altra diuersità nella quarta dico cioè, che nella quarta trouería ancora la maggiore & la minore come habbiamo detto della quinta, delle quali la minore è più dolce, ma per che questa diuersità non causa diuersità alcuna di regole, ò di osseruãza nel comporre, per questo non è in consideratione alcuna. Dalle cose dette si può considerare che quando la concordanza è più perfetta, tanto minor variatione patisce come si vede che la terza & la sesta che sono imperfette, patiscono la distintione di maggiore, & minore: mà delle perfette la quinta sola patisce, non quella distintione. mà vna minor assai come si è detto l'vnisono poiche è la perfettissima consonanza non patisce in modo alcuno varietà nissuna.

Resta hora à dire delle consonanze false, le quale per regola generale saranno tutte quelle che si discostano dalla debita proportione loro che, è l'assegnata di sopra vn Diesi ò più, per che vn croma solo più testo farà dire scordata, che falsa tale intonatiõne, & così si vede che delle consonanze false sono molte, & molte spetie, per che anche che discordanti non solo le consonanti hanno le sue false, delle quali per breuità nõ entreremo indirne particolamente, massime che da questo che si è detto, si potrà cognoscere tutto il resto facilmẽte, ma diremo ben questo che frà le false le più famose sono queste due, la quarta, falsa & la quinta falsa, mà perche della quarta, & della quinta falsa possono essere molte specie, si intende quando si nominano queste di quella specie sola che si dirà cioè. Della quarta quando ella contiene trè tuoni, & è detta tritono, voce quasi spauenteuole appresso à Musici & sarà dal *fa* al *mi* più alto permutatione di quinta come dal *fa* di *f.* fa *vt*, al *mi* di *b.* fa *b. mi.* Della quinta si intende anche quando cade il *mi* contro al *fa* in quinta, & allh'hora conterrè duoi tuoni, & duoi semituoni maggiori, & così tanto la quarta, quanto la quinta falsa saranno sempre del *fa* contro al *mi*, & questo due specie di falsità ancor che siino molestissime alle orechie, non sono però tanto più moleste dell'altre che queste sole douessino per ciò essere in consideratione: mà la causa per che elle sono assai più nominate che l'altre, è che elle sono molto più pericolose di incapparui, che alcuna delle altre come lo prouano molto bene quelli che cominciono à fare il Contrapunćto, & massime la quinta falsa, come per la medesima ragione sono più nominati da i Marinari che gli scogli, non che sono più aspri, & Acuti. Mà quelli che sono più pericolosi di vrtarui dentro: Et è da notare che le false sono tanto inimiche al nostro orechio, che non solo non si può comportare

tare in modo alcuno di ſentirle proferire, ne doppo à vna buona paſſada, come ſi fà con le diſcordanze, ne in modo alcuno, mà ne ancora ſi può comportare tal falſità per lo ſpatio d'vna ſemibreue, come ben sà quello che hà qualche principio di comporre, al che per non eſſer intentione di trattare in queſto luogo,non ſi dirà piu al longo.Et chi voleſſi riſcontrare bene, & eſattamente la verità di tutte queſte coſe dette,quanto alle conſonanze, biſognarebbe che lo faceſſe in sù vno di quelli ſtromenti che ſi chiamano Manocordi, dico di quelli che hanno due corde ſole, & poi hanno ſotto è tutte eſſe ſegnate giuſtiſſimamente tutte le miſure & diſtanze. Et queſto ſtrumento non può ingannare con l'eſſer male accordato,dal quale non ſolo ſi caua la certezza delle coſe dette, mà ancora delle proportioni che hanno ciaſcuna voce con l'altra, come v. g. ſi vede che l'ottaua è proportione dupla, per che ſonando intera vna delle due corde, le quali vogliono eſſere vniſone perfettamente, & diuidendo l'altra per mezzo aggrauandola in ſul ſegno del mezzo col dito, come ſi fà le corde de Liuti, & ſonandone vna parte riſcontro à quell'altra intera cauſa l'ottaua, mà ſe diuide vna corda in trè parti, & che aggraui il dito in ſul ſecondo ſegno, tal che da vna banda ne reſtino due parti, & dall'altra vna,& tocherai la parte maggiore di queſta corda contra all'altra corda intera, cauſerà la quinta,& così di mano in mano ſi potranno ritrouare tutte le proportioni delle conſonanze, & come ſi vede che fra la proportione della qualità & la proportione della metà ſono, come per ſe tutte le proportioni muſicali auueſſi, diuidendo di proportione, in proportione in ſino che ſi arriui alla metà nella quale terminino le proportioni anzi ricomincino in queſta ſi può dire le medeſime ſeguitando ſi come dalla ottaua ricominciono,& ſeguitino; di poi le medeſime nature ò ſpecie di conſonanze, mà di queſto non appartiene il dirne più oltre in queſto luogo.Con queſto ſtrumento ancora ſi proua manifeſtamente che il ſemituono maggiore contiene delle noue parti d'vn tuono le cinque, & il minore le quattro, & che tutte due inſieme fanno vn tuono, il che ſi cognoſce anche più chiaramente nel mettere i taſti al Liuto, ò alla Viola per che per trouare la poſta del taſto che forma il ſemituono, biſogna diuidere il tuono in noue parti, & di quelle pigliarne cinque, & con quelle miſurar lo ſpatio del detto ſemituono, come anche per trouare il tuono biſogna partir tutta la corda in noue parti, & ſecondo la longezza di ciaſcuna di queſte parti,pigliar la diſtanza che forma il tuono & tutte queſte & molte altre belliſſime, & marauiglioſe coſe ſcopre quel così facile & ſemplice ſtrumento del Manocordo che l'abbiamo detto ſopra lo qual chi voleſſe andare diligentemente & realmente inueſtigando,& non chimerrezzando,trouerrebbe ſenzo dubbio coſe inaudite & mirabili, & la ragione delle perfette, delle imperfette, delle diſcordanti & delle falſe: per che trouerebe che falſe ſono quelle che nõ hanno frà loro proportione come v. g. qu'elle del diametro con la coſta & perfette quelle che l'hanno trà loro perfetta,& poi l'altre accoſtarſi più,ò à queſte ò à quelle ſecondo che hanno più,ò meno perfetta proportione, & trouerò bona la ragione, per che il tuono conſiſte di 9 crome,ne più ne meno,& altre coſe aſſai molto belle & deſiderabili, mà di queſto baſti hauuerne tocco in ſino à quel che ſi è fatto per non manchare di produrre ancora l'vltimo & principal fondamento, & riproue doue al fine ſi riducono, & ſoſtentano tutte le coſe dette di ſopra,ſeguitarebbe hora che ſi è trattato delle voci & delle conſonãze, il dire del Contrapunto & di ſue regole, Mà per eſſer queſta coſa molto nota & comune, & per conſiſtere anche più toſto in vna pratica, che in altra ragione laſcieremo; maſſima per hora in dietro il dirne, & forſe altre volte ci metteremo à conſiderare ſe queſte regole del Contrapunto così le vechie, come le noue hanno fondamento euidente, reale,& naturale, ò pur ſono per che così ſi oſſerua & piace ſenza alcuna altra ragione, ſe non per che così hanno fatto gli altri. Dico come v. g. che non ſi poſſa mettere due conſonanze perfette l'vna à canto à l'altra, che la quarta ſia ſempre contro al baſſo cattiua, per che non è dubbio che la ſeſta maggiore, ſe non è più dura al meno concorre ſeco, & così di alcune altre coſe, dico di quelle che non ſi ſente così manifeſtamente all'orechio, che la natura della coſa ricerchi così, per che quel che ſi cognoſce ſenſatamente, non ſi debbe cercar per altra ragione, hauendone dico la riproua dal proprio ſenſo, come v.g. è queſto ſi debbe terminare imperfetta, & & andare alla cadenza col ſemituono,& altre ſimil coſe le quali l'orechio ſubito cognoſcerà eſſere regole vere & buone, come anco ſi vede in queſte regole più nuoue che l'andare alle perfette, con le più proſſime cauſa molta dolcezza & altre coſe ancora che il ſenſo ſteſſo le confirma, delle quali tutte apporterà non ſolo à moſtrare le regole, mà ancora à eſſaminare dette regole, & ritrouare il fondamento di eſſe, ogni volta che ſi verrà à trattar del Contrapunto.

FINIS.